NUMERO: 869 DATA: 12/03/2014

A P P U N T I

STUDENTE: Aimar

MATERIA: Elettrotecnica Esercizi + prove d'esame

Prof. Lombardi

INTRODUZIONE

La creazione di questo eserciziario si prefigge lo scopo di fornire agli studenti elementi validi per la conoscenza delle tecniche più efficaci nella risoluzione di varie tipologie di circuiti.

All'interno del testo saranno presenti esercizi su:

> Circuiti DC

> Circuiti AC e trifase

> elettro-meccanica

> transistori

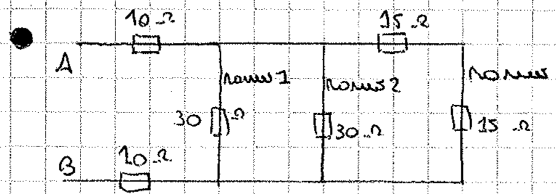
> amplificatori operazionali

> prove d'esame da vari corsi e professori (compreso il professore Lombardi con il quale il sottoscritto ha sostenuto l'esame)

Ho inserito gli esercizi che ho svolto durante lo studio della materia che più sono stati utili a capire il funzionamento e le principali regole. Con la capacità di risolvere questi circuiti sono riuscito a superare con una votazione soddisfacente la prova e quindi mi auguro che anche agli altri studenti possano essere utili quanto lo sono stati per me.

Ovviamente si ricorda che è inutile svolgere i seguenti esercizi se prima non si sa la teoria di questa materia.

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 3 di 68

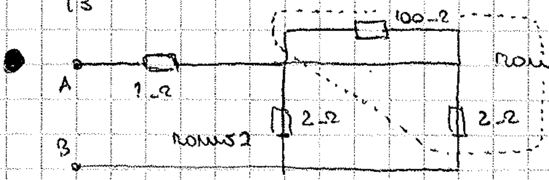


ramo 3 $R_{eq_1} = 30\ \Omega$

ramo 1 + ramo 2 + ramo 3 →

$$R_{eq_2} = \frac{\frac{30 \cdot 30}{60} \cdot 30}{\frac{30 \cdot 30}{60} + 30} = \frac{450}{45} = 10\ \Omega$$

$R_{eq_3} = 10 + 10 + 10 = 30\ \Omega$



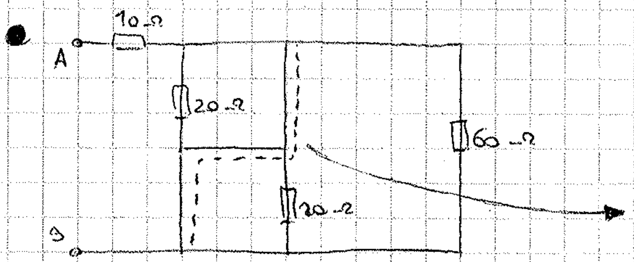
ramo 2 → $R_{eq_1} = 2\ \Omega$

la resistenza da 100 Ω non viene contata perché parallela ad una $R = 0\ \Omega$

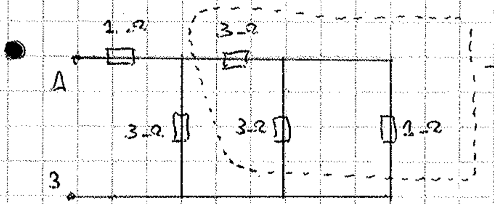
$\rightarrow \frac{100 \cdot 0}{100} = 0\ \Omega$

ramo 1 + ramo 2 $= \frac{2 \cdot 2}{2+2} = 1\ \Omega$

$R_{eq} = 2\ \Omega$



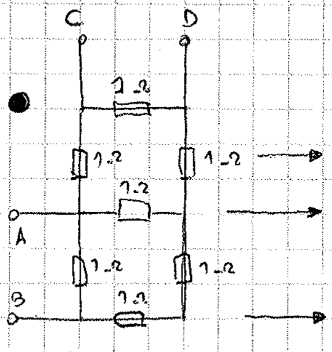
$R_{eq} = 10\ \Omega$ la corrente ha una via percorribile senza resistenze che la ostacolino e quindi esclude tutte quelle presenti



$$R_{eq_1} = \frac{3}{4} + 3 = \frac{3+12}{4} = \frac{15}{4}$$

$$R_{eq} = 1 + \left(\frac{\frac{15}{4} \cdot 3}{\frac{15}{4} + 3} \right) = \frac{45}{4} \cdot \frac{4}{27} = \frac{45}{27} + 1 = \frac{72}{27}$$

$$R_{eq} = \frac{8}{3}\ \Omega$$



visto da AB :

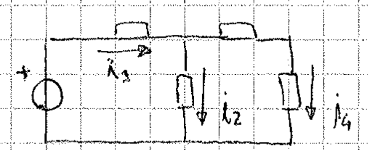
→ 3 Ω

→ $\frac{3 \cdot 1}{3+1} = \frac{3}{4}\ \Omega$

→ $$\frac{\left(\frac{3}{4} + 1 + 1\right) \cdot 1}{\frac{3}{4} + 1 + 1 + 1} = \frac{\frac{3+8}{\cancel{4}}}{\frac{3+12}{\cancel{4}}} = \frac{11}{15}\ \Omega$$

visto da CD ?

CAPITOLO 2 - RETI RESISTIVE



calcolare i_4

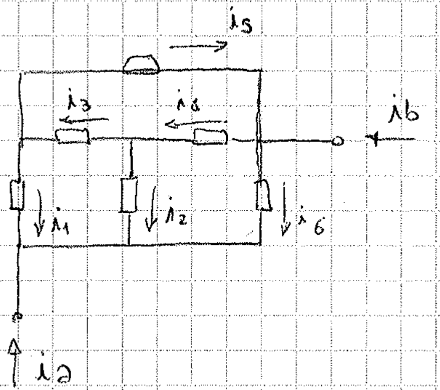
$i_1 = 2A$ regola di Kirchhoff

$i_2 = 0{,}7A$ al nodo 1

$-i_1 + i_2 + i_4 = 0$

$-\cancel{i_1} + \cancel{i_2} = \cancel{-i_4}$ $\quad i_2 + i_4 = i_1$

$i_4 = i_1 - i_2 = 2 - 0{,}7 = 1{,}3\,A$



Date i_a, i_4, i_3, i_5

calcolare i_6, i_1 e i_2

$i_a - i_b = 0 \qquad i_a = i_b \triangleleft$

$i_a = i_4 + i_6 - i_5 \qquad i_a = -i_1 - i_2 - i_6$

$-i_5 + i_4 + i_6 = -i_1 - i_2 - i_6$

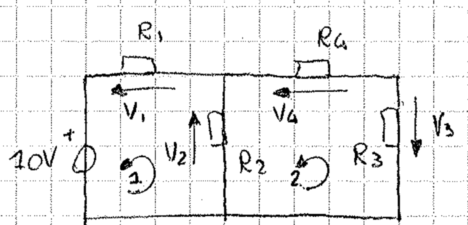
$i_5 = i_1 + i_2 + i_6 + i_6 + i_4 = i_1 + i_2 + 2i_6 + i_4$

$i_3 = 2i_1 + i_2 + 2i_6 + i_4$

$i_3 = i_4 - i_2 \qquad 2i_1 + i_2 + 2i_6 = -i_2 \qquad 2i_1 + 2i_2 + 2i_6 = 0$

$i_2 = i_4 - i_3 \triangleleft \qquad \triangleright\ i_1 = -(i_2 + i_6)$

oppure $i_1 = i_3 - i_5$



$V_1 = 1\,V \qquad V_3 = 7V$

V_2 e V_4?

uso la legge di Kirchhoff delle tensioni (KVL)

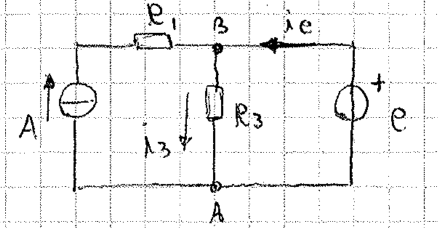
1) $\quad -10 + V_2 + V_1 = 0 \qquad V_1 = 10 - V_2 = 10 - V_2 \qquad 1 - 10 = -V_2$

$-9 = -V_2 \qquad V_2 = 9V$

2) $\quad -7 + V_4 - V_2 = 0 \qquad -7 - 9 = -V_4$

$V_4 = 16\,V$

- Calcolare tutte le potenze nel circuito ed i_e



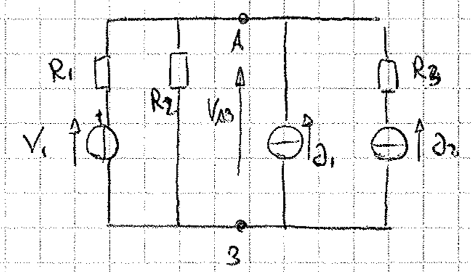
$R_1 = 2\,\Omega$ $R_3 = 1\,\Omega$

$A = 3\,A$ $e = 4V$

V_{AB} si può ricavare con il teorema di Millman

La teoria del teorema di Millman dice:

Dato il seguente circuito



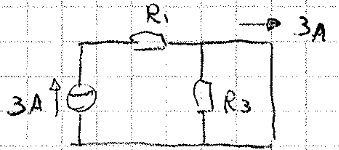
con $G_1 = \frac{1}{R_1}$, $G_2 = \frac{1}{R_2}$

$$V_{AB} = \frac{\frac{V_1}{R_1} + a_1 + a_2}{G_1 + G_2}$$

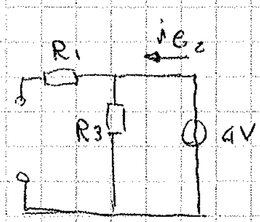
Nel nostro caso si ottiene quindi che $V_{AB} = e$ essendo che la R ad essa associata vale $0\,\Omega$ $V_{AB} = 4V$

Usando nuovamente il principio di sovrapposizione degli effetti si ha:

1° circuito



2° circuito



$i_{e_2} = \frac{4}{1} = 4A$

$i_e = 4 - 3 = 1\,A$

Per quanto riguarda le potenze assorbite ed erogate si ha:

potenze assorbite da R_1 e R_3 : $P[W] = V \cdot i$

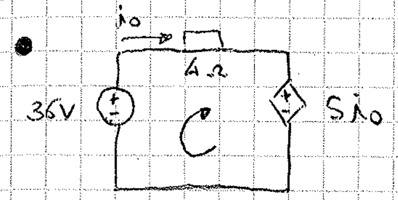
ma $V = i \cdot R$

$P_1 = i_1^2 \cdot R_1 = 3^2 \cdot 2 = 18W$ $\Rightarrow P[W] = i^2 R$

$P_3 = i_3^2 \cdot R_3 = 4^2 \cdot 1 = 16W$ $P_{ass} = 34W$

e per il teorema di Tellegen si ha che la potenza assorbita dal circuito è uguale alla potenza erogata dai generatori.

$P_e [W] = 4 \cdot 1 = 4W$ $P_A = 30W$

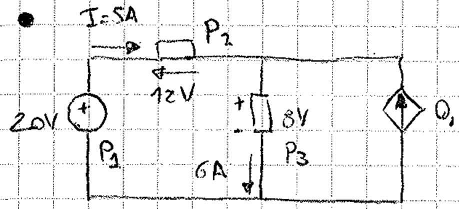
- 

i_0?

KVL

$36 - 4 \cdot i_0 - 5 i_0 = 0$

$36 = 9 i_0 \qquad i_0 = 4\ A$

- 

$0{,}2 I = 0{,}2 \cdot 5 = 1\ A$

potenza assorbita da ciascuna resistenza.

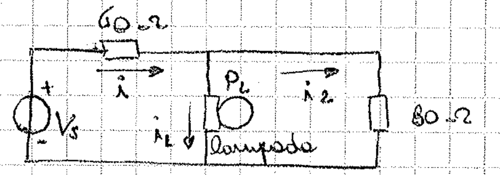
$P_3 = 8 \cdot 6 = 48 W$

$P_2 = 12 \cdot 5 = 60 W$

Per quanto riguarda generatore dipendente:

$0{,}2 I \cdot 8 = 8 W$ $\Rightarrow$ per il teorema di Tellegen $P_1 = P_2 + P_3 - 8 =$

$= 100 W$

- 

Condizioni nominali per la lampada sono 120 V e 0,75 A. Calcolare V_s assegnato.

$V_s - 60 \cdot i = 120 \qquad \frac{i \cdot 80}{R_L + 80} = 0{,}75 = i_L$

R_L ~~lo~~ la ricavo dalla formula della potenza P_L $\qquad P_L = V \cdot i_L = 120 \cdot 0{,}75$

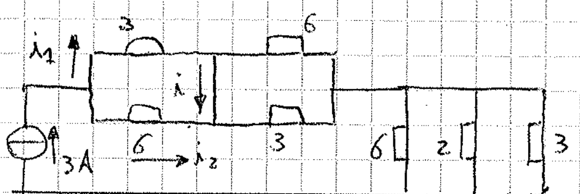
$= 90 W = i_L^2 \cdot R_L$

$R_L = \frac{90}{0{,}75^2} = 160\ \Omega$

Così ottengo

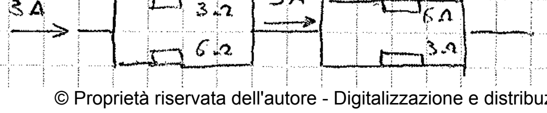
$i = 0{,}75 \cdot (160+80) / 80 = 2{,}25\ A$

$V_s = 120 + 60 i = 120 + 60 \cdot 2{,}25 = 210\ V$

- 

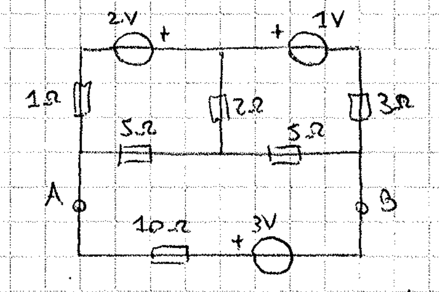
i?

$i_1 = \frac{6 \cdot 3}{9} = 2\ A$ e quindi i_2 vale 1 A dopo di che basta ridisegnare il circuito così:



In sostanza le due correnti i_1 e i_2 si scambiano e c'è un flusso i pari a 1 A

- calcolare l'equivalente di Norton ai morsetti AB e quindi la corrente i.



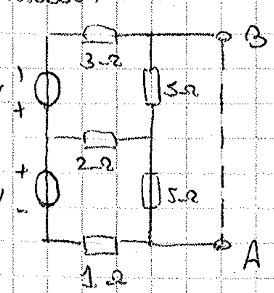
Dalla teoria sappiamo che: teo. di Thevenin

Un circuito resistivo lineare, accessibile da due terminali, è equivalente ad un generatore indipendente di tensione in serie ad un resistore.
La V_T del generatore è la tensione che si ha tra i terminali quando aperti.
La R_T è la resistenza equivalente del circuito tra i due terminali

teo. di Norton

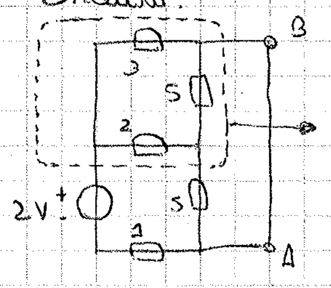
Un circuito resistivo lineare, accessibile da 2 terminali, è equivalente ad un generatore indipendente di corrente in parallelo ad un resistore.
La i_N è la corrente che scorre tra i terminali quando vengono corto circuitati
La R_N è la resistenza equivalente del circuito tra i due terminali

Quindi:

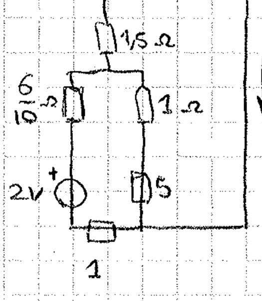


Uso il principio ~~Teorema~~ della sovrapposizione degli effetti per conoscere le correnti presenti nel circuito.

1° circuito



carico a triangolo da trasformare in stella il circuito diventa



i_{N_1} così facendo riesco a trovare la i_{N_1}

Con lo stesso procedimento ottengo la i_{N_2} dal circuito n. 2.

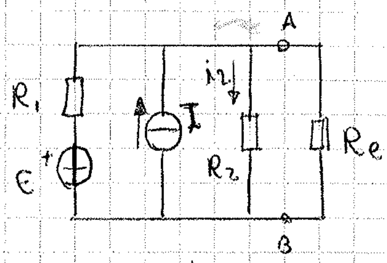
$i_N = i_{N_2} + i_{N_1}$ (tenendo conto dei versi di percorrenza)

$(i_N = 0,36\,A)$

$$R_N = \frac{\left(\frac{6}{10}+1\right)\cdot 6}{\frac{6}{10}+1+6} + 1,5 = 2,76\,\Omega$$

segue a pagina seguente

- Thevenin in AB? corrente in Re?



$R_1 = R_2 = 10\ \Omega$

$R_e = 5\ \Omega$ $\qquad E = 10V \qquad I = 10A$

Il calcolo della resistenza equivalente va fatto passivando il generatore di tensione e di corrente, si ottiene quindi:

$$R_{eq} = \left(\frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}\right) = \frac{10 \cdot 10}{20} = 5\ \Omega$$

Per la tensione equivalente usiamo la sovrapposizione degli effetti

a) contributo del generatore E (I è passivato)

La tensione tra AB è vista dal partitore di tensione tra la resistenza R_1 e R_2

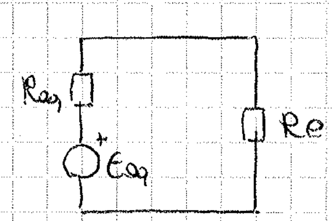
$$E'_{eq} = \frac{R_2 E}{R_1 + R_2} = \frac{100}{20} V = 5V$$

b) contributo di I.

Uso il partitore di corrente $\qquad I_2 = I \frac{R_1}{R_1 + R_2} \Rightarrow$ percui E''_{eq} diventa

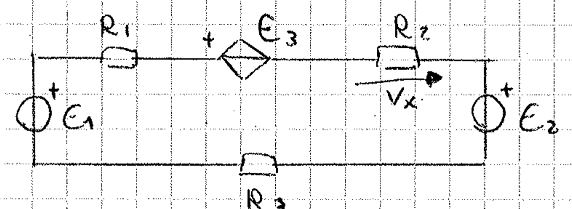
$$E''_{eq} = \frac{R_2 I}{2} = \frac{100}{2} = 50V$$

$E_{eq\ AB} = 50 + 5 = 55V$ e si ottiene



$$I_e = \frac{E_{eq}}{R_e + R_{eq}} = \frac{55}{5+5} = 5,5\ A$$

- GENERATORI PILOTATI



$R_1 = 6\ \Omega \qquad R_2 = 2\ \Omega$

$E_1 = 120V \qquad E_2 = 12V$

$E_3 = 3V_x$

Usiamo le leggi di KIRCHHOFF delle tensioni

$$V_{R_1} + E_3 - V_x + E_2 + V_{R_3} - E_1 = 0$$

ossia $\qquad$ dove $V_x = -R_2 I$

$$V_{R_1} + 3V_x - V_x + E_2 + V_{R_3} - E_1 = 0$$

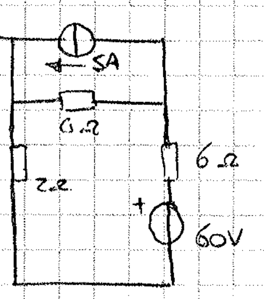
METODO DEI POTENZIALI AI NODI

Il metodo dei nodi riduce le incognite a $n-1$ tensioni dei nodi rispetto ad una tensione di riferimento

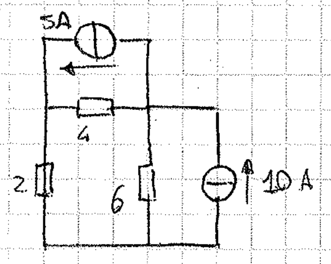
PROCEDURA:

- Scegliere un nodo di riferimento ed assegnare le tensioni $V_1, \dots, V_{n-1}$ ai restanti nodi. Le tensioni verranno misurate rispetto al nodo di riferimento
- Applicare KCL agli $n-1$ nodi diversi da quello di riferimento. Usare la legge di ohm per esprimere le correnti di ramo in termini delle tensioni di nodo.
- Risolvere le equazioni ottenute calcolando le tensioni di nodo incognite

Nel caso si incontrasse poi un bipolo norton trasformabile, in uno dei rami componenti il circuito in analisi, come per esempio tale figura



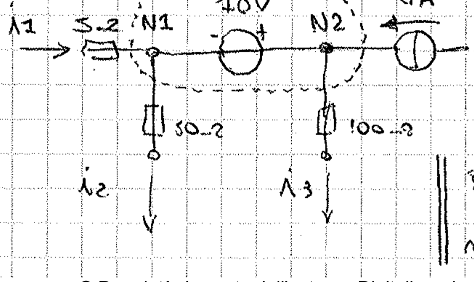
si trasforma e si ottiene:



In casi più complessi dove per esempio compare un generatore tra due nodi non di riferimento, si può usare il metodo del SUPERNODO.

È una una superficie chiusa che racchiude entrambi i nodi definito per l'appunto supernodo, e si esegue KCL a tale superficie.

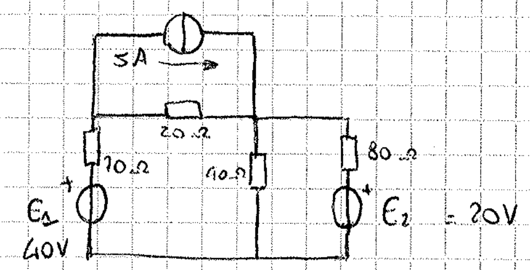
Per esempio



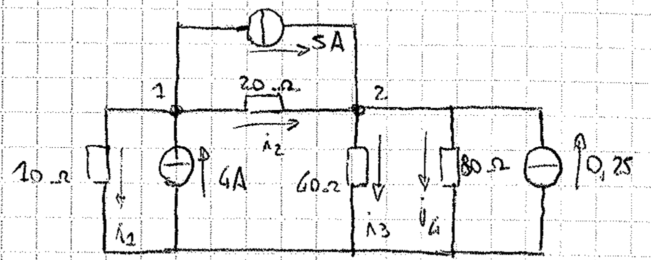
KCL $(N_1 N_2) \Rightarrow i_1 - i_2 - i_3 + 6 = 0$

più la legge: $V_{N_2} = V_{N_1} + 10$

È come se trasformassimo un lato in un nodo senza contare ciò che c'è in mezzo



ho due rami Norton trasformabili. Lo schema diventa quindi:



nodo 1:

$$i_1 + i_2 + 5 - 4 = 0$$

nodo 2: $i_3 + i_4 - 0,25 - i_2 - 5 = 0$

$$i_1 = \frac{V_1}{R_1} \qquad i_3 = \frac{V_2}{R_3} \qquad i_2 = \frac{V_1 - V_2}{R_2} \qquad i_4 = \frac{V_2}{R_4}$$

$$\frac{V_1}{R_1} + \frac{V_1 - V_2}{R_2} + 1 = 0 \qquad \frac{V_2}{R_3} + \frac{V_2}{R_4} - 0,25 - \frac{V_1 - V_2}{R_2} - 5 = 0$$

$$\frac{V_1}{R_1} + \frac{V_1}{R_2} - \frac{V_2}{R_2} + 1 = 0 \qquad \frac{V_2}{R_3} + \frac{V_2}{R_4} + \frac{V_2}{R_2} - 5,25 = \frac{V_1}{R_2}$$

$$\frac{R_2 V_1 + R_1 V_1}{R_1 R_2} = \frac{V_2}{R_2} - 1 \qquad V_1 = \frac{V_2 R_1 - R_1 R_2}{R_2 + R_1}$$

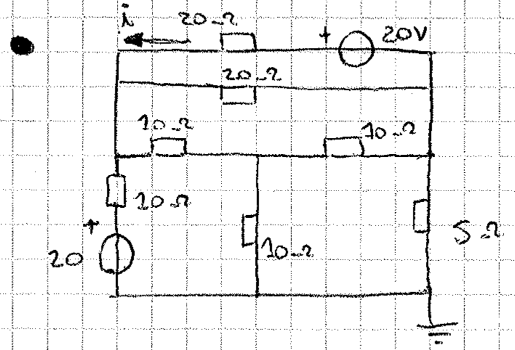
$$\frac{V_2}{R_3} + \frac{V_2}{R_4} + \frac{V_2}{R_2} - 5,25 = \frac{V_2 R_1 - R_1 R_2}{(R_2 + R_1) R_2} = \frac{V_2 \cdot 10 - 200}{600}$$

$$\frac{V_2 \left(\cancel{R} R_4 R_2 + R_3 R_2 + R_3 R_4\right)}{R_3 R_4 R_2} - \frac{10 V_2}{600} = 5,25 - \frac{200}{600}$$

$$V_2 \frac{5600}{60000} - \frac{V_2}{60} = 4,9 \qquad V_2\, 0,087 - 0,01 V_2 = 4,9 \qquad V_2 = \frac{4,9}{0,07} = 70V$$

$$V_1 = \frac{70 \cdot 10 - 200}{30} = \frac{700 - 200}{30} = \frac{50}{3} = 16,6\ V$$

Se invece viene richiesto dall'esercizio di ricavare la matrice delle conduttanze si esegue nel modo illustrato nella pagina seguente:

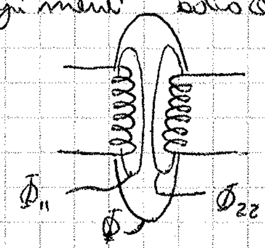


Effettuare l'analisi nodale del circuito in figura.

$$\left(V_1 = \frac{165}{12}\,V \quad V_2 = \frac{55}{12}\,V \quad V_3 = \frac{5}{3}\,V \quad i = \frac{23}{68}\,A \right)$$

I TRASFORMATORI

Si immagini di avere due avvolgimenti adiacenti in cui si può avere passaggio di corrente.



stesso verso di avvolgimento

Φ = flusso comune

Consideriamo Φ_{11} e Φ_{22} trascurabili

$m = \frac{N_2}{N_1}$ con N_2 numero di spire sull'avvolgimento destro e N_1 quelle nell'avvolgimento sinistro.

$m = \frac{1}{K}$; L'induzione magnetica è legata al campo magnetico da $B = \mu \cdot H$. $\oint H\, dl = i_c = i_1 N_1 + i_2 N_2$ dove i_c è la corrente complessivamente concatenata con il percorso di integrazione

Poiché $H = 0$ $\quad i_1 N_1 + i_2 N_2 = 0$

da cui $\frac{i_2}{i_1} = -\frac{N_1}{N_2}$ ▶ $i_2 = -\frac{1}{m} i_1$

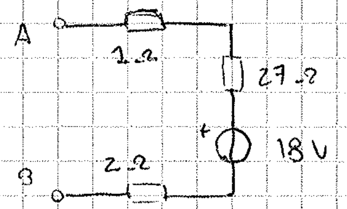
Invece $v_1 = N_1 \frac{d\Phi}{dt}$ $\quad v_2 = N_2 \frac{d\Phi}{dt}$ $\quad \frac{v_2}{v_1} = \frac{N_2}{N_1}$ ▶ $v_2 = m v_1$

Se il verso di avvolgimento di una spira è opposto al verso della seconda spira si ottengono le stesse formule ma cambiate di segno.

$$v_2 = -m v_1 \qquad i_2 = \frac{1}{m} i_1$$

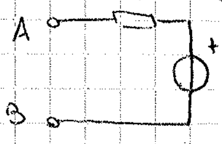
Per capire quali formule si devono usare si ~~[illegible]~~ usano come simbolo i pallini.

diventa quindi:

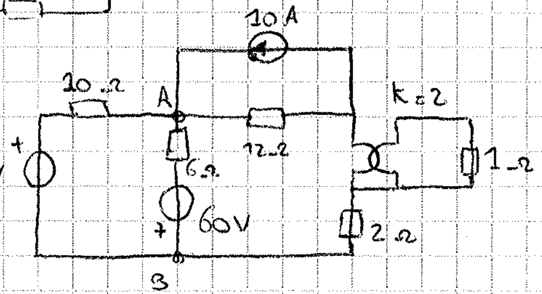


che diventa

27 Ω + 3 Ω = 30 Ω

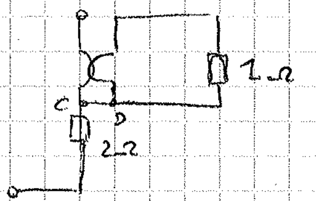


• calcolare V_{AB}.



Per calcolare V_{AB} è necessario usare il metodo del potenziale dei nodi ma prima bisogna portare il secondario al primario nel trasformatore

Considero quel ramo:

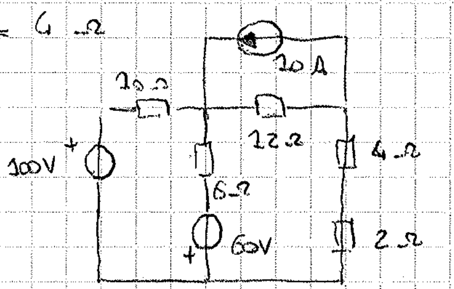


il tratto CD è eliminabile dato che se si segue la KCL in C e in D si capisce che non ci scorre corrente.

$V_{eq} = 0$

$R_{eq} = 1 \cdot k^2 = 1 \cdot 4 = 4\ \Omega$

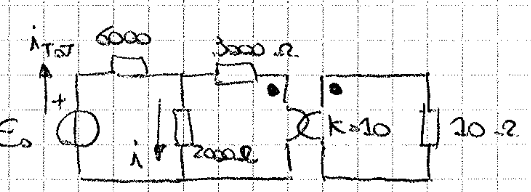
ottenendo così:



allora si può procedere con l'analisi nodale trasformando tutti i rami Norton-trasformabili.

$\left(V_{AB} = \frac{600}{29}\ V \right)$

• Calcolare E_0 tale che $i = 10$ mA. Calcolare la potenza assorbita dal carico di 10 Ω



Uso Thevenin e riporto il secondario e primario $10^2 = k^2$ $R_{eq} = 10 \cdot k^2 = 1000\ \Omega$

R equivalente totale $= 7333\ \Omega$

$\frac{E_0}{7333} = i_{TOT}$

potenza assorbita da 10 Ω:

$P_{10} = 1000 \cdot (i_{TOT} - i)^2$

$\frac{i_{TOT} \cdot 6000}{6000} = 0{,}01$ A

$\frac{E_0 \cdot 6000}{7333 \cdot 6000} = 0{,}01$

$E_0 = \frac{660\,000}{6000} = 110$ V

$R_{eq} = \frac{20\cdot10}{30} + \frac{5\cdot25}{30} = \frac{200}{30} + \frac{125}{30} = \frac{325}{30}\ \Omega$

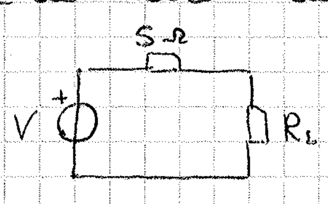
$V_{eq} = V_{D3} = 30V$

P_{max} trasferibile ad R vale $\frac{30^2}{4\cdot\frac{325}{30}} = 20,76\ W$

- Dato un circuito di alimentazione con potenza disponibile di 20 W su carico adattato pari a 5 Ω calcolare la potenza dissipata su un resistore da 15 Ω di tale alimentatore.

Se dice che il carico adattato vale 5 Ω allora $R_{INT} = 5\ \Omega$

Si ha:



e $P_{max} = 20 = \frac{V^2}{4R_{Th}}$

$V = \sqrt{20\cdot4\cdot R_{Th}} = \sqrt{400} = 20V$

La potenza dissipata su $R_{L_2} = 15\ \Omega$ vale

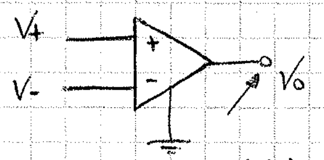
$P_{diss_2} = R_{L_2}\, i^2$ con $i = \frac{20}{20} = 1A$

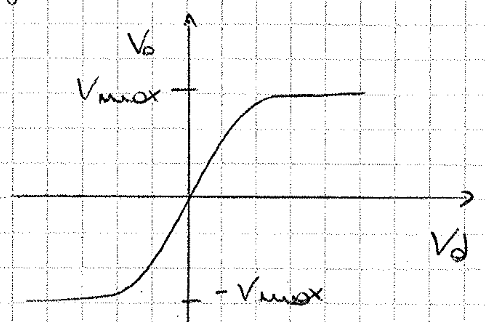
$P_{diss_2} = 15\ W < 20W = P_{max}$ trasferibile

AMPLIFICATORI OPERAZIONALI RICHIAMI DI TEORIA.

Circuito integrato analogico costituito da gran numero di transistori e resistori.

Rappresentazione



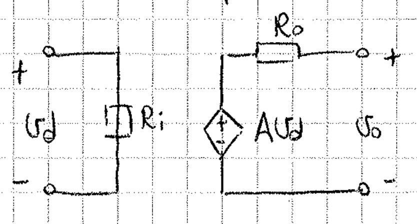


2 INGRESSI 1 USCITA(V_0) e COLLEGAMENTO A TERRA

Tensione tra i due ingressi $V_d = V^+ - V^-$

Si notano 3 regioni nel grafico $V_0 - V_d$: una lineare e due di saturazione. Ci interessa la parte lineare.

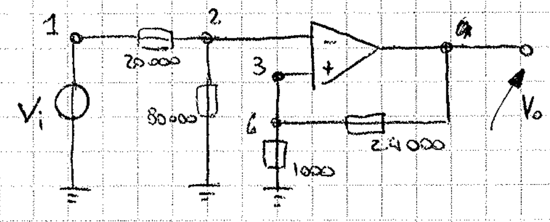
Un circuito equivalente realistico può essere (in fase lineare)



R_i = resistenza di ingresso

R_o = // di uscita

A = guadagno ad anello aperto



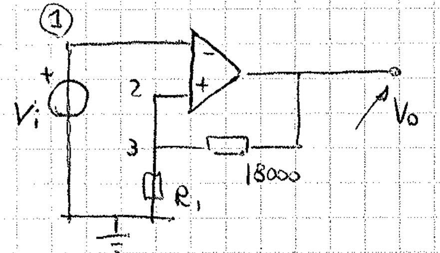
$V_1 = V_i$

$V_2 = V_3$

(2) $-\dfrac{V_i - V_2}{20000} + \dfrac{V_2}{80000} = 0 \qquad \dfrac{V_i}{20000} = \dfrac{V_2}{20000} + \dfrac{V_2}{80000} \Rightarrow \dfrac{(4+1)V_2}{4} = V_i$

(4) $-\dfrac{V_o - V_4}{24000} + \dfrac{V_4}{1000} = 0 \qquad V_4 = V_3 = V_2 = \dfrac{4}{5} V_i$

$V_4 \dfrac{25}{26000} = \dfrac{V_o}{24000} \qquad 25 V_4 = V_o \qquad 20 V_i = V_o \qquad \dfrac{V_o}{V_i} = 20$

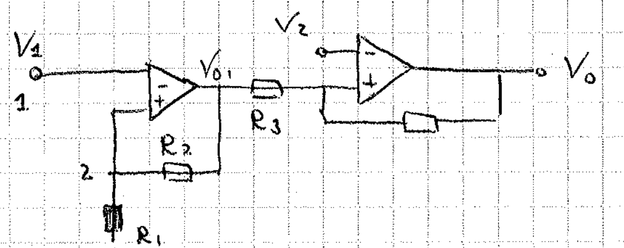


R_1 tale che $\dfrac{V_o}{V_i} = 10$?

$V_1 = V_i = V_2 = V_3$

(3) $-\dfrac{V_o - V_i}{18000} + \dfrac{V_i}{R_1} = 0 \qquad \dfrac{R_1 + 18000}{\cancel{18000}\, R_1} V_i = V_o / \cancel{18000}$

$1 + \dfrac{18000}{R_1} = \dfrac{V_o}{V_i} \qquad R_1 = 2000\ \Omega$



V_o ?

(2) $V_2 = V_1 \qquad -\dfrac{V_{o1} - V_2}{R_2} + \dfrac{V_2}{R_1} = 0 \qquad \dfrac{R_2 + R_1}{R_2 R_1} V_2 = \dfrac{V_{o1}}{R_2}$

$\dfrac{R_1 + R_2}{R_1} V_1 = V_{o1}$

Nel 2° op. amp.

$V_2 = V_3 \qquad -\dfrac{V_{o1} - V_3}{R_3} - \dfrac{V_{o2} - V_3}{R_4} = 0 \qquad -\dfrac{R_2 + R_1}{R_1 R_3} V_1 + \dfrac{V_2}{R_3} - \dfrac{V_{o2}}{R_4} + \dfrac{V_2}{R_4} = 0$

$\dfrac{V_{o2}}{R_4} = \left(\dfrac{1}{R_3} + \dfrac{1}{R_4}\right) V_2 - \dfrac{R_2 + R_1}{R_1 R_3} V_1$

$V_{o2} = \dfrac{R_3 + R_4}{R_3} V_2 - \dfrac{R_2 R_4}{R_1 R_3} V_1 - \dfrac{R_4}{R_3} V_1$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 27 di 68

$\frac{30 \cdot 4}{7} = V_{02} = 17,62\ V \qquad V_{\alpha} = -11,42\ V$

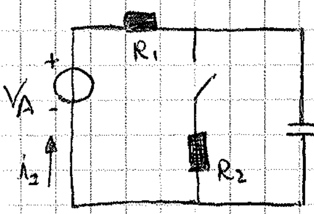
TRANSITORI IN CIRCUITI DEL 1° ORDINE

formule costitutive degli elementi

$V_c(t) = [V_{c(0)} - V_s]\, e^{-t/\tau} + V_s \qquad i_L(t) = [i_{L(0)} - I_s]\, e^{-t/\tau} + I_s$

$\tau_c = RC \qquad \tau_L = \frac{L}{R}$

- $V_{c(t)}$?



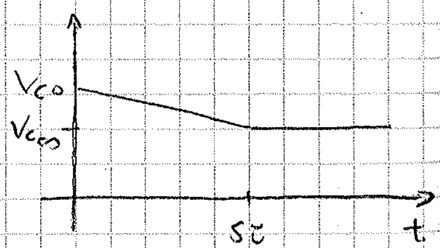
Inizialmente V_c è uguale a V_A per $t = 0^-$

e non c'è passaggio di corrente i_1 da nessuna parte
poi a $t_0 = 0$ si ha che la corrente comincia a scorrere nel ramo SX e quello centrale

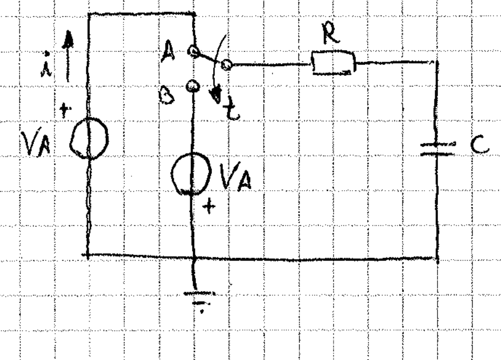
$V_{c\infty}$: è $\frac{V_A}{R_1+R_2} \cdot R_2 = V_{c\infty}$

$$V_c(t) = \left(V_A - \frac{V_A}{R_1+R_2} R_2\right) e^{-t/\tau} + \frac{R_2 V_A}{R_1+R_2}$$

$$V_c(t) = V_A \left[\left(1 - \frac{R_2}{R_1+R_2}\right) e^{-t/\tau} + \frac{R_2}{R_1+R_2}\right]$$



- a $t=0$ vi è un passaggio da A a B
  $V_c(t)$?



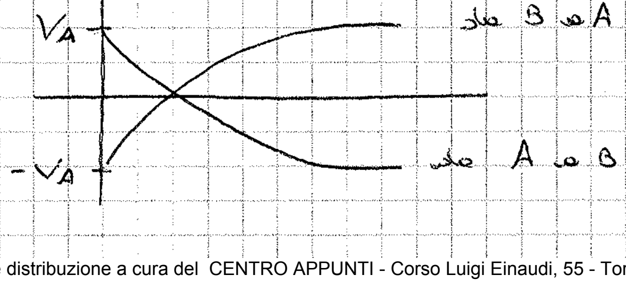
per $t \to 0^-$ $\quad V_c = V_A$ e $i = 0$

poi si ha $A \to B$ in $t = 0$

$V_{c\infty} = -V_A$

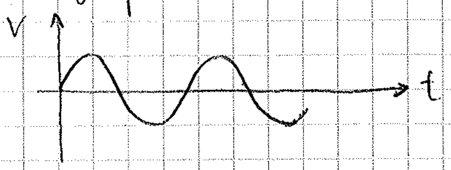
$$V_c(t) = (V_{A0} - V_\infty) e^{-\frac{t}{\tau}} - V_A = (V_A + V_A) e^{-t/\tau} - V_A = 2V_A e^{-t/RC} - V_A$$

$$V_c(t) = V_A \left(2e^{-t/RC} - 1\right)$$



CORRENTE ALTERNATA richiami di Teoria — CAPITOLO-3 : AC

I segnali in ingresso sono sinusoidali ed isofrequenziali



Per la risoluzione delle reti in regime sinusoidale si usa un metodo detto dei FASORI.

Si tratta brevemente di trasformare una grandezza presente nel circuito in un numero complesso in forma esponenziale detto FASORE. (che sia una resistenza, una induttanza, capacità, un generatore o una corrente).

Una volta ottenuti i fasori di tutte queste grandezze è possibile risolvere il circuito alla stregua di un circuito lineare resistivo usando gli stessi teoremi.

Nel dominio dei fasori valgono le regole dei numeri complessi.

$$z_1 + z_2 = (x_1 + x_2),\ i(y_1 + y_2)$$

$$z_1 - z_2 = (x_1 - x_2),\ i(y_1 - y_2)$$

$$z_1 \cdot z_2 = r_1 r_2 \angle(\theta_1 + \theta_2)$$

$$z_1 / z_2 = r_1 / r_2 \angle(\varphi_1 - \varphi_2)$$

- scrittura di un numero complesso:

$$Z = x + iy = re^{i\varphi} = \sqrt{x^2+y^2}\, e^{i \arctan\left(\frac{y}{x}\right)} = \rho(\cos\varphi + i \sin\varphi)$$

RESISTENZA

▶ $Z = R$

INDUTTORE

▶ $Z = j\omega L$

CAPACITÀ

▶ $Z = -\frac{j}{\omega C}$

$$A\cos(\omega t + \Phi) = Ae^{i\Phi}$$

$$A\,\text{sen}(\omega t) = A\cos(\omega t - 90) = Ae^{i\,-90}$$

$$-A\,\text{sen}(\omega t) = A\cos(\omega t + 90) = Ae^{i\,90}$$

$$-A\cos(\omega t) = A\cos(\omega t + 180) = Ae^{i\,180}$$

N.B. Ricondursi sempre alla forma $x(t) = A\cos(\omega t + \Phi)$

$Z_T = R + Z_{LC} = 50 + i\,16,70 = 52,71\, e^{i\,18,5}\ \Omega$

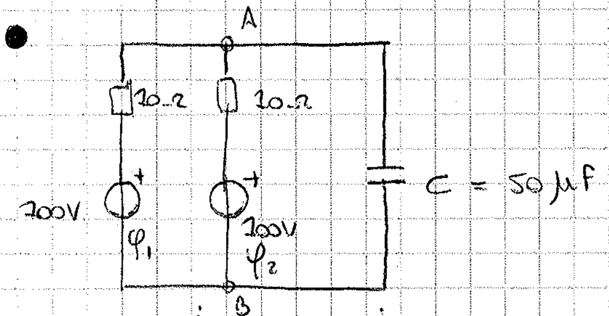
$I = \dfrac{E\,e^{i0}}{52,71\, e^{-i18}} = 1,89\, e^{-i18,5}$ A

$V_R = R \cdot I = 50 \cdot 1,89\, e^{i-18,5} = 94.5\, e^{-i18,5}$ V

$V_{LC} = Z_{LC} \cdot I = 31,56\, e^{i71,5}$ V

Quindi $I_L = \dfrac{V_{LC}}{Z_L} = \dfrac{31,56\, e^{i71,5}}{15,7\, e^{i90}} = 2,01\, e^{-i18,5}$ A

$I_C = \dfrac{V_{LC}}{Z_C} = \dfrac{31,56\, e^{i71,5}}{318.3\, e^{-i90}} = 0,10\, e^{i161,5}$ A



$f = 50$ Hz

$\omega = 314 \frac{rad}{sec}$

$\varphi_1 = 0°$ $\quad \varphi_2 = 90°$

$Z_C = -\dfrac{i}{\omega C} = \dfrac{-i}{314 \cdot 50 \cdot 10^{-6}} = -i\,63,66\ \Omega$

Il circuito rispetta le ipotesi di Millman

$$V_{AB} = \frac{\frac{E_1}{R_1} + \frac{E_2}{R_2}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_1} + \frac{1}{Z_C}} = \frac{\frac{100}{10} + \frac{100\, e^{i90}}{10}}{\frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{-i\,63,66}} = 70,48\, e^{i41}\ V$$

$I_C = \dfrac{V_{AB}}{Z_C} = \dfrac{70,48\, e^{i41}}{63,66\, e^{-i90}} = 1,11^{\,i131°}$ A

Per vedere le correnti nei generatori si ha:

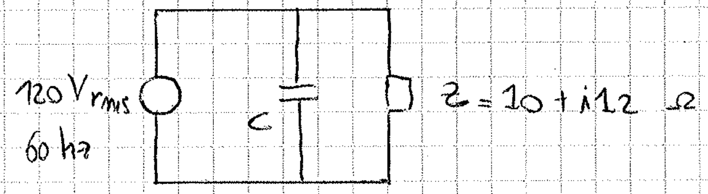
$V_{AB} + R_1 I_1 - E_1 = 0$

$I_1 = \dfrac{E_1 - V_{AB}}{R_1} = \dfrac{100 - 70.48\, e^{i41}}{10} = 10 - 5,32 - i\,4,62 = 6,58\, e^{-i44}$ A

Stesso cosa per E_2: $\quad V_{AB} + R_2 I_2 - E_2 = 0 \qquad I_2 = \dfrac{E_2 - V_{AB}}{R_2} = 7,57\, e^{i134°}$ A

$V_{R_1} = R_1 I_1 = 10 \cdot 6,58\, e^{-i44} = 65,8\, e^{-i44}$ ~~A~~ V

$V_{R_2} = R_2 I_2 = 10 \cdot 7,57\, e^{i134}$ V



pf? (power factor)

P_z?

Dimensionare C per avere pf = 1

$\omega = 376 \frac{rad}{sec}$

$I_z = \frac{120\angle 0°}{15,62\angle 50°} = 7,68 \angle -50°$

$P = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 7,68^2 = 294\ W$

$Q = \frac{1}{2} \cdot 12 \cdot 7,68^2 = 353\ VAr$

$15,62 \angle 50° = Z_{TOT}$

$S = 294 + i353\ VA$ $\qquad fp = 0,66$

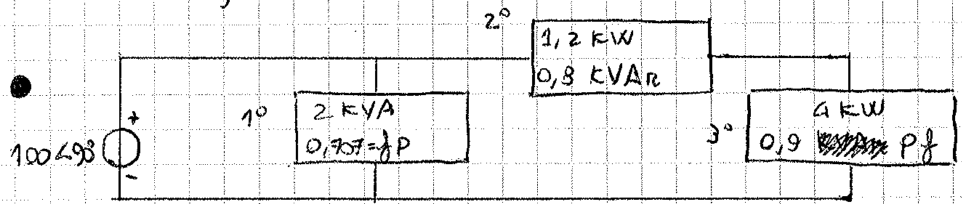
Perché sia $fp = 1 = \cos\varphi$ allora $tg\,\varphi = 0$ cioè $\frac{353 + Q_c}{294} = 0$

Q_c deve essere $= -353\ VAr$ $\qquad Z_c = -i12 = -\frac{i}{\omega C} = \frac{1\angle 270}{376 \cdot C}$

$C = \frac{1\angle 270}{12\angle 270 \cdot 376\angle 0} = 220\ \mu F$

ma aggiungendo dalle regole la corrente si dimezza e quindi

$C \simeq 110\ \mu F$



1° quadripolo $\qquad S = 2000\ VA$

$0,707 = \cos\varphi \qquad tg\,\varphi = 1 = \frac{Q}{P} \qquad Q = P$

$2000 \cos\varphi = 2000 \cdot 0,707 = +1414\ VAr$

$2000 \sin\varphi = 2000 \cdot 0,707 = +1414\ W$

$S = 1414 + i1414$

2° quadripolo

$1200\ W = S\cos\varphi = P$

$800\ VAr = Q \qquad S = 1200 - i800$

3° quadripolo

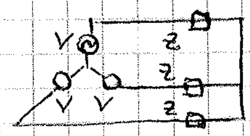
$S\cos\varphi = S \cdot 0,9 = 6000\ W$

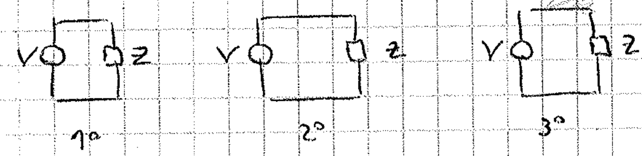
$S = \frac{6000}{0,9} = 6666\ VA$

$Q = 1937\ VAr$

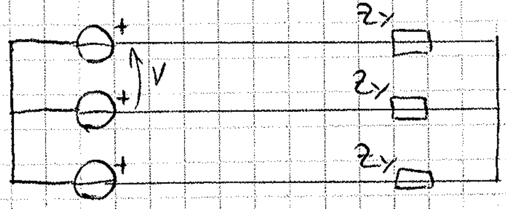
Potenza complessa del generatore $= 6614 + i277 = 6619 \angle 2,27° = 6,62\angle 2,27°\ kVA$

Inverso:





▶ Tutti uguali ma con fasi differenti



$Zy = 2 + i2\ \Omega$

$V = 400\ V$

carico equilibrato

Ricaviamo le tensioni di fase da quella concatenata

$E_1 = \frac{400}{\sqrt{3}} e^{i0} = 230\ e^{i0}\ V$

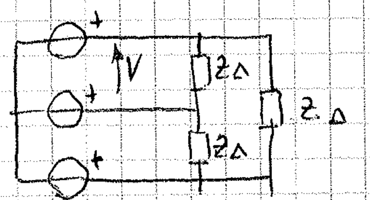
così otteniamo la corrente di fase $I_1 = \frac{E_1}{Zy} = \frac{230\ e^{i0}}{2\sqrt{2}\ e^{i45}} = 81{,}7\ e^{-i45}\ A$

$I_2 = \frac{E_2}{Zy} = \frac{230\ e^{i-120}}{2\sqrt{2}\ e^{i45}} = 81{,}65\ e^{-i165}\ A$

$I_3 = 81{,}65\ e^{i75}\ A$

Per il calcolo delle potenze si ha $3\left(\frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 81{,}65^2\right) = P = 40\ kW$

$3\left(\frac{1}{2} \cdot 2i \cdot 81{,}65^2\right) = Q = 40\ kVAr$



$V = 400\ V$

$Z\Delta = 3 + i3\ \Omega$

Si può trasformare il carico, da triangolo a stella.

$Zy = \frac{1}{3} Z\Delta = \frac{1}{3}(3 + i3) = 1 + i1\ \Omega$

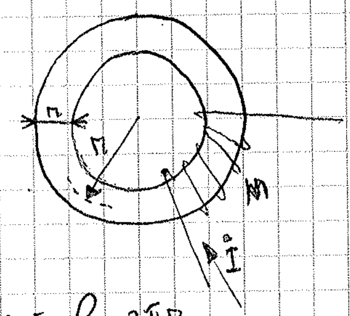
$E_1 = \frac{400}{\sqrt{3}} e^{i0} = 230\ e^{i0}\ V$ $\quad I_1 = \frac{E_1}{Zy} = \frac{230\ e^{i0}}{\sqrt{2}\ e^{i45}} = 163{,}6\ e^{-i45°}\ A$

$I_2 = 163{,}6\ e^{-i165}\ A$ $\quad I_3 = 163{,}6\ e^{i75}\ A$

Per le potenze si ha $P = 3\left(\frac{1}{2} R I^2\right) = 80\ kW = 3 \cdot \left(\frac{1}{2}\ 1 \cdot 163{,}6^2\right)$

CAPITOLO 4 : elettromeccanica.

Circuiti magnetici



$$N \cdot \dot{I} = \mathcal{I} \qquad \mathcal{I} = R_H \, \Phi_B$$

$$R_H = \frac{l}{\mu_0 \mu_r A} \quad \text{ed in questo caso } l = 2\pi R$$

N = numero di avvolgimenti $\dot{I}$ = corrente nel cavo.

$\mathcal{I}$ = forza magneto motrice

$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}\ Wb/A$

Φ_B = flusso magnetico R_H = riluttanza magnetica

Come si può notare, le leggi che lo descrivono sono simili a quelle che descrivono la corrente elettrica $V = i \cdot R$

- schema a inizio pagina. calcolare $\mathcal{I}$

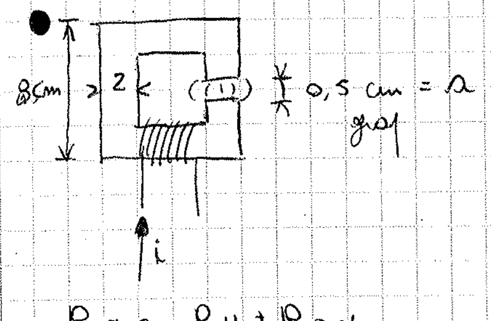
$\mu_r = 5000$ $R = 10\ cm$ $r = 2\ cm$ $N = 100$ $I(t) = 2\sin(200\pi t)$

$$R_H = \frac{l}{\mu_0 \mu_r A} = \frac{2\pi R}{5000 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot \pi r^2} = 8051 \ \frac{\text{Ampere}}{Wb}$$

$$\mathcal{I} = N \cdot 2e^{i0} = 100 \cdot 2e^{i0} = 200\ e^{i0} \qquad \mathcal{I} = \Phi R_H$$

$$\Phi = \frac{200\ e^{i0}}{8051} = 0{,}024\ Wb = 24\ mWb\ e^{i0}$$

$N \cdot \Phi = \lambda$ = flusso concatenato $= 100 \cdot 24 = 2{,}4\ mWb\ e^{i0}$

- 

calcolare i per avere $B = 0{,}25\ T$ nel traferro

$$B = \frac{\Phi}{\text{Area sezione}}$$

$R_{H\,TOT} = R_H + R_{gap}$ $\mu_r = 6000$

$500 \cdot i = \mathcal{I}$

$$A_{gap} = (2+0{,}5) \cdot (2+0{,}5) = 6{,}24 \cdot 10^{-4}\ m^2$$

per considerare gli effetti di bordo.

macchine elettriche. (la teoria della versione meccanica)

- motore DC da 50 hp, alimentato a 220 V con perdite a pieno carico di 3350 W. ω full load = 1150 rpm. In assenza di carico è 1200 rpm. i alimentazione? η full load e regolazione di velocità?

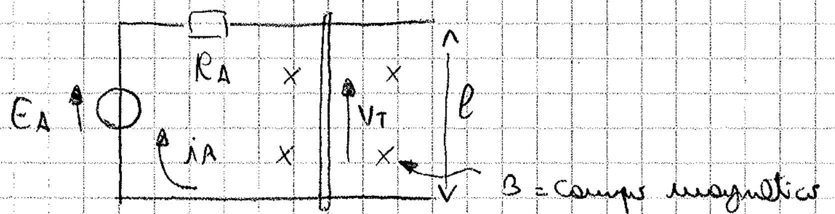
$$\frac{1200-1150}{1150} = 0{,}0434\ \% \quad \text{regolazione velocità} = 4{,}35\ \%$$

$$50 \cdot 746 = 37300\ W \iff 1\ hp = 746\ W$$

$$E_A I_A = P[W] = 37300 + 3350 \qquad I_A = \frac{37300}{220} = 180\ A$$

$$\eta = \frac{37300 - 3350}{37300} = 0{,}917 \Rightarrow 91{,}7\%$$

- vo la macchina lineare

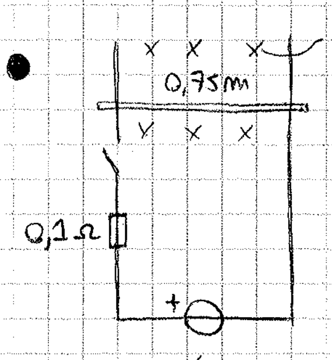


$i_A = 0$ se non c'è carico

$E_A = V_T \qquad E_A = B \cdot \ell \cdot \bar{v}$

Se V_T raddoppia $\rightarrow$ $\bar{v}$ raddoppia
Se R_A // $\rightarrow$ non cambia nulla
Se B raddoppia $\rightarrow$ $\bar{v}$ si dimezza

-



B = 1,3 T campo magnetico verso il lettore

Se l'interruttore si chiude dove si dirige la sbarra? Finizione? $\bar{v}$ finale?

Assenza di carico

$V_T = 5V \qquad i_A(t=0) = 50\ A$

Per determinare la direzione si usa la regola della mano destra

La sbarra va verso il basso. $F_{IN} = i_A\, \ell \times B = 50 \cdot 0{,}75 \cdot 1{,}3 = 48{,}7\ N$

$$5 = B \cdot \ell \cdot v \qquad v = \frac{5}{B \cdot \ell} = \frac{5}{1{,}3 \cdot 0{,}75} = 5{,}123\ m/sec$$

$K\phi = \frac{181,25}{157} = 1,15$ ma $T = I_A \cdot K\phi$ $I_A = \frac{T}{K\phi}$

$I_A = \frac{47,5}{1,15} = 41,3\ A$

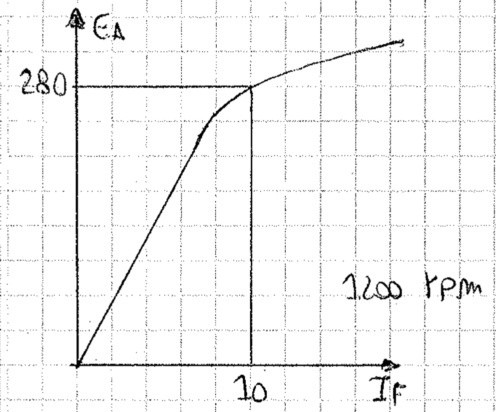
$V_T = E_A + I_A \cdot R_A = 193,6\ V$

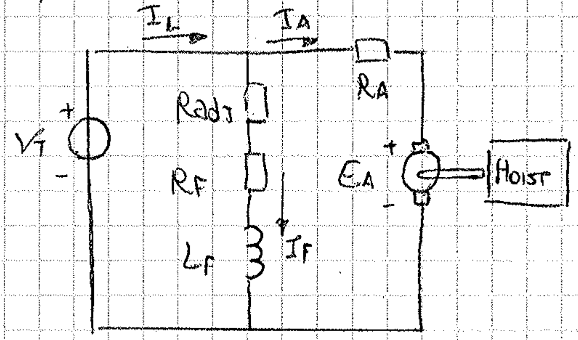
- motore DC collegato in parallelo. 50 hp $V_T = 300\,V$ $R_A = 0{,}065\,\Omega$

$R_F = 10\,\Omega$ $I_F = 10\,A$. Calcolare R_{adj}.

Alla velocità di 1200 rpm la perdita rotazionale è 1450 W.

Dopo aver applicato un carico pari a $T_{OUT} = 250\,Nm$ si determini la velocità del motore





$P[W] = 37300\,W$

1200 rpm a vuoto $\Rightarrow T = 0$

$E_A = K\phi\,\omega_m$ $K\phi = \frac{280}{125,6} = 2,22$ a 1200 rpm $E_{A_1} = 280\,V$

Una volta applicato il carico $T_{dev} = 250 + 11 = T_{OUT} + T$(persa in attriti)

dovuto alla perdita di 1450 W

$K\phi \cdot I_A = T_{dev}$ $\frac{261}{2,22} = I_A = 117,5\ A$

E_A diventa $300 - I_A R_A = 300 - 117,5 \cdot 0,065 = 292,3\ V$

$E_{A2} = K\phi\,\omega_m$ $\frac{292}{2,22} = 131\ \frac{rad}{sec} = \omega_2$ sotto carico

- Esempio di motore collegato in serie

1200 rpm $T_1 = 12\,N$ $P[W]\ out?$

$P = \omega \cdot T = 125,6 \cdot T_1 = 1507\ W$

Se la T_2 aumentasse fino a portarsi a $T_2 = 24\,N$

$\omega_2 = \sqrt{\frac{T_1}{T_2}}\ \omega_1 = \sqrt{\frac{12}{24}} \cdot 125,6 = 88\ \frac{rad}{sec}$ $P_{OUT_2} = 88 \cdot 24 = 2112\ W$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 43 di 68

$I_{linea} = I_s \cdot \sqrt{3} = 21{,}07 \cdot \sqrt{3} = 37{,}59 \ A_{rms}$

fattore di potenza $\cos(27{,}59) = 0{,}88 \Rightarrow 88\%$

$P_{IN} = 3 I_s V_s \cos\varphi$

perdite nel rame : di due tipi $3 I_s^2 R_s = P_s$

$3 I_R'^2 R'_R = P_R$

$P_{dev} = 3 \times \frac{1-s}{s} R'_R (I'_R)^2$

$P_{IN} = P_{dev} + P_R + P_S$ $\quad P_{OUT} = P_{dev} - P_{Rot}$ $\quad T_{OUT} = \frac{P_{OUT}}{\omega_m}$

$\eta = \frac{P_{OUT}}{P_{IN}}$

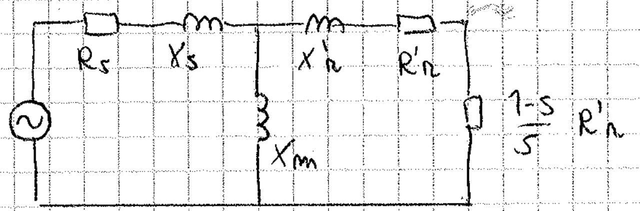
Per la coppia di avvio :

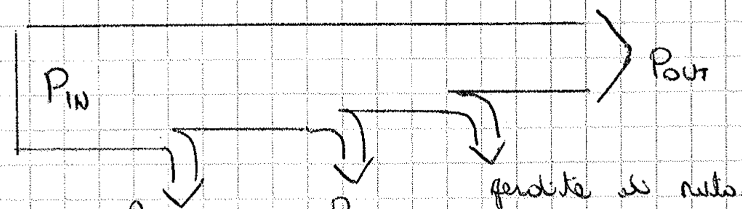
Calcolo Z_{eq} a $s = 1 \Rightarrow \frac{1-s}{s} R'_R = 0$ $\quad Z_{eq} = 3{,}314 \angle 57{,}68°$

$I_{s\,avvio} = \frac{V_s}{Z_{s\,avvio}} = 132{,}8 \angle -57° \ A_{rms}$ $\quad I_{linea} = I_s \cdot \sqrt{3}$

$P_{ag} = 3 R_{eq} (I_{s\,avvio})^2 = 30{,}75 \ kW$ $\quad T_{OUT\,avvio} = \frac{P_{ag}}{\omega_s} = 163{,}1 \ Nm$

Circuito equivalente motore:





perdite di rotazione ed attrito.

Perdite nel rame statore $= 3 R_s I_s^2$

Perdite nel rame nel rotore $= 3 R'_r (I'_r)^2$

$$\eta = \frac{P_{OUT}}{P_{IN}} \cdot 100\%$$

$$T_{dev} = \frac{P_{dev}}{\omega_m}$$

$$P_{ag} = P_{rame} + P_{dev}$$

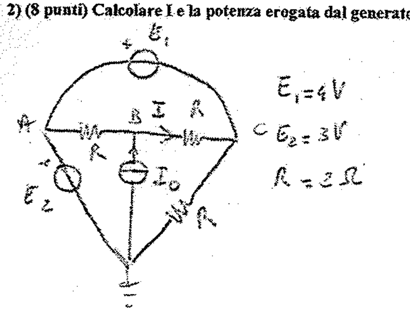
$$P_{dev} = (1-s)\, P_{ag}$$

$$T_{indotto} = \frac{P_{ag}}{\omega_s}$$

$$T_{dev} = \frac{(1-s)\, P_{ag}}{\omega_m}$$

IN SEGUITO SONO PRESENTI
PROVE DI ESAME DA
PROFESSORI e CORSI
VARI.

2) (8 punti) Calcolare I e la potenza erogata dal generatore Io. Dato Io=2A.



$E_1 = 4V$

$E_2 = 3V$

$R = 2\Omega$

$v_A = E_2 = 4V$

$v_C = E_2 - E_1 = -1V$

Nodo B $\quad \dfrac{v_B - v_A}{R} + \dfrac{v_B - v_C}{R} = I_0$

$\Rightarrow v_B = 3V$

$\Rightarrow I = \dfrac{v_B - v_C}{R} = 2A$

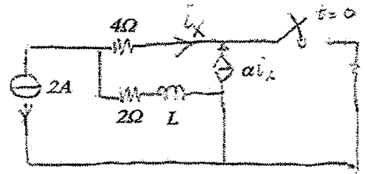
$P^e_{I_0} = v_B \cdot I_0 = 6W$

Rispondere utilizzando solo le righe sottostanti:

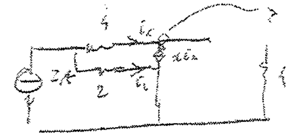
DOMANDA B) (2 punti) A cosa serve il rifasamento del carico?

serve per diminuire la potenza reattiva a parità di potenza attiva trasmessa al carico. La riduzione di potenza reattiva diminuisce il livello di corrente sulla linea, diminuendo la potenza persa sulla linea. ... rifasamento su carico induttivo con capacità in parallelo

3) (8 punti) Calcolare l'espressione del transitorio ix(t) e disegnarne un grafico
Dati α=5/2 e L=2H.



$t<0$

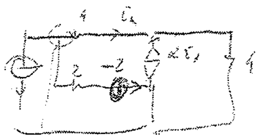


KCL $\quad i_x + \alpha i_x = 0$

$i_x = 0$

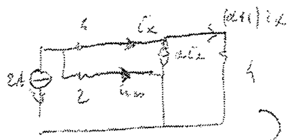
$i_L = -2A$

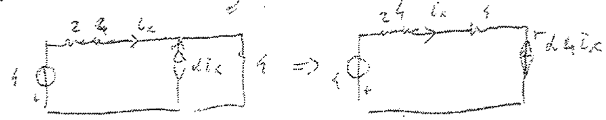
$t=0^+$



KCL $\quad 2 - 2 + i_x = 0 \quad i_x = 0 \quad t = 0^+$

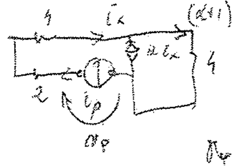
$t \to \infty$





$i_x = \dfrac{-4 - 2\alpha i_x}{10} \Rightarrow i_{x\infty} = -\dfrac{1}{5} = -0{,}2A \quad \alpha = \frac{5}{2}$

τ

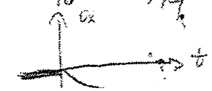


$i_x = i_p$

$v_p = (2+4) i_x + (\alpha+1) i_x \cdot 4 = (10 + 4\alpha) i_p$

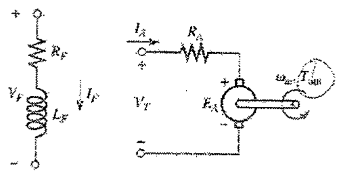
$R_{eq} = \dfrac{v_p}{i_p} = 20\,\Omega \qquad \tau = \dfrac{1}{10} \sec = L/R_{eq}$

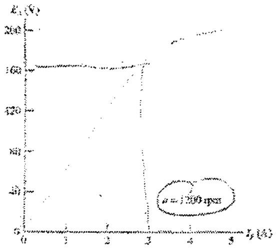
$i_x(t) = \begin{cases} 0 & t \le 0 \\ +\frac{1}{5}\left(e^{-10t} - 1\right) & t \ge 0 \end{cases}$ è continua in 0



© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 49 di 68

2) (8 punti) **Un motore a corrente continua a eccitazione separata con curva di magnetizzazione in figura sta lavorando per I_F=3 A (corrente del circuito di campo) a n=1400rpm con una potenza sviluppata di P_{dev}=9hp(1hp=746W cavallo vapore britannico).**
Date le resistenze di armatura R_A=0.5Ω e di campo R_F=50Ω, calcolare la tensione V_F del circuito di campo, la coppia sviluppata T_{dev}, la corrente I_A e la tensione V_T del circuito di armatura





$T_{ind} = T_{dev}$

$V_F = I_F R_F = 3 \cdot 50 = 150V$

$E_A^{1200} = 160V$ $\qquad \omega_m = \frac{rad}{sec} = \frac{n \cdot 2\pi}{60} = 146,6\ rad/sec$

$E_A = k\phi\omega_m \propto n$

$E_A^{1400} = \frac{1400}{1200} E_A^{(1200)} = 186.7\ V$

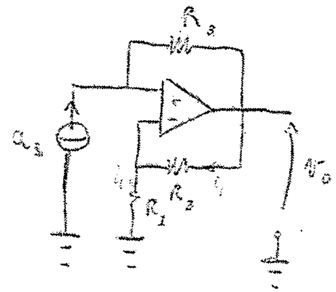
$P_{dev} = 9hp = 9 \cdot 746\ V = 6714\ W$

$I_A = \frac{P_{dev}}{E_A} = 35.96\ A$

$T_{dev} = \frac{P_{dev}}{\omega_m} = 45.798\ Nm.$

$V_T = E_A + R_A I_A = 204.68\ V$

3) (8 punti) Calcolare Vo in funzione dei parametri del circuito (a_s, R_1,R_2, R_3)



$v_+ = a_s R_3 + v_0$

$v_+ = v_- = a_s R_3 + v_0$

$i_1 = \frac{a_s R_3 + v_0}{R_1}$

$v_0 = (R_1 + R_2)\, i_1 \Rightarrow \qquad v_0 = \frac{(a_s R_3 + v_0)(R_1 + R_2)}{R_1}$

$R_1 v_0 - (R_1 + R_2) v_0 = (a_s R_3)(R_1 + R_2)$

$-v_0 R_2 = a_s R_3 (R_1 + R_2)$

$v_0 = -a_s R_3 \left(1 + \frac{R_1}{R_2}\right)$

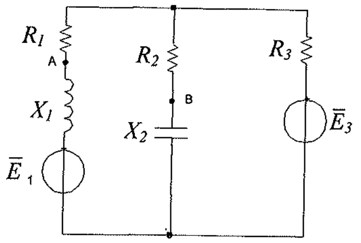
Rispondere utilizzando solo le righe sottostanti:
DOMANDA C) (2 punti) Perche' nei circuiti transitori del primo ordine la variabile di stato e' continua?

perché è legata all'energia e l'energia non può essere discontinua
in circuiti non dissipativi per evitare potenze infinite

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 51 di 68

ESERCIZIO 2 – REGIME SINUSOIDALE

Data la rete in regime sinusoidale rappresentata in figura ed i cui valori dei parametri sono:



$\overline{E}_1 = 10 + j\,10$ V

$\overline{E}_3 = 20$ V

$R_1 = 20\ \Omega$

$R_2 = 10\ \Omega$

$R_3 = 20\ \Omega$

$X_1 = 15\ \Omega$

$X_2 = 10\ \Omega$

Si assuma che i moduli dei numeri complessi dati sono pari ai valori efficaci delle rispettive sinusoidi.

Determinare:

- il fasore associato alla tensione v_{AB} — $\overline{V}_{AB} =$ _______ **V**
- la potenza attiva e reattiva erogata dal generatore E_3 — $P_{E3} =$ _______ **W**

$Q_{E3} =$ _______ **VAR**

Svolgimento

ESERCIZIO N°4: MOTORE ASINCRONO

Di un motore asincrono trifase, avente gli avvolgimenti di statore collegati a stella, presenta i seguenti dati nominali:

- tensione $V_n = 380$ V
- frequenza $f_n = 50$ Hz
- velocità $\upsilon_n = 1440$ r.p.m
- fattore di potenza $\cos\varphi = 0.80$
- perdite complessive $P_{loss} = 1200$ W
- rendimento $\eta_n = 90$ %

Relativamente a questi valori, calcolare:

1. la potenza resa **P_n = ________ kW**
2. la corrente assorbita **I_n = ________ A**
3. lo scorrimento **s = ________ %**

Collegato il motore a triangolo, alimentato dalla stessa tensione di linea, determinare in corrispondenza della velocità nominale:

4. la coppia erogata **C_Δ = ________ Nm**
5. la corrente assorbita dalla linea **I_Δ = ________ A**

Svolgimento

ESERCIZIO 2

Dato il circuito in Figura 2 calcolare l'andamento di *i(t)* all'apertura dell'interruttore e rappresentarlo graficamente. Calcolare inoltre l'andamento temporale della potenza assorbita dalla resistenza R_1 e l'energia massima accumulata dall'induttore.

Dati: A = 5 A; R_1 = 10 Ω; L = 2 mH; R_2 = 10 Ω; E = 100 V

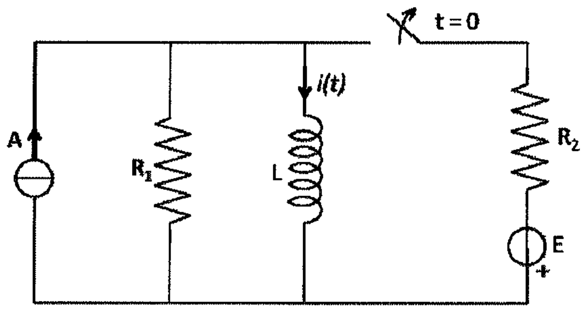
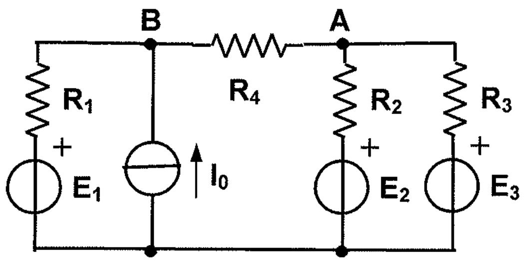


Figura 2

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 57 di 68

ELETTROTECNICA (01AUL) 15/02/2012

1)



Il circuito, in regime stazionario, ha i parametri:

$R_1 = 10\ \Omega$ $R_2 = 8\ \Omega$ $R_3 = 8\ \Omega$ $R_4 = 6\Omega$

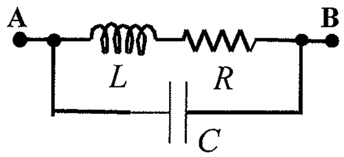
$E_1 = 130$ V $E_2 = 150$ V $E_3 = 150$ V $I_0 = 5$ A

a) Calcolare il valore della corrente nel resistore R_4 indicandone il verso.

b) Determinare le potenze erogate da tutti i generatori.

c) Determinare il valore della corrente I_0 in modo che la tensione tra i nodi A e B sia pari a 12 V (morsetto positivo in A).

2)



Il bipolo in figura, alimentato alla tensione $V = 100$ V, 200 Hz, assorbe una potenza attiva di $P = 192$ W e una potenza reattiva $Q = 46$ Var. Sapendo che il resistore è caratterizzato da un valore di resistenza $R = 48\ \Omega$,

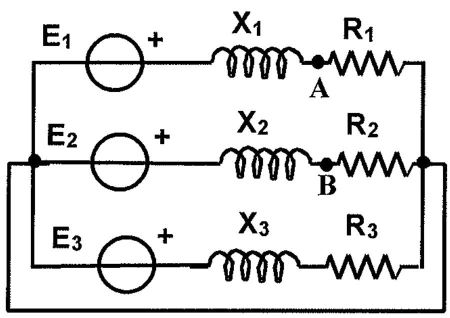
a) determinare i valori di capacità e induttanza.

b) Calcolare la frequenza (>0) per cui il bipolo ha un comportamento puramente resistivo e la corrispondente potenza attiva assorbita dal bipolo stesso (a parità di tensione di alimentazione).

Alla tensione di 100 V, 200 Hz viene sovrapposta una tensione stazionaria di 72 V

c) Calcolare le potenze attiva, reattiva apparente e deformante fornite al bipolo.

3)



La terna di alimentazione è simmetrica e destrorsa con frequenza di 50 Hz e le tensioni di fase a stella sono E = 120 V.

I carichi sono costituiti dai seguenti parametri:

$R_1 = R_2 = R_3 = 40\ \Omega$ $X_1 = X_2 = X_3 = 30\ \Omega$

Il conduttore di neutro è di impedenza trascurabile.

a) Calcolare le potenze globalmente erogate dai tre generatori e la differenza di potenziale tra A e B.

La reattanza X_1 è sostituita da un corto circuito.

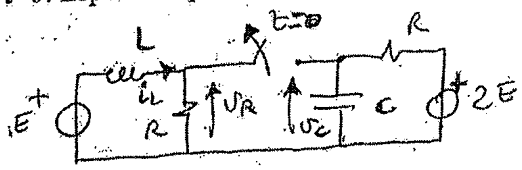
b) Calcolare la corrente nel conduttore di neutro e il nuovo valore della differenza di potenziale V_{AB}

TEMA 2 (di ELETTROTECNICA I)

TEMA A

NON USARE IL METODO DELLE TRASFORMATE DI LAPLACE.

Prima dell'apertura dell'interruttore la rete è in condizioni di regime. L'interruttore si **apre** nell'istante t=0.
I due generatori sono in continua.
Esprimere in funzione di ***E, R, L*** e ***C***. l'energia immagazzinata nell'induttore e nel condensatore al tempo ***t=0***. Esprimere poi la tensione $V_R(t)$ per ***t>0***.



In regime stazionario (continua)

$L \Rightarrow$ circuito aperto $\quad C \Rightarrow$ circuito aperto

Quindi $v_C(0) = E$; $i_L(0) = \phi$; $w_C(0) = \frac{1}{2} C v_C^2 = \frac{1}{2} C E^2$

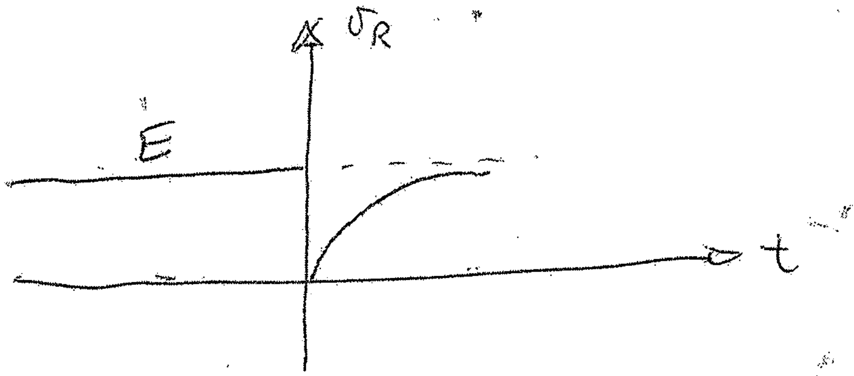
$w_L(0) = \frac{1}{2} L i_L^2 = \phi$

a $t = 0^+$ $\quad i_L(0) = \phi$ e $v_R(0^+) = \phi$

a $t = \infty$ (in continua) $\quad v_{R\infty} = E$

$\tau = L/R_{eq}$ con $R_{eq} = R \Rightarrow \tau = L/R$

$v_R(t) = E\left(1 - e^{-t/\tau}\right)$

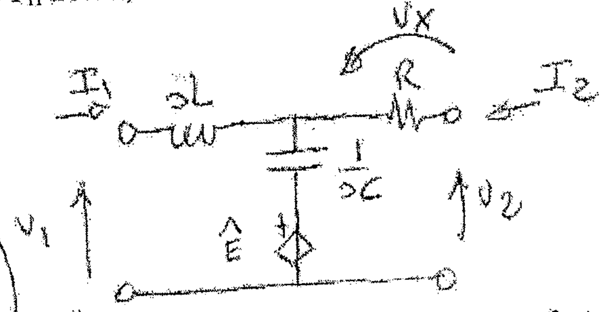


TEMA A

TEMA 4 (di ELETTROTECNICA II)

Calcolare la matrice delle ammettenze del doppio bipolo indicato in figura.
Considerando poi l'espressione di Y_{11} trovata, dire se la rete è stabile giustificando la risposta.

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11}(s) & Y_{12}(s) \\ Y_{21}(s) & Y_{22}(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix}$$



(Alimento in tensione V_1 e V_2, $\hat{E} = 3V_X$)

$\hat{E} = 3V_X$ $\quad C = 1F$; $L = 2H$; $R = 5\Omega$

$$V_{AB} = V_2 + V_X = \frac{V_1 R + V_2 sL + \hat{E} s^2 RLC}{R + sL + s^2 RLC} \leftarrow \text{Millman}$$

ottengo $V_X = \dfrac{V_1 R - V_2(R + s^2 RLC)}{\Delta}$; $V_{AB} = \dfrac{V_1 R + V_2(sL - 3s^2 RLC)}{\Delta}$

$$\Delta = R + sL - 2s^2 RLC$$

$$I_1 = \frac{V_1 - V_{AB}}{sL} = \frac{V_1(1 - 2sRC) - V_2(1 - 3sRC)}{\Delta}$$

$$I_2 = -\frac{V_X}{R} = \frac{V_2(1 + s^2 LC) - V_1}{\Delta}$$

$$\underline{\underline{Y}} = \frac{1}{R + sL - 2s^2 RLC} \begin{bmatrix} 1 - 2sRC & 3sRC - 1 \\ -1 & 1 + s^2 LC \end{bmatrix} = \frac{1}{5 + 2s - 10s^2} \begin{bmatrix} 1 - 10s & 15s - 1 \\ -1 & 1 + 10s^2 \end{bmatrix}$$

I poli di $\underline{\underline{Y}}$ sono $s_p = \dfrac{1 \mp \sqrt{51}}{10}$ e sono ricavati ponendo $\Delta = 0$

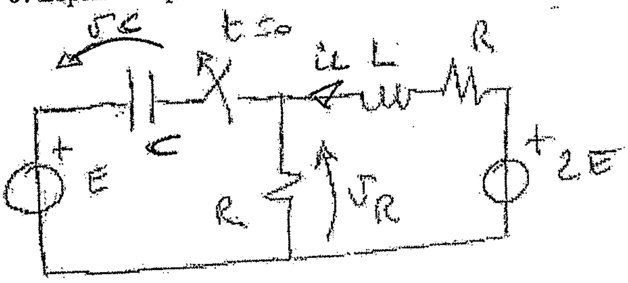
Esiste polo con parte reale positiva e quindi la rete non è stabile.

TEMA B

TEMA 2 (di ELETTROTECNICA I)

NON USARE IL METODO DELLE TRASFORMATE DI LAPLACE.

Prima dell'apertura dell'interruttore la rete è in condizioni di regime. L'interruttore si **apre** nell'istante t=0.
I due generatori sono in continua.
Esprimere in funzione di ***E, R, L*** e ***C***. l'energia immagazzinata nell'induttore e nel condensatore al tempo ***t=0***. Esprimere poi la tensione $V_R(t)$ per $t>0$.



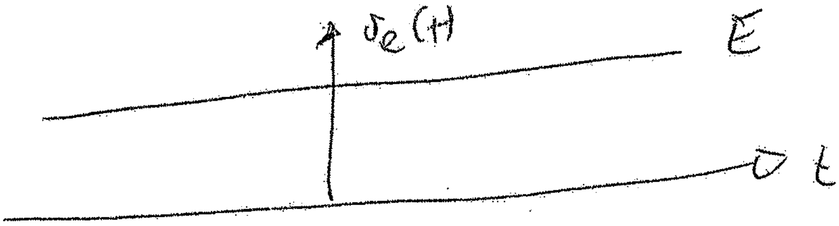
$$v_C(0^-) = \phi = v_C(0^+)$$

$$i_L(0^-) = \frac{2E}{2R} = \frac{E}{R} = i_L(0^+)$$

$$w_C(0) = \frac{1}{2} C v_C^2 = \phi \; ; \; w_L(0) = \frac{1}{2} L i_L^2 = \frac{1}{2} L \left(\frac{E}{R}\right)^2$$

$$v_{R\infty} = E \; ; \; v_R(0^+) = E \; (\text{non c'è transitorio}) \quad \tau = \frac{L}{R_{eq}} = \frac{L}{2R}$$

$$v_R(t) = E \quad \forall t$$

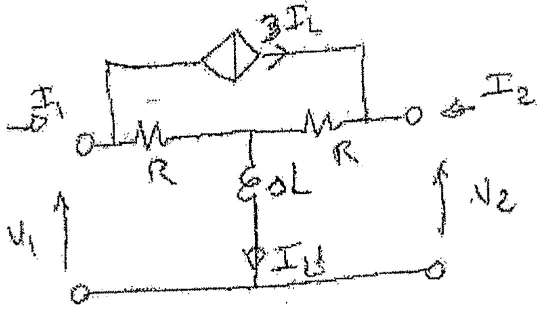


TEMA B

TEMA 4 (di ELETTROTECNICA II)

Calcolare la matrice delle impedenze del doppio bipolo indicato in figura.
Considerando poi l'espressione di Z_{11} trovata, dire se la rete è stabile giustificando la risposta.

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11}(s) & Z_{12}(s) \\ Z_{21}(s) & Z_{22}(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix}$$



$R = 5\,\Omega$
$L = 1\,H$

$I_2 = 0$

$I_L = I_R + 3I_L$; $I_1 = 3I_L + I_R$ da cui ottengo

$I_L = I_1$; $I_R = -2I_1$; $V_1 = RI_R + sLI_L = I_1(-2R + sL)$

$V_2 = 3RI_L + sLI_L = I_1(3R + sL)$; $Z_{11} = -2R + sL$; $Z_{21} = 3R + sL$

Per $I_1 = 0$ $\quad I_L = I_2$, $I_1 = 0 = I_R + 3I_L$

da cui $I_L = I_2$ $\quad I_R = -3I_2$ $\qquad Z_{12} = -3R + sL$

$V_1 = RI_R + sLI_L = I_2(-3R + sL)$; $\qquad Z_{22} = 4R + sL$

$V_2 = R(3I_L + I_2) + sLI_L = I_2(4R + sL)$

$$\underline{\underline{Z}} = \begin{bmatrix} -2R + sL & -3R + sL \\ 3R + sL & 4R + sL \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s - 10 & s - 15 \\ s + 15 & s + 20 \end{bmatrix}$$

$\underline{Z}$ non ha poli (al finito) e la rete è quindi stabile.