Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino

Appunti universitari
Tesi di laurea
Cartoleria e cancelleria
Stampa file e fotocopie
Print on demand
Rilegature

NUMERO: 868

DATA: 12/03/2014

A P P U N T I

STUDENTE: Cane

MATERIA: Essenziale di Fisica II + Eserc.

Prof. Rossani

Il presente lavoro nasce dall'impegno dell'autore ed è distribuito in accordo con il Centro Appunti.
Tutti i diritti sono riservati. È vietata qualsiasi riproduzione, copia totale o parziale, dei contenuti inseriti nel presente volume, ivi inclusa la memorizzazione, rielaborazione, diffusione o distribuzione dei contenuti stessi mediante qualunque supporto magnetico o cartaceo, piattaforma tecnologica o rete telematica, senza previa autorizzazione scritta dell'autore.

ATTENZIONE: QUESTI APPUNTI SONO FATTI DA STUDENTI E NON SONO STATI VISIONATI DAL DOCENTE.
IL NOME DEL PROFESSORE, SERVE SOLO PER IDENTIFICARE IL CORSO.

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 3 di 190

FISICA II

PROF.: ALBERTO ROSSANI
LIBRO: INTRODUZIONE ALLA FISICA MATEMATICA
E-mail: alberto.rossani@polito.it

EXAM: 1) Teoria
2) Teoria
3) Esercizio

Il campo Vettoriale (V) è definito come: $V = V(x, y, z)$

In cui abbiamo termini quadratici e termini misti

Chiamiamo $\varphi(x_0, y_0, z_0) = a$ e

$$\left.\frac{\partial \varphi}{\partial x}\right|_0 = b_1 \; ; \; \left.\frac{\partial \varphi}{\partial y}\right|_0 = b_2 \; ; \; \left.\frac{\partial \varphi}{\partial z}\right|_0 = b_3$$

Se vale l'uguaglianza $\varphi(x,y,z) = \varphi(x_0,y_0,z_0)$ allora possiamo scrivere

$$\left.\frac{\partial \varphi}{\partial x}\right|_0 (x-x_0) + \left.\frac{\partial \varphi}{\partial y}\right|_0 (y-y_0) + \left.\frac{\partial \varphi}{\partial z}\right|_0 (z-z_0) + \dots$$

In conclusione

$$d\varphi = \frac{\partial \varphi}{\partial x} dx + \frac{\partial \varphi}{\partial y} dy + \frac{\partial \varphi}{\partial z} dz$$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 3 di 190

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 5 di 190

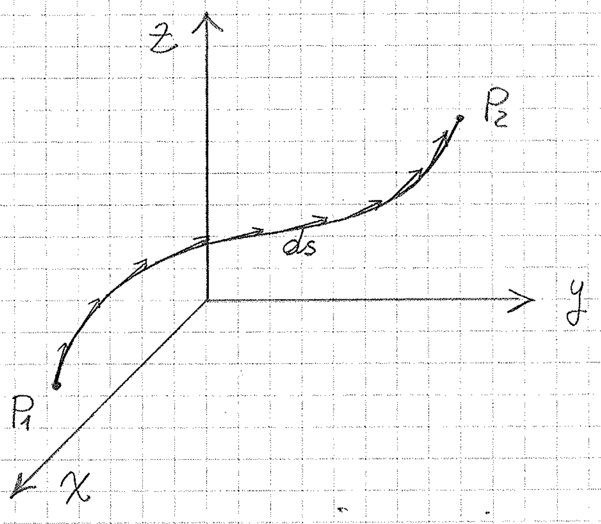
Oppure ancora:

$$\nabla = \frac{\partial}{\partial x}\hat{\imath} + \frac{\partial}{\partial y}\hat{\jmath} + \frac{\partial}{\partial z}\hat{k}$$

Finalmente

$$\overline{\nabla}\varphi = \frac{\partial \varphi}{\partial x}\hat{\imath} + \frac{\partial \varphi}{\partial y}\hat{\jmath} + \frac{\partial \varphi}{\partial z}\hat{k}$$

Integrali di linea



Considero una curva in cui ogni punto della suddetta c'è un vettore

$\Longrightarrow$ L'INTEGRALE DI LINEA : $\int \overline{V} \cdot d\overline{s}$

Basta calcolare:

$$\int_{P_1}^{P_2} \text{grad}\,\overline{V} \cdot d\overline{s} = \int_{P_1}^{P_2} d\varphi = \varphi(P_2) - \varphi(P_1)$$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 5 di 190

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 7 di 190

Introduco altri due operatori $\mathbb{R}_3 \to \mathbb{R}$
dato V definisco la DIVERGENZA DI V come lo SCALARE:

$$\text{div}\,\overline{V} = \frac{\partial V_x}{\partial x} + \frac{\partial V_y}{\partial y} + \frac{\partial V_z}{\partial z}$$

(Le derivate parziali delle componenti)

Quindi si può:

$$\nabla \cdot V = \left(\hat{\imath}\frac{\partial}{\partial x} + \hat{\jmath}\frac{\partial}{\partial y} + \hat{k}\frac{\partial}{\partial z} \right) \cdot \left(V_x \hat{\imath} + V_y \hat{\jmath} + V_z \hat{k} \right) = \frac{\partial V_x}{\partial x} + \frac{\partial V_y}{\partial y} + \frac{\partial V_z}{\partial z} = \text{div}\,V$$

Il secondo operatore però in $\mathbb{R}_3 \to \mathbb{R}_3$ è il ROTORE che è definito come:

$$\text{rot}\,V = \begin{vmatrix} i & j & k \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ V_x & V_y & V_z \end{vmatrix}$$

Se sviluppiamo il determinante otteniamo:

$$\hat{\imath}\left(-\frac{\partial}{\partial z} V_y + \frac{\partial}{\partial y} V_z \right) + \hat{\jmath}\left(-\frac{\partial}{\partial x} V_z + \frac{\partial V}{\partial z} V_x \right) + \hat{k}\left(-\frac{\partial}{\partial y} V_x + \frac{\partial}{\partial x} V_y \right)$$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 7 di 190

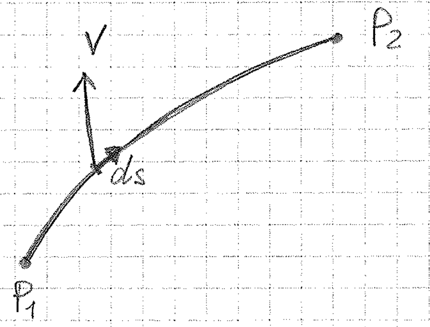
© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 9 di 190

7 - 10 - 13

Ricordando che:

INTEGRALE DI LINEA

$\int \vec{V} \cdot d\bar{s}$



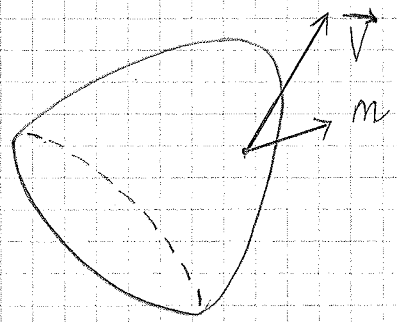
$V = \text{grad. } \varphi$

Per cui

$$\int_{P_1}^{P_2} \text{grad}\, \vec{V} \cdot d\bar{s} = \varphi(P_2) - \varphi(P_1)$$

INTEGRALE DI FLUSSO

Consideriamo una superficie



Posso scrivere:

$$\int \vec{V} \cdot \vec{m}\, d\bar{s}$$

TEOREMA DEL ROTORE o di STOKES

$$\int \text{rot}\, \vec{A}\, \vec{m}\, d\bar{s} = \int A \cdot d\bar{s}$$

MOST IMPORTANT!

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 9 di 190

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 11 di 190

DIVERGENZA DEL GRADIENTE DI φ

Noi conosciamo cos'è il gradiente per cui non è complicato trovarne la DIVERGENZA

$$\mathrm{div}\left(\frac{\partial \varphi}{\partial x}\hat{\imath} + \frac{\partial \varphi}{\partial y}\hat{\jmath} + \frac{\partial \varphi}{\partial z}\hat{k}\right)$$

$$= \underbrace{\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2}}_{\text{LAPLACE}} = \nabla^2$$

APPLICO IL LAPLACIANO AD UN VETTORE

$$\nabla^2 \vec{V} = \frac{\partial^2}{\partial x^2}\vec{V} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}\vec{V} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}\vec{V}$$

Esplicitando $\vec{V}$ ottengo:

$$= \frac{\partial^2}{\partial x^2}\left(V_x\hat{\imath} + V_y\hat{\jmath} + V_z\hat{k}\right) + \frac{\partial^2}{\partial z^2}\left(V_x\hat{\imath} + V_y\hat{\jmath} + V_z\hat{k}\right) + \frac{\partial^2}{\partial z^2}\left(V_x\hat{\imath} + V_y\hat{\jmath} + V_z\hat{k}\right)$$

APPLICAZIONE COMPOSTA

$$\mathrm{rot}(\mathrm{rot}\,\vec{V}) = \mathrm{grad}\,\mathrm{div}\,\vec{V} - \nabla^2\vec{V}$$

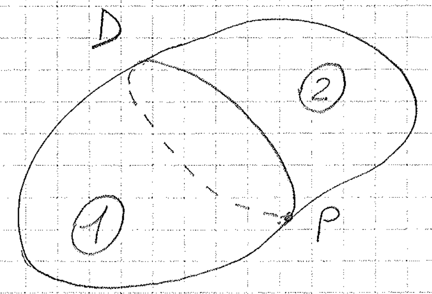
Dimostrazione:

Considero un parallelepipedo elementare.

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 11 di 190

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 13 di 190

Considero ora il dominio D e lo taglio in due parti ① e ②



$\Phi_1 = \varphi_1^* + \varphi_{1,2}$

$\Phi_2 = \varphi_2^* + \varphi_{2,1}$

$\Rightarrow \varphi_{1,2} = -\varphi_{2,1}$

Quindi:

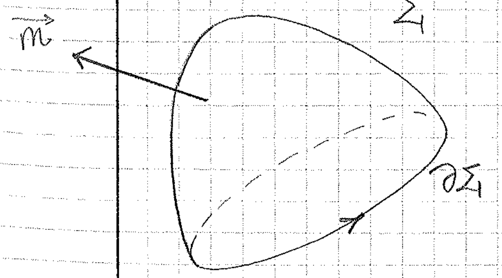
$\Phi_1 + \Phi_2 = \varphi_1^* + \varphi_2^* = \Phi$

In definitiva: $\int d\Phi = \Phi$ pertanto:

$$\int \operatorname{div} \vec{V} \, d\sigma = \int \vec{V} \cdot \vec{n} \, dS$$

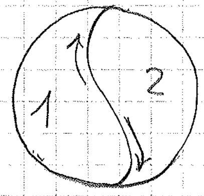
Osservazione sugli integrali di linea

Consideriamo Σ_1



C = circuitazione attraverso $\partial\Sigma_1$

Vista dall'alto:



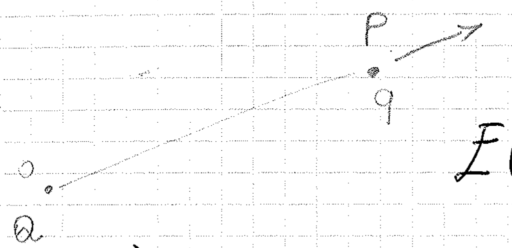
© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 13 di 190

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 15 di 190

$$= K \frac{q_2 q_1}{r^2} \frac{P_1 P_2}{r}$$

$$\vec{F}_{1,2} = K \frac{q_1 q_2}{r^2} \frac{P_2 P_1}{r}$$

INTENSITÀ DEL CAMPO ELETTRICO



$$E(P) = \frac{F}{q} = \frac{Q}{r^2} \frac{\vec{r}}{r}$$

$$\operatorname{div} \frac{\vec{r}}{r^3} =$$

$$r^2 = x^2 + y^2 + z^2$$

$$2r \frac{\partial r}{\partial x} = 2x \Rightarrow \boxed{\frac{\partial r}{\partial x} = \frac{x}{r}}$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \frac{x}{r^3} + \frac{\partial}{\partial y} \frac{y}{r^3} + \frac{\partial}{\partial z} \frac{z}{r^3}$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \frac{r}{r^3} = \frac{1}{r^3}$$

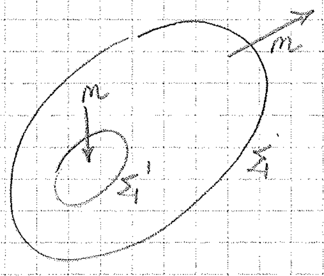
$$\Longrightarrow \frac{\partial}{\partial x} \frac{1}{r^3} = \frac{d}{dx} \left(\frac{x}{r^3} \right) \frac{\partial r}{\partial x} = -3 \frac{x}{r^5}$$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 15 di 190

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 17 di 190

Dimostrazione:

$$\int \operatorname{div} \vec{E}\, dv = \int \vec{E}\, \vec{m}\, d\Sigma_1 = 0$$



$$\int_{\partial\Sigma_1} E \cdot m\, d\Sigma_1 + \int_{\partial\Sigma_1} \vec{E} \cdot \vec{m}'\, d\Sigma_1' = 0$$

$$\int \vec{E} \cdot \vec{m}\, d\Sigma_1 = \frac{Q}{r^2} \underbrace{4\pi r^2}_{\text{SUP. SFERA}} = 4\pi Q$$

$$\int_{\Sigma} \vec{E} \cdot \vec{m}\, d\Sigma_1 - 4\pi Q = 0$$

$$\Longrightarrow \int_{\Sigma_1} \vec{E}\, \vec{m}\, d\Sigma_1 = 4\pi Q \qquad \text{c.v.d.}$$

PER UNA CARICA DISTRIBUITA

$$\rho\, dv = dq$$

$$\int \vec{E}\, \vec{m}\, dv = \left(\int \rho\, dv \right) 4\pi$$

$$\int \operatorname{div} \vec{E}\, dv = \int (\rho\, dv)\, 4\pi$$

$$\int \left(\operatorname{div} \vec{E} - 4\pi\rho \right) dv = 0$$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 17 di 190

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 19 di 190

$$V = \iiint \frac{\rho(\xi, \eta, \zeta)\, d\xi\, d\eta\, d\zeta}{\sqrt{(x-\xi)^2 + (y-\eta)^2 + (z-\zeta)^2}}$$

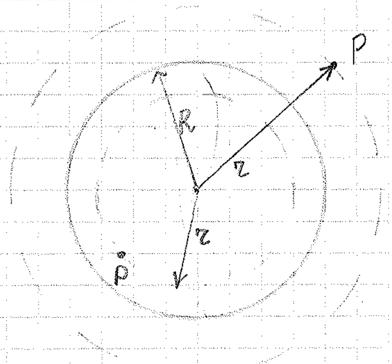
$\text{div}\, \vec{E} = 4\pi\rho$ invece $\vec{E} = -\text{grad}\, \vec{V}$

EQ. DI POISSON:

$$-\text{div}\, V\, \text{grad}\, V = 4\pi\rho$$

APPLICAZIONI TEOREMA DI GAUSS:

Sfera omogenea:



Ricordiamo che:

$$\int E \cdot \vec{n}\, ds = 4\pi e$$

Ne voglio calcolare il campo elettrico DENTRO e FUORI la sfera. Distinguereremo due casi; in cui $r > R$ dove il punto P è esterno e $r < R$ in cui P è interno alla sfera, tenendo P come punto in cui voglio calcolare E ed R raggio della sfera

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 19 di 190

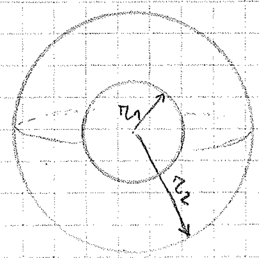
© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 21 di 190

Sfera cava

In questo caso ho
3 possibili CASI:

$r > r_2$ $\quad r < r_1$

$r_1 < r < r_1$



Vediamo $r < r_1$

$$E \cdot \underbrace{4\pi r^2}_{\text{SUPERFICIE}} = 4\pi\rho \, \frac{4\pi}{3}\left(r_2^3 - r_1^3\right)$$

$$\Longrightarrow \boxed{E = \frac{4\pi\rho}{r^2}\left(r_2^3 - r_1^3\right)}$$

Vediamo $r_1 < r < r_2$

$$E \, 4\pi r^2 = 4\pi\rho \, \frac{4\pi}{3}\left(r^3 - r_2^3\right)$$

$$\Longrightarrow \boxed{E = \frac{4\pi\rho}{3} \, \frac{r^3 - r_1^3}{r^2}}$$

Vediamo il caso in cui $r < r_1$

Si deduce che in questo caso $E = \emptyset$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 21 di 190

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 23 di 190

ho che

$$V = -\frac{q}{r_1} + \frac{q}{r_2}$$

$$= \underset{(m)}{q\delta} \frac{1/r_2 - 1/r_1}{\delta}$$

Per cui

$$= m \frac{1/r_2 - 1/r_1}{\delta}$$

$$V = \frac{\partial\, 1/r}{\partial x} = -m \frac{1}{r^2} \frac{\partial r}{\partial x} = x/r$$

$$= -m \frac{1}{r^2} \frac{x}{r}$$

$$= -m \frac{1}{r^2} \frac{x}{r}$$

$$= -\frac{1}{r^2}\, m \cdot \hat{i}$$

$$\Longrightarrow \boxed{V = -m \frac{\cos\theta}{r^2}}$$ (con il momento di dipolo orientato discorde l'asse x)

È banale dire che se m è concorde l'asse x si ha:

$$\boxed{V = m \frac{\cos\theta}{r^2}}$$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 23 di 190

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 25 di 190

$$\mathcal{D} = \begin{vmatrix} -\rho\,\text{sen}\,\vartheta & \rho\cos\vartheta \\ \cos\vartheta & \text{sen}\,\vartheta \end{vmatrix} = -\rho\,\text{sen}^2\vartheta - \rho\cos^2\vartheta = -\rho$$

Mentre

$$\begin{vmatrix} \frac{\partial f}{\partial \vartheta} & \rho\cos\vartheta \\ \frac{\partial f}{\partial \vartheta} & \text{sen}\,\vartheta \end{vmatrix} = \frac{\partial f}{\partial \vartheta}\,\text{sen}\,\vartheta - \rho\,\frac{\partial f}{\partial \vartheta}\cos\vartheta$$

$$\begin{vmatrix} -\rho\,\text{sen}\,\vartheta & \frac{\partial f}{\partial \vartheta} \\ \cos\vartheta & \frac{\partial f}{\partial \rho} \end{vmatrix} = -\rho\,\text{sen}\,\vartheta\,\frac{\partial f}{\partial \rho} - \cos\vartheta\,\frac{\partial f}{\partial \vartheta}$$

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{\mathcal{D}_x}{\mathcal{D}} = -\frac{1}{\rho}\left(\frac{\partial f}{\partial \vartheta}\,\text{sen}\,\vartheta - \frac{\partial f}{\partial \vartheta}\cos\vartheta\right)$$

$$\frac{\partial f}{\partial y} = \frac{\mathcal{D}_y}{\mathcal{D}} = -\frac{1}{\rho}\left(-\rho\,\text{sen}\,\vartheta\,\frac{\partial f}{\partial \rho} - \cos\vartheta\,\frac{\partial f}{\partial \vartheta}\right)$$

Si ottiene

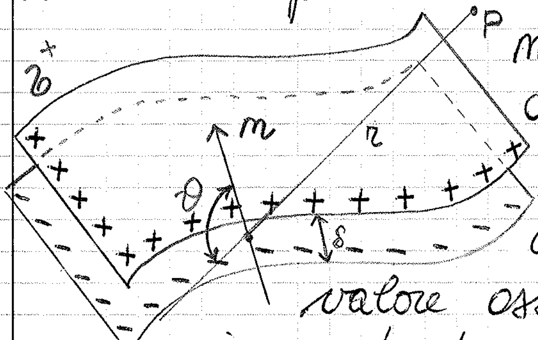
$$\frac{\partial f}{\partial \rho}\left(\cos\vartheta\,\hat{\imath} + \text{sen}\,\vartheta\,\hat{\jmath}\right) + \frac{1}{\rho}\,\frac{\partial f}{\partial \vartheta}\left(\cos\vartheta\,\hat{\jmath} + - \text{sen}\,\vartheta\,\hat{\imath}\right)$$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 25 di 190

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 27 di 190

POTENZIALE del DOPPIO STRATO

Sia σ una superficie qualsiasi (chiusa o no) per cui sia fissata arbitrariamente, la direzione positiva della NORMALE e sia σ' la superficie, ad essa infinitamente vicina ottenuta riportando da ogni punto di σ



nella direzione positiva di $\vec{n}$ un segmento infinitesimo δ. Ogni carica è uguale in valore assoluto. Se possiamo facciamo tendere il $\delta \to 0$ ma contemporaneamente tendere ad ∞ il valore assoluto della densità di distribuzione ρ_σ in modo che sia in ogni punto

$$\rho_\sigma \, \delta = \mathcal{M}_\sigma$$

con $\mathcal{M}_\sigma$ FINITO, noi diremo di aver ottenuto su σ un DOPPIO STRATO o LAMINA MAGNETICA

Il potenziale si calcola facendo:

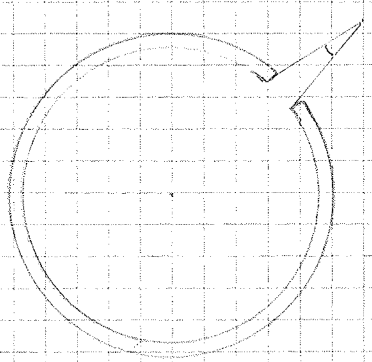
$$V(P) = \int_\sigma \mathcal{M} \frac{d\frac{1}{r}}{dn} \, d\sigma$$

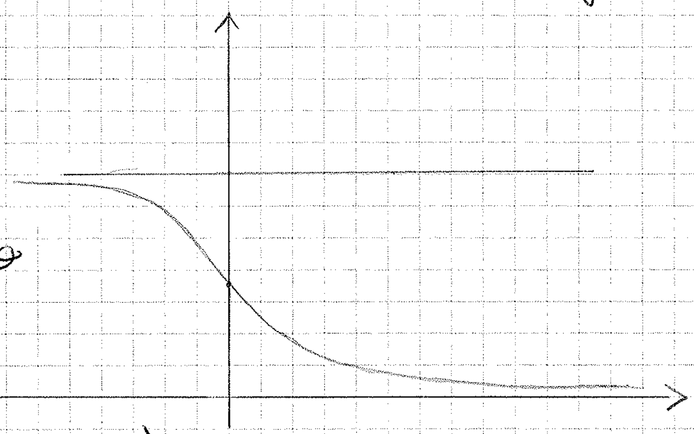
oppure introducendo l'angolo $\vartheta = \widehat{rn}$ si ha:

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 27 di 190

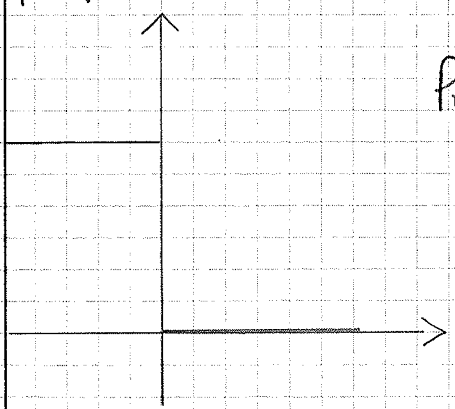
© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 29 di 190

Ora vediamo il caso in cui abbiamo un DOPPIO STRATO CHIUSO e ci pratichiamo un piccolo foro, considerando la DISTRIBUZIONE del DIPOLO UNIFORME avremo un grafico:





È abbastanza banale dire che se il foro → ∅ ottengo una vera e propria DISCONTINUITÀ



Perciò $V_- = -4\pi \mathcal{M}$

↑ DENSITÀ DI DISTRIBUZ. DEI DIPOLI

DOPPIO STRATO NON CHIUSO E DISTRIBUZIONE DI DIPOLO NON UNIFORME

Vediamo anche questo caso:

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 29 di 190

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 31 di 190

I CONDUTTORI

Finora abbiamo supposto che le cariche elettriche non possono muoversi. Però esistono, dei corpi (conduttori) nei quali le cariche possono muoversi, anzi, tali corpi hanno la proprietà che se nell'interno di essi esiste un CAMPO ELETTRICO $\vec{E}$ nasce in essi un flusso di CARICHE (corrente elettrica). Si definisce come « DENSITÀ DI CORRENTE J » il vettore che ha direzione opposta al moto delle cariche <u>elettriche negative</u>, e per modulo il valore della quantità di elettricità che passa per unità di tempo attraverso l'unità di superficie normale alla direzione di J

$$J(\underset{\text{DIREZ. NORMALE}}{n}) = \frac{\text{carica}}{\text{tempo}}$$

Tridimensionalmente si ha:

$$\int J(\hat{i})\,ds + \int J(\hat{j})\,ds + \int J(\hat{k})\,ds$$

$$= \frac{d}{dt}\int \rho\,dv + \int J(\bar{n})\,ds$$

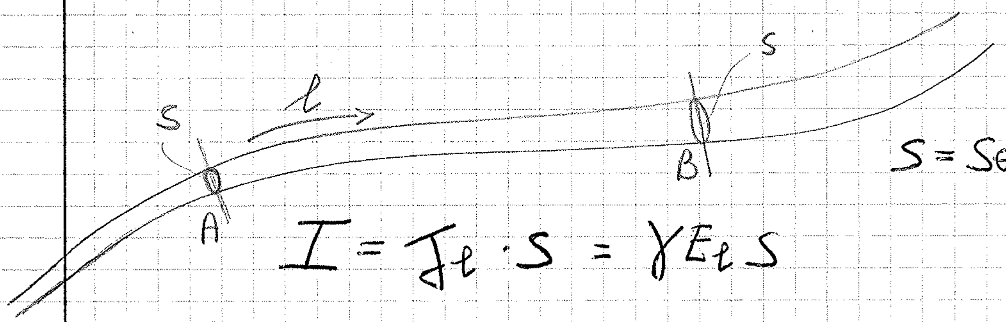
$$\Rightarrow S_x < J(\hat{i}) > + S_y < \frac{\partial\rho}{\partial t} > + S_n < J(\bar{n}) >$$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 31 di 190

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 33 di 190

Mentre il suo inverso $1/\gamma$ si chiama RESISTIVITÀ (o resistenza specifica)
I valori di γ possono variare entro limiti estesissimi ($\ldots \cdot 10^{18} \div \ldots \cdot 10^{-7}$) I corpi per cui $\gamma = \emptyset$ (in pratica γ molto piccolo) si dicono ISOLANTI.

Consideriamo: un conduttore



S = Sezione

$$I = J_l \cdot S = \gamma E_l S$$

$$\frac{I}{\gamma S} = E_l$$ definiamo R = RESISTENZA come:

$$R = \int_A^B \frac{dl}{\gamma S}$$

abbiamo:

$$\boxed{IR = V_A - V_B}$$

QUESTA IN PRATICA È LA LEGGE DI OHM APPLICABILE AI CONDUTTORI FILIFORMI

Ricordiamo che in un istante dt abbiamo

$J\,S\,dt$ ⇝ CORRENTE
$E\,J\,S\,dt$ ⇝ FORZA

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 33 di 190

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 35 di 190

$V_A - V_B = \int_A^B E^x \cdot dl$ ← EQUILIBRIO e $\oint E^x \cdot dl \neq 0$

$\frac{I}{\gamma S} = E_l + E_l^x$

RESISTENZA

$\Rightarrow IR = \mathcal{E}$ FORZA ELETTROMOTRICE

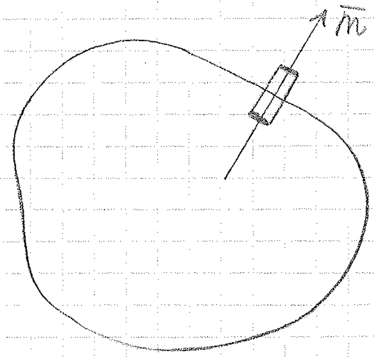
$$\mathcal{E} = \int (E_l + E_l^x)\, dl$$

Più in generale:

$$\oint E_l \cdot dl = 0 \qquad \oint E_l \cdot dl \neq 0$$

Osservazioni sui conduttori

Consideriamo



$$(E_{n+} - E_{n-})\, ds = 4\pi\sigma\, ds$$

$$E_{n+} = 4\pi\sigma$$

$$\frac{dv}{dn} = -4\pi\sigma$$

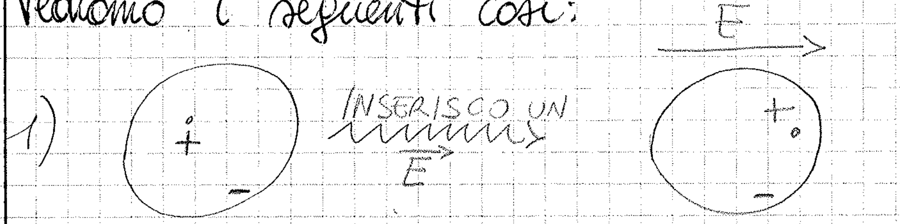
© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 35 di 190

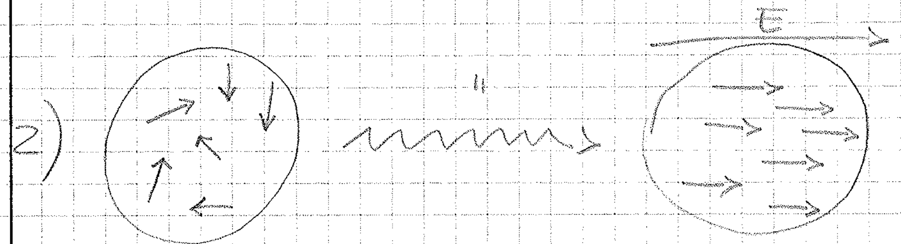
© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 37 di 190

$$= \overline{m}\, \nabla \frac{1}{r}$$

DIELETTRICI

Vediamo i seguenti casi:

1) 

2) 

$$V = \int \vec{P} \cdot \vec{\nabla} \frac{1}{r}\, dv$$

$$\vec{\nabla} \cdot \left(\vec{P} \frac{1}{r} \right) = \vec{P} \cdot \vec{\nabla} \frac{1}{r} + \frac{1}{r} \vec{\nabla} \cdot \vec{P}$$

$$V = \int \left(\vec{\nabla} \cdot \left(\vec{P} \frac{1}{r} \right) - \frac{1}{r} \vec{\nabla} \cdot \vec{P} \right) dv$$

Ricordiamo che $\text{div}(\varphi \vec{V}) =$

$$= \varphi\, \text{div}\, \vec{V} + \vec{V}\, \text{grad}\, \varphi$$

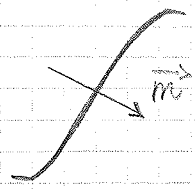
la applico: con $\varphi = \frac{1}{r}$ e $P = V$

$$\Rightarrow \underbrace{\int \frac{P}{r} \cdot \vec{n}\, ds}_{\text{su } \Phi} - \underbrace{\int \frac{1}{r} \overline{\nabla} \cdot \overline{P}\, dv}_{\text{su Vol}}$$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 37 di 190

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 39 di 190

CASO 1:



$\sigma_1 = \bar{P}_1 \cdot \bar{n} = P_{n-}$

$\sigma_2 = \bar{P}_2 \cdot (-\bar{n}) = -P_{n+}$

$\sigma = \sigma_1 + \sigma_2 = P_{n-} - P_{n+}$

$(E_{n+} - E_{n-})\, dS = 4\pi\, (\sigma_1 + \sigma_2)\, dS$

$E_{n+} - E_{n-} = 4\pi\, (P_{n-} - P_{n+})$

$E_{n+} + 4\pi P_{n+} = E_{n-} + 4\pi P_{n-}$

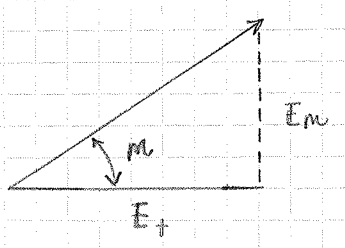
$D_{n+} = D_{n-}$

$E = E_{n+} = \varepsilon_1 E_{n-}$

$\Rightarrow \varepsilon_2 \dfrac{E_{n+}}{E_{t\,2}} = \varepsilon_1 \dfrac{E_{n+}}{E_{t-}}$

$\dfrac{E_{n+}}{E_{t+}} = \tan g\, \alpha_+ \quad ; \quad \dfrac{E_{n-}}{E_{t-}} = \tan \alpha$

In definitiva:



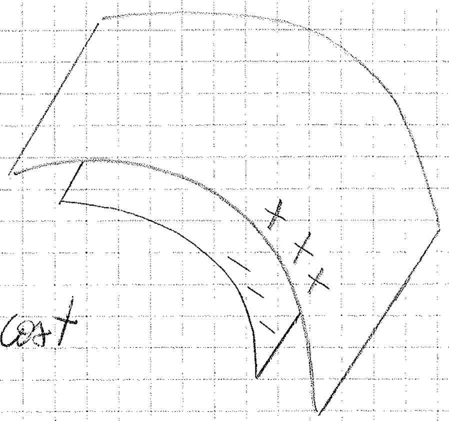
$\varepsilon_2 \tan \alpha_+ = \varepsilon_1 \tan \alpha_-$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 39 di 190

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 41 di 190

ENERGIA POTENZIALE DI UN DOPPIO STRATO

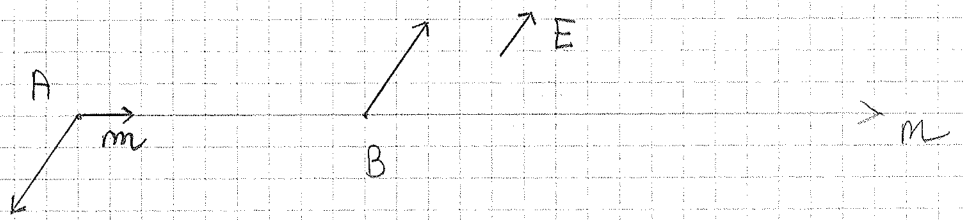
$$U = -\underbrace{\int \overline{m} \cdot \overline{E}\, ds}$$



$$\boxed{U = -m \int \overline{E} \cdot \overline{n}\, ds}$$

con $m = \text{cost}$

Consideriamo un DIPOLO



$$\overline{F} = e\overline{E}_B - e\overline{E}_A$$
$$= e(\overline{E}_B - \overline{E}_A)$$
$$= e\,\delta\,\frac{\overline{E}_B - \overline{E}_A}{\delta}$$
$$= m\frac{\partial \overline{E}}{\partial x} = \overline{m}\,(\hat{\imath} \cdot \overline{\nabla})\,\overline{E}$$
$$= (\overline{m} \cdot \overline{\nabla})\,\overline{E}$$

$$\overline{M} \text{ (mom. di dipolo)} = \delta\,\frac{\overline{AB}}{\delta} \times e\overline{E}$$
$$= m\,\frac{\overline{AB}}{\delta} \times \overline{E}$$
$$= m\,\hat{\imath} \times \overline{E}$$

$$\boxed{\overline{M} = \overline{m} \times \overline{E}}$$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 41 di 190

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 43 di 190

Per trovare la FORZA di un DIPOLO IMMERSO in un altro DIPOLO ($\bar{a}$)

$$\bar{a} = m'_r\left(-6m\frac{\cos\vartheta}{r^4}\hat{u}_r - 3m\frac{\operatorname{sen}\vartheta}{r^4}\hat{u}_\vartheta\right) + \frac{m'_\vartheta}{r}\left(-2m\frac{\operatorname{sen}\vartheta}{r^3}\hat{u}_r + \frac{m}{r^3}\frac{\cos\vartheta}{r^3}\hat{u}_\vartheta + 2m\frac{\cos\vartheta}{r^3}\hat{u}_\vartheta - \frac{m}{r^3}\operatorname{sen}\vartheta\,\hat{u}_r\right)$$

$$\bar{a} = -\frac{m'_r m}{r^4}\left(6\cos\vartheta\,\hat{u}_r + 3\operatorname{sen}\vartheta\,\hat{u}_\vartheta\right) + \frac{m'_\vartheta m}{r^4}\cdot\left(-3\operatorname{sen}\vartheta\,\hat{u}_r + 3\cos\vartheta\,\hat{u}_\vartheta\right)$$

Ora vediamo:

$$\begin{aligned} M &= m' \times E \\ &= m' \times (E_r\hat{u}_r + E_\vartheta\hat{u}_\vartheta) \\ &= (m'_r\hat{u}_r + m'_\vartheta\hat{u}_\vartheta)\times(E_r\hat{u}_r + E_\vartheta\hat{u}_\vartheta) \\ &= m'_r E_\vartheta\hat{K} - m'_\vartheta\hat{K}E_r \\ &= \hat{K}m\left(m'_r\frac{\operatorname{sen}\vartheta}{r^3} - m'_\vartheta\frac{2\cos\vartheta}{r^3}\right) \end{aligned}$$

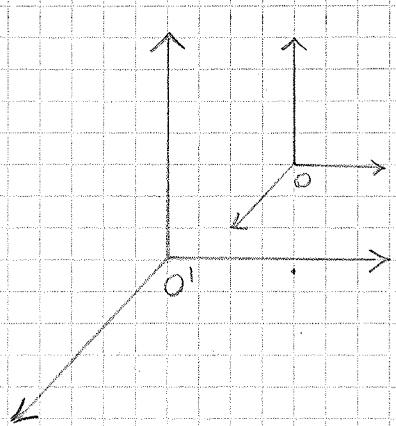
© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 43 di 190

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 45 di 190

$$\frac{1}{|\bar{R}-\bar{d}|} = \frac{1}{R} + \bar{d} \cdot \frac{\bar{R}}{R^3} + \dots$$

$$V = \sum_i \frac{q_i}{R} + \frac{\bar{R}}{R^3} \cdot \sum_i q_i d_i + \dots$$

Se $\sum_i q_i = 0$ allora



$\bar{m} = \sum_i q_i d_i$

$\bar{m}' = \sum_i q_i (\bar{d}_i + O'O)$

$= m + O'O \cdot \sum_i q_i$

$= \bar{m}$

ENERGIA POTENZIALE DI UN SISTEMA DI CARICHE AVENTE UN CAMPO GENERATO DALLE STESSE CARICHE

$$U = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^{N} \sum_{i \neq j} \frac{q_i q_j}{r_{ij}}$$

$$= \frac{1}{2} \sum_j q_j V_j$$

$$U = \frac{1}{2} \int \rho V \, dv$$

$$= \frac{1}{2} \int V \frac{\operatorname{div} \bar{D}}{4\pi} \, dv$$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 45 di 190

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 47 di 190

$$\vec{E} = \frac{q}{r^2}$$

$$V_{0_1} - V_{0_2} = \int_{V_{0_2}}^{V_{0_1}} dV = \int_{r_2}^{r_1} \frac{dV}{dr}\, dr$$

per cui

$$= \int_{r_2}^{r_1} -q \frac{dr}{r^2} = q \left[\frac{1}{r} \right]_{r_2}^{r_1} = q \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)$$

$$= q \frac{r_2 - r_1}{r_2 r_1} = q \frac{4\pi d}{\sqrt{S_1 S_2}}$$

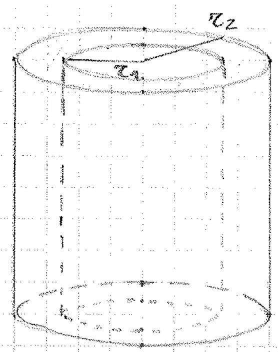
Sappiamo che $S_1 = 4\pi r_1^2$ e $S_2 = 4\pi r_2^2$

$$\Rightarrow S_1 \cdot S_2 = 16\pi^2 r_1^2 r_2^2$$

$$\Rightarrow \sqrt{S_1 S_2} = 4\pi r_1 r_2$$

$$C = \frac{q}{V_{0_1} - V_{0_2}} = \frac{\sqrt{S_1 S_2}}{4\pi d} = \frac{S}{4\pi d}$$

b) CILINDRO

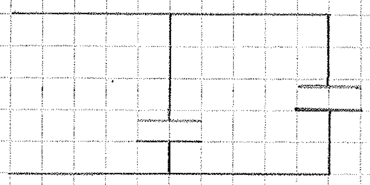


© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 47 di 190

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 49 di 190

IN PARALLELO O IN SERIE ?

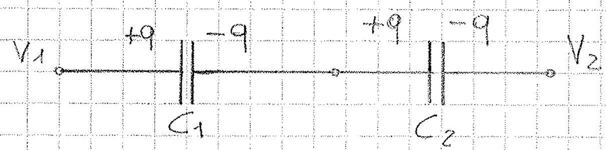
PARALLELO



$$q_1 = C_1 (V_1 - V_2)$$
$$q_2 = C_2 (V_1 - V_2)$$
$$q_1 + q_2 = (C_1 + C_2)(V_1 + V_2)$$

con $C = C_1 + C_2$

SERIE



$$q = C_1 (V_1 - V_i)$$
$$q = C_2 (V_i - V_2)$$
$$V_1 - V_2 = \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}\right) q$$

$$\Rightarrow \frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$$

$$d\mathcal{E} = dq\,(V_A - V_B)$$

$$P = \frac{d\mathcal{E}}{dt} I (V_A - V_B) = IV$$

Caso Ohmico

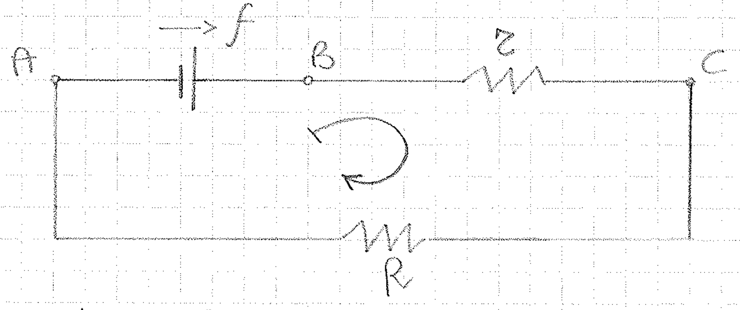
$$I = \frac{V}{R} \Rightarrow P = \frac{V}{R} V = \frac{V^2}{R} \qquad P = RI^2$$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 49 di 190

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 51 di 190

$$\boxed{\sum_i I_i = \sum_j I_j}$$

Legge di Kirchhof



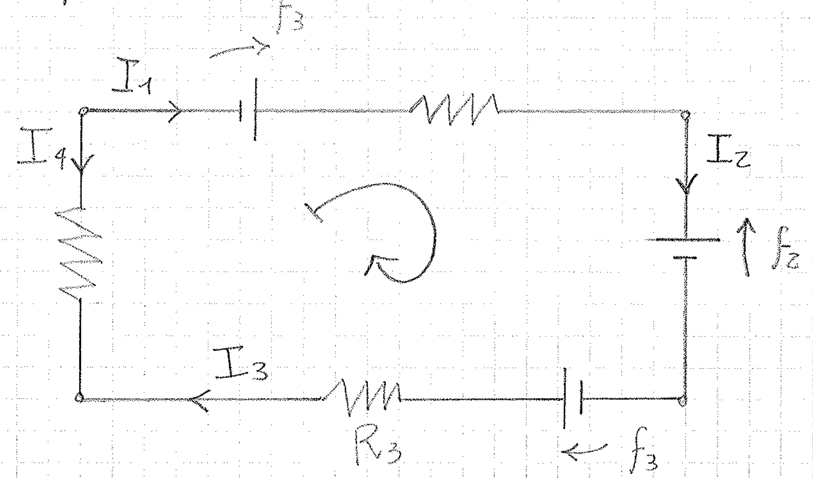
f = forza elettromot.

$$\left.\begin{aligned} V_B - V_A &= f \\ V_C - V_B &= -Ir \end{aligned}\right\} \quad V_C - V_A = f - Ir$$

$$V_A - V_C = -IR$$

$$\Rightarrow 0 = f - Ir - IR$$

esempio



$$V_B - V_A = f_1 - I_1 R_1$$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 51 di 190

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 53 di 190

04-11-13

$$\oint \vec{E} \cdot d\bar{R} = -\oint \text{grad } V \cdot dl = \emptyset$$

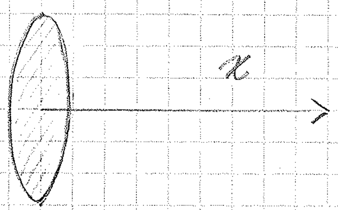
Applico il teorema di Stokes

$$\oint_{\partial S} \bar{E} \cdot dl = \int_S \text{rot } \bar{E} \cdot \bar{m} \, ds$$

$$\emptyset = \int_S \text{rot } \bar{E} \cdot m \, ds$$

Teorema della media ...

DISCO



$$\langle (\text{rot } \bar{E})_x \rangle = \emptyset$$

$$\Longrightarrow (\text{rot } E)_x = \emptyset$$

Per cui $\text{rot } \bar{E} = \emptyset$

Oppure

$$-\text{rot } \bar{E} = \text{rot grad } V = \bar{\nabla} \times \bar{\nabla} V = \emptyset$$

Finchè sono nel <u>vuoto</u> ho:

$$\begin{cases} \text{div } \bar{E}_0 = 4\pi \rho_{lib} \\ \text{rot } \bar{E}_0 = \emptyset \end{cases}$$

in un <u>dielettrico</u> ho:

$$\begin{cases} \text{div } \varepsilon \bar{E} = 4\pi \rho_{lib.} \\ \text{rot } \varepsilon \bar{E} = \emptyset \end{cases}$$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 53 di 190

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 55 di 190

$$f - IR - \frac{Q}{C} = 0$$

Derivo rispetto al tempo:

$$I'R + \frac{I}{C} = 0 \qquad f - I_0 R = 0$$

$$I = I_0 e^{-t/\tau} \qquad \frac{f}{R} e^{-t/\tau}$$

$$Q = \int_0^t I(t')\,dt' = fC - fCR^{-t/\tau}$$

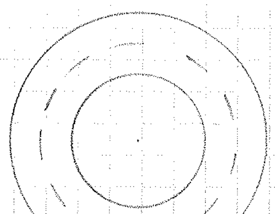
$$I = \frac{dQ}{dt} \qquad E_x = \frac{E_{x_0}}{\varepsilon} = \frac{4\pi\sigma}{\varepsilon}$$

$$D_x = 4\pi\sigma$$

$$\frac{dD_x}{dt} = 4\pi \frac{d\sigma}{dt} = \frac{4\pi}{S}\frac{dQ}{dt} = 4\pi\frac{I}{S}$$

Vediamo i casi principali:

SFERE CONCENTRICHE (cioè due condensatori sferici <u>in serie</u> il primo riempito con ε_1 mentre il secondo con ε_2)



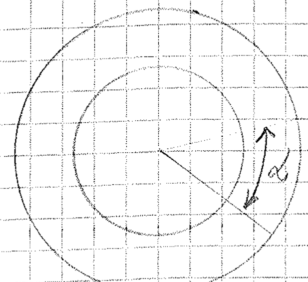
$r_1 < r < r_2 \qquad \varepsilon = \varepsilon_1$

$r_2 < r < r_3 \qquad \varepsilon = \varepsilon_2$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 55 di 190

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 57 di 190

4) SFERE IN PARALLELO



$$0 < \vartheta < \alpha \qquad \varepsilon = \varepsilon_1$$

$$\alpha < \vartheta < 2\pi \qquad \varepsilon = \varepsilon_2$$

$$C_1 = \frac{\alpha}{2\pi}\,\varepsilon_1\,\frac{r_2 - r_1}{r_2 r_1}$$

$$C_2 = \frac{2\pi - \alpha}{2\pi}\,\varepsilon_2\,\frac{r_2 - r_1}{r_2 r_1}$$

$$\boxed{C = C_1 + C_2 = \frac{r_2 - r_1}{2\pi\,(r_2 \times r_1)}\left(\alpha\,\varepsilon_1 + (2\pi - \alpha)\,\varepsilon_2\right)}$$

Sfere in parallelo

5) CILINDRI IN PARALLELO

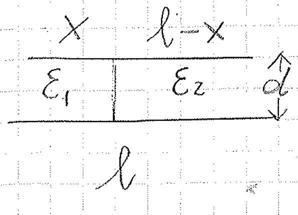
$$C_1 = \frac{\alpha}{2\pi}\,\varepsilon_1\,\frac{l}{2\ln\frac{r_2}{r_1}}$$

$$C_2 = \frac{2\pi - \alpha}{2\pi}\,\varepsilon_\alpha\,\frac{l}{2\ln\frac{r_2}{r_1}}$$

Cilindri in parallelo

$$\boxed{C = C_1 + C_2 = \frac{l}{4\pi\ln\frac{r_2}{r_1}}\left(\alpha\,\varepsilon_1 + (2\pi - \alpha)\,\varepsilon_2\right)}$$

6) PIANI IN PARALLELO



$$C_1 = \frac{\varepsilon_1}{4\pi}\,\frac{x}{l}\,\frac{S}{d}$$

$$C_2 = \frac{\varepsilon_2}{4\pi}\,\frac{l - x}{l}\,\frac{S}{d}$$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 57 di 190

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 59 di 190

$$+ \frac{m_\theta}{r}\left(\frac{\partial H_r}{\partial \theta}\hat{u}_r + H_r\hat{u}_\theta + \frac{\partial H_\theta}{\partial \theta}\hat{u}_\theta - H_\theta\hat{u}_r\right)$$

CAMPO MAGNETICO

$$\vec{H} = \frac{k}{r^2}\hat{u}_r \qquad H_\theta = 0$$

$$\frac{\partial H}{\partial r} = -2\frac{k}{r^3}\hat{u}_r\,; \qquad \frac{\partial H}{\partial \theta} = \frac{k}{r^2}\hat{u}_\theta$$

Quindi

$$\vec{F} = \frac{-2k}{r^3}\hat{u}_r m_r + \frac{m_\theta}{r}\left(\frac{k}{r^2}\hat{u}_\theta + \frac{k}{r^2}\hat{u}_\theta\right)m_\theta$$

$$= 2\frac{k}{r^3}\left(m_r\hat{u}_r - m_\theta\hat{u}_\theta\right)$$

$$\bar{M} = \bar{m} \times \bar{H}$$

$$= \left(m_r\hat{u}_r + m_\theta\hat{u}_\theta\right) \times \left(H_r\hat{u}_r + H_\theta\hat{u}_\theta\right)$$

$$\bar{H} = \frac{k}{r^2}\hat{u}_r$$

$$\boxed{\vec{M} = -\frac{m_0 k}{r^2}\hat{k}}$$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 59 di 190

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 61 di 190

Introduciamo il concetto di campo magnetico

$\overline{H} = -\text{grad}\ \mathcal{F}$ $\qquad \rho = 0 \quad \tau = 0$

$\text{div}\ H = 0$

$\rho^* = -\text{div}\ \overline{F}$

$\tau^* = \overline{F} \cdot \overline{m}$

$B = \overline{H} + 4\pi \overline{F}$

$\text{div}\ B = 0$

1ª CAT. PARAMAGNETICI

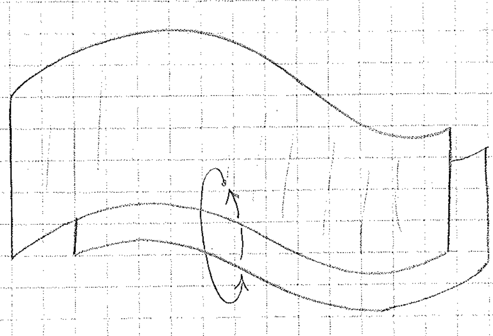
$\overline{F} = K H$ $\qquad K =$ Suscettibilità magnetica

$\overline{B} = \mu \overline{H}$ $\qquad \mu = 1 + 4\pi K$ (permeabilità magnetica)

alluminio	$K = 1{,}8 \cdot 10^{-6}$
platino	$K = 0{,}1 \cdot 10^{-6}$
bismuto	$K = -14 \cdot 10^{-6}$
grafite	$K = -8 \cdot 10^{-6}$
mercurio	$K = -2 \cdot 10^{-6}$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 61 di 190

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 63 di 190



$$\mathcal{F} - \mathcal{F}_0 = 4\pi \frac{m}{\mu}$$

$$= \mu \frac{4\pi}{c} \frac{I}{\mu}$$

$$= \frac{4\pi}{c} I$$

$$\mathcal{F}_+ - \mathcal{F}_- = \int_{\ominus}^{\oplus} \text{grad}\, \mathcal{F}\, ds$$

$$= -\int_{\oplus}^{\ominus} \text{grad}\, \mathcal{F}\, ds$$

$$= \int_{\oplus}^{\ominus} \bar{H} \cdot ds$$

$$\int \bar{H} \cdot ds = \frac{4\pi}{c} \int \hat{j} \cdot \bar{m}\, ds$$

$$\int \text{rot}\, \bar{H} \cdot \bar{m}\, ds = \frac{4\pi}{c} \int \hat{j} \cdot \bar{m}\, ds$$

$$\int \left(\text{rot}\, \bar{H} - \frac{4\pi}{c} \hat{j} \right)_x ds$$

$$\pi R^2 \left\langle \left(\text{rot}\, H - \frac{4\pi}{c} \hat{j} \right)_x \right\rangle = 0$$

$$\text{rot}\, \bar{H} = \frac{4\pi}{c} j \quad \text{Maxwell}$$

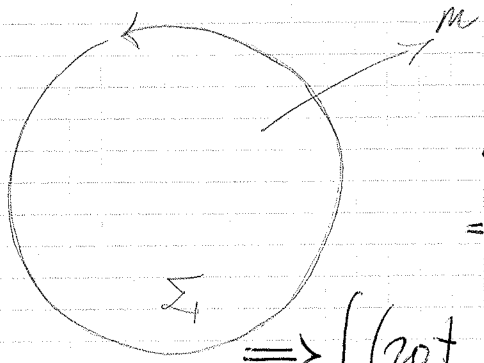
© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 63 di 190

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 65 di 190

$$= -\frac{I}{c}\,\phi$$ con c = Velocità della luce

$$\oint \vec{H}\cdot ds = 4\pi \frac{I}{c}$$

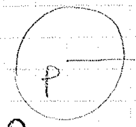
$$\oint \vec{H}\cdot ds = \frac{4\pi}{c}\int_{\Sigma_1} \hat{j}\cdot \vec{m}\, ds$$



$$\int_{\Sigma_1} rot\,\vec{H}\cdot \vec{m}\, ds = \frac{4\pi}{c}\int_{\Sigma_1} \hat{j}\cdot \vec{m}\, ds$$

$$\Longrightarrow \int \left(rot\,\vec{H} - \frac{4\pi}{c}\, j\right)\cdot \vec{m}\, ds = 0$$

Se la direzione non fosse più quella NORMALE bensì allineata con l'asse x ($\hat{i}$) allora



$x \to$
$$\int \left(rot\,\vec{H} - \frac{4\pi}{c}\,\hat{j}\right)\cdot \hat{i}\, ds = 0$$

Per cui:

$$\pi r^2 \underset{\text{VALOR MEDIO}}{\langle} rot\,\vec{H}\cdot \frac{4\pi}{c}\, j \rangle \cdot \hat{i} = 0$$

allora

$$rot\,\vec{H} = \frac{4\pi}{c}\,\hat{j}$$

$$rot\,rot\,\vec{H} = \frac{4\pi}{c}\, rot\, \vec{j}$$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 65 di 190

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 67 di 190

$$\mathrm{rot}(\varphi \vec{v}) = \varphi\, \mathrm{rot}\, \vec{V} + \mathrm{grad}\, \varphi \times \vec{V}$$

$$\vec{H} = \frac{1}{c} \int_D \left(\mathrm{rot}\left(\frac{J}{r} \right) - \frac{1}{c}\, \mathrm{grad} \frac{1}{r} \times \hat{j} \right) dv$$

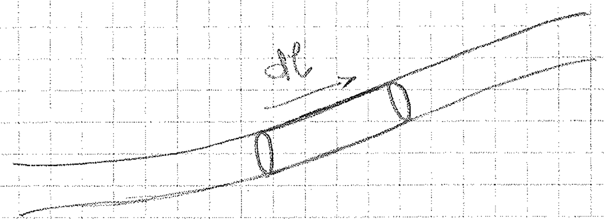
$$\int \left[\frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{1}{r} \hat{j}_z \right) - \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{r} \hat{j}_y \right) \right] dv$$

$$= \int_{\partial D} \left(\hat{j}_z \frac{n_y}{r} + \hat{j}_y \frac{n_z}{r} \right) ds = 0$$

$$H = -\frac{1}{c} \int \mathrm{grad} \frac{1}{r} \times \hat{j}\, dv$$

$$\mathrm{grad} \frac{1}{r} = -\frac{1}{r^2} \frac{\partial r}{\partial \bar{r}} = -\frac{1}{r^2} \frac{\bar{r}}{r}$$

$$= -\frac{1}{r^3} \bar{r}$$



$$\bar{J} S\, dl = I\, dl$$

1^ LEGGE DI LAPLACE

$$\vec{H} = \frac{1}{c} \int \frac{\bar{r}}{r^3} \times \bar{J}\, dv$$

$$\boxed{= \frac{I}{c} \int \frac{r \times dl}{r^3}}$$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 67 di 190

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 69 di 190

2) $H \cdot 2\pi r = \dfrac{4\pi}{c} \bar{J} \pi r^2$

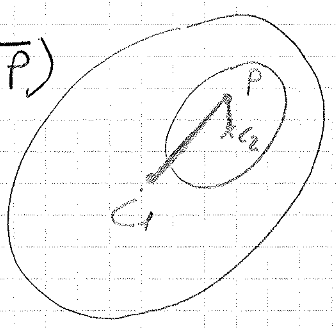
$$H = \frac{2\pi}{c} \bar{J} r$$

$$\bar{H} = \frac{2\pi}{c} \bar{J} \times r$$

3) Simmetria cilindrica

$$H = \frac{2\pi}{c} \bar{J} \times \overline{C_1P} - \frac{2\pi}{c} \bar{J} \times \overline{C_2P}$$

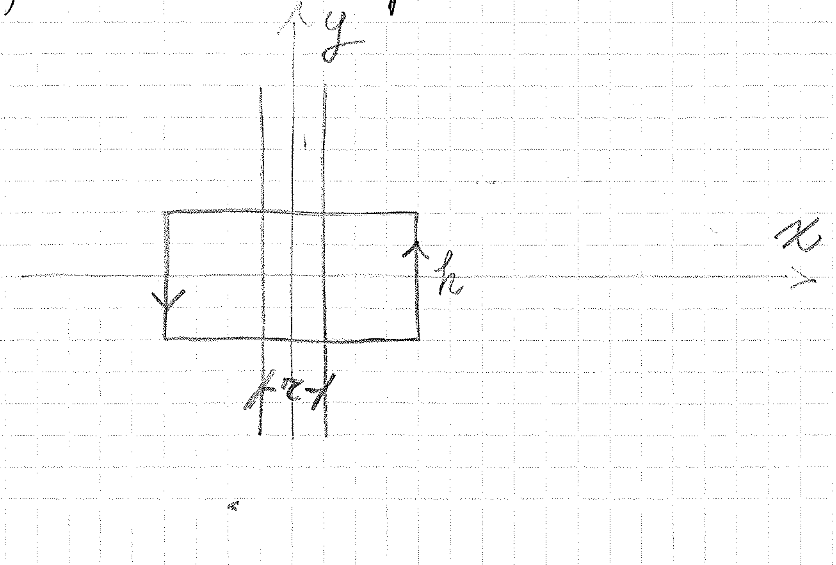
$$= \frac{2\pi}{c} \bar{J} \times (\overline{C_1P} - \overline{C_2P})$$



$$= \frac{2\pi}{c} \bar{J} \times (\overline{C_1P} + \overline{C_2P})$$

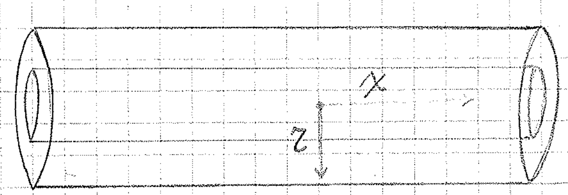
$$= \frac{2\pi}{c} \bar{J} \times \overline{C_1C_2}$$

4) Simmetria piana



© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 69 di 190

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 71 di 190



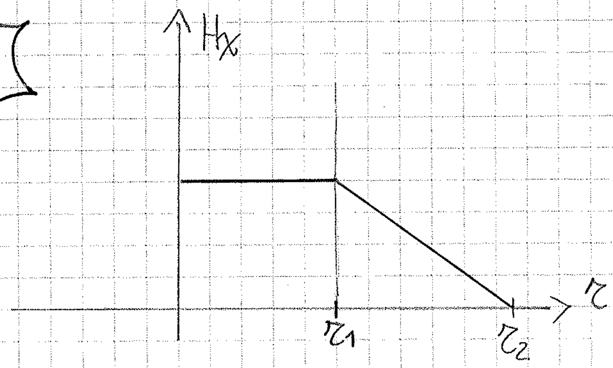
$H_x l = J \cdot l \, (r_2 - r)$ $\qquad r_1 < r < r_2$

$$\boxed{H_x = J \, (r_2 - r)}$$

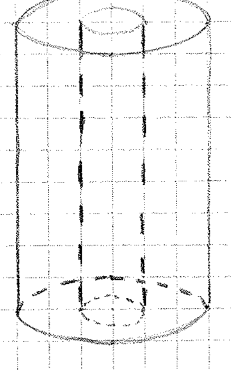
$H_x l = J l \, (r_2 - r_1)$ $\qquad r_i < r_1$

$$\boxed{H_x = J \, (r_2 - r_1)}$$

Graficamente



Ultimo caso



$$\frac{4\pi}{c} \cdot 2\pi r_1 J = 2\pi r H_r$$

$$H_r = J \frac{4\pi}{c r} \qquad \text{(tokamak)}$$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 71 di 190

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 73 di 190

$$\mathcal{E} = \int_B^A \overline{E} \cdot ds$$

$$\oint \overline{E} \cdot ds = -\frac{1}{c} \int \frac{\partial \overline{B}}{\partial t} \cdot \overline{n}\, ds$$

$$\int_\Sigma \left(\text{rot}\, \overline{E} + \frac{1}{c} \frac{\partial \overline{B}}{\partial t} \right) \cdot \overline{n}\, ds = 0$$

2° EQUAZIONE DI MAXWELL

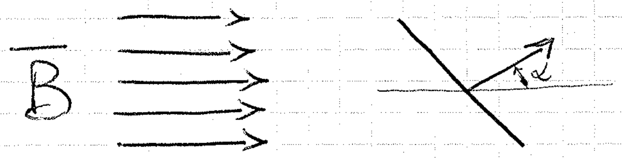
$$\int \left(\text{rot}\, \overline{E} + \frac{1}{c} \frac{\partial \overline{B}}{\partial t} \right) \cdot \hat{\imath}\, ds = 0$$

$$\pi r^2 \left\langle \text{rot}\, \overline{E} + \frac{1}{c} \frac{\partial \overline{B}}{\partial t} \right\rangle \cdot \hat{\imath} = 0$$

$$\text{rot}\, \vec{E} - \frac{1}{c} \frac{\partial \overline{B}}{\partial t} = 0$$

2° EQUAZIONE DI MAXWELL

Applicazione:



$$\phi = BS \cos(\omega t + \varphi)$$

$$\phi' = -\omega BS \,\text{sen}(\omega t + \varphi)$$

$$\mathcal{E} = \frac{\omega BS}{c} \,\text{sen}(\omega t + \varphi)$$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 73 di 190

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 75 di 190

$$\mathcal{D} = \frac{1}{C^2} + \omega^2 R^2$$

$$\mathcal{D}_2 = \begin{vmatrix} -f_1\omega & -\omega R \\ f_2\omega & 1/C \end{vmatrix}$$

$$= -f_1 \frac{\omega}{C} + f_2 \omega^2 R$$

$$\mathcal{D}_1 = \begin{vmatrix} 1/C & -f_1\omega \\ \omega R & f_2\omega \end{vmatrix}$$

$$= \frac{\omega}{C} f_2 + f_1 \omega^2 R$$

$$A_2 = \frac{-f_1 \frac{\omega}{C} + f_2 \omega^2 R}{1/C^2 + \omega^2 R^2}$$

$$A_1 = \frac{\omega/R\, f_2 + f_1 \omega^2 R}{1/C^2 + \omega^2 R^2}$$

Altra tipologia di moto

$$\mathcal{E} = F e^{i\omega t} \qquad I = a e^{i\omega t}$$

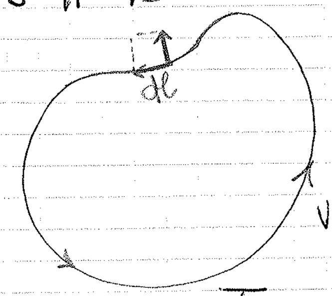
$$i\omega F = \frac{a}{C} e^{i\omega t} + i\omega a R e^{i\omega t}$$

$$a = \frac{i\omega F}{1/C + i\omega R}$$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 75 di 190

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 77 di 190

18-11-13



$$U = -\frac{I}{c}\,\phi$$

$$dU = -\frac{I}{c}\,d\phi = -\frac{I}{c}\,\bar{B}\cdot n\,ds$$

↑ VARIAZ. ENERGIA POTENZIALE

$$n\,ds = \tau \times dl$$

$$dU = -\frac{I}{c}\left(\bar{\tau}\times d\bar{l}\right)\cdot\bar{E}$$

$$= -\frac{I}{c}\left(dl\times\bar{B}\right)\cdot\tau$$

per

$$\tau = \tau\,\hat{i}$$

$$\cancel{\tau}\,F_x = \frac{I}{c}\left(dl\times B\right)\cdot\hat{i}\,\cancel{\tau}$$

Questa procedura si ripete per l'asse y e z

$$I\,dl = I\,dl\,\hat{u}$$

$$I\,\hat{u} = \bar{J}\,S$$

S ← SEZIONE

$\bar{J}$ ← DENSITÀ DI CORRENTE

$$I\,dl = \bar{J}\,S\,dl = \bar{J}\,dv$$

$$\boxed{dF = \frac{I}{c}\,dl\times\bar{B} = \frac{dv}{c}\,\bar{J}\times\bar{B}}$$

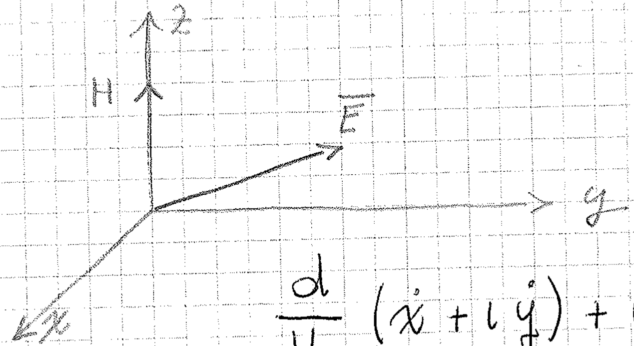
2^ LEGGE DI LAPLACE

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 77 di 190

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 79 di 190

$$m\dot{\overline{w}} = q\left(\overline{E} + \frac{1}{c}\,\overline{w}\times\overline{H}\right)$$

$$\begin{cases} m\ddot{x} = \frac{q}{c}\,\dot{y}H \\ m\ddot{y} = q\left(E_y - \frac{1}{c}\dot{x}H\right) \\ m\ddot{z} = qE_z \end{cases}$$



$$z = \frac{qE_z}{2m}t^2 + v_{0z}t$$

$$\frac{d}{dt}(\dot{x} + i\dot{y}) + i\omega(\dot{x}+i\dot{y}) = \frac{iq}{m}E_y$$

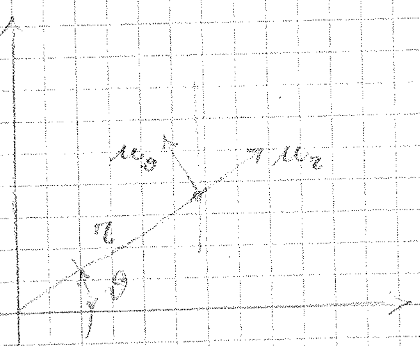
$$\omega = \frac{qH}{mc}$$

FREQUENZA DI CICLOTRONE

$$\dot{x} + i\dot{y} = a e^{-i\omega t} + \frac{cE_y}{H}$$

$$\dot{x} = a\cos\omega t + \frac{cE_y}{H}$$

$$\dot{y} = -a \,\mathrm{sen}\,\omega t$$



$$\overline{r} = r\,\hat{u}_r$$

$$\dot{\overline{r}} = \dot{r}\,\hat{u}_r + r\,\dot{\hat{u}}_r$$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 79 di 190

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 81 di 190

$$= -\frac{c^2}{r^2}\left(\frac{d^2}{d\vartheta^2}\frac{1}{r}+\frac{1}{r}\right)$$

$$aq = mc^2\left(\frac{d^2}{d\vartheta^2}\frac{1}{r}+\frac{1}{r}\right)$$

$$\underbrace{\frac{d^2}{d\vartheta^2}\frac{1}{r}+\frac{1}{r}=D}_{\text{SOLUZIONE PARTICOLARE}} \quad \text{Attrazione}$$

$$\frac{1}{r} = A\cos(\vartheta+\varphi) + D_{=\text{costante}}$$

$$\left(\frac{1}{r}\right)' = -A\,\text{sen}(\vartheta+\varphi)$$

$$\left(\frac{1}{r}\right)'' = -A\cos(\vartheta+\varphi)$$

$$\frac{1}{r} = A\cos\vartheta + D$$

per cui

$$r = \frac{1}{A\cos\vartheta + D} = \frac{P}{1+\varepsilon\cos\vartheta}$$

$\varepsilon < 1$ ELLISSE

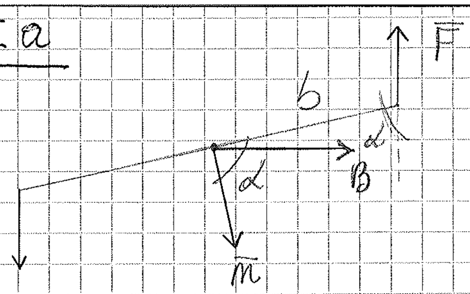
$\varepsilon = 1$ PARABOLA

$\varepsilon > 0$ IPERBOLE

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 81 di 190

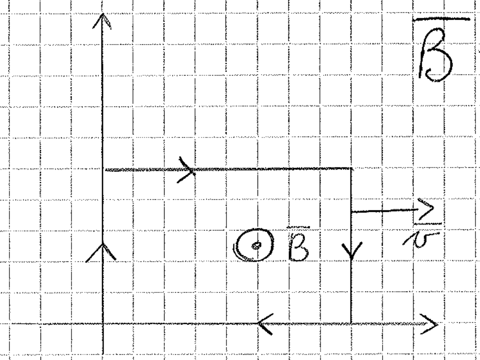
© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 83 di 190

$$\overline{F} = \frac{BI}{c}\,\frac{1}{S}\cdot Sa = \frac{BIa}{c}$$



$$M = Fb \operatorname{sen}\alpha = \frac{BIa}{c}\, b \operatorname{sen}\alpha = \frac{I\Sigma}{c}\, B \operatorname{sen}\alpha$$

esm.



$$\overline{B} = B\hat{k} \qquad \overline{m} = -\hat{k}$$

$$v = v\hat{\imath}$$

$$f = \int \left(\frac{\overline{v}}{c}\times\overline{B}\right)\cdot d\ell = \left(\frac{v}{c}\times B\right)\cdot\overline{a}$$

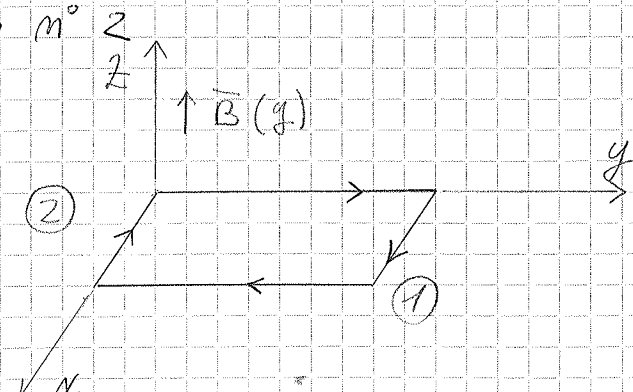
$$= \left(a\times\frac{v}{c}\right)\cdot\overline{B} = B_z\,\frac{ds}{dt}\,/c$$

$$\overline{a}\times\overline{v} = \overline{k}\, a\,\frac{dx}{dt} = \overline{k}\,\frac{ds}{dt}$$

$$d\phi = \overline{B}\cdot\overline{m}\, ds = -B_z\, ds$$

$$f = -\frac{d\phi}{dt}\,/c$$

Caso n° 2



$$f = \frac{1}{c}\int \underbrace{(\overline{v}\times\overline{B})}_{\text{COSTANTE}}\cdot d\ell$$

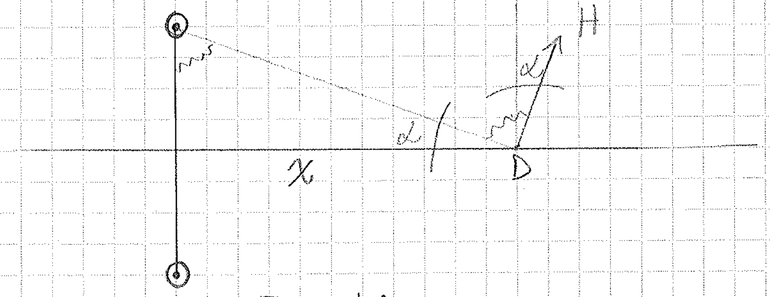
$$= \frac{1}{c}\left[(\overline{v}\times\overline{B}_1)\cdot\overline{a} - (v\times B_2)\cdot\overline{a}\right.$$

$$\overline{a} = a\hat{\imath}$$

$$\overline{v} = v\hat{\jmath}$$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 83 di 190

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 85 di 190

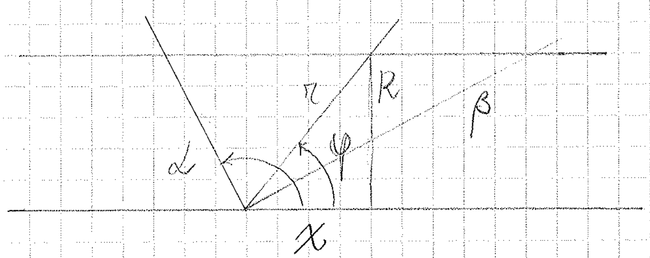


$$d\overline{H} = \frac{I}{c} \int \frac{\overline{r} \times dl}{r^3}$$

$$dH_x = \frac{I}{c} \frac{r\,dl}{r^3} \operatorname{sen}\alpha$$

$$H_x = \frac{I}{c} \frac{2\pi R}{r^2} \operatorname{sen}\alpha$$

Vediamo ora il CILINDRO



$$x \operatorname{tg}\varphi = R$$

$$dx = -R \frac{d\varphi}{\operatorname{sen}^2\varphi}$$

$$r = \frac{R}{\operatorname{sen}\varphi}$$

$$dH = \frac{I}{c} \frac{1}{r^2} \operatorname{sen}\varphi \cdot 2\pi R$$

$$I = J\,dx$$

$$dH = \frac{J\,dx}{c} \cdot \frac{1}{r^2} \operatorname{sen}\varphi \cdot 2\pi R$$

$$= \frac{J}{c} \left(- \frac{R\,d\varphi}{\operatorname{sen}^2\varphi} \frac{\operatorname{sen}^2\varphi}{R^2} \operatorname{sen}\varphi \right) 2\pi R$$

$$= - \frac{2\pi J}{c} \operatorname{sen}\varphi\, d\varphi$$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 85 di 190

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 87 di 190

3) Corrente di spostamento

e) Dielettrici
1) Potenziale di una distribuzione di dipoli
2) Spostamento elettrico

f) Energia potenziale
1) Dipolo e doppio strato
2) Densità di energia

g) Forze
1) Risultante su un dipolo
2) Momento risultante su un dipolo

h) Teorema di Ampere
1) Eq. tra circuito elettrico e lamina magnetica: potenziale
2) Teorema di Ampere: forma integrale e differenziale

i) 1° legge di Laplace: deduzione

l) 1° eq. di Maxwell

m) Legge di Faraday e 2° eq. di Maxwell (legge di induzione)

n) Forze su un conduttore percorso da corrente
2^ legge di Laplace

16-12-13 → 1/2 SCRITTO { 1 DOMANDA TEORIA + 1 ESERCIZIO LIGHT

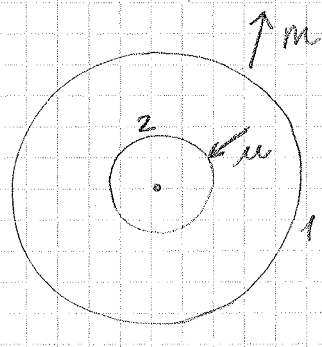
© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 87 di 190

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 89 di 190

$= 3f + rf'$ Sostituisco

$f = \frac{1}{r^3} \quad f' = \frac{-3}{r^4}$

$\mathrm{div}\left(\vec{r}/r^3\right) = \frac{3}{r^3} - \frac{3}{r^3} = \emptyset$



$\int_1 \vec{E} \cdot \vec{n}\, ds + \int_2 \vec{E} \cdot \vec{u}\, ds = 0$

$\int_1 \vec{E} \cdot (-u)\, ds = 4\pi r^2 \frac{q}{r^2} = 4\pi q$

FORMA LOCALE TEOREMA DI GAUSS

$\int \vec{E} \cdot n\, ds = 4\pi \int \rho\, dv$

$\int \left(\mathrm{div}\vec{E} - 4\pi\rho\right) dv = 0$

$\frac{4\pi}{3} R^3 \langle \mathrm{div}\vec{E} - 4\pi\rho \rangle = 0$

per $R \to 0$: $\mathrm{div}\vec{E} = 4\pi\rho$

INTRODUCIAMO IL POTENZIALE ELETTRICO

$\vec{E} = -\mathrm{grad}(V)$

$V = q/r$

infatti

$\nabla(q/r) = q\left(-1/r^2 \cdot \vec{r}/r\right) = -q\frac{\vec{r}}{r^3}$

$\nabla^2 V = -4\pi\rho$ EQUAZIONE DI POISSON

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 89 di 190

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 91 di 190

POTENZIALE

$$V = -\frac{q}{r_1} + \frac{q}{r_2} = q\,\delta\,\frac{1/r_2 - 1/r_1}{\delta}$$

$$\Rightarrow \bar{m}\,\frac{\partial}{\partial x}\,\frac{1}{r} = m\,\hat{i}\cdot\bar{\nabla}\,\frac{1}{r}$$

MOMENTO DI DIPOLO

$$= \bar{m}\cdot\bar{\nabla}\,\frac{1}{r}$$

$$= -\frac{m}{r^2}\,\frac{\bar{r}}{r} = -\frac{\bar{m}\;\overline{OP}}{r^2} = \bar{m}\,\frac{\overline{PO}}{r^3}$$

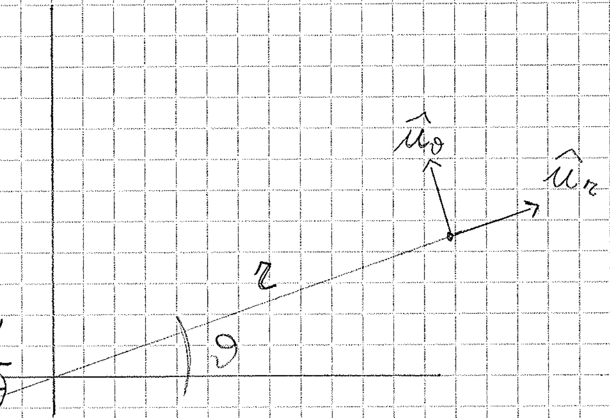
CAMPO

$$\bar{\nabla}V = g_r\,\hat{u}_r + g_\theta\,\hat{u}_\theta$$

$$g_r = \lim_{\Delta r\to 0}\frac{\Delta V}{\Delta r} = \frac{\partial V}{\partial r}$$

$$g_\theta = \lim_{\Delta\theta\to 0}\frac{\Delta V}{r\,\Delta\theta} = \frac{1}{r}\,\frac{\partial V}{\partial\theta}$$

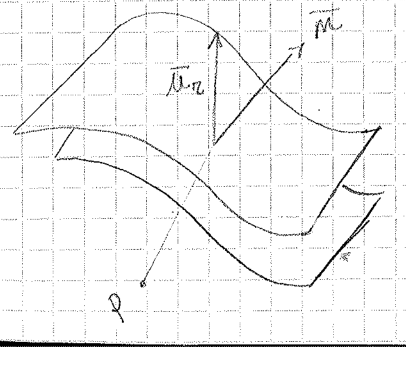
$r = cost$



$$V = \frac{m\cos\theta}{r^2}$$

$$g_r = -2m\,\frac{\cos\theta}{r^3} \quad ; \quad g_\theta = -\frac{1}{r}\,m\,\frac{\operatorname{sen}\theta}{r} = -\frac{m\operatorname{sen}\theta}{r^2}$$

DOPPIO STRATO:



$$\vec{V} = -\frac{d\bar{m}\cdot\hat{u}_r}{r^2}$$

DENS. DI MOMENTO

$$= -\bar{m}\,\frac{\mathcal{M}\,ds\cdot\hat{u}_r}{r^2}$$

$$= -\mathcal{M}\,\frac{\overset{dm}{ds\cos\theta}}{r^2} = -\mathcal{M}\,d\Omega$$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 91 di 190

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 93 di 190

Riscrivo il primo membro:

$$-\frac{1}{3} S d \left\langle \frac{\partial \rho}{\partial t} \right\rangle = S \langle J(\vec{m}) \rangle - S m_x \langle J(\bar{e}_1) \rangle +$$

$$- S m_y \underset{\text{VALOR MEDIO}}{\langle} J(\bar{e}_2) \rangle - S m_z \langle J(\bar{e}_3) \rangle$$

per $d \to 0$

$$J(\vec{m}) = m_x J(\bar{e}_1) + m_y J(\bar{e}_2) + m_z J(\bar{e}_3)$$

$$= \bar{m} \cdot \bar{J} \leftarrow \text{DENSITÀ DI CORRENTE}$$

$$\vec{J} = \bar{e}_1 J(\bar{e}_1) + \bar{e}_2 J(\bar{e}_2) + \bar{e}_3 J(\bar{e}_3)$$

Considero ora una superficie arbitraria:

$$\frac{d}{dt} \int \rho \, dv = - \int J(\bar{m}) \, ds$$

$$= - \int \bar{m} \cdot \bar{J} \, ds$$

$$= - \int \operatorname{div} \bar{J} \, dv$$

$$\int \left(\frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div}(\bar{J}) \right) dv = 0$$

EQUAZIONE DI CONTINUITÀ PER $r = 0$

$$\frac{4\pi}{3} e^3 \left\langle \frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div}(\bar{J}) \right\rangle = 0$$

LEGGE DI OHM

$$\bar{J} = \gamma \bar{E}$$

$$\operatorname{div} \bar{J} = \gamma \operatorname{div} \vec{E} \qquad \rho = \rho_0 \exp(-t/\tau)$$

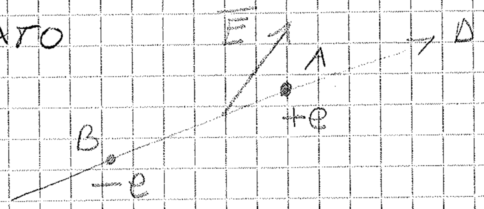
$$-\frac{\partial \rho}{\partial t} = 4\pi \gamma \rho \qquad \tau = \frac{1}{4\pi\gamma}$$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 93 di 190

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 95 di 190

Sistema di cariche in un campo elettrico
(Energia Potenziale)

DIPOLO E DOPPIO STRATO



$$\mathcal{U} = \int V \rho \, dv$$

$$\mathcal{U} = \lim_{\delta \to 0} (eV_A - eV_B)$$

$$= m \lim_{\delta \to 0} \frac{V_A - V_B}{\delta}$$

$$= m \frac{dv}{ds} = m \overline{s} \cdot \overline{\nabla} V$$

$$= \overline{m} \cdot \overrightarrow{\overline{E}}$$

$$\Rightarrow \mathcal{U} = - \int \overline{M} \cdot \overline{E} \, ds = - M \int \overline{E} \cdot \overline{n} \, ds \quad \text{se } M = \text{cost}$$

DENSITÀ DI ENERGIA

$$\mathcal{U} = \frac{1}{2} \sum_j \sum_{i=j} \frac{q_i q_j}{r_{ij}} = \frac{1}{2} \sum_j q_j \cdot V_j$$

$$\mathcal{U} = \frac{1}{2} \int \rho V \, dv = \frac{1}{2} \int V \frac{\operatorname{div} \overline{D}}{4\pi} \, dv$$

$$\operatorname{div} V\overline{D} = V \operatorname{div} \overline{D} + \overline{D} \operatorname{grad} V$$

$$\mathcal{U} = \frac{1}{8\pi} \int \operatorname{div} (V\overline{D}) \, dv - \frac{1}{8\pi} \int \overline{D} \operatorname{grad} V \, dv$$

$$= \frac{1}{8\pi} \int V\overline{D} \cdot \overline{n} \, ds + \frac{1}{8\pi} \int \overline{D} \cdot \overline{E} \, dv$$

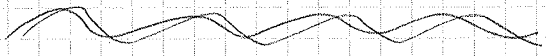
$$\int V\overline{D} \cdot \overline{n} \, ds = 4\pi R^2 \langle V\overline{D} \rangle$$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 95 di 190

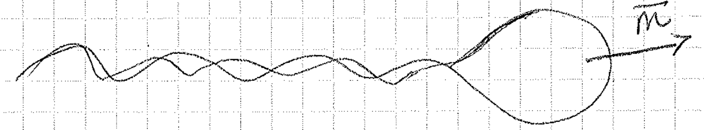
© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 97 di 190

2-12-13

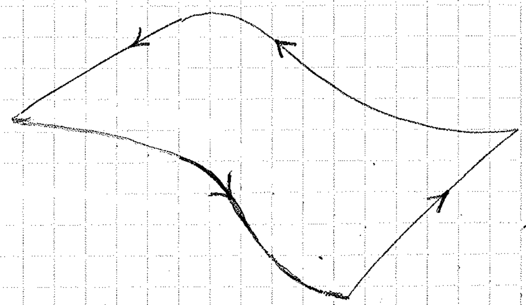
L'effetto magnetico di una corrente elettrica:



$\overline{H} = \emptyset$



$\overline{m} = \frac{\mu}{c} I S \vec{n}$



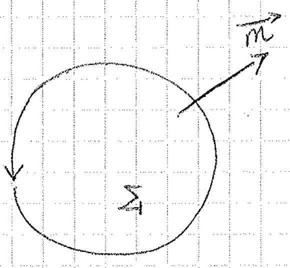
$\mathcal{M} = \frac{\mu}{c} I$

$\mathcal{U} = -\mathcal{M} \int \overline{H} \cdot \overline{n} \, ds$

$= -\frac{I}{c} \Phi$

$\oint \overline{H} \cdot ds = 4\pi \frac{I}{c}$

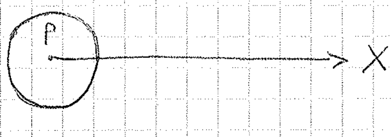
$\oint \overline{H} \cdot d\overline{s} = \frac{4\pi}{c} \int_{\Sigma_1} \overline{J} \cdot \overline{n} \, ds$



$\int_{\Sigma_1} rot\, \overline{H} \cdot \overline{n} \, ds = \frac{4\pi}{c} \int_{\Sigma_1} \overline{J} \cdot \overline{n} \, ds$

$\int_{\Sigma_1} \left(rot\, \overline{H} - \frac{4\pi}{c} \overline{J} \right) \cdot \overline{n} \, ds = 0$

TEOR. DI AMPERE IN FORMA LOCALE



$\int_{\Sigma_1} \left(rot\, \overline{H} - \frac{4\pi}{c} \overline{J} \right) \cdot \overline{i} \, ds$

$\pi r^2 \langle rot\, H - \frac{4\pi}{c} J \rangle \cdot \overline{i} = \emptyset$

Si può semplificare facendo tendere a ∅ il raggio del disco.

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 97 di 190