NUMERO: 817

DATA: 04/02/2014

APPUNTI

STUDENTE: Zorzi

MATERIA: Meccanica delle Macchine

Prof. Jacazio

CORSO: 1ª parte : Richiami di meccanica di fisica 1
2ª parte : sistemi di trasmissione
3ª parte : princ. sist. di trasmissione ~~....~~ della pot. mecc.
(componenti di)
4ª parte : vibrazioni meccaniche - acustiche

ESAME: SCRITTO: 4 esercizi su argom. diversi
4h di tempo.
no appunti etc...
sì formulario ufficiale (parziale)

$= \dot{\theta}\,\hat{k}$ dove $\hat{k}$ è un versore uscente dalla figura se la rotazione avviene in senso antiorario ed [illegible] entrante se la rotazione è in senso orario

$= \omega \bar{k}$

$$\frac{d\overline{AB}}{dt} = \bar{\omega} \wedge \overline{AB}$$

$$\boxed{\bar{V}_B = \bar{V}_A + \bar{\omega} \wedge \overline{AB}} \quad ①$$

velocità di B — vel. angolare — vettore da A ad B

$\bar{\omega}$ non è caratteristico di un punto, ma rappresenta le proprietà comune di un oggetto; $\bar{\omega}$ è caratteristico di tutto il corpo.

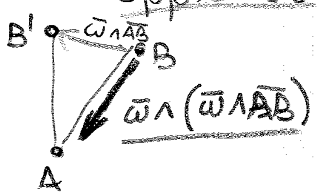
accelerazione ⟹

$$\bar{a}_B = \bar{a}_A + \underbrace{\frac{d\bar{\omega}}{dt}}_{\text{acc. angolare}} \wedge \overline{AB} + \underbrace{\bar{\omega} \wedge \frac{d\overline{AB}}{dt}}_{\bar{\omega} \wedge (\bar{\omega} \wedge \overline{AB})}$$

↳ vettore ⊥ ad AB e modulo BB'

⟹ $\bar{\omega} \wedge \sim$ è un vettore ⊥ ad $(\bar{\omega} \wedge \overline{AB})$

→ opposto ad $\overline{AB}$



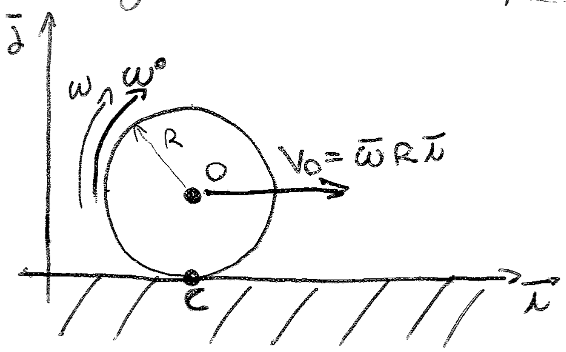
⟹ $$\boxed{\bar{a}_B = \bar{a}_A + \frac{d\bar{\omega}}{dt} \wedge \overline{AB} - \omega^2 \overline{AB}} \quad ②$$

① e ② sono le RELAZIONI CINEMATICHE per 2 punti di un corpo rigido

Corpo rigido senza asse di rot. fisso

Trovo il centro di ist. rot. C. In C $V_C=0$, ma $a_C \neq 0$

Immaginiamo di avere un piano e una ruota che gira in senso orario che rotola senza strisciare → no slittamento



O non è centro di rotazione xchè O trasla.

In C la V_C deve essere la stessa della velocità del piano, altrimenti sgommerebbe → C centro ist. rot.
↓
$V_C=0$

$V_O = \bar{\omega} R \bar{i}$

$\bar{a}_O = \frac{d\bar{V}_O}{dt} = \omega^\circ R \bar{i}$

↳ indica la derivata di ω nel tempo

~~Quindi~~ Abbiamo visto che $a_B = a_A + \frac{d\bar{\omega}}{dt} \wedge AB - \omega^2 \overline{AB}$

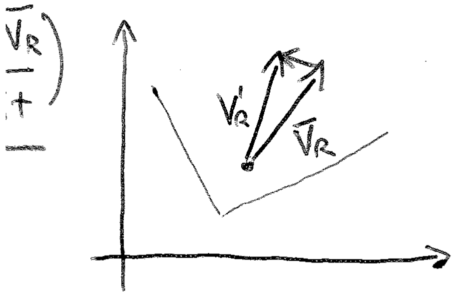
$\longrightarrow \bar{a}_O = a_C + \frac{d\bar{\omega}}{dt} \wedge \overline{CO} - \omega^2 CO = \bar{a}_C + \bar{\omega}^\circ R \bar{i} - \omega^2 R \bar{j}$

$\longrightarrow \cancel{\omega^\circ R \bar{i}} = a_C + \cancel{\omega^\circ R \bar{i}} - \omega^2 R \bar{j}$

$\Longrightarrow a_C = \omega^2 R \bar{j}$

Il punto di contatto a $V_C=0$, ma $a_C = \omega^2 R \bar{j}$

N.B. quando C è sul punto di contatto ha una acc. verso l'alto, mentre quando è in cima alla ruota subisce invece una acc. verso il basso.



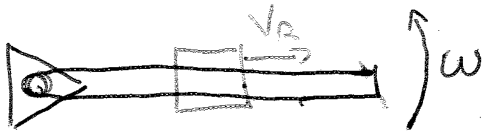
$$\frac{dV_R}{dt} = a_R + \underbrace{\bar{\omega} \wedge \bar{V}_R}$$

→ xchè muovendosi a suo volta P crea una specie di accellerazione

$$\boxed{\bar{a}_P = \bar{a}_T + \bar{a}_R + \underbrace{2\,\bar{\omega} \wedge V_R}}$$

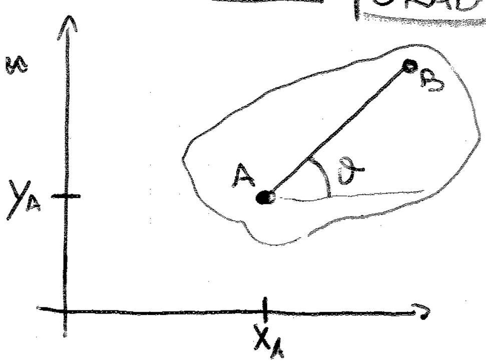
a_C → ACCELLERAZ. DI CORIOLI

ho un giu che ruota e il carrello che gira a sua volta



Subisce anche corioli

GRADI DI LIBERTÀ



Quando A è libero y_A, x_A sono liberi.

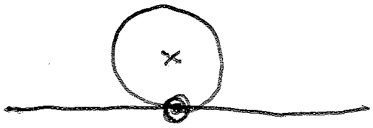
Se però blocco A con una cerniera

$x_A; y_A = $ costante

→ può solo ruotare

La cerniera toglie 2 gradi di libertà → rimane solo la rotazione

ho una ruota che rotola sul piano, il punto di contatto tra ruota e piano
come se fosse una cerniera che non fa strisciare la ruota lasciando solo
grado di libertà alla ruota



FORZE NEGLI ELEMENTI MECCANICI

vo prima di tutto dare una definizione delle forze

possono essere forze:
- esterne
- interne → sono uguali ed opposte

Itre le forze possono essere:
- di contatto
- di campo → dovute a fonti esterne (es. magnetico)
- di superficie

sono forze:
- attive → forze note o regolate dalle leggi in funzione delle grandezze cinematiche
- reattive → le forze che ci sono nei vincoli di cui sappiamo solo dove sono applicate. Dipendono dalle altre forze agenti sull'ogg.

ono forze:
- motrici → generano lavoro positivo
- resistive → " lavoro negativo → si oppongono al moto

orpo in equilibrio

abbiamo un corpo in equilibrio o in moto rett. uniforme

$\bar{R}=0 \rightarrow \bar{M}=0$

$\sum \bar{F}_i = 0$

$\sum \overline{OP}_i \wedge \bar{F}_i + \sum \bar{C}_j = 0$

forze interne — coppie esterne

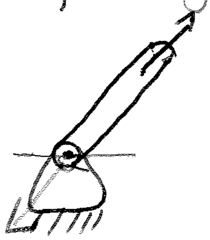
ho un sistema piano la sommatoria delle forze si divide

- $\sum F_x = 0$
- $\sum F_y = 0$ $\rightarrow \sum F_i = 0$

momento deve essere invece $=0$ ⊥ al piano $\rightarrow \sum M_z = 0 \rightarrow \sum M = 0$

questi 3 diverse equazioni rappresentano i 3 gradi di libertà

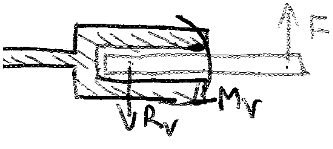
ho un corpo vincolato, il vincolo impedisce dei movimenti → il vincolo crea ~~lle forze grandi~~ quanto basta x tenere il corpo fermo.



→ i vincoli creano delle FORZE DI REAZIONE VINCOLARE che è esattamente uguale alla forza applicata al corpo ed opposta

→ si creano anche delle forze che si oppongono alle coppie → COPPIA VINCOLARE

CERNIERA si oppone quindi ad una forza in direzione radiale creando una forza di reazione vincolare uguale opposta ed applicata al centro della cerniera
Non riesce xò a creare una coppia vincolare (lascia ruotare)



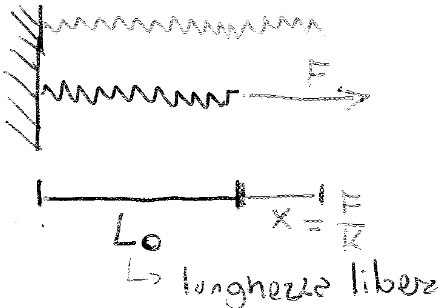
- Una GUIDA LINEARE crea sia una forza di reaz. vinc. che una COPPIA VINCOLARE

10

/03/13

Molle

Prendiamo una molla



K è la RIGIDEZZA → dipende dal materiale, dalle grandezze e dalla lunghezza delle spire

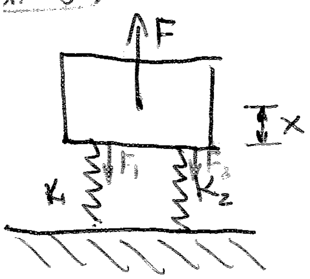
$F = Kx$

Non sempre le relazioni tra forza e rigidezza sono lineari, talvolta se la molla è molto deformata $F = Kx + K'x^3$.

Noi però useremo la relazione lineare → $F = Kx \cancel{+K'x^3}$

Molle in parallelo

Immaginiamo di avere un comp. meccanico collegato a 2 molle con rigidezze diverse



Se applico un F verso l'alto le due molle creeranno 2 forze resistive

$F_1 = K_1 x$

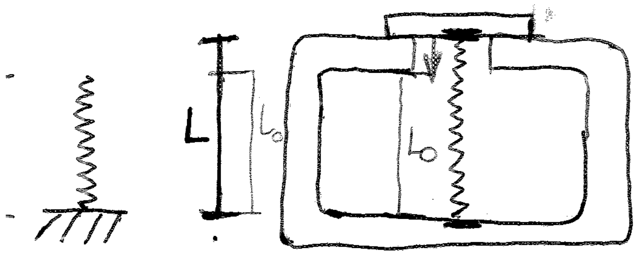
$F_2 = K_2 x$

$F = F_1 + F_2 = K_1 x + K_2 x \longrightarrow$

$\longrightarrow F = (K_1 + K_2) x$

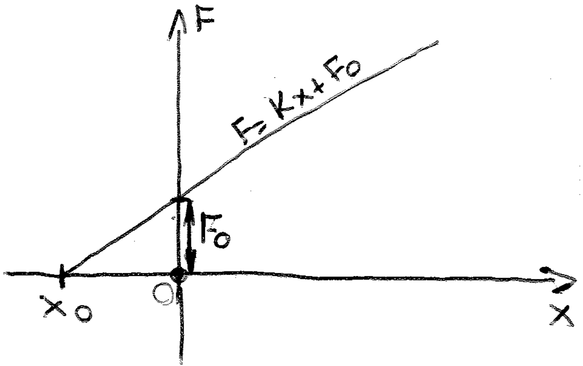
⇒ MOLLE IN PARALLELO → lo spostamento dell'una è uguale a quello dell'altra

Ogni tanto in alcuni apparecchi meccanici si monta delle molle con un certo PRECARICO



$L > L_0$

→ la molla è precaricata



MOLLE DI TORSIONE

Una molla si oppone anche alla torsione, ad una coppia

→ $C = K_T \theta$

K_T → costante di torsione

θ → angolo di torsione

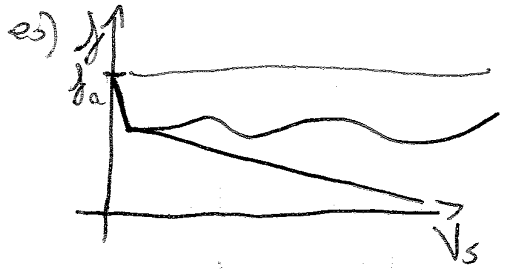
C → coppia

Le stesse regole delle molle a compressione sono applicabili a quelle di torsione

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 17 di 256

- I coef. di attrito dei corpi rigidi sono indipendenti dalla superficie di contatto
- I coef. dipendono dalla temperatura
- Il coef. di attrito varia a seconda della velocità di scorrimento V_s

es)



Noi però lo consideriamo una costante nella > parte dei casi

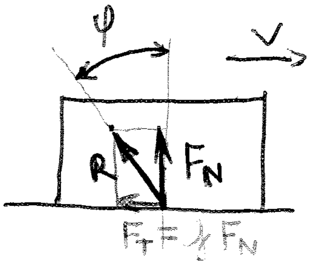
Ci sono xò dei casi dove il coeff. di attrito diminuisce con la velocità di scorrimento

FENOMENI DI ATTRITO COULOMBIANI

- se ho una superficie liscia → f piccola

  rugosa → f grande

  oleosa → f piccola

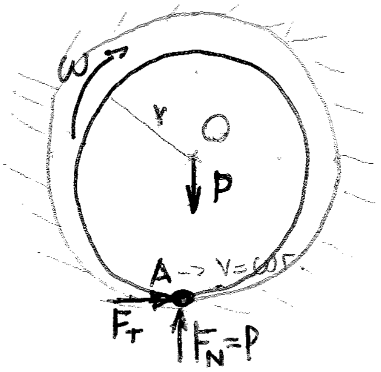
- 

φ = angolo di attrito

$\varphi = \arctan f$

φ_a = angolo aderenza $= \arctan f_a$

φ_a è il max angolo a cui posso inclinare il piano prima che il corpo si muova

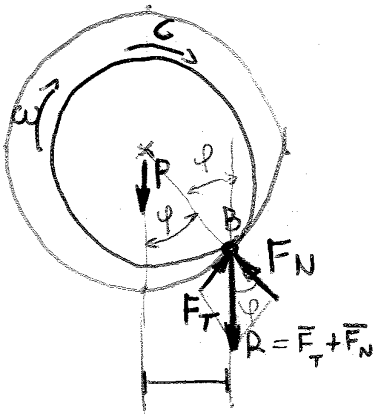


Abbiamo un perno in una boccola.

Se è fermo $F_N = P$ in A

Se invece ruota con ω, in A $V = \omega r$

Si crea una forza di attrito F_T → il perno si muove nella boccola



$R = P$

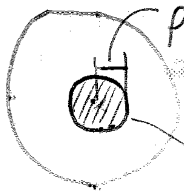
$F_N = P \cos \varphi$

$F_T = P \operatorname{sen} \varphi$

→ per mantenere il perno in B dovrò applicare un'ulteriore coppia C

$C = P \underbrace{r \operatorname{sen} \varphi}$

↳ è il raggio ρ del cosiddetto cerchio di attrito

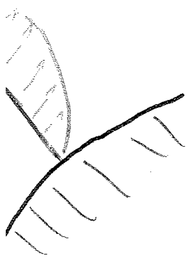


$\rho = r \operatorname{sen} \varphi$

↳ angolo tra forza peso e F_N

→ CERCHIO DI ATTRITO

Viscosità



$$\boxed{\tau = \mu \frac{du}{dy}}$$

→ VISCOSITÀ (viscosità dinamica)

$$[\mu] = \frac{N}{m^2}\,\frac{m}{m/s} = \frac{Ns}{m^2} = \frac{Kg\,\cancel{m}\,\cancel{s}}{s^2\,m^2}$$

$$[\mu]_{SI} = \frac{Kg}{ms}$$

$$\boxed{\nu = \frac{\mu}{\rho}}$$ VISCOSITÀ CINEMATICA

$$[\nu] = \frac{Kg}{ms}\,\frac{m^3}{Kg} = \frac{m^2}{s}$$

spesso xò utilizziamo $[\mu]_{CGS} = \frac{g}{cm\cdot s} = 0{,}1\,\frac{Kg}{m\cdot s}$

CGS: cm, g, sec

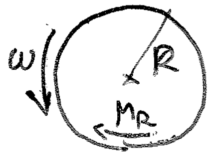
$\frac{g}{cm\cdot s}$ → POISE → P

$$1\,cP = 10^{-3}\,\frac{Kg}{m\cdot s}$$

$$[\nu]_{CGS} = \frac{cm^2}{s} = 10^{-4}\,\frac{m^2}{s} \longrightarrow 1\,cS = 10^{-6}\,\frac{m^2}{s}$$

$\frac{cm^2}{s}$ → STOKES → S

...endiamo un disco rotante che gira in un fluido



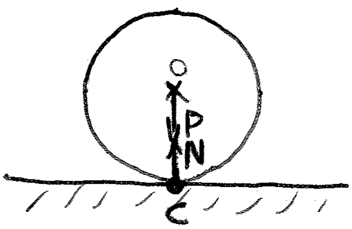
$$\boxed{M_R = \frac{1}{2} \rho \, C_M \, R^5 \omega^2}$$

↳ coeff. momento

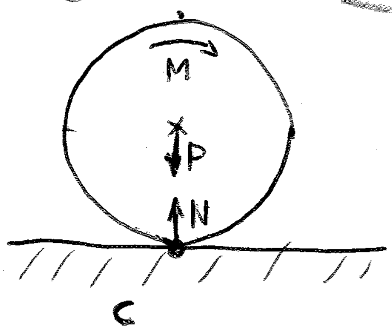
...esistenza al moto di rotolamento senza strisciamento

...to una ruota che rotola senza strisciare nel punto di contatto

Immaginiamo di avere una ruota ferma

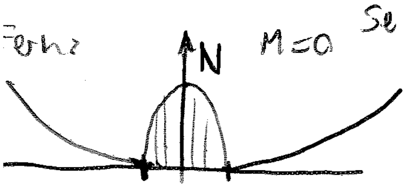


Immaginiamo ora di farla ruotare applicando una coppia M



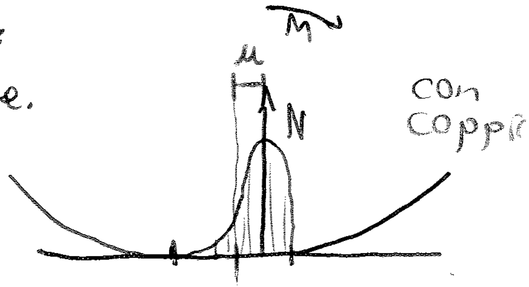
Se M è troppo piccola la ruota non si muove
→ N si sposterà verso dx, opponendosi al moto

Vediamo l'area di contatto ingrandita



Se M = 0 l'area di contatto è simmetrica.

Se applico M l'area si deforma e si oppone.



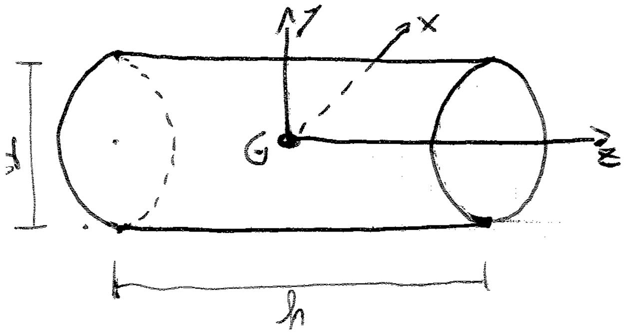
Quando la ruota si muove è xché la deformazione non è + sufficiente.

Quando l'area si deforma, lo spostamento di N rispetto la sua posizione a riposo è detto PARAMETRO DI ATTRITO VOLVENTE (u)

... un corpo in movimento io posso sempre individuare 3 assi passanti x un punto

dove $I=0 \rightarrow$ ASSI PRINCIPALI DI INERZIA

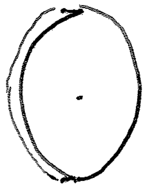
... il punto in questione è il baricentro $\rightarrow$ ASSI CENTRALI DI INERZIA



$$\boxed{I_z = \frac{md^2}{8}} \qquad \boxed{I_x = I_y = \frac{m}{4}\left(\frac{d^2}{4} + \frac{h^2}{3}\right)}$$

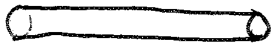
RICORDARELI TANTO È FACILE

... ho un disco con ~~...~~ $h<<d$



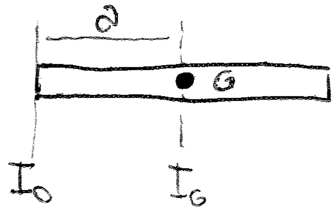
$$I_x = I_y = \frac{md^2}{16}$$

... ho un'asta sottile con $d<<h$



$$I_x = I_y = \frac{mh^3}{12}$$

... ho un asse baricentrico con un certo mom. di inerzia e voglio sapere l'inerzia alle sue estremità



$$I_G(I_x, I_y)$$

$$I_O = I_G + ma^2$$

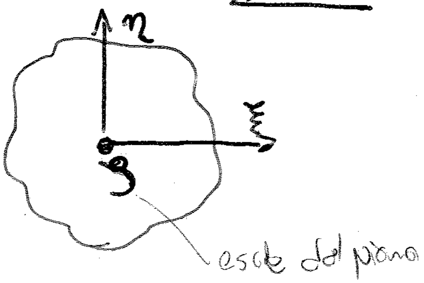
$$I_G = \frac{mh^2}{12} \qquad a = \frac{h}{2}$$

$$I_O = \frac{mh^2}{12} + \frac{mh^2}{4} = \frac{mh^2}{3}$$

$$\boxed{\bar{H}_O = I_\xi p \bar{\lambda} + I_\eta q \bar{u} + I_\zeta r \bar{v}}$$

$$\boxed{\bar{H}_O = \bar{H}_G + \bar{Q} \wedge \overline{OO'}}$$ mom. di quantità di moto per un corpo che si muove liberamente

Se il sist. è piano:



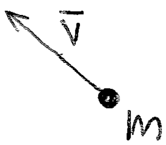
$$H_O = I_\zeta \omega \bar{r}$$

$$\boxed{H_O = I_O \omega \bar{k}}$$

↳ inerzia per un asse passante per O

EQUAZIONI DI EQUILIBRIO DINAMICO

Consideriamo una massa m che viaggia ad una velocità $\bar{v}$



$\Sigma \bar{F} = 0 \longrightarrow$ EQUILIBRIO STATICO

$\Sigma \bar{F} \neq 0$ non siamo in equilibrio

$$\bar{F} = \frac{d\bar{Q}}{dt} = m \frac{d\bar{v}}{dt} = m\bar{a} \longrightarrow \boxed{\Sigma \bar{F} \underbrace{- m\bar{a}}_{F'} = 0}$$ EQ. DI EQUILIBRIO DINAMICO

F' Forze di inerzia

$$\boxed{\Sigma \bar{F} + \bar{F}' = 0}$$

↳ Forze inerzia

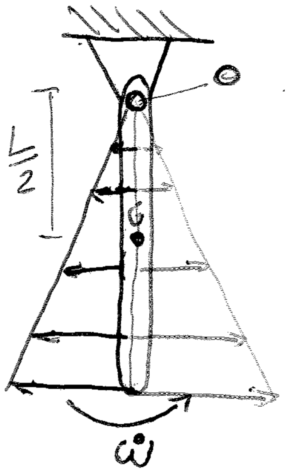
Queste espressioni valgono non solo per un corpo puntiforme, ma anche per un corpo rigido e siamo in un sist. di riferimento piano

$$\Sigma \overline{OP} \wedge \overline{F}_i + \Sigma \overline{C}_j = I_O \frac{d\omega}{dt} \overline{K} = I_O \dot{\omega} \overline{K}$$

acel. angolare

$$\longrightarrow \boxed{\Sigma \overline{OP}_i \wedge \overline{F}_i + \Sigma \overline{C}_j - I_O \dot{\omega} \overline{K} = 0}$$

Immaginiamo di avere un corpo che ruota intorno ad un asse fisso (es. punto)



Faccio girare la punta $\rightarrow \dot{\omega}$

$\rightarrow$ l'accellerazione è > tanto + è grande la distanza da O

All'accellerazione si oppongono delle forze di inerzia

$\rightarrow$ distanza da O del punto

$$dF' = z\, \dot{\omega}\, dm$$

$$dm = \frac{M}{L} dz$$

$$\Rightarrow \boxed{dF' = z\, \dot{\omega} \frac{M}{L} dz}$$

La risultante tutte le forze di inerzia è $R' = \int_0^L \dot{\omega} \frac{M}{L} z\, dz$

$\rightarrow$ a del baricentro G

$$R' = \dot{\omega} \frac{M}{L} \frac{L^2}{2} = \dot{\omega} \frac{L}{2} M$$

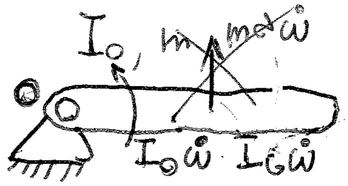
$\boxed{R' = M a_G} \longrightarrow$ la risultante è data dalla massa M · l'accellerazione del baricentro

Ma non è detto che la risultante passi per il baricentro, anzi la risultante sarà nell'punto medio delle forze. per es. nel triangolo R'

R sta a $\frac{2}{3}L$

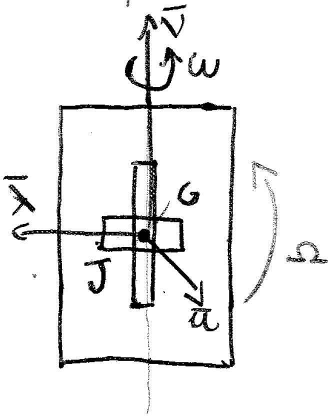
20

B



Attenzione a considerare dove applico le forze → non si può applicare l'inerzia al baricentro, ma solo al centro di rotazione.

ragioniamo dicendo una tavola che ruota intorno ad un proprio asse e nel frattempo questo asse gira intorno ad un asse uscente dal foglio



$$H_O = I_\xi p \bar{\lambda} + I_\eta q \bar{u} + I_\zeta r \bar{\nu}$$

$$\bar{\omega} = \omega \bar{\nu} + \Omega \bar{u}$$

$$\boxed{\bar{H}_G = J\,\Omega\,\bar{u} + I\,\omega\,\bar{\nu}}$$

$\omega \gg \Omega$

$\downarrow$

$J\Omega u \to 0$

$$\to \frac{d\bar{H}_G}{dt} = \bar{\omega} \wedge I\bar{\omega}\bar{\nu} = (\omega\bar{\nu} + \Omega\bar{u}) \wedge I\omega\bar{\nu} = I\omega\Omega\bar{\lambda}$$

$\bar{M}'_G = -I\omega\Omega\bar{\lambda}$ → COPPIA GIROSCOPICA

È diretta verso il 3° asse

)

prima / dopo

$\Rightarrow \boxed{m_A V_A^- + m_B V_B^- = m_A V_A^+ + m_B V_B^+}$ — prima dell'urto, + dopo " "

$\longrightarrow (\overline{H}_A)_O^- + (\overline{H}_B)_O^- = (\overline{H}_A)_O^+ + (\overline{H}_B)_O^+$

URTO COMPLETAMENTE ELASTICO → lancio un ogg. contro il muro e ritorna con la stessa velocità

URTO ANAELASTICO → lancio un ogg. contro il muro e si blocca

Questi urti sono regolati dal COEFFICIENTE DI RESTITUZIONE e

$$\boxed{e = -\frac{V_A^+ - V_B^+}{V_A^- - V_B^-}}$$

→ xché dopo l'urto la velocità del corpo cambia verso.

urto perfettamente elastico → $e = 1$

" anaelastico → $e = 0$

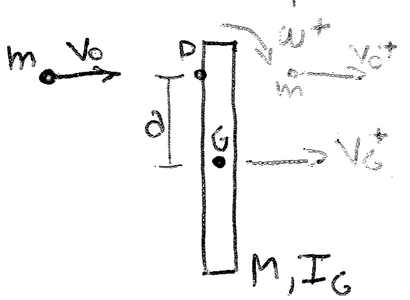
Se ho urto centrale tra corpi liberi → calcolo attraverso il coef. di restituzione.

Se ho invece un urto eccentrico tra corpi liberi:

lancio una pallina ad una distanza a da G

$V_G^- = 0$

$\omega^- = 0$



liberi

$m V_0 = m V^+ + M V_G^+$

momento

$m V_0 a = m V^+ a + I_G \omega^+$

$e = -\frac{V^+ - V_P^+}{V_0}$

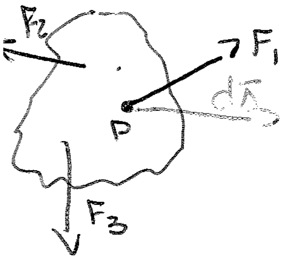
$V_P^+ = V_G^+ + a\omega^+$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 35 di 256

:3/13

LAVORO

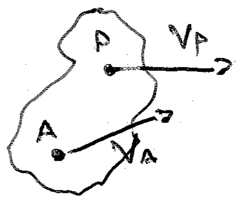
$= \bar F \cdot d\bar s \rightarrow dL = \sum F_i \cdot ds_i$



$\bar V_P = \bar V_A + \bar\omega \wedge \overline{AP}$ può anche essere espresso come

$d\bar s_P = d\bar s_A + d\bar\vartheta \wedge \overline{AP}$

con $d\bar\vartheta = \bar\omega dt$



...ro il lavoro $dL = \sum \bar F_i \cdot (d\bar s_A + d\bar\vartheta \wedge \overline{AP_i})$

$= \underbrace{\sum \bar F_i}_{\bar R \text{ risultante}} \cdot d\bar s_A + \underbrace{\sum \bar F_i \cdot d\bar\vartheta \wedge \overline{AP_i}}_{\sum d\bar\vartheta \cdot \overline{AP_i} \wedge \bar F_i}$

$= \bar R \cdot d\bar s_A + d\vartheta \cdot \bar M_A$

...spostamento
...to preso rispetto ad A

momento risultante rispetto ad A

$\boxed{dL = \bar R \cdot d\bar s_A + \bar M_A \, d\bar\vartheta}$

POTENZA → $\boxed{W = \frac{dL}{dt}}$

MOTO TRASLATORIO → $d\vartheta = 0$

$dL = \bar R \cdot d\bar s_A$

se il punto A del nostro corpo si sposta in quel modo => tutti i punti del corpo si spostano allo stesso modo

$W = \frac{dL}{dt} = \bar R \cdot \bar V_A$

MOTO ROTATORIO → $\bar s_A = 0$

$dL = \bar M_O \cdot d\vartheta$

$W = M_O \cdot \omega \rightarrow W = C\omega$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 37 di 256

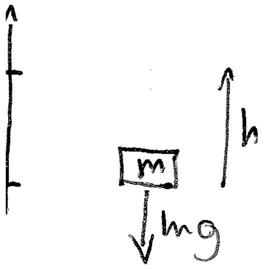
Se ho delle forze conservative posso introdurre una funzione del lavoro detta ENERGIA POTENZIALE che mi dà il lavoro tra i 2 punti

$$L_{1,2} = U_1 - U_2$$

→ EN. POTENZIALE

LAVORO FORZA PESO

Ho un corpo e lo sollevo da 1 a 2

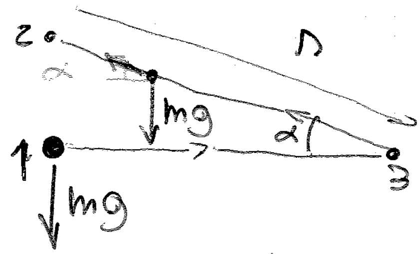


$$L_{1,2} = -mgh = U_1 - U_2$$

$$U_2 = U_1 + mgh$$

$$\boxed{\Delta U = mgh}$$

Se invece di passare direttamente da 1 a 2 vado prima orizzontalmente fino a 3?



$$L_{1,2} = L_{1,3} + L_{3,2}$$

$$L_{1,3} = 0 \quad \text{xché} \quad \bar{s} \perp \overline{mg}$$

$$L_{3,2} = mg \overbrace{\sin\alpha \cdot s}^{h} = -mgh$$

⇒ La forza peso è una forza conservativa

$\rightarrow \underline{L_{1,2} = -\frac{1}{2} m v_2^2 + \frac{1}{2} m v_1^2}$

$L_{1,2} = -\left(\frac{m v_2^2}{2} - \frac{m v_1^2}{2}\right) = -(E_2 - E_1) = \boxed{E_1 - E_2}$ con $E = \frac{1}{2} m v^2$ → en. cinetica

Il lavoro delle forze di inerzia è l'opposto della variazione di en. cinetica

Avevamo detto che le componenti della vel. angolare per un corpo che ruota erano:

$$p = \bar{\omega} \cdot \bar{\lambda} \quad \text{rispetto asse } (\xi)$$

$$q = \bar{\omega} \cdot \bar{\mu} \quad (\eta)$$

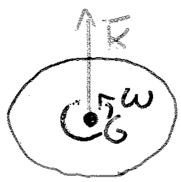
$$r = \bar{\omega} \cdot \bar{\nu} \quad (\zeta)$$

→ l'energia cinetica di un corpo che trasla e ruota è:

$$E = \frac{1}{2} m V_G^2 + \frac{1}{2}\left(I_\xi p^2 + I_\eta q^2 + I_\zeta r^2\right)$$

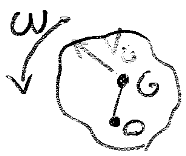
V_G → vel. baricentro

Se siamo in un sistema piano:



$$E = \frac{1}{2} m v_G^2 + \frac{1}{2} I_G \omega^2$$

Se consideriamo l'en. cinetica rispetto ad un punto ≠ dal baricentro



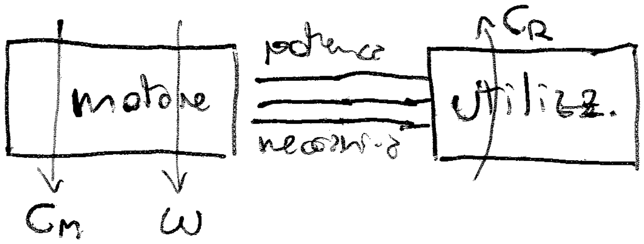
$$V_G = OG \cdot \omega$$

$$\rightarrow E = \frac{1}{2} m \overline{OG}^2 \omega^2 + \frac{1}{2} I_G \omega^2$$

$$\rightarrow E = \frac{1}{2} \omega^2 \underbrace{\left(m \overline{OG}^2 + I_G\right)}_{I_O} \Rightarrow \boxed{E = \frac{1}{2} I_O^2}$$

CONDUZIONE DEL MOTO NEI SISTEMI MECCANICI

Avendo un ogg. che trasmette potenza meccanica con un utilizzatore che usa questa potenza



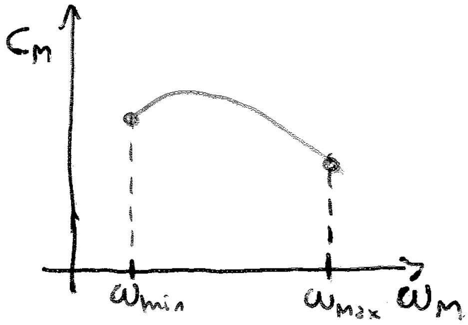
$W_M > |W_R|$ → vel. aumenta → moto accelerato

$W_M < |W_R|$ → " diminuisce → " decelerato

$W_M = |W_R|$ → moto rettilineo uniforme.

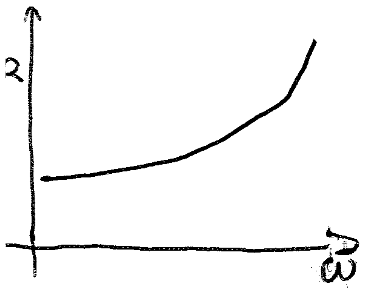
Il motore genera una COPPIA MOTRICE proporzionale alla vel. angolare

→ CARATTERISTICA MECCANICA del motore

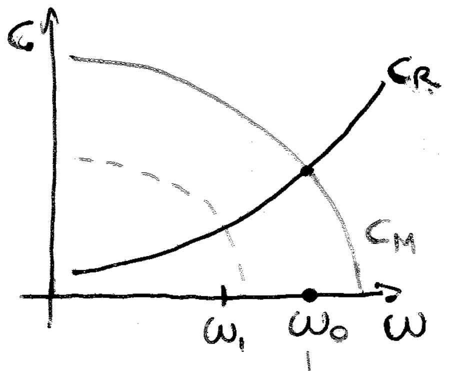


es. motore benzina

utilizzatore invece crea una coppia resistente tanto + grande quanto è
(gr)ande la vel. angolare a cui è sottoposta



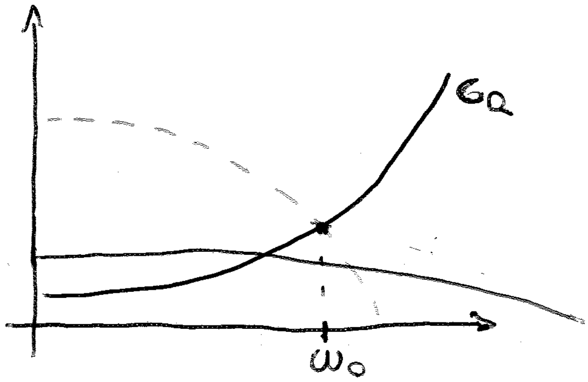
Immaginiamo di avere una caratteristica così



↳ coppia e $\omega = 0$

RIDUTTORE

Spesso si ha un utilizzatore con una coppia resistente che aumenta
collegando un motore all'utilizzatore in modo da far ruotare l'utilizzatore ad
una certa vel. angolare ω_0 → ho bisogno di una certa potenza →

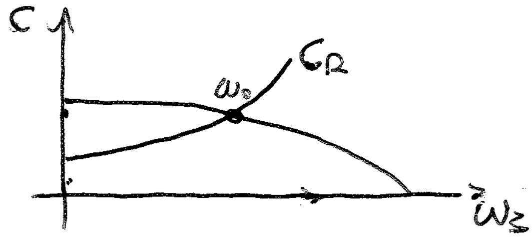


Per questo motore verde è molto grande → voglio un motore che abbia una coppia + piccola (+ piccolo) e che abbia una ω + grande
→ + piccolo ~ gira + velocemente

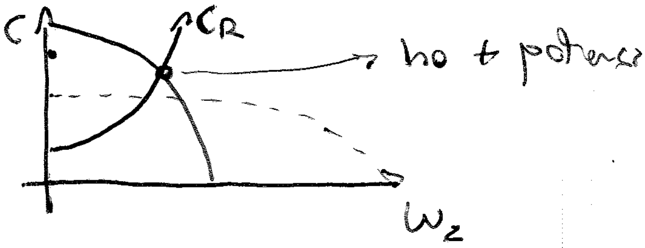
Per così spreco potenza →

→ ho bisogno di un RIDUTTORE che modifica la vel. angolare in modo da

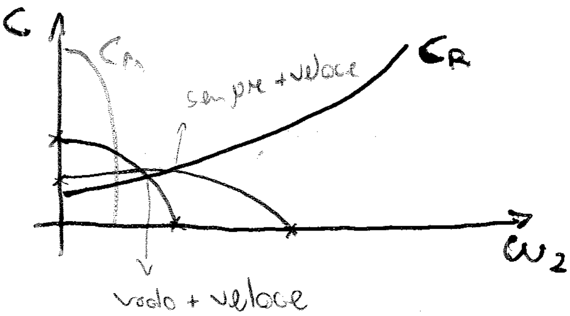
) motore auto → quando cambio cambio le condizioni di funzionam.



vado in salita C_R → cambio marcia

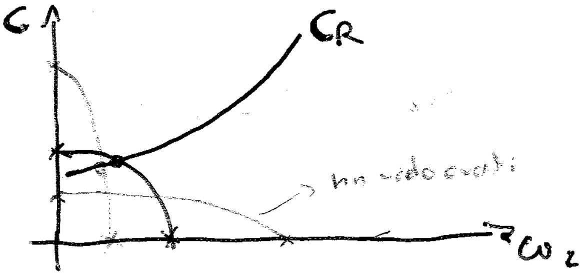


) Un caso dove ho un moltiplicatore di vel. è la bici dove le ruote vanno + veloce dei pedali



- Rapporto 1:1
- Rapporto 1:2
- Rapporto 1:4

Se vado in salita

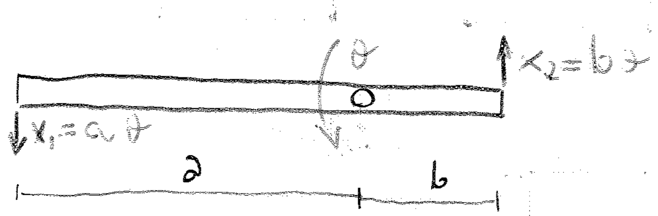


ricaviamo RENDIMENTO η

$$\boxed{\eta = \frac{|W_2|}{|W_1|} = \frac{|W_1| - |W_D|}{|W_1|}}$$

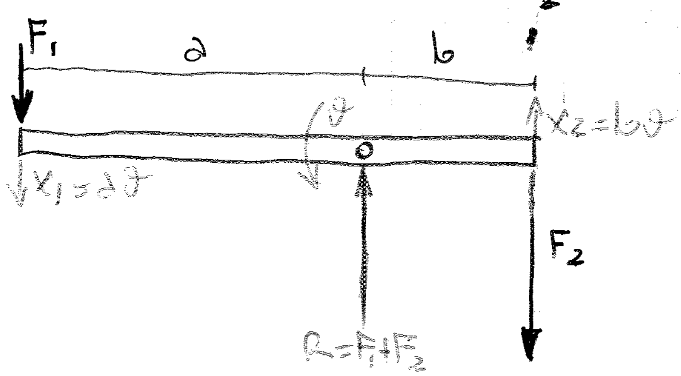
Nei sistemi ideali avremo un rendimento maggiore che nei reali xchè ~~...~~ c'è W_D

Immaginiamo di avere una leva. Vogliamo far ruotare la leva in una direzione θ



$$\frac{x_2}{x_1} = \frac{b}{a}$$

applichiamo una forza F_1 x bilanciare la forza F_2 → ~~...~~ la leva funziona come un riduttore xchè $F_1 < F_2$



$$\rightarrow F_1 a = F_2 b \quad \rightarrow \quad \eta = \frac{F_2 x_2}{F_1 x_1} = 1$$

immaginiamo ora che ci sia un attrito nel perno → l'attrito deve opporsi a rotazione relativa → la reazione R è spostata a sx di ρ → raggio cerchio attrito

25) $a = 10$

$b = 1$

$\rho = 1$

$$\eta_d = \frac{1 - 1/10}{1+1} = 0,45$$

$$\eta_i = \frac{1-1}{1 + 1/10} = 0^*$$

Un riduttore può funzionare meglio in un verso rispetto ad un altro.

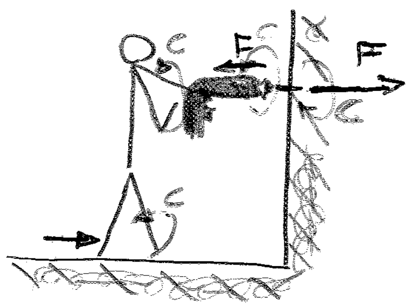
In alcuni casi addirittura non funziona invertendo* → TRASMISSIONE DEL MOTO IRREVERSIBILE

REAZIONI AL SISTEMA

Vediamo un uomo che fa un buco nel muro.

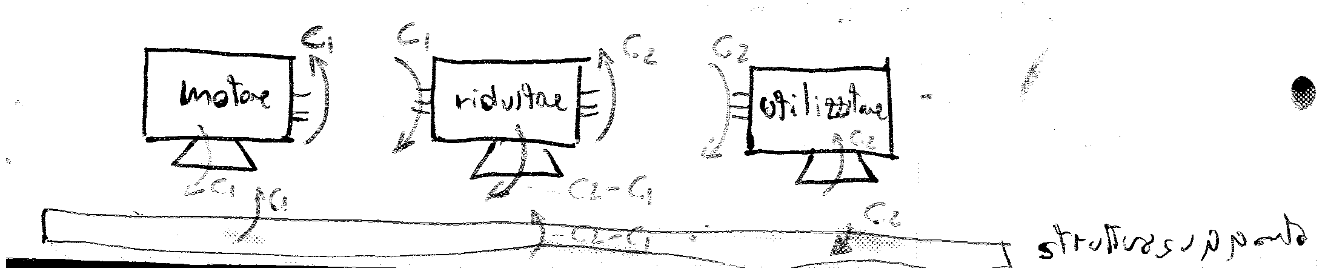
Trapano esercita una forza F sul muro che a sua volta ha una reazione

Trapano inoltre ha una sua coppia agente sul muro che viene trasmessa al trapano stesso → questa coppia è contrastata dal mio corpo



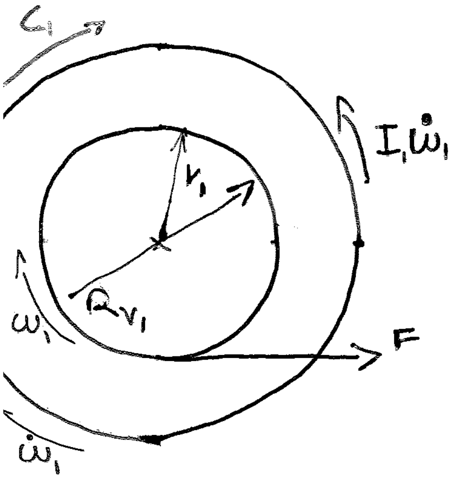
La forza F è trasmessa dalle mie gambe al pavimento, così come la coppia

→ il pavimento come la parete sono sottoposti alla coppia C e alla forza



$$\Rightarrow F r_2 - C_2 - mg\frac{D}{2} - \left(I_2 + m\frac{D^2}{4}\right)\dot{\omega}_2 = 0$$

$$F = \frac{1}{r_2}\left[C_2 + mg\, D/2 + \left(I_2 + m\frac{D^2}{4}\right)\dot{\omega}_2\right] = 0$$



$$\longrightarrow C_1 - F r_1 - I_1\dot{\omega}_1 = 0$$

$$\Rightarrow C_1 - \tau\left[C_2 + mg\frac{D}{2} + \left(I_2 + m\frac{D^2}{4}\right)\tau\dot{\omega}_1\right] - I_1\dot{\omega}_1 = 0$$

$$\longrightarrow \boxed{\dot{\omega}_1 = \frac{C_1 - \tau C_2 - \tau mg\, D/2}{\underbrace{I_1 + I_2\tau^2 + \frac{mD^2}{4}\tau^2}_{\to\, I_{e\,\text{equivalente}}}}}$$

$$\ddot{z} = D/2\,\tau\,\dot{\omega}_1$$

N. B. • Sono molti gli es. riconducibili a questo esercizio.

• in ω_1 compaiono le coppie e le I. Le coppie del tamburo è moltiplicato x il rapporto di trasmissione.

Il numeratore tiene conto delle coppie

Il den. tiene conto delle inerzie ognuna moltiplicata x il quadrato del rapporto di velocità

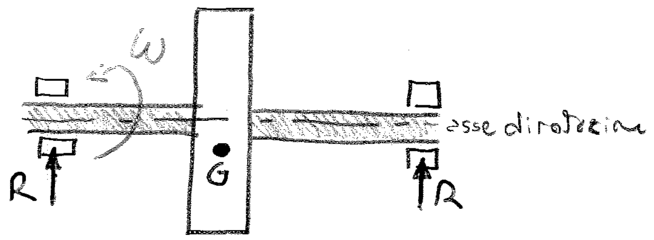
$$E = \frac{1}{2}I_1\omega_1^2 + \frac{1}{2}I_2\omega_2^2 + \frac{1}{2}m\dot{z}^2$$

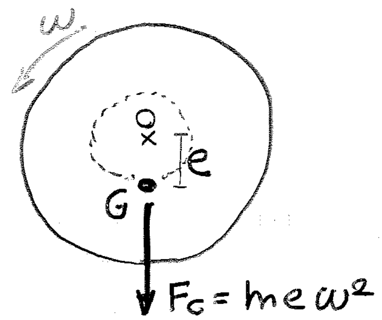
$$\boxed{I_e} \Rightarrow \omega_1 \qquad E = \frac{1}{2}I_e\omega_1^2$$

$$E = I_e = I_1 + I_2\left(\frac{\omega_2}{\omega_1}\right)^2 + m\left(\frac{\dot{z}}{\omega_1}\right)^2$$

EQUILIBRAMENTO ORGANI MECCANICI

Disco che ruota con una certa eccentricità e → distanza tra asse di rotazione e G





Visto che spesso c'è gioco tra cuscinetto e albero, se $e \neq 0$ si generano delle forze centrifughe che cambiano direzione ogni volta che il disco ruota
→ le forze di reazione R cambiano ogni volta → si generano delle VIBRAZIONI

Se invece $e = 0$ nulla ko
⇒ se il baricentro si trova sull'asse di rotazione il corpo è EQUILIBRATO STATICAMENTE

e non avere vibrazioni il corpo deve essere equilibrato

⇒ l'asse di rotazione ≡ asse principale di inerzia ≡ G

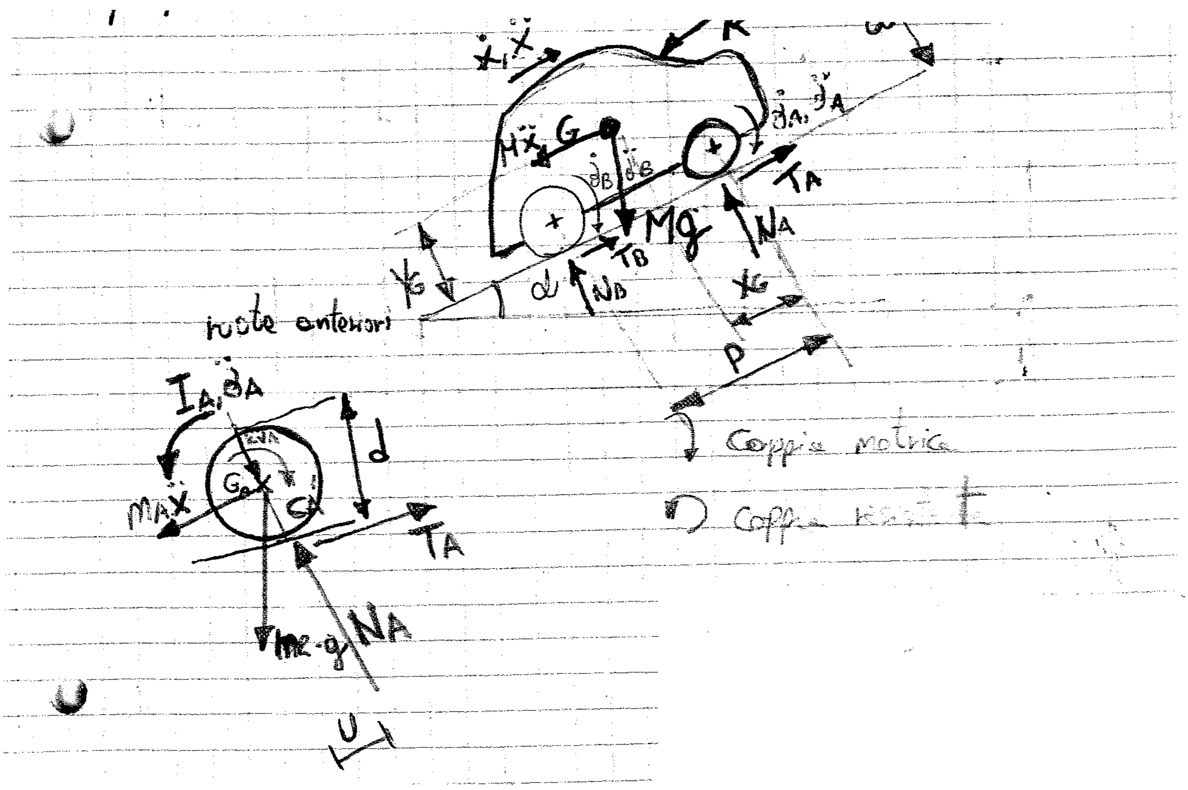
⟹ il corpo è EQUILIBRATO DINAMICAMENTE

x equilibrare il nostro corpo:

- posso aggiungere delle masse al corpo, in modo da riportare il baricentro sull'asse e far cambiare gli assi principali di inerzia
- posso togliere delle masse " " " " "

/04/13

DINAMICA DEI VEICOLI SU RUOTE



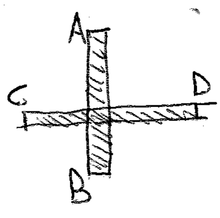
PRINCIPALI COMPONENTI DI TRASMISSIONE MECCANICHE

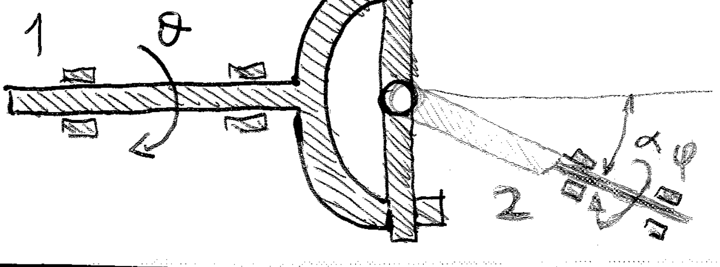
GIUNTO DI CARDANO

È un collegamento che unisce 2 alberi rotanti con delle proprietà particolari.

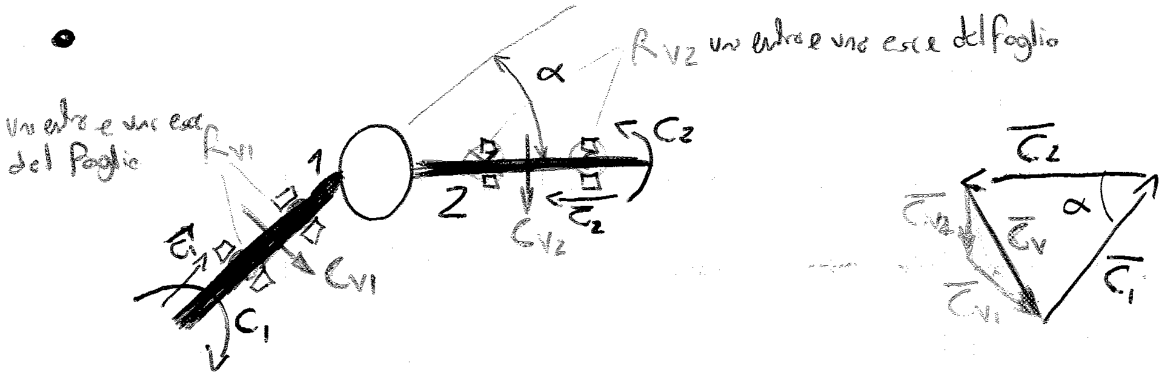
È costituito da 3 elementi:

- Un albero, terminato da una forcella che è terminata da 2 fori a 180° in cui viene inserito un perno
- Il perno è solidale ad un altro perno disposto a 180° rispetto al primo → si forma una croce (CROCERA). Questa croce si innesta con un secondo albero
- Il secondo albero è posto a 90° rispetto alla croce e con un angolo α rispetto al 1° albero

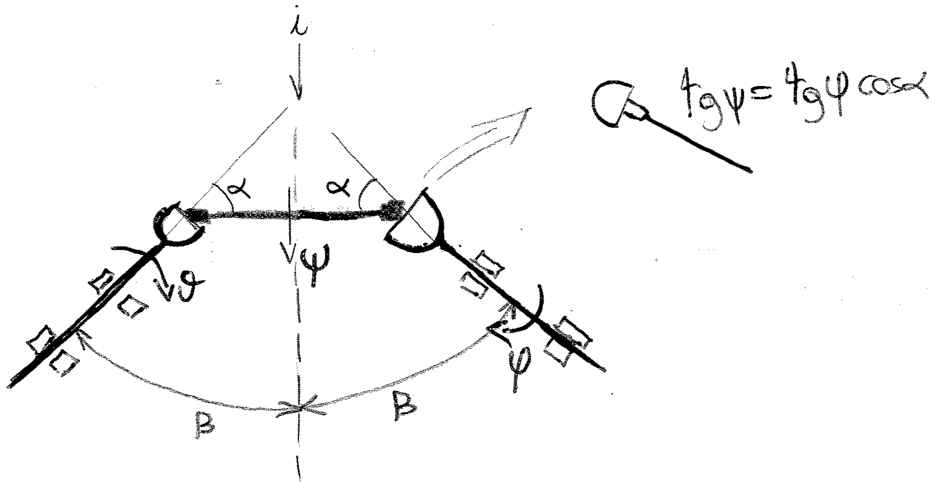




Ci sono situazioni in cui si usa il giunto di cardano x collegare 1 o + alberi
non lineari che x si rischiano di avere un angolo tra un albero e l'altro.
a causa di deformazioni etc...



I vincoli dei 2 alberi danno complessivamente una reazione vincolare $\overline{C_V}$ data da $\overline{R}_{V2}$ e da $\overline{R}_{V1}$



$$tg\,\vartheta = tg\,\psi \cos\alpha$$
$$tg\,\varphi = tg\,\psi \cos\alpha$$
$$\Rightarrow tg\,\vartheta = tg\,\varphi \rightarrow \underline{\vartheta = \varphi}$$

Abbiamo una TRASMISSIONE OMOCINETICA → l'angolo di entrata è = all'angolo di uscita

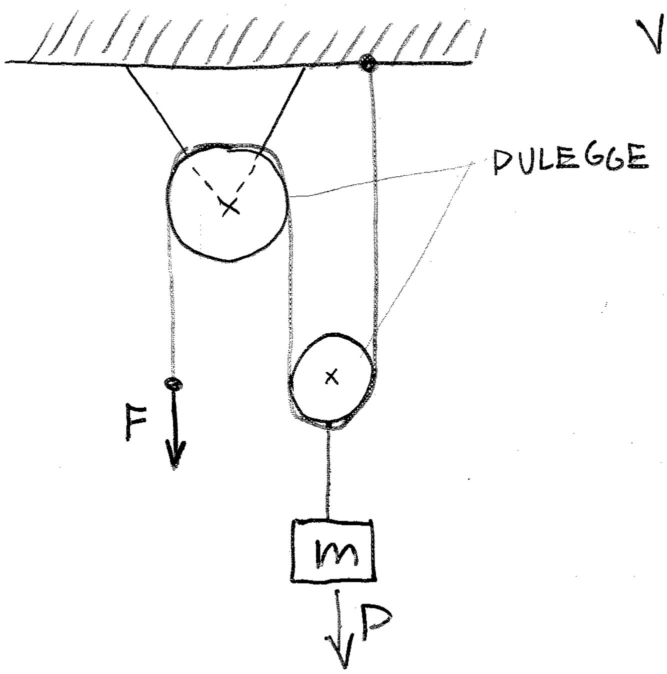
FLESSIBILI

- I FLESSIBILI sono dei materiali che si possono flettere avendo un mom. flettente nullo o molto piccolo (es. una corda)

I flessibili possono essere usati come trasmissioni mecc. in 2 modi:

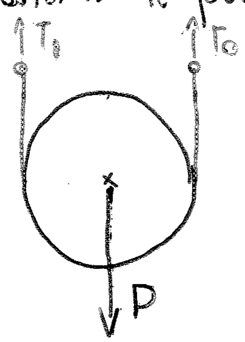
- trasmettere il moto tra 2 ogg. // (es. catena bici)
- dispositivi per demoltiplicare gli sforzi

Argano



Voglio calcolare F x sollevare m

Isoliamo la puleggia libera di muoversi



$$T_0 + T_1 - P = 0$$

$$T_0 \, d/2 - T_1 \, d/2 = 0 \longrightarrow T_1 = T_0 = T$$

$$\longrightarrow T + T - P = 0 \longrightarrow T = \frac{P}{2}$$

Normalmente negli argani diciamo che

$$\frac{T_1}{T_0} \cong 1+K$$

dove K è un fattore che tiene conto di tutte le dispersioni come attriti etc...

$$P = T_0 + T_0(1+K) = T_0[1+(1+K)]$$

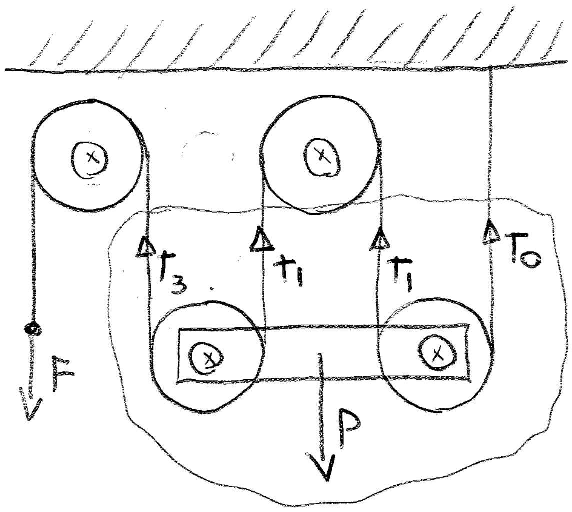
$$F = T_1(1+K) = T_0(1+K)^2$$

$$\boxed{F = \frac{P(1+K)^2}{1+(1+K)}}$$

Ricordiamo che $V_1 = 2V_s$

$$\rightarrow \eta = \frac{P V_s}{F V_1}$$

Lo stesso ragionamento può essere applicato x argani con + pulegge fisse e mobili



$$T_0 + T_1 + T_2 + T_3 = P$$

$$T_1 = T_0(1+K)$$

$$T_2 = T_1(1+K)$$

$$T_3 = T_2(1+K)$$

$$F = T_3(1+K$$

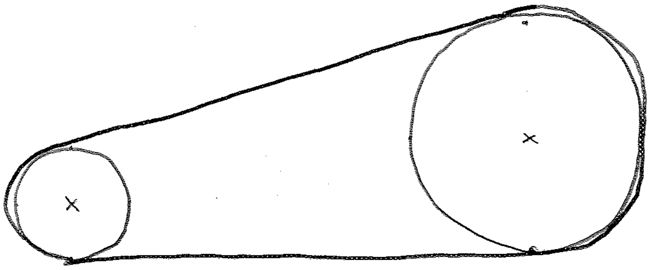
$$F = T_0(1+K)^2$$

$$P = T_0\left(1+(1+K)+(1+K)^2+(1+K)^3\right)$$

TRASMISSIONE A CINGHIE

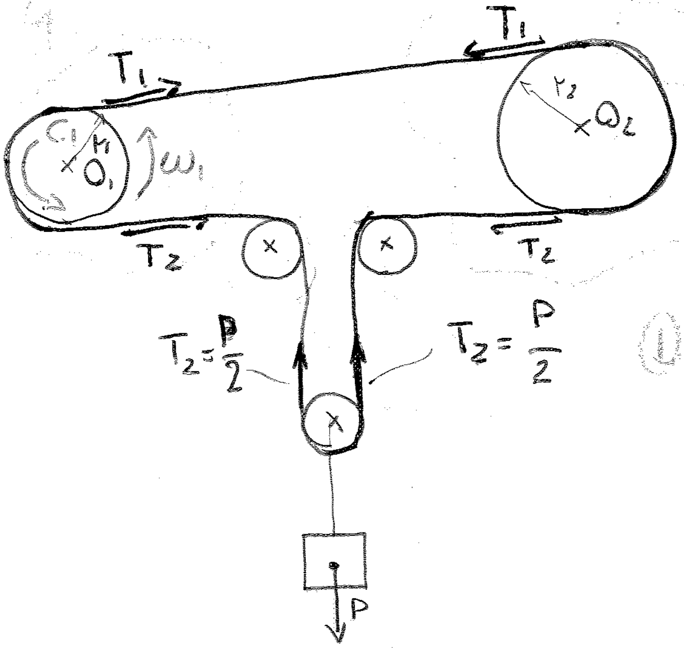
È un cinghia che fa ruotare 2 pulegge, trasferendo la potenza meccanica dalla 1ª ruota alla 2ª.

Per poter trasmettere la potenza, la cinghia deve essere in tensione, cioè deve essere FORZATA



CINGHIE PIANE → sono cinghie che, in sezione, sono rappresentabili come un rettangolo 

Per tendere la cinghia metto un tenditore formato da 3 pulegge con attaccata una massa



Se $C_1 = 0$

$T_1 = T_2$

Se $C_1 > 0$

$T_1 r_1 - T_2 r_1 - C_1 = 0$

$C_1 = (T_2 - T_1) r_1$

$\rightarrow dF_c = qV^2 d\vartheta$

lo trascuro xchè è un infinitesimo di ordine superiore

radiale $\nwarrow$) $dF_N + dF_C - T\frac{d\vartheta}{2} - (T + \cancel{dT})\frac{d\vartheta}{2} = 0$

NB. $\cos\frac{d\vartheta}{2} \cong 1$

$\operatorname{sen}\frac{d\vartheta}{2} \cong 0$

$\rightarrow dF_N + qV^2 d\vartheta - T d\vartheta = 0$

$\rightarrow \underline{dF_N = (T - qV^2)\, d\vartheta}$

tangenziale $\nearrow$) $T + dT - T - dF_T = 0$

$\underline{dF_T = dT}$

$dF_T = f\, dF_N \longrightarrow dF_N = \frac{dF_T}{f}$

$\rightarrow \frac{dT}{f} = (T - qV^2)\, d\vartheta$ eq. diff. a variabili separabili

generica in corrispondenza di ϑ, ϑ generico

$\longrightarrow \int_{T_2}^{T} \frac{dT}{T - qV^2} = \int_0^{\vartheta} f\, d\vartheta$

$\longrightarrow \left[\lg T - qV^2\right]_{T_2}^{T} = f\vartheta$

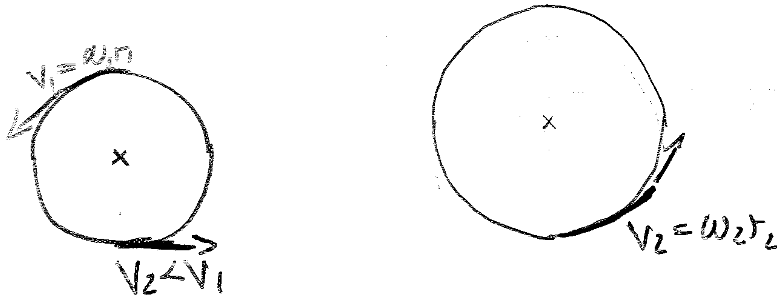
$\rightarrow \lg\frac{T - qV^2}{T_2 - qV^2} = f\vartheta \Longrightarrow \boxed{\frac{T - qV^2}{T_2 - qV^2} = e^{f\vartheta}}$

- a causa di questi micro-scorrimenti, sulla puleggia motrice

$V_1 = \omega_1 r_1$ l'angolo di aderenza è nella parte alta ed ha una lunghezza L_1 tale che viaggia alla vel. V_1.

In basso invece ho $L_2 < L_2 \rightarrow V_2 < V_1$

$$\Rightarrow \omega_2 r_2 < \omega_1 r_1 \rightarrow \tau = \frac{\omega_2}{\omega_1} < \frac{r_1}{r_2}$$

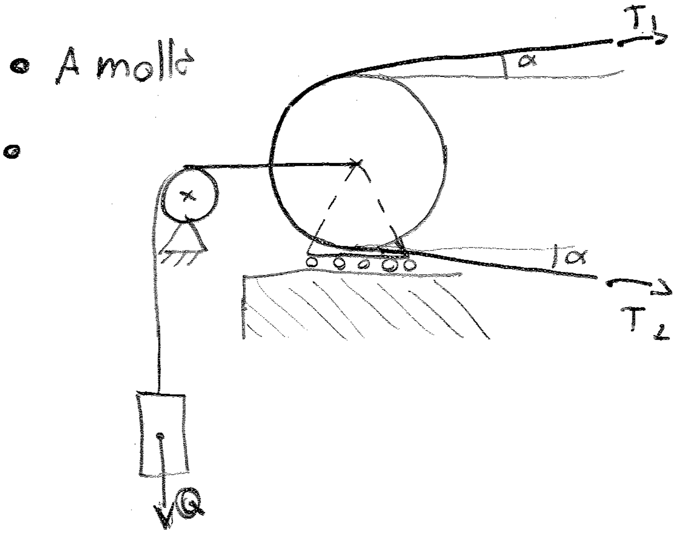


Quindi non posso garantire il sincronismo tra le 2 pulegge

Per mettere in tensione la cinghia abbiamo usato un sistema a GRAVITÀ.

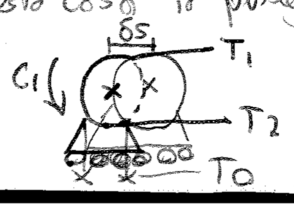
Esistono altri sistemi:

- A molle
-



$$\begin{cases} Q = (T_1 + T_2)\cos\alpha \\ C_1 = (T_1 + T_2)\, r_1 \end{cases}$$

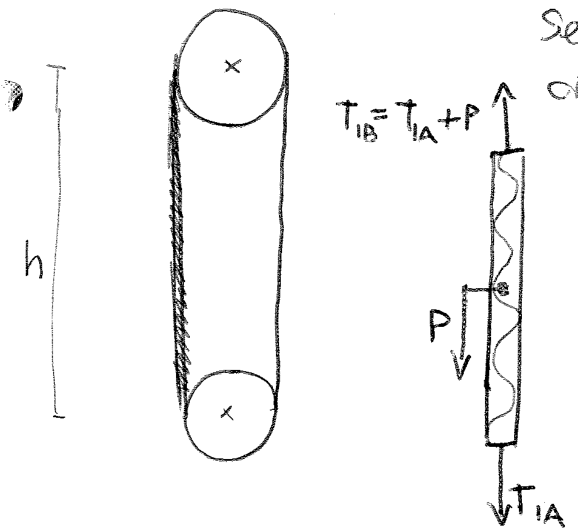
- In questo caso la puleggia si può muovere



$$T_0 = \frac{T_1 + T_2}{2}$$

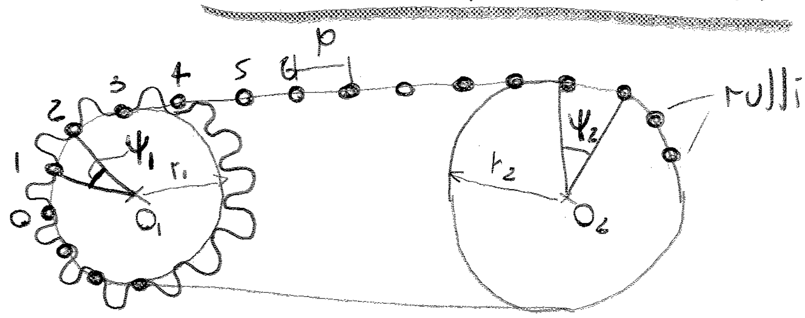
cond funzionamento montaggio

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 71 di 256



Se h è grande devo tener conto del peso delle cinghie

TRASMISSIONE A CATENA



$$\boxed{\psi_1 = \frac{2\pi}{z_1}} \qquad \boxed{\psi_2 = \frac{2\pi}{z_2}} \qquad \delta t < \begin{matrix}\psi_1 \\ \psi_2\end{matrix}$$

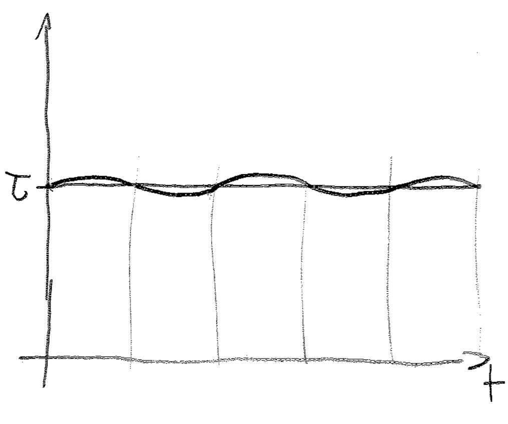
↳ n° denti

$$\omega_2 = \frac{\psi_2}{\delta t}$$

$$\omega_1 = \frac{\psi_1}{\delta t}$$

$$\boxed{\tau = \frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{\psi_2}{\psi_1} = \frac{z_1}{z_2}}$$

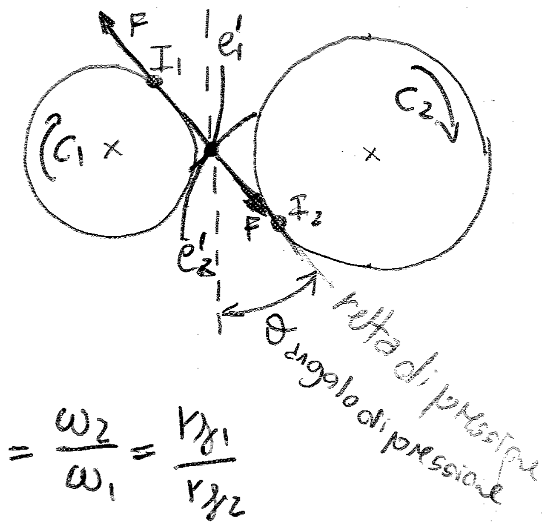
$$\boxed{\frac{C_2}{C_1} = \frac{z_2}{z_1}} \rightarrow (\text{se } \eta = 1)$$



Vediamo che τ varia con un'certa ampiezza (< ~~molto~~ + denti ho) rispetto al valore intermedio

Sono dei movimenti elastici ma, essendo una ruota dentata e non funzionante x attrito, possiamo anche considerarla una retta

Le ruote girano → le evolventi si spostano, → ho un punto di contatto ≠, ma le normali devono rimanere le stesse



$C_1 = F\, r_{\gamma_1}$

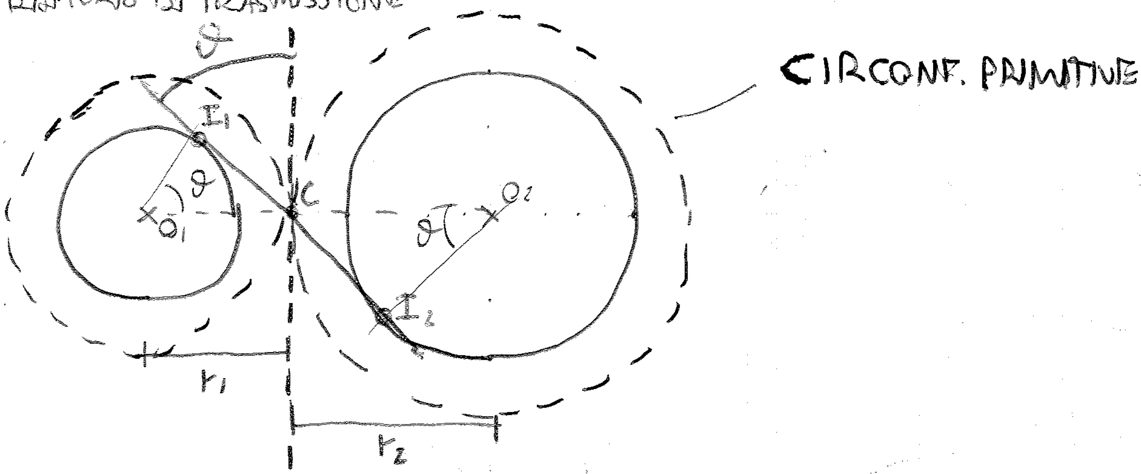
$C_2 = F\, r_{\gamma_2}$

$$\frac{C_1}{C_2} = \frac{r_{\gamma_1}}{r_{\gamma_2}} = \frac{\omega_1}{\omega_2}$$

→ le forze normali e quelle di trasmissione hanno questa direzione

$$\tau = \frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{r_{\gamma_1}}{r_{\gamma_2}}$$

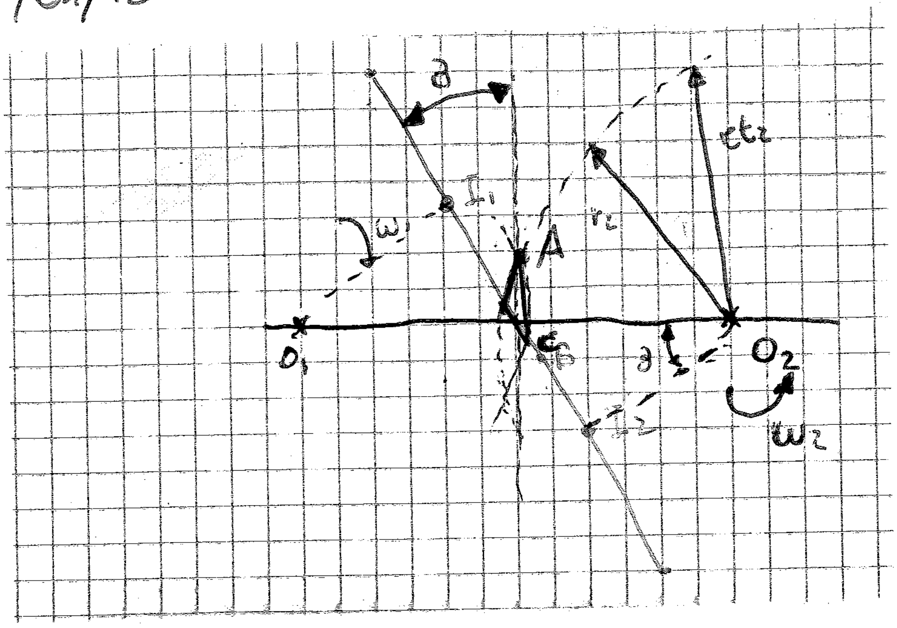
→ RAPPORTO DI TRASMISSIONE



CIRC. PRIMITIVE → ruote d'attrito ideali che caratterizzano la trasmissione del moto

$$r_1 = \frac{r_{\gamma_1}}{\cos\vartheta} \qquad r_2 = \frac{r_{\gamma_2}}{\cos\vartheta}$$

21/04/13



$$AB = AC + CB$$

$$\to AC = AI_2 - CI_2 = \sqrt{AO_2^2 - O_2I_2^2} - CI_2 =$$

$$= \sqrt{r_{t2}^2 - r_2^2\cos^2\vartheta} - r_2 \sin\vartheta$$

$$\to CB = BI_1 - CI_1 = \sqrt{BO_1^2 - O_1I_1^2} - CI_1 =$$

$$= \sqrt{r_{t1}^2 - r_1^2\cos^2\vartheta} - r_1 \sin\vartheta$$

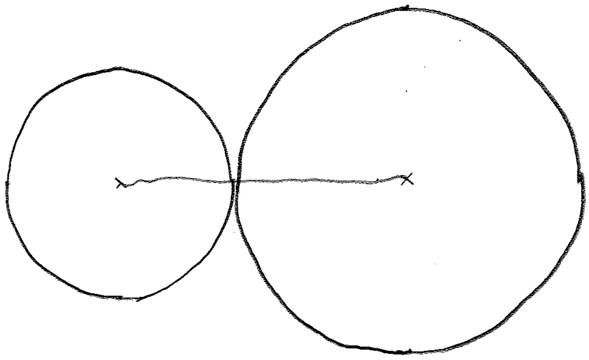
con $r_1 = \dfrac{m z_1}{2}$

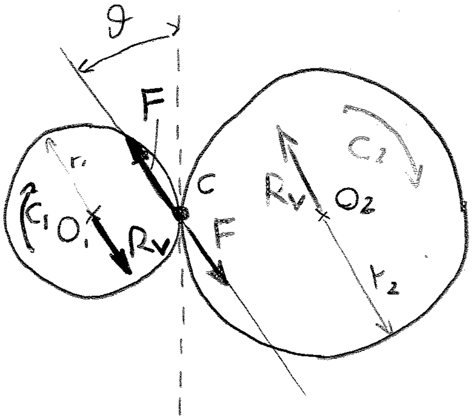
$r_2 = \dfrac{m z_2}{2}$

$r_{t1} = r_1 + \underset{(m)}{a_1}$ addendum

$r_{t2} = r_2 + \underset{(m)}{a_2}$

$$z_p = n° \text{ DENTI IN PRESA} = \frac{AB}{p_f} = \frac{AB}{m\pi\cos\vartheta} = 1{,}5$$

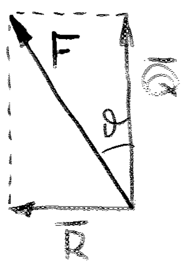




si crea una forza F in direzione della retta di pressione → c'è una reazione vincolare R_V che si oppone a F

$F = \frac{C_1}{r_1 \cos\vartheta}$ $\qquad R_V = F \qquad C_1 = F r_1 \cos\vartheta$

N.B. la forza F può essere scomposta in 2 componenti $\overline{R}$ e $\overline{Q}$



$Q = F\cos\vartheta = C_1/r_1$ raggio primitivo → serve a equilibrare la coppia

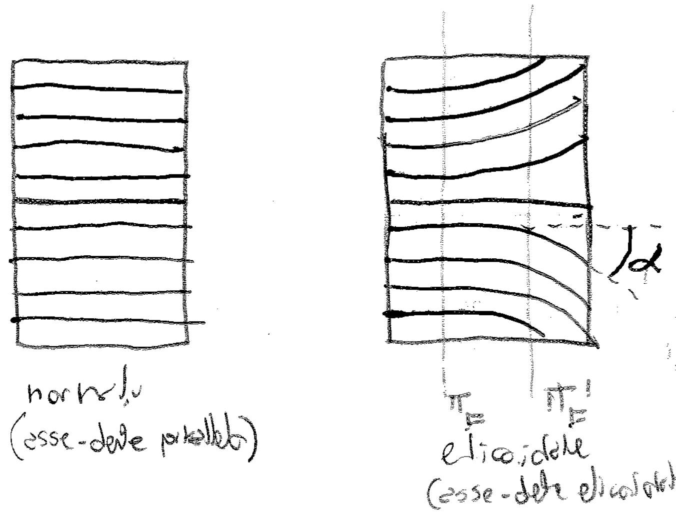
$R = F \sin\vartheta = C_1/r_1 \, tg\vartheta$

se sull'altra ruota viene applicata una coppia $\underline{C_2}$ → Forza F → R_V

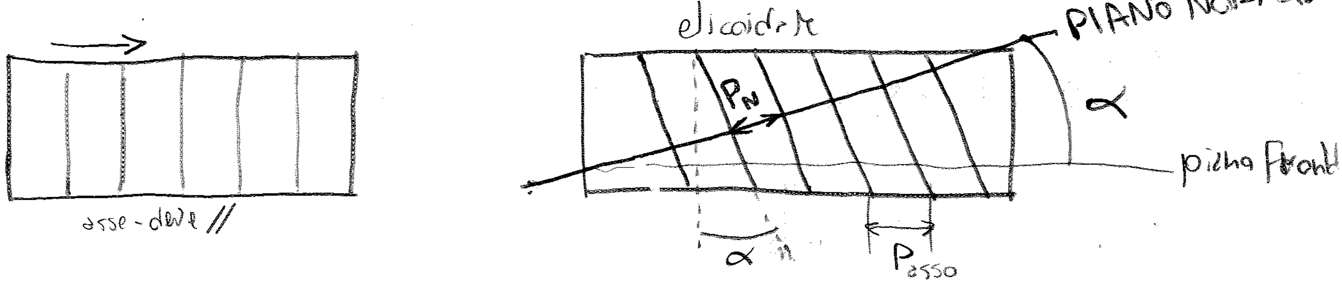
$C_2 = F_2 \cos\vartheta \qquad \frac{C_2}{C_1} = \frac{r_2}{r_1} = \frac{z_2}{z_1}$

Ruote dentate elicoidali

Quando si devono trasmettere delle forze molto grandi, invece di avere denti paralleli gli uni con gli altri, sono inclinati ad elica con un certo angolo di ⟹ RUOTE AD ASSE-DENTE ELICOIDALE (Ruote elicoidali)



Per analizzare le forze agenti sui denti è utile analizzare la dentiera



PIANO NORMALE → piano ⊥ ai denti → inclinato di α rispetto al piano frontale

P_N → PASSO NORMALE

$$P_N = P \cdot \cos\alpha$$

$$m_N = m \cdot \cos\alpha \quad \text{MODULO NORMALE}$$

$$r = m\frac{z}{2} = \frac{m_N z}{2\cos\alpha}$$

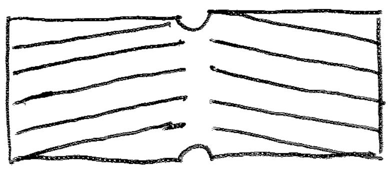
N.B. Nelle ruote dentate elicoidali il passo frontale (P) e il modulo (m) cambiano a seconda di α → ci sono forniti il passo normale (P_N) e il modulo normale (m_N)

$$\begin{cases} Q = F_T \cos\alpha = F_N \cos\vartheta_N \cos\alpha \\ A = F_T \operatorname{sen}\alpha = F_N \cos\vartheta_N \operatorname{sen}\alpha \\ R = F_N \operatorname{sen}\vartheta_N \end{cases}$$

$$Q = \frac{C_1}{r_1} = \frac{C_2}{r_2} \longrightarrow \frac{C_2}{r_2} = \frac{C_1}{r_1} = F_N \cos\vartheta_N \cos\alpha$$

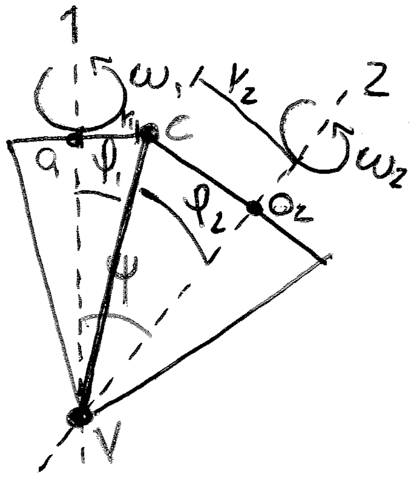
Spesso quando ci sono altissimi sforzi si usano denti elicoidali si usa dividere il dente a metà e ogni parte è inclinata all'opposto dell'altra ma con lo stesso angolo

$\longrightarrow$ RUOTE DENTATE A FRECCIA



Ruote dentate coniche

Ci sono ruote dentate che vengono usate ~~ma~~ ~~per~~ non con assi //, ma con assi inclinati, in modo da trasmettere il moto con un certo angolo α

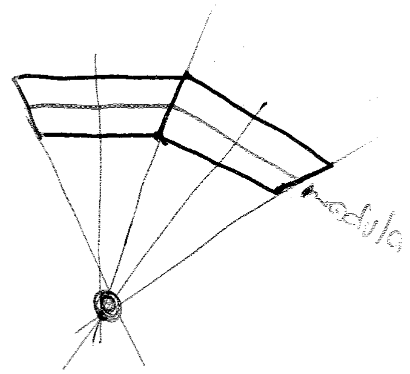


Le due ruote non saranno cilindriche, ma CONICHE

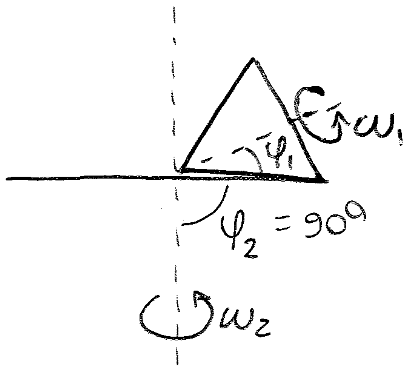
$$\psi = \varphi_1 + \varphi_2$$

$$\underbrace{\omega_1 r_1}_{O_1C} = \underbrace{\omega_2 r_2}_{O_2C}$$

Noi consideriamo come modulo la posizione radiale lungo l'asse della ruota dentata



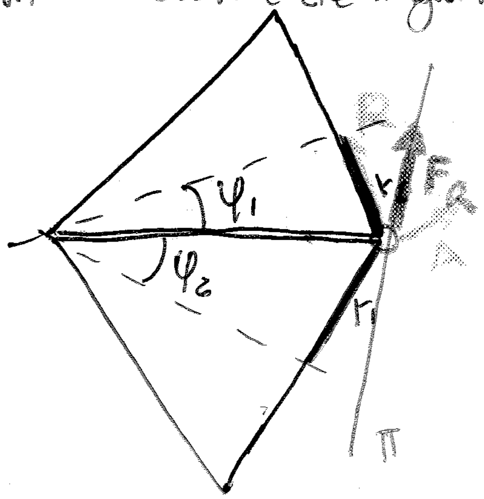
Prendiamo una ruota dentata conica che ingrana con una piana

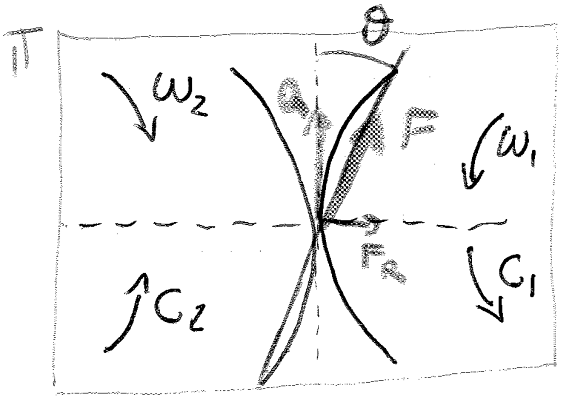


$$\tau = \frac{\operatorname{sen}\varphi_1}{\operatorname{sen}\varphi_2} = \operatorname{sen}\varphi_1$$

$$\omega_1 \neq \omega_2$$

Prendiamo 2 coniche che ingranano





$F_R \not\parallel \tau$, essendo i denti dei cilindri, non è perfettamente radiale, è un po' inclinata rispetto alla $\perp$ dell'asse del 1° dente

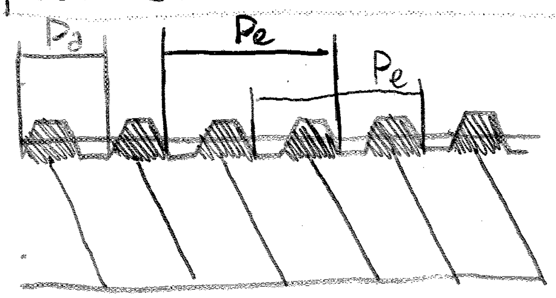
$Q = F\cos\vartheta = \frac{C}{r}$

$R_{assiale} = F_R\cos\varphi_1 = F\operatorname{sen}\vartheta\cos\varphi_1$

$F_R = F\operatorname{sen}\vartheta$

$A_{assiale} = F_R\operatorname{sen}\varphi_1 = F\operatorname{sen}\vartheta\operatorname{sen}\varphi_1$

Spesso su un cilindro si avvitano + filetti ad elica



P_a: passo assiale

P_e: passo elica

$P_e = z_1 \cdot P_a$

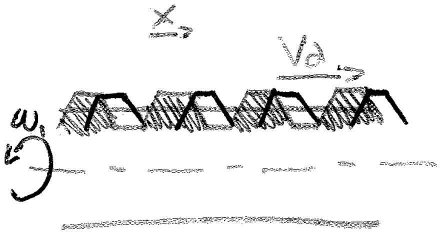
$$\rightarrow \frac{P_e}{2\pi} = r_1 \operatorname{tg} \alpha = \frac{z_1 P_a}{2\pi}$$

Immaginiamo ora di far girare questa vite con una certa velocità ω_1

Dopo una rotazione di 90° il filetto si sarà spostato

→ ad una rotazione corrisponde una traslazione dei filetti →

→ ho una velocità apparente V_a



$$\frac{\vartheta}{x} = \frac{2\pi}{P_e}$$

$$\boxed{x = \frac{P_e}{2\pi}\vartheta}$$

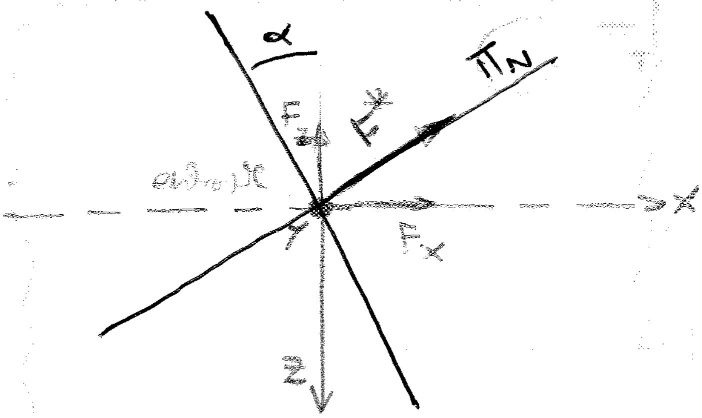
$$\boxed{V_a = \frac{P_e}{2\pi}\omega_1}$$

inoltre

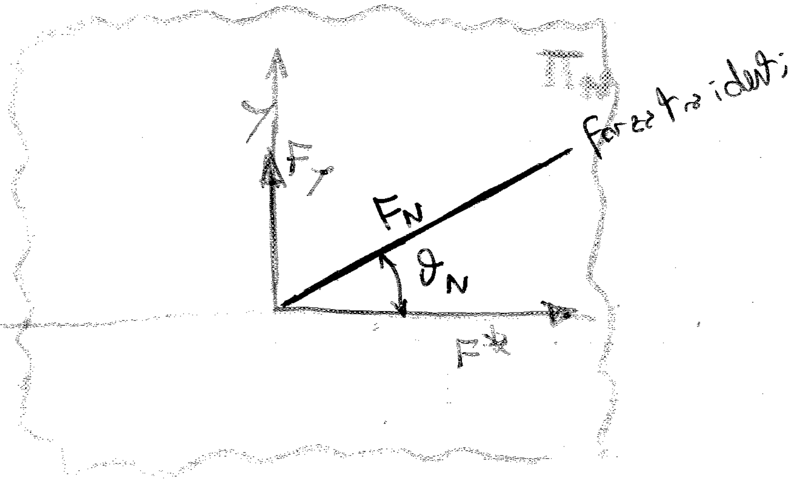
$$V_N = V_1 \operatorname{sen}\alpha = V_2 \cos\alpha$$

$$\longrightarrow \omega_1 r_1 \operatorname{sen}\alpha = \omega_2 r_2 \cos\alpha$$

$$\longrightarrow \boxed{\frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{r_1}{r_2} \operatorname{tg}\alpha}$$



La forza ~~delle~~ tra i denti sarà applicata sul piano π_N normale comune all'asse della vite e della ruota



~~Al forza~~ La forza ~~che~~ normale che i denti della vite trasmettono a quelli della ruota, è inclinata di un angolo di pressione ϑ_N

$$F_y = F_N \operatorname{sen}\vartheta_N$$

$$F^* = F_N \cos\vartheta_N$$

$$\Longrightarrow \boxed{F_x = F^* \cos\alpha = F_N \cos\vartheta_N \cos\alpha}$$

$$F_z = -F^* \operatorname{sen}\alpha = -F_N \cos\vartheta_N \operatorname{sen}\alpha$$

ROTISMO

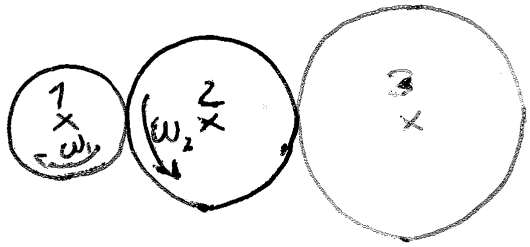
- È un insieme di + di 2 ruote dentate

Si dividono in 2 gruppi:
- ROTISMI ORDINARI → assi fissi
- ROTISMI EPICICLOIDALI → assi variabili

Rotismi ordinari

Si dividono a loro volta in 2

- z_1



Nel caso dei rotismi conviene assegnare un segno al rapporto di trasmissione

$$\frac{\omega_2}{\omega_1} = -\frac{z_1}{z_2}$$

$$\frac{\omega_3}{\omega_2} = -\frac{z_2}{z_3}$$

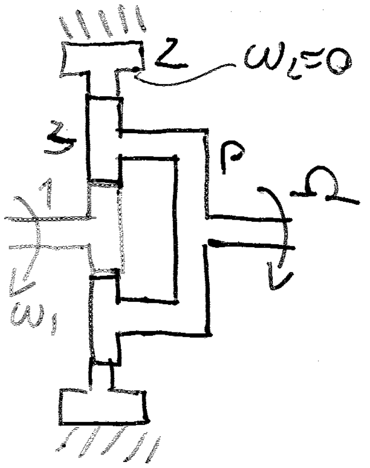
→ rapp. trasm. complessivo

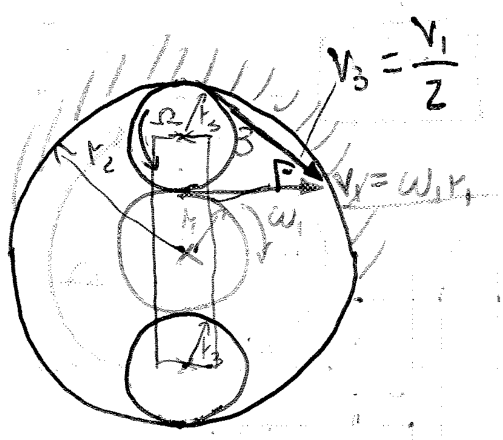
$$\frac{\omega_3}{\omega_1} = \frac{\omega_2}{\omega_1} \cdot \frac{\omega_3}{\omega_2} = \left(-\frac{z_1}{z_2}\right)\left(-\frac{z_2}{z_3}\right) = \frac{z_1}{z_3}$$

↓

è come se la ruota 1 ingranasse con la ruota 3

- Consideriamo il caso in cui $\omega_2 = 0$





$$r_2 = r_1 + 2r_3$$

$$z_2 = z_1 + 2z_3$$

$$V_3 = \frac{\omega_1 r_1}{2} = \Omega (r_1 + r_3)$$

$$\frac{\Omega}{\omega_1} = \frac{r_1}{2(r_1+r_3)} = \frac{r_1}{2r_1+2r_3} = \frac{z_1}{2z_1+2z_3} = \frac{z_1}{z_1+z_3}$$

Se io mi metto in un sistema solidale con il Portatreno → è come se fosse un rotismo ad assi fissi

$\omega_1 - \Omega$

$\omega_2 - \Omega$ → $\boxed{\frac{\omega_2 - \Omega}{\omega_1 - \Omega} = \tau}$ → FORMULA DI WILLIS

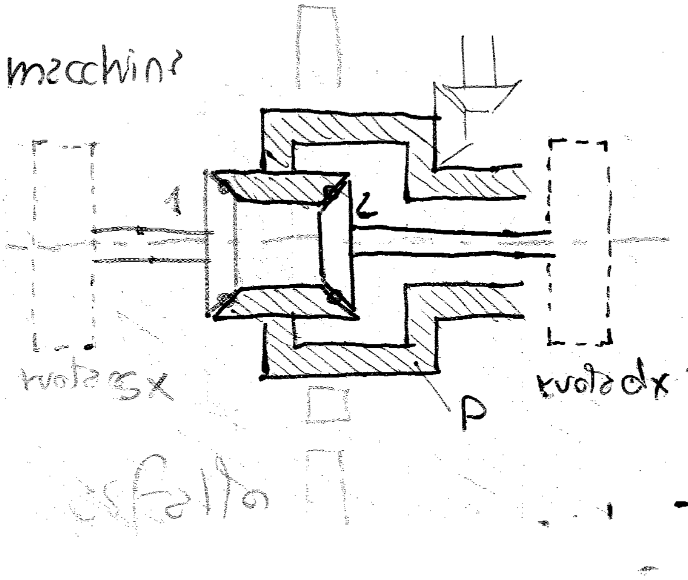
→ rapp. trasm. se fosse un rotismo ad assi fissi

$$\rightarrow \boxed{\tau = \left(-\frac{z_1}{z_3}\right)\left(\frac{z_3}{z_2}\right)}$$

$$\rightarrow \boxed{\frac{\omega_2 - \Omega}{\omega_1 - \Omega} = \left(-\frac{z_1}{z_3}\right)\left(\frac{z_3}{z_2}\right)} \rightarrow \omega_2 - \Omega = \overbrace{\tau\omega_1 - \tau\Omega}^{\tau(\omega_1 - \Omega)}$$

$$\rightarrow \Omega(\tau - 1) = \tau\omega_1 - \omega_2$$

• macchina



$$\frac{\omega_2-\Omega}{\omega_1-\Omega}=\tau=-1$$

$$\omega_2-\Omega=-\omega_1+\Omega$$

$$\omega_2+\omega_1=2\Omega$$

$$\rightarrow \boxed{\Omega=\frac{\omega_1+\omega_2}{2}}$$

Così se inizio una curva (per es. ↰) questo sistema permette una differenza di vel. tra le 2 ruote → posso mantenere la vel. del motore (P) costante nonostante la ruota interna compia < strada

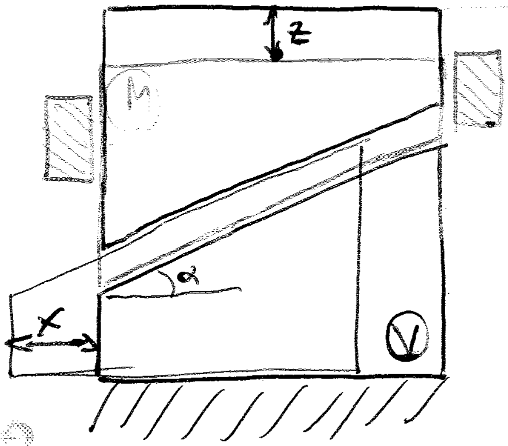
Analizziamo le coppie

$\frac{C_2}{C_1}=1 \qquad C_p=-2C_1$

→ la coppia si trasmette sulle 2 ruote con la stessa intensità

Se sviluppiamo su un piano la vite, il filetto elicoidale sarà rappresentato da una retta inclinata di α rispetto alla $\perp$ all'asse

Stessa cosa per la madrevite che si accoppia con l'elica della vite



Per evitare che la madrevite ruoti liberamente, pongo dei cuscinetti (quindi dei vincoli) che glielo impediscono

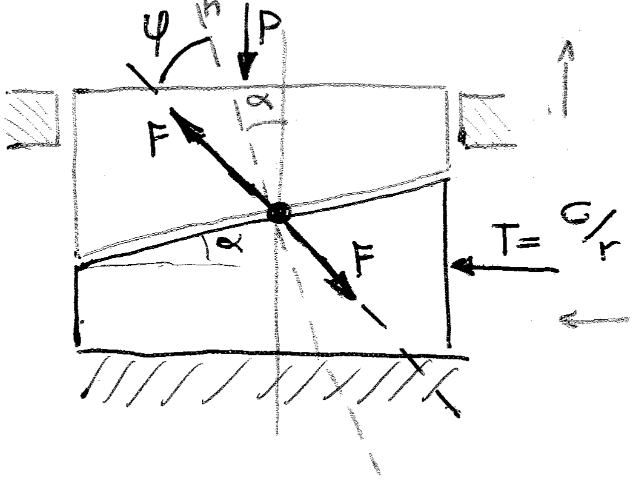
Se muovo V di $x = r \cdot \vartheta$

M si muove verso l'alto di z

$$\boxed{z = x \cdot tg\alpha = r\, tg\alpha \cdot \vartheta} \qquad P_e = 2\pi r\, tg\alpha$$

$$z = \vartheta \frac{P_e}{2\pi} \qquad \boxed{\dot{z} = \omega \frac{P_e}{2\pi} = \omega r\, tg\alpha}$$

Consideriamo ora le coppie applicate se vogliamo far SALIRE M



Se non ci fosse attrito, le forze scambiate tra i 2 corpi è direzionate lungo la normale comune al filetto elicoidale

Ma essendoci l'attrito, la forza scambiata sarà inclinata di un certo angolo di attrito φ rispetto alla normale comune alla sup. di contatto

Avremmo 2 F uguali (una da vite a M e l'altra da M a V) inclinate di un angolo $(\alpha + \varphi)$