NUMERO: 857

DATA: 12/03/2014

A P P U N T I

STUDENTE: Dellavella

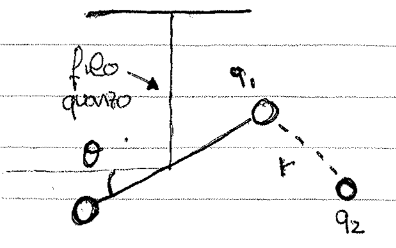
MATERIA: Fisica II

Prof. Ummarino

LEGGE DI COULOMB

La carica totale di un corpo, pari alla somma algebrica di tutte le cariche elementari presenti, risulta normalmente nulla. Per misurare operativamente la carica elettrica dei corpi carichi si stabilisce di considerare eguali in grandezza e segno due cariche se queste, poste alla stessa distanza da una terza, agiscono su di essa con una forza eguale e dello stesso verso. Ora, il confronto tra due cariche, può divenire quantitativo solo se si conosce la forza con cui interagiscono le cariche. La formulazione di tale legge della forza è dovuta a Coulomb il quale nel 1785, adoperò un funzionale esperimento, quello della bilancia di torsione: una sottile asta isolante orizzontale è appesa al centro ad un filo di quarzo, di cui è nota la costante di torsione "K_t"; ad un estremità dell'asta è fissata una piccola sfera conduttrice che porta una carica q_1, sull'altra è fissato un contrappeso per garantirne orizzontalità. Nel piano orizzontale contenente l'asta è posta una seconda sferetta con carica q_2 a distanza r da q_1; per effetto della forza tra q_1 e q_2 l'asta, compie solo una rotazione e raggiunge una posizione di equilibrio, individuata da un angolo "θ" di rotazione, in cui il momento elastico $K_t\theta$ eguaglia quello della forza elettrica. In sostanza il valore di F è dedotto dalla misura di θ.

__Enunciato__: la forza è direttamente proporzionale al prodotto delle cariche elettriche e inversamente proporzionale al quadrato della loro distanza.



$$\boxed{F = K\frac{q_1 q_2}{r^2}}$$

dove "K" viene definita come:

$$\boxed{K = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}}$$

mentre "ε_0" ovvero costante dielettrica misura:

$\varepsilon_0 = 8{,}8542\cdot 10^{-12}\ \frac{C^2}{Nm^2}$

$K = 8{,}9875\cdot 10^{9}\ \frac{Nm^2}{C^2}$

si ha infine: * $\boxed{E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q_1}{r_1^2} u_1}$ il quale sarà uscente da q_1 se tale carica risulta essere positiva mentre sarà entrante in q_1 se la carica risulta negativa.

Nella maggior parte dei casi le cariche prese in considerazione, non sono concentrate in un unico punto, ma sono distribuite nello spazio con una determinata geometria. Tali distribuzioni di carica sono sorgenti di un campo elettrico, e nelle normali applicazioni non si è interessati al calcolo del campo elettrostatico locale che esiste in prossimità di ogni carica e il quale sarebbe impossibile calcolare, ma al calcolo del campo elettrostatico medio in punti distanti dalle cariche, punti dai quali la distribuzione di carica è vista come una distribuzione continua. Se la distribuzione è continua il campo che essa crea si può ottenere dividendo la carica in infinitesimi elementi dq. In tal modo il campo prodotto da dq può essere calcolato con * poichè dq è approssimabile ad una carica puntiforme, mentre il campo risultante in "P" si calcola con il principio di sovrapposizione e poichè la somma è estesa ad un numero infinito di contributi infinitesimi, esso si riduce ad un integrale vettoriale:

$$\boxed{E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \int \frac{dq}{r'^2} u'}$$

LINEE DI FORZA

Partendo da una generica posizione e muovendosi per tratti infinitesimi successivi, ciascuno parallelo e concorde al campo elettrico in quel dato punto, si ottiene una linea detta linea di forza. Tali linee hanno delle importanti proprietà:

- sono in ogni punto tangenti e concordi al campo;

elettrica, si esprime sempre come prodotto della carica per un certo campo elettrico ($F = q_0 E$). Inoltre noi sappiamo che il lavoro di tale forza F per uno spostamento ds della carica q_0 è dato:

$$dW = F \cdot ds = q_0 E \cdot ds = q_0 E \cos\theta \Rightarrow \boxed{dW = q_0 E_s ds}$$

dove "θ" è l'angolo tra il campo elettrico "E" e lo spostamento "ds", mentre "E_s" è la componente del campo elettrico lungo lo spostamento ds. Ora, per uno spostamento finito dalla posizione A alla posizione B lungo un percorso C_1, il lavoro si ottiene suddividendo tale percorso in una serie infinita di segmenti infinitesimi "ds", calcolando per ognuno il lavoro "dW_i" e sommando tutti i contributi $W = \sum_i dW_i$, quindi:

$$W = \int_C dW = \int_C F \cdot ds \Rightarrow \boxed{W = q_0 \int_C E \cdot ds} \; *$$

dove "ds" è un vettore tangente alla curva, mentre "E" il campo elett. Tale integrale, ovvero il rapporto tra il lavoro compiuto dalla forza F nello spostamento della carica q_0 da A a B lungo C e il valore della carica stessa è definito come tensione elettrica:

$$\boxed{\mathcal{T}(A \rightarrow B) = \int_C E \cdot ds}$$

Inoltre il lavoro per spostare una carica lungo il percorso chiuso C è dato dal prodotto della carica per la circuitazione del campo lungo C.

$$\boxed{W = q_0 \mathcal{E}} \quad \text{dove}: \quad \boxed{\mathcal{E} = \oint_C E \cdot ds}$$

è la forza elettromotrice (f.e.m.) che esprime il rapporto tra il lavoro compiuto sulla carica e la carica stessa per lo spostamento C, che dipende dalle caratteristiche del campo e del percorso C, ma non da q_0.

anza r tra q_0 e q in seguito allo spostamento ds. La funzione integranda risulta così dipendere soltanto dalla variabile "r", quindi per uno spostamento da A a B, caratterizzato dalle distanze r_A e r_B:

$$\int_A^B \mathcal{E}\cdot ds = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\int_{r_A}^{r_B}\frac{dr}{r^2} = -\left(\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r_B} - \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r_A}\right)$$

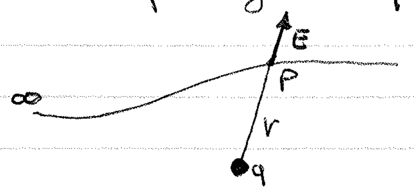
$$\Rightarrow W = q_0\int_A^B \mathcal{E}\, ds \Rightarrow \boxed{W = -\left(\frac{q q_0}{4\pi\varepsilon_0 r_B} - \frac{q q_0}{4\pi\varepsilon_0 r_A}\right)}$$

dove si può notare che il lavoro non dipende dal percorso seguito. Tale relazione fornisce le espressioni per la differenza di potenziale:

$$V_B - V_A = -\int_A^B \mathcal{E}\cdot ds \quad \text{ma sappiamo:} \quad W = q_0\int_A^B \mathcal{E}\cdot ds$$

quindi ne deriva che: $V_B - V_A = -W \Rightarrow \boxed{V_B - V_A = \left(\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r_B} - \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r_A}\right)}$

ora dato che per cariche molto lontane l'interazione è trascurabile in conclusione abbiamo che il potenziale elettrostatico generato da una carica puntiforme "q" in un punto a distanza "r" è uguale:



$$V(r) = -\int_\infty^r \mathcal{E}\cdot ds \Rightarrow \boxed{V(r) = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}}$$

Considerando ora un campo elettrostatico generato da più cariche e tenendo presente il principio di sovrapposizione:

$$V_B - V_A = \left(\sum_i \frac{q_i}{4\pi\varepsilon_0 r_{Bi}} - \sum_i \frac{q_i}{4\pi\varepsilon_0 r_{Ai}}\right)$$

$$W = -q_0(V_B - V_A) = -\left(\sum_i \frac{q_0 q_i}{4\pi\varepsilon_0 r_{Bi}} - \sum_i \frac{q_0 q_i}{4\pi\varepsilon_0 r_{Ai}}\right)$$

N.B. Alla fine di un percorso chiuso l'energia cinetica è la stessa che all'inizio, la velocità può cambiare direzione, ma non il modulo.
In ogni caso possiamo affermare che "quando una particella carica viene accelerata guadagna energia cinetica e perde la stessa quantità di energia potenziale, l'energia totale rimane costante.

IL CAMPO COME GRADIENTE DEL POTENZIALE

Se si conosce il campo elettrico in ogni punto di una curva che congiunge due punti A e B possiamo calcolare la differenza di potenziale tra i due punti e notare che essa non dipende dalla curva prescelta.
Ora, esiste una relazione locale che permette, conoscendo il potenziale in ogni punto, il calcolo del campo elettrostatico nei medesimi punti.
Per uno spostamento $dr = dx\,u_x + dy\,u_y + dz\,u_z$ che unisce due punti di coordinate $A(x,y,z)$ e $B(x+dx, y+dy, z+dz)$ possiamo calcolare la variazione di potenziale:

$$dV = V(x+dx, y+dy, z+dz) - V(x,y,z) = -E \cdot dr = -E_x\,dx - E_y\,dy - E_z\,dz$$

e considerando il teorema del differenziale totale : $dV = \frac{\partial V}{\partial x} dx + \frac{\partial V}{\partial y} dy + \frac{\partial V}{\partial z} dz$

ne ricaviamo che: $\boxed{E_x = -\frac{\partial V}{\partial x}}$ $\boxed{E_y = -\frac{\partial V}{\partial y}}$ $\boxed{E_z = -\frac{\partial V}{\partial z}}$

in definitiva possiamo affermare: $\boxed{E = -\text{grad}\, V}$

ovvero, il campo elettrostatico è uguale in ogni punto al gradiente del potenziale calcolato in quel punto. Tale definizione può essere espressa utilizzando l'operatore vettoriale del e così:

$$\boxed{\nabla V = \frac{\partial V}{\partial x} u_x + \frac{\partial V}{\partial y} u_y + \frac{\partial V}{\partial z} u_z = \text{grad}\, V}$$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 11 di 110

ROTORE DEL CAMPO ELETTROSTATICO

La forza elettromotrice, può essere ricavata localmente da quello che è chiamato Teorema di Stokes il quale afferma che: "La circuitazione di un campo vettoriale E, lungo una linea chiusa C è uguale al flusso del rotore del campo attraverso una qualsiasi superficie Σ avente per contorno C (linea chiusa)". In formula:

$$\boxed{\oint E \cdot ds = \int_{\Sigma} (\nabla \times E) \cdot u_n \, d\Sigma}$$

Dove "$\nabla \times E$" è il rotore del campo, "u_n" il versore normale alla superficie $d\Sigma$ orientato rispetto al verso di percorrenza di C secondo la regola della vite, mentre $d\Sigma$ è una qualsiasi superficie contornata da C. Il rotore è un operatore che descrive la rotazione infinitesima di un campo vettoriale, ed è rappresentato in ogni punto da un vettore.

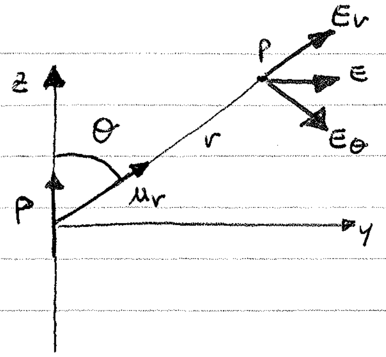
$$\boxed{\text{rot}\, E = \nabla \times E}$$

Dove ∇ è l'operatore vettoriale Del, $\times$ sta per prodotto vettoriale, mentre E è il vettore del campo elettrico

Ritornando al teorema di Stokes applicato al campo elettrostatico, sappiamo che il primo membro è sempre nullo in quanto il campo E è conservativo. Allora il secondo membro può esser nullo, per qualsiasi superficie Σ che si appoggi ad un qualunque percorso chiuso C, solo se il rotore di E è nullo:

$$\boxed{\nabla \times E = 0}$$

Questa è la formulazione locale della forza elettromotrice: il campo elettrostatico conservativo, è irrotazionale, ha cioè il rotore sempre nullo.



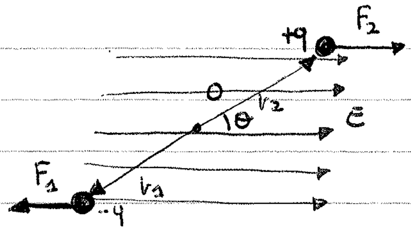
$$E_r = -\frac{\partial V}{\partial r} \Rightarrow \boxed{E_r = \frac{2p\cos\theta}{4\pi\varepsilon_0 r^3}}$$ OK!!

$$E_\theta = -\frac{1}{r}\frac{\partial V}{\partial \theta} \Rightarrow \boxed{E_\theta = \frac{p \operatorname{sen}\theta}{4\pi\varepsilon_0 r^3}}$$ OK!!

Pertanto il campo elettrostatico si trova nel piano p, u_r, vettorialmente:

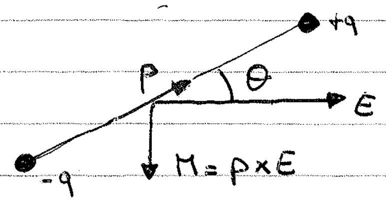
$$E = E_r u_r + E_\theta u_\theta$$

$$\Rightarrow \boxed{E = \frac{2p\cos\theta}{4\pi\varepsilon_0 r^3} u_r + \frac{p\operatorname{sen}\theta}{4\pi\varepsilon_0 r^3} u_\theta}$$



Considerando un dipolo, di momento p, posto in una regione in cui agisce un campo elettrostatico E, le forze $F_1 = -qE$ e $F_2 = +qE$ costituiscono una coppia, quindi hanno risultante nulla e momento meccanico diverso da zero. Tale momento calcolato per esempio rispetto al centro del dipolo O, risulta essere:

$$M = r_1 \times F_1 + r_2 \times F_2 = (r_2 - r_1) \times F = qa \times E \Rightarrow \boxed{M = p \times E}$$



Esso tende a far ruotare p, fino a portarlo parallelo e concorde al campo elettrostatico, in una posizione d'equilibrio. Ruotando tale dipolo di un angolo θ, rispetto alla condizione di equilibrio, il momento meccanico $M = -pE\operatorname{sen}\theta$ tende a riportarlo nella condizione di equilibrio, che risulta quindi stabile. Il lavoro di tale momento per ruotare il dipolo dall'angolo θ_0 a θ è:

$$W = \int_{\theta_0}^{\theta} M\,d\theta = -pE\int_{\theta_0}^{\theta} \operatorname{sen}\theta\,d\theta = pE\cos\theta - pE\cos\theta_0$$

Tenendo presente il concetto di flusso si può esprimere il Teorema di Gauss, evidenziando che esso vale se e solo se la forza tra due cariche elementari è inversamente proporzionale al quadrato della distanza tra le cariche stesse. Essa stabilisce che:

"Il flusso del campo elettrostatico E, prodotto da un sistema di cariche attraverso una superficie chiusa, è uguale alla somma algebrica delle cariche elettriche contenute all'interno della superficie, diviso ε_0."

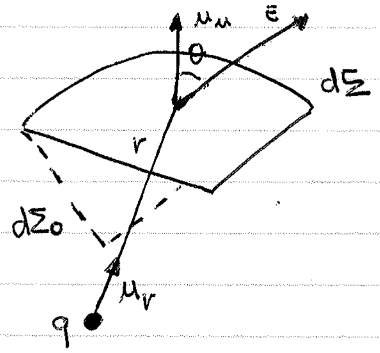
$$\Phi(E) = \oint E \cdot u_n \, d\Sigma \Rightarrow \boxed{\Phi(E) = \frac{1}{\varepsilon_0}(\Sigma_i \, q_i)_{int}}$$ cariche puntiformi

$$\Phi(E) = \oint E \cdot u_n \, d\Sigma \Rightarrow \boxed{\Phi(E) = \frac{1}{\varepsilon_0}\int dq}$$ Distribuzione di carica continua

$$\Rightarrow \quad \Phi(E) = \oint E \cdot u_n \, d\Sigma \Rightarrow \boxed{\Phi(E) = \frac{q}{\varepsilon_0}}$$ scrittura unificata

L'Unità di misura del flusso del campo è il volt-metro (Vm).

DIMOSTRAZIONE DELLA LEGGE DI GAUSS



$$d\Phi(E) = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{u_r \cdot u_n \, d\Sigma}{r^2} =$$

$$= \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{d\Sigma\cos\theta}{r^2} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{d\Sigma_0}{r^2}$$

Dove $d\Sigma_0$ è la proiezione di $d\Sigma$ sul piano perpendicolare a u_r, mentre $\boxed{d\Sigma_0/r^2}$ è definito come angolo solido $\boxed{d\Omega}$, da cui appunto dipende il campo elettrostatico E. Considerando ora una superf. chiusa: siamo a conoscenza del fatto che l'angolo solido da un punto interno vale 4π, quindi:

$$\Phi(E) = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\oint d\Omega = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}4\pi = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

Angolo solido: in geometria è un estensione allo spazio tridimensionale del concetto di angolo piano. Esso è definito come ciascuna delle regioni in cui viene suddiviso lo spazio dalla superficie formata dalle semirette passanti per uno stesso punto (vertice angolo solido) e per i punti di una curva chiusa semplice, tracciata su di una superficie non contenente il vertice. Misura in steradianti.

Tali equazioni (*) costituiscono la formulazione locale della Legge di Gauss per il campo elettrostatico. La divergenza risulta nulla al di fuori del volume considerato, avente campo elettrostatico E. Se introduciamo: $E_x = -\frac{\partial V}{\partial x}$; $E_y = -\frac{\partial V}{\partial y}$; $E_z = -\frac{\partial V}{\partial z}$ avremo che:

$$\boxed{\nabla^2 V = \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = -\frac{\rho}{\varepsilon_0}}$$

"∇^2" è l'operatore di Laplace o laplaciano.

Suddetta formula, che lega potenziale elettrico e densità di carica, è detta equazione di Poisson, che ricorda la conservazione del campo elettrostatico e l'obbedienza alla Legge di Gauss. Nello spazio vuoto:

$\boxed{\rho = 0}$ (nel vuoto)

$$\boxed{\nabla^2 V = \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = 0}$$

Equazione di Laplace

CONDUTTORI IN EQUILIBRIO

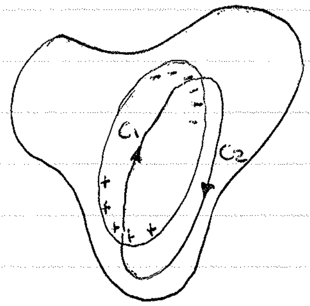
I materiali conduttori sono caratterizzati dal fatto che nel loro interno sono verificate particolari condizioni per cui è possibile il moto di alcune cariche che li costituiscono. Noi ci concentreremo su conduttori solidi che per eccellenza sono i metalli, in essi per ogni atomo si hanno uno o più elettroni che sono in pratica separati dal resto dell'atomo e liberi di muoversi nel conduttore. Nei fenomeni elettrostatici, le cariche sono fisse, e questa condizione richiede che all'interno del conduttore il campo sia nullo. Pertanto lo stato di conduttore in equilibrio elettrostatico si ha x $E = 0$:

- l'eccesso di carica elettrica può stare solo sulla superficie del condutt.,
- il potenziale elettrostatico è costante su tutto il conduttore;
- il campo elettrico in un punto nelle vicinanze della superficie del conduttore è perpendicolare alla superficie e la intensità pari a σ/ε_0, dove "σ" è la densità di carica superficiale in quel suddetto punto.

CONDUTTORE CAVO

Considerando un conduttore carico che abbia nel suo interno una cavità, sulla quale non ci sono cariche, possiamo affermare secondo Gauss, che all'interno della superficie* non ci sono cariche e quindi sulle pareti della cavità la carica è nulla. *interna alla cavità.

Ma non è nemmeno possibile che sulle pareti ci sia separazione di carica "+q" e "-q" !! Considerando però che il campo è conservativo:



$$\oint E \cdot ds = \int_{C_1} E \cdot ds + \int_{C_2} E \cdot ds$$

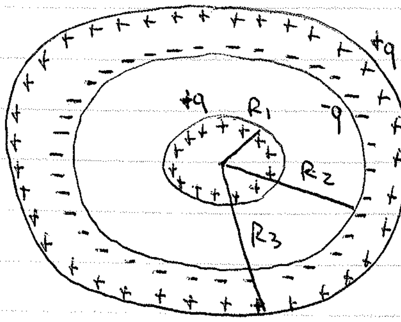
In C_2 $E=0$, ma in C_1 $E \neq 0$ quindi:

$$\oint E \cdot ds = \int_C E \cdot ds \neq 0$$

Impossibile, poiché in un campo conservativo la circuitazione di una sup chiusa dev'essere nulla.

Quindi: la carica di un conduttore in equilibrio si distribuisce sempre e soltanto sulla superficie esterna, anche in presenza di una o più cavità all'interno del conduttore. Tale principio è noto come schermatura elettrostatica, che costituisce per il conduttore cavo, l'eccelso tipo di conduttore, per la sua ottima schermatura tra spazio interno e spazio esterno.

CONDENSATORI



Considerando la figura qui riportata, possiamo dedurre che il campo elettrico, generato dalle cariche presenti sulla superficie che la delimitano è:

$$E(r) = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 21 di 110

$q_1 = C_1 V$ e $q_2 = C_2 V$ La carica globale su tutto il conduttore risulterà essere

$$q = q_1 + q_2 = (C_1 + C_2)V$$

conduttore superiore

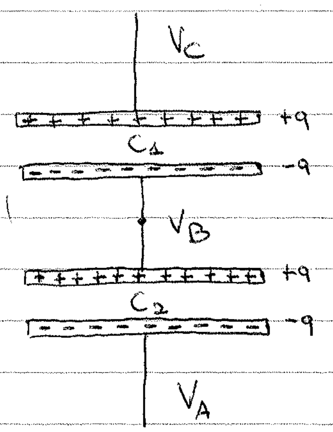
$$q = -(q_1 + q_2) = -(C_1 + C_2)V$$

conduttore inferiore

$$\boxed{C_{eq} = \frac{q}{V} = C_1 + C_2}$$

Che ci dice: in un sistema di condensatori in parallelo ai capi di ciascuno c'è la stessa differenza di potenziale e la capacità equivalente è "somma delle singole capacità" dei conduttori.

*** CONDENSATORI IN SERIE**



Nella connessione in serie c'è un solo collegamento tra i due condensatori, così da costituire un sistema di tre conduttori, avente $\Delta V = V_C - V_A$ e nel mezzo potenziale V_B. Per induzione, dalla prima armatura avente carica "+q" si creano le altre densità di carica, per ottenere infine carica neutra nel centro:

$$V_C - V_B = \frac{q}{C_1} \qquad V_B - V_A = \frac{q}{C_2}$$

$$\Rightarrow V = V_C - V_A = \frac{q}{C_1} + \frac{q}{C_2} = q\left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}\right) = \frac{q}{C_{eq}}$$

$$\Rightarrow V = \frac{q}{C_{eq}} \quad \text{Dove} \quad \boxed{C_{eq} = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}} \quad o \quad \boxed{\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}}$$

Che ci dice: in un sistema di condensatori in serie la carica è la stessa su entrambi.

$U_e = \frac{1}{2} C V^2$ considerando che si ha: $\boxed{V = Eh}$ e $\boxed{C = \frac{\varepsilon_0 \Sigma}{h}}$ Condensatore piano

$\boxed{\tau = \Sigma h}$ Volume

$$\Rightarrow \boxed{U_e = \frac{1}{2} \varepsilon_0 E^2 \tau}$$

Ora se ipotizziamo che l'energia elettrostatica sia distribuita nei punti in cui c'è campo elettrostatico e che tale distribuzione sia uniforme come il campo, possiamo dire che densità di energia elettrostatica, ovvero l'energia elettrostatica per unità di volume sia:

"u_e" si misura in J/m^3

$$u_e = \frac{U_e}{\tau} \Rightarrow \boxed{u_e = \frac{1}{2} \varepsilon_0 E^2}$$

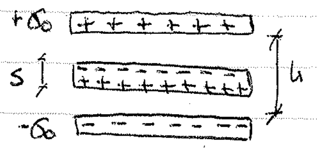
Proporzionale al quadrato del campo elettrostatico

COSTANTE DIELETTRICA

Se tra due conduttori carichi viene inserito del materiale isolante, viene modificato il campo elettrostatico. Per esaminare i fenomeni derivanti, consideriamo un caso che vede un condensatore piano, carico e isolato, in modo che la carica sulle armature resti costante. Se q_0 è la carica, σ_0 la densità di carica e tra le armature abbiamo un campo E_0 e una diff. di potenziale V_0:

$$\boxed{E_0 = \frac{\sigma_0}{\varepsilon_0}} \quad e \quad \boxed{V_0 = \frac{q_0}{C_0} = E_0 h}$$

Dove "C_0" è la capacità e "h" la distanza tra le armature.



Se introduciamo tra le armature una lastra conduttrice di spessore $s < h$, si osserva, tramite semplice misurazione, la diminuzione della differenza di potenziale tra le armature, infatti sulle facce della lastra si formano, per induzione elettrostatica completa, due distribuzioni di carica con segno tale da annullare il campo all'interno della lastra, mentre all'esterno: $\boxed{V = E_0 (h - s) < V_0}$

CONDUZIONE ELETTRICA

I materiali conduttori solidi, sono costituiti da un reticolo spaziale ai cui vertici si trovano gli ioni positivi (atomi che hanno perso elettroni (e)) e al cui interno si muovono gli elettroni liberi, i medesimi vengon detti portatori mobili di carica e sono gli unici in grado di farlo. Così il numero di elettroni per unità di volume diventa:

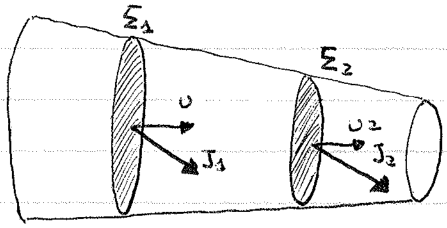
$$\boxed{n = \frac{N_A \rho}{A}}$$

Dove "N_A" è il Numero di Avogadro mentre "ρ" è la densità che dipende dal tipo di materiale che viene utilizzato.

Ora, il moto degli elettroni liberi in un conduttore in equilibrio elettrostatico è del tutto disordinato e in qualsiasi volume si ha una velocità media nulla, che ci dice, che non esiste una direzione di moto preferenziale. Se proviamo a mettere due conduttori a contatto isolati, a potenziali diversi, si raggiunge una condizione di equilibrio in cui entrambi arrivano ad avere uno stesso potenziale; tutto ciò in un processo, che vede il passaggio di elettroni dal conduttore a potenziale minore a quello maggiore sotto l'azione del campo elettrico E dovuto alla presenza di differenza di potenziale ΔV. Questo moto ordinato di elettroni in una certa direzione costituisce una corrente elettrica e il fenomeno vien detto conduzione elettrica, mentre un qualsiasi dispositivo che ha le suddette caratteristiche vien detto generatore di forza elettromotrice (f.e.m) (in un generatore è il valore della differenza di potenziale fisso tra due materiali)

È importante menzionare i semiconduttori, materiali solidi isolanti nei quali, con un opportuno trattamento, è possibile avere portatori di carica dei due segni, avendo così corrente elettrica con opportuna diff. di potenziale. ma anche i superconduttori, metalli puri e leghe metalliche a temperature vicine allo zero assoluto, nei quali può essere mantenuta, per tempi molto lunghi, corrente elettrica, senza spesa di lavoro. tutto ciò perché al di sotto di una temperatura detta critica, la resistività si annulla.

Se, come nei conduttori metallici, i portatori di carica sono negativi, fissata la direzione e il verso di E, la velocità di deriva v_- sarà diretta in verso opposto al campo E, mentre il vettore $-ev_-$ avrà lo stesso verso del campo E. Ciò dimostra che densità di corrente e campo elettrico hanno sempre segno concorde.
L'unità di misura della corrente è l'ampere ($A = C/s$).



Se prendiamo il medesimo esempio, che ci pone d'innanzi alla presenza di due differenti densità e rispettive intensità di corrente. Se consideriamo il caso in cui all'interno del tronco di superficie "Σ_1" e "Σ_2" (Σlaterale no flusso), non ci sia variazione di carica nel tempo, allora: $\boxed{i_1 = i_2}$, tale condizione è detta di stazionarietà: "in condizioni stazionarie l'intensità di corrente è costante in ogni sezione del conduttore".

LEGGE DI OHM

In un conduttore sottoposto a diff. di potenziale, in regime stazionario si stabilisce, che la densità di corrente è legata al campo E:

$$\boxed{J = \sigma E}$$

Dove "σ" rappresenta la conduttività elettrica e tale espressione è nota come "legge di Ohm della conduttività". Essa definisce, all'interno di un conduttore percorso da corrente, il campo vettoriale j, le cui linee sono parallele e concordi alle linee del campo vettoriale E che da origine alla corrente. In tal caso, la conduttività descrive l'influenza del reticolo cristallino del solido con il quale gli elettroni di conduzione, nel loro moto, interagiscono tramite gli urti. Inoltre avremo che la legge di Ohm può essere scritta come:

$$\boxed{E = \rho j} \Rightarrow \boxed{\rho = \frac{1}{\sigma}}$$

Dove "ρ" è la resistività del conduttore

POTENZA e EFFETTO JOULE

Considerando una carica "dq" che si muova attraversando la differenza di potenziale $V = V_A - V_B$, viene compiuto dal campo elettrico agente, per spostare la carica, un lavoro e spesa una potenza elettrica:

$$\boxed{dW = V dq} \quad \text{ma sappiamo} \quad i = \frac{dq}{dt} \quad \Rightarrow \quad \boxed{dW = V i dt}$$

$$P = \frac{dW}{dt} = \frac{V i \cancel{dt}}{\cancel{dt}} \quad \Rightarrow \quad \boxed{P = V i}$$ dove "P" è la potenza elettrica

ma se vale la legge di Ohm: $V = Ri$, $i = \frac{V}{R}$ $\Rightarrow \boxed{P = R i^2} \Rightarrow \boxed{P = \frac{V^2}{R}}$

dunque il passaggio di corrente, comporta il lavoro: $W = \int_0^t P dt = \int_0^t R i^2 dt$

nel quale se la corrente risulta essere costante abbiamo: $\boxed{W = R i^2 t}$

Tale lavoro è necessario per vincere la resistenza opposta dal reticolo cristallino al moto ordinato degli elettroni e, da un punto di vista termodinamico, esso viene assorbito dal conduttore la cui energia interna aumenta. Di conseguenza aumenta la temperatura del conduttore: se esso è isolato termicamente, il processo porta alla fusione del metallo, se invece il conduttore è in contatto termico con l'ambiente, la sua temperatura cresce fin quando si raggiunge uno stato di equilibrio in cui l'energia interna non varia più e il lavoro elettrico viene ceduto all'ambiente sotto forma di calore. L'effetto di riscaldamento di un conduttore percorso da corrente viene definito effetto Joule.

LEGGI DI KIRCHOFF

Fin ora sono stati considerati casi semplici, ma esistono casi molto complessi, che non possono essere ricondotti a semplici casi, chiamati reti elettriche. Gli elementi distintivi di una rete sono i nodi e i rami. Un "nodo" è un punto nel quale convergono almeno tre conduttori; i nodi sono collegati da "rami" in cui possono essere componenti attivi (generatori) e passivi (resistori). All'interno di una rete è possibile individuare determinati "cammini chiusi" detti maglie, costituiti da più rami, che può quindi appartenere a più maglie. L'analisi di tale rete è semplificata dalle leggi di Kirchhoff, relative a nodi e maglie.

La Prima Legge di Kirchhoff (o legge dei nodi), dice che la somma algebrica delle correnti che confluiscono in un nodo è nulla

$$\boxed{\sum_k i_k = 0} \quad \text{I}^a \text{ LEGGE}$$

La Seconda Legge di Kirchhoff (o legge delle maglie) stabilisce che la somma algebrica delle forze elettromotrici presenti nei rami della maglia è uguale alla somma algebrica dei prodotti $R_k i_k$, cioè delle differenze di potenziale ai capi dei resistori R_k situati nei rami. I segni dei vari termini devono rispettare le seguenti regole:

$$\boxed{\sum_k R_k i_k = \sum_k \mathcal{E}_k} \quad \text{II}^a \text{ LEGGE}$$

- se nel ramo k-esimo, la corrente i_k è concorde al verso scelto nella maglia, $R_k i_k$ è positivo, altrimenti negativo;
- se la sorgente di f.e.m. viene attraversata dal segno di percorrenza fissato nel verso che va dal polo negativo al polo positivo, essa va presa col segno positivo, altrimenti negativo.

In particolare la forza è sempre ortogonale alla velocità, quindi alla traiettoria e pertanto in base alla definizione di lavoro ed energia cinetica:

$$\boxed{\Delta E_K = \frac{1}{2} m v_Q^2 - \frac{1}{2} m v_P^2 = W = \int_P^Q F \cdot ds = 0}$$

Per un qualsiasi spostamento "PQ" nella regione in cui esiste il campo magnetico B, l'energia cinetica della particella resta costante in quanto la Forza di Lorentz non compie lavoro sulla particella (essa non comunica un'accelerazione tangenziale, ma solo un'accelerazione centripeta). Quindi: quando una particella carica si muove in un campo magnetico, la sua velocità cambia in direzione ma non in modulo!!

L'unità di misura del campo magnetico è il Tesla ($\frac{N}{C\,m/s} = \frac{N}{Am} = \frac{Kg}{As^2}$).

FORZA MAGNETICA SU UN CONDUTTORE PERCORSO DA CORRENTE

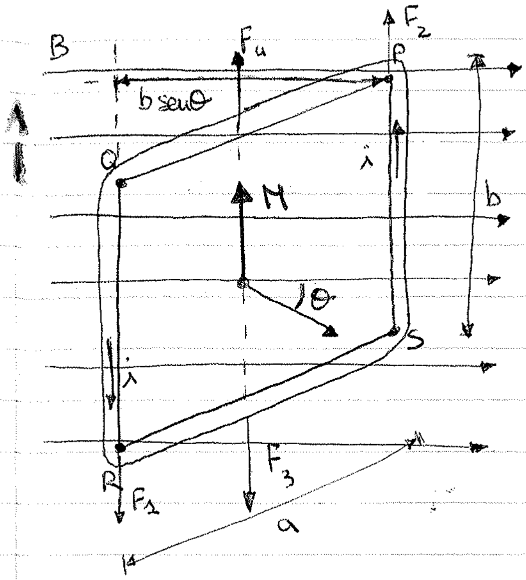
La corrente elettrica in un conduttore è dovuta al moto degli elettroni sotto l'azione del campo elettrico applicato tramite un generatore; se "n" è il numero di elettroni liberi per unità di volume, ciascuno con carica "$-e$" e "v_d" la velocità di deriva, la densità di corrente sarà $j = -nev_d$, parallela e concorde al campo. Quando tale conduttore percorso da corrente è immerso in un campo magnetico a ciascun elettrone è applicata la forza di Lorentz:

$\boxed{F_L = -e v_d \times B}$ Attraverso gli urti che gli elettroni in moto hanno con il reticolo cristallino tale forza viene trasmessa alla massa del filo conduttore. In un tratto di conduttore lungo "ds" e di sezione Σ sono contenuti "$n \Sigma ds$" elettroni e la forza risultante è:

$$dF = n \Sigma ds F_L = -(\Sigma ds)(nev_d) \times B = \Sigma ds j \times B$$

ma noi sappiamo che la corrente:

$$i = \Sigma j \Rightarrow \boxed{dF = i\, ds \times B} \quad \text{in modulo} \quad \boxed{dF = i\, ds\, B \sin\theta}$$



La spira è immersa in un campo uniforme "B" che forma un angolo "θ" con "u_n". Le forze magnetiche F_3 e F_4 sono uguali e contrarie e hanno la stessa retta d'azione: esse sono le risultanti di un insieme di forze parallele applicate nel centro del lato e avendo braccio nullo hanno momento nullo. Le forze F_1 e F_2 ciascuna di modulo "iaB" in quanto B è ortogonale ad "a" sono anch'esse uguali e contrarie, ma hanno una braccio "$b\,sen\theta$". Il momento meccanico della coppia vale in modulo:

$$M = b\,sen\theta\,F = i\,a\,B\,sen\theta\,b \Rightarrow \boxed{M = i\,\Sigma\,B\,sen\theta}$$

definito il momento magnetico della spira: $\boxed{m = i\,\Sigma\,u_n}$ Parallelo e concorde al vettore normale "u_n"

$$\Rightarrow \boxed{M = m \times B = i\,\Sigma\,u_n \times B}$$

Tale formula è valida per qualsiasi piano di forma qualunque. Il momento risulta nullo soltanto se "m" è parallelo a "B" e si avrà con $\theta = 0$ equilibrio stabile mentre $\theta = \pi$ equilibrio instabile. L'unità di misura del momento di dipolo magnetico è $Am^2 = J/T$.

EFFETTO HALL

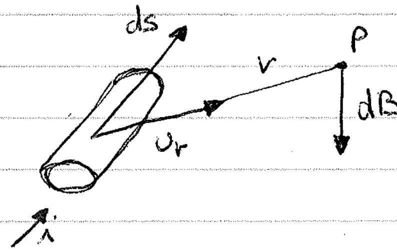
Un conduttore a forma di nastro sottile di sezione "$\Sigma = ab$" è percorso da una corrente di intensità "i" con verso concorde all'asse x. La densità di corrente vale:

$$\boxed{j = \frac{i}{ab}\,u_x = n e v_d}$$

Tale fenomeno, denominato effetto Hall trasversale è molto importante ad esempio per determinare il segno dei portatori di carica partendo dalla tensione E_H, ma si può anche ricavare la densità di carica "n_e" dei portatori conoscendo i moduli di B e E_H.

CAMPO MAGNETICO PRODOTTO DA UNA CORRENTE

L'analisi dei primi esperimenti sulle caratteristiche del campo magnetico prodotto da correnti in conduttori filiformi, indusse Laplace a formulare una legge nota come **prima legge elementare di Laplace**, che esprime il campo magnetico prodotto da un tratto infinitesimo "ds" di filo, percorso dalla corrente "i" in un punto "P" distante "r" dal filo:



$$dB = K_m\, i\, \frac{ds \times u_r}{r^2} = K_m \frac{i\, ds}{r^2}\, u_t \times u_r$$

ma: $\boxed{K_m = \frac{\mu_0}{4\pi}}$ "K_m" dipende dal mezzo materiale e dall'unità di misura

dove: $\boxed{\mu_0 = 4\pi K_m}$ è la permeabilità magnetica del vuoto

$$\Rightarrow \boxed{dB = \frac{\mu_0 i}{4\pi} \frac{ds \times u_r}{r^2} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{i\, ds}{r^2}\, u_t \times u_r}$$

"u_t" è il verso della corrente

Se vogliamo il campo magnetico per un circuito chiuso:

$$\boxed{B = \frac{\mu_0 i}{4\pi} \oint \frac{ds \times u_r}{r^2}}$$

Legge di Ampère-Laplace

se ricordiamo che $j = i/\Sigma$ è legata alla velocità dei portatori di carica e al loro numero per unità di volume dalla $j = nqv$ si ha:

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi}\, nqv \frac{\Sigma\, ds \times u_r}{r^2} \Rightarrow \boxed{dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{qv \times u_r}{r^2}\, d\tau\, n}$$

ma "$d\tau \cdot n$" da il numero di cariche contenute nel volumetto $d\tau = \Sigma \cdot ds$ e quindi per una carica:

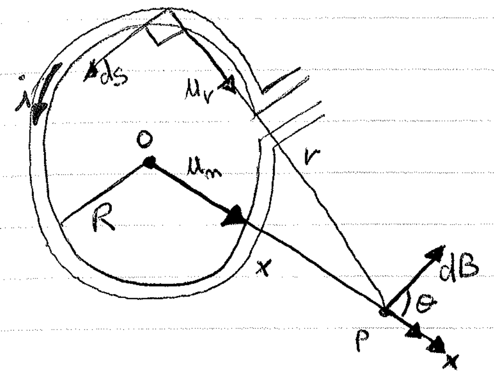
$$\boxed{B = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{qv \times u_r}{r^2}}$$

Ciò dimostra che il campo magnetico non può esser generato solo dalla corrente ma anche da un moto di cariche ottenuto in altri modi

Fate dipendenza dal moto delle cariche

$$\boxed{r = \frac{mv}{qB}}$$ Moto di una particella carica in campo magnetico

SPIRA CIRCOLARE



perpendicolari

$$dB = \frac{\mu_0 i}{4\pi} \frac{|ds \times u_r|}{r^2} = \frac{\mu_0 i\, ds}{4\pi r^2}$$

lungo l'asse "x": $dB_x = \frac{\mu_0 i\, ds}{4\pi r^2} \cos\theta$

Quando si considerano tutti i contributi "dB" degli elementi "ds" che formano la spira, le componenti parallele all'asse "x" si sommano, mentre quelle trasversali si elidono a due a due per simmetria.

Quindi nei punti dell'asse della spira il campo magnetico è parallelo all'asse stesso e concorde, in totale avremo che:

area della circonferenza

$$B = \oint \frac{\mu_0 i}{4\pi} \frac{\cos\theta}{r^2} ds\, u_m = \frac{\mu_0 i}{4\pi} \frac{\cos\theta}{r^2} (2\pi R) u_m$$

ma possiamo esprimere: $r^2 = x^2 + R^2$ e $\cos\theta = R/r$

e quindi otteniamo: $$B(x) = \frac{\mu_0 i R^2}{2r^3} = \frac{\mu_0 i R^2}{2(x^2+R^2)^{3/2}} u_m$$

In $x=0$, centro della spira, avremo campo massimo: $$\boxed{B_{max} = \frac{\mu_0 i}{2R} u_m}$$

Quando è soddisfatta la condizione $x \gg R$ (R trascurabile):

$$B(x) = \frac{2\pi}{2\pi} \frac{\mu_0 i R^2}{2x^3} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2m}{r^3}$$

$$m = i \Sigma u_m = i\pi R^2 u_m$$

la quale struttura presenta delle uguaglianze con il campo di un dipolo elettrico: $$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{2p}{r^3}$$

Quindi il campo magnetico sull'asse di una spira è un campo di dipolo magnetico. Anche in tal caso le linee del campo sono concatenate con la sorgente che le ha prodotte.

esso è parallelo all'asse "x" ed è legato al verso della corrente dalla regola della mano destra. Introducendo la "variabile ϕ" si ha:

$$r \operatorname{sen}\phi = R \qquad x - x_0 = -R\cot\phi \qquad dx = \frac{R\,d\phi}{\operatorname{sen}^2\phi}$$

$$\Rightarrow \quad dB = \frac{\mu_0 n i}{2} \operatorname{sen}\phi\, d\phi$$

Il campo magnetico nel punto "P":

$$B = \frac{\mu_0 n i}{2}\int_{\phi_1}^{\phi_2} \operatorname{sen}\phi\, d\phi = \frac{\mu_0 n i}{2}(\cos\phi_1 + \cos\phi'_2)$$

$(\cos\phi_1 - \cos\phi_2)$

Dove ϕ_1 e ϕ_2 sono gli angoli sotto cui son viste da "P" le spire terminali del solenoide, misurando "x" rispetto al centro del solenoide ($OP = x$):

$$B(x) = \frac{\mu_0 n i}{2}\left[\frac{d+2x}{\sqrt{(d+2x)^2+4R^2}} + \frac{d-2x}{\sqrt{(d-2x)^2+4R^2}}\right]$$

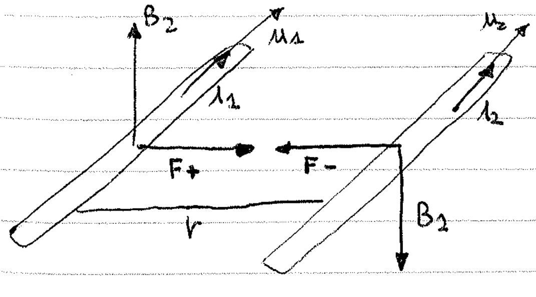
Il campo magnetico risulterà massimo nel centro del solenoide:

$$\boxed{B_0 = \mu_0 n i \frac{d}{\sqrt{d^2+4R^2}}}$$

In particolare se la lunghezza del solenoide è molto maggiore del raggio ($d \gg R$), dal centro "O" le due spirali terminali vengono viste sotto angoli quasi nulli:

$$\boxed{B_\infty = \mu_0 n i}$$

AZIONI ELETTRODINAMICHE TRA FILI PERCORSI DA CORRENTE



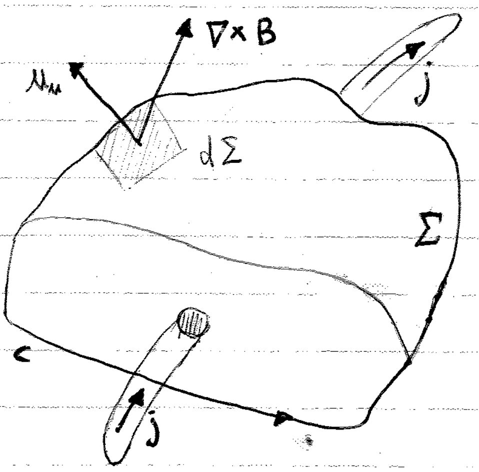
Considerando tale sistema, ciascun tratto di filo di lunghezza "dl_2" percorso da "i_2" risente della forza "dF_{12}" esercitata dal campo magnetico "B_1" e viceversa, si ha:

$$dF_{12} = i_2\, ds_2 \times B_1 = i_2\, ds\, u_2 \times B_1$$

$$\boxed{F_{12} = i_2 u_2 \times B_1} \qquad \boxed{F_{21} = i_1 u_1 \times B_2}$$

Tali equazioni, appena ricavate, valgono qualunque sia la forma del circuito e qualunque sia la linea chiusa, anche nel caso di più correnti. Cosicché la legge di Ampère dirà: l'integrale di linea del campo magnetico B lungo una linea chiusa, ovvero la circuitazione $\Gamma(B)$ è uguale alla somma delle correnti concatenate moltiplicate per la permeabilità magnetica nel vuoto (μ_0).
Inoltre, osservando che la circuitazione di B è diversa da zero, si può affermare che il campo magnetico non è conservativo.

FORMA LOCALE DELLA LEGGE DI AMPÈRE



Applichiamo il teorema di Stokes alla circuitazione di "B" lungo la linea "C":

$$\oint B \cdot ds = \int_\Sigma \nabla \times B \cdot u_n \, d\Sigma \qquad \Sigma \text{ attraverso passa: } i = \int j \cdot u_n \, d\Sigma$$

(Σ = superficie qualunque)

dove j è diversa da zero solo nella parte della superficie Σ intersecata dal filo. Così la legge di Ampère diventa:

$$\int_\Sigma \nabla \times B \cdot u_n \, d\Sigma = \mu_0 \int_\Sigma j \cdot u_n \, d\Sigma$$

$$\Rightarrow \boxed{\nabla \times B = \mu_0 j}$$ Forma locale della legge di Ampère

Si può notare come "∇×B" è parallelo a j e quindi perpendicolare al campo magnetico "B", proprietà generale del rotore di essere perpendicolare al vettore

$\boxed{B = \dfrac{\mu_0 i r}{2\pi R^2}}$ Con: $0 \le r \le R$

Filo rettilineo indefinito

$\boxed{B = \mu_0 n i}$ Con: n = numero di spire

Solenoide rettilineo indefinito

$\boxed{B = \dfrac{\mu_0 N i}{2\pi r}}$ Con: N = numero di spire totali

Solenoide toroidale

Dal momento che B_1 è proporzionale a i_1 => $\Phi_{1,2} = M_{1,2}\, i_1$ conglobando in "$M_{1,2}$" tutti i fattori geometrici e l'eventuale dipendenza dalle proprietà magnetiche del mezzo in cui sono immersi i circuiti. In modo analogo si troverà che => $\Phi_{2,1} = M_{2,1}\, i_2$ ma tramite le proprietà generali del campo magnetico si avrà:

$$M_{1,2} = \frac{\Phi_{1,2}}{i_1} = \frac{\Phi_{2,1}}{i_2} = M_{2,1}$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{\Phi_{12} = M i_1} \quad e \quad \boxed{\Phi_{21} = M i_2}$$

con "M" definito coefficiente di induzione mutua o induttanza mutua. Due circuiti per cui "$M \neq 0$" si dicono accoppiati e sono caratterizzati completamente dalla loro resistenza, dall'induttanza e dal suddetto coefficiente, il quale dipende dalla forma dei circuiti e dalla loro posizione relativa, oltre che dalla permeabilità dei mezzi costanti. Unità di misura (H).

PROPRIETÀ MAGNETICHE DELLA MATERIA

Consideriamo un solenoide indefinito il cui campo "$B_0 = \mu_0 n i$" dove con B_0 indichiamo il campo magnetico del solenoide vuoto. Avremo

$$\boxed{H = \frac{B_0}{\mu_0}}$$

Dove "H" è un vettore parallelo a "B_0" di intensità $H = ni$ che dipende dalle caratteristiche della sorgente, ovvero, densità di spire "n" e corrente "i". Se introduciamo all'interno del solenoide un "mezzo omogeneo", otteniamo un nuovo campo "B":

$$\boxed{k_m = \frac{B}{B_0}}$$

Dalla misura di B, si trova che esso è parallelo a "B_0" e il loro rapporto è definito come permeabilità magnetica relativa (al vuoto) del mezzo preso in esame, quindi:

$B = k_m B_0 = \mu_0 k_m n i$ dove: $\boxed{\mu = \mu_0 k_m}$ Permeabilità magnetica assoluta

$$\Rightarrow \quad B = \mu_0 k_m H \quad \Rightarrow \quad \boxed{B = \mu H}$$

Relazione che esprime il legame di B con le correnti di conduzione e con le proprietà magnetiche del mezzo.

MECCANISMI DI MAGNETIZZAZIONE

All'interno di ogni atomo ci sono due situazioni fisiche che possono dare origine ad un momento di dipolo magnetico atomico.
La "prima" è il moto degli elettroni attorno al nucleo, che può essere assimilato classicamente ad un insieme di correnti chiuse elementari, a ciascuna delle quali corrisponde un momento magnetico orbitale.
La "seconda" è il fatto che ciascun elettrone possiede un momento magnetico intrinseco associato allo spin (il momento angolare intrinseco)
Nella maggior parte degli atomi la somma di tutti i momenti magnetici, orbitali e di spin, è nulla. Ma, quando agisce un campo magnetico "B_0", il moto orbitale di ciascun elettrone viene perturbato con extracorrenti che generano un momento magnetico atomico: opposto ad "H" e ad esso proporzionale tramite un coefficiente "α_a" che dipende dalla forma e dimensione dell'atomo stesso.

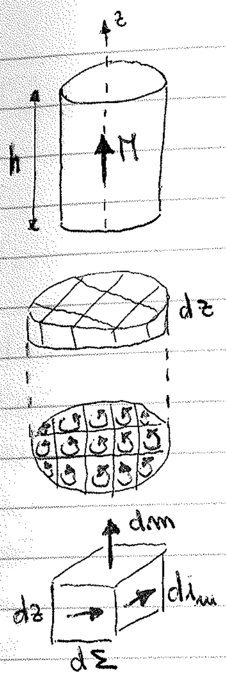
$$\boxed{m_a = -\alpha_a H}$$

In ogni caso, anche con campi magnetici elevati, m_a è piccolo. Tal fenomeno è noto come diamagnetismo, che per molte sostanze è l'unico fenomeno che dà origine alle proprietà magnetiche (Sostanze diamagnetiche hanno in genere $K_m < 1$ (permeabilità relativa) e $\chi_m \simeq -10^{-5}$ (suscettività)).

In alcuni atomi e molecole non si ha compensazione di momenti magnetici, quindi si ha un momento magnetico intrinseco "m_0", ma il moto di agitazione termica fa sì, che per ogni porzione di materia esso risulti nullo, tuttavia sotto l'azione di un campo esterno avviene una orientazione parziale disturbata dall'agitazione termica, così:

$$\boxed{\langle m \rangle = \frac{\alpha_m}{T} H}$$

concorde ad "H" e ad esso proporzionale tramite "α_m". Alla temperatura ambiente, anche con campi magnetici elevati è piccolo, anche se maggiore del suo citato. Tale fenomeno è detto paramagnetismo. Tali sostanze hanno un valore di permeabilità magnetica relativa "$K_m > 1$" e



La magnetizzazione è detta uniforme quando "M" è costante nel mezzo. Stando alle figure accanto, considerando il cilindro e un suo disco isolato di spessore "dz" e suddividendo il tutto in prismetti di base "dΣ", altezza "dz" e volume $d\tau$ avremo un momento magnetico:

$$dm = M d\tau = M d\Sigma dz \, u_z .$$

lo stesso momento è posseduto, secondo $m = i\Sigma u_n$ (momento magnetico di una spira), da una spira di area $d\Sigma$ percorsa dalla corrente $di_m = M dz$. Se sostituiamo i prismetti con l'equivalente circuito percorso dalla corrente "di_m", dato che M è costante, le correnti si elidono a due a due sui lati contigui e rimangono attive solo quelle sulla superficie laterale del cilindro. Sommando tutti i dischi abbiamo che il cilindro magnetizzato è equivalente a:

$$\boxed{i_m = M \cdot h} \Rightarrow \boxed{M = \frac{i_m}{h} = J_{s,m}}$$

dove "$J_{s,m}$" è la "densità lineare"

ovvero "la magnetizzazione M del cilindro è prodotta dalle correnti amperiane (locali) ed è uguale in modulo alla densità lineare di tali correnti". Ora se eseguiamo la circuitazione di M lungo un percorso chiuso generico che concateni la corrente "i_m", avremo $M=0$ fuori dal cilindro e all'interno avremo, qualunque sia il percorso chiuso:

$$\boxed{\oint M \cdot ds = i_m}$$

ovvero "la circuitazione della magnetizzazione M lungo una linea chiusa è uguale alla somma delle correnti amperiane concatenate con tale linea".

sopra della prima e interseca l'asse delle ordinate con $H=0$ con il valore "B_r" o "M_r" legati da "$B_r = \mu_0 M_r$" e si parla di magnetizzazione residua o di campo magnetico residuo, a significare il fatto che il materiale è magnetizzato anche in assenza di corrente, è diventato cioè un magnete permanente;

- Per annullare la magnetizzazione bisogna invertire il senso della corrente e far diminuire H fino al valore "H_c" detto campo coercitivo in corrispondenza del quale $M=0$ e $B=0$. Poi si raggiunge il valore $-H_m$ oltre il quale si presenta una situazione simile a quella iniziale, dove quindi il materiale ha raggiunto M_{sat} ma in verso opposto:

La curva completa prende il nome di ciclo d'isteresi del materiale. Ad un dato valore di H possono corrispondere infiniti valori di B e quindi di K_m e χ_m compresi tra le curve "b" e "c", ovvero la magnetizzazione di una sostanza ferromagnetica dipende dalla storia della sostanza, oltre che dal valore del campo H. Prendendo come parametri i valori di "M_r" e "H_c" possiamo classificare materiali duri => M_r e H_c grandi adatti per costruire magneti permanenti in quanto è difficile smagnetizzarli (H_c grande)

CAMPI ELETTRICI E MAGNETICI VARIABILI NEL TEMPO

Esperimenti condotti da Faraday in Inghilterra ed Henry negli Stati Uniti, misero in evidenza una diversa connessione tra elettricità e magnetismo. Infatti un campo magnetico variabile nel tempo genera un campo elettrico non conservativo, che in opportuni dispositivi da luogo a forza elettromotrice e ad una corrente in un circuito chiuso. Successivamente Maxwell dimostrò che un campo elettrico variabile nel tempo dava origine ad un campo magnetico. Conseguenza fondamentale è che un campo elettrico e uno magnetico variabili non possono esistere separatamente ma vanno riuniti sotto il termine di campo elettromagnetico. Ricordiamo che la forza elettromotrice è data da $\boxed{\mathcal{E} = \oint E \cdot ds}$ e un suo valore non nullo implica che il campo è non conservativo.

finita con nucleo di ferro. Il solenoide è collegato ad un generatore e ad un interruttore T. Nell'istante in cui "T viene chiuso", l'indice dello strumento si sposta e poi torna sullo zero, dove resta mentre il solenoide è percorso da corrente costante. Quando l'interruttore viene aperto, l'indice del galvanometro si sposta nuovamente nella direzione opposta alla precedente per poi tornare alla situazione iniziale.
La conclusione di Faraday fu che si può generare una forza elettromotrice in un circuito mediante un campo magnetico variabile nel tempo, ma non compare quando corrente e campo B sono costanti. Faraday così dedusse appunto la legge di Faraday:

$$\boxed{\mathcal{E}_i = -\frac{d\Phi(B)}{dt}}$$

se "R" è la Resistenza del circuito:

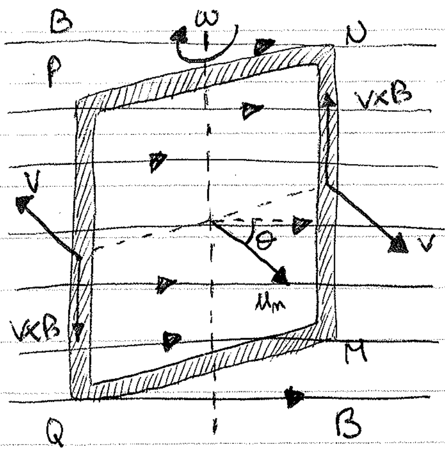
$$i = \frac{\mathcal{E}_i}{R} \Rightarrow \boxed{i = -\frac{1}{R}\frac{d\Phi(B)}{dt}}$$

ovvero: ogni qualvolta il flusso del campo magnetico $\Phi(B)$ concatenato con un circuito varia nel tempo, si ha nel circuito una forza elettromotrice indotta data dall'opposto della derivata del flusso nel tempo.
Se si interrompe il circuito in un punto e si collegano i due estremi ad un opportuno strumento si nota una differenza di potenziale "$V = \mathcal{E}_i$", ciò vuol dire che la forza elettromotrice indotta si comporta come la forza elettromotrice di un generatore: essa è uguale alla differenza di potenziale misurata tra i poli del generatore quando nel circuito non passa corrente.
Quindi la forza elettromotrice sarà:

$$\boxed{\mathcal{E}_i = \oint E_i \cdot ds = -\frac{d\Phi(B)}{dt}}$$

La variazione $d\Phi/dt$ del flusso magnetico concatenato con la linea chiusa "s" da origine ad un campo elettrico indotto E_i la cui circuitazione lungo "s" è uguale a $-d\Phi/dt$, quindi tale campo non è un campo conservativo.

Generatore di corrente alternata



Una spira rettangolare di lati $MN = PQ = s$ e $NP = QM = s'$, ruota con velocità angolare costante ω attorno ad un asse verticale passante per il centro di massa, parallelo al lato "MN". Sulla spira agisce un campo magnetico "B" uniforme e costante, mentre "θ" è l'angolo formato dalla normale alla spira con "B". Il flusso del campo magnetico B della spira:

$$\Phi B = \int_\Sigma B \cdot u_n d\Sigma = B\Sigma\cos\theta \Rightarrow \boxed{\Phi(B) = B\Sigma\cos\omega t}$$

mentre la forza elettromotrice:

$$\mathcal{E}_i = -\frac{d\Phi(B)}{dt} \Rightarrow \boxed{\mathcal{E}_i = \omega B\Sigma \operatorname{sen}(\omega t)}$$

La formula precedente vale per una spira qualunque e mostra un andamento sinusoidale della "$\mathcal{E}_i$" con valore massimo:

$$\boxed{\mathcal{E}_{max} = \omega B\Sigma}$$

Se tale spira viene collegata ad un circuito avente resistenza complessiva "R" (compresa quella della spira), nel circuito passa la corrente:

$$\boxed{i = \frac{\mathcal{E}_i}{R} = \frac{\omega B\Sigma \operatorname{sen}(\omega t)}{R}}$$

con spesa della potenza elettrica: $P = \mathcal{E}_i i = R i^2 = \frac{\mathcal{E}^2 i}{R}$

$$\Rightarrow \boxed{P = \frac{\mathcal{E}^2_{max}}{R}\operatorname{sen}^2\omega t}$$

Agli effetti pratici, piuttosto che ai valori istantanei, si è interessati al valor medio della potenza in un periodo, tenendo conto che l'utilizzo normalmente avviene per tempi molto maggiori di "T". Dato che il valor medio di $\operatorname{sen}^2\omega t = 1/2$ si ha:

$$\boxed{P_m = \frac{\mathcal{E}^2_{max}}{2R}}$$ che esprime la "potenza media"

MISURE DI UN CAMPO MAGNETICO

Quando una spira di resistenza "R" si muove in un campo magnetico B in essa viene indotta una corrente. Nell'intervallo di tempo da "t_1" a "t_2" nella spira fluisce una carica "q" data da:

$$q = \int_{t_1}^{t_2} i(t)\,dt = \int_{\Phi_1}^{\Phi_2} -\frac{1}{R}\,d\Phi \Rightarrow \boxed{q = \frac{\Phi_1 - \Phi_2}{R}}$$ Legge di Felici

Il valore della "carica" non dipende dalla legge temporale con cui varia il flusso ma solo dal suo stato iniziale e finale. Risulta essere molto utile per la misura dell'intensità del campo magnetico.
Esempio: in una regione in cui agisce "B", poniamo ortogonalmente alle sue linee una bobina di area Σ e N spire, abbastanza piccola da poter considerare "B" uniforme su tutta l'area. Il flusso è:

$\Phi_1 = NB\Sigma$ se spostiamo la bobina fuori dalla regione del campo magnetico: $\Phi_2 = 0$

$$\Rightarrow q = \frac{\Phi_1}{R} = \frac{NB\Sigma}{R} \Rightarrow B = \frac{qR}{N\Sigma}$$

ORIGINE DEL CAMPO ELETTRICO INDOTTO E DELLA FORZA ELETTROMOTRICE INDOTTA

$$\boxed{\mathcal{E}_i = \oint E_i \cdot ds = -\frac{d}{dt}\int_\Sigma B \cdot u_n\, d\Sigma}$$

Considerando la relazione che mette in evidenza il rapporto tra campo magnetico e campo elettrico indotto, possono farsi diverse considerazioni. "Σ" è una superficie qualsiasi che si appoggia sulla linea chiusa "s" e questa può coincidere con un circuito conduttore chiuso, ma può anche essere una linea geometrica chiusa, senza alcun supporto materiale. La variazione del flusso nel tempo, dato dal simbolo "$\frac{\partial}{\partial t}$" di derivata parziale

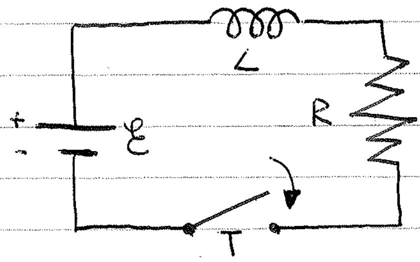
EXTRACORRENTI DI UN CIRCUITO INDUTTIVO

Quando la corrente nel circuito non è costante nel tempo, il flusso concatenato varia nel circuito compare una forza elettromotrice in detta detta di autoinduzione, inserendo "$\Phi = Li$" nella legge di Faraday:

$$\mathcal{E}_L = -\frac{d\Phi}{dt} \Rightarrow \boxed{\mathcal{E}_L = -L\frac{di}{dt}}$$

Un circuito con induttanza non nulla è detto induttivo; quando l'induttanza si può pensare concentrata in un tratto particolare, (filo conduttore che forma un solenoide) si designa quel particolare conduttore chiamato induttore (simbolo).

La presenza di un induttore in un circuito, impedisce alla corrente di aumentare o diminuire istantaneamente in quanto la variazione genera una f.e.m. che si oppone alla variazione stessa.



Tale circuito è detto <u>circuito RL in serie</u>, costituito da un generatore di forza elettromotrice $\mathcal{E}$ e resistenza interna trascurabile, da un induttore con induttanza L e da un resistore di resistenza R. Le variazioni di corrente sono causate inizialmente dall'apertura e chiusura dell'interruttore. Tali variazioni generano una forza elettromotrice di autoinduzione, e la legge di Ohm sarà:

$$\boxed{\mathcal{E} + \mathcal{E}_L = Ri} \Rightarrow \boxed{\mathcal{E} = L\frac{di}{dt} + Ri}$$

Separo le variabili e integro:

$$\frac{di}{\mathcal{E} - Ri} = \frac{dt}{L} \; ; \quad \ln(\mathcal{E} - Ri) = -\frac{R}{L}t + \text{cost} \Rightarrow \boxed{\mathcal{E} = Ri + Ae^{-Rt/L}}$$

dove "A" è una costante che si determina in base alle condizioni iniziali.

sti costante durante il transitorio in cui la corrente passi da $\mathcal{E}/R$ a zero. Ora, l'intensità di corrente, varierà con la legge:

$$\boxed{i(t) = \frac{\mathcal{E}}{R} e^{-t/\tau'}} \quad \text{con} \quad \boxed{\tau' = \frac{L}{R'} \ll \tau} \quad \text{e} \quad \boxed{\mathcal{E}_L = \frac{R'}{R} \mathcal{E} e^{-t/\tau'}}$$

e risulta (la forza elettromotrice di autoinduzione) molto elevata per $t=0$, $\mathcal{E}_L = R' \frac{\mathcal{E}}{R} \gg \mathcal{E}$, la corrente corrispondente è $i_L = \frac{\mathcal{E}_L}{R'} = i(t)$. Tale corrente, diversa da zero per un tempo molto breve, si chiama <u>extracorrente di apertura</u>. La forza elettromotrice, si manifesta quando si apre l'interruttore, come una d.d.p. tra i contatti di questo, che dà origine ad una scintilla se il dielettrico è l'aria. R' può esser pensata come resistenza della scintilla che mantiene chiuso il circuito per un breve tempo.

ENERGIA MAGNETICA

La presenza di una forza elettromotrice in un circuito implica, un lavoro sulle cariche che costituiscono la corrente. Prendiamo in esame il circuito RL in serie. La potenza erogata dal generatore quando la corrente ha il valore "i" è:

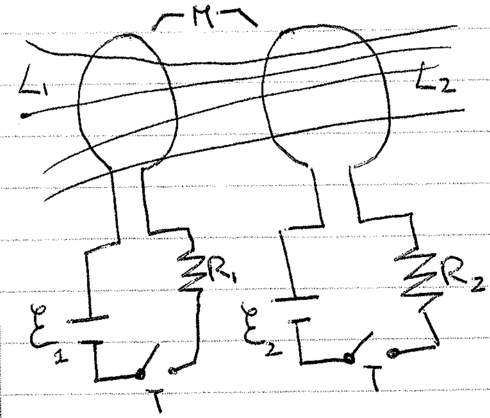
$$\boxed{\mathcal{E} i = R i^2 + L i \frac{di}{dt}} \quad \text{mentre il lavoro in "dt":} \quad \boxed{\mathcal{E} i dt = R i^2 dt + L i di}$$

che esprime (ultima) il bilancio energetico del circuito. Il primo membro pari a "$\mathcal{E} dq$" è il lavoro compiuto dal generatore. Il secondo membro rappresenta il lavoro speso per far circolare corrente nel circuito e trasformato in calore dall'effetto Joule, il terzo membro è il lavoro speso contro la forza elettromotrice di autoinduzione $\mathcal{E}_L = -L \frac{di}{dt}$ per far aumentare la corrente da "i" a "$i + di$".

Nell'intervallo di tempo in cui, a seguito della chiusura, la corrente passa dal valore zero ad "i", il generatore oltre al lavoro corrispondente all'effetto Joule deve spendere lavoro contro $\mathcal{E}_L$:

ENERGIA MAGNETICA CIRCUITI ACCOPPIATI

Anche per un sistema di due circuiti accoppiati si definisce energia magnetica.



Supponiamo inizialmente che le correnti siano nulle e portiamo la corrent i_1 al valore di regime e mantenendo costante i_2 ($i_2=0$), per far ciò il generatore compie il lavoro $U_2 = L_1 i_1^2/2$. Scambiando i ruoli tra le due correnti, il generatore compierà il lavoro pari a $U_2 = L_2 i_2^2/2$ e quello del primo, dovendo lavorare contro la forza elettromotrice di mutua induzione causata dalla variazione i_2:

$$U_{2,1} = -\int \mathcal{E}'_1 i_1 \, dt = \int M_{2,1} \frac{di_2}{dt} i_1 \, dt = M_{2,1} i_1 \int di_2$$

$$\Rightarrow U_{2,1} = M_{2,1} i_1 \cdot i_2$$

Poiché stato iniziale e finale sono uguali nei due casi, uguale deve essere la variazione di energia magnetica e quindi $M_{12} = M_{21} = M$

$$\Rightarrow \boxed{U_m = \frac{1}{2} L_1 i_1^2 + \frac{1}{2} L_2 i_2^2 + M i_1 i_2}$$

Energia magnetica di circuiti accoppiati

Il lavoro speso dai generatori si è trasformato in energia legata alla presenza di un campo magnetico.

PRESSIONE MAGNETICA

$$\boxed{F_x = -\frac{\partial U}{\partial x} = \frac{\partial U_m}{\partial x}}$$

$$\boxed{p = \frac{B^2}{2\mu_0} = \frac{1}{2}\mu_0 j^2}$$

Pressione in un solenoide rettilineo

$$B = \mu_0 (n i)^2$$

si avrà quindi la correzione: $$\boxed{\oint B \cdot ds = \mu_0 \left(i_c + \varepsilon_0 \frac{d\Phi(E)}{dt} \right)}$$

Considerata quindi un intensità di corrente "$i = i_c + i_s$", possiamo dire che per essa è verificata formalmente la condizione di stazionarietà in quanto la corrente entrante (di conduzione) è uguale a quella uscente (di spostamento). La legge di Ampère Maxwell stabilisce che: "i campi magnetici sono prodotti sia dalle correnti di conduzione che da variazioni temporali del campo elettrico".

EQUAZIONI DI MAXWELL

Nello spazio vuoto, in presenza di cariche e correnti, le equazioni di Maxwell in forma integrale sono:

$$\boxed{\oint E \cdot u_n d\Sigma = \frac{q}{\varepsilon_0}}$$

stabilisce legami tra carica elettrica e campo elettrico: la struttura è medesima, sia per i campi statici, sia per quelli variabili nel tempo

$$\boxed{\oint E_i \cdot ds = -\frac{d\Phi(B)}{dt}}$$

Campo magnetico, variabile nel tempo, è sorgente di un campo elettrico indotto

$$\boxed{\oint B \cdot u_n d\Sigma = 0}$$

il campo magnetico è sempre solenoidale, e quindi non esistono cariche magnetiche libere

$$\boxed{\oint B \cdot ds = \mu_0 \left(i + \varepsilon_0 \frac{d\Phi(E)}{dt} \right)}$$

Sorgenti del campo magnetico possono essere le correnti di conduzione e le variazioni del campo elettrico

Ai campi "E" e "B" è associata la densità di energia elettromagnetica:

$$\boxed{U = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2 + \frac{B^2}{2\mu_0}}$$

Quando $\boxed{i>0}$ vuol dire che nell'unità di tempo attraverso Σ esce una carica maggiore di quella che entra, viceversa per $\boxed{i<0}$, nel primo caso "q_{int}" diminuisce nel secondo aumenta. Quando la densità e la carica non variano nel tempo $\partial q_{int}/\partial t = 0$, quindi:

$$\boxed{\nabla \cdot J = 0} \qquad \boxed{i = \oint J \cdot u_n d\Sigma = 0}$$ condizioni di stazionarietà

ovvero: in ogni istante la carica entrante (sup. chiusa) è pari a quella uscente.

OSCILLAZIONI ELETTRICHE

Consideriamo un circuito LC ideale in cui la resistenza dell'avvolgimento e dei fili è trascurabile. Consideriamo un condensatore carico, di carica "q_0" e potenziale $V_0 = q_0/C$ che all'istante "$t=0$" viene connesso all'induttore. Alla chiusura inizia a passare una corrente e nell'induttore compare una forza elettromotrice di autoinduzione $\mathcal{E}_L = -L\, di/dt$ legata alla differenza di potenziale $V_0 = q/C$, tramite:

$$\frac{q}{C} - L\frac{di}{dt} = 0$$ derivo rispetto al tempo e pongo $i = -dq/dt$: $$\Rightarrow \frac{d^2 i}{dt^2} + \frac{i}{LC} = 0$$

La corrente obbedisce all'equazione dell'oscillatore armonico e varia nel tempo: $\boxed{i(t) = A\,\mathrm{sen}(\omega t + \phi)}$

La differenza di potenziale ai capi del condensatore è uguale ed opposta alla $\mathcal{E}_L$: $\boxed{V_C(t) = \frac{q(t)}{C} = \omega L A \cos(\omega t + \phi)}$

Per $t=0$, $i=0$, $V=V_0$ segue $\phi = 0$ e $A = V_0/\omega L$:

$$\boxed{i = \frac{V_0}{\omega L}\,\mathrm{sen}\,\omega t} \quad \boxed{V_C = V_L = V_0 \cos\omega t} \quad \boxed{q = q_0 \cos\omega t}$$

Corrente massima $\Leftrightarrow$ V_C nulla

$$V_{0max} = \sqrt{\frac{L}{C}}\, i_0 = \omega L i_0 \Rightarrow \boxed{V_{0max} = \frac{i_0}{\omega C}}$$

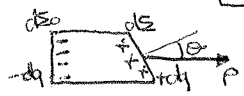
$$q_{0max} = C V_0 = \sqrt{LC}\, i_0 \Rightarrow \boxed{q_{0max} = \frac{i_0}{\omega}}$$

Il circuito CL è sede di oscillazione elettrica permanente e viene per cui anche detto circuito oscillante. Pulsazione propria ω, frequenza ν e periodo T:

$$\boxed{\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}} \qquad \boxed{\nu = \frac{\omega}{2\pi}} \qquad \boxed{T = \frac{1}{\nu}}$$

Sostituiamo al prisma un sistema costituito da due cariche $\boxed{\pm dq_p = \pm P\, d\Sigma_0}$ poste nel vuoto e distanti dh, distribuite sulle basi del prisma con densità $\boxed{\pm\sigma_p = \pm dq_p/d\Sigma_0 = \pm P}$. Tali cariche hanno un momento di dipolo dp eguale a quello del prisma. Se consideriamo due prismi consecutivi con una base in comune e se "P" è costante, la carica $+dq_p$ di un prisma si annulla con la $-dq_p$ dell'altro. La lastra viene quindi ad essere equivalente a due distribuzioni di carica, localizzate sulle facce, con densità di carica superficiale $\pm\sigma_p = \pm P$. È bene ripetere che tali cariche di polarizzazione non sono libere come nei conduttori: esse si manifestano a causa degli spostamenti microscopici locali, ma rimangono vincolate agli atomi. Quando la superficie del dielettrico è di forma qualunque, considerato un prismetto con le basi una interna di area $d\Sigma_0$ in cui la densità è P e una esterna di area $d\Sigma$ in cui la densità σ_p e si ha $\boxed{dq_p = P\, d\Sigma_0 = \sigma_p\, d\Sigma}$

$$\longrightarrow \boxed{\sigma_p = P\frac{d\Sigma_0}{d\Sigma} = P\cos\theta = P\cdot u_n}$$



"la densità delle cariche di polarizzazione è uguale alla componente P lungo la normale alla superficie". Se la polarizzazione è uniforme non si manifestano cariche all'interno del dielettrico e quindi la carica totale superficiale deve esser nulla, se invece essa non è uniforme diciamo che si creano delle cariche all'interno, ma in ogni caso la somma di cariche di polarizzazione superficiali e di volume è sempre nulla. Nella maggior parte dei dielettrici risulta che, E è proporzionale a P:

$$\sigma_p = P_{u_n} \qquad \sigma_p = \frac{K-1}{K}\sigma_0 \longrightarrow P_{u_n} = \frac{K-1}{K}\sigma_0 \Longrightarrow \boxed{P = \varepsilon_0 \chi E}$$

$$E_K = \frac{\sigma_0}{K\varepsilon_0} \qquad \chi = K-1 \qquad P_{u_n} = \frac{K-1}{\cancel{K}} K\varepsilon_0 E_K$$

I dielettrici che obbediscono a tale legge si chiamano "lineari".

$\boxed{\text{CIRCUITO RL}}$

$$\mathcal{E} + \mathcal{E}_L = Ri \qquad \mathcal{E} = L\frac{di}{dt} + Ri$$

$$\frac{di}{\mathcal{E}-Ri} = \frac{dt}{L} \qquad \ln(\mathcal{E}-Ri) = -\frac{R}{L}t + A$$

$$\rightarrow \mathcal{E} = Ri + Ae^{-tR/L}$$

$\boxed{\text{CIRCUITO RC}}$

$$\mathcal{E} = V_R(t) + V_C(t) = R\,i(t) + \frac{q(t)}{C} \qquad i(t) = \frac{dq(t)}{dt}$$

$$R\frac{dq}{dt} = \mathcal{E} - \frac{q}{C} \qquad \frac{dq}{q-C\mathcal{E}} = -\frac{dt}{RC}$$

$$\ln\left(\frac{q-C\mathcal{E}}{-C\mathcal{E}}\right) = -\frac{t}{RC} \qquad q(t) = C\mathcal{E}\left(1-e^{-t/RC}\right)$$

$$\rightarrow i(t) = \frac{\mathcal{E}}{R}e^{-t/RC}$$

$\boxed{\text{CIRCUITO LC}}$

$$\frac{q}{C} - L\frac{di}{dt} = 0$$ derivo rispetto al temp e pongo $i = -dq/dt$ $$\rightarrow \frac{d^2 i}{dt^2} + \frac{i}{LC} = 0$$

$$\rightarrow i(t) = A\,\text{sen}(\omega t + \phi)$$

$\boxed{\text{CIRCUITO RLC}}$

$$\mathcal{E}_i = Ri + \frac{q}{C}$$ integro-differenziale che derivo rispetto a $i = -dq/dt$ $$\frac{d^2 i}{dt^2} + \frac{R}{L}\frac{di}{dt} + \frac{i}{LC} = 0$$

<u>Generatore costante</u>

$$\mathcal{E}(t) + \mathcal{E}_i = Ri + \frac{q}{C} \rightarrow \mathcal{E}(t) = L\frac{di}{dt} + Ri + \frac{q}{C}$$

$$\rightarrow \mathcal{E}(t) = \frac{d^2 i}{dt^2} + \frac{R}{L}\frac{di}{dt} + \frac{i}{LC}$$ <u>Generatore non costante</u>

$\mathcal{E}(t) = \mathcal{E}_0 \cos\omega t$ lo posso scrivere come una serie di Fourier di infinite armoniche (infiniti sinusoidi)

L'ultimo caso, quello più interessante sotto il punto di vista che stiamo trattando, tratta di un circuito oscillante con pulsazioni "ω" la cui ampiezza diminuisce esponenzialmente nel tempo, per cui si dice che il circuito produce delle oscillazioni smorzate. Energeticamente si parla di trasformazioni di energia elettrica in magnetica e viceversa, con dissipazione di energia in ogni ciclo nella resistenza. Il processo termina quando tutta l'energia accumulata inizialmente dal condensatore si eguaglia a zero ($U_e = q_0^2/2C$) venendo assorbita dalla resistenza, quindi per avere oscillazioni elettriche permanenti bisognerebbe connettere un generatore di f.e.m variabile che fornirebbe con continuità la potenza dissipata nel resistore.

Correnti e forze elettromotrici che variano nel tempo proporzionalmente a "sen ωt" e "cos ωt" son dette alternate, per definizione si definisce alternata una grandezza periodica che ha valor medio nullo in un periodo. Ricordiamo il valore efficace:

$$\boxed{\mathcal{E}_{eff} = \frac{\mathcal{E}_0}{\sqrt{2}}} \qquad \boxed{i_{eff} = \frac{i_0}{\sqrt{2}}}$$

Esaminiamo il comportamento in regime alternato di:

RESISTORE "R"

Applicando ai capi di un resistore la forza elettromotrice $\boxed{\mathcal{E} = \mathcal{E}_0 \cos \omega t}$:

$$\mathcal{E} = R i \Rightarrow i = \frac{\mathcal{E}}{R} = \frac{\mathcal{E}_0 \cos \omega t}{R} \Rightarrow \boxed{i = i_0 \cos \omega t}$$

Se trattiamo un circuito più complesso attraversato dalla corrente $\boxed{i = i_0 \cos \omega t}$ ai capi del resistore comparirà la tensione in fase con la corrente:

$$V_R = R i = R i_0 \cos \omega t \Rightarrow \boxed{V_R = V_0 \cos \omega t}$$

Valori non dipendenti dalla pulsazione ω.

dato che $\boxed{i = C\frac{dV_C}{dt}}$ poiché $\boxed{i = C\frac{d\mathcal{E}}{dt}}$ possiamo scrivere:

$$\frac{dV_C}{dt} = \frac{i}{C} = \int \frac{i_0 \cos \omega t}{C}\, dt = \frac{i_0}{\omega C}\cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) \Rightarrow \boxed{V_C = V_0 \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)}$$

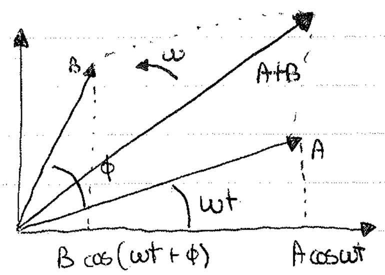
con $\boxed{V_0 = \frac{i_0}{\omega C}}$ *

e "$1/\omega C$" è detto reattanza del condensatore.

In conclusione l'applicazione di f.e.m. alternata produce il passaggio di corrente alternata, nell'induttore e nel condensatore, a differenza del resistore, la corrente non è proporzionale alla tensione ai capi dello stesso elemento, bensì risulta sfasata. Le relazioni di proporzionalità sussistono solo per valori massimi (*).

COLLEGAMENTO IN SERIE

Quando ad un generatore alternato si connettono più elementi in serie, questi sono attraversati dalla stessa corrente $i = i_0 \cos(\omega t)$ e ai capi di ciascuno si sviluppa una tensione, V_R, V_L, V_C a seconda dei casi. La tension totale ai capi della serie è la somma dei vari termini, in generale sfasati tra loro; così siamo ricondotti al problema della somma di oscillazioni armoniche di egual pulsazione che può esser risolto con il metodo dei vettori rotanti o dei fasori di Fresnel. Vediamolo qui:

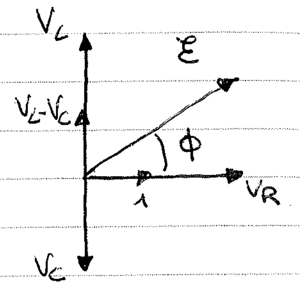


oscillazione $C = A + B$, rappresentata come proiezione lungo un asse di un vettore di modulo $\mathcal{E}_0$ rotante con velocità angolare ω. La somma viene eseguita con la regola del parallelogramma e ci porta a ricavare la somma cercata.

Applichiamolo nella $\boxed{\text{serie "RL"}}$; dove avremo ai capi, le componenti:

$$V_R = R i_0 \cos(\omega t) \qquad V_L = \omega L i_0 \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$\mathcal{E}(t) = \mathcal{E}_0 \cos(\omega t + \phi)$$



La relazion che lega "$\mathcal{E}_0$" ed "i_0" è: $\boxed{\mathcal{E}_0 = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}\, i_0 = Z i_0}$

per la "fase ϕ": $\boxed{\tan\phi = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}}$

vediamo che è possibile instaurare un'oscillazione elettrica permanente nel circuito RLC. La forza elettromotrice è però sfasata rispetto alla corrente di un angolo ϕ, anch'esso dipendente da ω.

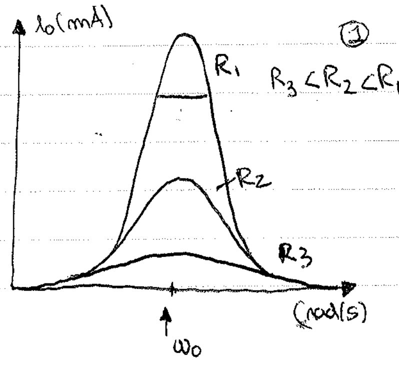
e abbiamo impedenza in RLC $\boxed{Z = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}$

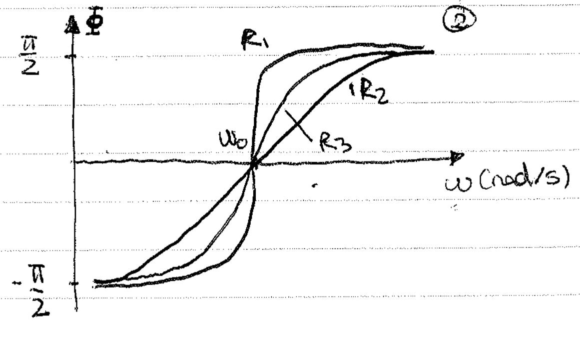
a parità del valore della forza elettromotrice, il valore della corrente varia al variare della pulsazione, in quanto varia Z, e raggiunge il suo valore max quando Z è minimo, ovvero:

$$\omega L = \frac{1}{\omega C} \rightarrow \boxed{\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \omega_0}$$

In tali condizioni dette di risonanza, lo sfasamento è nullo tra f.e.m e corrente, l'impedenza = resistenza e il circuito si comporta come se fosse puramente resistivo. La pulsazione ω_0, si chiama pulsazione di risonanza e $\boxed{\nu_0 = \omega_0/2\pi}$ frequenza di risonanza. L'andamento di i_0 in funzione di ω:

$$\boxed{i_0(\omega) = \frac{\mathcal{E}_0}{Z(\omega)}}$$ e dà luogo alle curve sottostanti,





$$\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right) = \sqrt{Z^2 - R^2}$$

$$\Rightarrow \tan\phi^2 = \frac{Z^2}{R^2} - \frac{R^2}{R^2}$$

$$\tan\phi^2 + 1 = \left(\frac{Z}{R}\right)^2$$

$$\boxed{\frac{R}{Z} = \frac{1}{\sqrt{\tan\phi^2 + 1}}}$$

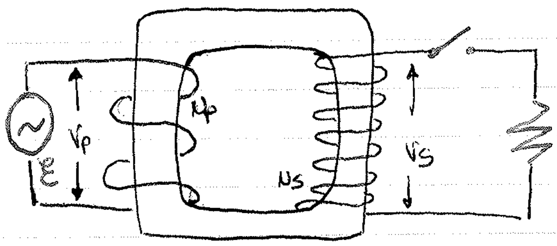
$$1 + \tan^2 = \frac{sen^2}{cos^2} + 1 = \frac{sen^2 + cos^2}{cos^2} = \frac{1}{cos^2}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{cos^2}}} = \frac{1}{\frac{1}{cos}} = \boxed{cos}$$

$\mathcal{E}_{eff} = Z i_{eff}$ Ricordando che vale comunque $\Rightarrow$ $\boxed{\cos\phi = \frac{1}{\sqrt{1+\tan^2\phi}} = \frac{R}{Z}}$

TRASFORMATORE IDEALE

Il passaggio da alta tensione e bassa corrente a bassa tensione e corrente elevata, senza apprezzabile perdita di potenza, viene realizzata attraverso un trasformatore.



Un trasformatore consta di due avvolgimenti su un nucleo di ferro dolce, isolati e composti da "N_p" e "N_s" numero di spire. La funzione del nucleo è di aumentare il flusso magnetico per una data corrente e fa sì che le linee di B restino all'interno del campo. L'avvolgimento collegato al generatore che fornisce potenza si chiama avvolgimento primario mentre l'altro avvolgimento secondario. Supponiamo che il circuito primario sia puramente induttivo e quindi $R \ll \omega L_p$, quindi i_p è sfasata di $\pi/2$ rispetto a V_p, allora $\cos\phi = 0$ e la potenza non è dissipata. Tenendo aperto l'interruttore in modo che non circoli corrente si ha:

$$V_p = -\frac{d\Phi_p(B)}{dt} = -N_p \frac{d\Phi_1(B)}{dt} \qquad (V = -\mathcal{E})$$

indicando con $\Phi_1(B)$ il flusso di una singola spira. Tale è uguale al flusso attraverso la singola spira del secondario, se non c'è dispersione di flusso, per cui ai capi del secondario si ha:

$$V_s = -N_s \frac{d\Phi_1(B)}{dt} \Rightarrow \frac{V_s}{V_p} = \frac{N_s}{N_p}$$

attorno ad una posizione di equilibrio. Ma esistono altri tipi di onde che non hanno bisogno di un mezzo materiale per propagarsi, tra queste vi sono le onde elettromagnetiche. In generale si definisce onda una qualsiasi perturbazione, impulsiva o periodica, che si propaga con una velocità ben definita. Nel caso delle elettromagnetiche la sorgente è un sistema di cariche accelerate opportunamente che producono un campo elettrico $E(x,y,z,t)$ e uno magnetico $B(x,y,z,t)$, che costituiscono le funzioni d'onda che descrivono l'onda relativa. Una situazione particolare è costituita dalle onde piane, descritte ad esempio dalla funzione $E(x,t)$, dipendente dalla sola coordinata "x". Il nome onda piana deriva dal fatto che la perturbazione, in un certo istante t_0 assume lo stesso valore $E(x_0,t_0)$ in tutti i punti del piano di equazione $x=x_0$ ortogonale all'asse di propagazione "x".

L'equazione generale di un'onda è:

$$\boxed{\frac{d^2F}{dx^2}+\frac{d^2F}{dy^2}+\frac{d^2F}{dz^2}=\frac{1}{v^2}\frac{d^2F}{dt^2}}$$

Dove "F" rappresenta una Forza qualsiasi, usata per così generale.

ma si può dimostrare come E (onde elettromagnetiche) abbia lo stesso comportamento di F:

$$\nabla\times E=-\frac{dB}{dt}$$ applico la funzione rotore

$$\nabla\times\nabla\times E=-\frac{d}{dt}\nabla\times B$$ ma $\nabla\times B=\varepsilon_0\mu_0\frac{dE}{dt}$

Laplaciano $\left(\nabla^2E=\frac{\partial^2E}{\partial x}+\frac{\partial^2E}{\partial y}+\frac{\partial^2V}{\partial z^2}\right)$

$$\Rightarrow \nabla^2E+\nabla(\nabla\cdot E)=-\frac{d}{dt}\left[\frac{1}{c^2}\frac{dE}{dt}\right]$$

$$\Rightarrow \nabla^2E=\frac{1}{c^2}\frac{d^2E}{dt^2}$$

"E" ha lo stesso comportamento di "F" (generale).

L'equazione delle onde piane o equazione d'Alembert: $\boxed{\frac{\partial^2E}{\partial x^2}=\frac{1}{v^2}\frac{\partial^2E}{\partial t^2}}$

dove "v" è la velocità di propagazione dell'onda. Soluzione della equazione differenziale possono essere funzioni di qualsiasi tipo, però la dipendenza da "x" e "t" può assumere solo due forme:

$$\boxed{E(x-vt)} \quad e \quad \boxed{E(x+vt)}$$

lore della funzione d'onda $E(x, t_0)$ in tutti i punti dell'asse x, si tratta di una sinusoide in variabile "x", che si ripete identica ogni coppia di punti "x_1" e "x_2" e quindi si avrà:

$$K(x_2 - x_1) = 2\pi \Rightarrow \boxed{\lambda = \frac{2\pi}{K}} \quad \text{con} \quad \boxed{\lambda = x_2 - x_1}$$

dove "λ" è detta lunghezza d'onda dell'onda armonica, essendo la periodicità spaziale. Si deduce che K è uguale al numero di lunghezze d'onda in un intervallo "2π", da qui il nome numero d'onda. Se invece fissiamo $x = x_0$, la funzione dà, nel punto "x_0", la variazione nel tempo della funzione d'onda $E(x_0, t)$. Trattandosi di una variazione armonica, la funzione d'onda ha lo stesso valore in due istanti successivi "t_1" e "t_2" tali che $\omega(t_2 - t_1) = 2\pi$
L'intervallo $\boxed{T = t_2 - t_1}$ è il periodo $\Rightarrow \boxed{T = 2\pi/\omega}$

ONDE ELETTROMAGNETICHE PIANE

L'ipotesi di onda piana vuol dire che si cerca una soluzione in cui, se "x" è l'asse di propagazione, i campi "E" e "B" siano costanti in un piano ortogonale all'asse "x" e parallelo a "yz": ciò implica che eventuali derivate rispetto ad y e z debbano essere nulle:

$$\nabla \cdot E = 0 \Rightarrow \frac{\partial E_x}{\partial x} + \cancel{\frac{\partial E_y}{\partial y}}^{0} + \cancel{\frac{\partial E_z}{\partial z}}^{0} = 0 \Rightarrow \boxed{\frac{\partial E_x}{\partial x} = 0}$$

$$\nabla \cdot B = 0 \Rightarrow \frac{\partial B_x}{\partial x} + \frac{\partial B_y}{\partial y} + \frac{\partial B_z}{\partial z} = 0 \Rightarrow \boxed{\frac{\partial B_x}{\partial x} = 0}$$

inoltre

$$\nabla \times E = -\frac{\partial B}{\partial t} \Rightarrow \boxed{\frac{\partial B_x}{\partial t} = 0} \quad \boxed{\frac{\partial B_y}{\partial t} = \frac{\partial E_z}{\partial x}} \quad \boxed{\frac{\partial B_z}{\partial t} = -\frac{\partial E_y}{\partial x}}$$

$$\nabla \times B = \varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial E}{\partial t} \Rightarrow \boxed{\frac{\partial E_x}{\partial t} = 0} \quad \boxed{\frac{\partial E_y}{\partial t} = -\frac{1}{\varepsilon_0 \mu_0}\frac{\partial B_z}{\partial x}} \quad \boxed{\frac{\partial E_z}{\partial t} = \frac{1}{\varepsilon_0 \mu_0}\frac{\partial B_y}{\partial x}}$$

quindi dato che $\partial E_x/\partial t = 0$ e $\partial E_x/\partial x = 0 \Rightarrow \boxed{E_x = 0}$ poiché costante come del resto lo è $\boxed{B_x = 0}$. Anche la trasversalità delle onde è insita nelle equazioni di Maxwell. L'esistenza delle onde elettromagnetiche fu prevista da Maxwell, il quale dimostrò come esse

~~ma noi~~ sappiamo: $\frac{\partial E_z}{\partial x} = \frac{\partial B_y}{\partial t}$ $\begin{cases} \frac{\partial E_z}{\partial x} = -KE_{0z}\,\mathrm{sen}(Kx-\omega t) \\ \frac{\partial B_y}{\partial t} = \omega B_{0y}\,\mathrm{sen}(Kx-\omega t) \end{cases}$ $\Rightarrow \boxed{B_{0y} = -\frac{E_{0z}}{c}}$

analogamente per $E_y(x,t)$ e $B_z(x,t)$ $\Rightarrow \boxed{B_{0z} = \frac{E_{0y}}{c}}$

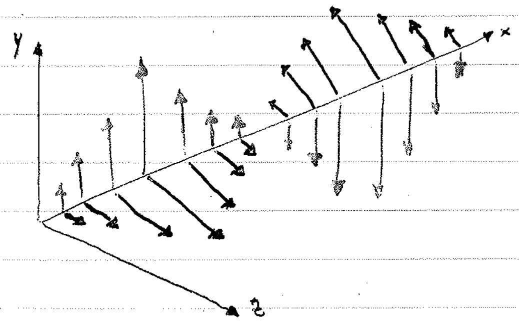
$$\Rightarrow B^2 = B_y^2 + B_z^2 = \frac{E_z^2}{c^2} + \frac{E_y^2}{c^2} = \frac{E^2}{c^2} \Rightarrow \boxed{B = \frac{E}{c}}^{*}$$

$$\boxed{E \cdot B = E_y B_y + E_z B_z = -\frac{E_{0y}E_{0z}}{c} + \frac{E_{0z}E_{0y}}{c} = 0}$$ Prodotto scalare = zero $\Rightarrow$ perpendicolarità

Questo mostra che i moduli dei campi sono uguali (divisi per "c")*, ovvero i due campi, oltre ad essere ortogonali alla direzione di propagazione sono ortogonali tra loro.

$$\boxed{E \times B = \frac{1}{c}(E_y^2 + E_z^2)\,u_x = \frac{E^2}{c}u_x = cB^2 u_x = EBu_x}$$

che ci da informazioni su direzione e verso di propagazione dell'onda elettromagnetica. Queste relazioni valgono anche se non trattiamo onde armoniche (ma comunque piane!!).



Questa condizione particolare in cui "E" presenta solo componente "y" e "B" solo componente "z" (conseguenza) è un caso particolare detto onda piana polarizzata rettilineamente (l'asse y scelto rappresenta scelta arbitraria).

Un'altra proprietà evidenziata è che massimi e minimi di E e B cadono negli stessi punti, dovuta al fatto che la fase delle componenti dell'onda è la stessa, non ci sono anticipi o ritardi, quindi "E" e "B" sono in fase. Notiamo del resto come dalla terza e quarta equazione di Maxwell, che in un fenomeno variabile quale la propagazione i

ENERGIA DI UN'ONDA. VETTORE POYNTING

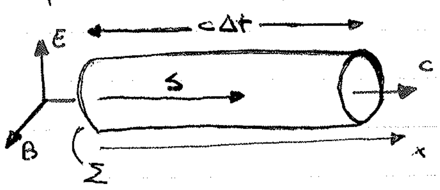
La presenza di un campo E e di un campo B in una regione, comporta la presenza di una certa energia distribuita con densità "u" nello spazio. Nel vuoto si ha:

$$u_e = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2 \qquad u_m = \frac{B^2}{2\mu_0} \quad \Rightarrow \quad \boxed{u = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2 + \frac{B^2}{2\mu_0}}$$ Densità di energia elettromagnetica istantanea

ma dato che si ha: $B = E/c$, $1/c^2 = \varepsilon_0\mu_0$

$$u_m = \frac{E^2}{2\mu_0 c^2} = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2 = u_e \quad \Rightarrow \quad \boxed{u = \varepsilon_0 E^2}$$

L'energia elettromagnetica risulta per metà dovuta al campo elettrico e per metà a quello magnetico.



Considerando la figura, una superficie Σ perpendicolare alla direzione di propagazione, nel tempo dt attraverso Σ passa tutta l'energia contenuta nel volume "$\Sigma c dt$"

$$dU = u\Sigma c\,dt = \varepsilon_0 E^2 c \Sigma dt$$ la potenza sarà così: $$\boxed{P = \frac{dU}{dt} = \varepsilon_0 E^2 c \Sigma}$$

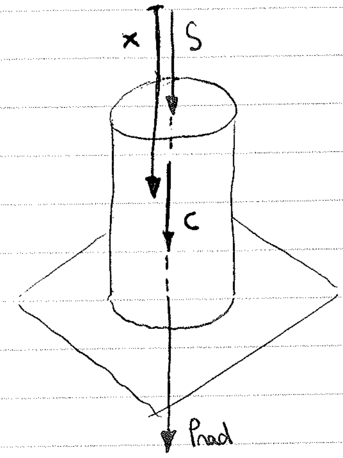
e avremo che: $\boxed{S = \varepsilon_0 E^2 \vec{c}}$* Vettore

*avente la proprietà che il flusso attraverso una superficie perpendicolare alla direzione di propagazione dà la potenza attraverso Σ stessa:

$$\boxed{P = \Phi_\Sigma(S) = S\Sigma}$$ ma considerando che: $B = E/c$, $E \times B = EBu_x$, $c^2 = 1/\varepsilon_0\mu_0$ $\Rightarrow$ $$\boxed{S = \frac{1}{\mu_0} E \times B}$$ Vettore di Poynting

Esso presenta dunque direzione e verso coincidenti con quelli della velocità di propagazione e il suo modulo rappresenta l'energia elettromagnetica per unità di tempo che passa attraverso Σ. "S" si misura in "$\frac{J}{m^2 s} = \frac{W}{m^2}$"
Applicando tali risultati, validi per una qualsiasi onda piana, ad un'onda "piana armonica polarizzata rettilineamente" rappresentata nel piano da:

$$\boxed{p = \frac{I}{c} = \varepsilon_0 E^2_{eff} = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E_0^2}$$ Quantità di moto

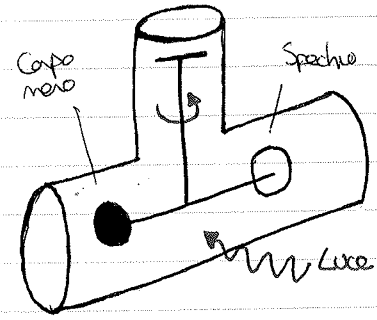


Quando la superficie colpita, è completamente assorbente, l'onda cede tutta la quantità di moto, il che determina una forza per unità di superf.:

* $$\boxed{P_{rad} = \frac{I}{c} = \varepsilon_0 E^2_{eff} = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E_0^2}$$ Pressione di radiazione

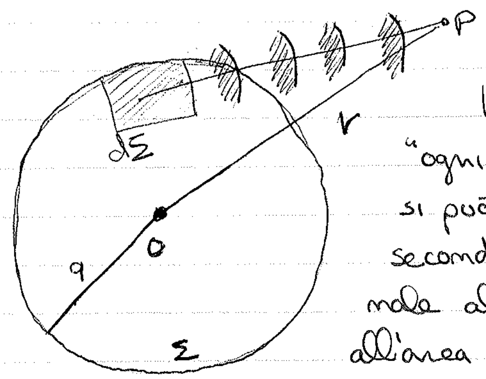
Ma l'assorbimento completo è un caso limite. L'altro caso limite è la superficie perfettamente riflettente che non assorbe energia. In tal caso l'onda che incide su Σ dopo la riflessione si propaga su "$-u_x$", la quantità di moto cambia di verso e l'impulso comunicato a Σ è doppio rispetto al caso precedente, quindi:

* $$\boxed{P_{rad} = 2I/c}$$ Pressione di radiazione



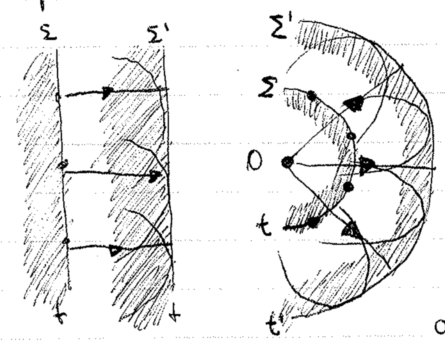
L'azione della pressione di radiazione è messa in evidenza attraverso la "bilancia di torsione". Agli estremi dell'asta sono fissati un disco riflettente e uno assorbente (nero fumo). Se si illumina il dispositivo, ci sarà una rotazione nel verso indicato, fatto che mostra come la pressione di radiazione sullo specchio è maggiore che sul disco nero. Nel contenitore di vetro è praticato vuoto spinto. Se ci fosse aria o altri gas, la rotazione sarebbe contraria. Infatti il disco nero, che assorbe energia, si riscalda e cede calore al gas che lo circonda facendo aumentare localmente la velocità quadratica media delle molecole: questi urti eserciterebbero sul disco nero una pressione maggiore che sullo specchio, in cui l'assorbimento d'energia è trascurabile, fatto che non dimostra la*

PRINCIPIO DI HUYGENS-FRESNEL



Prendiamo in esame una superficie Σ di raggio q prodotta dalla sorgente "O". Il principio di Huygens-Fresnel afferma che: "ogni elemento dΣ della superficie d'onda "Σ" si può considerare come una sorgente di onde secondarie sferiche la cui ampiezza è proporzionale all'ampiezza E_0/q dell'onda primaria e all'area dΣ. Il campo elettrico $E_P(r,t)$ in un punto "P" si può sempre ottenere come sovrapposizione di tutte le onde sferiche elementari che raggiungono "P".

Tale principio è uno strumento di calcolo molto utile: consente di determinare un nuovo fronte d'onda ad un certo istante a partire da un fronte d'onda precedente, sia quando l'onda si propaga liberamente, sia quando viene limitata da un ostacolo impenetrabile.



Nel caso dell'onda libera, noto all'istante "t" il fronte "Σ" per costruire "Σ'" al tempo "t'">t si considerano i punti di Σ come sorgenti d'onde sferiche secondarie emesse tutte nello stesso istante. Il fronte d'onda Σ' sarà il luogo dei punti di egual fase. Quindi possiamo dire che la perturbazione si propaga lungo una direzione perpendicolare al fronte d'onda, ovvero: la luce si propaga per raggi rettilinei normali al fronte d'onda.

LEGGI DELLA RIFLESSIONE E RIFRAZIONE

Quando un'onda attraversa una superficie di separazione tra due mezzi, la sua velocità di propagazione varia. Se armonica, l'onda è

- Legge di Snell: il rapporto tra seno di incidenza e seno di rifrazione è uguale all'indice di rifrazione tra i mezzi:

$$t_{\overline{ACC}} = \frac{\sqrt{d_1^2+x^2}}{V_1} + \frac{\sqrt{d_2^2+(d-x)^2}}{V_2}$$

Derivo rispetto alla "x":

$$\frac{dt_{\overline{AC}}}{dx} = \frac{x}{V_1\sqrt{d_1^2+x^2}} - \frac{(d-x)}{V_2\sqrt{d_2^2+(d-x)^2}} = 0$$

$$\frac{\operatorname{sen}\theta_i}{V_1} = \frac{\operatorname{sen}\theta_t}{V_2}$$

se moltiplico entrambi per "c" e $\theta_i = \theta_1$ e $\theta_t = \theta_2$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{\operatorname{sen}\theta_1}{\operatorname{sen}\theta_2} = \frac{n_2}{n_1}}$$

Seconda legge dell'ottica geometrica

Dove "$\frac{n_2}{n_1}$" è detto indice di rifrazione relativo del secondo mezzo rispetto al primo

Quest'ultima può essere assunta come definizione operativa dell'indice di rifrazione di una sostanza trasparente relativo ad un mezzo campione, ovvero dell'indice assoluto rispetto al vuoto; per far questo bisogna ricondursi alla misura di θ_1 e θ_2, ma deve comunque essere possibile definire una superficie di separazione tra i due mezzi, e quindi al metodo si applicano solidi e liquidi trasparenti.

Quando un'onda luminosa piana si propaga da un mezzo con indice n_1 ad uno con $n_2 > n_1$ si ha:

$$\operatorname{sen}\theta_2 = \frac{n_1}{n_2}\operatorname{sen}\theta_1 \Rightarrow \boxed{\theta_2 < \theta_1} \quad \text{se } \boxed{n_2 > n_1}$$

In tal caso nell'attraversamento della superficie di separazione, la direzione di propagazione si avvicina alla normale della super.

Nell'altro caso corrispondente invece si allontana e si avrà:

$$\operatorname{sen}\theta_2 = \frac{n_1}{n_2}\operatorname{sen}\theta_1 \Rightarrow \boxed{\theta_2 > \theta_1} \quad \text{se } \boxed{n_1 > n_2}$$

Però, tal caso, è considerato un caso limite, poichè al cre-

$$\rightarrow \boxed{R_\pi = \left(\frac{I_r}{I_i}\right)_\pi = \left(\frac{E_{0r}}{E_{0i}}\right)^2_\pi = \frac{\tan^2(\theta_i - \theta_t)}{\tan^2(\theta_i + \theta_t)}} \qquad \boxed{R_\sigma = \frac{\operatorname{sen}^2(\theta_i - \theta_t)}{\operatorname{sen}^2(\theta_i + \theta_t)}}$$

forniscono la percentuale di energia, e quindi della potenza, riflessa nei due casi e vengon detti coefficienti di riflessione di Fresnel. Tali coefficienti hanno dipendenza da θ_i poiché secondo la legge di Snell, θ_t si ricava secondo ($\operatorname{sen}\theta_t = \operatorname{sen}\theta_i / n$) se la riflessione avviene con luce che proviene dall'aria ($n=1$) e si riflette su di un mezzo trasparente. L'energia, e quindi la potenza, che non è riflessa, viene trasmessa e si definiscono:

$$\boxed{T_\pi = 1 - R_\pi} \qquad \boxed{T_\sigma = 1 - R_\sigma}$$ Coefficienti di trasmissione

Un fascio di luce ordinaria, non è polarizzata, ovvero la direzione del campo elettrico varia casualmente nel tempo. Esso però può esser considerato composto comunque da E_π e E_σ, e ad entrambi è associata metà della potenza

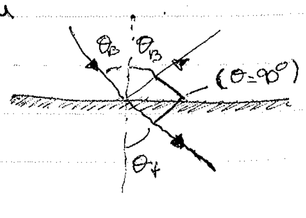
$$P_r = \frac{1}{2} P R_\pi + \frac{1}{2} P R_\sigma = \frac{1}{2}(R_\pi + R_\sigma) P = RP$$

$$\rightarrow \boxed{R = \frac{1}{2}(R_\pi + R_\sigma)}$$ Coefficiente di riflessione per la luce ordinaria $\boxed{T = 1 - R}$ Percentuale di energia trasmessa

Inoltre, generalmente parlando, esiste un angolo θ_B per il quale risulta $R_\pi = r_\pi = 0$, in corrispondenza di $\theta_i + \theta_t = \pi/2$. L'angolo $\theta_i = \theta_B$ per il quale $r_\pi = 0$ si ricava da Snell:

$$\frac{\operatorname{sen}\theta_B}{\operatorname{sen}\theta_t} = \frac{\operatorname{sen}\theta_B}{\operatorname{sen}(\pi/2 - \theta_B)} = \frac{\operatorname{sen}\theta_B}{\cos\theta_B} = \tan\theta_B = n$$

$$\longrightarrow \boxed{\tan\theta_B = n}$$ Angolo di Brewster



© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 97 di 110