NUMERO: 820

DATA: 10/02/2014

A P P U N T I

STUDENTE: Frison

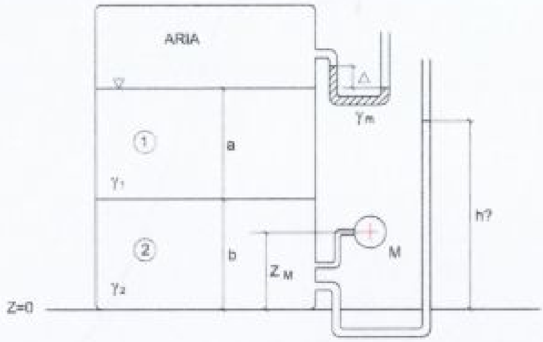
MATERIA: Idraulica Esercizi

Prof. Ridolfi

Esercitazione n. 1 (Idrostatica: eq. di Stevin, spinte su pareti piane)

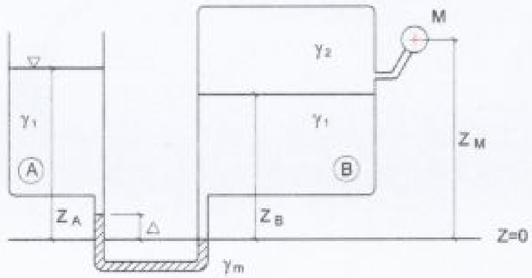
1 Nota l'indicazione Δ del manometro a mercurio collegato come indicato in figura ad un serbatoio chiuso, trovare le indicazioni n ed h rispettivamente del manometro metallico M e del piezometro, e tracciare il diagramma delle pressioni lungo una parete verticale del serbatoio.

$\Delta = 2$ cm ; $\gamma_1 = 9.800$ N/m^3 (acqua a 20°C);
$a = b = 1$ m; $\gamma_2 = 11.240$ N/m^3 (soluzione di NaCl in acqua al 20% a 20°C);
$z_M = 0{,}7$ m; $\gamma_m = 133.300$ N/m^3 (mercurio).
[n = 0,107 atm; h = 1,635 m]

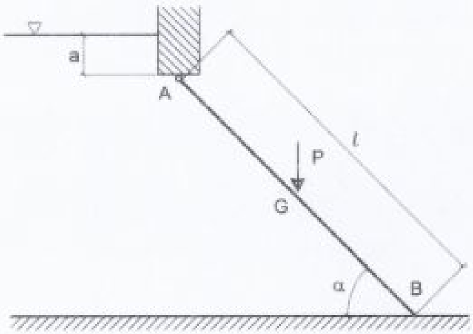


2 Dati due serbatoi, riempiti e collegati come in figura, noti γ_1, γ_2, γ_m, Δ e le quote z_A, z_B e z_M, trovare l'indicazione n in kg/cm^2 del manometro metallico.

$\gamma_1 = 9.800$ N/m^3; $z_A = 1$ m; $\Delta = 0{,}3$ m;
$\gamma_2 = 7.840$ N/m^3; $z_B = 0{,}9$ m;
$\gamma_m = 133.300$ N/m^3; $z_M = 1{,}4$ m.
[n = 0,348 kg/cm^2]

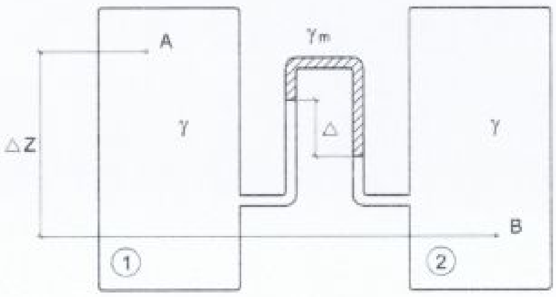


3 Determinare la minima forza verticale P, da applicarsi nel baricentro G, per assicurare l'equilibrio della paratoia piana di traccia AB, incernierata in A ed appoggiata in B, noti il battente a, l'inclinazione α e le dimensioni della paratoia (profondità unitaria normalmente al disegno).
Se la cerniera fosse in B e l'appoggio in A, quale valore avrebbe la forza?
$a = 0{,}1$ m; $\alpha = 45°$; $l = 2$m; $\gamma = 9.800$ N/m^3.
[P = 28.900,2 N; P' = 15.837,8 N]

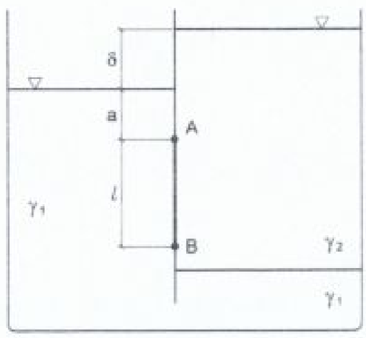


Altri esercizi:

4 I due recipienti 1 e 2, contenenti lo stesso liquido di peso specifico γ, sono collegati come indicato in figura, ad un manometro differenziale con liquido manometrico di peso specifico γ_m γ.
Determinare la differenza di pressione esistente fra due punti generici A e B dei due recipienti, fra i quali esista una differenza di quota Δz.
$\gamma = 9.500$ N/m^3; $\Delta = 0{,}15$ m;
$\gamma_m = 8.600$ N/m^3; $\Delta z = 0{,}50$ m.
[$\Delta p = 4.615$ Pa]



5 Nel serbatoio parallelepipedo in figura è inserito un setto verticale che separa i liquidi 1 e 2, lasciando una fessura sul fondo. La distanza fra la superficie libera del liquido 2 e quella del liquido 1 è δ. Trovare la spinta risultante sulla porzione di superficie verticale quadrata di lato l e traccia AB il cui lato superiore, orizzontale, è affondato di a sotto la superficie libera del liquido 1.
$\gamma_1 = 9.800$ N/m^3; $\delta = 0{,}3$ m; $a = 0{,}2$ m;
$\gamma_2 = 8.830$ N/m^3; $l = 1$ m.
[R = 1.970 N; $\chi = -0{,}052$ m]



$$p(z_m) = \gamma_2 \cdot (h - z_M) = 11\,240\ N/m^3 \cdot (1{,}635\,m - 0{,}7\,m) = 10\,509{,}40\ N/m^2 \ (Pa)$$

Ricorda:

$1\ atm = 101\,325\ Pa$

$p(z_M) = 10\,509{,}40\ Pa = 0{,}103\ atm$

az.

- Ricorda:

$$\frac{N}{m^2} \longrightarrow \frac{Kg}{cm^2} = x \cdot \frac{9,81}{10^4}$$

$$P_M = 34\,104,60\ N/m^2 = 34\,104,60\ Pa = 0,334\ Kg/cm^2$$

2° METODO:

$$\delta = \Delta \cdot \frac{(\gamma_m - \gamma_1)}{\gamma_1} = 0,3 \cdot \frac{(133\,300\ N/m^3 - 9\,800\ N/m^3)}{9\,800\ N/m^3} = 3,78\ m$$

$(\gamma_m > \gamma)$

$$\delta = \left(z_A + \frac{P_A}{\gamma_1}\right) - \left(z_B + \frac{P_B}{\gamma_1}\right)$$

$$3,78\ m = 1\ m - 0,9\ m + \cancel{\frac{P_A}{\gamma_1}}^{\,0} - \frac{P_B}{9\,800\ N/m^3}$$

$$P_B = 3,68\ m \cdot 9\,800\ N/m^3 = 36\,064\ N/m^2\ (Pa)$$

$$P_M = \frac{4,10}{m} \cdot \frac{7\,840}{N/m^3} = 32\,144\ N/m^2\ (Pa)$$ (Applicando la legge di Stevino (liquido 2))

$$P_M = 32\,144\ N/m^2 = 32\,144\ Pa = 0,315\ Kg/cm^2$$

Ricorda: MANOMETRO DIFFERENZIALE

Misura una differenza di carichi piezometrici tra i due serbatoi.

$$\delta = \Delta \frac{\gamma_m - \gamma}{\gamma} \quad (\gamma_m > \gamma)$$

$\overline{GC} = 0,292$ m

Per calcolare il valore della sforzo P, scrivo l'equilibrio alla rotazione di $\vec{P}$ ed $\vec{F}$ attorno ad un polo arbitrario. → POLO: pto A

$M_{\vec{P}} + M_{\vec{F}} = 0$

$$(+)\quad M(A) = \underbrace{(P\cos\alpha)}_{\text{componente P} \perp \text{alla paratoia}}\frac{l}{2} - F\cdot\underbrace{\left(\overline{CG} + \frac{l}{2}\right)}_{\overline{CA}}$$

$$P\cos(45°))\cdot\frac{2}{2} - 15\,819,29\cdot\left(0,292 + \frac{2}{2}\right) = 0$$

$$P\frac{\sqrt{2}}{2} - 20\,438,52 = 0$$

$$P = \frac{20\,438,52}{\sqrt{2}/2} = 28\,904,43 \text{ N}$$

N.B. Se la cerniera fosse in B, $\vec{F}$ avrebbe un braccio inferiore rispetto a $\vec{P}$.

$$(+)\quad M(B) = F\cdot\left(\frac{l}{2} - \overline{CG}\right) - \left(P\cos\alpha\cdot\frac{l}{2}\right) = 0$$

$$15\,819,29\cdot\left(\frac{2}{2} - 0,292\right) - P\frac{\sqrt{2}}{2} = 0$$

$$P = \frac{11\,200,06}{\sqrt{2}/2} = 15\,839,27 \text{ N}$$

(è inferiore, può essere dimensionata più leggera).

as.

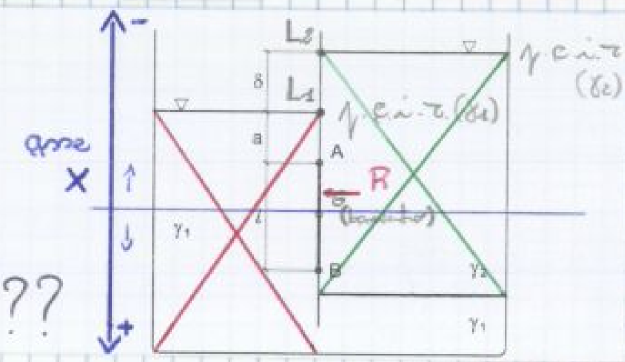
Esercizio 5:

• Testo:

Nel serbatoio parallelepipedo in figura è inserito un setto verticale che separa i liquidi 1 e 2, lasciando una fessura sul fondo. La distanza fra la superficie libera del liquido 2 e quella del liquido 1 è δ. Trovare la spinta risultante sulla porzione di superficie verticale quadrata di lato l e traccia AB il cui lato superiore, orizzontale, è affondato di a sotto la superficie libera del liquido 1.

$\gamma_1 = 9.800\ N/m^3$; $\delta = 0,3$ m; $a = 0,2$ m;
$\gamma_2 = 8.830\ N/m^3$; $l = 1$ m.
[R = 1.970 N; x = -0,052 m]

R?? x??



• L1, L2: linee di spinta. (ortogonali al foglio)

- Svolgimento:

$$|S^{(1)}| = p_G^{(1)} \cdot A = \gamma_1 \cdot \left(a+\frac{l}{2}\right)\cdot(l\cdot 1) = 9800\cdot\left(0,2+\frac{1}{2}\right)\cdot(1\cdot 1) = 6860\ N$$

$$\overline{GC_1} = \frac{I_{oy}}{M} = \frac{I_{oy}}{x_G\cdot A} = \frac{l^3/12}{\underbrace{\left(a+\frac{l}{2}\right)}_{LG}\cdot(l\cdot 1)} = \frac{1^3/12}{\left(0,2+\frac{1}{2}\right)\cdot(1\cdot 1)} = 0,119\ m$$

$$|S^{(2)}| = p_G^{(2)} \cdot A = \gamma_2\cdot\left(a+\frac{l}{2}+\delta\right)\cdot(l\cdot 1) = 8600\cdot\left(0,2+\frac{1}{2}+0,3\right)\cdot(1\cdot 1) =$$

$$|S^{(2)}| = 8600\ N$$

$$\overline{GC_2} = \frac{I_{oy}}{M} = \frac{I_{oy}}{x_G\cdot A} = \frac{I_{oy}}{L_2G\cdot A} = \frac{l^3/12}{\left(a+\frac{l}{2}+\delta\right)l} = \frac{1^3/12}{\left(0,2+\frac{1}{2}+0,3\right)\cdot(1\cdot 1)} = 0,083\ m$$

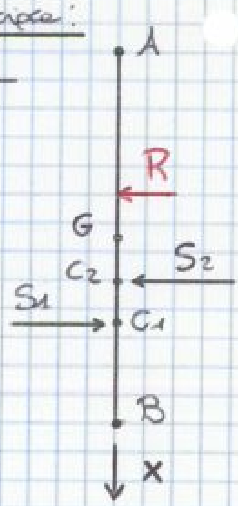
$\overline{GC_1} > \overline{GC_2}$ $\qquad \vec{R} = (\vec{S}^{(1)}) + (\vec{S}^{(2)})$ (è una somma vettoriale)

$\downarrow$

$$R = -S^{(1)} + S^{(2)} = -6860\ N + 8600\ N = 1740\ N$$

Dove è applicata la spinta?? (+)

- Convenzione: + $\leftarrow$



$$M_S^{(1)} = -S^{(1)}\cdot\overline{GC_1} = -6860\ N \cdot 0,119\ m = -816,34\ N\cdot m$$

$$M_S^{(2)} = +S^{(2)}\cdot\overline{GC_2} = 8600\ N\cdot 0,083\ m = +713,80\ N\cdot m$$

$$M_R = R\cdot x$$

$M_R = M_S^{(1)} + M_S^{(2)}$ [bilancio di momento]

$$-816,34\ N\cdot m + 713,80\ N\cdot m = R\cdot x \rightarrow -102,54\ N\cdot m = 1740\ N\cdot x$$

$$x = -\frac{102,54\ N\,m}{1740\ N} = -0,058\ m$$

Perché negativo?? Il pto di applicaz della risultante si trova "sopra" G.

Esercitazione n. 2 (Idrostatica: spinte su pareti curve)

Altri esercizi

Valutare in grandezza e segno il momento all'incastro di un deflettore su una parete piana verticale, in una vasca che è stata riempita in maniera graduale ed isoterma con acqua (fare riferimento ad un metro di profondità normalmente al piano del disegno).

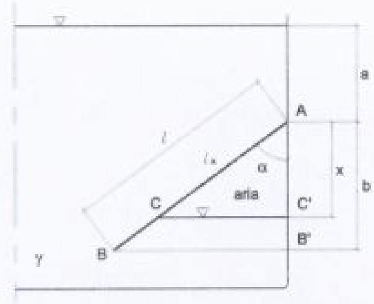
Dati:

$l = 2$ m $\quad \gamma = 9800$ N/m^3

$a = 1$ m $\quad p_a = 101.300$ Pa

$b = 1,5$ m

[M = 7144 Nm]



Il disegno allegato rappresenta la sezione di una traversa fluviale. Per la paratoia a settore, con la soprastante ventola, lo schema e le dimensioni possono essere assunte come segue:

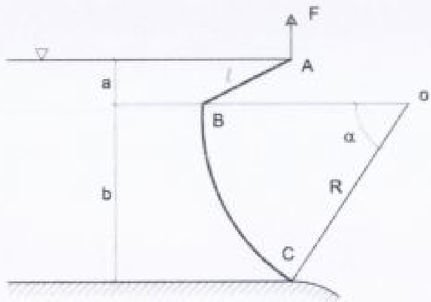
$a = 2,50$ m $\quad R = 24,00$ m

$b = 14,00$ m $\quad l = 5,00$ m

Calcolare, con riferimento ad una larghezza unitaria, le seguenti forze:

1. la spinta sulla paratoia piana AB;
2. lo sforzo nel tirante F, ammettendo la paratoia AB incernierata in B;
3. la spinta sulla paratoia a settore BC.

[S_{AB} = 61250 N; F = 23566 N; S_{BC} = 1407000 N]



A formare, con asse orizzontale, un tubo di ghisa di diametro esterno D, spessore (D-d)/2 e lunghezza l viene versata della ghisa fra l'anima di diametro d e la forma di diametro D. Il carico di ghisa sull'asse del tubo è h.

Detti γ_γ il peso specifico della ghisa e γ_α quello del materiale dell'anima, determinare il peso minimo G che deve avere la parte superiore della forma per non sollevarsi.

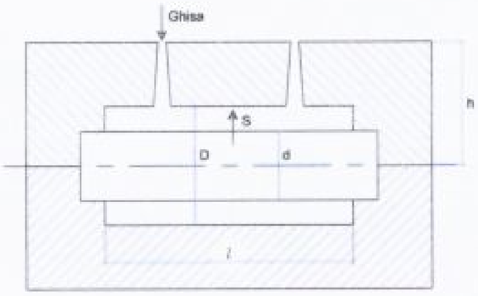
Dati:

$D = 420$ mm $\quad h = 38$ cm

$d = 380$ mm $\quad \gamma_\gamma = 70.560$ N/m^3

$l = 1800$ mm $\quad \gamma_\alpha = 13.720$ N/m^3

[G = 23076 N]



© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 13 di 192

$$P_1 = \gamma_1 W_1 = \gamma_1 \cdot \left[(h_1+h_2)\cdot(\sqrt{h_1+h_2} - \sqrt{h_2}) - \int_{\sqrt{h_2}}^{\sqrt{h_1+h_2}} x^2 dx \right] = \text{?}$$

$$= 9800 \cdot \left[1{,}5 \cdot 0{,}518 - \left[\frac{x^3}{3} \right]_{0{,}707}^{1{,}225} \right] =$$

$$= 9800 \cdot 0{,}282 = 2763\ N$$ → segno negativo che diretto verso il basso!

$$|\vec{S}_{1z}| = 2763\ N$$

$$|\vec{F}_1| = p_{G_1} \cdot A = \gamma_1 \cdot \frac{h_1}{2} \cdot h_1 \cdot 1 = 9800 \cdot \frac{1}{2} = 4900\ N = |\vec{S}_{1x}|$$

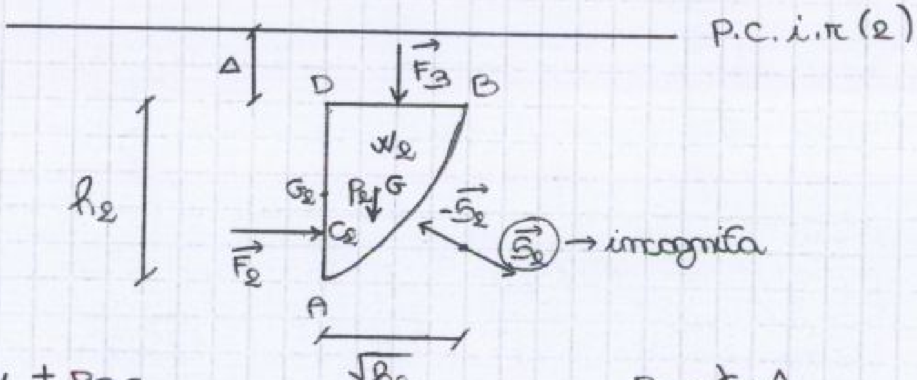
$$\overline{G_1C_1} = \frac{\frac{h_1^3}{12}\ (M_{IN})}{\frac{h_1}{2}\cdot h_1 \cdot 1} = \frac{h_1}{6} = 0{,}167\ m$$

? ?

↳ ho questo risultato solo se la distribuzione delle pressioni è triangolare, cioè solo se il piano dei carichi coincide con la superficie libera.

$$|\vec{S}_1| = \sqrt{S_{1x}^2 + S_{1z}^2} = \sqrt{4900^2 + 2763^2} = 5625\ N$$

Calcolo di $\vec{S}_2$:



$$p_D = \gamma_1 \cdot h_1 + p_E =$$

$$= 9800 \cdot 1 = 9800\ Pa$$

$p_D = \gamma_2 \Delta$

affondamento rispetto al piano dei carichi idrostatici del liquido 2

$$\Rightarrow \gamma_1 h_1 = \gamma_2 \cdot \Delta$$

$$\Delta = \frac{\gamma_1}{\gamma_2} \cdot h_1 = 0{,}83\ m$$

$0 < \Delta < h_1 \Rightarrow$ il p.c.i.π.(2) si trova tra l'interfaccia dei 2 liquidi e il pelo libero.

$S_x = 4'900 + 6'370 = 11'270 \text{ N}$

$S_z = 2'763 + 9'643 = 12'406 \text{ N}$

$\Rightarrow |\vec{S}| = \sqrt{11'270^2 + 12'406^2} = 16'760 \text{ N}$

α = angolo di direzione di $\vec{S}$ rispetto all'orizzontale

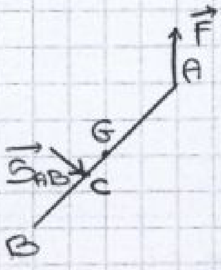
$S_z = S_x \, tg\alpha \qquad \Rightarrow \alpha = arctg\left(\frac{S_z}{S_x}\right) = arctg\left(\frac{12'406}{11'270}\right) = 47°$

Esercizio 5.

$a = 2{,}50$ m $\quad R = 24$ m $\quad \gamma = 9'800\ N/m^3$

$b = 14$ m $\quad l = 5$ m

? Spinta su $\overline{AB} = \vec{S}_{AB}$



$a = l \sin\beta$

$\beta = 30°$

$$\underline{|\vec{S}_{AB}|} = p_G \cdot A = \gamma \cdot \underbrace{\frac{l}{2}\sin\beta}_{a/2} \cdot l \cdot 1 = 9'800 \cdot 2{,}5 \cdot \sin(30°) \cdot 5 \cdot 1 = \underline{= 61'250\ N}$$

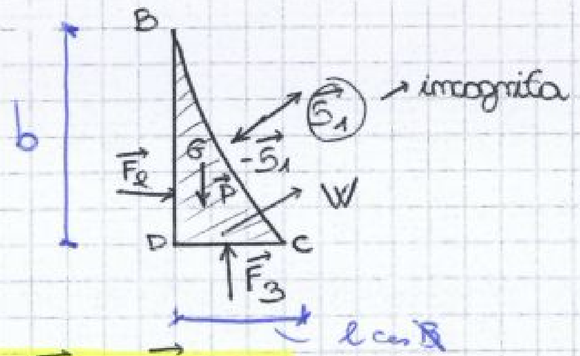
? $\vec{F}$ $\quad$ ($B \equiv$ cerniera)

$$M(B) = +F\, l \cos(\beta) - S_{AB} \cdot \left(\frac{l}{2} - \overline{GC}\right) = 0$$

$$\left\{ \overline{GC} = \frac{I_{0y}}{M} = \frac{l^{\cancel{3}}}{12} \cdot \frac{1}{\frac{\cancel{l}}{2} \cdot \cancel{l} \cdot 1} = \frac{l}{6} = \frac{5}{6} = 0{,}83\ m \right.$$

$$\Rightarrow \underline{F} = \frac{61'250\,(2{,}5 - 0{,}83)}{5 \cdot \cos(30°)} = \underline{23'575\ N}$$

? $\vec{S}_{BC}$



$G_3 \equiv C_3 \Rightarrow$ xchè DC // p.c.i.r.

$$\vec{P} + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 - \vec{S}_1 = 0$$

$$|\vec{F}_2| = p_{G_2} \cdot A = \gamma \underbrace{\left(a + \frac{b}{2}\right)}_{\text{aff}} \cdot b \cdot 1 = 9'800\,(2{,}5 + 7) \cdot 14 = 1'303'400\ N$$

$$|\vec{F}_3| = p_{G_3} \cdot A = \gamma \cdot (a+b) \cdot l\cos\beta \cdot 1 = 9'800 \cdot (2{,}5 + 14) \cdot 5\cos(30°) =$$

$$= 700'181{,}5\ N$$

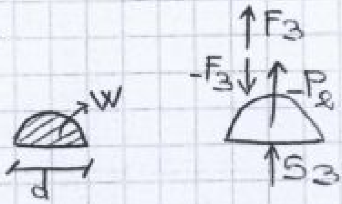
larghezza unitaria / profondità unitaria

$$P_G = \gamma_G \cdot W = \gamma_G \cdot \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{\pi D^2}{4} - \frac{\pi d^2}{4}\right) \cdot l = 70'560 \cdot \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{\pi \cdot 0,42^2}{4} - \frac{\pi \cdot 0,38^2}{4}\right)$$

$$\cdot 1,8 = 1'596,03 \text{ N}$$

③ Forza su superficie curva: F_3

Volume di controllo
↳ viene tolto!



$S_3 - P_2 + F_3 = 0$

$F_3 = P_2 - S_3$

$$S_3 = \gamma_G \cdot h \cdot d \cdot l = 70'560 \cdot 0,38 \cdot 0,38 \cdot 1,8 = 18'339,96 \text{ N}$$

$$P_2 = \gamma_G \cdot W = \gamma_G \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{\pi d^2}{4} \cdot l = 70'560 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{\pi}{4} \cdot 0,38^2 \cdot 1,8 = 7'202$$

$$F_3 = P_2 - S_3 = 7'202 - 18339,96 = -11138 \text{ N}$$

Spiegazione:

Il volume di ghisa, formato sezionando orizzontalmente una corona circolare lungo il proprio asse, è delimitato da 3 superfici:
- A_1 → sup curva superiore
- A_2 → sup curva inferiore
- A_3 → somma delle 2 superfici piane orizzontali lungo la mezzeria.

La parte superiore della forma riceve 2 forze rivolte verso l'alto che deve bilanciare con il proprio peso G (richiesta del problema!).

⇒ $G = x_1 + x_2$ $\quad$ x_1 = spinta che la sup curva A_1 riceve dalla ghisa e si trasferisce sulla forma

$$x_1 = S + F_3 - P_G = 1931 + 11138 - 1596,03 = 11472,97 \text{ N}$$

↳ somma delle forze che agiscono sul volume di controllo di ghisa

x_2 = forza che la forma riceve attraverso i 2 incastri da parte dell'anima

$$x_2 = F = 11'603,4 \text{ N}$$

$$\Rightarrow G = 11472,97 + 11'603,4 = \underline{23'076 \text{ N}}$$

N.B: in assenza degli incastri l'anima tende a galleggiare.

Esercitazione n. 3 (Teorema di Bernoulli)

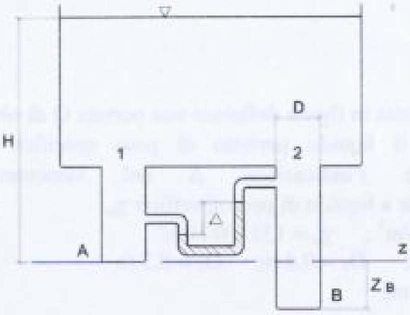
① Da un serbatoio a livello costante si staccano due tubazioni verticali, ad imbocco raccordato, dalle quali effluisce a bocca piena liquido perfetto di peso specifico γ. Noti il carico H nel serbatoio rispetto al piano z = 0 e l'indicazione del manometro differenziale a mercurio si chiede, in valore e segno, sempre rispetto al piano z = 0, la quota della sezione di sbocco della seconda tubazione e la portata fluente in essa.

$\gamma = 9800\ N/m^3$ $\Delta = 0{,}10\ m$ $D = 0{,}10\ m$

$\gamma_m = 133300\ N/m^3$ $H = 5\ m$

[z_B = -1,26 m; Q = 0,087 m^3/s Nm]

an

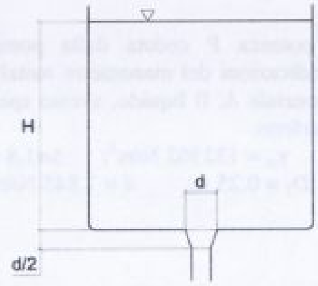


② Calcolare il tempo necessario allo svuotamento del serbatoio di sezione Ω e livello H, che alimenta una luce in parete sottile di diametro d praticata sul fondo (H>>d; liquido perfetto).

$\Omega = 7{,}00\ m^2$ $H = 3\ m$ $d = 0{,}15\ m$

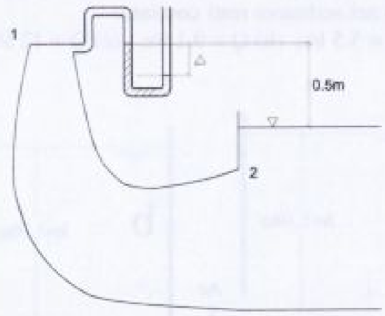
[T = 500 s ≈ 8 min]

an



③ Il diffusore di una turbina funzionante a 100 m^3/s ha le seguenti caratteristiche: sezione d'ingresso $\Omega_1 = 13{,}5\ m^2$; sezione d'uscita $\Omega_2 = 62{,}5\ m^2$.
Un manometro a mercurio ($\gamma_m = 133.300\ N/m^3$) è inserito nella sezione iniziale del diffusore, posta 0,50 m sopra il livello del bacino di scarico, ed ha il menisco superiore in corrispondenza della stessa. Valutare il carico che si recupera rispetto ad una uguale turbina che lavora a pari portata e scarica all'aria a quota +0,5 m rispetto al pelo libero del bacino di scarico, e l'indicazione Δ del manometro a mercurio (trascurare le dissipazioni di energia nel diffusore).
[ΔH = -3,17 m; Δ = -0,23 m]

an

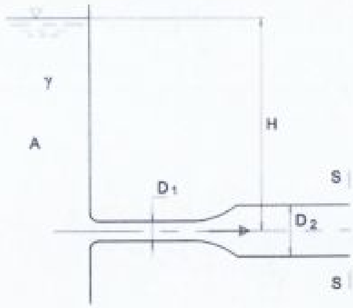


④ Nel sistema in figura defluisce un liquido perfetto di peso specifico γ. Determinare la portata Q effluente e la pressione relativa p_1 lungo l'asse del primo tronco di tubazione.

$\gamma = 9800\ N/m^3$ $H = 2\ m$ $D_1 = 0{,}05\ m$ $D_2 = 0{,}075\ m$

[Q = 27,71 l/s; p_1 = -79900 Pa]

an



TEOREMA DI BERNOULLI:

→ Si applica ai fluidi perfetti → NO sforzi tangenziali, cioè non ci sono dissipazioni di energia.

↳ ENERGIA COST.

↳ nella realtà non succede.

↳ è sempre presente anche se poco ATTRITO.

→ carico piezometrico: $h = z + \frac{P}{\gamma}$

→ carico totale: $H = h + \underbrace{\frac{v^2}{2g}}$ [lunghezza]

termine cinetico → dipende dalla velocità del fluido v.

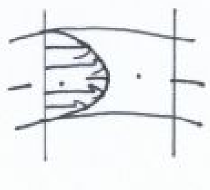
→ significato energetico:

lungo una traiettoria di fluido, il carico totale si mantiene cos

$$\frac{\partial H}{\partial s} = 0 \leftrightarrow \underbrace{H = cost}$$

carico COST lungo s

→ Velocità media: $U = \frac{Q}{A}$



→ Q

ESERCIZIO 4:

Nel sistema in figura defluisce un liquido perfetto di peso specifico γ. Determinare la portata Q effluente e la pressione relativa P_1 lungo l'asse del primo tronco di tubazione.

DATI:

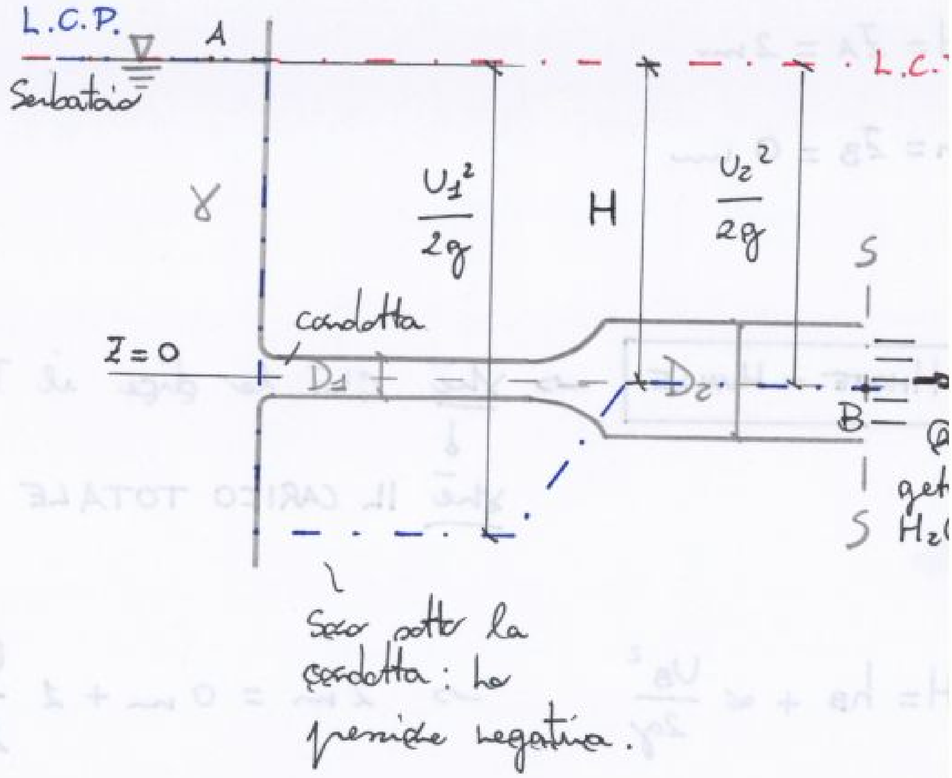
$\gamma = 9800 \ N/m^3$

$H = 2 \ m$

$D_1 = 0{,}05 \ m$

$D_2 = 0{,}075 \ m$

$Q? \quad P_1?$



→ Prendo un pto sulla superficie del liquido → A

SERBATOIO (monte) : $Z_A + \cancel{\frac{P_A}{\gamma}}^{\,\emptyset} + \cancel{\frac{v_A^2}{2g}}^{\,\emptyset} = H$

↳ perché nel serbatoio la velocità è $\emptyset$

perché serbatoio aperto a contatto con l'atm.

1° tratto di condotta:

$$U_1 = \frac{Q}{A_1} = \frac{0,02766}{\frac{\pi}{4} \cdot 0,05^2} = 14,08 \text{ m/s}$$

$U_2 = 6,26$ m/s → ar. → $U_1 > U_2$ xké $D_1 < D_2$

$$H = z_1 + \frac{P_1}{\gamma} + \alpha \frac{U_1^2}{2g} = 0 + \frac{P_1}{\gamma} + \alpha \cdot \frac{14,08^2}{2 \cdot 9,81} = 2$$

$$\frac{P_1}{\gamma} + 1 \cdot 10,10 = 2 \rightarrow \frac{P_1}{\gamma} + 10,10 = 2$$

$$P_1 = (2 - 10,10) \cdot 9800 =$$

$$P_1 = -79380 \text{ Pa} = -79,4 \text{ kPa}$$

La pressione negativa → 1° tratto di condotta in depressione

cioè come se ci fosse una rottura nella condotta → entra aria xké la pressione esterna è maggiore.

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 29 di 192

→ $P_A = P_B = 0$ <u>xhē</u> a contatto con l'atmosfera

→ $H = 5$ m NOTO → COST. <u>xhē</u> vale il T. Bernoulli!

→ $D = COST$ → $V = COST$

$$h_A + \alpha \frac{U_A^2}{2g} = h_{A'} + \alpha \frac{U_{A'}^2}{2g} \qquad \times \text{ T.B.}$$

$$U_A = U_{A'} \quad \times \quad D = COST \qquad \Rightarrow \quad h_A = h_{A'}$$

$$h_A = z_A + \frac{P_A \nearrow \emptyset}{\gamma} = h_{A'} = \emptyset$$

$\equiv z = 0$

↳ <u>xhē</u> sono a contatto con l'atm

→ MANOMETRO DIFFERENZIALE → $h_{A'} - h_{B'} = \frac{\gamma_m - \gamma}{\gamma} \cdot \Delta$

DOVE IL LIQUIDO MANOM. SALE MAGGIORMENTE, HO IL CARICO PIEZOM. PIÙ BASSO.

$$0 - h_{B'} = \frac{233\,300 - 9\,800}{9\,800} \cdot 0{,}10$$

$h_{B'} = -2{,}26$ m $= h_B$ × stesso ragionamento di prima

TEMPO $t = 0$ corrisponde a H (il serbatoio è pieno)

TEMPO $t = T$ corrisponde a $\emptyset$ (il serbatoio si è svuotato)

$$-k \int dt = \int h^{-1/2} \, dh$$

$$\int_H^0 h^{-1/2} \, dh = -k \int_0^T dt$$

$$2\sqrt{h} \Big|_H^0 = -k T$$

$$T = \frac{2 \cdot \sqrt{H}}{k} \cong 500 \text{ s} \cong 8 \text{ minuti}$$

$$k = \frac{c_c \cdot \pi \cdot d^2 \cdot \sqrt{2g}}{4 \Omega} = \frac{0,6 \cdot \pi \cdot 0,25^2 \cdot \sqrt{2 \cdot 9,81}}{4 \cdot 7} = 0,0067 \ \frac{m^{1/2}}{s}$$

$$T = \frac{2 \cdot \sqrt{3}}{0,0067} = 516 \text{ s}$$

$$s = \frac{m^{1/2}}{x} \rightarrow x \cdot s = m^{1/2} \rightarrow x = \frac{m^{1/2}}{s}$$

ESERCIZIO 6.

Determinare la potenza P ceduta dalla pompa al liquido note le indicazioni del manometro metallico m e di quello differenziale Δ. Il liquido, avente peso specifico γ, è da ritenersi perfetto.

DATI:

$\gamma = 12'257 \ N/m^3$

$\gamma_m = 133'362 \ N/m^3$

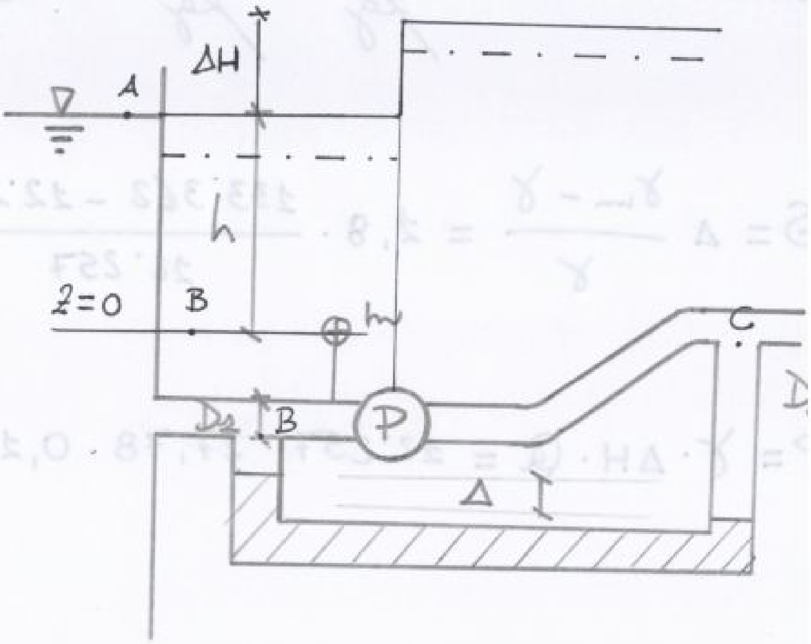
$\Delta = 1,8 \ m$

$h = 7 \ m$

$D_1 = D_2 = 0,25 \ m$

$m = 7,845 \ N/cm^2 = 78'450 \ Pa$

$P?$



$P = \gamma \cdot \Delta H \cdot Q$

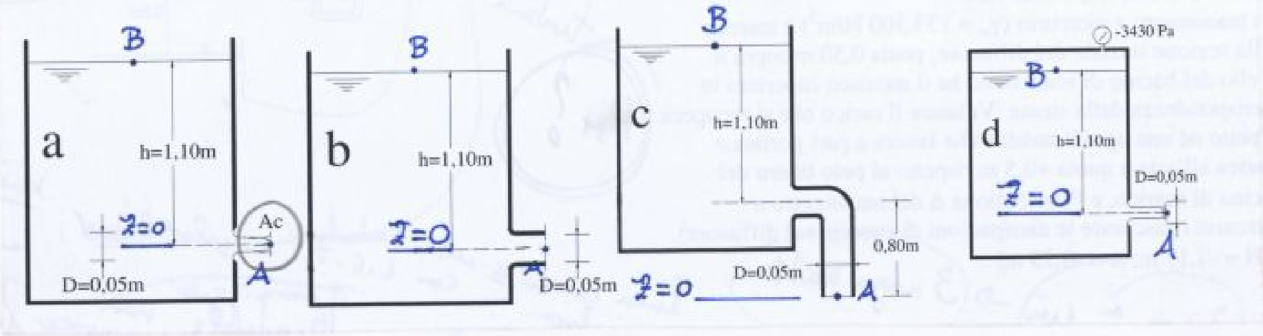
$H_A = H_B$ (T. Bernoulli)

$$z_A + \cancel{\frac{p_A}{\gamma}} + \cancel{\frac{U_A^2}{2g}} = \cancel{z_B} + \frac{p_B}{\gamma} + \frac{U_B^2}{2g}$$

$$U_B = \sqrt{2 \cdot g \cdot \left(z_A - \frac{p_B}{\gamma}\right)} = \sqrt{2 \cdot 9,81 \cdot \left(7 - \frac{78'450}{12'257}\right)} = 3,43 \ m/s$$

ESERCIZIO 7: procedimento analogo × tutti i CASI!!

Calcolare la portata d'acqua effluente dal serbatoio nei vari casi indicati nelle figure. Si supponga, in ogni caso, che il livello nel serbatoio resti costante.
[(a) Q = 5.5 l/s; (b) Q = 9.1 l/s; (c) Q = 12 l/s; (d) Q = 4.6 l/s]



CASO (a)

$\boxed{H_A = H_B}$ T.B.

VEDI DIS.

$$\cancel{z_A} + \cancel{\frac{P_A}{\gamma}} + \frac{U_A^2}{2g} = z_B + \cancel{\frac{P_B}{\gamma}} + \cancel{\frac{U_B^2}{2g}}$$

$$U_A = \sqrt{2 \cdot g \cdot z_B} = \sqrt{2 \cdot 9{,}81 \cdot 1{,}10} = 4{,}65 \ m/s$$

$$Q = U_A \cdot \Omega \cdot C_c = 4{,}65 \cdot \frac{\pi}{4} \cdot 0{,}05^2 \cdot 0{,}6 = 0{,}00547 \ m^3/s$$

$$Q = 0{,}00547 \cdot 10^3 = 5{,}47 \ l/s$$

ok.

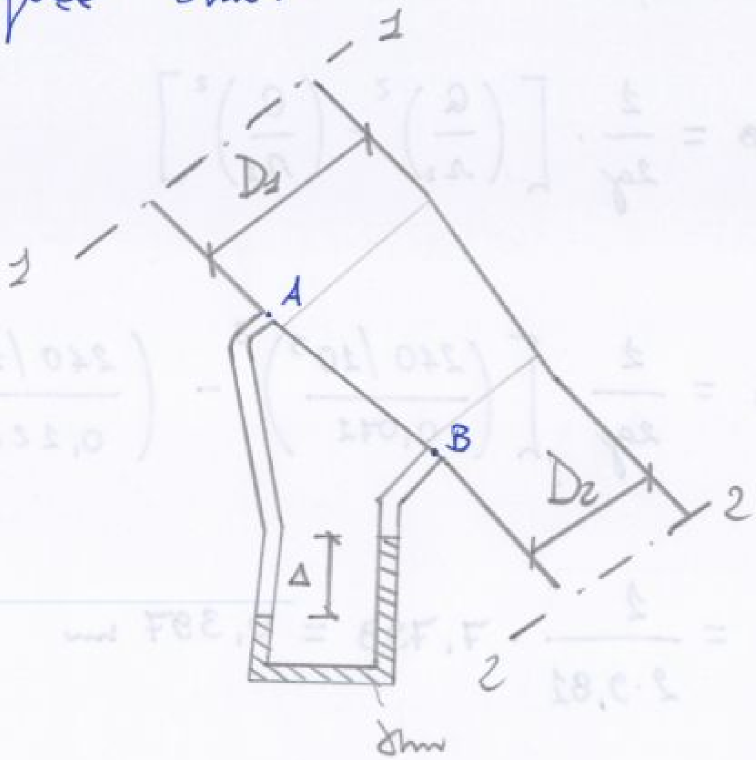
CASO (b)

$\boxed{H_A = H_B}$ T.B.

$$\cancel{z_A} + \cancel{\frac{P_A}{\gamma}} + \frac{U_A^2}{2g} = z_B + \cancel{\frac{P_B}{\gamma}} + \cancel{\frac{U_B^2}{2g}}$$ VEDI DIS.

ESERCIZIO 5:

Nella condotta in figura defluisce una portata Q di olio. Ammesso il liquido perfetto di peso specifico γ, determinare l'indicazione Δ del manometro differenziale a liquido di peso specifico γ_m.



DATI:

$\gamma = 8240 \ N/m^3$

$\gamma_m = 133300 \ N/m^3$

$Q = 240 \ l/s$

$D_1 = 0,4 \ m$

$D_2 = 0,3 \ m$

Δ ?

RAGIONA !!

$$h_A - h_B = \frac{\gamma_m - \gamma}{\gamma} \cdot \Delta$$

$$\left.\begin{aligned} h_A &= z_A + \frac{p_A}{\gamma} \\ h_B &= z_B + \frac{p_B}{\gamma} \end{aligned}\right\}$$

$H_A = H_B$ x T.B.

$\Downarrow$

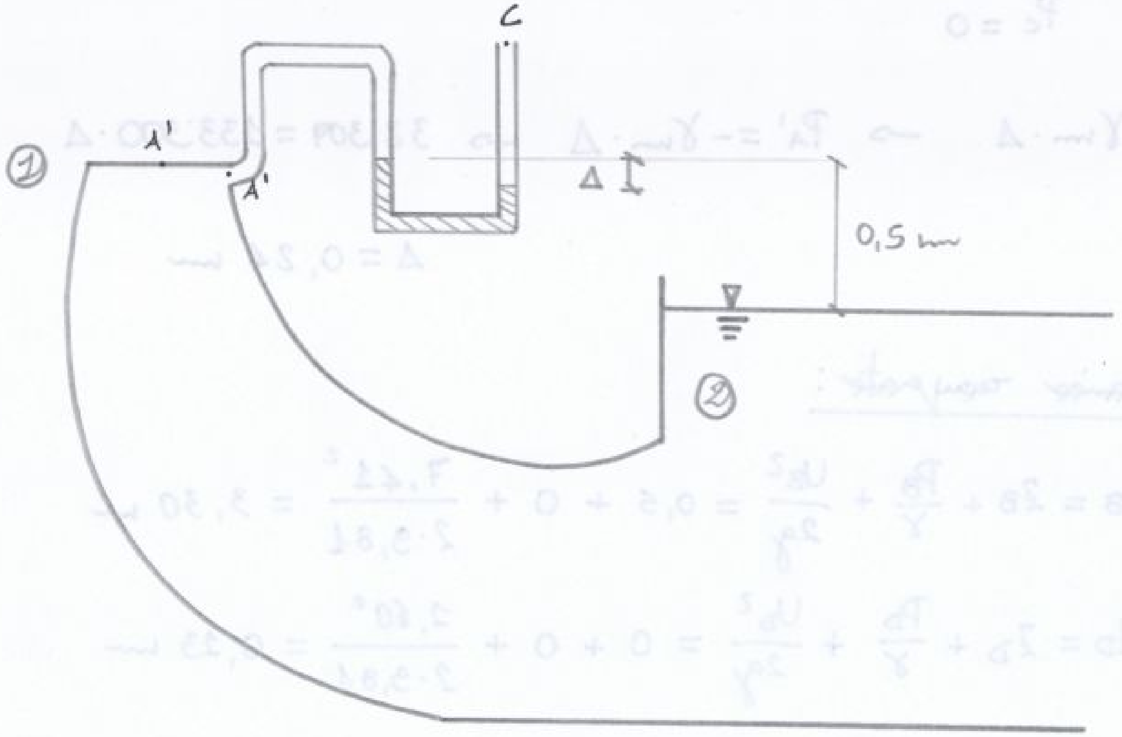
$$h_A + \frac{U_A^2}{2g} = h_B + \frac{U_B^2}{2g} \quad \text{OK.}$$

ESERCIZIO 3:

Il diffusore di una turbina funzionante a 100 m^3/s ha le seguenti caratteristiche:

sez. ingresso : $\Omega_1 = 13,5\ m^2$; sez. uscita : $\Omega_2 = 62,5\ m^2$

Un manometro a mercurio ($\gamma_m = 133\,300\ N/m^3$) è inserito nella sezione iniziale del diffusore, posta 0,50 m sopra il livello del bacino di scarico, ed ha il menisco superiore in corrispondenza della stessa. Valutare il carico che si recupera rispetto ad una uguale turbina che lavora a pari portata e scarica all'aria a quota + 0,5 m rispetto al pelo libero del bacino di scarico, e l'indicazione Δ del manometro a mercurio (trascurare le dissipazioni di energia nel diffusore).



ΔH ? Δ ?

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 41 di 192

Esercitazione n. 4 (Eq. globale di equilibrio dinamico in moto permanente)

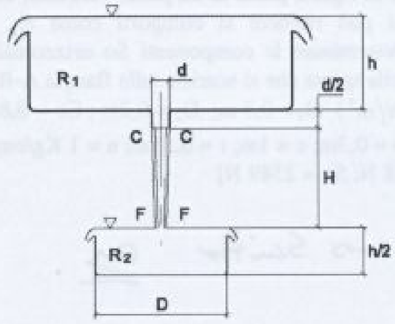
1

Sul fondo di un recipiente R_1, pieno d'acqua per l'altezza h, è ricavata una luce circolare di diametro d. Ad una profondità H sotto la sezione contratta, il getto si immerge nel recipiente R_2 di diametro D e pieno d'acqua per l'altezza h/2. Le altezze h ed h/2 restano costanti. Determinare:

1. il peso P del getto fra la sezione contratta e la sezione FF;
2. la spinta S sul recipiente R_1.

h = 1 m H = 3,3 m D = 1 m d = 10 cm

[P = 103,4 N; S = 4051,5 N]



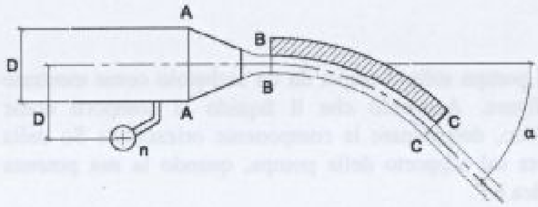
2

Il getto d'acqua uscente da un bocchello di diametri D e d investe un tegolo che lo devia di un angolo α. Calcolare la spinta sul tegolo, note la geometria del sistema e l'indicazione n del manometro metallico, sotto le seguenti ipotesi: perdite trascurabili, sezione BB coincidente con la sezione contratta, velocità uguali in modulo in BB e CC, peso del liquido trascurabile fra BB e CC.

n = 30 kg_p/cm^2; D = 0,80 m; d = 0,20 m;

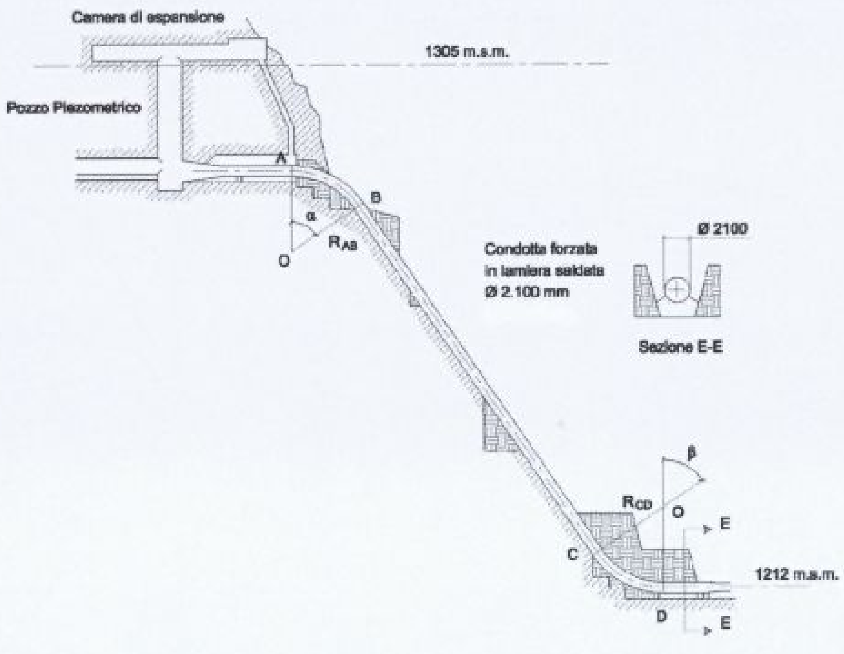
a = 45°; coeff. di contraz. del getto C_c = 0,85.

[Q = 2,1 m3/s; R = 121.500 N]



3

Assegnata la sezione longitudinale di una condotta forzata (v.figura), note la geometria della stessa, la portata (14 m^3/s), la quota del piano dei carichi totali (1305 m s.l.m.), e nell'ipotesi di perdite trascurabili, determinare le spinte sui tronchi di condotta AB, CD.



Dati:
R_{AB} = 6,8 m;
R_{CD} = 4,6 m;
α = β = 56°
L_{BC} = 82 m;
[S_{AB} = 499.156 N;
S_{CD} = 3.051.531 N;
δ_1≈60°; δ_2≈62°]

EQ. GLOBALE DI EQUILIBRIO DINAMICO IN MOTO PERMANENTE

→ EFFETTI IN TERMINI DI SPINTE DI UN FLUIDO IN MOTO

$$\boxed{\vec{G} + \vec{\pi} + \vec{M} + \vec{I} - \vec{T} = 0}$$

$\vec{G}$: peso del volume di fluido

$\vec{\pi}$: forze al contorno dovute alla pressione

$\vec{M}$: flusso di quantità di moto

$\vec{I}$: inerzia locale → entra in gioco se siamo in moto vario
→ portata che varia

↳ $\vec{I} = 0$ per moto permanente

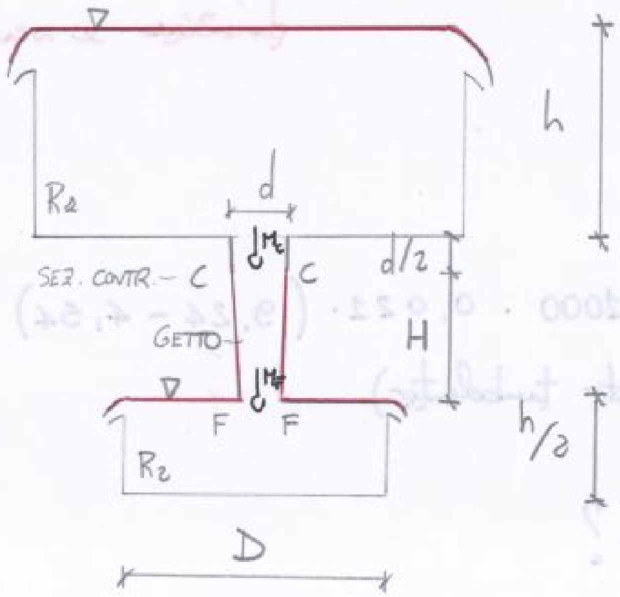
$\vec{T}$: azione di trascinamento → rappresenta il contributo delle forze di tipo viscoso (termine spesso trascurabile) → $\vec{T} = 0$ × fluidi perfetti.

ESERCIZIO 1 :

Sul fondo di un recipiente R_1, pieno d'acqua per l'altezza h è ricavata una luce circolare di diametro d. Ad una profondità H sotto la sezione contratta, il getto si immerge nel recipiente R_2 di diametro D e pieno d'acqua per l'altezza $\frac{h}{2}$.

Le altezze h ed $\frac{h}{2}$ restano costanti. Determinare:

1) il peso P del getto fra la sezione contratta e la sezione FF.
2) la spinta S sul recipiente R_2.



DATI:

h = 1 m

H = 3,3 m

D = 1 m

d = 10 cm

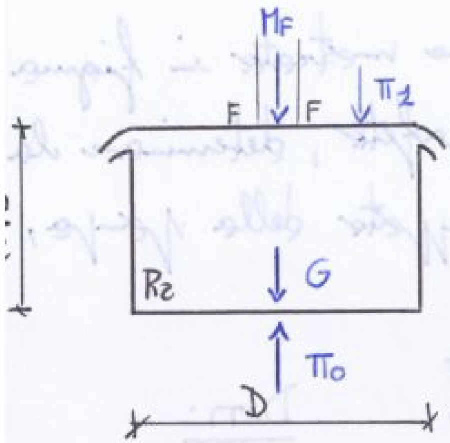
N.B. Non c'è dissipazione → fluido perfetto

$$U_C = \sqrt{2 \cdot g \cdot \underbrace{\left(h + \frac{d}{2}\right)}_{\text{battente}}} = \sqrt{2 \cdot 9,81 \cdot \left(1 + \frac{0,1}{2}\right)} = 4,54 \text{ m/s}$$

$$U_F = \sqrt{2 \cdot g \cdot \left(h + \frac{d}{2} + H\right)} = \sqrt{2 \cdot 9,81 \cdot \left(1 + \frac{0,1}{2} + 3,3\right)} = 9,24 \text{ m/s}$$

N.B. È un getto in caduta libera → la velocità aumenta con l'altezza

Spinta che agisce sulla superficie del recipiente R_2 :



$\vec{\Pi}_1 = 0$ perché è a contatto con l'atm.

$\vec{M}_{asp} \cong 0$ → trascurabile perché diametro grande (1 m) e velocità piccola

$\vec{\Pi}_0$ → forze di contatto → agiscono sul contorno dall'esterno

$$\vec{G} + \vec{\Pi}_0 + \cancel{\vec{\Pi}_1} + \vec{M}_F - \cancel{\vec{M}_{asp}} = 0$$

$$\vec{S} = -\vec{\Pi}_0 = \vec{G} + \vec{M}_F \quad (\downarrow)$$

$$\pi \left(\frac{D}{2}\right)^2 \cdot \frac{h}{2} = W$$

$$G = \gamma \cdot \underbrace{\left(\frac{\pi}{4} \cdot D^2 \cdot \frac{h}{2}\right)}_{W} = 9\,800 \cdot \left(\frac{\pi}{4} \cdot 1^2 \cdot \frac{1}{2}\right) = 3\,848,45 \text{ N}$$

$$M_F = \beta \cdot \rho \cdot Q \cdot U_F = 1 \cdot 1\,000 \cdot 0,021 \cdot 9,24 = 194,04 \text{ N}$$

$$S = 3\,848,45 + 194,04 = 4\,042,49 \text{ N}$$

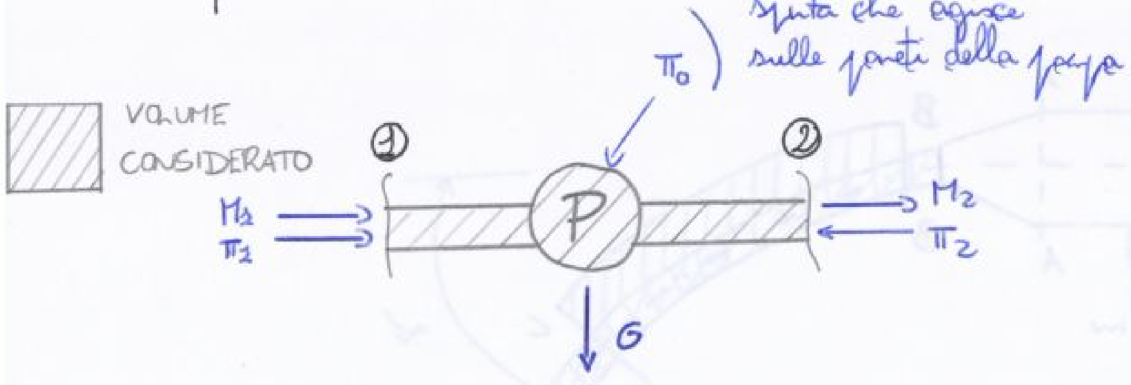
$$U = \frac{Q}{A} = \frac{Q}{\pi \cdot \left(\frac{D}{2}\right)^2} = \frac{0{,}06}{\pi \cdot \left(\frac{0{,}25}{2}\right)^2} = 3{,}40 \text{ m/s}$$

PRESSIONI:

① $H_1 = z_1 + \frac{P_1}{\gamma} + \frac{U^2}{2g} \rightarrow P_1$; $H_1 = 0$, $z_1 = a$

② $H_2 = z_2 + \frac{P_2}{\gamma} + \frac{U^2}{2g} \rightarrow P_2$; $H_2 = \Delta H$, $z_2 = a$

z_1, z_2 : quota della condotta



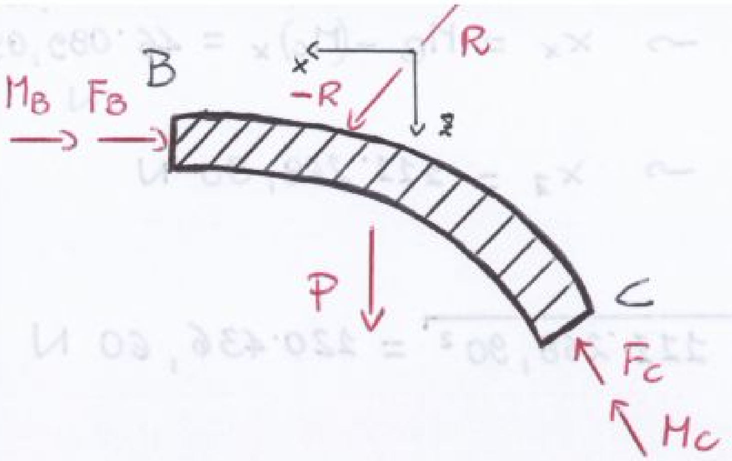
$\vec{S}_0$?

$$\vec{S} = \vec{G} + \vec{\Pi}_1 + \vec{\Pi}_2 + \vec{M}_1 - \vec{M}_2$$

$M_1 = M_2 = \rho \cdot Q \cdot U \cdot \beta \rightarrow \vec{M}_1 - \vec{M}_2 = 0$ (somma algebrica)

$\vec{S}_0 = \vec{\Pi}_1 + \vec{\Pi}_2 = 2'910 \text{ N}$ ($\vec{G}$ è una forza che agisce verticalmente).

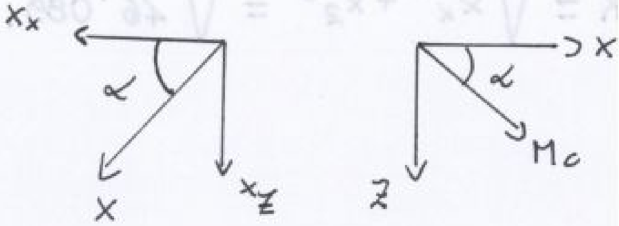
Π = pressione nel baricentro × AREA



¿ Q - R ?

La spinta sul tegolo!

$x = -R$



Eq. globale: $\underbrace{\cancel{\vec{F_B}}^{\,\emptyset} + \cancel{\vec{F_c}}^{\,\emptyset}}_{\text{xhé il tubo è a contatto con l'atm.}} + \vec{M_B} - \vec{M_c} - \vec{R} = 0 \quad \rightarrow \quad |M_B| = |M_c|$

Bernoulli: $\cancel{z_A} + \frac{p_A}{\gamma} + \cancel{\frac{u_A^2}{2g}} = z_B + \cancel{\frac{p_B}{\gamma}}^{\,\emptyset} + \frac{u_B^2}{2g}$

$u_B = \sqrt{2 \cdot g \cdot \left(\frac{p_A}{\gamma}\right)} = \sqrt{2 \cdot 9{,}81 \cdot \frac{30 \cdot 98'100}{9'800}} = 76{,}76 \text{ m/s}$

$Q = u_B \cdot A_B = u_B \cdot \underbrace{(C_c \cdot A_c)}_{A_B} = 76{,}76 \cdot 0{,}85 \cdot \pi \cdot \left(\frac{0{,}20}{2}\right)^2 = 2{,}05 \text{ m}^3/$

$|M_B| = \beta \cdot \rho \cdot Q \cdot u_B = 1 \cdot 1'000 \cdot 2{,}05 \cdot 76{,}76 = 157'358 \text{ N}$

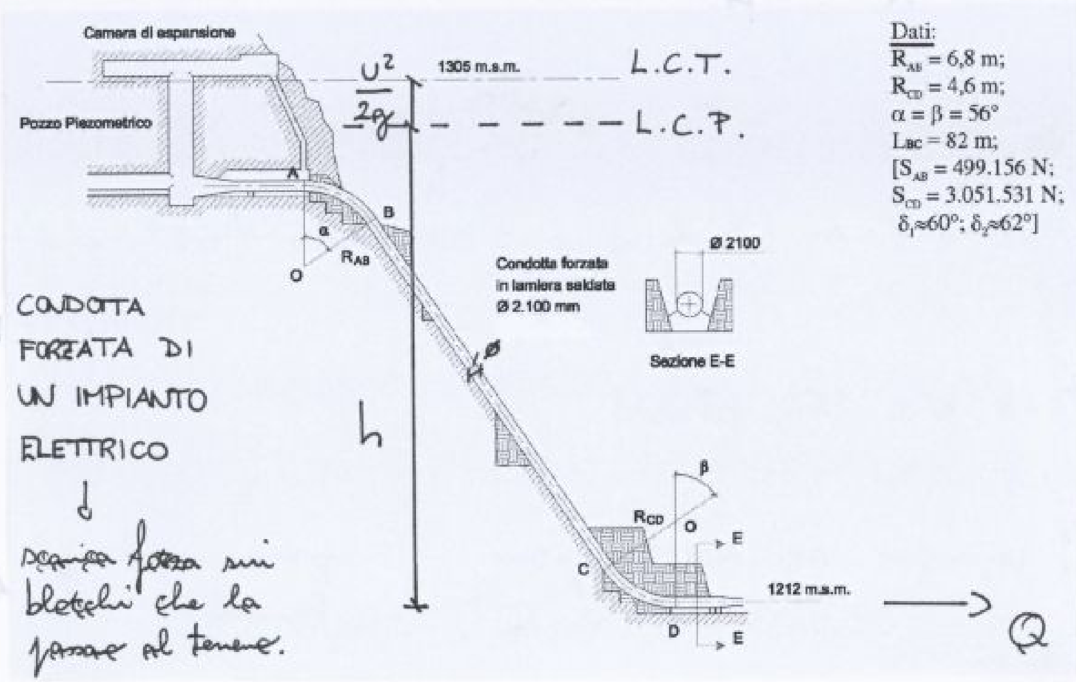
$|M_B| = |M_c| = 157'358 \text{ N}$

$(M_c)_x = |M_c| \cdot \cos\alpha = 157'358 \cdot \cos 45° = 111'268{,}90 \text{ N}$

$(M_c)_z = |M_c| \cdot \sin\alpha = 157'358 \cdot \sin 45° = 111'268{,}90 \text{ N}$

ESERCIZIO 3:

Assegnata la sezione longitudinale di una condotta forzata, nota la geometria della stessa, la portata ($14\ m^3/s$), la quota del piano dei carichi totali (1'305 m s.l.m.), e nell'ipotesi di perdite trascurabili, determinare le spinte sui tronchi di condotta AB, CD.



Area della condotta forzata:

$$A = \frac{\pi}{4}\phi^2 = \frac{\pi}{4}\cdot 2,1^2 = 3,46\ m^2$$

$$U = \frac{Q}{A} = \frac{14}{3,46} = 4,05\ m/s$$

$$\frac{U^2}{2g} = \frac{4,05^2}{2\cdot 9,81} = 0,84\ m$$

$$C.T. = 1'305\ m \rightarrow C.P. = C.T. - \frac{U^2}{2g} = 1'304,16\ m$$

$$M_1 = M_2 = B \cdot p \cdot Q \cdot U = 1 \cdot 1000 \cdot 24 \cdot 4{,}05 = 56700\ N = 56{,}7\ kN$$

$$\vec{G} + \vec{\Pi_0} + \vec{\Pi_1} + \vec{\Pi_2} + \vec{M_1} - \vec{M_2} = 0$$

$$\vec{S} = -\vec{\Pi_0} = \vec{G} + \vec{\Pi_1} + \vec{\Pi_2} + \vec{M_1} - \vec{M_2}$$ → ATT. è una equazione vettoriale!

$\downarrow$ $\vec{S_v} = \vec{G}$ e $\vec{\Pi_1}$ e $\vec{M_1}$

componente verticale

$$\downarrow \vec{S_v} = G + \left[(\Pi_1 + M_1) \cdot \sin B\right] =$$

$$\vec{S_v} = 152{,}45 + \left[(3057{,}15 + 56{,}7) \cdot \sin 56°\right] = +2733{,}95\ kN$$

→ $\vec{S_o} = \vec{\Pi_2}$ e $\vec{M_2}$ e $\vec{\Pi_1}$ e $\vec{M_1}$

componente orizzontale

$$\rightarrow \vec{S_o} = \left[(\Pi_1 + M_1) \cdot \cos B\right] - \Pi_2 - M_2 =$$

$$\vec{S_o} = \left[(3057{,}15 + 56{,}7) \cdot \cos 56°\right] - 3224{,}96 - 56{,}7 = -1440{,}42\ kN$$

il risultato è negativo xhé la forza va a sx e non a dx come supposto.

ESERCIZIO 4:

Nel sistema in figura, posto in un piano verticale, defluisce olio che si può ritenere si comporti come un liquido perfetto. Determinare le componenti So orizzontale e Sv verticale della spinta che si scarica sulla flangia A-B.

DATI:

$\gamma = 9\,316\ N/m^3$

$D_1 = 0{,}3\ m$

$D_2 = 0{,}2\ m$

$C_c = 0{,}85$

$a = 0{,}5\ m$

$b = 0{,}3\ m$

$c = 1\ m$

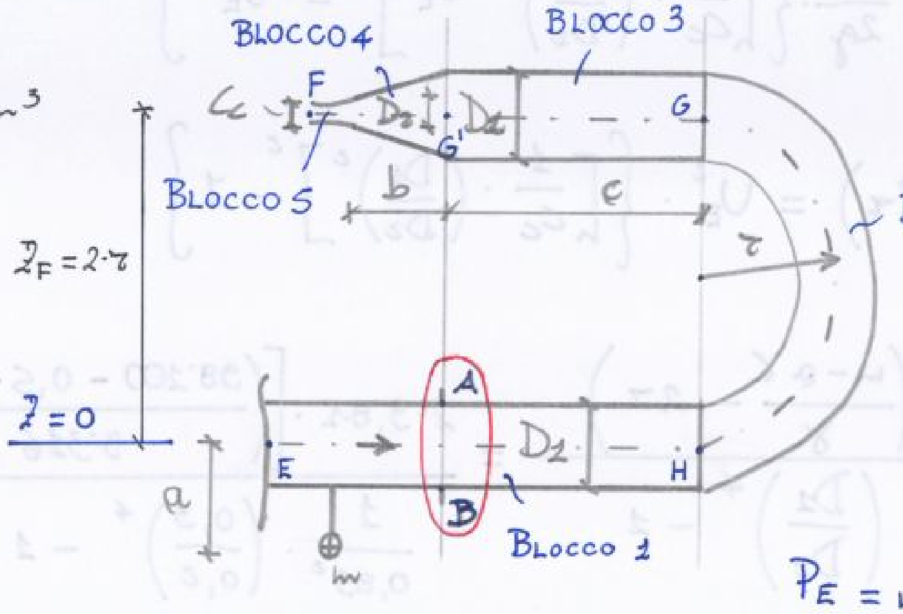
$r = 0{,}55\ m$

$m = 1\ kg/cm^2$ // 98 100

So ? Sv ?

Forze in gioco:

$\vec{P} - \vec{M_u} - \vec{M_e} - \vec{S_v} - \vec{S_o}$



$P_E = m - a \cdot \gamma$

↳ affondamento

Con T. B. trovo la velocità all'uscita e all'entrata

$$\boxed{Q_E = Q_F = \Omega_E \cdot U_E = \Omega_F \cdot U_F}$$

$$U_F = \frac{\Omega_E}{\Omega_F} \cdot U_E$$

U_E INCOGNITA!

$$\boxed{H_E = H_F}$$

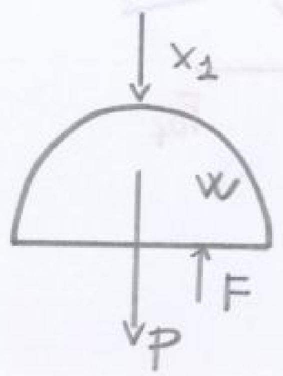
$$\cancel{z_E} + \frac{P_E}{\gamma} + \frac{U_E^2}{2g} = z_F + \cancel{\frac{P_F}{\gamma}} + \frac{U_F^2}{2g}$$

$P_A = h - \gamma \cdot \left(a + \frac{D_1}{2}\right) = 98'100 - 9'316 \cdot \left(0,5 + \frac{0,3}{2}\right) = 92'044,60$ Pa

$P_B = h - \gamma \cdot \left(a - \frac{D_1}{2}\right) = 98'100 - 9'316 \cdot \left(0,5 - \frac{0,3}{2}\right) = 94'839,40$ Pa

(metto – che sono sopra h)

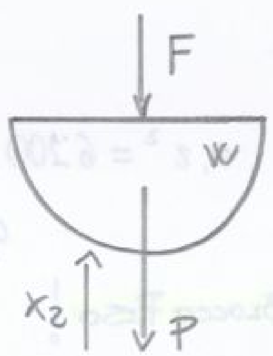
Spinta su una superf. curva:

① 

$P = \gamma \cdot W = 9'316 \cdot \frac{\pi}{4 \cdot 2} \cdot D_1^2 \cdot \ell = 9'316 \cdot \frac{\pi}{8} \cdot 0,3^2 \cdot 1 = 329,26$ N

$F = P_E \cdot \Omega_1 = (h - a\gamma) \cdot D_1 \cdot \ell = (98'100 - 0,5 \cdot 9'316) \cdot 0,3 \cdot 1 = 28'032,60$ N

$X_1 (F_{A1}) = F - P = 28'032,60 - 329,26 = 27'703,34$ N

② 

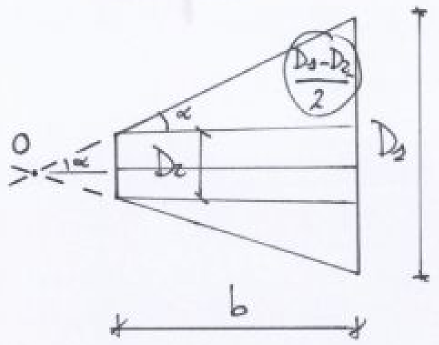
$P = 329,26$ N
$F = 28'032,60$ N
} Calcolo analogo al precedente.

$X_2 (F_{B1}) = F + P = 28'032,60 + 329,26 = 28'361,86$ N

$F_{V1} = F_{B1} - F_{A1} = 28'361,86 - 27'703,34 = 658,52$ N

N.B. Non serviva fare tutti questi conti, bastava fare $\vec{F_c} + \vec{P} = 0$!!

$$\frac{D_1 - D_2}{2} = b \cdot tg\,\alpha \quad \rightarrow \quad \alpha = arctg\,\frac{0,05}{0,3} = 9,46°$$



$$\frac{D_2}{2} = h \cdot tg\,\alpha$$

$$h = \frac{0,1}{tg\,\alpha} = 0,6\ m$$

$$\left[W_{cono} = \frac{\pi}{3} \cdot r^2 \cdot h \right]$$

semicirconfer(enza) (h calcolata)

$\widehat{GH} = \underbrace{\pi \cdot r}$

W = volume cono grande − volume cono piccolo

$$P_2 = \gamma \cdot W = 9316 \cdot \frac{\pi}{4} \cdot D_1^2 \cdot \widehat{GH} = 9316 \cdot \frac{\pi}{4} \cdot 0,3^2 \cdot (\pi \cdot 0,55) =$$

$P_2 = 1137,82\ N$ ok.

$$\boxed{S = 658,52 + 1137,82 + 658,52 + 139,02 = 2593,88\ N = S_V}$$

ok.

Equilibrio delle forze orizzontali sul tronco di cono:

$$\overset{+}{\rightarrow} \quad 2F_{O_4} - F_4 - M_{e_4} + M_{u_4} = 0$$

$$2F_{O_4} = 5880,67 + 1957,96 - 5282,84 = 2655,78\ N$$

ok.

in cui:

$M_{e_4} = 1957,96\ N$ (1)

$M_{u_4} = 5282,84\ N$ (2)

e

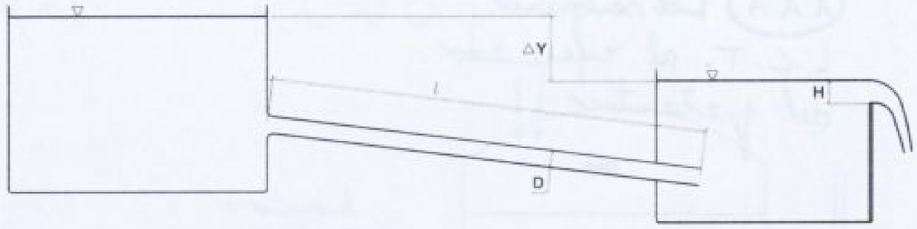
$$F_4 = \left[m - (2 \cdot r + a) \cdot \gamma \right] \cdot \frac{\pi}{4} \cdot D_1^2 =$$

$$F_4 = \left[98100 - (2 \cdot 0,55 + 0,5) \cdot 9316 \right] \cdot \frac{\pi}{4} \cdot 0,3^2 = 5880,67\ N \quad (3)$$

Esercitazione n. 5 (Piezometriche brevi condotte: tubo liscio, abaco di Moody)

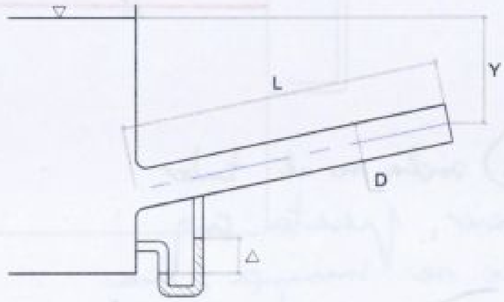
Valutare il dislivello fra le superfici libere di due serbatoi collegati mediante un condotto liscio di diametro D e lunghezza l, ad imbocco raccordato, sapendo che nel serbatoio a valle è inserito uno stramazzo Bazin largo L, da cui l'acqua effluisce sotto il carico H. Tracciare le linee dei carichi totali e dei carichi piezometrici. (Stramazzo: $Q = 0.4\, LH\,(2gH)^{1/2}$)
Dati: $D = 0{,}10$ m; $l = 10$ m; $H = 0{,}10$ m; $L = 0{,}50$ m; $\rho = 1000$ kg/m^3; $\mu = 10^{-3}$ Ns/m^2. [$\Delta Y = 1{,}55$ m]

① an.



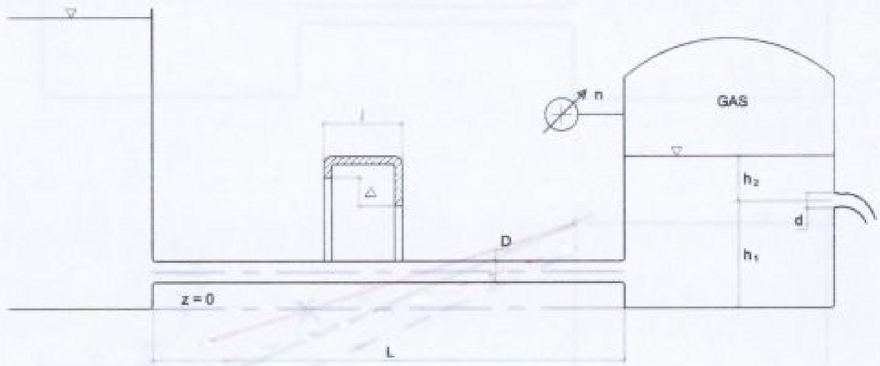
② an.

Da un serbatoio si stacca un condotto in cui è inserito un manometro differenziale a mercurio con una presa nel serbatoio ed una immediatamente a valle dell'imbocco raccordato. Determinare la portata di acqua effluente all'aria e la scabrezza ε del condotto. Tracciare le linee dei carichi totali e dei carichi piezometrici.
Dati: $D = 0{,}025$ m; $L = 5$ m; $\nu = 10^{-6}$ m^2/s; $\Delta = 0{,}01$ m; $Y = 1$ m; $\gamma = 9800$ N/m^3; $\gamma_m = 133300$ N/m^3.
[$Q = 0.77$ l/s; $\varepsilon = 2\cdot 10^{-4}$ m]



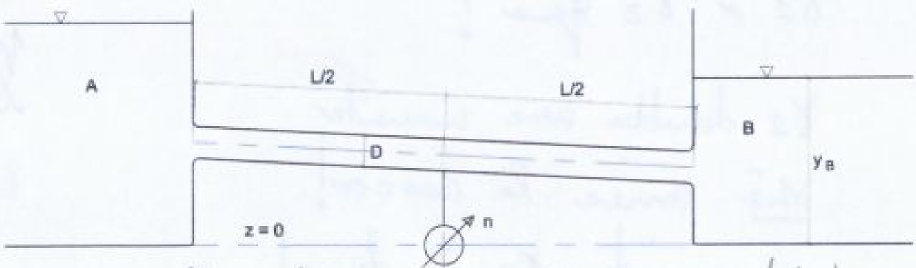
③ an.

Da un recipiente in pressione effluisce tramite una luce circolare in parete sottile di diametro d una portata Q di acqua a 20°C che viene recapitata al serbatoio da una condotta in ghisa ($\varepsilon = 5\cdot 10^{-4}$ m). Note l'indicazione n del manometro metallico inserito nella parte superiore del recipiente di valle e quella del manometro differenziale ad olio, determinare, il diametro necessario a convogliare la portata con le assegnate perdite di carico, ed il livello nel serbatoio di monte. Tracciare le corrispondenti linee dei carichi totali e piezometrica. Dati: $L = 50$ m; $l = 5$ m; $h_1 = 3$ m; $h_2 = 1$ m; $d = 0{,}10$ m; $n = 0{,}4$ kg/cm^2; $\nu = 10^{-6}$ m^2/s; $\gamma = 9800$ N/m^3; $\gamma_m = 7840$ N/m^3; $\Delta = 0{,}25$ m. [$D = 0.20$ m; $h_{MONTE} = 8.6$ m]

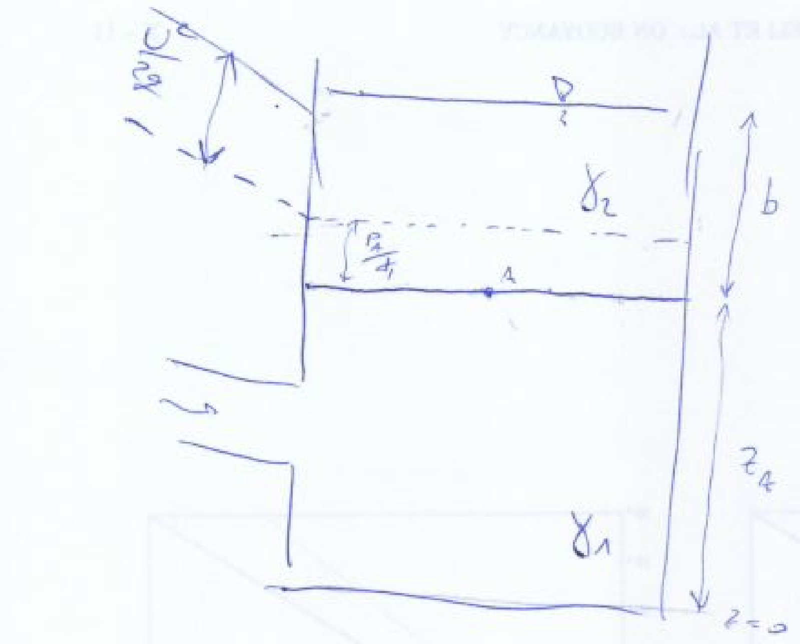


Altri esercizi:

Due serbatoi A e B sono collegati da una condotta con imbocco raccordato di diametro D e asperità media ε. Note: la geometria del sistema, l'indicazione n di un manometro metallico con il centro posto sul piano di riferimento z = 0 e inserito nella sezione di mezzeria della condotta, la viscosità cinematica ν del liquido, determinare la portata convogliata dalla tubazione ed il livello nel serbatoio A. Tracciare inoltre la linea dei carichi totali e la piezometrica.
$L = 100$ m; $y_B = 4{,}9$ m; $D = 0{,}50$ m; $\varepsilon = 5\cdot 10^{-4}$ m; $n = 0{,}5$ kg/cm^2; $\nu = 1{,}3\cdot 10^{-6}$ m^2/s (H_2O a 10°C). [$Q = 0.194$ m^3/s; $y_A = 5.15$ m]



Si può arrivare alla soluzione con ② + procedimento → soluz. iterativa
o eq
Re $\sqrt{\lambda}$ = ...



$p_A = \gamma_2 \cdot b$

$h_1 = z_A + p_A / \gamma_1$

$= z_A + \frac{\gamma_2}{\gamma_1} \cdot b$

$\frac{\gamma_2}{\gamma_1} < 1$

$J = \beta \frac{Q^2}{D^n}$

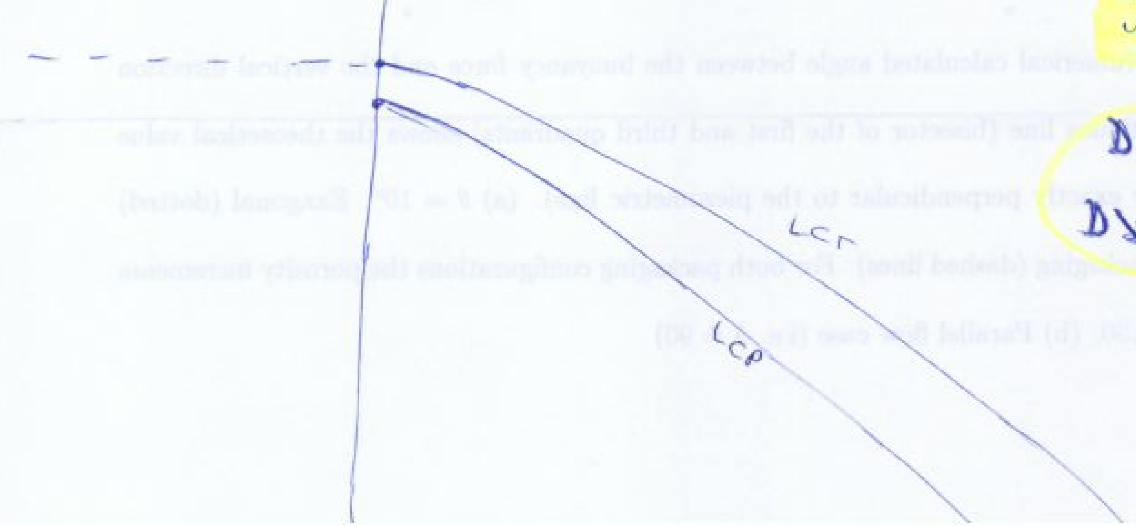
D ↘ J ↗

D ↘ U ↗

cost

Energia

$\sum$ cost



© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 67 di 192

PERDITE DI CARICO DISTRIBUITE:

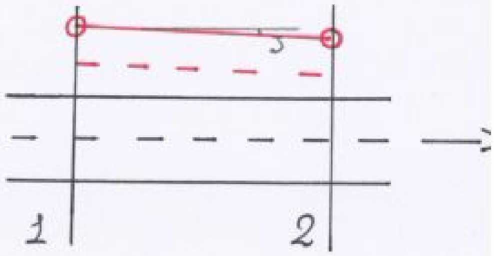
→ Fluidi reali → NON × fluidi perfetti!

→ Dissipazioni → perdite di carico → dove il fluido si muove

fluido perfetto:

il carico totale si mantiene costante (rettilineo)

fluido reale:



dissipazioni → carico totale diminuisce
↓
Andamento rettilineo ma con pendenza → PERDITA DI CARICO × DIST. UNITARIA

! Ci interessa quantificare l'entità di questa dissipazione e la conseguente perdita di carico!

J : cadente piezometrica

$$\frac{\partial H}{\partial s} = -J$$

integrando: $\underbrace{H_1 - H_2 = J \cdot L}_{\text{bilancio energetico}}$

ZONA 1 → MOTO LAMINARE → 1 curva!

$\lambda = \frac{64}{Re}$ → vale per una condotta circolare.

↳ la scabrezza non conta nulla, non interviene e non si hanno perdite di carico.

(anche xkè essendo laminare, il moto è turbolento

ZONA 2 → MOTO TURBOLENTO (situazione di transizione) → + curve

$$\begin{cases} \text{TUBO LISCIO} \quad (\varepsilon = 0) \rightarrow \lambda = \lambda(Re) \\ \text{TUBO SCABRO} \quad (\varepsilon \neq 0) \rightarrow \lambda = \lambda\left(Re, \frac{\varepsilon}{D}\right) \end{cases}$$

ZONA 3 → MOTO PERMANENTE (pienamente sviluppato) → + curve

↓ le caratteristiche di attrito non cambiano più.

$\lambda = \lambda\left(\frac{\varepsilon}{D}\right)$ → si perde la dipendenza dal N° Reynolds.

↓

Non contano più gli sforzi di tipo tangenziale.

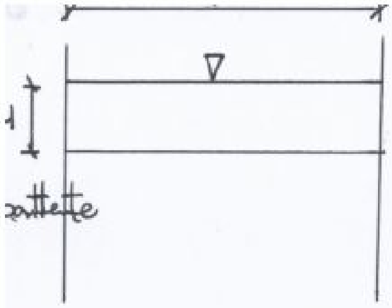
Contano gli sforzi di tipo turbolento. → influenzati dalla scabrezza (> scabrezza > sforzo)

FORMULA DI COLEBROOK – WHITE:

$$\boxed{\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \log_{10}\left(\frac{2,5}{Re\sqrt{\lambda}} + \frac{\varepsilon/D}{3,71}\right)}$$

è la formula più generale possibile!

Vale per la zona 2 e 3 (moto turbolento)



$$Q = \underbrace{C_Q}_{\text{rettangolare}} \cdot L \cdot H \cdot \underbrace{\sqrt{2 \cdot g \cdot H}}_{\text{velocità}} =$$

$$Q = 0,4 \cdot 0,50 \cdot 0,10 \cdot \sqrt{2 \cdot 9,81 \cdot 0,10}$$

$$Q = 0,028\ m^3/s = 28\ l/s \quad (\text{portata})$$

Velocità della corrente all'interno della condotta $\rightarrow$ $U = \dfrac{Q}{A} = \dfrac{Q}{\pi \cdot r^2} = \dfrac{Q}{\pi \cdot \left(\frac{D}{2}\right)^2} = \boxed{\dfrac{0,028}{\pi \cdot \left(\frac{0,10}{2}\right)^2}}$

$$U = 3,56\ m/s$$

<u>segue</u>: $\dfrac{U^2}{2g} = \dfrac{3,56^2}{2 \cdot 9,81} = 0,65\ m$

(termine cinetico)

<u>N.B.</u> In condizioni stazionarie la portata che esce dal serbatoio è uguale a quella che entra dalla condotta.

$$Re = \overset{\frac{\rho U D}{\mu}}{\dfrac{U \cdot D}{\nu}} = 3,56 \cdot 10^5 >> 2\,000 \rightarrow \text{ZONA DI MOTO TURBOLENTO}$$

$\Delta Y = \dfrac{U^2}{2g} + J \cdot l$ $\rightarrow$ graficamente da disegno

ΔY $\rightarrow$ relazione analitica $\rightarrow$ bilancio energetico!

$$H_1 - H_2 = J \cdot l$$

$H_1 = h_1 + \cancel{\dfrac{U_1^2}{2g}} \rightarrow 0$ $\rightarrow$ <u>xkè</u> nel serbatoio!

$H_2 = h_2 + \dfrac{U_2^2}{2g}$ $\rightarrow$ $U = U_2 = U_1$

ESERCIZIO 2:

Da un serbatoio si stacca una condotta in cui è inserito un manometro differenziale a mercurio con una presa nel serbatoio ed una immediatamente a valle dell'imbocco raccordato.
Determinare la portata di acqua effluente all'aria e la scabrezza ε del condotto.
Tracciare le linee dei carichi totali e dei carichi piezometrici.

DATI:

$D = 0{,}025$ m

$L = 5$ m

$\nu = 10^{-6}\ \frac{m^2}{s}$

$\Delta = 0{,}01$ m

$Y = 1$ m

$\gamma = 9800$ N/m³

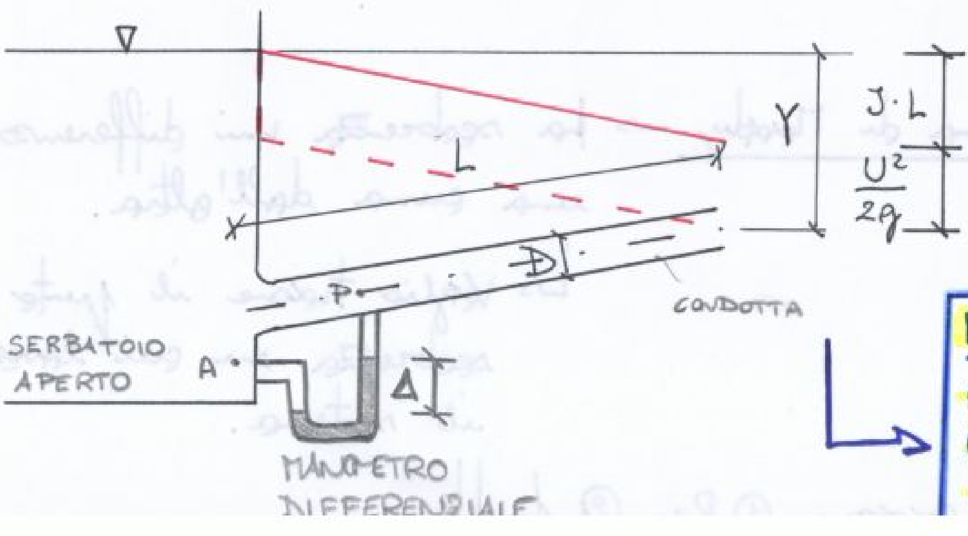
$\gamma_m = 133300$ N/m³ → Hg

Q ?

ε ?

1° cosa (come sempre) → L.C.T. → sez. monte
↘ L.P. → sez. valle
(L.C.P.)

L.C.P. ——
L.P. – – –
(L.C.P.)



N.B. P si trova proprio all'inizio della condotta (dist. molto piccola) altrimenti Q sarebbe con

BILANCIO DI ENERGIA.

$$Y = \frac{U^2}{2g} + J \cdot L$$

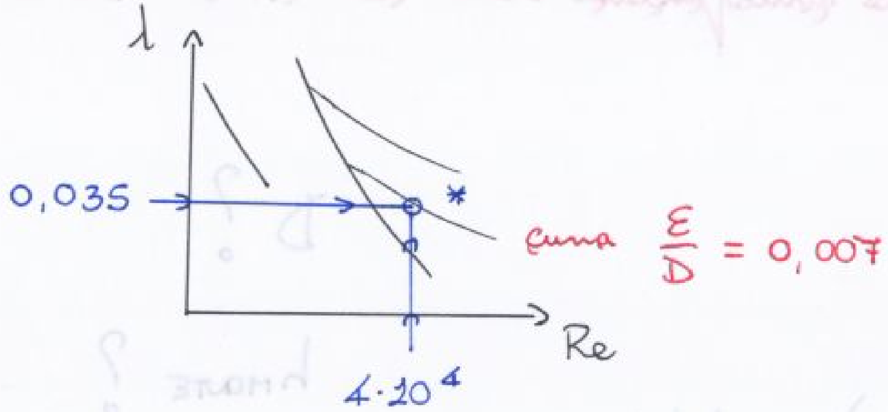
$$1 = \frac{1{,}57^2}{2 \cdot 9{,}81} + J \cdot 5 \rightarrow J\,?$$

$$J = \frac{1 - \frac{1{,}57^2}{2 \cdot 9{,}81}}{5} = 0{,}175 < 1 \quad \text{ok!}$$

$$J = \lambda \cdot \frac{U^2}{2 \cdot g \cdot D} \rightarrow \lambda = \frac{J \cdot 2 \cdot g \cdot D}{U^2} = \frac{0{,}175 \cdot 2 \cdot 9{,}81 \cdot 0{,}025}{1{,}57^2}$$

$$\lambda = 0{,}035$$

D. MOODY →

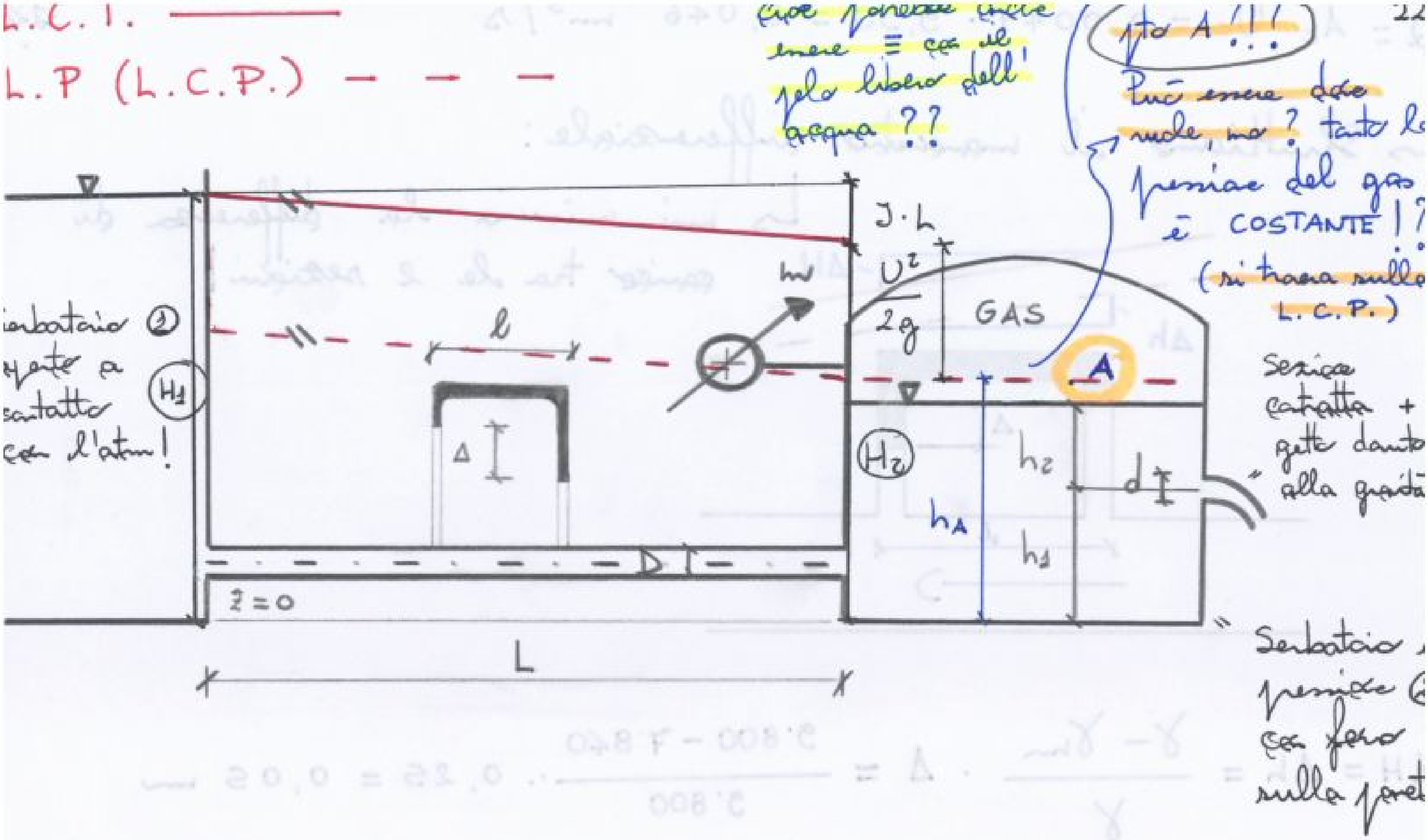


$$\frac{\varepsilon}{D} = 0{,}007 \rightarrow \varepsilon = D \cdot 0{,}007 = 0{,}025 \cdot 0{,}007 = 0{,}000175 \text{ m}$$

$$\varepsilon = 0{,}175 \text{ mm} \cong 2 \cdot 10^{-4} \text{ m}$$

ok.

ATT. Potrebbe capitare che il pto stia tra le 2 curve.
In quel caso deve essere fatta una media dei valori!



Serbatoio ②:

P_{GAS} → COST. sempre!

$$P_{GAS} = P_A = m \cdot 98\,000 = 0{,}4 \cdot 98\,000 = 39\,200 \ Pa$$

N.B. Da kg/cm^2 a Pa, moltiplico per 98 000 !!!

$$h_A = z_A + \frac{P_A}{\gamma} = (h_1 + h_2) + \frac{P_A}{\gamma} = (3+1) + \frac{39\,200}{9\,800} = 4 + 4 = 8 \ m$$

Portata: $Q = A_c \cdot U_c$

$$A_c = C_c \cdot \frac{\pi}{4} \cdot d^2 = \underset{\text{(sempre)}}{0{,}6} \cdot \frac{\pi}{4} \cdot 0{,}10^2 = 0{,}0047 \ m^2$$

$$U_c = \sqrt{2 \cdot g \cdot \underbrace{(h_A - h_1)}_{\text{battente}}} = \sqrt{2 \cdot 9{,}81 \cdot (8 - 3)} = 9{,}90 \ m/s$$

battente → serbatoio in pressione: quando il livello piezometrico non è il livello dell'acqua!

Procedendo per iterazione si ottiene: $D = 0,20\ m = 20\ cm$

(1° richiesta del problema ok.)

2° richiesta: $H_{MONTE} \rightarrow H_1$?

termine cinetico

$$H_1 = H_2 + J \cdot L = \left(h_A + \frac{U^2}{2 \cdot g}\right) + J \cdot L =$$

$$= \left(8 + \underbrace{\frac{2,20}{2 \cdot 9,81}}_{0,11}\right) + (0,01 \cdot 50) = 8,6\ m$$

↳ è l'entità delle perdite di carico distribuite.

ok.

N.B.

U ? $\rightarrow$ $U = \frac{Q}{A}$

$$A = \pi \cdot r^2 = \pi \cdot \left(\frac{D}{2}\right)^2 = \pi \cdot \left(\frac{0,20}{2}\right)^2 = 0,031\ m^2$$

$Q \rightarrow$ quale uso ? $\rightarrow$ $0,046\ m^3/s$ $\rightarrow$ è la portata Q che effluisce!!

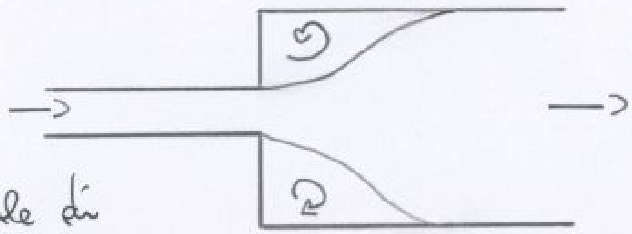
$$U = \frac{Q}{A} = \frac{0,046}{0,031} = 1,48\ m/s \rightarrow U^2 = 2,20\ m^2/s^2$$

ok

PERDITE DI CARICO LOCALIZZATE:

1→ Perdite lungo punti precisi.

2→ Dipendono da un cambiamento della geometria del problema.



...lena
principale di
fluido che
si muove da
sx a dx.

② formazione di vortici
(senza zona di ristagno)

il fluido si muove
ma non va da nessuna par...
Viene consumata energia!

Ci interessa valutare la perdita
di carico per queste dissipa...

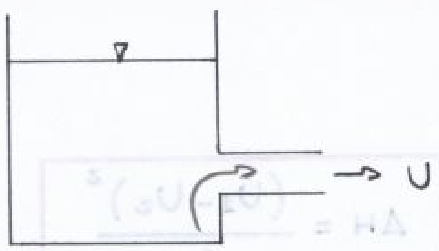
$$\Delta H = k \frac{U^2}{2g}$$

termine cinetico

PROPORZIONALITÀ TRA TERMINE CINETICO e PERDITA DI CARICO.

CASI PIÙ RICORRENTI:

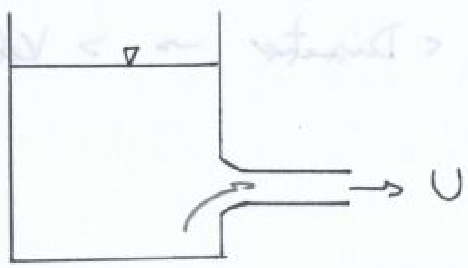
A)



IMBOCCO NON RACCORDATO. (a spigolo vivo)

$k = 0{,}5$

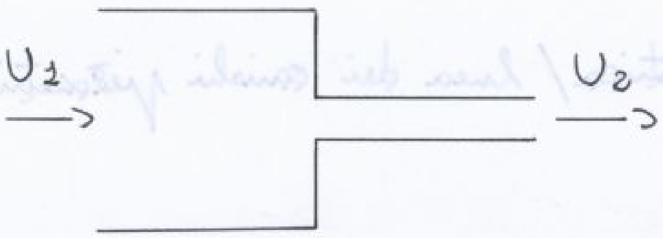
B)



IMBOCCO BEN RACCORDATO

$k \simeq 0 \rightarrow \simeq 0 \rightarrow \Delta H$

Nel caso di brusco restringimento:



$$\boxed{\Delta H = k \frac{U_2^2}{2g}}$$

si prende sempre il termine di valle per il caso cinetico

$$k = f\left(\frac{D_2}{D_1}\right) \Longrightarrow \frac{D_2}{D_1} \uparrow \,,\; k \uparrow$$

Legge di Darcy:

$$\boxed{J = \mathcal{R} \frac{Q^2}{D^m}}$$

→ m → 5 ; → 5,33

→ $\mathcal{R}$: tiene conto della scabrezza

Legge di Chezy:

$$\boxed{J = \frac{U^2}{C^2 R}}$$

(vale anche per correnti a pressione di canali ecc.)

J : cadente

R : raggio idraulico del problema

$\left(R = \frac{\text{Area}}{\text{Perimetro}}\right)$ per sezione circolare è pari a $\frac{D}{4}$

C : coeff.

$(C = k \cdot R^{1/6})$

ES. Strickler → dipende dal materiale che costit. la condotta

ESERCIZIO 1:

La condotta indicata in figura è costituita da 2 tratti di diametri rispettivamente d_1 e d_2, lunghezza l_1 e l_2 e scabrezza corrispondenti ai coeff. di Darcy β_1 e β_2.
Noti il carico Z_1 nel serbatoio e la quota Z_2 del centro della sezione di sbocco, determinare la portata Q effluente all'aria (dalla condotta)

DATI:

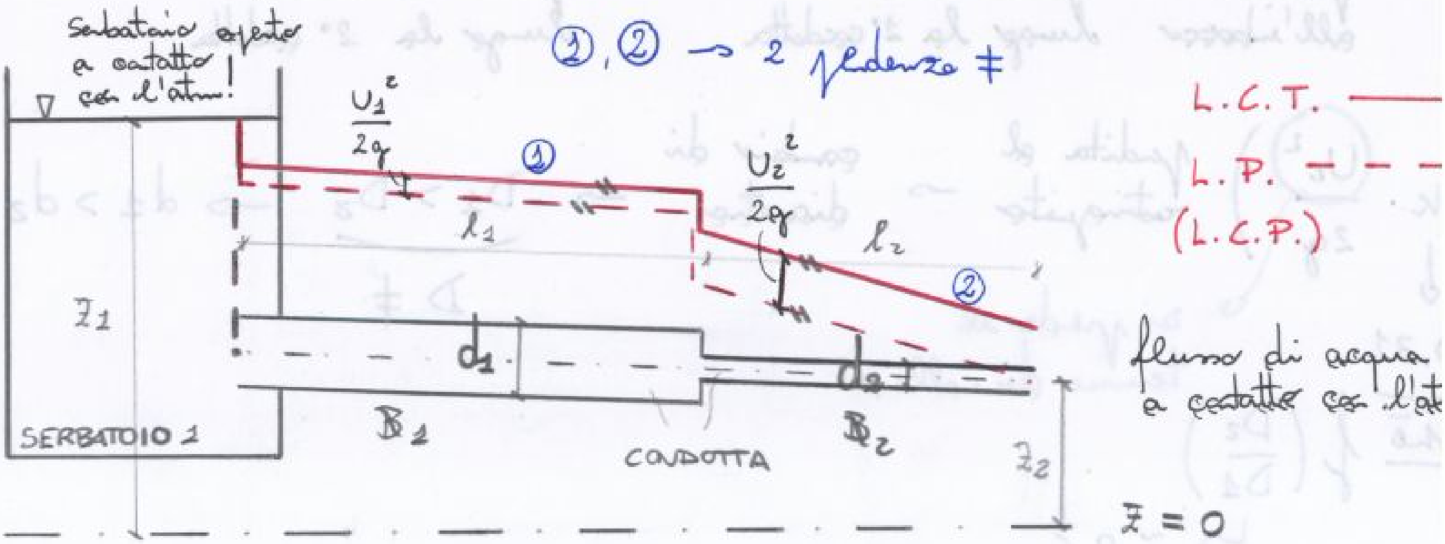
$l_1 = 45$ m ; $l_2 = 25$ m

$d_1 = 470$ mm ; $d_2 = 300$ mm

$Z_1 = 10$ m ; $Z_2 = 5$ m

Tubi nuovi acciaio/ghisa
($d < 500$ mm)

$\beta = \underbrace{0,00164}_{a} + \underbrace{0,0000462}_{b}/d$



Perdita di carico dovuta:

→ imbocco.

→ cambio di diametro.

→ percorso sull'intera lunghezza della condotta.

N.B. < D → > V → pendenza > → dissipazione >

$$H_1 - H_2 = \sum \Delta H$$

$$z_1 - \left(z_2 + \frac{U_2^2}{2g} \right) = \frac{U_1^2}{2g} + J_1 \cdot l_1 + k \cdot \frac{U_2^2}{2g} + J_2 \cdot l_2$$

$$z_1 - z_2 = \frac{Q^2}{A_2^2 \cdot 2g} + \frac{Q^2}{A_1^2 \cdot 2g} + B_1 \cdot l_1 \cdot \frac{Q^2}{d_1^5} + k \cdot \frac{Q^2}{A_2^2 \cdot 2g} + B_2 \cdot l_2 \cdot \frac{Q}{d}$$

$$z_1 - z_2 = Q^2 \cdot \left(\frac{1}{A_2^2 \cdot 2g} + \frac{1}{A_1^2 \cdot 2g} + \frac{B_1 \cdot l_1}{d_1^5} + \frac{k}{A_2^2 \cdot 2g} + \frac{B_2 \cdot l_2}{d_2^5} \right)$$

$$A_1 = \pi \cdot r_1^2 = \pi \cdot \left(\frac{d_1}{2} \right)^2 = \pi \cdot \left(\frac{0,47}{2} \right)^2 = 0,173 \text{ m}^2$$

$$A_2 = \pi \cdot r_2^2 = \pi \cdot \left(\frac{d_2}{2} \right)^2 = \pi \cdot \left(\frac{0,30}{2} \right)^2 = 0,070 \text{ m}^2$$

$l_1 = 45$ m

$l_2 = 25$ m

$z_1 = 10$ m

$z_2 = 5$ m

Q ?

1° termine $\to z_1 - z_2 \to 10 - 5 \to 5$ m

2° termine $\to \frac{1}{0,07^2 \cdot 2 \cdot 9,81} + \frac{1}{0,173^2 \cdot 2 \cdot 9,81} + \frac{1,74 \cdot 10^{-3} \cdot 45}{0,47^5} +$

$$+ \frac{0,31}{0,07^2 \cdot 2 \cdot 9,81} + \frac{1,79 \cdot 10^{-3} \cdot 25}{0,30^5} =$$

ESERCIZIO 2:

Determinare quale portata passa fra 2 serbatoi collegati da 2 tronchi di tubazione in serie come indicato in figura.
Tracciare le linee dei carichi totali e piezometrica.

DATI:

$D_1 = 125$ mm

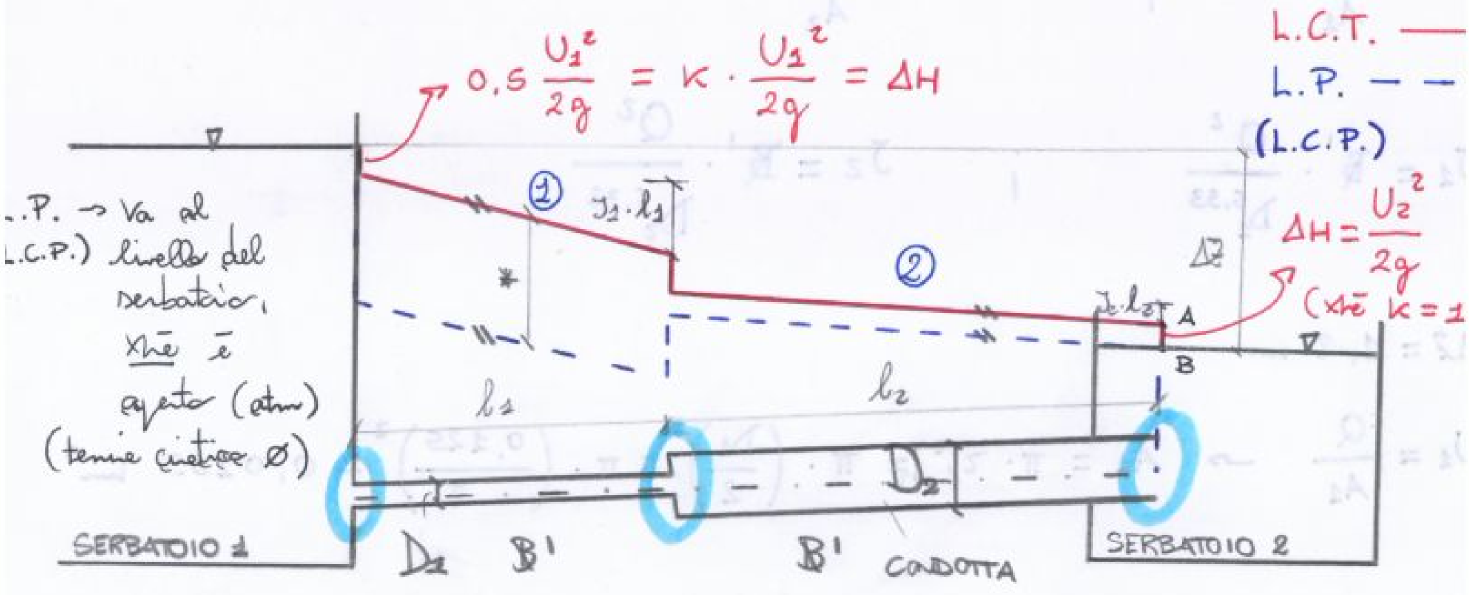
$D_2 = 200$ mm

$l_1 = 5$ m

$l_2 = 10$ m

$\Delta Z = 2,2$ m

$\beta' = 0,0019 \frac{s^2}{m^{2/3}}$ → x tutti e 2 i tratti uguali



* → termine cinetico > xkè v > → $d_1 < d_2$

①, ② → 2 pendenze ≠ → $P_1 > P_2$ xkè $d_2 > d_1$

L.C.T. → " so da dove parto " (MONTE)

L.P. → " so dove arrivo " (VALLE)

Perdite di carico

$$\Sigma \Delta H_i = 0{,}5 \frac{Q^2}{A_1^2 \cdot 2g} + B' \cdot \frac{Q^2}{D_1^{5,33}} \cdot l_1 + \frac{\left(\frac{Q}{A_1} - \frac{Q}{A_2}\right)^2}{2g} +$$

$$+ B' \cdot \frac{Q^2}{D_2^{5,33}} \cdot l_2 + \frac{Q^2}{A_2^2 \cdot 2g}$$

$$\Sigma \Delta H_i = Q^2 \cdot \left(\frac{0{,}5}{0{,}0123^2 \cdot 2 \cdot 9{,}81} + 0{,}0019 \cdot \frac{5}{0{,}125^{5,33}} + \frac{\left[\frac{0{,}0314^2 - 0{,}0123^2}{(0{,}0123 \cdot 0{,}0314)^2}\right]}{2 \cdot 9{,}81} +\right.$$

$$\left. + 0{,}0019 \cdot \frac{10}{0{,}2^{5,33}} + \frac{1}{0{,}0314^2 \cdot 2 \cdot 9{,}81} \right) = Q^2 \cdot 1224{,}62$$

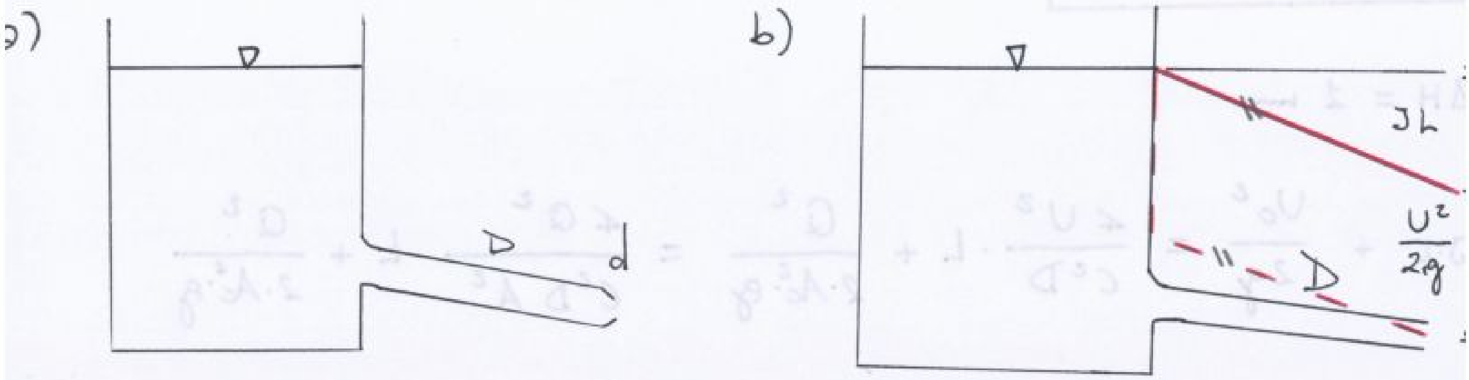
$$\Delta Z = Q^2 \cdot 1224{,}62$$

$$\boxed{Q = 0{,}031 \ m^3/s}$$

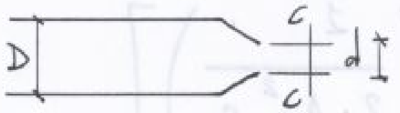
Maggiore perdita: tratto 1° condotta $\rightarrow B' \frac{l_1}{D_1^{5,33}} = 618{,}29 \ \frac{s^2}{m^8}$

Siccome la tratta è molto breve rispetto alla L totale, si è tracciata una linea sola avente pendenza costante, poiché ininfluente

2 CASI:



effluso con bocchello — effluso senza bocchello



Legge di Chezy: $J = \frac{U^2}{C^2 R}$ → R sez. circolare → $R = \frac{D}{4}$

$C = K \cdot R^{1/6}$
↳ c. Strickler

xké $R = \frac{A}{2P}$ → $A = \pi r$

$2P = 2\pi$

$U = \frac{Q}{A}$ → Q ?

$R = \frac{D}{4} = \frac{0,08}{4} = 0,02$ m

$C = 93 \cdot (0,02)^{1/6} = 48,45 \to 48,5 \ \frac{m^{1/2}}{s}$

$$\boxed{\Delta H = J \cdot L + \frac{U^2}{2g}} \qquad (2° \text{ caso} \rightarrow b)$$

$\Delta H = 1 \text{ m}$

$$J \cdot L + \frac{U^2}{2g} = \frac{4 \cdot U^2}{C^2 D} \cdot L + \frac{U^2}{2g} = U^2 \cdot \left(\frac{4}{C^2 D} \cdot L + \frac{1}{2g} \right)$$

$$1 = U^2 \cdot \left(\frac{4}{C^2 D} \cdot L + \frac{1}{2g} \right)$$

$$\rightarrow \frac{4 \cdot 3}{48{,}5^2 \cdot 0{,}08} + \frac{1}{2 \cdot 9{,}81} = 0{,}1147$$

$1 = U^2 \cdot 0{,}1147$

$$\boxed{U = 2{,}95 \text{ m/s}} \rightarrow Q = U \cdot A = 2{,}95 \cdot \pi \cdot \left(\frac{D}{2}\right)^2 =$$

$$\boxed{Q = 0{,}0148 \text{ m}^3/\text{s} = 14{,}8 \text{ l/s}}$$

as

ANALISI / COMMENTI:

as x grandi potenze di getto

CASO a) $Q \downarrow, U \uparrow$ → Sì bocchello!

CASO b) $\underbrace{Q \uparrow, U \downarrow}_{\text{as x grandi portate}}$ → No bocchello!