



Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino

**Appunti universitari**

**Tesi di laurea**

**Cartoleria e cancelleria**

**Stampa file e fotocopie**

**Print on demand**

**Rilegature**

NUMERO: 815

DATA: 04/02/2014

# **A P P U N T I**

STUDENTE: Piemontese

MATERIA: Termodin. Applic. e Trasmissione del Calore + Eserc.

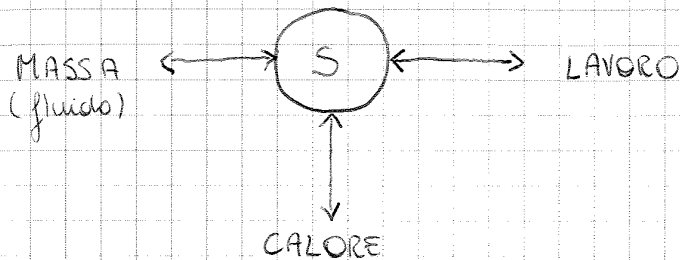
Prof. Santarelli

Il presente lavoro nasce dall'impegno dell'autore ed è distribuito in accordo con il Centro Appunti.

Tutti i diritti sono riservati. È vietata qualsiasi riproduzione, copia totale o parziale, dei contenuti inseriti nel presente volume, ivi inclusa la memorizzazione, rielaborazione, diffusione o distribuzione dei contenuti stessi mediante qualunque supporto magnetico o cartaceo, piattaforma tecnologica o rete telematica, senza previa autorizzazione scritta dell'autore.

**ATTENZIONE: QUESTI APPUNTI SONO FATTI DA STUDENTIE NON SONO STATI VISIONATI DAL DOCENTE.  
IL NOME DEL PROFESSORE, SERVE SOLO PER IDENTIFICARE IL CORSO.**

# SISTEMA TERMODINAMICO



SISTEMA APERTO: può scambiare flussi di massa (anche calore e lavoro)

SISTEMA CHIUSO: NON può scambiare flussi di massa

SISTEMA ADIABATICO: sistema aperto che non può scambiare calore (si massa, si lavoro)

SISTEMA con SUPERFICIE di CONTOURNO INDEFORMABILE: non scambia lavoro

SISTEMA ISOLATO: NO LAVORO, NO calore, NO massa

- PROPRIETÀ TERMODINAMICHE (grandezze fisiche che caratterizzano il sistema)  
(indipendenti)

↓  
sottoinsieme formato dal numero minimo di grandezze che lo caratterizzano (sapendo queste posso ricavare tutte le altre)

GRANDEZZE -ESTENSIVE: dipendono dalla quantità di materia (massa, volume ecc...)

-INTENSIVE: non dipendono dalla quantità di materia (Temperatura)

## GRANDEZZE che DIPENDONO dal PROCESSO

Grandezze che sono definibili come associabili non ad uno stato del sistema (ad un certo tempo  $t$ ) ma ad un processo nella sua interezza:

AZIONI  $a = a(P)$

NO:  ~~$da = a(P+dP) - a(P)$~~  non posso utilizzare, ad esempio, le regole del calcolo differenziale per le AZIONI

Le Azioni sono funzioni del processo e non dello stato termodinamico

1) LAVORO  $L$

2) CALORE  $Q$

### PROCESSO REVERSIBILE (vers. matematica)

Un Processo  $P$  è reversibile se esiste un Processo reversibile  $P_R$  tali che:

1)  $P_R$  è un processo inverso di  $P$

2) tutte le azioni associate al processo  $P_R$  sono uguali in modulo ma opposte in segno rispetto alle azioni associate al processo  $P$ :

$$a(P) = -a(P_R) \quad L(P_R) = -L(P) \quad Q(P_R) = -Q(P)$$



È possibile definire la potenza scambiata dal sistema

$$W(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{L(P)}{\Delta t}$$

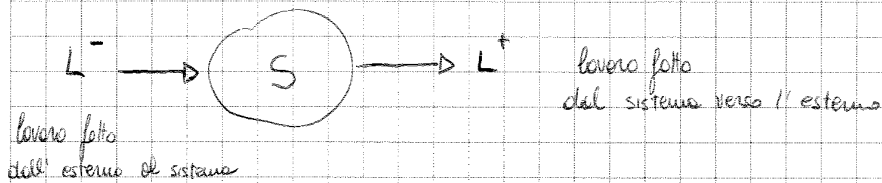
Lavoro

$$L(P) = \int_t W(t) dt$$

$L(P)$  [J] - Joule

$W(t)$  [W] - Watt

CONVENZIONE di SEGNO:



- TRE SISTEMI di FORZE :
- 1) Forze di superficie
  - 2) Forze di campo (o a distanza)
  - 3) Forze interne

1) Sono forze scambiate, tramite una superficie di contorno del sistema (tra sistema ed esterno)

$$\overset{\text{superficie}}{F_{es}^{(s)}} + F_{se}^{(s)} = 0 \quad (\text{azione-reazione})$$

(FORZE INTERNE)

3) Stato tensionale interno di corpo (sistema) intrinsecamente equilibrato (cioè a Risultante = 0) per assicurare equilibrio del corpo stesso, il quale può generare lavoro (interno) nel momento in cui si abbia una deformazione del corpo a seguito di azione di forze esterne, e quindi uno spostamento del punto di applicazione delle forze appartenenti allo stato tensionale interno.

Tensioni interne e lavoro sono scomposti in due componenti : - normale  
- tangenziale

$$L_i(P) = L_i^{(N)}(P) + L_i^{(T)}(P)$$

$$W_i(t) = W_i^{(N)}(t) + W_i^{(T)}(t)$$

CASO PARTICOLARE : si consideri un corpo in cui siano trascurabili le componenti tangenziali dello stato interno

↓  
corpo omogeneo LINEARE :

ipotesi applicabile ad una particolare categoria di fluidi  
detti FLUIDI OMOGENEI LINEARI.

$$L_i(P) = L_i^{LIN}(P)$$

$$W_i(t) = W_i^{LIN}(t)$$

} Rimane solo la componente Normale  
↓

PRESSIONE INTERNA (equivalente alla

$$P_i = \int P_i(t) \vec{n} dA$$

componente normale)

Si può passare da integrale in "dt" a integrale rispetto alla TRASFORMAZIONE ASSOCIATA al PROCESSO P, se l'equazione di stato non presenta discontinuità o punti singoli.

$$L_i(P) = \int_{E'} P_i(V, T) dV$$

(E' è la trasformazione)

Pressione · variazione di Volume  
(interna)

Nel caso di fluidi omogenei NON lineari:

La quota di lavoro associata alle componenti tangenziali dello stato termodinamico interno (che non è associata ad una variazione di volume) è detta componente di attrito interno.

Il valore della componente di attrito interno è:

$$L_{Ai}(P) \geq 0$$

$$W_{Ai}(t) \geq 0$$

ed è sottrattiva rispetto al valore di lavoro totale interno

$$L_i(P) = L_i^{LIN}(P) - L_{Ai}(P)$$

$$W_i(t) = W_i^{LIN}(t) - W_{Ai}(t)$$

$$\bullet L_i(P) = \int_E P_i(V, T) dV - L_{Ai}(P)$$

$$\bullet W_i(t) = P_i(t) \frac{dV(t)}{dt} - W_{Ai}(t)$$

SCONTO 20% FINO A 500€

Vedi coupon in fondo!

Potenza tecnica

$$W_{SE}^s(t) = W_t(t) + W_o(t)$$

SISTEMI → ESTERNO

$$W_o = P_o \frac{dV}{dt}$$

Potenza di deformazione  
(si assume a superfici deformabili)  
produce un lavoro non efficace

$$W_t(t) + W_o(t) + \frac{dE_p}{dt} + \frac{dE_k}{dt} + W_{Ai}(t) - W_i^{LIN}(t) = 0$$

$$W_t(t) + W_o(t) + \frac{dE_p}{dt} + \frac{dE_k}{dt} + W_{Ai}(t) - P_i(t) \frac{dV(t)}{dt} = 0$$

$$L_t(P) + L_o(P) + \Delta E_p + \Delta E_k + L_{Ai}(P) - \int P_i(V, T) dV = 0$$

in forma di lavoro

$$L_{SE} - L_i = -\Delta E \Rightarrow \Delta L = -\Delta E$$

per convenzione di segno

$$L_t(P) = \int P_i(V, T) dV - L_o(P) - L_{Ai}(P) - \Delta E_p - \Delta E_k$$

se  $L_o(P) = 0$  (lavoro di deformazione) quasi sempre

$$\Delta U \cong 0 \quad \Delta E_k \cong 0 \quad (\text{nella maggior parte dei casi di utilizzo})$$

( $\Delta E_p$ )

(Lavoro tecnico) •  $L_t(P) = \int P_i(V, T) dV - L_{Ai}(P)$

se non ho attriti interni al sistema (fluidi omogenei LINSARI)

$$[L_t = L_i \quad \text{o} \quad L_t = L_i^{LIN}] \text{ (nell'ipotesi di fluido omogeneo LINSARE)}$$

se  $dV = 0 \Rightarrow L_t(P) = 0$

## LAVORO SPECIFICO MASSICO

$$l(p) = \frac{L(p)}{M} \quad \left[ \frac{J}{kg} \right]$$

M massa

## VOLUME SPECIFICO MASSICO

$$v = \frac{V}{M} \quad \left[ \frac{m^3}{kg} \right]$$

Espressione di calcolo di calore e flusso termico, e forma differenziale del calore: (v e T indipendenti)

$$\bullet \quad \dot{Q}(t) = \lambda_v(v, T) \frac{dv}{dt} + c_v(v, T) \frac{dT}{dt}$$

$$Q(p) = \int_{t_1}^{t_2} \dot{Q}(t) dt$$

$\lambda_v$ : calore latente rispetto al volume  $\left[ \frac{J}{m^3} \right] = \left[ \frac{N}{m^2} \right]$

calore scambiato tra sistema ed esterno per unità di volume a temperatura costante

$c_v$ : capacità termica a volume costante  $\left[ \frac{J}{K} \right]$

quantità di calore scambiato tra sistema ed esterno in una trasformazione a volume cost. per unità di temperatura del sistema stesso

$$\left. \begin{aligned} A_p &= A_p(p, T) \\ A_T &= A_T(p, T) \end{aligned} \right\} \text{COEFF. MECCANICI}$$

$$\left. \begin{aligned} \lambda_p &= \lambda_p(p, T) \\ C_p &= C_p(p, T) \end{aligned} \right\} \text{COEFF. CALORIMETRICI}$$

COEFF. MECCANICI

$$\left. \begin{aligned} A_p &= p \left( \frac{dV}{dp} \right)_{T=\text{cost}} \\ A_T &= p \left( \frac{dV}{dT} \right)_{p=\text{cost}} \end{aligned} \right\} \begin{aligned} L(P) &= \int_{\Pi} A_p dp + A_T dT = \\ L(P) &= \int_{\Pi} p \left( \frac{dV}{dp} \right)_T dp + p \left( \frac{dV}{dT} \right)_p dT \end{aligned}$$

COEFF. CALORIMETRICI

$$\left. \begin{aligned} \lambda_p &= \lambda_p \left( \frac{dV}{dp} \right)_{T=\text{cost.}} \\ C_p &= C_v - \lambda_v \left( \frac{dp}{dT} \right)_v \left( \frac{dV}{dp} \right)_T \end{aligned} \right\} Q(P) = \int_{\Pi} \lambda_p dp + C_p dT$$

$\lambda_p$  = calore latente rispetto alla pressione,  $\left[ \frac{J}{Pa} \right] = [m^3]$

calore scambiato tra sistema ed esterno a pressione costante per unità di pressione

•  $\lambda_p = \frac{\lambda_p}{M}$  calore latente per unità di massa

Costante di elasticità del gas (grandezza costitutiva, diversa per ogni molecola)

$$R^* = \frac{R}{M}$$

$$\left[ \frac{J}{kg \cdot K} \right]$$

GAS REALI: eq. di stato di Van der Waals

$$p = \frac{R^* T}{v}$$

$$p = \frac{R^* T}{(v-b)} - \frac{a}{v^2}$$

$$a = \frac{27 (R^* T_c)^2}{64 P_c}$$

$$b = \frac{R^* T_c}{8 P_c}$$

$a, b$ : dipendono dalla specie in particolare: Temperatura critica Pressione critica

Grandezze calorimetriche:

1) CALORE LATENTE (rispetto a  $p \times$  unità di massa)

$$\Delta p = \frac{dv}{\left(\frac{dp}{dv}\right)_T} = \frac{-p}{-R^* T / v^2} = \frac{R^* T}{v} \cdot \left(-\frac{v^2}{R^* T}\right) = -v \quad \text{volume specifico}$$

2) CALORE SPECIFICO (a pressione costante)

$$C_p = C_v - \frac{dv \left(\frac{dp}{dT}\right)_v}{\left(\frac{dp}{dv}\right)_T} = C_v - \frac{(dv) \left(\frac{dp}{dT}\right) \left(\frac{dv}{dp}\right)}{v} = C_v - \frac{R^* T}{v} \cdot \frac{R^*}{v} \cdot \left(-\frac{v^2}{R^* T}\right) = C_v + R^*$$

$$C_p - C_v = R^* \quad , \quad \text{essendo x definizione } R^* > 0 \quad C_p > C_v$$

Dalla teoria cinetica dei gas si ricavano le seguenti espressioni per calori specifici a  $p$  e  $v$  costanti

$n^\circ$ atomi x molecola	$C_p$	$C_v$	$\gamma (= C_p/C_v > 1)$ esponente dell'adiabatica
1	$\frac{5}{2} R^*$	$\frac{3}{2} R^*$	5/3
2	$\frac{7}{2} R^*$	$\frac{5}{2} R^*$	7/5
3	$4 R^*$	$3 R^*$	4/3
> 3	$C_p = C_p(T)$	$C_v = C_v(T)$	$\gamma = \gamma(T)$

(... Trasp. adiabatica)

dall' eq. di stato  $p = \frac{R^* T}{V}$  per sostituzione si ottiene

- $T V^{(\gamma-1)} = \text{cost.}$
- $T p \left(\frac{1-\gamma}{\gamma}\right) = \text{cost.}$

CALCOLO del LAVORO

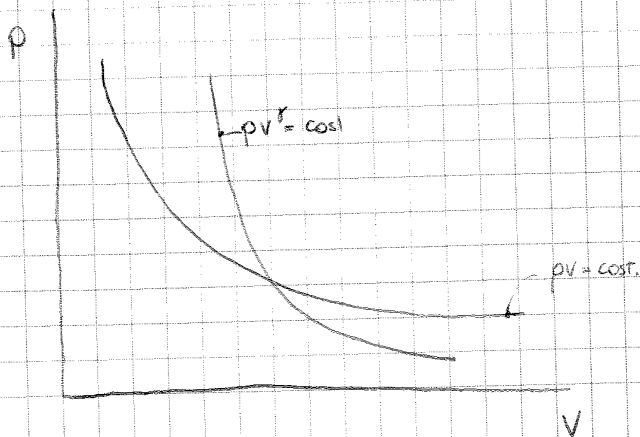
$$l(P) = \int_{T_1} p dv = p_2 V_2^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \int_{V_1}^{V_2} V^{-\gamma} dv = \frac{-p_2 V_2^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}}{-\gamma+1} \left[ V_2^{-\gamma+1} - V_1^{-\gamma+1} \right]$$

$$l(P) = \frac{-p_2 V_2}{\gamma-1} \left[ 1 - \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1} \right]$$

es.  $V_1 > V_2 \rightarrow l(P) < 0$  (esterno ha fatto lavoro sul sistema)  $E \rightarrow S$   
 $V_1 < V_2 \rightarrow l(P) > 0$  (sistema ha fatto lavoro sull'esterno)  $S \rightarrow E$

$$l(P) = \frac{p_2 V_2}{\gamma-1} \left[ 1 - \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right] \quad (\text{con le pressioni})$$

DIAGRAMMA



ISOTERMA:  $pV = \text{cost.}$

ADIABATICA:  $pV^{\gamma} = \text{cost.}$   $\gamma > 1$

pendenza maggiore dipende da  $\gamma$



DAU EQ. (1) :

$$c = c_v \frac{M - \frac{c_p}{c_v}}{M - 1}$$

$$c = c_v \frac{M - \gamma}{M - 1}$$

TRASFORMAZIONE	PROPRIETA'	EQUAZIONE	C	M	
ISOCORA	$dv = 0$	$v = \text{cost}$	$c_v$	$\infty$	
ISOBARA	$dp = 0$	$p = \text{cost}$	$c_p$	0	
ISOTERMA	$dt = 0$	$T = \text{cost}$	$\infty$	1	
ADIABATICA	$dq = 0$	$q = 0$	0	$\gamma$	$(\gamma = \frac{c_p}{c_v})$

CENTRO APPUNTI FINO A 500€

Vedi coupon in fondo

$$1 \text{ bar} = 10^5 \text{ Pa}$$

### ESERCIZIO (1.1)

$$\frac{V_2 - V_1}{V_1} = -0,04\% \quad (V_2 < V_1)$$

$$(-0,04 \times 10^{-2})$$

$$T_1 = T_2$$

$$P_2 - P_1 = 10 \times 10^5 \text{ Pa}$$

$$V = V(p, T)$$

$$dV = \left( \frac{dV}{dT} \right)_p dT + \left( \frac{dV}{dp} \right)_T dp$$

$$\beta = \frac{1}{V} \left( \frac{dV}{dT} \right)_p = \text{la variazione relativa del volume in funzione della temperatura a pressione costante}$$

coeff. di dilatazione termica cubica

$$\kappa_T = \frac{1}{V} \left( \frac{dV}{dp} \right)_T = \text{la variazione relativa del volume in funzione della pressione a temperatura costante}$$

(compressibilità)  
coeff. di compressibilità isotermica

$$dV = \beta V dT + \kappa_T V dp$$

$\stackrel{=0}{=} (dT=0)$

sto comprimendo

$$dV = -\kappa_T V dp$$

$$\int_1^2 \frac{dV}{V} = - \int_1^2 \kappa_T dp$$

$$\ln \frac{V_2}{V_1} = -\kappa_T (P_2 - P_1)$$

$$\frac{V_2}{V_1} = e^{-\kappa_T (P_2 - P_1)}$$

[ sottraggio (-) da entrambi i membri  
per ottenere  $\frac{V_2 - V_1}{V_1}$  ]

$$1L = 1 \text{ dm}^3 = 10^{-3} \text{ m}^3$$

ESERCIZIO (1.3)

$$R^* = 2077 \frac{\text{J}}{\text{kg K}} \quad (\text{elio})$$

(8314)  
 $\frac{R}{M} = R^*$   
 $\frac{dU}{M}$  (massa molecolare) dell'elemento

$$Q = M \int_T (c_v dv + c_v \overset{-(dT=0)}{dT}) = M \int c_v dv$$

$$c_v = T \left( \frac{dp}{dT} \right)_v = T \frac{R^*}{v} = p$$

$$Q = M \int_{v_A}^{v_B} \frac{R^* T}{v} dv = MR^* T \ln \left( \frac{v_B}{v_A} \right) = -2,79 \text{ MJ} \quad (\text{Joule})$$

Trascurando alture e energie K e P

$$L_{se} = L_{se}^s = L_c^{LIV} = M \int p dv = -2,79 \text{ MJ}$$

(UTILIZZO VAN DER WAALS)

$$p = \frac{R^* T}{v-b} - \frac{a}{v^2}$$

$$a = 1989,6 \left[ \frac{\text{Nm}^4}{\text{kg}^2} \right]$$

$$b = 0,0059 \left[ \frac{\text{m}^3}{\text{kg}} \right]$$

$$c_v = T \left( \frac{dp}{dT} \right)_v = T \cdot \frac{R^*}{(v-b)}$$

$$Q = M \int c_v \cdot dv = M \int T \frac{R^*}{v-b} dv = MR^* T \ln \left( \frac{v_e - b}{v_b - b} \right) = -3,61 \text{ MJ}$$



$$Q(P_2) = 0$$

$$V_3 = V_1$$

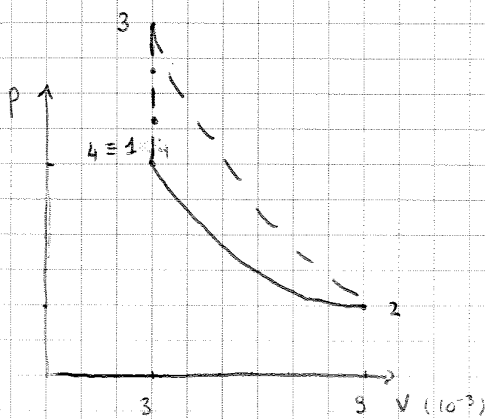
$$pV^\gamma = \text{cost.}$$

$$p_3 V_3^\gamma = p_2 V_2^\gamma$$

$$p_3 = p_2 \left( \frac{V_2}{V_3} \right)^\gamma = 10,3 \text{ bar}$$

(= $V_1$ )

$$L(P_2) = \int_{V_2}^{V_3} p \, dV = p_2 V_2^\gamma \int_{V_2}^{V_3} \frac{dV}{V^\gamma} = \frac{p_2 V_2^\gamma}{\gamma - 1} \cdot \left( \frac{1}{V_3^{\gamma-1}} - \frac{1}{V_2^{\gamma-1}} \right) = 2,74 \text{ kJ}$$



- - - ISOTHERMA
- - - ADIABATICA
- . - ISOCORA

$$T_3 = \frac{p_3 V_3}{M R} = 345,81 \text{ K}$$

$$L(P_3) = 0$$

$$Q(P_3) = \int_{V_3}^{V_1} p \, dV + \int_{T_3}^{T_4} c_v \, dT = c_v (T_4 - T_3)$$

$$\left. \begin{array}{l} T_4 = T_1 \\ V_4 = V_3 = V_1 \end{array} \right\} p_4 = p_1$$

$$(C_v = M c_v)$$

$$Q(P_3) = M c_v (T_4 - T_3) = -2,73 \text{ kJ}$$

$$Q(P) = Q(P_1) + Q(P_2) + Q(P_3) = -0,557 \text{ kJ}$$

$$L(P) = L(P_1) + L(P_2) + L(P_3) = 0,557 \text{ kJ}$$

CICLO CHIUSO

$$Q(P) = -L(P)$$

1) se si hanno due azioni  $a_1(P)$  e  $a_2(P)$ , la somma o differenza delle azioni è anch'esse un'azione  $a_1(P) \pm a_2(P) = a_3(P)$   
( $a_3$  è un'azione)

2) se un'azione  $a(P)$  assume valore nullo quando è calcolata su un processo ciclico chiuso  $C$  [ $a(C) = 0$ ]; si può definire una funzione potenziale  $E$ , funzione dello stato del sistema  $X$  tale che l'azione  $a(P)$  associata ad un processo non ciclico  $P$  è calcolabile come la differenza di questa funzione potenziale calcolata agli estremi del processo  $P$ :  $a(P) = E(X_2) - E(X_1)$

$$a(C) = 0 \Rightarrow a(P) = E(X_2) - E(X_1)$$

$$Q(P) - L(P) = a(P)$$

(secondo il principio t.o.)  $Q(C) - L(C) = 0$  ma,

$Q(C) - L(C) = 0$  è un'azione che assume valore nullo se calcolata su un ciclo  $C$ , ciò implica l'esistenza di una funzione potenziale:

$$Q(P) - L(P) = E(X_2) - E(X_1)$$



$$\bullet \quad Q(P) - L(P) = \Delta E$$

$E = E(X)$  è l'energia totale del sistema

$$Q(P) - L(P) = \Delta E \quad (= E(x_2) - E(x_1))$$

da una forma iniziale  
(dell'eq. dell'energia cinetica)

$$L_{se}(P) = L_i(P) - \Delta E_k$$



$E_k$  MICROSCOPICA  
(en. cinetica  
del sistema)

$$Q(P) - L_i(P) = \underbrace{\Delta E - \Delta E_k}_{\Delta U}$$

$U =$  energia interna  
del sistema

EQUAZ. di STATO

$$U = U(x) \quad \rightarrow \text{è una grandezza di stato}$$

(Ulteriore forma dell'eq. del primo principio t.d. per sistemi chiusi):

$$1) Q(P) - L_i(P) = \Delta U \quad (= U(x_2) - U(x_1))$$

$$2) Q(P) - L_{se}(P) = \Delta U + \Delta E_k$$

ENERGIA INTERNA  $U$  (caratteristica):

- definita come differenza perciò calcolabile e meno di una costante

$$x_0 \quad U(x_0) = 0$$

$$U = U(x) - U(x_0)$$

- estensiva, si misura in Joule [J]

- si definisce una grandezza massica

$$u = \frac{U}{M} \quad \left[ \frac{J}{kg} \right]$$

x GAS IDEALI:  $\Delta U = C_v \Delta T$

# ~~PRINCIPIO TERMODINAMICO~~ (Per sistemi chiusi)

## MACCHINA TERMICA

- 1) oggetto artificiale che utilizza trasformazioni termodinamiche delle materie per ottenere un effetto "utile"
- 2) macchina ciclica (serie di trasformazioni che compaiono un ciclo termodinamico  $C$ )
- 3) L'effetto "utile" è ottenuto trasformando la forma calore in forma lavoro (o viceversa)

### MACCHINE MOTRICI

Tendono disponibili LAVORO UTILE  
 di esterno trasformando CALORE  $\rightarrow$  LAVORO  
in

### MACCHINE OPERATRICI

utilizzano lavoro dell'esterno per invertire  
 il senso di una trasformazione spontanea  
LAVORO  $\rightarrow$  CALORE

4) EFFICIENZA di una macchina termica: è il rapporto (adimensionale) tra

$$\text{EFFICIENZA} = \frac{\text{EFFETTO UTILE}}{\text{ENERGIA SPESA}}$$

(sempre  $< 1$ )

= energia che mi produce la macchina  
 = energia utilizzata dalla macchina per ottenere  
 il suo effetto utile

(esempio) MACCHINA BITERMICA



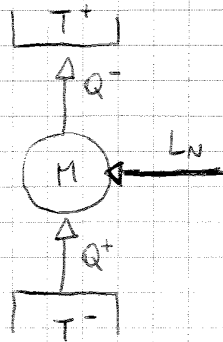
$Q^+ > 0$  calore ricevuto dal sistema (EST  $\rightarrow$  SIST.)

$Q^- > 0$  calore ceduto dal sistema (S  $\rightarrow$  E)  
(in modulo)

$L^+ > 0$  lavoro effettuato dal SIST  $\rightarrow$  EST

$L^- > 0$  lavoro ricevuto dal sistema EST  $\rightarrow$  SIST.  
(in modulo)

MACCHINA OPERATRICE



$$L_N < 0$$

$$Q_N < 0 \quad Q^- > Q^+$$

$$\epsilon = \frac{Q^+}{|L_N|} \quad \text{efficienza frigorifera}$$

II PRINCIPIO della TERMODINAMICA

(forma assintotica):

$$\Phi(t) \leq \Phi_{\max}(t) \quad \rightarrow \quad \Phi_{\max}(t) = T \cdot \frac{dS(X)}{dt}$$

o temperatura assoluta del sistema

S = ENTROPIA  
del sistema X

$$\Phi(t) \leq T \cdot \frac{dS(X)}{dt}$$

Il segno < vale per trasformazioni irreversibili

Il segno = è un caso particolare valido solo per trasformazioni reversibili





$$\frac{dQ}{T} \leq dS \rightarrow dQ \leq T dS$$

da  $\left(\frac{dS}{dt} \geq \frac{\Phi(t)}{T}\right)$  possiamo modificarlo in

$$\frac{dS}{dt} = \frac{\Phi(t)}{T} + \sum_i \dot{S}_i$$

Lo serve a bilanciare la disuguaglianza

$\sum_i \dot{S}_i \geq 0$  ,  $> 0$  transf. irreversibili  
 $\downarrow$   $= 0$  " reversibili

flusso di entropia per irreversibilità

$$S \rightarrow \left[ \frac{J}{K} \right]$$

$$\sum_i \left[ \frac{J}{Ks} \right] = \left[ \frac{W}{K} \right]$$

(in forme integrate)

$$\int_t \frac{\Phi(t)}{T} dt \leq \Delta S \rightarrow \int_t \frac{\Phi(t)}{T} dt + \sum_i \dot{S}_i = \Delta S$$

Lo entropia per irreversibilità  $\left[ \frac{J}{K} \right]$

$= 0$  transf. reversibili

$> 0$  transf. irreversibili

## EQ. II PRINCIPIO TERMODINAMICA

$$\frac{\Phi(t)}{T} + \sum_i \dot{S}_i = \frac{dS}{dt}$$

FORMA FLUSSO (o DIFFERENZIALE)

$$\int_t \frac{\Phi(t)}{T} dt + \sum_i \dot{S}_i = \Delta S$$

FORMA INTEGRALE

2) = Sist. reversibile  $\Delta S = \int_T \frac{\phi(t)}{T} dt$

1)  $C \rightarrow \infty$

$L_D \quad T \Delta S = \int_C \phi(t) dt$

A)  $T \Delta S_A = -Q$

B)  $T \Delta S_B = +Q$

$\Delta S_{\text{Sistema}} \geq 0$

$\Delta S_{\text{Sist.}} = \Delta S_A + \Delta S_B \geq 0$

$\Delta S_{\text{Sist.}} = -\frac{Q}{T_A} + \frac{Q}{T_B} \geq 0$

$\bullet \quad Q \left( \frac{1}{T_B} - \frac{1}{T_A} \right) \geq 0$

$(= 0)$  se

$(> 0)$  se

condizione  
equivalente  $\left\{ \begin{array}{l} T_A = T_B \\ Q = 0 \end{array} \right.$

$T_A > T_B \Rightarrow Q > 0 \left[ A \xrightarrow{Q} B \right]$   
 $T_B > T_A \Rightarrow Q < 0 \left[ A \xleftarrow{Q} B \right]$

$\hookrightarrow$  Scambio termico è un fenomeno irreversibile

$\hookrightarrow$  Calore è scambiato da  $T$  maggiore (temperatura) e  $T$  minore (temperatura)

Dato che il ciclo è composto da 4 transf. elementari posso scrivere:

$$\int \frac{dQ}{T} = 0 \Rightarrow -\frac{Q^-}{T^-} + \int \frac{dQ}{T} + \frac{Q^+}{T^+} + \int \frac{dQ}{T} = 0$$

$\int \frac{dQ}{T} = 0$   
 = 0  
 ADIABATICA

$$-\frac{Q^-}{T^-} + \frac{Q^+}{T^+} = 0$$

$$\frac{Q^-}{Q^+} = \frac{T^-}{T^+}$$

Il rendimento del ciclo di Carnot:

$$\eta = \frac{L_m}{Q^+} = \frac{Q^+ - Q^-}{Q^+} = 1 - \frac{Q^-}{Q^+} \quad \text{valido per qualunque ciclo}$$

Nel caso del ciclo di CARNOT posso scrivere

$$\eta_c = 1 - \frac{T^-}{T^+}$$

conseguenze: 1)  $\eta_c = 1$  se  $T^- = 0$ ,  $T^+ = \infty$  (IMPOSSIBILE) IN REALTÀ

2)  $\eta_c < 1$  ed è il caso limite

Dato che  $\eta = \frac{L_m}{Q^+} < 1$

1)  $L_m < Q^+$  non si può trasformare completamente il calore ricevuto ad alte T, in lavoro netto

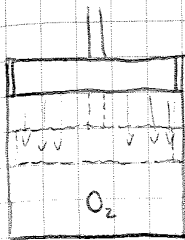
$$2) L_m = \eta_c Q^+ = \left[1 - \frac{T^-}{T^+}\right] Q^+$$

3)  $1 - \frac{T^-}{T^+}$  è definito fattore di CARNOT

; 4) LIMITE di CARNOT (per il rendimento delle macchine termiche)

$$\eta \leq \eta_c = 1 - \frac{T^-}{T^+}$$

### ESERCIZIO (2.3)



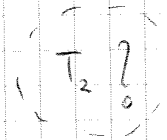
$$Q(P) = \frac{1}{3} L(P)$$

Trasf. Politropica ( $pV^m = \text{cost.}$ )

$$p_1 = 1 \times 10^5 \text{ Pa}$$

$$p_2 = 4 \times 10^5 \text{ Pa}$$

$$T_1 = 288,15 \text{ K}$$



$$\frac{T_2}{T_1} = \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{m-1}{m}} \quad (\text{ma non conosciamo però } m)$$

quindi I Principio t.d.:

$$Q(P) - L(P) = \Delta U$$

$$\bullet \quad -\frac{2}{3} L(P) = \Delta U \quad (\text{perché } Q(P) = \frac{1}{3} L(P))$$

$$L(P) = \int_{V_1}^{V_2} p \, dV = p_1 V_1^m \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V} = \frac{1}{1-m} p_1 V_1 \left[ V_2^{1-m} - V_1^{1-m} \right] = \frac{1}{1-m} p_1 V_1 \left[ \left( \frac{V_2}{V_1} \right)^{1-m} - 1 \right]$$

considerando che ...  $T_1 V_1^{m-1} = T_2 V_2^{m-1}$

$$\frac{T_1}{T_2} = \left( \frac{V_2}{V_1} \right)^{m-1}$$

$$L(P) = \frac{1}{1-m} p_1 V_1 \left[ \frac{T_2}{T_1} - 1 \right]$$

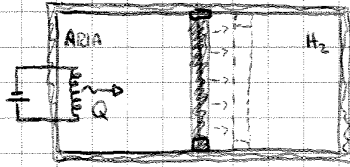
poi ...

$\Delta U$  per un GAS IDEALE

$$\Delta u = c_v \Delta T$$

$$\Delta U = M \Delta u = M c_v (T_2 - T_1)$$

### ESERCIZIO (2.4)



$$V_{aria} = V_{H_2} = 28 \times 10^{-3} \text{ m}^3$$

$$T_{aria} = T_{H_2} = 313,15 \text{ K}$$

$$p_{aria} = p_{H_2} = 1,4 \times 10^5 \text{ Pa}$$

Q?  $L_{\text{aria}}$   $L_{\text{H}_2}$  ?  
destro

	ARIA	H <sub>2</sub>
R*	287	4124,71
c <sub>p</sub>	1004,5	14322,66
c <sub>v</sub>	717,15	10208,44
γ	1,4	1,404

## ENTALPIA

$$H = H(p, T)$$

$$dH = \left( \frac{dH}{dp} \right)_T dp + \left( \frac{dH}{dT} \right)_p dT \quad (1)$$

Dalla definizione di entalpia  $H = U + pV$

$$dH = dU + d(pV) \quad (2)$$

Dal I principio  $dQ - dL = dU$

$$(l_p dp + c_p dT) - (p dV) = dU$$

$$dH = l_p dp + c_p dT - p dV + p dV + V dp$$

$$dH = (l_p + V) dp + c_p dT$$

Confrontando con (1)

$$\left( \frac{dH}{dp} \right)_T = l_p + V \quad ; \quad \left( \frac{dH}{dT} \right)_p = c_p$$

In forma massica

$$dh = (l_p + v) dp + c_p dT$$

da cui

$$\left(\frac{ds}{dp}\right)_T = \frac{\alpha_p}{T} \quad ; \quad \left(\frac{ds}{dT}\right)_p = \frac{c_p}{T}$$

in forma massica =

$$ds = \frac{\alpha_p}{T} dp + \frac{c_p}{T} dT$$

PRIMO PRINCIPIO della TERMODINAMICA PER SISTEMI CHIUSI  
(in forma differenziale)

$$dQ - dL = dU$$

$$dQ - p dV = dU \quad \textcircled{1}$$

$$dQ + v dp = dH \quad \textcircled{2}$$

in forma massica

$$dq - p dv = du$$

$$dq + v dp = dh$$

SECONDO PRINCIPIO per sistemi chiusi (nell'ipotesi di fluido omogeneo lineare)

$$dQ = T ds \quad \rightarrow \quad \text{entropia totale del sistema}$$

## ENERGIA INTERNA (in forma massica)

$$du = (1v - p) dv + c_v dT \quad (1)$$

$$du = \left( \frac{du}{dv} \right)_T dv + c_v dT \quad (2)$$

$$dq = T ds = du + p dv \quad (\text{deriva rispetto } v \text{ a } T \text{ costante})$$

$$T \left( \frac{ds}{dv} \right)_T = \left( \frac{du}{dv} \right)_T + p$$

$$\left( \frac{du}{dv} \right)_T = T \left( \frac{ds}{dv} \right)_T - p$$

Dalla relazione di Maxwell (3)  $\left( \frac{ds}{dv} \right)_T = \left( \frac{dp}{dT} \right)_v$

$$\left( \frac{du}{dv} \right)_T = T \left( \frac{dp}{dT} \right)_v - p$$

Sostituendo (3) in (2)

$$du = c_v dT + \left[ T \left( \frac{dp}{dT} \right)_v - p \right] dv \quad (4)$$

Confrontando (4) con (1)

$$1v = T \left( \frac{dp}{dT} \right)_v$$

RELAZIONE di CLAUSIUS-CLAPEYRON



Caso particolare di un fluido di cui conosciamo l'equazione di stato:

GAS IDEALI

EQ. STATO:

$$pv = R^*T$$

$$\left( \frac{dp}{dT} \right)_v = \frac{R^*}{V}$$

ENERGIA INTERNA:  
(massica)

$$du = c_v dT + \left[ T \cdot \frac{R^*}{V} - p \right] dv$$

$$du = c_v dT + [p - p] dv$$

$$\underline{du = c_v dT}$$

(solo x GAS IDEALI)

ENTALPIA:

$$dh = c_p dT + \left[ v - T \frac{R^*}{p} \right] dp$$

$$\left( \frac{dv}{dT} \right)_p = \frac{R^*}{p}$$

$$dh = c_p dT + [v - v] dp$$

$$\underline{dh = c_p dT}$$

(solo x GAS IDEALI)

~~ENTALPIA:~~

~~$$dh = c_p dT + \left[ v - T \frac{R^*}{p} \right] dp$$~~

~~$$dh = c_p dT + [v - v] dp$$~~

Nel caso particolare di GAS IDEALI (consideriamo le precedenti equazioni (3) e (3'))

$$pV = R^* T$$

$$\left(\frac{dV}{dT}\right)_p = \frac{R^*}{p}, \quad \left(\frac{dp}{dT}\right)_V = \frac{R^*}{V}$$

- $ds = c_p \frac{dT}{T} - R^* \frac{dp}{p}$  (1) (e' la piu' usata nella pratica)
- $ds = c_v \frac{dT}{T} + R^* \frac{dV}{V}$  (2)

Definizione: ENERGIA LIBERA DI GIBBS

$$G = H - TS$$

Entalpia
Entropia

1) grandezza estensiva

$$g = \frac{G}{M} = h - Ts \quad (\text{forma massica})$$

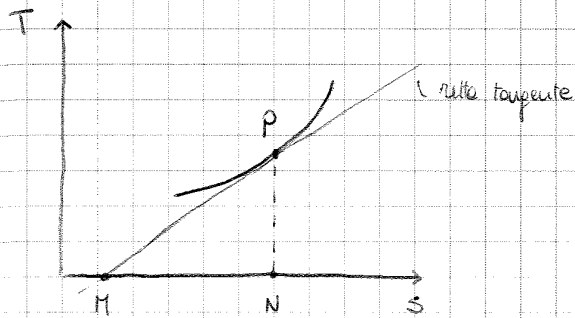
2) Calcolabile a "meno di una costante" nello stato di riferimento  $x_0$  in cui

$$G(x_0) = 0$$

(FORMA DIFFERENZIALE):  $dg = dh - d(T \cdot s) = \underbrace{dh - T ds - s dT}$

(IMPO X LE REAZIONI CHIMICHE)

$$\underbrace{dg = v dp - s dT}$$



MN = sotto tangente  
 (cioè l'intercetta della  
 retta tangente con  
 l'orizzontale)  
 [anziché la verticale]  
 come sulla tangente

$$\frac{PN}{MN} = \frac{dT}{ds}$$

$$MN = \frac{PN}{dT/ds} = \frac{T}{dT/ds} = \frac{T ds}{dT} = \frac{dq}{dT} = c \quad \text{CALORE SPECIFICO}$$

$$MN \propto c \quad (\text{nel punto } p)$$

(proporzionale)

ISOCORA x gas ideali :

$$ds = c_v \frac{dT}{T} + R^* \frac{dv}{v} \quad \leftarrow \bullet$$

$$ds = c_v \frac{dT}{T} + c_v (\gamma - 1) \frac{dv}{v} = c_v \left[ \frac{dT}{T} + (\gamma - 1) \frac{dv}{v} \right]$$

(INTEGRANDO) [  $S_0 = 0$  ]

$$S - S_0 = S = c_v \ln \frac{T}{T_0} + c_v \ln \left( \frac{v}{v_0} \right)^{\gamma - 1}$$

$$c_v = \frac{R^*}{\gamma - 1}$$

$$R^* = c_v (\gamma - 1) \quad \bullet$$

## SISTEMI APERTI (o con deflusso)

Estensione delle relazioni fondamentali da sistemi chiusi a sistemi aperti.

- 1) equazione energia cinetica
- 2) I principio termodinamica
- 3) II principio termodinamica



SEZIONE d'INGRESSO

Massa caratterizzata <sup>uno</sup> dallo stato termodinamico proprio

Si fa l'ipotesi che lo stato termodinamico associato al flusso di massa sia omogeneo in  $A_1$

Scelta del sistema di riferimento per un fluido in movimento  $x = (x, y, z)$

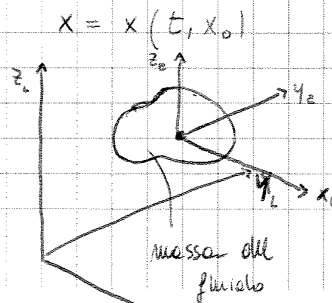
(+ USATO)

**EULERIANO**: le variabili indipendenti sono il tempo  $t$ ,  $x$  coordinate delle singole particelle materiche del fluido.

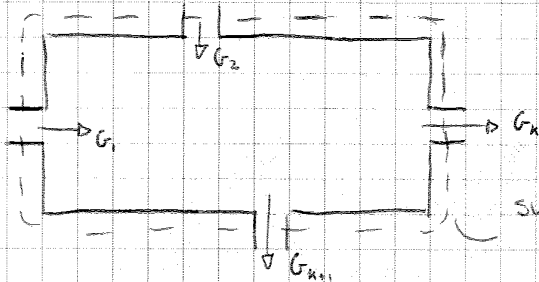
**VARIABILE DIPENDENTE**:  $x_0$  coordinate del punto 0 del sistema di riferimento fisso nello spazio

$$x_0 = x_0(x, t)$$

**LAGRANGIANO**: le variabili indipendenti sono il tempo  $t$ ;  $x_0$  coordinate dell'origine del sistema di riferimento



Derivata rispetto al tempo di una grandezza estensiva (nel caso di un sistema aperto: derivata materiale)



superficie che delimita il VOLUME di CONTROLLO ( $V_c$ )

Grandezza estensiva generica:  $Z$  (M, U, H, S...)

$$\frac{dZ}{dt} = \left[ \frac{dZ}{dt} \right]_{V_c} + \sum_{k=1}^{N_c} \pm G_k \cdot z_k$$

*(legata a parametri interni)*  
*(flusso all'interno del volume di controllo)*  
*grandezza estensiva specifica (per unità di massa) associata alla portata G*

$N_c$  = numero di condotti di entrata e uscita

+ flussi uscite  
- flussi entrate

ESEMPIO: ENERGIA INTERNA U

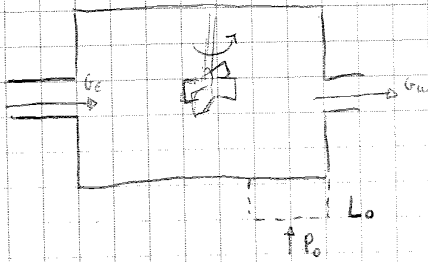
$$\frac{dU}{dt} = \left[ \frac{dU}{dt} \right]_{V_c} + \sum_{k=1}^{N_c} \pm G_k \cdot u_k$$

1) FUNZIONAMENTO STAZIONARIO

$$\frac{dZ}{dt} = \left[ \frac{dZ}{dt} \right]_{V_c} + \sum_{k=1}^{N_c} \pm G_k \cdot z_k$$

$= 0$

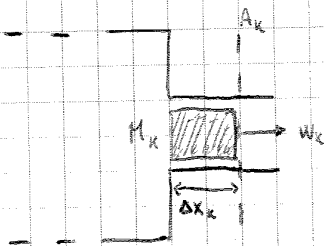
## LAVORO di SPOSTAMENTO



$$L_{SE}^s = L_E + L_0 \quad \text{per sistemi chiusi}$$

Si aggiunge un termine di lavoro associato allo scambio di massa fra sistema ed esterno: LAVORO di SPOSTAMENTO =  $L_{sp}$

$$L_{SE} = L_E + L_0 + L_{sp}$$



$$G_k = p_k A_k w_k$$

$$L_{sp}^k = p_k A_k \vec{a}_k \cdot \vec{\Delta x}_k$$

POTENZA: 
$$W_{sp}^k \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left[ \frac{L_{sp}^k}{\Delta t} \right] = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left[ \frac{p_k A_k \vec{a}_k \cdot \vec{\Delta x}_k}{\Delta t} \right] = p_k A_k \cdot \vec{w}_k$$

$$W_{sp}^k = p_k A_k w_k \quad \text{ma} \quad G_k = p_k A_k w_k$$

$$W_{sp}^k = \frac{p_k}{\rho_k} G_k = (p_k v_k) G_k \quad \rho_k = \frac{1}{v_k}$$

GENERALIZZANDO A  $N_c$  CONDOTTI

$$W_{sp} = \sum_{k=1}^{N_c} (p v)_k G_k$$

POTENZA di SPOSTAMENTO

$$W_{sp} = d(pv)$$



IW TRADING ROOM

Il tuo master in trading online!

Numero Verde  
800-991187

### ESERCIZIO (3.2)

Dato CASO 1) corpo A:

$$dS = \frac{Q}{T} = C \frac{dT}{T}$$

$$\Delta S_A = \int_{T_i}^{T_f} C \frac{dT}{T} = C \ln \frac{T_f}{T_i} = (250 \text{ K})$$

$\downarrow$   
500  $\frac{\text{J}}{\text{K}}$

$$Q = c \Delta T$$

$$\Delta S_A = -272,4 \left[ \frac{\text{J}}{\text{K}} \right]$$

$$\Delta S_{\text{mare A}} = \frac{|Q|}{T_{\text{mare A}}} = \frac{c \cdot \Delta T_{\text{corpo A}}}{T_{\text{mare A}}} = 362,1 \left[ \frac{\text{J}}{\text{K}} \right]$$

⊕ perché il mare ha ricevuto calore

$$\Delta S_{\text{tot}} = \Delta S_A + \Delta S_{\text{mare}} = 89,7 \left[ \frac{\text{J}}{\text{K}} \right]$$

CASO 2) Corpo B:

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta S_{B_i} = c \ln \frac{T_{\text{acqua}}}{T_i} \\ \Delta S_{B_f} = c \ln \frac{T_f}{T_{\text{acqua}}} \end{array} \right.$$

$$\Delta S_B = \Delta S_{B_i} + \Delta S_{B_f}$$

$$\Delta S_B = c \cdot \ln \frac{T_f}{T_i} = -272,4 \left[ \frac{\text{J}}{\text{K}} \right] = (\Delta S_A)$$

Variazione Entropia dell'acqua bollente:

$$\Delta S_{\text{acqua}} = \frac{|Q|}{T_{\text{acqua}}} = \frac{c \cdot (\Delta T)}{T_{\text{acqua}}} = 170 \left[ \frac{\text{J}}{\text{K}} \right]$$





## EQUAZIONE ENERGIA CINETICA

(in forma di Potenze  $W$ )

$$(W_t + W_o)$$

$$W_{SE}^s + W_a + \frac{dE_k}{dt} + \frac{dE_p}{dt} - W_c^{LIN} = 0$$

↓  
( $p \frac{dV}{dt}$ )

PER SISTEMI APERTI:  $W_{SE}^s = W_t + W_o + W_{sp}$

$$W_{sp} = \frac{d(pV)}{dt}$$

$$W_t + W_o + W_a + \frac{dE_k}{dt} + \frac{dE_p}{dt} - p \frac{dV}{dt} + p \frac{dV}{dt} + V \frac{dp}{dt} = 0$$

$$\frac{dE_k}{dt} = \left[ \frac{dE_k}{dt} \right]_{V_c} + \sum_{k=1}^{N_c} \pm e_k \cdot G_k$$

$$\frac{dE_p}{dt} = \left[ \frac{dE_p}{dt} \right]_{V_c} + \sum_{k=1}^{N_c} e_{p,k} \cdot G_k$$

$$W_t + W_o + W_a + \left[ \frac{dE_k}{dt} \right]_{V_c} + \left[ \frac{dE_p}{dt} \right]_{V_c} + \sum_{k=1}^{N_c} \pm G_k (e_k + e_p)_k + V \frac{dp}{dt} = 0$$

PER SISTEMI APERTI CON SCAMBIO DI MASSA CON L'ESTERNO

**SCONTO 20% FINO A 500€**

NEL NEGOZIO **WWW.LIBRARYONLINE.COM**

Vedi coupon in fondo!

$L_e > 0$  se  $dp < 0$  ( $p_e > p_u$ ) ESPANSIONE FLUIDO

$L_e < 0$  se  $dp > 0$  ( $p_u > p_e$ ) COMPRESIONE FLUIDO

CASO PARTICOLARE: FLUIDI INCOMPRESSIBILI

$$\left( \frac{dV}{dt} = 0 \right)$$

Ipotesi (simplificative):

- $W_o = 0$
- $\left[ \frac{dE_k}{dt} \right] = \left[ \frac{dE_p}{dt} \right] = 0$
- Sistema 1 in, 1 out

$$W_e = -W_a - G \left[ (e_{k_u} - e_{k_e}) + (e_{p_u} - e_{p_e}) \right] - V \frac{dp}{dt}$$

(FLUIDO INCOMPRESSIBILE)  
= 0

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{d(pV)}{dt} &= p \frac{dV}{dt} + V \frac{dp}{dt} \end{aligned} \right.$$

$$\frac{d(pV)}{dt} = \sum_{k=1}^{N_c} \pm G_k (pV)_k = G \left[ (pV)_u - (pV)_e \right]$$

↓

↓

$$V \frac{dp}{dt} = G \left[ (pV)_u - (pV)_e \right]$$

$$W_e + W_a + G \left[ (pV + e_k + e_p)_u - (pV + e_k + e_p)_e \right] = 0$$

# I PRINCIPIO TERMODINAMICO PER SISTEMI APERTI

$$\dot{\Phi} - \dot{W}_{SE} = \frac{dU}{dt} + \frac{dE_k}{dt}$$

$$\dot{\Phi} - [\dot{W}_{SE}^s + \dot{W}_{SE}^d] = \frac{dU}{dt} + \frac{dE_k}{dt}$$

$$\dot{\Phi} - [\dot{W}_e + \dot{W}_o + \dot{W}_{sp} \frac{dE_p}{dt}] = \frac{dU}{dt} + \frac{dE_k}{dt}$$

$$\dot{W}_{sp} = \sum_{k=1}^{N_c} \pm (pv)_k \cdot \dot{G}_k$$

$$\frac{dU}{dt} = \left[ \frac{dU}{dt} \right]_{v_c} + \sum_{k=1}^{N_c} \pm \dot{G}_k \cdot u_k$$

$$\frac{dE_k}{dt} = \left[ \frac{dE_k}{dt} \right]_{v_c} + \sum_{k=1}^{N_c} \pm \dot{G}_k \cdot e_{k,k}$$

$$\frac{dE_p}{dt} = \left[ \frac{dE_p}{dt} \right]_{v_c} + \sum_{k=1}^{N_c} \pm \dot{G}_k \cdot e_{p,k}$$

$$\bullet \dot{\Phi} - [\dot{W}_e + \dot{W}_o] = \frac{d}{dt} [U + E_k + E_p]_{v_c} + \sum_{k=1}^{N_c} \pm \dot{G}_k \underbrace{(pv + u + e_k + e_p)}_h \text{ ENTALPIA}$$



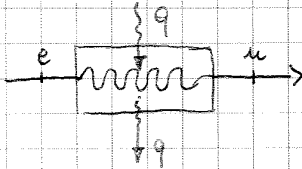
ESEMPIO: SCAMBIATORE di CALORE

Se  $W_c = 0$  ed  $e_k = e_p \sim 0$  (trascurabile)

$$\Phi - \frac{W_c}{\dot{m}} = G(h_u - h_e)$$

$$\Phi = G(h_u - h_e) \quad (\text{dividendo per } G)$$

$$q = (h_u - h_e)$$

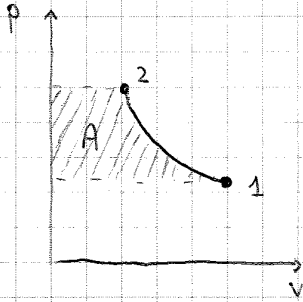


- $h_u > h_e$        $q > 0$       calore da ESTERNO → SISTEMA
- $h_u < h_e$        $q < 0$       calore da SISTEMA → ESTERNO

EQ. ENERGIA CINETICA sul PIANO di CLAPSEYRON (X SISTEMI APERTI)

IPOTESI:  
 $W_0 = 0$        $e_k = e_p \sim 0$   
 $W_e = 0$

$$l_t = - \int v dp$$

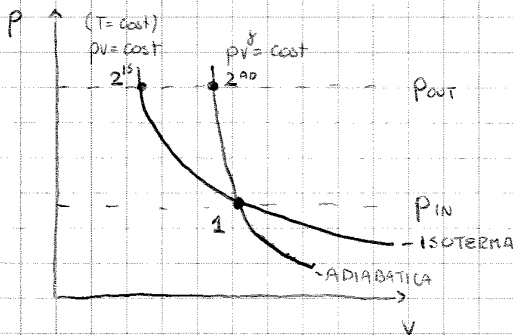


$$A = \int v dp$$

1 → 2       $l_{t(1 \rightarrow 2)} = - \int_1^2 v dp < 0$       COMPRESSIONE

2 → 1       $l_{t(2 \rightarrow 1)} = - \int_2^1 v dp > 0$       ESPANSIONE

COMPRESSIONE ISOTERMA e ADIABATICA (confronto)



( $A_{ISOTERMA} < A_{ADIABATICA}$ )  
 $l_{ISOTERMA} < l_{ADIABATICA}$

conviene quindi in teoria comprimere il fluido con una trasf. isoterma \*

$$\Phi - W_c = G \cdot (h_2 - h_1) \quad \text{PER UN GAS} \quad \rightarrow \quad \Phi - W_c = G \cdot c_p (T_2 - T_1) \rightarrow \text{ISOTERMA}$$

↓  
 $\Phi = W_c$

\* Si dovrebbe comprimere e allo stesso tempo buttar fuori il calore che ho prodotto con il lavoro di compressione



$$W_c = \Phi$$



IL LAVORO TECNICO è COERENTE SIA CHE USO L'ESPRESSIONE del I principio CHE SE USO L'ESPRESSIONE dell' EN. CINETICA

$$l_t = \frac{\gamma}{\gamma-1} p_1 v_1 \left[ 1 - \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right]$$

di una  
ADIABATICA

SE GAS IDEALE  $p_1 v_1 = R^* T_1$

$$l_t = \frac{\gamma}{\gamma-1} R^* T_1 \left[ 1 - \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right]$$

$$l_t = c_p T_1 \left[ 1 - \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right]$$

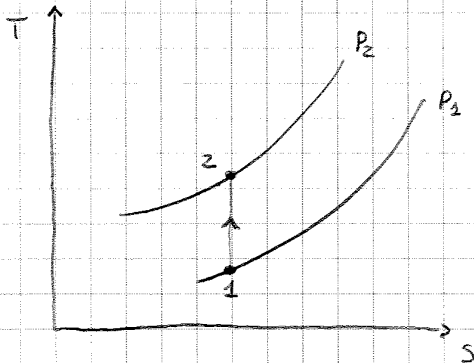
$$\left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = \frac{T_2}{T_1}$$

$$l_t = c_p T_1 \left[ 1 - \frac{T_2}{T_1} \right] =$$

$$(l_t =) \{ c_p (T_1 - T_2) = h_1 - h_2 \}$$

### TRASFORMAZIONE ISOENTROPICA (trasf. ideale)

PIANO DI GIBBS : 2 ISOBARE



TRASF. ISOENTROPICA: IPOTESI

- 1) trasf. adiabatica
- 2) trasf. reversibile

(Se verificate entrambe)

⇒ TES

$$S_1 = S_2$$

Poiché passare da  $p_1$  a  $p_2$  con un' adiabatica ( $\Phi = 0$ )

Il principio :

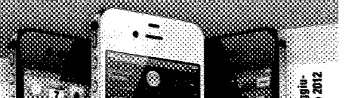
$$G(S_2 - S_1) = \frac{\Phi}{T} + E_i$$

$\frac{\Phi}{T} = 0$

→

PrezziPazzi

FREE FUTUOL



### RENDIMENTO ISOENTROPICO $\eta_{is}$ (di COMPRESIONE):

$$\eta_{is,c} = \frac{l_c(is)}{l_c(R)} \quad \begin{array}{l} \text{(lavoro isoentropico o ideale)} \\ \text{(lavoro reale)} \end{array} = \frac{h_{2(is)} - h_1}{h_{2(R)} - h_1}$$

compressione

$$\Rightarrow [0 < \eta_{is} < 1]$$

SE GAS IDEALE

$\eta_{is} \sim 1$  compr. migliori

↳ T bassa all'uscita

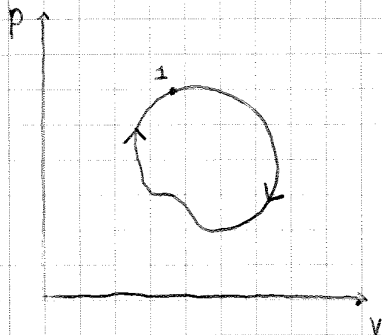
$$\eta_{is,c} = \frac{c_p (T_{2(is)} - T_1)}{c_p (T_{2(R)} - T_1)}$$

↳ posso eliminare il  $c_p$  se il  $\Delta T$  tra numeratore e denominatore non è troppo elevato



# CICLI MOTORE A GAS

## PIANO di CLAPEYRON



$$l_c = - \int v dp$$

$$l_{c(c)} = - \int_c v dp$$

lavoro termico  
del ciclo

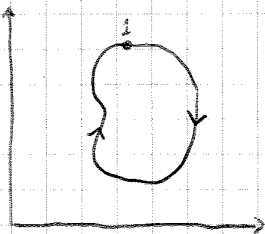
Essendo un ciclo motore  $l_{c(c)} > 0$   
perciò la sequenza di trasformazioni avviene  
in senso orario

Perché per il I principio t.d.

$$L(c) = Q(c) \text{ allora il ciclo è motore se } Q(c) > 0$$

$$\text{CALORE RICEVUTO} > \text{CALORE CEDUTO} \quad (Q^+ > Q^-)$$

## PIANO di GIBBS



$$q = \int T ds$$

$$\text{nel ciclo} \Rightarrow q_c = \int_c T ds$$

essendo ciclo motore  $q_c > 0$   
e quindi la sequenza di  
trasformazioni avviene in senso orario

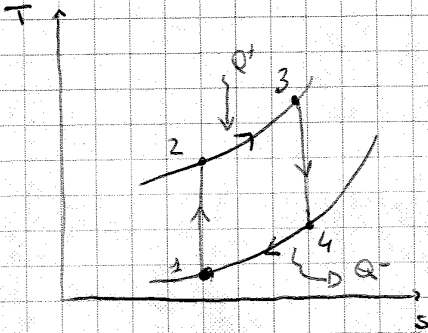
Nel piano di Gibbs (come in quello di Clapeyron) l'area sottesa dal ciclo è  
proporzionale a  $L(c) = Q(c)$ .

"Ciclo ha forma di retta o punto  $\Rightarrow$  non scambia né lavoro né calore"





Inoltre: le trasformazioni di compressione ed espansione sono rappresentate come trasformazioni ideali

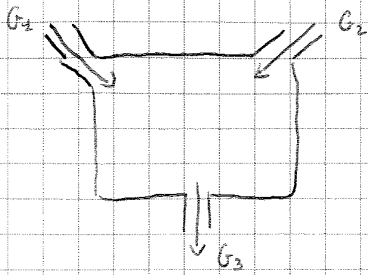


- 1 → 2 COMPRESS ISOENTROPICA
- 2 → 3 TRASF. ISOBARA CON  $T \nearrow$
- 3 → 4 ESPANS. ISOENTROPICA
- 4 → 1 TRASF. ISOBARA CON  $T \searrow$

SCONTO 20% FINO A 500€

Vedi coupon in fondo!

## ESERCIZIO (4.2)



$$G_3 = G_1 + G_2 = 3 \text{ kg/s}$$

I PRINCIPIO C.d. x Sist. aperti

$$A) \quad \Phi - \underbrace{W_c}_{=0} = \underbrace{\frac{d}{dt} [U + E_k + E_p]}_{=0 \text{ (STATENARIO)}} + \sum_{k=1}^{N_c} \pm G_k (h + e_k + e_p)_k$$

$$\Phi = G_3 h_3 - (G_1 h_1 + G_2 h_2) \Rightarrow \Phi = (G_1 + G_2) h_3 - G_1 h_1 - G_2 h_2$$

$$\Phi = G_1 (h_3 - h_1) + G_2 (h_3 - h_2)$$

CALORE SPECIFICO DEL FLUIDO :  $c = \frac{q}{\Delta T} = \frac{h_2 - h_1}{\Delta T}$

$$(h_2 - h_1) = c (T_2 - T_1)$$

MISCELAZIONE A P. COSTANTE e NO SCAMBIO LAVORO CON L'ESTERNO POSSO CONSIDERARE IL FLUIDO COME GAS IDEALE e SOSTITUIRE e

$$(h_2 - h_1) = c_p (T_2 - T_1)$$

$$\Phi = G_1 c_p (T_3 - T_1) + G_2 c_p (T_3 - T_2) = -63 \text{ kW}$$

### MISCELAZIONE ADIABATICA

$$\begin{aligned} (0) \Phi &= G_1 (h_{3(AD)} - h_1) + G_2 (h_{3(AD)} - h_2) \Rightarrow G_1 (h_1 - h_{3(AD)}) = G_2 (h_{3(AD)} - h_2) \\ &= 0 \text{ (ADIABATICO)} \end{aligned}$$

$$G_1 c_p (T_1 - T_{3(AD)}) = G_2 c_p (T_{3(AD)} - T_2)$$

T di  
MISCELAZIONE  
ADIABATICA

$$T_{3(AD)} = \frac{G_1 T_1 + G_2 T_2}{G_1 + G_2} = 30^\circ \text{C}$$

**PrezziPazzi**

**F** FREE FU TOOL

iPhone 4S a meno di  
100% Originale Apple

**78 €\***

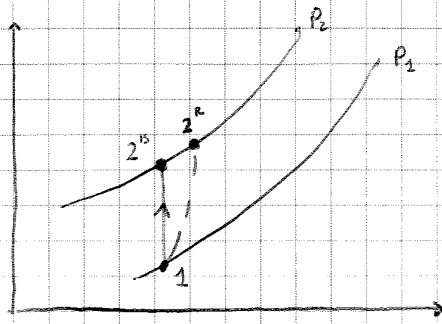
iscriviti e ricevi 30 puntate  
grazie a freefutool!

[WWW.PREZZIPAZZI.IT/FreeFuTool](http://WWW.PREZZIPAZZI.IT/FreeFuTool)



\* Prezzo medio di vendita  
di iPhone 4S - Gennaio 2012

### ESERCIZIO (4.3)



Rapporto di compressione  $\beta = \frac{P_{out}}{P_{in}} = 4,13 \quad \left( \frac{P_2}{P_1} \right)$

$$(S_{2^{(is)}} - S_1) = 0$$

$$c_p \ln \left( \frac{T_{2^{(is)}}}{T_1} \right) - R^* \ln \left( \frac{P_2}{P_1} \right) = 0 \quad \Rightarrow \quad T_{2^{(is)}} = T_1 e^{\left( \frac{R^*}{c_p} \ln \beta \right)} = 434 \text{ [K]}$$

$\eta_{(is), (r)} = \frac{h_{2^{(is)}} - h_1}{h_{2^{(r)}} - h_1} = \frac{c_p (T_{2^{(is)}} - T_1)}{c_p (T_{2^{(r)}} - T_1)} \quad \Rightarrow \quad T_{2^{(r)}} = T_1 + \frac{T_{2^{(is)}} - T_1}{\eta} = 461 \text{ [K]}$

rendimento ISOENTROPICO

$$W_c = G \cdot c_p (T_1 - T_{2^{(r)}}) = -519 \text{ [kW]}$$

$$E_i = G (S_{2^{(r)}} - S_1) = G \left( c_p \ln \frac{T_{2^{(r)}}}{T_1} - R^* \ln \beta \right) = 185,7 \text{ [J/K]}$$

RENDIMENTO di CARNOT:

$$\eta_c = 1 - \frac{q^-}{q^+} = 1 - \frac{T^-}{T^+} = \left( 1 - \frac{T_A}{T_B} \right) = \left( 1 - \frac{T_D}{T_C} \right)$$

A → B :  $\frac{T_A}{T_B} = \left( \frac{V_B}{V_A} \right)^{\gamma-1}$

C → D :  $\frac{T_D}{T_C} = \left( \frac{V_C}{V_D} \right)^{\gamma-1}$

poiché  $T_A = T_D$  e  $T_B = T_C$  :

$$\frac{V_B}{V_A} = \frac{V_C}{V_D} \Rightarrow V_A \cdot V_C = V_B \cdot V_D \quad \text{conservazione del prodotto}$$

RAPP. VOLUMETRICO di COMPRESSIONE  $\rho_c$  :

$$\rho_c = \frac{V_A}{V_B}$$

" " " ESPANSIONE  $\rho_E$  :

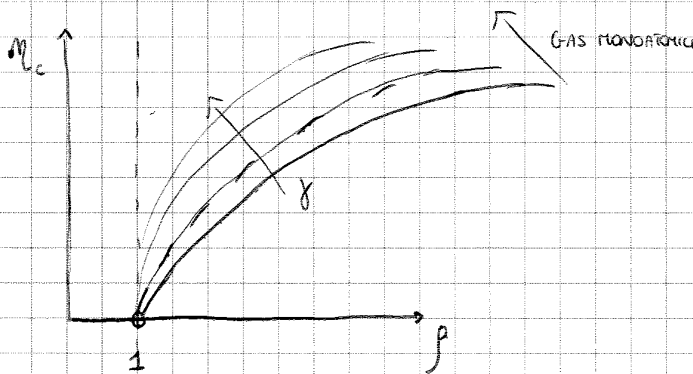
$$\rho_E = \frac{V_C}{V_D}$$

$$\rho_c = \rho_E = \rho$$

RAPPORTO VOLUMETRICO ( $\geq 1$ )

RENDIMENTO in funzione di  $\rho$  : (abb. usato)

$$\eta_c = 1 - \frac{T_A}{T_B} = 1 - \left( \frac{V_B}{V_A} \right)^{\gamma-1} = 1 - \rho^{-(\gamma-1)} = 1 - \frac{1}{\rho^{\gamma-1}}$$



GAS MONOATOMICI ⇒  $\eta_c \uparrow$  (migliora)

$\rho \uparrow$  : RAPP. VOLUMETRICI TROPPO ELEVATI ~~NON~~ <sup>NON AUMENTANO</sup> CONSIDERevolMENTE l'EFFICIENZA

↳ poiché la pendenza della curva è elevata per  $\rho$  bassi, invece per  $\rho$  alti la pendenza diventa molto poco.

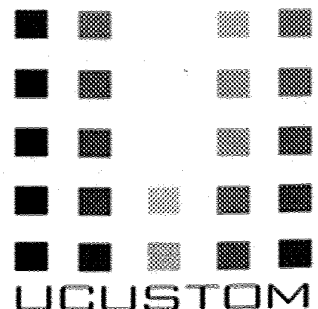
$$\bullet \beta_c = \frac{p_0}{p_A}$$

RAPP. MANOMETRICO di COMPRESSIONE

$$\bullet \beta_E = \frac{p_C}{p_0}$$

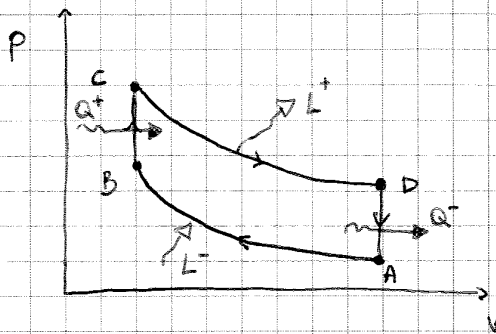
RAPP. MANOMETRICO di ESPANSIONE

( $\geq 1$ )



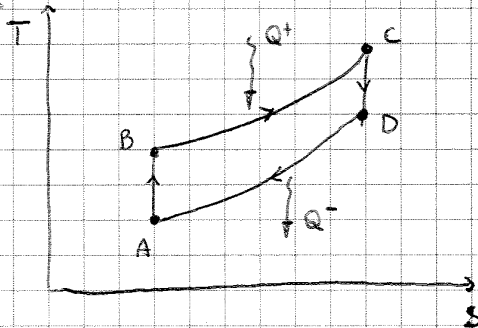
# CICLO OTTO

CLAPEYRON:



- A → B ADIABATICA di COMPRESSIONE (reversibile) in teor
- B → C ISOCORA con inserimento di calore  $Q^+$
- C → D ADIABATICA di ESPANSIONE (reversibile) in teor
- D → A ISOCORA con cedimento di calore  $Q^-$

GIBBS:



Stesse trasformazioni

$$\eta_{\text{Otto}} = 1 - \frac{q^-}{q^+}$$

$$\left. \begin{aligned} q^+ &: (B \rightarrow C) = c_v (T_C - T_B) \\ q^- &: (D \rightarrow A) = c_v (T_A - T_D) \end{aligned} \right\} \eta_{\text{Otto}} = 1 - \frac{c_v (T_A - T_D)}{c_v (T_C - T_B)}$$

se si raccoglie  $T_A$  al num. e  $T_B$  al denominatore e si sfrutta la proprietà della conservazione dei rapporti delle politropici opposte a 2 o 2 si ottiene

$$\eta_{\text{Otto}} = 1 - \frac{T_A}{T_B}$$

$$\eta_{\text{Otto}}(p) = 1 - \frac{1}{p_c^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}}$$

$$\eta_{\text{Otto}}(p_c) = 1 - \frac{1}{p_c^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}} \quad (+ \text{usato})$$

(ADIABATICA):

$$\frac{T_A}{T_B} = \left( \frac{p_B}{p_A} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = \left( \frac{v_B}{v_A} \right)^{\gamma-1}$$

$p_c$                    $p_c$

power to you

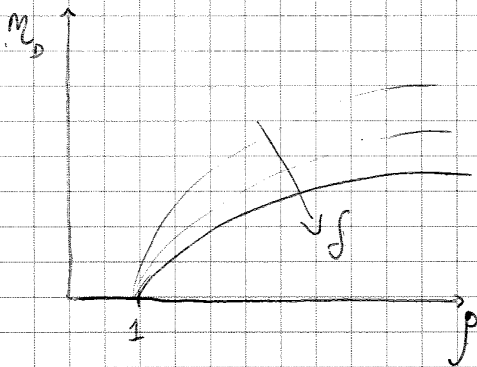
## Vodafone Square

Il bello è raccontarlo subito agli amici

$$\eta_D = 1 - \frac{1}{\gamma} \cdot \frac{T_A}{T_B} \cdot \frac{\frac{T_D}{T_A} - 1}{\frac{T_C}{T_B} - 1} \quad \left( \frac{c_v}{c_p} \right)$$

e quindi

$$\eta_D = 1 - \frac{1}{p^{\gamma-1}} \cdot \frac{1}{\gamma} \cdot \frac{\delta^\gamma - 1}{\delta - 1}$$



se  $\frac{T_D}{T_A} = \frac{T_D}{T_C} \cdot \frac{T_C}{T_B} \cdot \frac{T_B}{T_A}$

ADIBATICO  $\left(\frac{V_C}{V_D}\right)^{\gamma-1}$  ISOBORO  $\frac{V_C}{V_B}$  ADIBATICO  $\left(\frac{V_A}{V_B}\right)^{\gamma}$

$$\frac{T_D}{T_A} = \left(\frac{V_C}{V_D} \cdot \frac{V_A}{V_B}\right)^{\gamma-1} \cdot \frac{V_C}{V_B}$$

perché  $V_A = V_D$

$$\frac{T_D}{T_A} = \left(\frac{V_C}{V_B}\right)^{\gamma} = \delta^{\gamma} \quad \text{RAPPORTO di INTRODURRE}$$

$$\delta = \frac{V_C}{V_B}$$

Ritenendo fissato  $\gamma$ , ci interessa capire come cambia il rendimento in funzione di  $\delta$ : conviene per un migliore rendimento  $\delta$  basso ( $p$  alto) "relativamente" sempre per evitare comunque problemi meccanici e di radiazione

OTTO - DIESEL

$$\eta_{D0} = 1 - \frac{1}{p^{\gamma-1}}$$

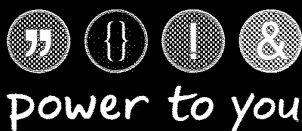
$$\eta_D = 1 - \frac{1}{p^{\gamma-1}} \cdot \left( \frac{1}{\gamma} \cdot \frac{\delta^\gamma - 1}{\delta - 1} \right)$$

$> 1 + \delta$   
( $\delta$ )

quindi a parità di  $p$

$$\eta_{OTTO} > \eta_{DIESEL}$$

Ma nella pratica, i valori di  $p$  dei due cicli sono diversi e permettono efficienza (Di solito  $p_{DIESEL} > p_{OTTO}$ ) (Otto deve lavorare a  $p$  bassi per evitare deturazioni maggiori del ciclo diesel.)



**Vodafone Square**  
Il bello è raccontarlo subito agli amici

