



Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino

**Appunti universitari**

**Tesi di laurea**

**Cartoleria e cancelleria**

**Stampa file e fotocopie**

**Print on demand**

**Rilegature**

NUMERO: 859

DATA: 12/03/2014

# **A P P U N T I**

STUDENTE: Dellavella

MATERIA: Termodinamica Applicata

Prof. Borchiellini

Il presente lavoro nasce dall'impegno dell'autore ed è distribuito in accordo con il Centro Appunti.

Tutti i diritti sono riservati. È vietata qualsiasi riproduzione, copia totale o parziale, dei contenuti inseriti nel presente volume, ivi inclusa la memorizzazione, rielaborazione, diffusione o distribuzione dei contenuti stessi mediante qualunque supporto magnetico o cartaceo, piattaforma tecnologica o rete telematica, senza previa autorizzazione scritta dell'autore.

**ATTENZIONE: QUESTI APPUNTI SONO FATTI DA STUDENTIE NON SONO STATI VISIONATI DAL DOCENTE.  
IL NOME DEL PROFESSORE, SERVE SOLO PER IDENTIFICARE IL CORSO.**

Ipotesi di omogeneità = proprietà dei corpi, modificabili nel tempo, ma non tra un punto e l'altro del medesimo corpo. ④

Volume di controllo = volume occupato dal sistema; la sup. di controllo è invece la parete immaginaria che separa sistema da ambiente

Sistemi → aperti = consentono ogni tipo di interazione  
 → chiusi = consentono solo interazioni meccaniche e termiche (non di materia)  
 → isolati = non consentono nessuna interazione

Grandezze estensive = se  $N$  ha lo stesso valore, è proporzionale alla quantità di materia del sistema. Il rapporto di grand. estensive costituisce la grand. specifiche

Equazione di stato = relazione funzionale che correla una coordinata termodinamica dipendente ( $y$ ), alle  $N$  coordinate indipendenti ( $x, \dots$ )

Processo inverso =  
 • se gli stati iniziale e finale dei due processi coincidono  
 • se gli stati intermedi coincidono in modo ordinato  
 • se le due curve di trasformazione si sovrappongono esattamente

Reversibile =  
 • è possibile trovare un processo, inverso del primo (non lasciare traccia)  
 • dopo che il sistema ha percorso in successione prima il processo originale e poi quello inverso, Sistema e Ambiente esterno tornano nel loro stato iniziale.

Principio zero = se due corpi, A e B, sono ognuno in equilibrio termico con un terzo corpo C, anche A e B allora sono, tra loro, in equilibrio termico, e tutti e tre i corpi avranno la stessa temperatura.



Punto triplo = coesistenza fase liquida, solida e di vapore e si ha alle  $T_f = 273,16 \text{ K}$  (Acqua)

Calore = ha senso ed è corretto parlare di calore quando c'è un flusso di energia che si muove, dentro un corpo, o tra due corpi, e tale spostamento è determinato da una differenza di temp.

Q = misura l'energia scambiata tra sistema e ambiente esterno, occorre sempre associarlo all'intervallo di tempo durante il quale avviene il trasferimento e al relativo processo termodinamico (P)

Φ = tasso di riscaldamento (potenza termica), indica la rapidità con la quale un sistema scambia calore con l'esterno, è una grandezza istantanea

$dQ = \dot{Q} = \Phi(t) dt$  → dipende dal processo e non dallo stato, poiché è una quantità infinitesimale e non si può calcolare in un punto stato

Lavoro = indica l'energia messa in gioco per tutta la durata del processo di spostamento del punto di applicazione di una forza che viene esercitata. Come il calore, non è una proprietà dei corpi, ma solo mentre un'azione che si esercita su di essi.

Q̇ = misura l'energia scambiata tra sistema e ambiente esterno

Ẇ = rapidità con la quale un sistema scambia lavoro con l'ambiente esterno

Trasformazione isocora: volume costante

$$q = \int \cancel{\lambda} dv + c_v dT = \int_{T_1}^{T_2} c_v dT = c_v (T_2 - T_1) \quad e_i = \int p dV = 0 \quad (3)$$

Trasformazione isobara: pressione costante

$$q = \int \cancel{\lambda} dp + c_p dT = \int_{T_1}^{T_2} c_p dT = c_p (T_2 - T_1) \quad e_i = \int_{V_1}^{V_2} p dV = p (V_2 - V_1)$$

Trasformazione isoterma: temperatura costante

$$q = \int \cancel{\lambda} dv + \cancel{c_v dT} = \int_{V_1}^{V_2} \lambda_v(v, T) dv = \text{ma: } \lambda_v = p_i = \frac{R^* T_1}{V}$$

$$= \int_{V_1}^{V_2} R^* T_1 \frac{dv}{V} = R^* T_1 \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)$$

$$e_i = \int p(v, T) dv = \int_{V_1}^{V_2} R^* T_1 \frac{dv}{V} = R^* T_1 \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)$$

Dimostrazione  $R^* = R/M$  costante specifica gas ideale

$$\tilde{q} = \lambda_v dv + c_v dT \quad \tilde{q} = \lambda_p dp + c_p dT \quad \text{ma} \rightarrow \lambda_v = p \quad \lambda_p = -v$$

$$p dv + c_v dT = -v dp + c_p dT \quad p dv + v dp = (c_p - c_v) dT$$

$$\text{ma: } p dv + v dp = d(pv) \quad e \quad pV = R^* T \rightarrow d(pv) = d(R^* T)$$

$$d(R^* T) = (c_p - c_v) dT \quad R^* dT = (c_p - c_v) dT \rightarrow \boxed{R^* = c_p - c_v}$$

Trasformazione adiabatica: calore scambiato nullo  $\rightarrow \tilde{q} = 0$

$$du = \tilde{q} - \tilde{L} \quad \text{ma: } \tilde{q} = 0 \quad du + \tilde{L} = 0 \quad c_v dT + p dv = 0 \quad (\text{se si conosce è equazione del calore})$$

$$\text{per un gas ideale ho: } p = \frac{R^* T}{V} \rightarrow c_v dT + R^* T \frac{dv}{V} = 0$$

$$c_v \frac{dT}{T} = -R^* \frac{dv}{V} \quad \text{integro} \quad c_v \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) = -R^* \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) \quad \text{applica proprietà del logaritmo}$$

$$\ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) = \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{-\frac{R^*}{c_v}} \quad \text{ma } R^* = c_p - c_v \quad \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) = \ln\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1}$$

$$\gamma = c_p / c_v$$

$$\rightarrow \boxed{V_1^{\gamma-1} T_1 = V_2^{\gamma-1} T_2} \quad \text{variabili } (V \text{ e } T)$$

Trasformazione politropica: qualunque trasformazione per cui fluido omogeneo per la quale posso scrivere: ⑤

$$\tilde{q} = c(T) dT \quad \tilde{q} = \lambda_p dp + c_p dT \quad \text{e unisco:}$$

$$(c - c_p) dT = \lambda_p dp \quad \text{ma } \lambda_p = -v$$

$$\text{e } T = \frac{pV}{R^*} \rightarrow dT = \frac{p dv + v dp}{R^*}$$

$$(c - c_p) \frac{p dv + v dp}{R^*} + v dp = 0 \quad \text{so che } R^* = c_p - c_v$$

$$(c - c_p) p dv + v dp (c - c_p) + (c_p - c_v) v dp = 0$$

$$(c - c_p) p dv + v dp (c - c_v) = 0$$

$$\frac{(c - c_p)}{(c - c_v)} \frac{dv}{v} = - \frac{dp}{p} \quad \frac{(c - c_p)}{(c - c_v)} = m$$

$$m \frac{dv}{v} = - \frac{dp}{p} \quad -/m \frac{dv}{v} = \int \frac{dp}{p}$$

$$\rightarrow \ln(p) = -m \ln(v) + \text{costante}$$

$$\ln(p) + \ln(v)^m = \text{costante}$$

$$\ln(pv^m) = \text{costante} \quad \rightarrow \boxed{pv^m = \text{costante}}$$

Coefficiente di comprimibilità:  $Z = \frac{pV}{R^*T}$  per i gas ideali esso è pari ad uno, e quindi mi indica (quando si discosta da tale valore) di quanto un gas si discosta dal comportamento di un gas ideale.

Equazione di Van der Waals:  $p = \frac{R^*T}{(v-b)} - \frac{a}{v^2}$  dove "a" tiene conto dell'influenza delle forze di attrazione intermolecolare, mentre "b" è detto covolume perché tiene conto del volume finito delle molecole che non è quindi disponibile per contrazioni/dilatazioni del fluido.

Potenza meccanica  $W_{se}(t) = W_{se}^s + W_{se}^d$   $s = \text{superficiale}$   $d = \text{distanza}$  (7)

ma  $W_{se}^s = W_+(t) + W_{sp}(t) \rightarrow$  Potenza di spostamento, ovvero quella che serve a far muovere il fluido, per introdurre o espellere il fluido nei condotti.   
 Potenza tecnica o all'albero ottenuta in conseguenza delle macchine che stanno avvenendo nel sistema.

$$L_{sp} = \sum_{k=1}^{NC} \int_{t_1}^{t_2} \pm (p \cdot v)_k \cdot G_k \cdot dt \rightarrow \text{la riva del procedimento sotto} \rightarrow \text{rappresenta il caso di più condotti}$$

per un singolo condotto:  $L_{sp} = \vec{F} \cdot \vec{\Delta x} = p A \vec{m} \cdot \vec{\Delta x} = \pm p A \Delta x$   
 $W_{sp} = \vec{F} \cdot \vec{v} = p A \cdot \vec{m} \cdot \vec{v} = \pm p A v =$  ma  $G = \rho A v$   
 $= \pm p A \frac{G}{\rho A} = \pm p v G \rightarrow \text{volume specifico}$

Equazione dell'energia cinetica:  $-L_{se} + L_i = E_c$   $W_{se}(t) + \frac{dE_c}{dt} - W_i(t) = 0$   
 $-W_{se}(t) + W_i(t) = \frac{dE_c}{dt}$

ma:  $W_{se}^s = W_+ + W_{sp}$   $W_{se}^d = \frac{dE_p}{dt}$   $W_i = p \frac{dV}{dt} - W_a$   
 e so che  $W_{se} = W_{se}^s + W_{se}^d$   $\downarrow$  Energia potenziale  $\uparrow$  potenza  $\uparrow$  Potenza di attrito

$$\rightarrow W_+ + W_{sp} + \frac{dE_p}{dt} + \frac{dE_c}{dt} - p \frac{dV}{dt} + W_a = 0$$

so anche che  $L_{sp} = \Delta(pv) \rightarrow W_{sp} = \frac{d(pv)}{dt}$

$$W_+ + \frac{d(pv)}{dt} + \frac{dE_p}{dt} + \frac{dE_c}{dt} - p \frac{dV}{dt} + W_a = 0 \quad d(pv) = p dV + V dp$$

$$\rightarrow W_+ + W_a + \frac{dE_c}{dt} + \frac{dE_p}{dt} + V \frac{dp}{dt} = 0$$

ma:  $\frac{dE_c}{dt} = \left[ \frac{dE_c}{dt} \right]_{vc} + \sum_{k=1}^{NC} \pm G_k e_{ck}$   $\frac{dE_p}{dt} = \left[ \frac{dE_p}{dt} \right]_{vc} + \sum_{k=1}^{NC} \pm G_k e_{pk}$

$$\rightarrow W_+ + W_a + V \frac{dp}{dt} + \left[ \frac{dE_c}{dt} + \frac{dE_p}{dt} \right]_{vc} + \sum_{k=1}^{NC} \pm G_k (e_{ck} + e_{pk}) = 0$$

es.  $e_{cs} = \frac{v_s^2}{2}$

$e_{ps} = p v_s$

Macchina termica = dispositivo artificiale che consente di convertire energia (termica, meccanica ecc...) da una fase ad un'altra per poter utilizzare alcuni dei flussi che si determinano. Deve essere funzionante in modo ciclico, perché se non lo fosse, dopo un lasso di tempo verrebbe ad equilibrarsi con l'ambiente esterno, smettendo così di funzionare.

Macchine motrici = o motori, scambiano con l'ambiente esterno complessivamente quantità nette di calore e di lavoro positive.

Macchine operatrici = attraverso il lavoro meccanico prendo energia termica a bassa T e la porto ad alta T; scambiano con l'ambiente esterno, quantità nette di calore e lavoro negative.

frigoriferi = se l'effetto utile è calore sottratto ad un sistema esterno con temperatura più bassa.

pompe di calore = se l'effetto utile è calore fornito ad un sistema esterno che si trova alla temperatura più alta.

Termostato = sistema in grado di mantenere la sua temperatura costante scambiando calore con altri sistemi, o un sistema ideale dove tutte le trasformazioni sono reversibili (oceano, atmosfera).

Macchine bitermiche = tra le più semplici, scambiano calore solo con due sistemi esterni in condizioni termodinamiche distinte, e lavoro; ad esse è inapplicabile il funzionamento della maggior parte delle macchine reali.

io so che  $Q = \int_2^1 \phi(t) dt$

$Q^+ = \frac{1}{2} \int_2^1 (|\phi(t)| + \phi(t)) dt$  → mettendo il modello le parti negative si eliminano, quelle positive restano → 1/2

$L^+ = \frac{1}{2} \int_2^1 (|W_e(t)| + W_e(t)) dt$  (Lavoro assorbito)

Motori :  $L_m > 0$      $Q_m > 0$      $L_m = L^+ - L^-$   
 Macchine op:  $L_m < 0$      $Q_m < 0$      $Q_m = Q^+ - Q^-$

Efficienza = grandezza adimensionata, definita come rapporto tra l'energia utile e quella spesa in un intervallo di tempo fissato, es un ciclo.

efficienza =  $\left( \frac{\text{en. utile}}{\text{en. spesa}} \right)$

Motori →  $\eta = \frac{L_m(C)}{Q^+(C)}$     Eff. frigorifero →  $E_f = \frac{Q^-(C)}{L_m(C)}$

Eff. Pompa di calore →  $E_{pc} = \frac{Q^-(C)}{L_m(C)}$

Energia interna = è la differenza tra energia totale ed energia cinetica, ma posso ricavarla anche così: ②

$$\boxed{U = E - E_c} \quad \text{ma} \quad -L_{se} + L_i = \Delta E_c$$

$$Q - L_{se} = \Delta E \quad (\text{Tenere energia totale})$$

$$-L_{se} = \Delta E_c - L_i \quad \text{sostituisco} \quad Q + \Delta E_c - L_i = \Delta E$$

$$Q - L_i = \Delta E - \Delta E_c \quad \rightarrow \quad \boxed{Q - L_i = \Delta U}$$

oppure  $\boxed{Q - L_{se} = \Delta U + \Delta E_c}$  da cui posso notare che l'energia che il sistema scambia con l'esterno come calore o lavoro determina un'algebra dello stato interno ( $\Delta U$ ) e dello stato di moto nello spazio ( $\Delta E_c$ ).

L'Energia Interna può essere conosciuta sempre a meno di una costante, quindi per un corpo esistono infinite funzioni di energia interna che differiscano per una costante, e allora per il suo calcolo deve fissare uno stato di riferimento, ad esempio che in esso la funzione sia arbitrariamente nulla.

Processo reversibile = processo P (e trasformazione) che presenti l'esistenza di almeno un corrispondente processo inverso Pinv (e trasformazione inversa) durante il quale calore e lavoro vengono scambiati in quantità uguale (in valore assoluto) ma opposte in segno.

II° Principio = quando un sistema termodinamico percorre un processo P, il flusso di calore che ad ogni istante può essere scambiato è sempre inferiore o uguale ad un valore massimo che è caratteristico del corpo:

$$\boxed{\phi(t) \leq \phi_{max}(t)}$$

Tale flusso massimo si esprime come prodotto della Temperatura assoluta per la velocità di variazione nel tempo, di una grandezza funzione dello stato termodinamico X, chiamata entropia:

$$\boxed{\phi_{max}(t) = T \cdot \frac{dS}{dt}}$$

↳ funzione di Kelvin-Planck

↳ Temperatura termodinamica  
° Temperatura assoluta



Carnot = per primo intuito e quindi il principio generale che oggi dopo essere stato riformulato, viene detto II° principio. La sua trattazione si applica solamente a una macchina termica percorsa da un fluido omogeneo e non viscoso. "Il rendimento di un motore reversibile che funziona secondo il ciclo detto di Carnot, è indipendente dal materiale che percorre il ciclo ed è funzione delle due temperature estreme" →  $\eta_c = \frac{L_m}{Q_+} = 1 - \frac{T^-}{T^+}$

Dimostrazione con temperature assolute:  $\Delta S = \int \frac{\hat{Q}}{T} = 0$  → perché reversibile e processo

1 e 3 = Sono isoterme  
2 e 4 = Sono adiabatiche

$$\int_1^2 \frac{\hat{Q}}{T} + \int_2^3 \frac{\hat{Q}}{T} + \int_3^4 \frac{\hat{Q}}{T} + \int_4^1 \frac{\hat{Q}}{T} = 0$$

$$\frac{Q^+}{T^+} - \frac{Q^-}{T^-} = 0$$

$$\frac{Q^+}{Q^-} = \frac{T^+}{T^-}$$

$$\eta_c = \frac{L_m}{Q_+} = \frac{Q^+ - Q^-}{Q^+} = 1 - \frac{Q^-}{Q^+} = 1 - \frac{T^-}{T^+}$$

Dimostrazione con temperature gas: se il ciclo di Carnot è percorso da un gas ideale, il suo rendimento si può calcolare in funzione di una temperatura, misurata con un termometro a gas ideale, senza che sia necessario utilizzare il secondo principio.

Trasformazione 1 e 3 sono isoterme:

$$Q_1 = \int_{V_1}^{V_2} \lambda_v dV + c_v d\theta \quad Q_3 = \int_{V_3}^{V_4} \lambda_v dV + c_v d\theta \quad \text{ma } \lambda_v = p$$

$$Q_1 = \int_{V_1}^{V_2} p dV = mR\theta^- \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V} = -mR\theta^- \ln\left(\frac{V_1}{V_2}\right)$$

$$Q_2 = \int_{V_2}^{V_3} p dV = mR\theta^+ \ln\left(\frac{V_3}{V_2}\right)$$

$$\eta_c = 1 - \frac{Q^-}{Q^+} = 1 - \frac{Q_1}{Q_2} \quad \text{sostituisco}$$

Entalpia =  $\bar{e}$  una grandezza estensiva, in generale si ha:

(15)

$h = u + pv$  dal 1° principio  $\tilde{q} - \tilde{e}_1 = du$  sommo in entrambi i membri  $d(pv)$

$\lambda p dp + c_p dT - p dv + d(pv) = du + d(pv)$  ma  $du + d(pv) = dh$

$\lambda p dp + c_p dT + v dp = dh$  inoltre so che:

$h = h(p, T)$   $dh = \left(\frac{dh}{dp}\right)_T dp + \left(\frac{dh}{dT}\right)_p dT$  confrontando e ottengo

$\left(\frac{dh}{dp}\right)_T = (\lambda p + v)$   $\left(\frac{dh}{dT}\right)_p = c_p$   $\bar{e}$  sufficiente conoscere  $v = v(p, T)$   $c_p = c_p(p, T)$

Entropia = ho due casi perche posso utilizzare due coppie di variabili

$S = S(v, T)$   $ds = \left(\frac{ds}{dv}\right)_T dv + \left(\frac{ds}{dT}\right)_v dT$

$S = S(p, T)$   $ds = \left(\frac{ds}{dp}\right)_T dp + \left(\frac{ds}{dT}\right)_p dT$

$ds = \frac{\tilde{q}}{T}$   $\begin{cases} \frac{\lambda v}{T} dv + \frac{c_v}{T} dT = \left(\frac{dp}{dT}\right)_v dv + \frac{c_v}{T} dT & \lambda v = p \\ \frac{\lambda p}{T} dp + \frac{c_p}{T} dT = -\left(\frac{dv}{dT}\right)_p dp + \frac{c_p}{T} dT & \lambda p = -v \end{cases}$

$\rightarrow \left(\frac{ds}{dv}\right)_T = \left(\frac{dp}{dT}\right)_v$   $\left(\frac{ds}{dT}\right)_v = \frac{c_v}{T}$   $\bar{e}$  sufficiente conoscere

$\left(\frac{ds}{dp}\right)_T = -\left(\frac{dv}{dT}\right)_p$   $\left(\frac{ds}{dT}\right)_p = \frac{c_p}{T}$   $v = v(p, T)$   $c_p = c_p(p, T)$

so anche che:  $\left(\frac{dp}{dT}\right)_v = \frac{R^*}{v} \rightarrow \Delta s = s_2 - s_1 = \int_{T_1}^{T_2} \frac{c_v(T)}{T} dT + R^* \int_{v_1}^{v_2} \frac{dv}{v}$   
 $\rightarrow \Delta s = c_v \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) + R^* \ln\left(\frac{v_2}{v_1}\right)$

inoltre:  $\left(\frac{ds}{dp}\right)_T = -\left(\frac{dv}{dT}\right)_p = -\frac{R^*}{p} \rightarrow \Delta s = s_2 - s_1 = \int_{T_1}^{T_2} \frac{c_p(T)}{T} dT - R^* \int_{p_1}^{p_2} \frac{dp}{p}$   
 $\rightarrow \Delta s = c_p \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) - R^* \ln\left(\frac{p_2}{p_1}\right)$

\*  $\left(\frac{dh}{dp}\right)_T = \lambda p + v = 0$   $\lambda p = -v$

$\rightarrow dh = c_p(T) dT$

Diagramma di Clapeyron

(17)

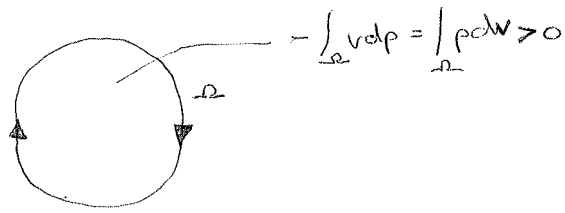
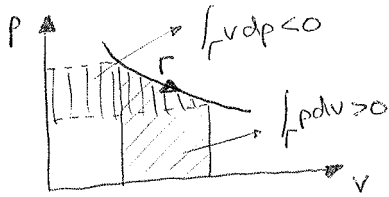
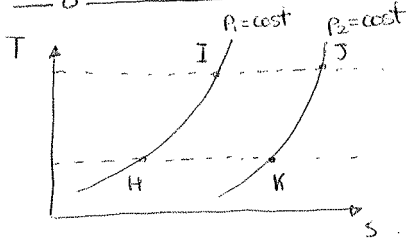


Diagramma di Gibbs

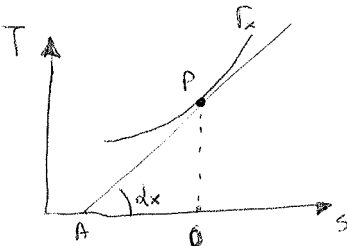
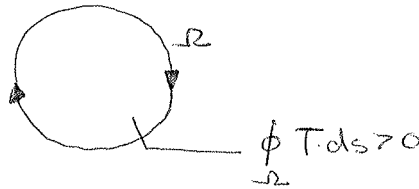
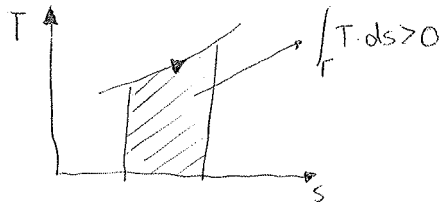


$$S_J - S_I = c_p \ln\left(\frac{T_J}{T_I}\right) - R^* \ln\left(\frac{P_2}{P_1}\right)$$

$$S_K - S_H = c_p \ln\left(\frac{T_K}{T_H}\right) - R^* \ln\left(\frac{P_2}{P_1}\right)$$

Le isobore le ottengo per traslazione

$T_J = T_I \quad T_K = T_H \rightarrow$  sono uguali le temperature

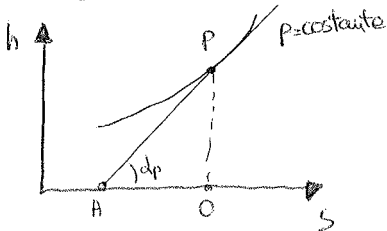


$$\tan dx = \frac{OP}{AO} = \frac{T}{AO} = \frac{dT}{ds}$$

$$C_x = T \cdot \left(\frac{ds}{dT}\right)_x = \frac{T}{\tan dx} \quad \overline{AO} \equiv C_x$$

nei vari casi posso considerare  $v = \text{costante}$  o  $p = \text{costante}$  e così da  $T ds = q$  ed esplicitando il calore nei due modi che conosceremo posso ottenere i valori di  $c_p = c_v$  che saranno uguali

Diagramma di Mollier



$$\tan dp = \frac{OP}{AO} = \frac{dh}{ds}$$

$$\tilde{q} - v dp = dh$$

$$T ds = \tilde{q} = dh + v dp \rightarrow T = \left(\frac{dh}{ds}\right)_p$$

$$dh = du + d(pv) \rightarrow dh = \tilde{q} - v dp$$

$$du = \tilde{q} - p dv$$

Sistema chiuso:

(19)

Equazione energia cinetica  $\rightarrow -l_{se} + l_i = \Delta e_c$

$$l_{se} = l_{se}^s + l_{se}^d = l_s + l_t + \Delta e_p$$

$$\boxed{-l_t = -l_i + \Delta e_c + \Delta e_p}$$

Lavoro di spostamento (non c'è nei sist. chiusi)

Primo principio  $\rightarrow q - l_i = \Delta u$

ma so che  $l_i = l_{ir} - l_a = \int p dv - l_a$  sostituisco

$$q - \int p dv + l_a = \Delta u$$

inoltre  $\Delta u = q - l_i$  ma  $dh = du + d(pv)$

$$\rightarrow dh - d(pv) = \hat{q} - \int p dv \quad dh - \int p dv + \int v dp = \hat{q} - \int p dv$$

$$\Delta h = q - l_t$$

ricordo che:  $q - \int p dv + l_a = \Delta u$

$$q - \int p dv + l_a = \Delta h - d(pv)$$

$$\boxed{q + \int v dp + l_a = \Delta h}$$

ma  $\Delta h = q - l_t$

$$q + \int v dp + l_a = q - l_t$$

$$\rightarrow \boxed{l_t = - \int v dp - l_a}$$

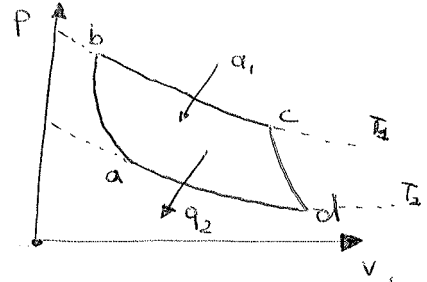
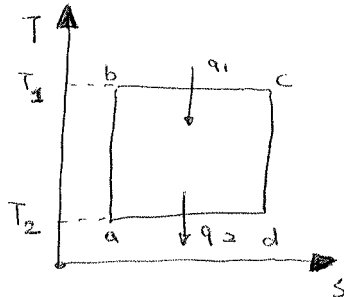
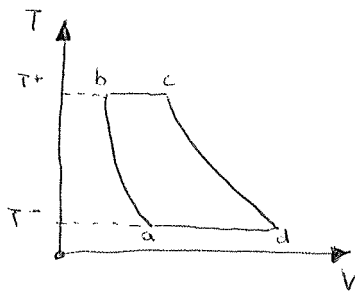
Lavoro netto utile = è il lavoro scambiato con l'esterno al termine di ogni ciclo, somma algebrica delle quantità cedute o assorbite in tutte le trasformazioni del ciclo

$$\oint_{\rightarrow} \tilde{e}_i - \oint_{\rightarrow} \tilde{e}_t = \oint_{\rightarrow} d(pv) = 0 \quad \rightarrow \quad l_m = \oint_{\rightarrow} \tilde{e}_i \equiv \oint_{\rightarrow} \tilde{e}_t$$

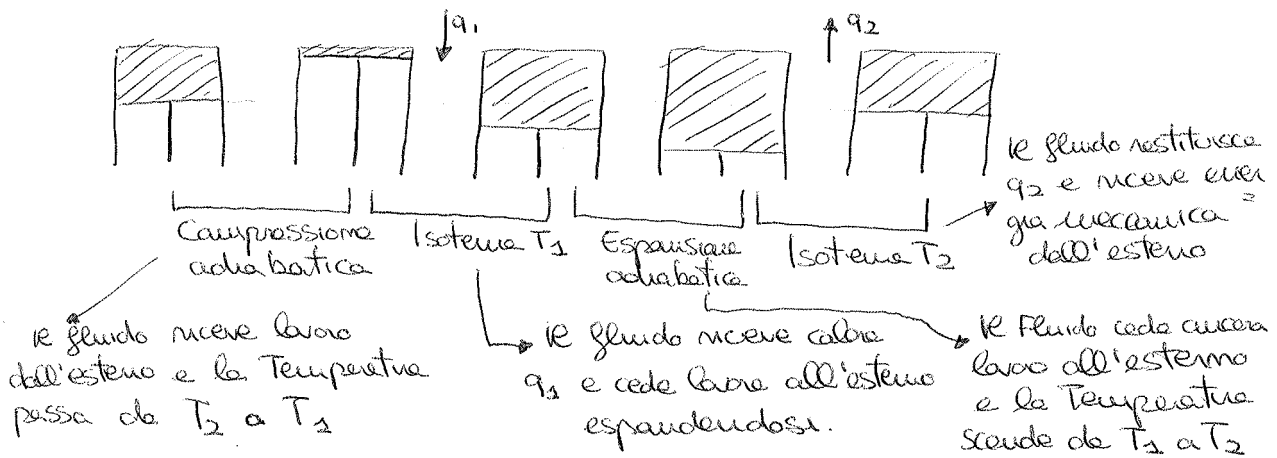
Lavoro interno netto = lavoro tecnico netto

Motore di Carnot

(21)



a parità di temperature massima e minima, nessun ciclo termodinamico anche se reversibile, può avere un rendimento superiore a quello del ciclo di Carnot.



Ho un lavoro meccanico netto pari a " $q_1 - q_2$ " e un rendimento:

$$T_1 = T_b = T_c \quad T_2 = T_a = T_d$$

$$\eta_c = 1 - \frac{T_2}{T_1} = 1 - \frac{T_a}{T_b} = 1 - \frac{T_d}{T_c}$$

ma so che  $Tv^{\gamma-1} = \text{costante}$

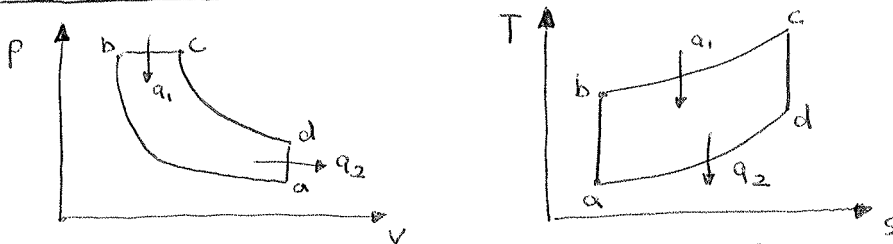
$$\frac{T_a}{T_b} = \left(\frac{V_b}{V_a}\right)^{\gamma-1} \quad \text{e} \quad \frac{T_d}{T_c} = \left(\frac{V_c}{V_d}\right)^{\gamma-1} \quad \rightarrow \quad \rho = \frac{V_a}{V_b} = \frac{V_d}{V_c}$$

$$\rightarrow \boxed{\eta_c = 1 - \frac{1}{\rho^{\gamma-1}}}$$

$\rho =$  rapporto di compressione volumetrico

C'è da sottolineare che nel motore di Carnot, scambio calore a  $T_{max}$  o  $T_{min}$ , mentre nel motore Otto ho variazioni di temperatura, così posso assemblare Otto a tanti cicli di Carnot uguali, ma, ma per arrivare sprecherò una parte di calore e per tale motivo ho che il rendimento del motore Otto è minore di quello di Carnot (parte sprecata)

Motore Diesel



a-b = ho una compressione isocritica dell'aria contenuta nel cilindro  
b-c = viene fornito calore al fluido a pressione costante, il pistone si sposta leggermente; nella realtà corrisponde all'iniezione del combustibile il quale viene a contatto con il fluido a temperatura maggiore, da cui ne segue la combustione.  
c-d = fase utile con produzione di lavoro estero, ho espansione isocritica  
d-a = viene ceduto calore all'esterno a volume costante.

Rendimento:  $q_1 = C_p (T_c - T_b)$        $q_2 = -C_v (T_d - T_a) = C_v (T_d - T_a)$

so che:  $p = \frac{V_a}{V_b}$        $\delta = \frac{V_c}{V_b}$        $\frac{T_a}{T_b} = \left(\frac{V_b}{V_a}\right)^{\gamma-1} = \frac{1}{p^{\delta-1}}$

ma  $\frac{T_d}{T_a} = \frac{T_d}{T_c} \frac{T_c}{T_b} \frac{T_b}{T_a}$       ma:  $p_c = \frac{R^* T_c}{V_c}$        $p_b = \frac{R^* T_b}{V_b} \rightarrow \frac{T_c}{T_b} = \frac{V_c}{V_b}$

$\frac{T_d}{T_a} = \left(\frac{V_c}{V_d}\right)^{\delta-1} \left(\frac{V_c}{V_b}\right) \left(\frac{V_a}{V_b}\right)^{\delta-1}$       ma  $V_a = V_d$  (isocora)       $\frac{T_d}{T_a} = \left(\frac{V_c}{V_b}\right)^{\delta} = \delta^{\delta}$

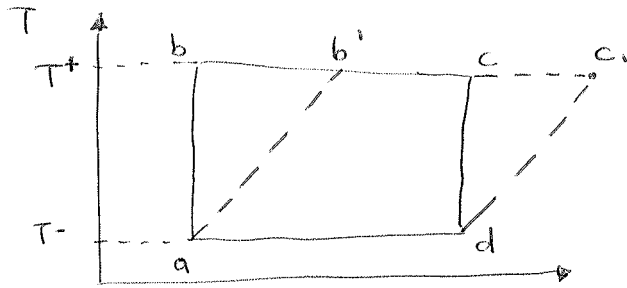
$M_{Diesel} = \frac{L_u}{q_1} = \frac{q_1 - q_2}{q_1} = 1 - \frac{q_2}{q_1} = 1 - \frac{C_v}{C_p} \frac{T_d - T_a}{T_c - T_b} = 1 - \frac{C_v}{C_p} \frac{T_a \left(\frac{T_d}{T_a} - 1\right)}{T_b \left(\frac{T_c}{T_b} - 1\right)}$

$M_{Diesel} = 1 - \frac{1}{\gamma} \frac{1}{p^{\delta-1}} \frac{(\delta^{\delta} - 1)}{(\delta - 1)}$

$\delta$  = rapporto di introduzione

Dimostrazione rendimento massimo ciclo di Carnot

(25)



Il lavoro scambiato fra le due trasformazioni è uguale ma il rendimento non lo è perché ci sono quantità diverse di calore ceduto e di calore ricevuto

$\underline{ab'}$  = nuovo calore  $\underline{cd}$  = ceduto calore S

$$\eta = \frac{Q^+ - Q^-}{Q^+} = \frac{\int_a^{b'} T ds + T^+(s_{c'} - s_{b'}) - \int_d^{c'} T ds - T^-(s_d - s_a)}{\int_a^{b'} T ds + T^+(s_{c'} - s_{b'})}$$

$$= \frac{T(s_{b'} - s_a) + T^+(s_{c'} - s_{b'}) - T(s_{c'} - s_d) - T^-(s_d - s_a)}{T(s_{b'} - s_a) + T^+(s_{c'} - s_{b'})}$$

ma ho che:  $(s_{b'} - s_a) = (s_{c'} - s_d)$   
 $(s_{c'} - s_{b'}) = (s_d - s_a)$

$$\eta_c = \frac{T^+ - T^-}{T^+}$$

$$\rightarrow \eta = \frac{(T^+ - T^-)(s_{c'} - s_{b'})}{T(s_{b'} - s_a) + T^+(s_{c'} - s_{b'})} = \frac{T^+ - T^-}{T^+ + T \frac{(s_{b'} - s_a)}{(s_{c'} - s_{b'})}} < \eta_{Carnot}$$

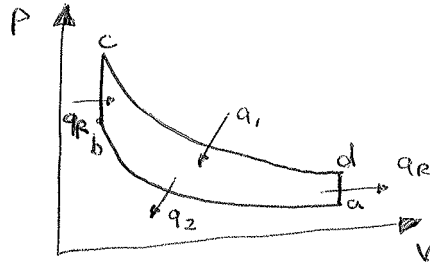
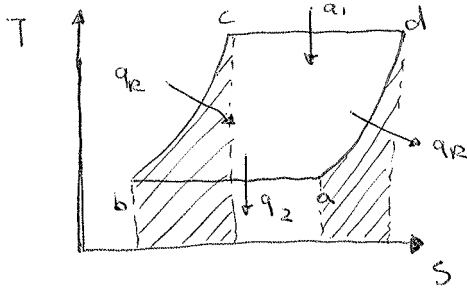
$\frac{(s_{b'} - s_a)}{(s_{c'} - s_{b'})}$  è maggiore di zero

Si può quindi dimostrare che anche a parità di temperature massima e minima, nessun ciclo termodinamico anche se reversibile, può avere un rendimento superiore a quello di Carnot.

Regenerazione = consiste nel dotare il motore di opportuni dispositivi che fanno in modo che la quantità di calore che è necessario assorbire, per convertirlo in lavoro, sia in parte ottenuta dall'esterno e in parte raffreddando il gas che percorre il ciclo, in tal modo a parità di risultato si riduce la spesa di energia, in quanto la quota che si ottiene internamente al ciclo, non deve essere contabilizzata nel bilancio che si fa applicando il primo principio.

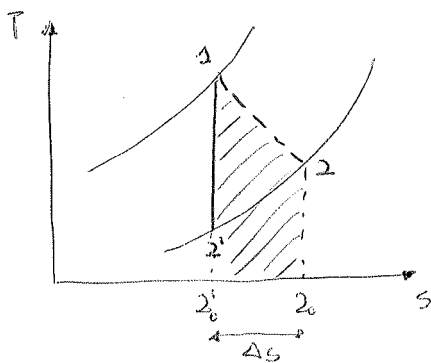
c-d = il gas riceve calore dalla sorgente calda e si espande isotermicamente, e spostandosi, il pistone raccoglie lavoro di espansione. (27)

d-a = il pistone trasferisce il gas nella camera di una fredda, a volume costante, attraverso il rigeneratore



Trasformazioni percorse da fluidi incompressibili = nella realtà i fluidi operano "comportamentalmente" (i.e.) dalla velocità di esecuzione della trasformazione, quindi si hanno delle trasformazioni di tali fluidi che risultano essere incompressibili

Espansione in tubina:



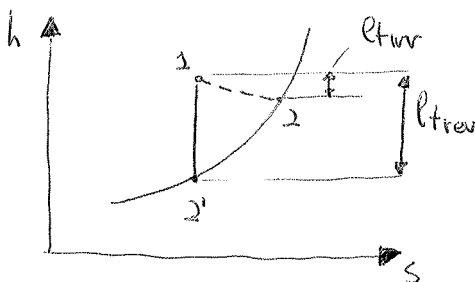
1-2' = percorso ideale, con trasformazione quindi reversibile

1-2 = trasformazione reale con irreversibilità

$$\Delta s = S_{irr} = S_{20} - S_{2'0}$$

L'area evidenziata rappresenta il calore equivalente alle irreversibilità, cioè il calore che sarebbe necessario fornire dall'esterno durante un processo reversibile "12".

Rendimento isentropico di espansione



PPSA:  $q - l_f = \Delta h + \Delta e_c + \Delta e_p$   
Considero tubina adiabatica

$$-l_f = \Delta h$$

caso reversibile  $\rightarrow l_{tr} = h_1 - h_{2'}$

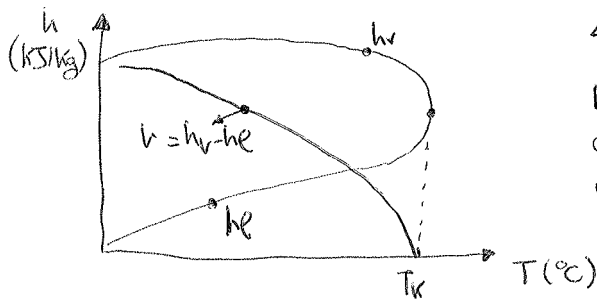
caso irreversibile  $\rightarrow l_{tr} = h_1 - h_2$

$$\eta_{ie} = \frac{l_{tr}}{l_{tr}} = \frac{h_1 - h_2}{h_1 - h_{2'}}$$



Calore di vaporizzazione e di condensazione = per far passare un fluido dallo stato di liquido saturo ( $x=0$ ) allo stato di vapore saturo (29) secco ( $x=1$ ) o viceversa, lungo un'isobara-isotema, occorre fornire o sottrarre calore. Se tale calore è espresso per unità di massa si indica con il simbolo "r" (J/kg) e:

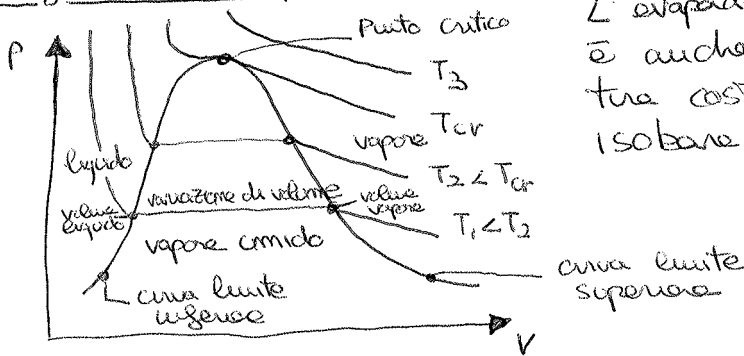
- Calore di vaporizzazione = per passare da liquido saturo a vapore saturo
- Calore di condensazione = per passare da vapore saturo a liquido saturo



$$\Delta H = H_v - H_l = (c_{p,v} - c_{p,l})T = rT$$

Per vaporizzare, occorre fornire energia ad un liquido, per far sì che le molecole siano libere di muoversi e quindi per creare una differenza di entalpia ( $\Delta H$ )

Diagramma di Clapeyron (P-v)



L'evaporazione a pressione costante è anche un fenomeno a temperatura costante, quindi ho che le isobare sono anche isoteme.

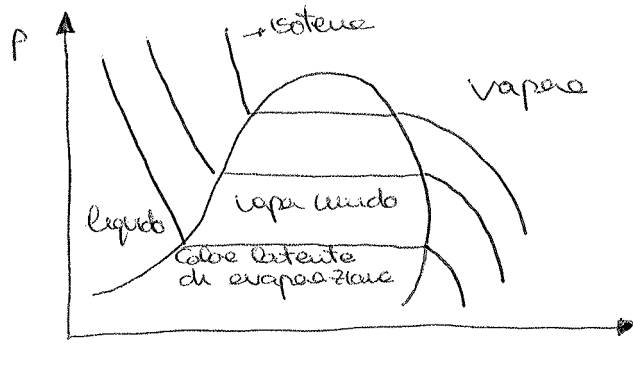
Si può notare la pendenza delle isoteme nella parte del liquido compresso, sia molto più accentuata di quella del vapore, questo perché il liquido è molto meno comprimibile del vapore. Di conseguenza avrà quindi una variazione di volume a  $T = \text{costante}$ , dovuta alla variazione di pressione, molto più alta per il vapore (più comprimibile).  
Avrà quindi:

$$\Delta U^0 = Q - L \quad \text{ma} \quad \Delta U = 0 \quad \text{perché} \quad T = \text{costante}$$

$$Q = L \quad L = \int p \, dv$$

Diagramma dei fuoristi (h - log(P))

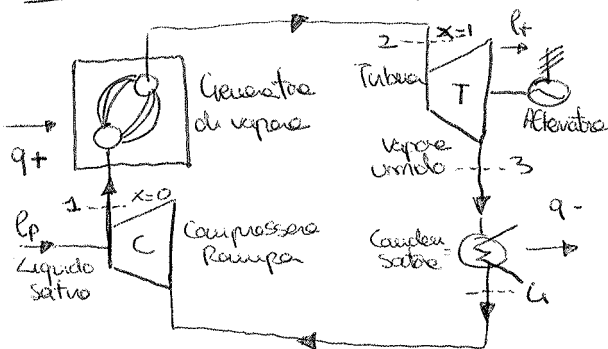
31



Le isoterme hanno un andamento verticale poiché l'effetto della pressione sull'entalpia è trascurabile.

Motori a vapore = sono macchine i cui cicli sono percorsi da un fluido che nelle diverse trasformazioni cambia di stato da liquido a vapore o viceversa. Per la maggior parte dei casi il fluido usato è l'acqua, tali macchine sono a combustione esterna e a circuito chiuso. Si possono avere sia motori a vapore di tipo alternativo (trains, navi antiche) sia a movimento di fluido, nelle applicazioni stazionarie (centrali termoelettriche).

Ciclo di Carnot a vapore



Turbina = il fluido si espande adiabaticamente cedendo lavoro all'alternatore che viene raccolto dall'alternatore.

Generatore di vapore = viene fornito calore al fluido a temperatura costante.

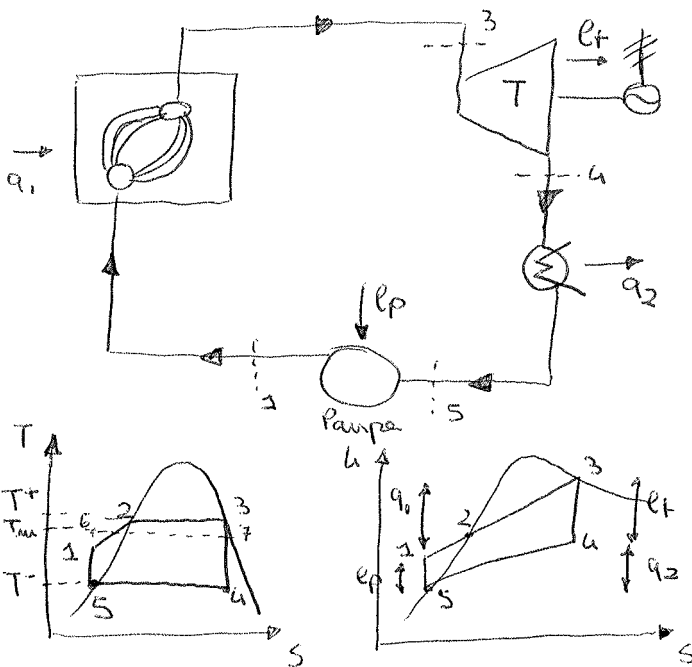
Condensatore = viene sottratto calore al fluido a temp. costante.

Rankine-compressore = il fluido viene compresso adiabaticamente grazie alla fornitura di calore.

Le trasformazioni si svolgono tutte nella zona di vapore umido (dentro la curva limite) poiché il fluido è bifasico, e sono tutte reversibili.

Ciclo e motore Rankine: è un ciclo di Carnot modificato: (33)

- la condensazione viene completata, sottraendo maggiore quantità di calore, fino a raggiungere la curva limite inferiore.
- il processo isoterma reversibile viene sostituito con un processo isobaro reversibile (viene fornito  $q_1$  per fornire liquido saturo)
- la compressione isentropica si svolge tutta nella zona del liquido. Ciò richiede, a parità di aumento di pressione una quantità inferiore di lavoro rispetto a quella necessaria per comprimere una miscela di liquido vapore.



Generatore di vapore = riscaldamento isobaro del liquido e isobaro-isoterma di vapore umido

Turbina = espansione isentropica di vapore umido

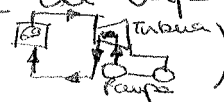
Condensatore = raffreddamento isobaro-isoterma di vapore umido

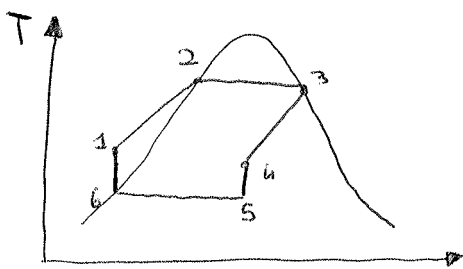
Pompa = compressione isentropica di liquido. Essa opera alla pressione del liquido saturo alla pressione dell'evaporatore aumento di  $T_{ep}$  tramite  $l_p$

[5] = completando la condensazione, il liquido saturo si trova ad una pressione molto diversa da quella in caldaia, occorre quindi un'operazione di pompaggio per riportarlo alla pressione dell'evaporatore.

[1] = l'acqua non si trova alla  $T_{ep}$  di saturazione corrispondente alla sua pressione, che è già uguale a quella nell'evaporatore, è necessario quindi una spesa supplementare di calore ( $q_1$ ) per portare l'acqua allo stato di liquido saturo con pressione costante ma temperatura variabile. Fornire calore a  $T \neq costante$  in panchina ma è l'unica soluzione.

Rigenerazione = viene diminuita la quantità di calore fornito 35 a bassa temperatura, fatto che provoca l'aumento della temperatura media di somministrazione del calore, aumentando così il rendimento.

Rigenerazione ideale = consente di avere un rendimento pari a quello di Carnot, con stesse temperature estreme. In pratica succede che l'acqua di alimentazione, una volta immessa in circolo dalla pompa, passa dentro la tubina dove viene preriscaldata dal gas che sta espandendosi, prima di arrivare al generatore di vapore, e tutto attraverso il rigeneratore ideale (  ).

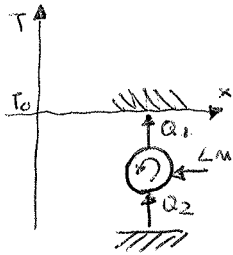


Il calore ricevuto dall'acqua di alimentazione nel rigeneratore è pari al calore ceduto dal vapore. Si ipotizza che nel rigeneratore lo scambio di calore si svolge con differenze di temperatura tra vapore ed espansione e acqua di alimento, infinitesime. Questo dal punto di vista reale è impossibile. Inoltre il basso titolo del vapore alla fine dell'espansione (5), dovrebbe origine a malfunzionamenti in tubina.

Rigenerazione frazionata = l'acqua di alimento viene riscaldata facendola passare in scambiatori di calore, o a miscela o a superficie e come sorgente di calore viene utilizzata una frazione del vapore che si sta espandendo, estrandolo (o spillandolo) dalla tubina, e il tutto viene fatto con una pressione di tale vapore intermedia tra quella che ha in ingresso in tubina e quella in uscita dalla stessa. La quantità di vapore spillato deve essere sufficiente a portare l'acqua di alimento, alla temperatura di saturazione corrispondente alla pressione di estrazione del vapore (dov'è acqua liquido saturo).

Ciclo inverso = il lavoro e il calore messi sono entrambi negativi, nelle macchine bitermiche il calore è trasferito da una sorgente esterna a bassa temperatura ad un pozzo che si trova ad alta temperatura. Abbiamo:

(37)



- Refrigeratore: quando l'effetto utile è  $Q_2$ .
- Pompa di calore: quando l'effetto utile è  $Q_1$ .

$$Q_M = -|Q_1| + |Q_2| = -|L_M| < 0$$

Efficienza refrigeratore = o COP (Coefficient of performance)

$$\epsilon = \epsilon_F = \frac{Q_2}{|L_M|}$$

Efficienza pompa di calore = è sempre maggiore di 1, esso è uguale al reciproco del rendimento termico che si avrebbe se lo stesso ciclo fosse diretto (parcasi)

$$\epsilon = \epsilon_{PC} = \frac{|Q_1|}{|L_M|}$$

posso anche scrivere  $\epsilon_{PC} = \epsilon_F + 1$

→  $Q_1 = Q_2 + L_M$  + tale sostituzione ci mostra che perché è sempre magg. di 1

Laminazione isentalpica = l'effetto Joule-Thomson è un fenomeno che si può osservare quando un fluido viscoso e quindi con attrito, attraversa un dispositivo nel quale diminuisce la sua pressione in modo adiabatico e senza produrre lavoro esterno.

$$\cancel{q} + \int v dp + \cancel{L_a} + \cancel{\Delta e_c} + \cancel{\Delta e_p} = 0 \rightarrow \int v dp + L_a = 0$$

$$q - \cancel{L_t} = \Delta h + \cancel{\Delta e_c} + \cancel{\Delta e_p} \rightarrow h_2 - h_1 = 0 \quad \text{isentalpica}$$

$$\Delta s = \int \frac{\delta q}{T} + S_{irr} \rightarrow s_2 - s_1 = S_{irr}$$

→  $L_a = -\int v dp = -v(p_2 - p_1) > 0$  quindi  $\boxed{p_2 < p_1}$

→ Quando un fluido viscoso si muove in un condotto, per effetto dell'attrito si determina una diminuzione della pressione.

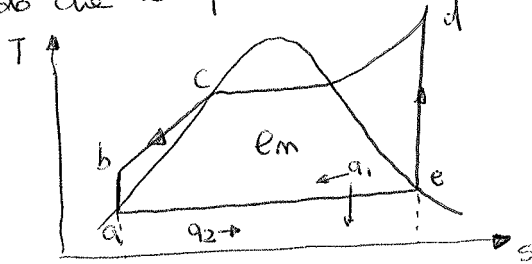
Su un diagramma (p-T) si possono rappresentare le espansioni isentalpiche facendo variare la pressione. Al diminuire di quest'ultima la  $T_{inv}$  relativa a volte aumenta e a volte diminuisce, ma al di sopra di un certo valore critico la temperatura aumenta sempre, tale temperatura critica è detta Temperatura di inversione ( $T_{inv}$ )

Posso calcolare così la pendenza di tali linee isentalpiche:

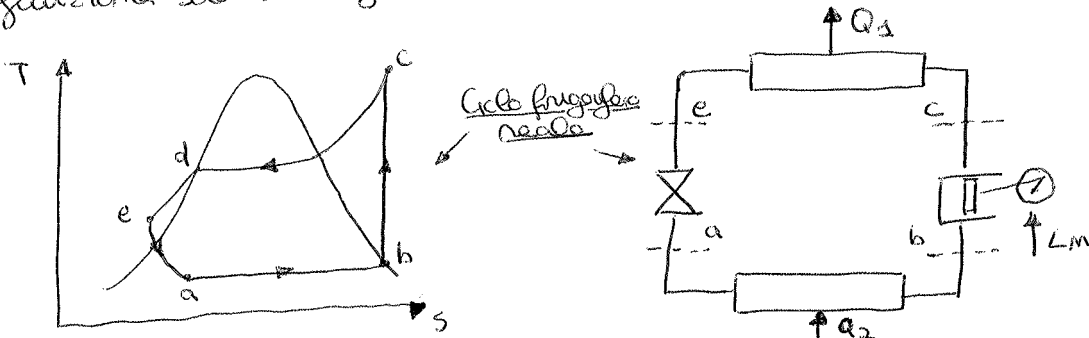
Le modifiche da apportare al ciclo di Carnot sono:

(39)

- prolungare l'evaporazione almeno fino alla curva limite superiore, in tal modo ho che la compressione si svolge tutta nella zona di vapore surriscaldato.
- prolungare la condensazione almeno fino alla curva limite inferiore.
- fare in modo che l'espansione si svolga tutta nella zona del liquido.



In quasi tutti gli impianti e in alternativa all'espansione, si sostituisce il motore relativo con una valvola di laminazione, all'interno della quale si svolge una trasformazione isenthalpica che funziona solo se il fluido è reale e viscoso, il ciclo diventa irreversibile.



Attraverso la valvola di laminazione avviene una trasformazione del liquido (si abbassa la pressione), da può ritenersi isenthalpica senza produzione di lavoro e non più quindi un'adiabatica isentropica (l'entropia aumenta), così ho una trasformazione irreversibile che rende il ciclo irreversibile, e l'effetto frigorifero non sarà più indipendente dalla natura del fluido.

Per i liquidi refrigeranti non hanno una pressione di condensazione e evaporazione ragionevolmente vicine a quella atmosferica, ma anche calore di evaporazione elevato e volume specifico del vapore sottile basso, in modo da avere piccole portate di refrigerante a parità di effetto frigorifero.

Pressione di saturazione =  $P_s$ , è la pressione parziale del vapore in  $(4)$  condizioni di incipiente condensazione sulla curva limite superiore. Dipende solo dalla temperatura della miscela.

incipiente = che comincia a manifestarsi

Umidità relativa =  $\phi$ , rapporto tra la massa di vapore d'acqua contenuta nel volume  $V$  e quella che ci sarebbe quando la pressione parziale è quella di saturazione alla stessa temperatura della miscela. ovvero la massima massa di vapore che la miscela, in quello stato termodinamico, può tenere in soluzione (senza condensarsi)

$$\phi = \frac{M_v/V}{M_{vs}/V} = \frac{P_v}{P_s} = \frac{P_v}{P_s} \frac{R^* T}{P_s} = \frac{P_v}{P_s(T)} \rightarrow \text{pressione di saturazione}$$

(considero il vapore come un gas ideale, poiché è a bassa pressione)

Titolo di aria umida = o Umidità assoluta o specifica ( $x$ ), è il rapporto tra la massa di vapore d'acqua e quella di aria secca contenute nel volume  $V$  alla temperatura della miscela

$$x = \frac{M_v/V}{M_a/V} = \frac{P_v}{P_a} = \frac{P_v}{P_a} \frac{R_a^* T}{R_v^* T} = \frac{P_v R_a^*}{P_a R_v^*} \quad \text{ma } R_a^* = 287,0 \quad R_v^* = 461,5$$

$$x = 0,622 \frac{P_v}{P_a} \quad \text{ma } P = P_v + P_a + P_w = P - P_v$$

$$\phi = \frac{P_v}{P_s(T)} \rightarrow P_v = \phi P_s(T)$$

$$x = 0,622 \frac{\phi \cdot P_s(T)}{P - \phi \cdot P_s(T)}$$

Entalpia specifica =  $h_{mix}$ , entalpia della miscela, costituita da aria secca e vapore, riferita alla massa della sola aria secca

$$h_{mix} = \frac{H}{M_a} = \frac{H_a + H_v}{M_a} = \frac{M_a h_a}{M_a} + \frac{M_v h_v}{M_a} = h_a + x \cdot h_v$$

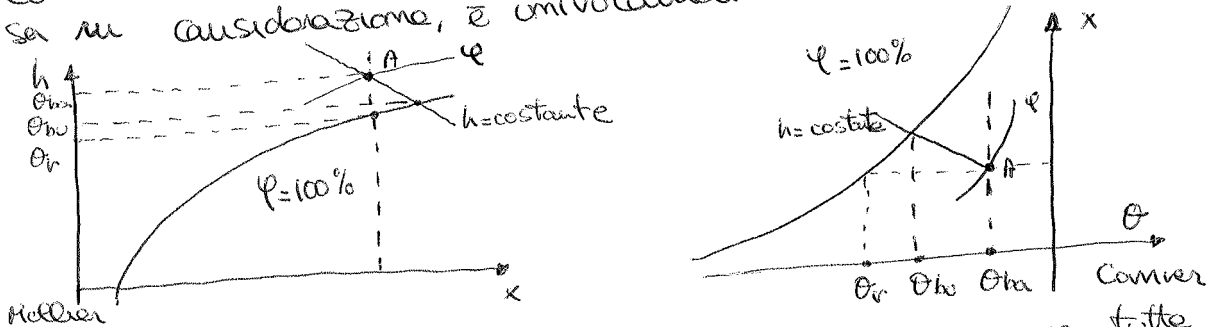
Entalpia totale =  $H$  e  $G_h$ , di una miscela nella quale la massa e il flusso di entalpia la portata di aria secca sono rispettivamente  $M_a$  e  $G_a$

$$H = M_a h_{mix} \quad G_h = G_a h_{mix}$$

Temperature caratteristiche dell'aria umida

- Temperatura di rugiada ( $\theta_r$ ): misurata dopo aver raffreddato la miscela a titolo costante fino ad ottenere la condensazione
- Temperatura a bulbo asciutto secco ( $\theta_{ba}$ ): misurata in condizioni normali senza particolari accorgimenti
- Temperatura a bulbo umido ( $\theta_{bu}$ ): misurata con un termometro il cui sensore è ricoperto con un tessuto mantenuto umido

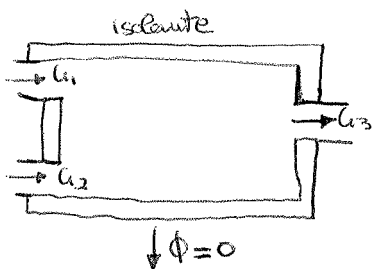
Conoscendo la  $\theta_{ba}$  e  $\theta_{bu}$ , lo stato termodinamico della miscela  $m_2$  se in considerazione, è univocamente determinato.



Il punto "A" è il punto ambiente, dal quale posso ricavare tutte le informazioni possibili, so che si trova sull'isentalpica, poiché la  $\theta_{bu}$  la ottengo anche portando a saturazione completa l'acqua (umidità 100%) e umidificando con un isentalpica.

Per il bulbo umido posso immaginare un termometro, alla cui estremità si trova un bulbo umido contenuto da un batuffolo di cotone imbevuto d'acqua, se lo faccio girare, l'aria secca che gli è intorno, che avrà pressione minore, potrà far evaporare acqua solo con l'aiuto di energia, la quale viene presa dal bulbo sotto forma di calore, così il bulbo avrà una temperatura minore perché ha ceduto calore, per tal motivo  $\theta_{bu} < \theta_{ba}$ .

Miscelamento adiabatico = conservazione della massa di aria, della massa di vapore e dell'energia



$$\begin{aligned}
 & G_3 - G_1 - G_2 = 0 \quad * \quad G_3 x_3 - G_1 x_1 - G_2 x_2 = 0 \\
 & G_3 h_3 - G_1 h_1 - G_2 h_2 = 0 \\
 \rightarrow & x_3 = \frac{G_1}{G_1 + G_2} x_1 + \frac{G_2}{G_1 + G_2} x_2 \\
 \rightarrow & h_3 = \frac{G_1}{G_1 + G_2} h_1 + \frac{G_2}{G_1 + G_2} h_2
 \end{aligned}$$

Ho conservazione perché  
 $\phi = \dot{W}_T = \left( \frac{dW}{dt} \right) + \dot{S}_R \left( \frac{dW}{dt} \right)$   
 $\sum G_i \Delta h_i = 0$   
 $\hookrightarrow$  conservazione



Corpi continui = modelli matematica macroscopica dei corpi fisici reali, nei quali per quanto si prenda in considerazione un volume piccolo, al suo interno c'è sempre materia  $\rightarrow \rho = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{\Delta M}{\Delta V} \neq 0$  (45)

Condizione = consiste nel trasporto di energia termica all'interno di un corpo supponendo che non ci sia movimento macroscopico di materia. Il fenomeno è determinato dall'esistenza di gradienti termici.

Equazione differenziale condizione

Primo principio  $\Phi_S + \Phi_V - W_i = \dot{U}$

$\Phi_V$  = generazione di calore all'interno della superficie di controllo.

$W_i = 0$  poiché si suppone il corpo rigido  $\rightarrow W_i = 0$  e quindi non ci sono spostamenti interni

$\Phi_S = - \int_S \vec{q}_s \cdot d\vec{S}$        $\Phi_V = \int_V q_v \cdot dV$

$\frac{dU}{dt} = \frac{d(M \cdot u)}{dt} = M \frac{du}{dt} + u \frac{dM}{dt} = \frac{du}{dt} \int_V \rho \cdot dV = \int_V \frac{du}{dt} \rho \cdot dV$

Applico il teorema di Gauss trasformando l'integrale di superficie in un integrale di volume

$-\int_V \vec{\nabla} \cdot \vec{q}_s \cdot dV + \int_V q_v \cdot dV = \int_V \frac{du}{dt} \rho \cdot dV$

Primo principio

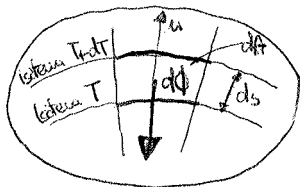
$-\vec{\nabla} \cdot \vec{q}_s + q_v = \rho \frac{du}{dt}$

Perché il fenomeno fisico sia descritto in modo completo, occorre formulare l'equazione differenziale che lega le grandezze in ogni punto del corpo e le condizioni al contorno che descrivono come si svolge la interazione tra il corpo e l'ambiente esterno.

Equazione di Fourier = per risolvere l'equazione differenziale con le relative condizioni al contorno, occorre associare una relazione fenomenologica o costitutiva che conchi in ogni punto flusso termico e temperatura e che tenga conto del materiale che costituisce il corpo.

$d\Phi = -\lambda \cdot dA \frac{(T+dT) - T}{ds} = -\lambda dA \frac{dT}{ds}$

Il meno è dovuto al fatto che il flusso di calore è opposto al gradiente di temperatura

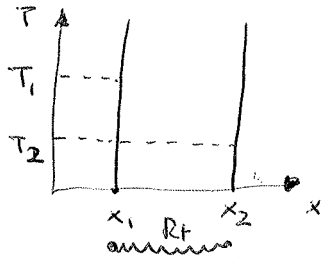


$\lambda$  = conduttività termica

$\rightarrow \frac{d\Phi}{dA} = q = -\lambda \frac{dT}{ds}$

Parete piana indegenita: • il calore si propaga solo nella direzione  $x$  (47)  
 • il regime è stazionario  
 • la conduttività è costante  
 • non c'è generazione interna di calore

→ equazione di Fourier  $\vec{q}_s = -\lambda \vec{\nabla} T \rightarrow \frac{d}{dx} \left( \lambda \frac{dT}{dx} \right) = 0$



Condizioni al contorno

$$T(x=x_1) = T_1$$

$$T(x=x_2) = T_2$$

Soluzione  $\frac{d^2 T}{dx^2} = 0 \rightarrow \boxed{T = Mx + N}$

$$T_1 = Mx_1 + N \rightarrow M = \frac{T_2 - T_1}{x_2 - x_1} = \frac{T_2 - T_1}{s}$$

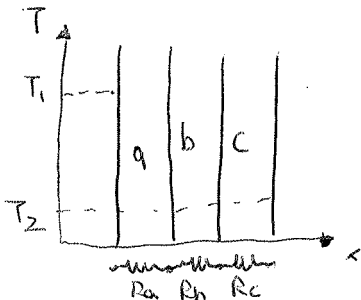
$$T_2 = Mx_2 + N \rightarrow N = T_1 + \frac{T_1 - T_2}{s} x_1$$

sostituisco  $T = T_1 - \frac{T_1 - T_2}{s} (x - x_1)$  Andamento temperatura

Flusso termico:  $\phi = -A \lambda \frac{dT}{dx} = A \frac{\lambda}{s} (T_1 - T_2)$

dato che  $\phi = \frac{T_1 - T_2}{R_f} \rightarrow R_f = \frac{s}{A \cdot \lambda}$  Resistenza termica

Parete multistrato = si suppone il contatto termico ideale tra gli strati quindi senza alcuna resistenza termica

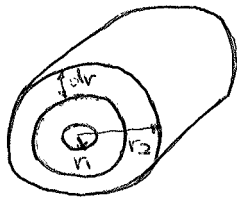


$$R_a = \frac{s_a}{A \lambda_a} \quad R_b = \frac{s_b}{A \lambda_b} \quad R_c = \frac{s_c}{A \lambda_c}$$

$$\phi = \frac{T_1 - T_2}{R_f} \quad R_f = \left( \frac{s_a}{\lambda_a} + \frac{s_b}{\lambda_b} + \frac{s_c}{\lambda_c} \right) \frac{1}{A}$$

$$S_f = R_f \cdot A \rightarrow \boxed{C_f = \frac{1}{S_f}} \quad \text{Conduttanza equivalente}$$

Cilindro cavo indegenito = il calore si propaga nella direzione del raggio (A)



si usano le coordinate cilindriche:

Furrow:  $\lambda \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left( r \frac{dT}{dr} \right) = 0$   $T(r=r_1) = T_1$   
 $T(r=r_2) = T_2$

$r \frac{dT}{dr} = \text{cost}_{(M)} \rightarrow T = M \cdot \ln r + N$

$M = \frac{T_2 - T_1}{\ln r_2 - \ln r_1} = \frac{T_2 - T_1}{\ln(r_2/r_1)}$

$N = T_1 + \frac{T_1 - T_2}{\ln(r_2/r_1)} \ln r_1$

sostituisco e Ambiente Temperatura

$T(r) = T_2 + \frac{T_1 - T_2}{\ln(r_2/r_1)} \ln \frac{r}{r_1}$

Flusso  $\phi(r) = -\lambda \cdot A(r) \cdot \frac{dT}{dr}$

$\frac{dT}{dr} = \frac{M}{r} = \frac{T_2 - T_1}{\ln(r_2/r_1)} \frac{1}{r}$

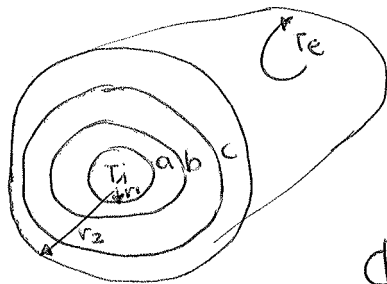
$A = 2\pi r L$

$\rightarrow \phi(r) = \frac{2\pi \lambda r L (T_1 - T_2)}{\ln(r_2/r_1)}$

$\phi = \frac{1}{R_t} (T_1 - T_2)$

$R_t = \frac{\ln(r_2/r_1)}{2\pi \lambda L}$

Cilindro cavo multistrato con convezione



$R_i = \frac{1}{d_i A_1}$   $R_e = \frac{1}{d_e A_2}$

$R_k = \frac{\ln(r_{k+1}/r_k)}{2\pi L \lambda_k}$

$\phi = \frac{(T_1 - T_2)}{R_k + R_i + R_e} = \left( \frac{1}{d_i A_1} + \sum_{k=1}^n R_k + \frac{1}{d_e A_2} \right)^{-1} (T_1 - T_2) =$

moltiplico per  $A_1$

$= \left( \frac{1}{d_i} + 2\pi r_1 L \sum_{k=1}^n \frac{\ln(r_{k+1}/r_k)}{2\pi L \lambda_k} + \frac{2\pi r_1 L}{d_e 2\pi r_2 L} \right) A_1 (T_1 - T_2)$

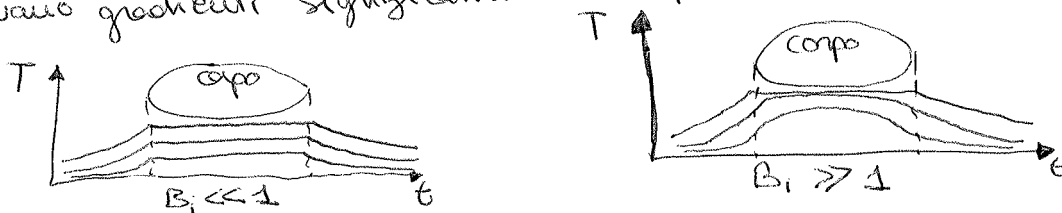
$\rightarrow \phi = A_1 (T_1 - T_2) \left[ \frac{1}{d_i} + r_1 \sum_{k=1}^n \frac{\ln(r_{k+1}/r_k)}{\lambda_k} + \frac{r_1}{d_e r_2} \right]$

Numero di Biot =  $\bar{e}$  è un numero adimensionale che consente di mettere in evidenza proprietà del corpo e delle condizioni in cui si svolge il fenomeno di conduzione termica in regime transitorio. Si può applicare quando ho un corpo omogeneo, costituito con un materiale con conduttività  $\lambda$ , scambia calore per convezione con l'ambiente esterno con coefficiente h, avente lunghezza  $L$ , ed è:

$$Bi = \frac{\text{resistenza termica interna}}{\text{resistenza termica luminosa}} = \frac{L/\lambda}{1/h} = \frac{h \cdot L}{\lambda}$$

$Bi \ll 1$  → prevale il denominatore, per cui la temperatura del corpo è in ogni punto la medesima, pur variando nel tempo. Il corpo si può ritenere omogeneo

$Bi \gg 1$  → prevale la resistenza conduttiva e nel corpo si osservano gradienti significativi di temperatura che variano nel tempo



Costante di tempo  $\tau_c$  = rappresenta il tempo necessario perché la temperatura del corpo passi dal valore iniziale a quello finale con velocità di variazione costante. È definita:

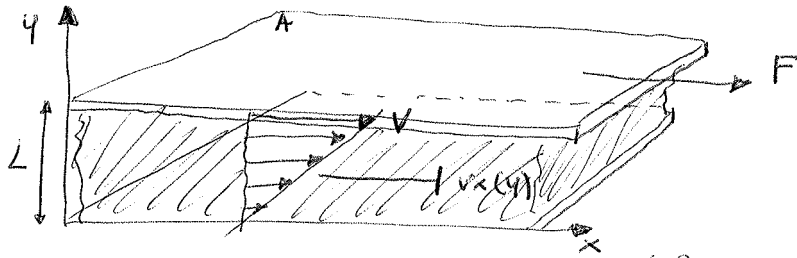
$$\tau_c = \frac{[T(t \rightarrow \infty) - T_0]}{\left(\frac{dT}{dt}\right)_{t=0}}$$

→ velocità di variazione della variazione di temperatura

È anche definita come il prodotto della capacità termica e della resistenza termica convettiva del corpo (per  $Bi \ll 1$ )

$$\tau_c = R_t \cdot C_t = \left(\frac{1}{hA}\right) (\rho V \cdot c) = \rho \frac{V/A \cdot c}{h} = \rho \frac{L \cdot c}{h}$$

Esperimento di Newton = La piastra inferiore è fissa, quella superiore è mantenuta in moto uniforme a velocità "v" dalla forza F, si osserva che nella maggior parte dei fluidi la velocità cresce notevolmente in modo lineare e il moto si trasmette da uno strato all'altro del fluido (53)



si constata la legge di Newton, che vale in tal caso:

$$\frac{F}{A} = \mu \frac{v}{L} \quad \tau_{yx} = -\mu \frac{dv_x}{dy}$$

Il fenomeno della viscosità si può interpretare come trasporto molecolare di quantità di moto. La viscosità dinamica  $\mu$  è una proprietà del fluido e viene misurata in "Pa·s" o "kg/(m·s)". In alcuni casi si usa la viscosità cinematica  $\nu = \mu/\rho$  (m<sup>2</sup>/s).

Esperimento di Reynolds = si constata che quando la velocità dell'acqua colorata (mucostro) supera un valore critico, compaiono correnti trasversali che indicano la formazione di vortici e una conseguente dissipazione di energia. La velocità del fluido si può rappresentare come somma di una componente costante e di una componente variabile in modo casuale.

$$\vec{v} = v_x \vec{i} + v_y \vec{j} + v_z \vec{k} \quad v_x = \bar{v}_x + v'_x \quad v_y = \bar{v}_y + v'_y \quad v_z = \bar{v}_z + v'_z$$

se moto laminare  $v'_x \cong 0 \quad v'_y \cong 0 \quad v'_z \cong 0$   
 se moto turbolento  $v'_x \neq 0 \quad v'_y \neq 0 \quad v'_z \neq 0$

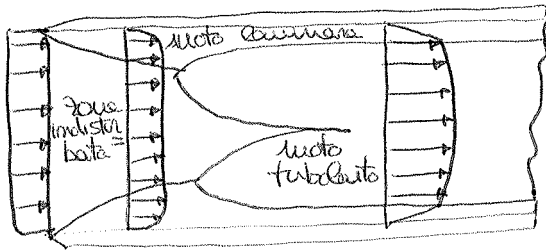
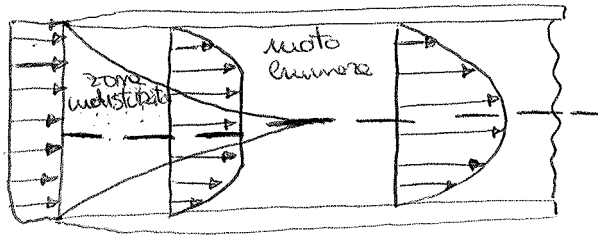
Numero di Reynolds = rapporto adimensionale tra due tipi di forze responsabili della propagazione della quantità di moto:

$$Re = \frac{\text{forze d'inerzia per unità di volume}}{\text{forze viscosi per unità di volume}}$$

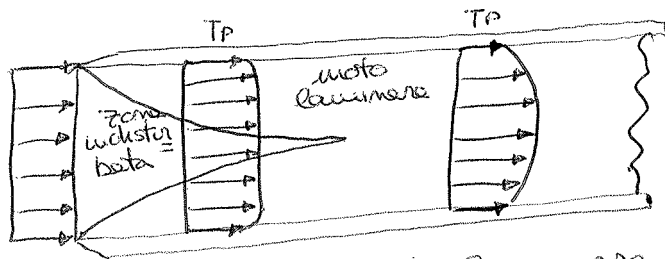
se  $Re > Re_{critica}$  → il moto passa da laminare a turbolento  
 Il valore critico è diverso per configurazioni geometriche diverse  
 ad esempio piastra piana  $Re_{crit} = 10^5$ , condotto  $Re_{crit} \approx 2300$ , si parla di deflussi

### Stato limite della velocità (condotto)

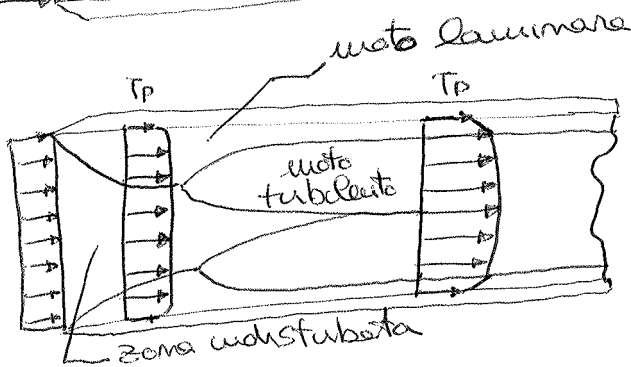
55



### Stato limite della temperatura (condotto)



$$T_f > T_p$$



② Elenca tutte le "K" grandezze che si presume possano influenzare il fenomeno. Nel nostro caso abbiamo (5)

1. Calore specifico a p costante fluido,  $c_p$  J/kgK  $\frac{\text{Dimensione}}{L^2 T^{-2} \theta^{-1}}$
2. Coefficiente di scambio termico convettivo  $W/m^2K$   $M T^{-3} \theta^{-1}$
3. Conduttività del fluido  $\lambda$  W/mK  $M L T^{-3} \theta^{-1}$
4. Densità del fluido  $\rho$  kg/m<sup>3</sup>  $M L^{-3}$
5. Lunghezza caratteristica sistema  $D$  m  $L$
6. Velocità del fluido fuori dallo str. limite  $v_0$  m/s  $L T^{-1}$
7. Viscosità cinematica del fluido  $\nu$  m<sup>2</sup>/s  $L^2 T^{-1}$

Legenda: M = massa (kg) L = metri T = tempo  $\theta$  = Temperatura

so che:  $J = N \cdot m = kg \frac{m}{s^2} \cdot m = \frac{kg \cdot m^2}{s^2}$   
 $W = \frac{J}{s} = \frac{N \cdot m}{s} = \frac{kg \cdot m}{s^2} \cdot \frac{1}{s} \cdot m = \frac{kg \cdot m^2}{s^3}$

quindi l'equazione da analizzare assume la forma:

$$F(c_p, d, \lambda, \rho, D, v_0, \nu) = 0$$

② Espriamere ognuna delle "K" grandezze in funzione delle p-grandezze fondamentali del sistema di misure adottato, in genere Sistema Internazionale (Fatto proprio Dimensione)

③ Calcola quanti numeri adimensionati sono necessari:

$k = 7$  ( $c_p, d, \lambda, \rho, D, v_0, \nu$ )  $p = 4$  (M, L, T,  $\theta$ )  
 numeri adimensionati =  $k - p = 3$  quindi avrò  $\phi = (\pi_1, \pi_2, \pi_3)$

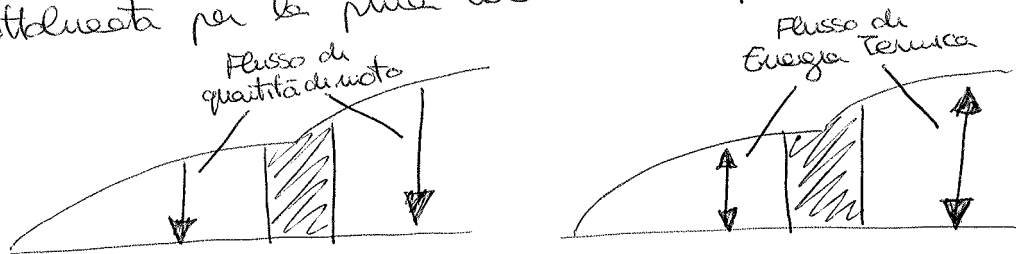
④ Selezionare (k-p) grandezze, cosiddette di riferimento, scelte tra le "K" grandezze da cui dipende il fenomeno

Scelgo:  $d, v_0$  e  $c_p$

→  $\pi_1 = d^{a_1} \cdot \lambda^{b_1} \cdot v_0^{c_1} \cdot \rho^{d_1}$   
 $\pi_2 = v_0^{a_2} \cdot \lambda^{b_2} \cdot \nu^{c_2} \cdot \rho^{d_2}$   
 $\pi_3 = c_p^{a_3} \cdot \lambda^{b_3} \cdot \nu^{c_3} \cdot \rho^{d_3}$

Processi analoghi = quando processi fisici diversi, sono descritti da equazioni che hanno medesima struttura matematica, si dicono processi analoghi, quando ciò accade possiamo utilizzare per entrambi considerazioni desunte da risultati sperimentali e soluzioni matematiche ottenute per uno dei due.

Analogia di Reynolds = in uno stato limite non isotermo si osserva che dalle zone non disturbate lontane dalle pareti verso le zone più vicine alla parete si determina il trasporto delle quantità di moto e il trasporto di energia termica, tale fenomeno di trasporto, si osserva anche se dovuti a meccanismi diversi, sia in condizioni di moto laminare che di moto turbolento, e sono processi analoghi. Tale analogia fu introdotta per la prima volta da Reynolds.



### Convezione forzata su lastre piane

Stato limite termico = è uguale a quello visto prima, ma questa volta quando  $T_f > T_p$  è perché la piastra è raffreddata mentre quando  $T_f < T_p$  è perché la piastra è riscaldata. Quindi ho l'effetto forzato per creare convezione!!

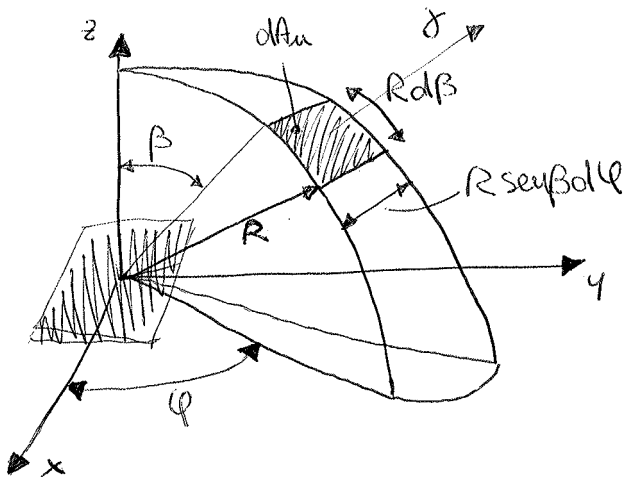
### Convezione forzata confinata in canali e condotti

Grafici uguali a quelli disegnati prima. Ora però moto unidirezionale: quando il moto è laminare ho un andamento parabolico ciò mi fa considerare che non necessita del calcolo di una velocità media, perché non velocità tutte diverse; mentre se mi trovo di fronte ad un moto turbolento, ho un profilo che posso considerare quasi piatto, quindi misurando la velocità che ho nel centro, posso avere una buona approssimazione. Tutto ciò vale anche per la temperatura.



Radiazione elettromagnetica =  $\vec{E}$  generata dal movimento degli atomi e degli elettroni che costituiscono la materia; si muove se sia nel vuoto che attraverso la materia, trasportando energia, viene studiata considerandola insieme come fenomeno ondulatorio generato da un campo elettrico e magnetico oscillanti accoppiati e composta da particelle di massa a riposo nelle detti fotoni o quanti. Quando incide su un corpo, determina gli stessi effetti che si avrebbero fondendo del calore. Essa, quando è "emessa da una superficie", si propaga in tutte le direzioni, mentre quando "incide su una superficie" può arrivare da tutte le direzioni. In entrambi i casi interessa come viene l'energia trasportata, alla direzione, introdotto l'angolo solido.

Angolo solido



Angolo solido nella direzione  $\gamma$ :

$$d\omega = \frac{dA_n}{R^2} = \frac{R^2 \sin\beta d\phi d\beta}{R^2}$$

$$\rightarrow d\omega = \sin\beta d\phi d\beta$$

Emissione di una superficie = la densità di energia emessa, cambia con la direzione e nel tempo. Si dice "flusso di energia radiante" emesso da un punto di una superficie,  $\Phi$ , l'energia emessa per unità di tempo da una area infinitesima della quale il punto considerato  $\vec{r}$  è l'elemento.

Radiosità: oppatura grandezze definite in un punto della superficie che caratterizzano il "flusso specifico di energia radiante" che complessivamente lascia una superficie, tali grandezze vengono riferite all'unità di superficie emittente, di cui il punto considerato è il baricentro, e riferite all'area dell'elemento di superficie stessa, esse sono la somma, della quota emessa per effetto della temperatura e della quota della parte riflessa di ogni altra radiazione incidente. (63)

Radiosità spettrale

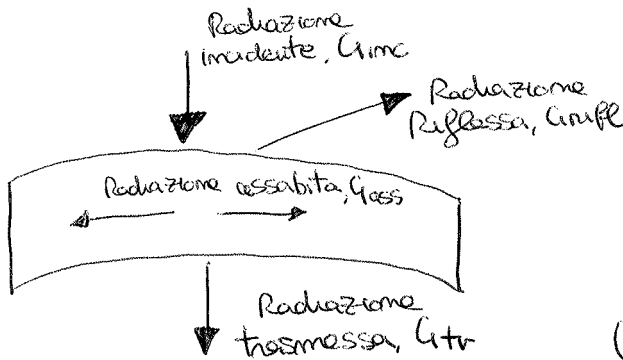
$$J_\lambda(\lambda) = \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} \vec{\lambda}_{\lambda, \gamma, (\epsilon + r)}(\lambda, \beta, \phi) \cos\beta \sin\beta \, d\beta \, d\phi$$

Radiosità totale

$$J = \int_0^{\infty} J_\lambda(\lambda) \, d\lambda = \int_0^{\infty} \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} \vec{\lambda}_{\lambda, \gamma, (\epsilon + r)}(\lambda, \beta, \phi) \cos\beta \sin\beta \, d\beta \, d\phi \, d\lambda$$

Anch'esse sono riferite come le incandescenze all'area effettiva della superficie che viene presa in considerazione.

Interazione tra radiazione e superfici di corpi materiali



Coefficiente di

• Assorbimento  $a = \frac{C_{oss}}{C_{inc}}$

• Riflessione  $r = \frac{C_{infl}}{C_{inc}}$

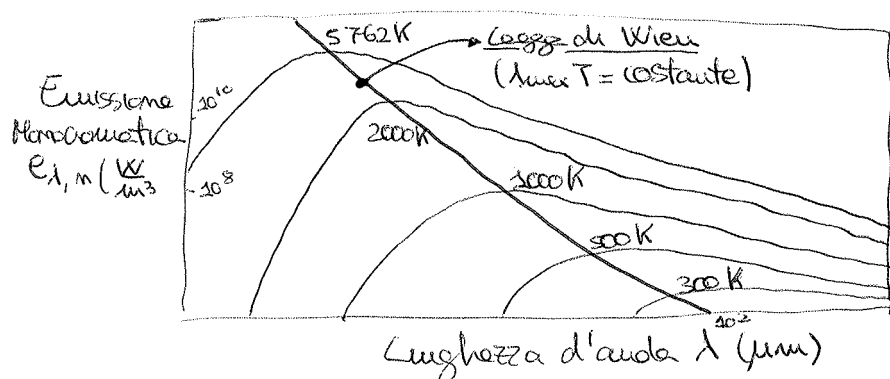
• Trasmissione  $t = \frac{C_{tr}}{C_{inc}}$

(Sono totali o emisferici)

$$a + r + t = 1$$

Legge di Wien = espone il legame che in ogni sistema esiste tra la lunghezza d'onda del punto di massimo e la temperatura assoluta: (65)

$$\lambda_{max} \cdot T = 2898 \mu\text{m} \cdot \text{K}$$



Superficie reale = per caratterizzare l'emissione della superficie reale rispetto a quella dei corpi neri, basta riportare le emissioni reali a quelle del corpo nero, alla stessa temperatura:

- emissività monocromatica direzionale :  $\epsilon_{\lambda, \gamma}(\lambda, \beta, \phi) = \frac{i_{\lambda, \gamma}}{i_{\lambda, \gamma, n}}$
- emissività direzionale :  $\epsilon_{\gamma}(\beta, \phi) = \frac{I_{\gamma}}{I_{\gamma, n}}$
- emissività emisferica monocromatica :  $\epsilon_{\lambda}(\lambda) = \frac{e_{\lambda}}{e_{\lambda, n}}$
- emissività emisferica :  $\epsilon = \frac{E}{E_n}$

Legge di Kirchhoff = dimostra che le proprietà emissive delle superfici, sono collegate a quelle di assorbimento

N.B.: Esse dipendono però dalle temperature delle superficie!!

$$\begin{aligned} \epsilon_{\lambda, \gamma}(T, \lambda, \beta, \phi) &= a_{\lambda, \gamma}(T, \lambda, \beta, \phi) \\ \epsilon_{\gamma}(T, \beta, \phi) &= a_{\gamma}(T, \beta, \phi) \\ \epsilon_{\lambda}(T, \lambda) &= a_{\lambda}(T, \lambda) \\ \epsilon(T) &= a(T) \end{aligned}$$

- Poiché il coeff. di assorbimento  $\bar{a}$  è sempre minore di uno ( $\bar{a} < 1$ ), è tale anche l'emissività ( $\epsilon$ ).
- L'emissione di energia per unità di area di un corpo nero è sempre maggiore di quella di qualsiasi altra superficie.

Fattore di forma o di vista = della superficie 1 rispetto alla superficie 2,  $F_{12}$ , è la quota del flusso di energia emesso dalla superficie 1 che è intercettato dalla superficie 2

$$F_{12} = \frac{\Phi_{1 \rightarrow 2}}{\Phi_1} = \frac{\Phi_{1 \rightarrow 2}}{A_1 E_{e1}} \quad F_{21} = \frac{\Phi_{2 \rightarrow 1}}{\Phi_2} = \frac{\Phi_{2 \rightarrow 1}}{A_2 E_{e2}}$$

quindi

$$\rightarrow F_{12} = \frac{1}{A_1} \iint_{A_1, A_2} \frac{\cos \beta_1 \cos \beta_2}{\pi r^2} dA_1 dA_2 \quad F_{21} = \frac{1}{A_2} \iint_{A_1, A_2} \frac{\cos \beta_1 \cos \beta_2}{\pi r^2} dA_1 dA_2$$

$$F_{12} A_1 = F_{21} A_2$$

Proprietà di simmetria

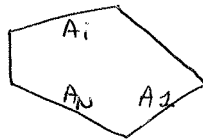
$$A_2 = A_{2a} + A_{2b} \rightarrow F_{12} = F_{12a} + F_{12b}$$

Proprietà additiva

Proprietà conservazione carta chiusa = in condizioni dove un tratto di porzioni di spazio completamente delimitate da N superfici per la conservazione dell'energia si deve avere:

$$\sum_{j=1}^N F_{ij} = 1$$

$$\forall i = 1, \dots, N$$



perché lo ho:  $\Phi_{i \rightarrow 1} + \dots + \Phi_{i \rightarrow i} + \dots + \Phi_{i \rightarrow j} + \dots + \Phi_{i \rightarrow N} = \Phi_i$

divido per  $\Phi_i \rightarrow \frac{\Phi_{i \rightarrow 1} + \dots + \Phi_{i \rightarrow i} + \dots + \Phi_{i \rightarrow j} + \dots + \Phi_{i \rightarrow N}}{\Phi_i} = 1$

ma  $\frac{\Phi_{i \rightarrow 1}}{\Phi_1} = F_{i1} \rightarrow F_{i1} + \dots + F_{ii} + \dots + F_{ij} + \dots + F_{iN} = 1$

Analogia elettrica = date due superfici i e j che scambiano mutuamente energia per irraggiamento, il flusso scambiato è:

$$\Phi_{12} = \frac{E_{e1} - E_{e2}}{\pi} \iint_{A_1, A_2} \frac{\cos \beta_1 \cos \beta_2}{r^2} dA_1 dA_2 = A_1 F_{12} \Delta E_m \quad \left( \begin{array}{l} \text{se sostituisco il} \\ \text{valore di } F_{12}, \bar{e} \\ \text{dimostrata tale grande} \end{array} \right)$$

$$\Delta E_m = \left( \frac{1}{A_1 F_{12}} \right) \Phi_{12} = R_{12} \Phi_{12} \rightarrow R_{12} = \frac{1}{A_1 F_{12}}$$

Analogie

$\Delta E_m = R_{12} \cdot \Phi_{12}$        $\Delta V = R_e I$  (legge di Ohm)

Emissività sferica  $E_e \rightarrow$  Tensione  $V$

Resistenza radiativa  $R_{12} \rightarrow$  Resistenza elettrica  $R_e$

Flusso radiante netto  $\Phi_{12} \rightarrow$  Corrente elettrica  $I$

Superficie 1 :  $E_{m1} - J_1 = \Phi_m R_1$       $R_1 = \frac{1 - \epsilon_1}{\epsilon_1 A_1}$      (81)

Tra le superficie 1 e 2 :  $J_1 - J_2 = \Phi_m R_{12}$       $R_{12} = \frac{1}{F_{12} A_1}$

Superficie 2 :  $J_2 - E_{m2} = \Phi_m R_2$       $R_2 = \frac{1 - \epsilon_2}{\epsilon_2 A_2}$

$E_{m1} - J_1 + J_1 - J_2 + J_2 - E_{m2} = E_{m1} - E_{m2}$

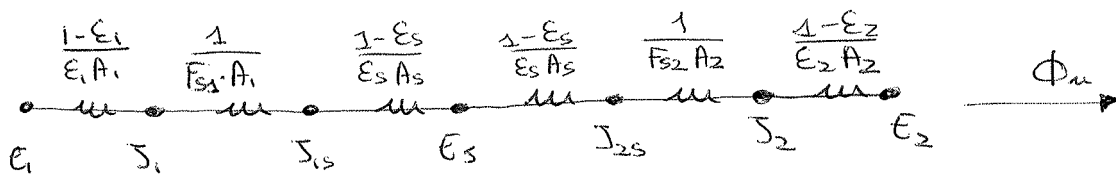
$\Phi_m = \frac{E_{m1} - E_{m2}}{R_1 + R_{12} + R_2} = \frac{\sigma (T_1^4 - T_2^4)}{R_1 + R_{12} + R_2} \rightarrow$  *Legge di Stefan Boltzmann*

se  $\epsilon_1 = \epsilon_2 = \epsilon = 1$  si tratterebbe la relazione esistente tra superficie nere.

se  $F_{12} = 1$  poiché  $A_1 = A_2 = A$  (superfici piane parallele)

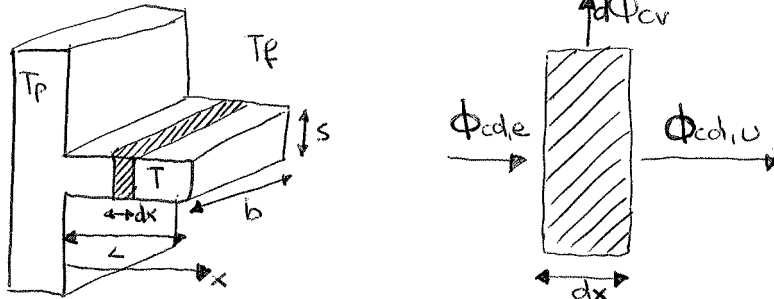
$\rightarrow \Phi_m = \frac{\sigma (T_1^4 - T_2^4)}{\frac{1 - \epsilon_1}{\epsilon_1 A_1} + \frac{1}{A_1 F_{12}} + \frac{1 - \epsilon_2}{\epsilon_2 A_2}} = \frac{A \sigma (T_1^4 - T_2^4)}{\frac{1}{\epsilon_1} + \frac{1}{\epsilon_2} - 1}$

se ho un mezzo trasparente (schermo) interposto tra le due pareti:



$J_{s1} > E_s > J_{s2} \rightarrow$  altrimenti non c'era  $\Phi$  nella stessa direzione

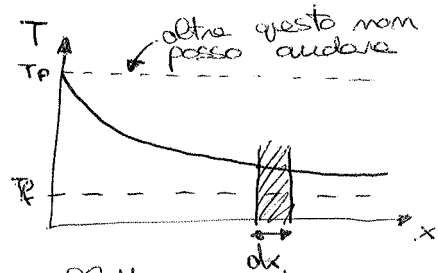
Alotte = sono superfici estese che si protrudono nel fluido o campo verso l'esterno, e hanno la funzione di aumentare la superficie di scambio, modificando così l'entità del flusso termico scambiato.



Ipotesi : conduttività metallo costante, lo scambio termico è solo convettivo, spessore dotta trascurabile rispetto alle altre dimensioni, la sua temperatura varia solo lungo l'asse x.

Rendimento = Rapporto tra flusso termico effettivamente scambiato e quello che sarebbe scambiato se tutta l'alletta si trovasse alle temperature della radice 71

$$\eta = \frac{\Phi_+}{\alpha(PL+A)\theta_0} < 1$$



Efficienza = Rapporto tra flusso termico effettivamente scambiato e quello che fluirebbe attraverso la sezione della radice in assenza dell'alletta:

$$\varepsilon = \frac{\Phi_+}{\alpha A \theta_0}$$

Scambiatori di calore = dispositivi che consentono di scambiare energia termica tra due o più fluidi che si trovano a temperature differenti.

Possano essere:

- a contatto o a miscela
- a superficie (i liquidi non entrano in contatto)
- compatti, se  $c$  (compattità =  $\frac{\text{superficie di scambio}}{\text{volume}}$ )  $> 700 \text{ m}^2/\text{m}^3$
- non compatti, se  $c \leq 700 \text{ m}^2/\text{m}^3$
- connessione menofase su entrambi i lati
- connessione bifase su entrambi i lati
- connessione trifase su un lato e bifase sull'altro
- connessione e riduzione
- tubolare, a pastiglia, superf. estesa, rigenerativi
- A passaggio multiplo
- A passaggio singolo
  - a correnti
  - equicorrente
  - a flussi incrociati
  - a flussi divisi

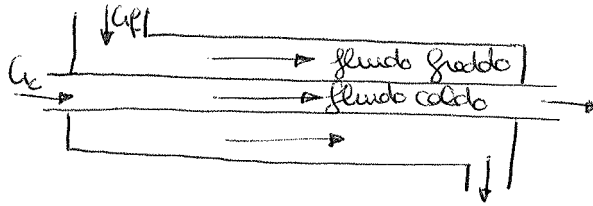
in base  
modalità  
costruttive

in base  
meccanismi  
di scambio  
termico

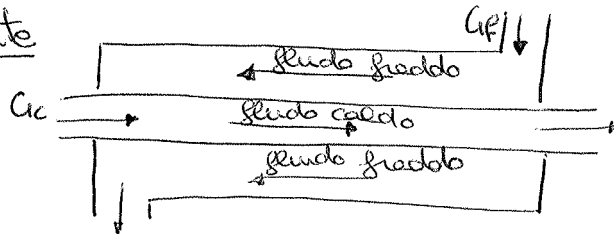
in base  
costruzione

in base  
modalità di  
deflusso

Assetto equiconente

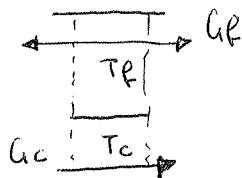


Assetto controcorrente



Capacità termica:  $C_c = C_c \cdot c_{p,c}$      $C_f = C_f \cdot c_{p,f}$

Andamento temperature e calcolo dei flussi



Flusso termico ceduto dal fluido caldo  
 $-|d\phi| = C_c dh_c = C_c c_{p,c} dT_c = C_c dT_c$

Caso equiconente

$$|d\phi| = C_f dh_f = C_f c_{p,f} dT_f = C_f dT_f$$

Caso controcorrente

$$|d\phi| = -C_f dh_f = -C_f c_{p,f} dT_f = -C_f dT_f$$

Formula generale:  $|d\phi| = \pm C_f \cdot dT_f$

Il flusso termico calcolato è lo stesso che attraversa la superficie di separazione dei due fluidi, dal fluido caldo verso il fluido freddo:

$$|d\phi| = U dA (T_c - T_f) = U P dx (T_c - T_f)$$

dato che:  $dT_c = -\frac{|d\phi|}{C_c}$      $dT_f = \pm \frac{|d\phi|}{C_f}$

da questo trovo che:  $d(T_c - T_f) = -|d\phi| \left( \frac{1}{C_c} \pm \frac{1}{C_f} \right) = -U dA (T_c - T_f) \left( \frac{1}{C_c} \pm \frac{1}{C_f} \right)$

$$\frac{d(\Delta T)}{\Delta T} = -U dA \left( \frac{1}{C_c} \pm \frac{1}{C_f} \right) = -U \beta dA = -U \beta P dx$$

dove:  $\beta = \frac{1}{C_c} \pm \frac{1}{C_f}$    
 + Equiconente   
 - Controcorrente

Le equazioni precedenti non bastano, per trovare la curva <sup>(75)</sup> dell'andamento della temperatura, bisogna analizzare la configurazione dello scambiatore, cioè se sia controcorrente ed equicorrente.

lo ho che:  $d\phi = U \, ds \, (T_c - T_f)$

$$d\phi = C_c \, dT_c = C_f \, dT_f$$

per il solo fluido caldo:

$$U \, ds \, (T_c - T_f) = C_c \, dT_c \rightarrow \frac{dT_c}{ds} = \frac{U}{C_c} (T_c - T_f)$$

in = entrata u = uscita

Controcorrente

$$\left. \frac{dT_c}{ds} \right|_{in} = \frac{U}{C_c} (T_{cim} - T_{fu})$$

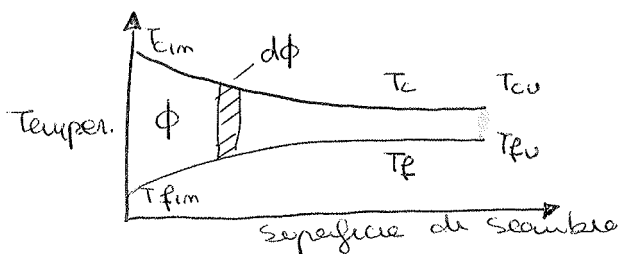
$$\left. \frac{dT_c}{ds} \right|_u = \frac{U}{C_c} (T_{cu} - T_{fim})$$

Equicorrente

$$\left. \frac{dT_c}{ds} \right|_{in} = \frac{U}{C_c} (T_{cim} - T_{fim})$$

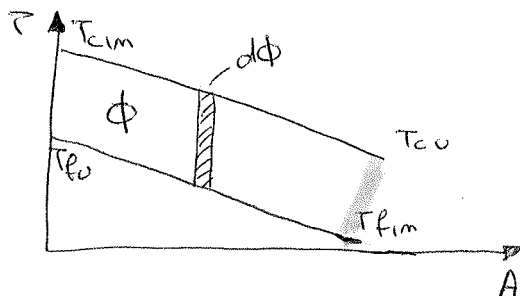
$$\left. \frac{dT_c}{ds} \right|_u = \frac{U}{C_c} (T_{cu} - T_{fu})$$

**Caso 1** → Equicorrente con  $C_c = C_f \rightarrow \Delta T_c = \Delta T_f$



$$\left. \frac{dT_c}{ds} \right|_{in} > \left. \frac{dT_c}{ds} \right|_u$$

**Caso 2** → Controcorrente con  $C_c = C_f \rightarrow \Delta T_c = \Delta T_f$



$$\left. \frac{dT_c}{ds} \right|_{in} = \left. \frac{dT_c}{ds} \right|_u$$



ma ho che  $\beta = \frac{1}{C_c} + \frac{1}{C_f} = \frac{1}{C_{max}} + \frac{1}{C_{min}}$  (caso equamente) (77)

$$\rightarrow \epsilon = \frac{\theta_1 - \theta_2}{C_{min} \beta} = \frac{1 - \frac{\theta_2}{\theta_1}}{C_{min} \left( \frac{1}{C_{max}} + \frac{1}{C_{min}} \right)} = \frac{1 - \frac{\theta_2}{\theta_1}}{1 + \frac{C_{min}}{C_{max}}}$$

ma noi sappiamo che:  $\theta_2 = \theta_1 e^{-\beta UA}$

$\rightarrow \epsilon = \epsilon(NTU, C^*, \text{configurazione})$   $NTU = \frac{UA}{C_{min}}$  (Numero Unità Trasferimento)

$$C^* = C_{min} / C_{max}$$

$$\epsilon = \frac{1 - e^{-\beta UA}}{1 + C^*} = \frac{1 - e^{-UA \left( \frac{1}{C_{max}} + \frac{1}{C_{min}} \right)}}{1 + C^*}$$

$$= \frac{1 - e^{-UA \frac{1}{C_{min}} \left( 1 + \frac{C_{min}}{C_{max}} \right)}}{1 + C^*}$$

$$\rightarrow \boxed{\epsilon = \frac{1 - e^{-NTUC^*}}{1 + C^*}}$$