



Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino

Appunti universitari

Tesi di laurea

Cartoleria e cancelleria

Stampa file e fotocopie

Print on demand

Rilegature

NUMERO: 794

DATA: 20/01/2014

A P P U N T I

STUDENTE: Vargiu

MATERIA: Termodinamica applicata e trasmissione del calore

Prof. Santarelli

Il presente lavoro nasce dall'impegno dell'autore ed è distribuito in accordo con il Centro Appunti.

Tutti i diritti sono riservati. È vietata qualsiasi riproduzione, copia totale o parziale, dei contenuti inseriti nel presente volume, ivi inclusa la memorizzazione, rielaborazione, diffusione o distribuzione dei contenuti stessi mediante qualunque supporto magnetico o cartaceo, piattaforma tecnologica o rete telematica, senza previa autorizzazione scritta dell'autore.

**ATTENZIONE: QUESTI APPUNTI SONO FATTI DA STUDENTIE NON SONO STATI VISIONATI DAL DOCENTE.
IL NOME DEL PROFESSORE, SERVE SOLO PER IDENTIFICARE IL CORSO.**

TERMODINAMICA

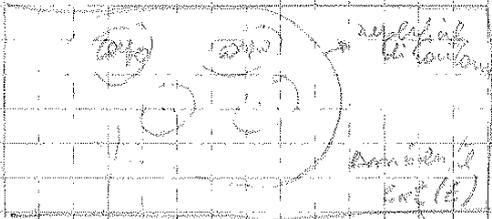
CONCETTI FONDAMENTALI

Corpo: è un'aggregazione di materia, cioè una quantità di materia caratterizzata da una posizione nello spazio e da proprietà fisiche che lo definiscono.

→ Per semplicità tutte le caratteristiche termodinamiche del corpo sono omogenee, ma possono variare nel tempo → corpo omogeneo: omogeneo spaziale ma non temporale.

Un'aggregazione di più corpi omogenei è il **SISTEMA TERMODINAMICO** (delimitato spazialmente dentro una superficie di contorno, il resto è il suo esterno).

→ la **SUPERFICIE DI CONTORNO** è la superficie che separa il sistema termodinamico dall'ambiente esterno.



L'unione di sistema termodinamico e ambiente esterno è l'**UNIVERSO (TERMODINAMICO)**. È quindi un sistema che non ha un esterno.

TIPOLOGIE DI SISTEMI

Un sistema ha tre possibilità di scambio con l'ambiente esterno: - calore; - lavoro; - materia.

• **Sistema APERTO:** è un sistema che scambia sia materia, sia lavoro sia calore.

• **Sistema CHIUSO:** è un sistema che scambia solo calore e lavoro.

• **Sistema ADIABATICO:** è un sistema che non scambia calore, ma può scambiare lavoro e energia.

• **Sistema ISOLATO:** è un sistema che non scambia né calore né lavoro né materia. [Un sistema invece che non scambia lavoro è delimitato da una superficie di contorno indeformabile].

PROPRIETÀ TERMODINAMICHE

Lo **STATO TERMODINAMICO** è lo stato che assume il sistema nel tempo t .

Le proprietà termodinamiche indipendenti possono essere rappresentate nello spazio degli stati, definito dalle **COORDINATE TERMODINAMICHE**.

GRANDEZZE: - **EXTENSIVE:** dipendono dalla quantità di materia del sistema, cioè sono funzione della quantità di materia del sistema (es. massa, volume, energia).

- **INTENSIVE:** non sono funzione della quantità di materia (es. Temperatura).

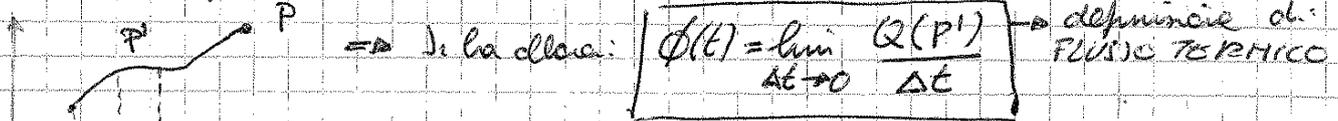
(molecole) **SPECIFICHE:** ottenute dal rapporto tra due grandezze estensive
es. volume molare $v = V/M$

EQUAZIONE DI STATO: è una forma analitica che lega n proprietà termodinamiche indipendenti (x_1, x_2, \dots, x_n) a una proprietà termodinamica dipendente (y) → Forma implicita: $F(y, x_1, x_2, \dots, x_n) = 0$

Q = Q(P). È una grandezza che non è funzione del tempo ma del processo P (che a sua volta può essere funzione del tempo) È un caso.
 ⇒ Quindi non potendo fare la derivata, perché non è funzione di variabile reale, devo introdurre il concetto di:

FLUSSO TERMICO: $\phi = \phi(t)$

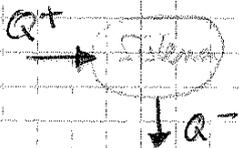
Considerando un processo P che si svolge tra t_1 e t_2 , posso estrarre un sottoprocesso P' che si svolge tra t e Δt :



⇒ Per questo definisco il calore come: $Q(P) = \int_T \phi(t) dt$

$[Q(P)] = J$; $[\phi(t)] = J/s = W [watt]$

Convenzione di segni: - calore ricevuto dal sistema: segno + } → verso l'alto
 - calore uscente da sistema: segno - } ← verso il basso (il flusso termico)



LAVORO:

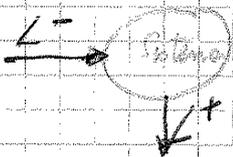
$L = L(P)$ [ovvero di forze scambiate tra sistema ed esterno] ⇒ È quindi lo scambio energetico tra sistema ed esterno legato allo scambio di forze.
 Che effetti produce? 1) modifica dello stato (moto del sistema)
 2) modifica dello stato termodinamico del sistema.

⇒ Tramite il lavoro posso anche definire la POTENZA scambiata tra il sistema e l'esterno nell'unità di tempo: $W = W(t)$

$W(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{L(P')}{\Delta t}$ da cui: $L(P) = \int_T W(t) dt$

$[L(P)] = J$; $[W(t)] = W [watt]$

Convenzione di segni: - lavoro fatto dal sistema verso l'esterno → $L+$
 - lavoro fatto dall'esterno sul sistema → $L-$



SISTEMI DI FORZE:

- Esistono in natura 3 sistemi di forze:
- 1) FORZE DI SUPERFICIE (scambio di forze attraverso un contatto superficiale)
 - 2) FORZE DI CAMPO (o a distanza);
 - 3) FORZE INTERNE.

Le tensioni interne sono scomposte in due componenti: normale; tangenziale.
 Con una sola volta il lavoro compiuto dal sistema di forze interne è scomposto in due componenti: componente normale e componente tangenziale.

$$L_i(P) = L_i^n(P) + L_i^{tg}(P) ; W_i(t) = W_i^n(t) + W_i^{tg}(P)$$

Un caso particolare si ha quando si considera un corpo in cui sono trascurabili le componenti tangenziali dello stato tensionale interno, chiamato CORPO OMOGENEO LINEARE

Questo ipotesi è applicabile quindi ad una particolare categoria di fluidi definiti come FLUIDI OMOGENEI LINEARI.

$$\Rightarrow L_i(P) = L_i^{lin}(P) ; W_i(t) = W_i^{lin}(t) \rightarrow \text{per fluidi omogenei lineari}$$

Nel caso di fluidi omogenei lineari si introduce il concetto di pressione interna "pi" (equivalente alla componente normale dello stato tensionale interno)

$$\Rightarrow F_i(t) = \int_A p_i(t) \cdot n \cdot dA \quad \text{dove } dA \text{ è una superficie infinitesima interna di corpo e } n \text{ è il vettore normale alla superficie}$$

Se n ha una componente del punto di applicazione della forza con velocità "v", è possibile definire la potenza interna generata dalla pressione interna pi come:

$$W_i(t) = \int_A p_i(t) \cdot n \cdot v(t) \cdot dA \quad \text{Nell'ipotesi di corpo omogeneo si ha } p_i = \text{cost}$$

$$\text{da cui: } W_i(t) = p_i(t) \int_A n \cdot v(t) \cdot dA \quad \textcircled{1}$$

⇒ Possiamo definire quindi la variazione di volume nell'unità di tempo $[V = V(t)]$ come

$$\frac{dV(t)}{dt} = \int_A n \cdot v(t) \cdot dA \quad \textcircled{2} \Rightarrow \text{In conclusione da } \textcircled{1} \text{ e } \textcircled{2} \text{ si ottiene:}$$

$$\int W_i(t) = p_i(t) \frac{dV(t)}{dt} \quad \text{Valida per fluidi omogenei lineari}$$

$$\Rightarrow \text{Da cui si ha: } L_i(P) = \int_T W_i(t) dt \Rightarrow L_i(P) = \int_T p_i(t) \frac{dV(t)}{dt} dt$$

NB: Per cui se è nota l'equazione di stato del fluido omogeneo lineare $p_i = p_i(V, T)$ e se l'equazione di stato non presenta discontinuità e punti singolari, allora possiamo passare da integrale rispetto al tempo a integrale rispetto alla TRASFORMAZIONE associata di massa ρ .

$$\Rightarrow \int L_i(P) = \int_{V_0} p_i(V, T) dV$$

Nel caso invece di fluidi omogenei NON LINEARI, la quota di lavoro associata alle componenti tangenziali dello stato tensionale interno (che non è associata ad una variazione di volume) rappresenta una componente definita di ATTIRTO INTERNO. Il valore della componente di attrito interno è per definizione maggiore o uguale a 0.

$$\Rightarrow L_{ai}(P) \geq 0 \Rightarrow W_{ai}(t) \geq 0 \quad \text{NB: L'uguaglianza a 0 vale solo per fluidi omogenei lineari.}$$

$$\Rightarrow L_i(P) = L_i^{lin}(P) + L_{ai}(P) \\ \Rightarrow W_i(t) = W_i^{lin}(t) + W_{ai}(t)$$

$$\Rightarrow \int L_i(P) = \int_{V_0} p_i(V, T) dV + L_{ai}(P) \Rightarrow \text{Valida per fluidi qualunque} \\ \int W_i(t) = p_i(t) \frac{dV(t)}{dt} + W_{ai}(t)$$

⇒ quindi se è nota l'equazione costitutiva di stato può essere da integrare rispetto al tempo o in terzole rispetto alla trasformazione.

→ Dalla pratica sperimentale risulta che lo stato termodinamico di una grande quantità di fluido omogeneo può essere espresso compiutamente considerando solo due variabili di stato indipendenti → $N=2$

Quindi è buona norma scegliere due grandezze di stato indipendenti nella forma $p-V-T$ (pressione, volume e temperatura) poiché sono grandezze di stato direttamente misurabili e indipendenti.

→ abitualmente si considerano volume (V) e temperatura (T)

⇒ $L(P) = \int_{\gamma} p(V, T) dV$ → forma integrale
 → $L(P) = \int_{\gamma} \tilde{L}(P)$ dove \tilde{L} è il coefficiente di trasformazione in funzione

⇒ $\tilde{L} = p(V, T) dV$ → forma differenziale lineare

12/03 FORMA DIFFERENZIALE DEL CALORE E CALCOLO DI CALORE E LAVORO

Lavoro specifico (o mezzo): $l(P) = \frac{L(P)}{m}$ [J/kg]

Volume specifico (o mezzo): $v = \frac{V}{m}$ [m³/kg]

⇒ $l(P) = \int_{\gamma} p dV$ e in forma differenziale: $\tilde{L} = p dv$

■ ESPRESSIONE DI CALCOLO DI CALORE E FLUSSO TERMICO (sempre considerando come variabili indipendenti V e T):

• $\phi(t) = \lambda_v(V, T) \frac{dV}{dt} + C_v(V, T) \frac{dT}{dt}$ → forma canonica dell'equazione di calcolo del flusso termico

⇒ $Q(P) = \int_{\gamma} \phi(t) dt = \int_{\gamma} \left(\lambda_v \frac{dV}{dt} + C_v \frac{dT}{dt} \right)$

⇒ $Q(P) = \int_{\gamma} \langle \lambda_v dV + C_v dT \rangle$ ⇒ $Q(P) = \int_{\gamma} \tilde{Q}$, avendo posto

$\tilde{Q} = \lambda_v dV + C_v dT = \phi(t) dt$

λ_v e C_v sono funzioni di stato di volume e temperatura.

λ_v : calore latente rispetto al volume. È il calore per unità di volume scambiato tra sistema ed esterno in una trasformazione a temperatura costante. [λ_v] = J/m³ = N/m² ⇒ NB: λ_v è una grandezza intensiva (indipendente dalla massa).

C_v : capacità termica a volume costante. Rappresenta la quantità di calore scambiato tra sistema ed esterno, in una trasformazione a volume costante per unità di variazione di temperatura del sistema stesso.

NB: è una grandezza estensiva (dipende dalla massa), quindi può definirne la sua grandezza specifica:

⇒ [C_v] = J/K ⇒ $c_v = \frac{C_v}{M}$ [J/kgK]

NB: $C_v > 0$ sempre ⇒ $c_v > 0$

→ Definito quindi una la sua grandezza specifica:

$$[\lambda_p] = J/Pa = m^3 ; \lambda_p = \frac{\Delta p}{m} \quad [m^3/kg]$$

C_p = capacità termica a pressione costante. È la quantità di calore scambiata tra sistema ed esterno, in una trasformazione a pressione costante per unità di variazione di temperatura del sistema.
NB: È una grandezza estensiva → posso definire la sua grandezza specifica:

$$C_p [J/K] \Rightarrow c_p = \frac{C_p}{m} [J/kg \cdot K] \quad NB: C_p > 0 \text{ sempre} \Rightarrow c_p > 0$$

$$\Rightarrow \tilde{q} = \frac{\tilde{Q}}{M} [J/kg] \Rightarrow \boxed{\tilde{q} = \lambda_p dp + c_p dT} \quad \lambda_v = p \quad \lambda_p = -v$$

■ CALCOLO DI CALORE e LAVORO nel caso di GAS IDEALE.

NB: Gas ideale è un concetto matematico, quindi non ha validità esatta nelle realtà.

→ Essa è quindi una "famiglia di fluidi" che rappresenta un modello valido per rappresentare il comportamento di gas reali in condizioni di:

- basse pressioni;
- lontananza dalle condizioni di liquefazione;
- maggiormente valido per gas a basso peso molecolare.

EQUAZIONE DI STATO PER GAS IDEALI: $(1) \boxed{p = \frac{nRT}{V}}$, dove n è il numero di moli del gas e

$R = 8314 \text{ J/Kmol} \cdot K$ è la costante universale dei gas.

→ scelgo V e T come grandezze indipendenti: $\lambda_v = T \left(\frac{dp}{dT} \right)_V = p$ (2) eq. stato $\Rightarrow \boxed{\lambda_v = p}$

$$\Rightarrow \left(\frac{dp}{dT} \right)_V = \left(\frac{nR}{V} \right) T = p$$

(3): $(v = v(T) \rightarrow c_v = c_v(T))$

→ Ho 3 equazioni di stato sufficienti per determinare tutto.

$$\Rightarrow p = \frac{nRT}{V} = \frac{nRT}{Mv} = \frac{RT}{\frac{M}{n} \cdot v} = \frac{RT}{\bar{\pi} v} \quad \text{dove } \bar{\pi} = \frac{M}{n} \text{ è la MASSA MOLARE del gas}$$

$\bar{\pi} \left[\frac{kg}{kmol} = \frac{g}{mol} \right]$

e se $R^* = \frac{R}{\bar{\pi}} [J/kg \cdot K]$, R^* = COSTANTE DI ELASTICITÀ del gas:

$$\Rightarrow \boxed{p = \frac{R^* T}{v}} \rightarrow \text{equazione di stato per gas ideali}$$

■ Calcolo delle grandezze calorimetriche calore latente e rispetto alla pressione e capacità termica a pressione costante: effetto il calcolo nelle grandezze specifiche:

- calore latente rispetto alla pressione (in unità di mone);
- calore specifico a pressione costante.

$$\lambda_p = \lambda_v = \frac{p}{\left(\frac{dp}{dT} \right)_T} = \frac{p}{\frac{R^* T}{v}} = \frac{R^* T}{R^* T} \cdot \left(-\frac{v^2}{R^* T} \right) = -v \Rightarrow \boxed{\lambda_p = -v}$$

$$(2) \ell(P) = \int_{T_1}^{T_2} \left\langle p \left(\frac{v}{j_p} \right) dp + p \left(\frac{dv}{j_T} \right) dT \right\rangle = \int_{T_1}^{T_2} \langle v dp + R^* dT \rangle = \ell(P)$$

15/3

TRASFORMAZIONI ELEMENTARI DI GAS IDEALI:

1) ISOCORA

2) ISOBARA

3) ISOTERMA

4) ADIABATICA

5) POLITROPICA

trasformazione "generalizzata", nel senso che tutte le 4 trasformazioni elementari sono dei casi particolari

(1) TRASFORMAZIONE ISOCORA: trasformazione a volume (evoluzione avviene) costante

$$\Rightarrow v(t) = \text{cost} \forall t \Rightarrow v_1 = v_2 = v \Rightarrow dv = 0$$

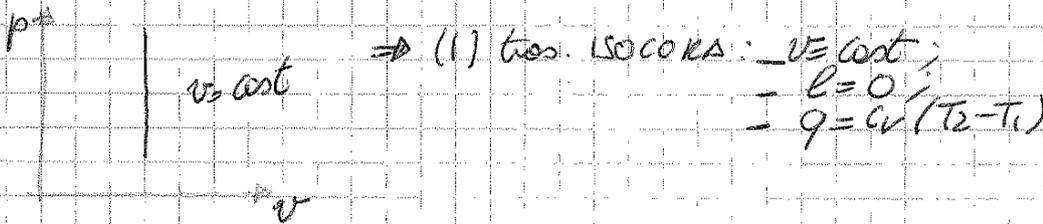
- Lavoro per trasform. isocora: $\ell(P) = \int_{T_1}^{T_2} p dv = 0$ essendo $dv = 0 \Rightarrow \ell = 0$

- Calore per unità di massa: $q(P) = \int_{T_1}^{T_2} \langle p dv + c_v dT \rangle = \int_{T_1}^{T_2} c_v dT$

ore considerando che μ gas ideali con numero di atomi per molecola minore di 3, il valore di c_v è una costante, ed estendo questa approssimazione anche a molecole con un numero di atomi maggiore di 3 si ha:

$$q(P) = c_v (T_2 - T_1) = c_v \frac{V_2}{R^*} (p_2 - p_1)$$

\Rightarrow Possiamo rappresentare la trasform. isocora nel piano di CARBYKON ($p-v$) come una retta verticale poiché in questa trasformazione il volume resta costante:



(2) TRASFORMAZIONE ISOBARA: trasformazione a pressione costante

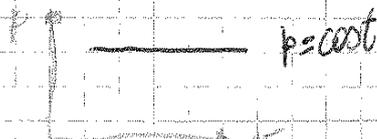
$$\begin{cases} p(t) = \text{cost} \forall t \\ p_1 = p_2 = p \\ dp = 0 \end{cases}$$

$$\ell(P) = \int_{T_1}^{T_2} p dv = p (v_2 - v_1) = R^* (T_2 - T_1) = \ell(P)$$

$$q(P) = \int_{T_1}^{T_2} \langle \lambda p dv + c_p dT \rangle = \int_{T_1}^{T_2} c_p dT$$

\Rightarrow Per gas ideali c_p è costante: $\Rightarrow q(P) = c_p (T_2 - T_1) = c_p \cdot \frac{p}{R^*} (v_2 - v_1)$

\Rightarrow nel piano $p-v$ possiamo rappresentarla con una retta orizzontale:



→ Integrale tra stato 1 (p_1, v_1) e stato generico (p, V):

$$\ln(p) + \gamma \ln(v) = \ln p_1 + \gamma \ln v_1 \Rightarrow p v^\gamma = p_1 v_1^\gamma = \text{cost}$$

$$\Rightarrow \boxed{p v^\gamma = \text{costante}} \quad (1) \quad p_1 v_1^\gamma = p_2 v_2^\gamma \quad \text{dove } \gamma = \frac{c_p}{c_v} = \text{esponente adiabatico}$$

tramite l'equazione dei gas ideali $p = \frac{R^* T}{v}$ si ottiene:

$$\boxed{T v^{(\gamma-1)} = \text{costante}} \quad (2) \quad \boxed{T p^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = \text{costante}} \quad (3)$$

NB: Calore: Nell'adiabatica lo scambio di calore è nullo $\Rightarrow Q(P) = 0$

Lavoro: $l(P) = \int p dv = p_1 v_1^\gamma \int_{v_1}^{v_2} v^{-\gamma} dv = \frac{p_1 v_1^\gamma}{-\gamma+1} [v_2^{-\gamma+1} - v_1^{-\gamma+1}] =$

$$= \frac{p_1 v_1^\gamma}{\gamma-1} [v_1^{-\gamma+1} - v_2^{-\gamma+1}] = \frac{p_1 v_1^\gamma}{\gamma-1} v_1^{-\gamma+1} \left[1 - \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^{-\gamma+1} \right] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{l(P) = \frac{p_1 v_1^\gamma}{\gamma-1} \left[1 - \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^{-\gamma+1} \right]} \quad (1) \quad \begin{aligned} \text{Se: } -v_1 > v_2 &\rightarrow l(P) < 0 : \text{ lavoro da esterno al sistema} \\ -v_2 > v_1 &\rightarrow l(P) > 0 : \text{ lavoro da sistema in esterno} \end{aligned}$$

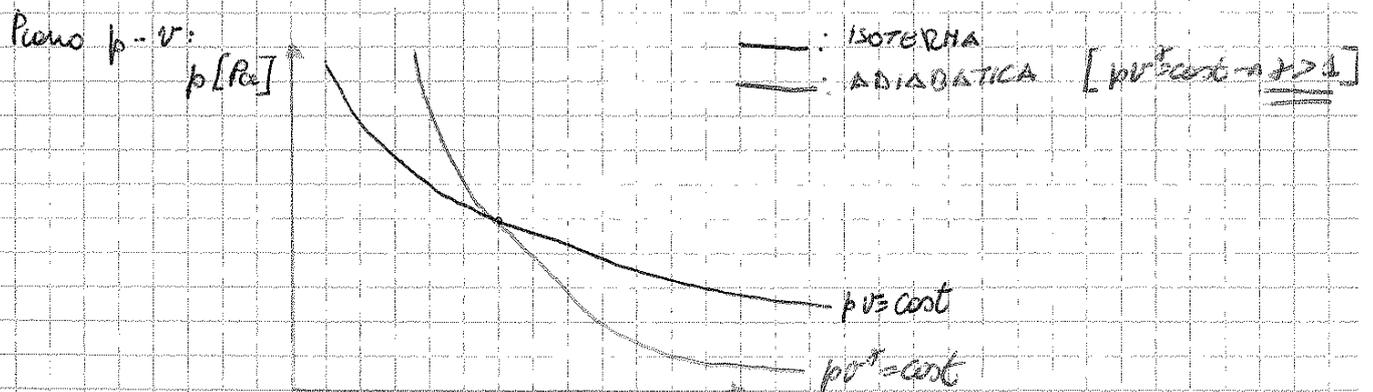
Se $p_1 v_1^\gamma = p_2 v_2^\gamma$ si ottiene: $l(P) = \frac{\gamma p_1 v_1}{\gamma-1} \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right]$ (2) \Rightarrow dipende di lavoro

\Rightarrow (4) tras. ADIABATICA: $Q(P) = 0$

$$l(P) = \frac{\gamma p_1 v_1}{\gamma-1} \left[1 - \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^{-\gamma+1} \right] = \frac{p_1 v_1}{\gamma-1} \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right]$$

- $p v^\gamma = \text{costante}$
- $T v^{(\gamma-1)} = \text{costante}$
- $T p^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = \text{costante}$

* RIPRENDO TRASFORMAZIONE ISOTERMA \rightarrow CONFRONTO CON ADIABATICA:



NB: La pendenza della curva adiabatica dipende dal valore di γ e la pendenza aumenta d'incresce di γ .
 // Quindi più alto è il numero di atomi nella molecola del gas meno pendente sarà la curva e viceversa.

(5) POLITROPICA:

È una trasformazione "generalizzata" ogni altra trasformazione elementare è considerata come un caso particolare della politropica.

Per una trasformazione infinitesima si ha: $\tilde{q} = \lambda v dv + c_v dT = 0$

- $c_v = \left(\frac{q}{T}\right)_v$ - $c_p = \left(\frac{q}{T}\right)_p$

Per ESERCITAZIONE:

• Coefficiente di dilatazione termica cubica di un corpo: è definito come la variazione relativa del volume in funzione della temperatura, a pressione costante → viene indicata con "β"

$$\beta = \frac{1}{V} \left(\frac{dV}{dT} \right)_P \rightarrow \text{coeff di dilatazione termica} \quad (2)$$

• Coefficiente di comprimibilità isoterma: è la variazione relativa del volume in funzione della pressione a T costante → si indica con "κ_T"

$$\kappa_T = - \frac{1}{V} \left(\frac{dV}{dp} \right)_T \quad (3) \quad [\kappa_T] = Pa^{-1}$$

Il volume può essere scritto in funzione di P e T: $V = V(P, T)$ e il suo differenziale sarà:

$$dV = \left(\frac{dV}{dT} \right)_P dT + \left(\frac{dV}{dp} \right)_T dp \quad (1)$$

⇒ Sostituendo (3) e (2) in (1) si ha: $dV = \beta V dT - \kappa_T V dp$

DIFFERENZIALE DEL VOLUME

15/03

PRIMO PRINCIPIO DELLA TERMODINAMICA:

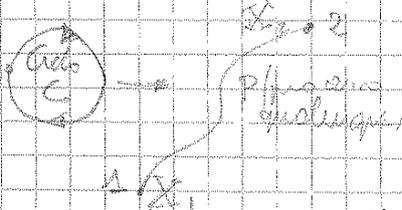
ENUNCIATO FONDAMENTALE DEL PRIMO PRINCIPIO:

In un processo ciclico C, percorso da un sistema termodinamico S, il lavoro scambiato tra sistema ed esterno (L_{se}) è proporzionale al calore scambiato tra il sistema e l'esterno attraverso una costante "J", definita come "equivalente meccanico del calore".

⇒ $L_{se}(C) = J \cdot Q(C)$. Le due azioni (lavoro e calore) sono misurate con lo stesso unità di misura, allora il coefficiente J numerale è unitario, per cui:

$$L_{se}(C) = Q(C) \rightarrow \text{1° principio termodinamico in processo CICLICO}$$

Estensione del 1° principio di sistemi chiusi a sistemi P non ciclici:



$$L(C), Q(C) \rightarrow L(P), Q(P)$$

X: vettore delle grandezze di stato indipendenti (rappresenta lo stato del sistema)

vs. lavoro e calore sono due azioni (i.e. sono funzioni del processo): $L = L(P), Q = Q(P)$

⇒ Caratteristiche: PROPRIETA:

1) se si hanno due azioni, $a_1(P), a_2(P)$, la somma o la differenza delle due azioni è anch'essa un'azione: $a_1(P) \pm a_2(P) = a_3(P)$, dove $a_3(P)$ è anch'essa un'azione.

2) se un'azione $a(P)$ assume valore nullo quando è calcolata su un processo ciclico chiuso C (→ $a(C) = 0$), allora si può esprimere una funzione potenziale

DEL SISTEMA: $\Delta U = \Delta E - \Delta E_c$
 MA: U è grandezza di stato: $U = U(K)$

⇒ Ottengo quindi due ulteriori forme dell'equazione del 1° PRINCIPIO

per SISTEMI CHIUSI: $\left. \begin{aligned} (1) Q(P) - L_c(P) &= \Delta U = U(K_2) - U(K_1) \\ (2) Q(P) - L_{se}(P) &= \Delta U + \Delta E \end{aligned} \right\}$

1° principio per sistemi chiusi

⇒ ENERGIA INTERNA "U" DEL SISTEMA:

- è una grandezza termodinamica definita come differenza, per cui calcolabile a meno di una costante X_0 in cui $U(X_0) = 0$:
 ⇒ $U(X) = U(X) - U(X_0)$

- è una grandezza estensiva misurata in [J],

- si può, quindi, definire una grandezza specifica (in genere mossa):

⇒ $u = \frac{U}{M}$ [J/Kg] → Energia interna massica del sistema

ENTALPIA: $H = U + pV$ → Entalpia

È una grandezza estensiva misurata in Joule [J]. Però quindi definire la grandezza specifica (massica) come entalpia massica (entalpia per unità di massa):
 $h = \frac{H}{M}$ [J/Kg]

Si ha quindi un'espressione "massica" dell'entalpia: $h = u + pv$

Anch'essa è calcolabile a meno di una costante:

$$H(X) = H(X) - H(X_0)$$

È differenziabile:

$$dH = dU + d(pV) \Rightarrow dh = du + d(pv)$$

19/3 poter: SECONDO PRINCIPIO TERMODINAMICA e MACCHINE TERMICHE

■ SECONDO PRINCIPIO per sistemi chiusi:

MACCHINA TERMICA:

- (1) è un oggetto artificiale che utilizza trasformazioni termodinamiche della materia per ottenere un effetto utile;
- (2) è una macchina ciclica (compie una serie di trasformazioni che comporgono un ciclo termodinamico C);
- (3) l'effetto utile è ottenuto trasformando la forma calore in forma lavoro (o viceversa);
- (4) è una macchina motrice (o motore) perché sono macchine che rendono disponibile un VALORE UTILE all'esterno della macchina stessa (trasformano calore in forma di lavoro);
- (5) ~~non~~ è una macchina operatrice, cioè utilizza lavoro (dall'esterno nel sistema, in generale "in" inversa il verso di una qualunque trasformazione "spontanea" (es. → frigorifero)

⇒ È possibile definire l'EFFICIENZA generalizzata di una macchina termica: essa è un rapporto adimensionale η :

- al numeratore si ha l'EFFETTO UTILE, inteso in termini di energia richiesta alla macchina (definite anche come PROPOTZO);

• SECONDO PRINCIPIO (in forma omometrica):

Quando un sistema termodinamico S preme un motore P , il flusso di calore che in ogni istante di tempo "t" può essere scambiato, tra sistema ed esterno, è sempre inferiore, o al più uguale, ad un valore massimo che è una grandezza COSTITUTIVA (nel senso che dipende dalla sostanza che compone il sistema):

$\Rightarrow \phi(t) \leq \phi_{max}(t)$.
 Il flusso termico massimo ($\phi_{max}(t)$) è espresso come prodotto della temperatura assoluta del sistema per il differenziale nel tempo di una grandezza termodinamica funzione dello stato X del sistema, chiamata ENTROPIA (S):

$\Rightarrow \phi_{max}(t) = T \cdot \frac{dS(X)}{dt}$ dove "S" è l'entropia del sistema.

Si ha quindi: $\phi(t) \leq T \cdot \frac{dS}{dt}$ che è la forma omometrica del 2° principio della termodinamica.

NB: il segno " \leq " vale per TRASFORMAZIONI IRREVERSIBILI,
 " $=$ " vale solo per TRASFORMAZIONI REVERSIBILI.

- Questo principio può anche essere enunciato in 2 modi diversi tra loro equivalenti:
- ENUNCIATO DI CAUSIUS: è impossibile costruire una macchina operante secondo un processo ciclico, il cui unico effetto sia quello di trasferire calore da un corpo a T più bassa a un corpo a T più alta;
 - ENUNCIATO DI KELVIN-PLANCK: è impossibile costruire una macchina operante secondo un processo ciclico, il cui unico effetto sia quello di sottrarre calore da una sorgente a T costante e trasformarlo integralmente in lavoro.

• ENTROPIA $S = S(X)$ è definita come funzione di stato (non dipende dallo stato termod. del sistema), cioè è funzione delle due variabili del sistema;

Se $Q(P) = \int_T \phi(t) dt \Rightarrow Q_{max}(P) = \int_T \frac{T dS}{dt} dt = \int_T T dS$ NB: $[S] = \frac{J}{K}$
 $\Rightarrow Q(P) \leq \int_T T dS$

Per il 2° principio si ha la DISUGUAGLIANZA DI KELVIN-PLANCK:

$\frac{dS}{dt} \geq \frac{\phi(t)}{T}$ dove: ① $\phi(t)$ rappresenta il flusso di calore associato alla relativa temperatura;
 ② $\frac{dS}{dt}$, cioè la variazione di entropia del sistema, in caso di trasformazioni irreversibili, non è completamente giustificata dal contributo di scambi termici, tra sistema ed esterno, relativi alla loro T .
 infatti in trasformazioni irreversibili $dS_{tot} > \frac{dQ}{T}$

Calcolo di entropia in forma di calore: $\Delta S = S_2 - S_1 \geq \int_T \frac{\phi(t)}{T} dt = \int_T \frac{\tilde{Q}}{T}$
 $\Rightarrow S_2 - S_1 \geq \int_T \frac{\tilde{Q}}{T}$ e in forma differenziale: $dS \geq \frac{\tilde{Q}}{T} \Rightarrow T dS \geq \tilde{Q}$

NB: Per il secondo principio si può eliminare la disuguaglianza con un artificio matematico avendo introdotto una costante chiamata $\tilde{\epsilon}_i$ cioè FURTO DI ENTROPIA PER IRREVERSIBILITÀ che è dovuto al fatto che esistono effetti di irreversibilità nelle trasformazioni reali:
 $\Rightarrow \frac{dS}{dt} = \frac{\phi(t)}{T} + \tilde{\epsilon}_i$ dove $\tilde{\epsilon}_i \geq 0$ $\left\{ \begin{array}{l} \tilde{\epsilon}_i = 0 \text{ in trasf. reversibile} \\ \tilde{\epsilon}_i > 0 \text{ in trasf. IRREVERSIBILI} \end{array} \right.$
 $[\tilde{\epsilon}_i] = \frac{K}{s}$

① Poiché il sistema è reversibile: $\Delta S = \int_T \frac{\delta Q}{T}$

② Poiché $C = \infty$, allora $T = \text{costante}$ quindi sono portate fuori dell'integrale:

$$T \cdot \Delta S = \int_T \phi(t) dt$$

Applicato al termobarometro ① rba: $T \cdot \Delta S_A = -Q$

" " " ② rba: $T \cdot \Delta S_B = +Q$

Applico il 2° principio al sistema S , che è adiabatico: $\Delta S_S \geq 0$

$$\Rightarrow \Delta S_S = \Delta S_A + \Delta S_B \geq 0 \Rightarrow \Delta S_S = -\frac{Q}{T_A} + \frac{Q}{T_B} \geq 0$$

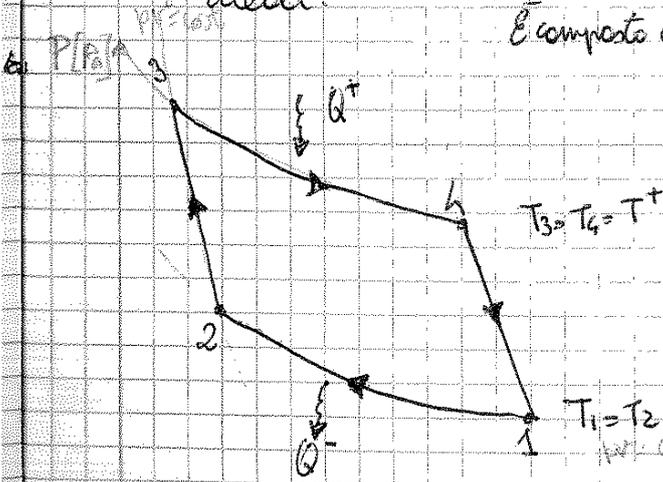
$$\Rightarrow \left[\frac{1}{T_B} - \frac{1}{T_A} \right] \cdot Q \geq 0 \rightarrow \begin{cases} -e = 0 \text{ e } Q = 0 & \rightarrow \text{le due relazioni sono equivalenti, cioè se } Q = 0 \text{ allora } T_A = T_B \text{ e viceversa.} \\ -e > 0 \text{ e } T_A > T_B \text{ e } Q > 0 \\ -e > 0 \text{ e } T_B > T_A \text{ e } Q < 0 \text{ (cioè } Q \text{ va da B verso A)} \end{cases}$$

Conseguenze ① il scambio termico è un fenomeno irreversibile;
 ② il calore è scambiato da T più elevata a T più bassa, cioè il verso del calore va sempre spontaneamente da T maggiore a T minore.

CICLO IDEALE DI CARNOT.

Caratteristiche: - ciclo interamente reversibile (senza fenomeni di irreversibilità), poiché il massimo rendimento possibile si può ottenere solo realizzando cicli completamente reversibili;
 - processo da un fluido che rispetta le equazioni di stato dei gas ideali.

È composto da 4 trasformazioni elementari:



① $\Gamma_1: 1 \rightarrow 2$: compressione isoterma con lavoro di calore Q^- verso l'esterno

② $\Gamma_2: 2 \rightarrow 3$: compressione adiabatica

③ $\Gamma_3: 3 \rightarrow 4$: espansione isoterma con assorbimento di calore Q^+ dall'esterno

④ $\Gamma_4: 4 \rightarrow 1$: espansione adiabatica

Essendo un ciclo interamente reversibile rba: $\Delta S = \int_T \frac{\delta Q}{T}$ e poiché è un

ciclo termodinamico chiuso rba: $\Delta S = S_2 - S_1 = 0 \Rightarrow \int_T \frac{\delta Q}{T} = 0$

$$-\frac{Q^-}{T} + \int_{T_2}^{T_1} \frac{\delta Q}{T} + \frac{Q^+}{T} + \int_{T_3}^{T_4} \frac{\delta Q}{T} = 0 \quad \text{La 2 e la 4 sono trasformazioni adiabatiche in cui } Q = 0$$

ENTALPIA: $H = H(p, T) \rightarrow dH = \left(\frac{\partial H}{\partial p}\right)_T dp + \left(\frac{\partial H}{\partial T}\right)_p dT$ (1)

Dalla definizione di entalpia: $H = U + pV$ e la: $dH = dU + d(pV)$

Dal 1° principio e la: $\tilde{Q} - \tilde{L} = dU$ (2) $\rightarrow \tilde{Q} = \lambda_p dp + C_p dT$
 $\tilde{L} = p dV$

$\rightarrow dU = dH - d(pV)$ (3) \rightarrow Equando (2) e (3): $(\lambda_p dp + C_p dT) - p dV = dH - d(pV) \Rightarrow$

$(\lambda_p dp + C_p dT) - p dV = dH - p dV - V dp \Rightarrow dH = (\lambda_p + V) dp + C_p dT$ (4)

\Rightarrow Dalla (1) e dalla (4): $\left\{ \begin{array}{l} -\left(\frac{\partial H}{\partial p}\right)_T = \lambda_p + V \\ -\left(\frac{\partial H}{\partial T}\right)_p = C_p \end{array} \right.$; In forma mnemonica:
 $dh = (\lambda_p + V) dp + C_p dT$
 $\Rightarrow -\left(\frac{\partial h}{\partial p}\right)_T = \lambda_p + V ; -\left(\frac{\partial h}{\partial T}\right)_p = C_p$

ENTROPIA: $S = S(V, T) \rightarrow dS = \left(\frac{\partial S}{\partial V}\right)_T dV + \left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_V dT$ (1)

Dal 2° principio per fluidi omogenei liquidi (senza effetti di irreversibilità):

$dS = \frac{\tilde{Q}}{T} dt = \frac{\tilde{Q}}{T}$ ma $\tilde{Q} = \lambda_V dV + C_V dT$
 $\Rightarrow dS = \frac{\lambda_V}{T} dV + \frac{C_V}{T} dT$ (2)

Da (1) e (2): $\left\{ \begin{array}{l} -\left(\frac{\partial S}{\partial V}\right)_T = \frac{\lambda_V}{T} \\ -\left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_V = \frac{C_V}{T} \end{array} \right.$; In forma mnemonica:
 $\left[\begin{array}{l} ds = \frac{\lambda_V}{T} dV + \frac{C_V}{T} dT \Rightarrow -\left(\frac{\partial s}{\partial V}\right)_T = \frac{\lambda_V}{T} \\ -\left(\frac{\partial s}{\partial T}\right)_V = \frac{C_V}{T} \end{array} \right.$

$\boxed{2}$ $S = S(p, T) \rightarrow dS = \left(\frac{\partial S}{\partial p}\right)_T dp + \left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_p dT$
 Ma $dS = \frac{\tilde{Q}}{T} = \frac{\lambda_p}{T} dp + \frac{C_p}{T} dT \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} -\left(\frac{\partial S}{\partial p}\right)_T = \frac{\lambda_p}{T} \\ -\left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_p = \frac{C_p}{T} \end{array} \right.$

In forma mnemonica: $\left[ds = \frac{\lambda_p}{T} dp + \frac{C_p}{T} dT \Rightarrow -\left(\frac{\partial s}{\partial p}\right)_T = \frac{\lambda_p}{T} ; -\left(\frac{\partial s}{\partial T}\right)_p = \frac{C_p}{T} \right]$

$\boxed{1}$ e $\boxed{2}$ sono forme differenziali utili di l'entalpia

Riassumendo:

PRIMO PRINCIPIO PER SISTEMI CHIUSI: $\tilde{Q} - \tilde{L} = dU \rightarrow \tilde{Q} - p dV = dU$ (1)

$\tilde{Q} + V dp = dH$ (2) \Rightarrow E' lo quindi 2 forme di il 1° principio:

- (1) legato all'energia interna;
- (2) legato all'entalpia.

\Rightarrow In forma mnemonica: $\tilde{q} - p dV = du$ (1) , $\tilde{q} + V dp = dh$ (2)

Per GAS IDEALI, cioè con particolare di fluidi di cui conosciamo l'equazione di stato.

Equazione: $pV = R^* T$

Per l'ENERGIA INTERNA: $\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_V = \frac{R^*}{V} \Rightarrow$

$\Rightarrow du = C_v dT + \left[T \cdot \frac{R^*}{V} - p\right] dV = C_v dT + [p - p] dV = C_v dT$

$\Rightarrow du = C_v dT$ NB: Valido solo per GAS IDEALI, cioè u è funzione solo della T

Per l'ENTALPIA: $\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_p = \frac{R^*}{p} \Rightarrow$

NB: u e h dipendono quindi da 4 sole variabili, h, T

$\Rightarrow dh = C_p dT + \left[v - T \cdot \frac{R^*}{p}\right] dp = C_p dT + [v - v] dp = C_p dT$

$\Rightarrow dh = C_p dT$ NB: Valido solo per GAS IDEALI, cioè l'entalpia è funzione solo della T , quindi h è nota se è nota T
 → la variazione di h è proporzionale quindi alla variazione di T .

Per l'ENTROPIA: $ds = \frac{C_p}{T} dT + \frac{1}{T} dp$ (1) $\Rightarrow ds = \frac{C_p}{T} dT + \left(\frac{\partial s}{\partial p}\right)_T dp$

Dalla 2^a di Maxwell in la: $ds = \frac{C_p}{T} dT - \left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_p dp$ (2)

Confrontando (2) e (1): $-dp = -T \left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_p$ [già ottenuto]

(4) $ds = \frac{C_v}{T} dT + \frac{1}{T} dv$; (5) $ds = \frac{C_v}{T} dT + \left(\frac{\partial s}{\partial v}\right)_T dv$

→ sostituendo * con la 3^a di Maxwell:

$ds = \frac{C_v}{T} dT + \left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_v dv$ (6)

Confrontando (4) e (6): $dv = T \left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_v$ [già ottenuto].

Ma nel caso di GAS IDEALI:

(1.1) $\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_p = \frac{R^*}{p}$; $\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_v = \frac{R^*}{v}$ (1.2)

sostituendo (1.1) nella (2) e (1.2) nella (6) in la:

$ds = C_p \frac{dT}{T} - R^* \frac{dp}{p}$ oppure $ds = C_v \frac{dT}{T} + R^* \frac{dv}{v}$

NB: [1] e [2] sono valide solo per GAS IDEALI

NB: l'entropia è diversa da u e da h perché non è funzione di una sola variabile.

ENERGIA LIBERA DI GIBBS:

Per definizione in la: $g = H - T \cdot S$

Caratteristiche: ① È una grandezza estensiva, esiste quindi una sua grandezza specifica

$g = \frac{G}{M} = h - T \cdot s$

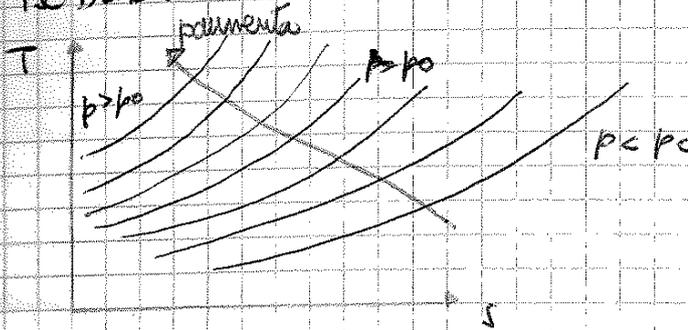
② È calcolabile a meno di una costante: stato di riferimento h_0 in un $h(T_0)$

③ Forma differenziale: $dg = dh - d(T \cdot s) = dh - T ds - s dT \Rightarrow \left(\frac{\partial g}{\partial p}\right)_T = v$

NB: Sul piano di Gibbs si nota come, se il volume molarmente aumenta allora aumenta anche l'entropia.

⇒ Più aumento S più l'incisa sul piano di Gibbs ha andamento esponenziale.

ISOBARA:



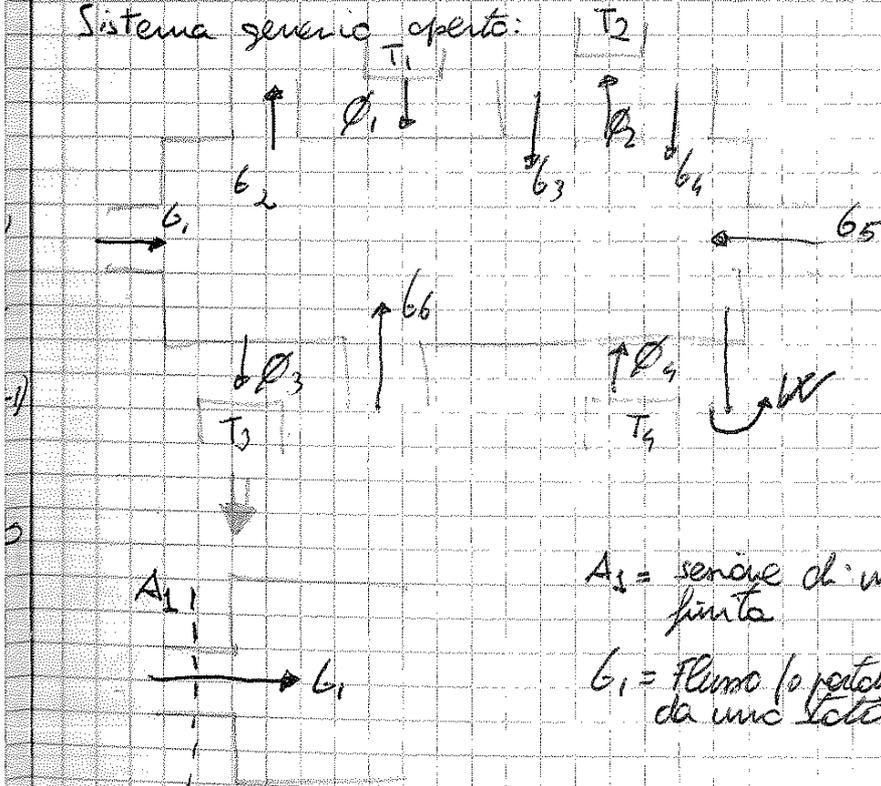
⇒ Per l'isoba una p più aumentata l'entropia più la curva tende a diventare meno ripida.

SISTEMI APERTI (o con deflusso):

Si estendono le relazioni fondamentali da sistemi chiusi a sistemi aperti, cioè sistemi che scambiano calore, lavoro e flussi di massa con l'esterno:

- equazione energia cinetica;
- 1° principio termodinamico;
- 2° " " " "

Sistema generico aperto:



A_1 = sezione di ingresso, è (di solito) di geometria fissa

b_1 = flusso (o portata) di massa è caratterizzata da uno stato termodinamico: $T_1, p_1, v_1, u_1, h_1, S_1, g_1$

Scelta del sistema di riferimento per un fluido in movimento (o sistema con deflusso):

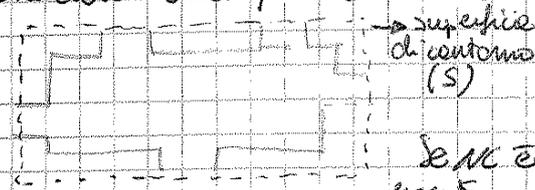
- LAGRANGIANO;
- EULERIANO

Quindi la portata di fluido di massa in entrata assume segno negativo (-), mentre in uscita segno positivo (+).

In modulo si ha: $-|G_e| = \rho_e A_e v_e$ con segno negativo
 $-|G_u| = \rho_u A_u v_u$ con segno positivo

DERIVATA RISPETTO AL TEMPO DI UNA GRANDEZZA ESTENSIVA, NEL CASO DI UN SISTEMA APERTO:

Considero una grandezza estensiva generica Z .
 In un sistema aperto la SUPERFICIE O IL CONTOURNO DELIMITA un VOLUME DI CONTROLLO (VC) del sistema.



Se N_C è il numero totale di canali in ingresso e in uscita, la derivata materiale è la:

$$\left[\frac{dZ}{dt} \right]_{VC} = \left[\frac{dZ}{dt} \right]_{int} + \sum_{K=1}^{N_C} \pm G_K Z_K$$

Si assume quindi segno positivo (+) per i flussi in uscita, mentre segno negativo (-) per i flussi in entrata.

Il primo termine è dovuto alla variazione della grandezza di stato Z all'interno del volume di controllo.
 Il 2° termine è dovuto ai contributi di grandezza estensiva legati ai flussi di massa in entrata o uscita.

Per esempio per l'energia interna: $\frac{dU}{dt} = \left[\frac{dU}{dt} \right]_{VC} + \sum_{K=1}^{N_C} \pm G_K U_K$

⇒ Possiamo considerare dei casi molto comuni per semplificare la relazione:

1) caso di STAZIONARIETÀ o funzionamento stazionario: all'interno del volume di controllo, VC, non si hanno variazioni di Z , per cui la derivata sarà dovuta solo a scambi con l'esterno, cioè ai flussi di massa.

$$\frac{dZ}{dt} = \left[\frac{dZ}{dt} \right]_{VC} + \sum_{K=1}^{N_C} \pm G_K Z_K \Rightarrow \left[\frac{dZ}{dt} \right]_{VC} = \sum_{K=1}^{N_C} \pm G_K Z_K \rightarrow \text{STAZIONARIETÀ}$$

2) caso di SISTEMA CON INGRESSO e USCITA e sempre in condizioni di stazionarietà:

$$\left[\frac{dZ}{dt} \right]_{VC} = \sum_{K=1}^{N_C} \pm G_K Z_K = G_u Z_u - G_e Z_e$$

APPLICAZIONE ALLA GRANDEZZA ESTENSIVA "MASSA": ⇒ CONSERVAZIONE DELLA PORTATA

$\frac{dM}{dt} = \left[\frac{dM}{dt} \right]_{VC} + \sum_{K=1}^{N_C} \pm G_K$ → NB: se Z è la massa, allora la Z specificata alla massa è 1 in quanto $M/M = 1$

Ipotesi di base in condizioni non relativistiche, la massa si conserva nel tempo, cioè $\frac{dM}{dt} = 0$, quindi:

$$\frac{dM}{dt} = \left[\frac{dM}{dt} \right]_{VC} + \sum_{K=1}^{N_C} \pm G_K = 0 \Rightarrow$$

⇒ $\left[\frac{dM}{dt} \right]_{VC} = - \sum_{K=1}^{N_C} \pm G_K = \sum_{e=1}^{N_{C,e}} G_e - \sum_{u=1}^{N_{C,u}} G_u$ → Stazionarietà per cui il segno dei flussi in entrata/uscita.

Generalizzando quindi a n condotti (NC) si ha $W_{sp} = \sum_{k=1}^{NC} \pm (p \cdot v)_k \cdot G_k$
 POTENZA DI SPOSTAMENTO dei sistemi aperti

Ma per definizione $G_k = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{M_k}{\Delta t}$ e sostituendolo si ha:

$$\sum_{k=1}^{NC} \pm (p \cdot v)_k \cdot G_k = \sum_{k=1}^{NC} \pm (p \cdot v)_k \cdot \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{M_k}{\Delta t} = \Delta$$

e poiché $v \cdot M = V$, allora $v \cdot M_k = V_k$

$$\Rightarrow \sum_{k=1}^{NC} \pm (p \cdot v)_k \cdot G_k = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \sum_{k=1}^{NC} \pm \frac{(p \cdot V)_k}{\Delta t} = \frac{d(p \cdot V)}{dt} \Rightarrow \boxed{W_{sp} = \frac{d(p \cdot V)}{dt}}$$

EQUAZIONE ENERGIA CINETICA per SISTEMI APERTI

Risolvendo l'equazione di sistemi chiusi si ha: $W_{se}^s + W_a + \frac{dE_c}{dt} + \frac{dE_p}{dt} - W_c^{in} = 0$

$$W_{se}^s + W_a + \frac{dE_c}{dt} + \frac{dE_p}{dt} - W_c^{in} = 0 \Rightarrow W_{se}^s + W_a + \frac{dE_c}{dt} + \frac{dE_p}{dt} - p \frac{dV}{dt} = 0$$

Ma per sistemi aperti: $W_{se}^s = W_E + W_0 + W_{sp}$

$$e \quad W_{sp} = \frac{d(p \cdot V)}{dt} = p \frac{dV}{dt} + V \frac{dp}{dt}$$

Sostituendo: $W_E + W_0 + p \frac{dV}{dt} + V \frac{dp}{dt} + W_a + \frac{dE_c}{dt} + \frac{dE_p}{dt} - p \frac{dV}{dt} = 0$

Essendo l'energia cinetica e quella potenziale delle grandezze esterne possono scrivere:

$$\frac{dE_c}{dt} = \left[\frac{dE_c}{dt} \right]_{VE} + \sum_{k=1}^{NC} \pm E_{ck} \cdot G_k$$

$$\frac{dE_p}{dt} = \left[\frac{dE_p}{dt} \right]_{VC} + \sum_{k=1}^{NC} \pm E_{pk} \cdot G_k$$

Ottengo così la forma completa per l'equazione dell'energia cinetica per sistemi aperti:

EQUAZIONE EN. CINETICA

$$W_E + W_0 + W_a + \left[\frac{dE_c}{dt} \right]_{VE} + \left[\frac{dE_p}{dt} \right]_{VC} + \sum_{k=1}^{NC} \pm G_k \cdot (E_{ck} + E_{pk}) + V \frac{dp}{dt} = 0$$

PER SISTEMI APERTI in forma COMPACTA

Però definire la potenza tecnica che per il sistema si è quella utile.

$$W_c = -V \frac{dp}{dt} - W_0 - W_a - \sum_{k=1}^{NC} \pm G_k \cdot (E_{ck} + E_{pk}) - \left[\frac{dE_c}{dt} \right]_{VE} - \left[\frac{dE_p}{dt} \right]_{VC}$$

Considero questo termine ipotizzando la conversione della portata con un ingresso e un'uscita:

$$-G \cdot [(E_{cu} + E_{pu}) - (E_{ce} + E_{pe})] = -G [(E_{cu} - E_{ce}) + (E_{pu} - E_{pe})]$$

Quindi se $E_{cu} > E_{ce}$ allora il 1° termine sarà un termine attrattivo alla potenza estraiibile (W_c) perché il sistema prende potenza in accelerando il fluido che lo attraversa.

Se invece il fluido decelera vuol dire che mette a disposizione energia per il sistema, quindi W_c aumenta.

- $E_{pu} > E_{pe}$, anche questo può dare un termine attrattivo, ma solitamente il termine potenziale è sempre trascuro.

Ipotizzando di essere in condizioni di stazionarietà si ha che $\left[\frac{dE_c}{dt} \right]_{VE}$ e $\left[\frac{dE_p}{dt} \right]_{VC}$ sono nulli.

Inoltre W_0 , cioè la potenza di depressione, è quindi sempre trascuro, e se

NB: l'equazione di Bernoulli è un caso particolare dell'equazione dell'energia cinetica per sistemi aperti in fluido incomprimibile.

Ipotizzando in più di avere un tubo indeformabile, quindi $l_t = 0$, si ha:

$$\left[\frac{p}{\rho} + \frac{w^2}{2} + gz \right]_e = \left[\frac{p}{\rho} + \frac{w^2}{2} + gz \right]_u + l_t$$

09/06

PRIMO PRINCIPIO DELLA TERMODINAMICA PER SISTEMI APERTI.

Dall'equazione di 1° principio per sistemi chiusi si ha:

$$\phi - W_{se} = \frac{dU}{dt} + \frac{dE_c}{dt} \rightarrow \phi - [W_{se}^s + W_{se}^d] = \frac{dU}{dt} + \frac{dE_c}{dt}$$

$$\Rightarrow \phi - [W_E + W_0 + W_{sp} + \frac{dE_p}{dt}] = \frac{dU}{dt} + \frac{dE_c}{dt} \quad [1]$$

Più che, per definizioni precedenti:

- (1) $W_{sp} = \sum_{K=1}^{NC} \pm (pV)_K \cdot b_K$; - (2) $\frac{dU}{dt} = \left[\frac{dU}{dt} \right]_{VC} + \sum_{K=1}^{NC} \pm b_K \cdot u_K$;
- (3) $\frac{dE_c}{dt} = \left[\frac{dE_c}{dt} \right]_{VC} + \sum_{K=1}^{NC} \pm b_K \cdot e_K$; (4) $\frac{dE_p}{dt} = \left[\frac{dE_p}{dt} \right]_{VC} + \sum_{K=1}^{NC} \pm b_K \cdot e_{pK}$

Allora sostituendo (1), (2), (3), (4) in [1] si ha: h (= entalpia specifica)

$$\phi - [W_E + W_0] = \frac{d}{dt} [U + E_c + E_p]_{VC} + \sum_{K=1}^{NC} \pm b_K \cdot (pV + u + e + e_p)_K \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \phi - [W_E + W_0] = \frac{d}{dt} [U + E_c + E_p]_{VC} + \sum_{K=1}^{NC} \pm b_K \cdot (h + e_p + e)_K \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{EQUAZIONE COMPLETA} \\ \text{del 1° PRINCIPIO per} \\ \text{SISTEMI APERTI} \end{array} \right.$$

⇒ Con semplificazioni: IPOTESI:

- Stazionarietà: $\frac{d}{dt} [U + E_c + E_p]_{VC} = 0$;
 - Potenza di deformazione nulla $\rightarrow W_0 = 0$;
 - Sistema con un ingresso e un'uscita.
- $$\Rightarrow \phi - W_E = b \cdot [(h + e + e_p)_e - (h + e + e_p)_u] \quad [2]$$

Però ancora semplificare la [2] ipotizzando: deve due con: ① e ②

① SISTEMA ADIABATICO: $\phi = 0$

$$\Rightarrow W_E = b [(h + e + e_p)_e - (h + e + e_p)_u] \rightarrow \text{Divido per la portata } b. \Rightarrow$$

$$\Rightarrow l_t = [(h + e + e_p)_e - (h + e + e_p)_u] \rightarrow \begin{array}{l} l_t > 0 \text{ se } (h + e + e_p)_e > (h + e + e_p)_u \\ l_t < 0 \text{ se } (h + e + e_p)_e < (h + e + e_p)_u \end{array}$$

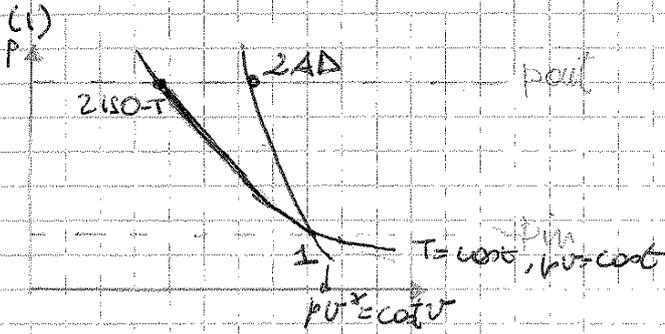
⇒ Possiamo ancora semplificare poiché nella maggior parte dei casi l'energia cinetica e potenziale, relative alla portata, sono trascurabili, cioè $e_p \approx e_c \approx 0$ quindi:

$$l_t = h_e - h_u \rightarrow \text{Per sistema ADIABATICO, stazionario, con 1 in e 1 out e trascurando gli altri termini}$$

- ⇒ $h_e > h_u \rightarrow l_t > 0$, cioè se l'entalpia diminuisce, allora il lavoro è fatto dal sistema sull'esterno (→ espansione);
- $h_e < h_u \rightarrow l_t < 0$, cioè se l'entalpia aumenta, il lavoro è fatto dall'esterno sul sistema (→ compressione).

Inoltre se il gas è IDEALE si ha: $l_t = (h_e - h_u) = c_p [T_e - T_u]$ → Per GAS IDEALE in sistema ADIABATICO.

Per cui: se la trasformazione va da 1 → 2 ⇒ $l_{1 \rightarrow 2} = - \int_1^2 v dp < 0$ ⇒ COMPRESIONE
 e la trasformazione va da 2 → 1 ⇒ $l_{2 \rightarrow 1} = - \int_2^1 v dp > 0$ ⇒ ESPANSIONE
 cioè per l'espansione, il lavoro è fatto dal sistema all'esterno, quindi segno positivo, mentre per la compressione è il contrario e il lavoro è segno negativo.



Come si vede dal grafico il lavoro per comprimere il fluido alla stessa T è minore di quello che dovrebbe essere utilizzato in condizioni adiabatiche.

$$l_{c, 180-T} < l_{c, AD}$$

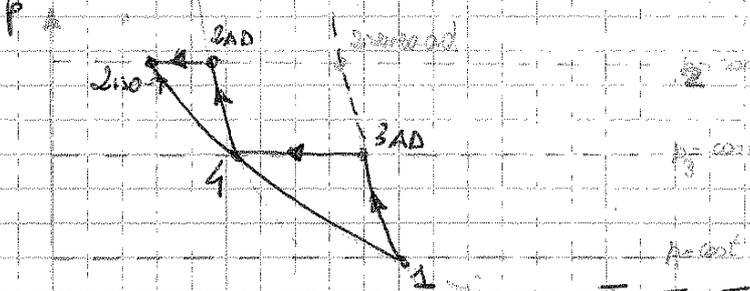
Quindi nel caso dell'isoterma si ha, per il 1° principio per S.A:

$$\Phi - W_E = G(h_2 - h_1) \Rightarrow \Phi - W_E = G \cdot c_p (T_2 - T_1) = 0 \text{ (perché } T_2 = T_1)$$

⇒ $\Phi = W_E = W_C$ ⇒ cioè tutto il lavoro dovrebbe essere trasformato in calore, ma questo è impossibile nella realtà, soprattutto se nella trasformazione sto comprimendo.

→ Però allora lavorare in un altro modo, approssimando l'isoterma con due trasformazioni: una adiabatica e una isoterma, per riportarci a T_{180-T}.
 NO. Questo procedimento, cioè per riportarci a T_{180-T} è effettivo tramite INTERFERIBILIZZAZIONE.

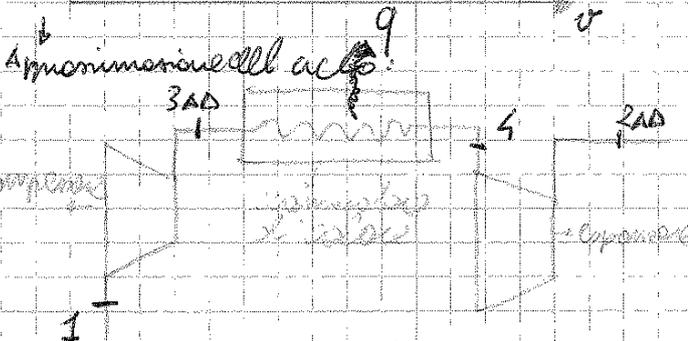
→ Quando il grafico si può approssimare come:



Ciò è l'isoterma può essere approssimata da una, o più, adiabatiche, più una, o più, isoterme.

→ Utilizza quindi questo metodo perché.

$$l_{s, 2 \text{ adiab}} > l_{s, 3 \text{ adiab}} + l_{s, 2 \text{ iso}}$$



Però siamo sicuri il bilancio del lavoro in il ciclo: se $l_c = - \int v dp$ e in adiabatica: $p v^\gamma = \text{cost}$ ⇒ $l_{c, AD} = \frac{\gamma}{\gamma-1} p_1 v_1 \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right]$ ⇒ se $p_2 > p_1$ ⇒ $l_c < 0$ ⇒ COMPRESIONE

⇒ Quindi nel nostro caso, per il ciclo, si ha:

$$l_c = \frac{\gamma}{\gamma-1} p_1 v_1 \left[1 - \left(\frac{p_{int}}{p_1} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right] + \frac{\gamma}{\gamma-1} p_2 v_2 \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_{int}} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right]$$

1/B: L'idea di lavoro dell'incremento di entropia, per fare lo stesso aumento di entropia (comprensivo) devo spendere più lavoro (aumentare la temperatura)
 → Questo si nota nel grafico p-v che in T-s (oppure h-s)

o Comprimendo:

In condizioni adiabatiche $Q=0$ (condizione realistica) e in trasformazioni reversibili (teorico) $S_i=0$ si ha: $\Rightarrow S_2=S_1 \rightarrow$ **ISOENTROPICA**

mentre in condizioni adiabatiche, in stazionarietà, con 1 m e sout e trascurando ec e ep , si ha dal 1° principio, dividendo da G : $\Rightarrow l_t = (h_1 - h_2)$ e

per un gas ideale: $|l_t| = c_p(T_2 - T_1)$

EFFICIENZA ISOENTROPICA:

\Rightarrow Definisco quindi il **RENDIMENTO ISOENTROPICO DI COMPRESIONE** come:

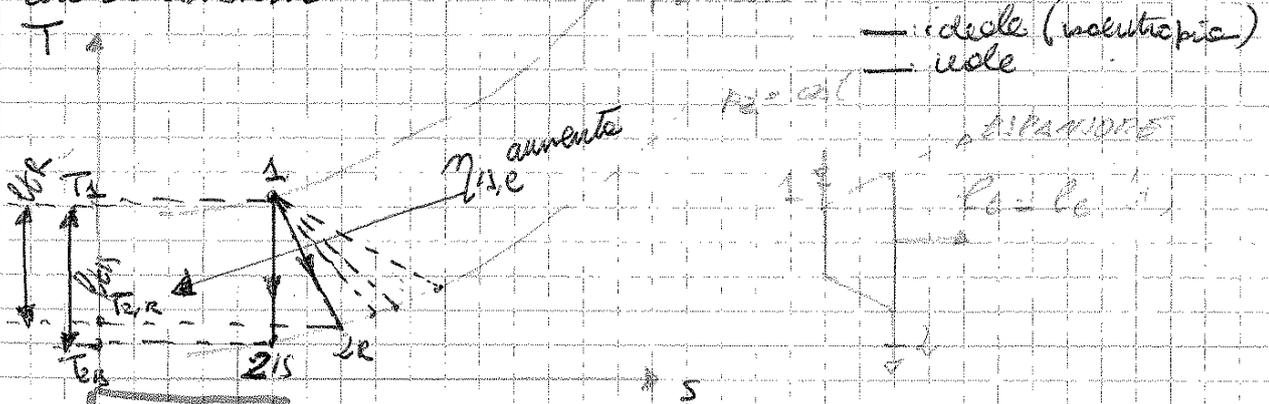
$$\eta_{i,s,c} = \frac{l_{t,i,s}}{l_{t,R}} = \frac{h_{2,i,s} - h_1}{h_{2,R} - h_1} \rightarrow \text{EFFICIENZA ISOENTROPICA DI COMPRESIONE}$$

$\Rightarrow \eta_{i,s,c} < \eta_{i,R}$

All caso di gas ideale: $\eta_{i,s,c} = \frac{c_p(T_{2,i,s} - T_1)}{c_p(T_{2,R} - T_1)} = \frac{T_{2,i,s} - T_1}{T_{2,R} - T_1}$

Per un caso ideale si ha: $\eta_{i,s,c} = 1 \rightarrow$ cioè l_t è minimo e $l_{t,R} = l_{t,i,s}$

Caso ESPANSIONE:



$\Rightarrow \eta_{i,s} > \eta_{i,R}$

e $l_t = (h_1 - h_2)$ e un gas ideale: $l_t = c_p(T_1 - T_2)$

$\Rightarrow l_{t,i,s} = c_p(T_1 - T_{2,i,s}) > l_{t,R} = c_p(T_1 - T_{2,R})$

ESPANSORE: questa macchina è fatta per ottenere lavoro, ma il lavoro viene diminuito per effetto delle forze viscose. Se fermiamo in condizioni reversibili a arresto $l_{t,max}$.

\Rightarrow Definisco il **RENDIMENTO ISOENTROPICO DI ESPANSIONE**:

$$\eta_{i,s,e} = \frac{l_{t,i,s}}{l_{t,R}} = \frac{h_1 - h_{2,i,s}}{h_1 - h_{2,R}} \rightarrow \text{EFFICIENZA ISOENTROPICA DI ESPANSIONE}$$

(è l'inverso di $\eta_{i,s,c}$)

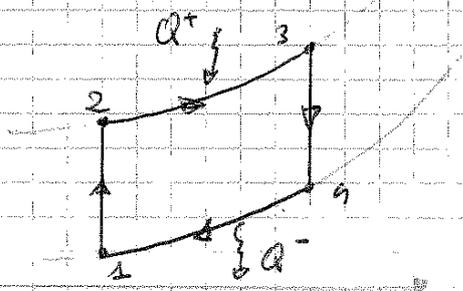
All caso di un gas ideale $\eta_{i,s,e} = \frac{c_p(T_1 - T_{2,R})}{c_p(T_1 - T_{2,i,s})} = \frac{T_1 - T_{2,R}}{T_1 - T_{2,i,s}}$

Per un caso ideale si ha: $\eta_{i,s,e} = 1 \rightarrow$ lavoro ottenuto massimo

• ESEMPIO, MACCHINA TURBO GAS IDEALE: → CICLO OTTO IDEALE
 è un ciclo chiuso che avviene con un fluido chimicamente costante, appunto come ARIA STANDARD.

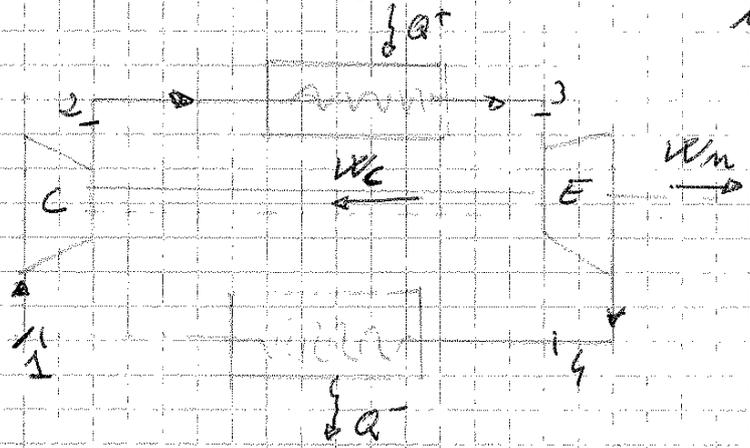
→ Il ciclo ad ogni stato è quindi un ciclo chiuso da un fluido che non varia composizione chimica ed è composto da 79% N₂ e 21% di O₂ e che si comporta seguendo l'equazione di stato dei gas ideali, con proprietà termofisiche costanti (R^* , c_p , c_v)

Essendo un ciclo, delle trasformazioni di compressione ed espansione saranno reversibili, quindi isentropiche:



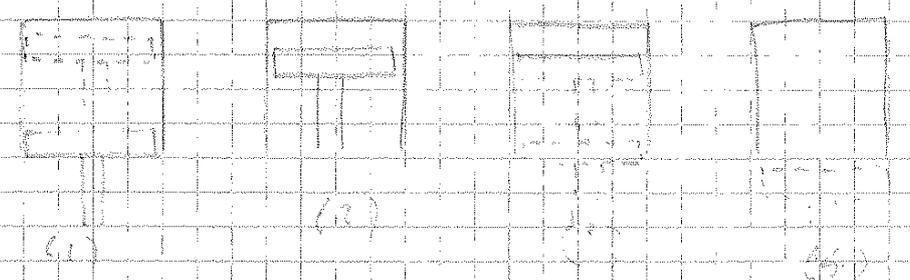
- $p_2 = p_1$ 1-2: compressione adiabatica reversibile → isentropica
- 2-3: isobara
- 3-4: isentropica di espansione
- 4-1: isobara

Schematizzazione del ciclo:



Il ciclo turbo gas ideale, tramite l'espansione si ferma, quindi lavoro utile verso l'esterno e lavoro utile W_c di compressione per la sua compressione.

MACCHINA VOLUMETRICA:

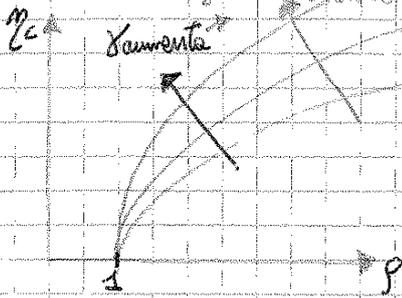


Funzionamento macchina volumetrica:

- (1) Compressione del fluido tramite un pistone adiabatico;
- (2) Combustore, quindi un fornitore di calore Q^+ ;
- (3) Espansione tramite un pistone;
- (4) Esplorazione del fluido con un motore di calore Q^- verso l'esterno.

Possiamo scrivere il rendimento dell' ciclo di Carnot come funzione del rapporto volumetrico

$$\eta_c = 1 - \frac{T_B}{T_A} = 1 - \left(\frac{V_B}{V_A}\right)^{\gamma-1} = 1 - \rho^{-(\gamma-1)} = 1 - \frac{1}{\rho^{\gamma-1}} \Rightarrow \boxed{\eta_c = 1 - \frac{1}{\rho^{\gamma-1}}}$$



Il rendimento dell' ciclo dipende quindi da γ e da ρ allora che dipende dal gas che viene utilizzato.
 Per cui più il gas si avvicina a un gas monoatomico, più il rendimento sarà alto (infatti per γ alta ha una pendenza meno aspramente).
 Inoltre si nota che più aumenta ρ , più aumenta il rendimento.

Introduco due grandezze:

• RAPPORTO MANOMETRICO DI COMPRESIONE:

$$\beta_c = \frac{P_B}{P_A}$$

$$\beta_c = \beta_e = \beta$$

• RAPPORTO MANOMETRICO DI ESPANSIONE:

$$\beta_e = \frac{P_C}{P_D}$$

in ciclo Carnot

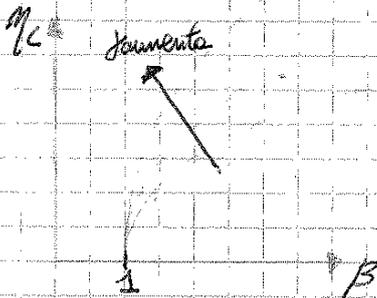
Perché abbiamo $\frac{T_B}{T_A} = \left(\frac{P_B}{P_A}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$ e $\frac{T_C}{T_D} = \left(\frac{P_C}{P_D}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$ e per il ciclo Carnot: $\frac{T_B}{T_A} = \frac{T_C}{T_D}$

si ottiene:

$$\boxed{\beta_c = \beta_e = \beta} \rightarrow \text{RAPPORTO MANOMETRICO}$$

Il rendimento può essere scritto anche come funzione del rapporto manometrico

$$\eta_c = 1 - \frac{T_B}{T_A} = 1 - \left(\frac{P_A}{P_B}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = 1 - \frac{1}{\beta^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}} \Rightarrow \boxed{\eta_c = 1 - \frac{1}{\beta^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}}}$$

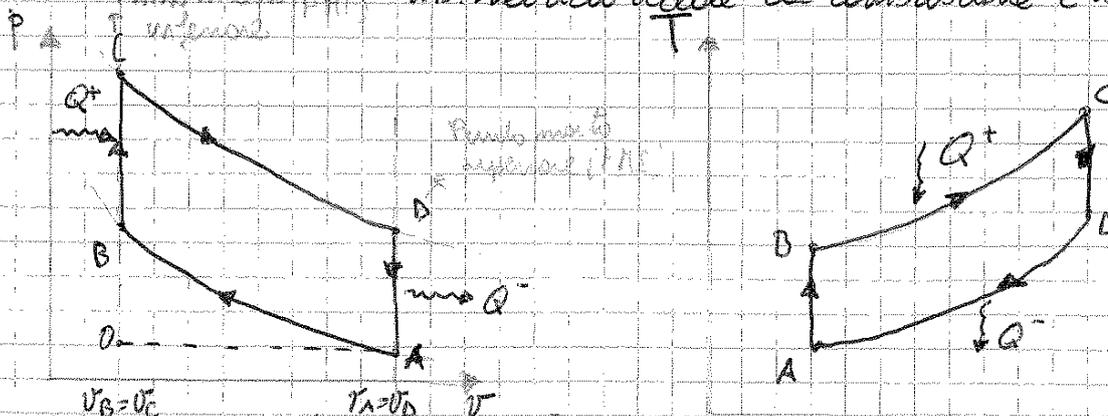


Quindi il rendimento dipende dal rapporto manometrico e aumenta all'aumentare di quest'ultimo e all'aumentare di γ .

CICLO OTTO:

è un ciclo termodinamico di riferimento di motori a combustione interna (a scoppio), volumetrici e ad accensione comandata.

NB: Nel ciclo ideale la combustione è istantanea \rightarrow NON REALE



\Rightarrow Questo ciclo (ideale) schematizza il funzionamento di un motore a scoppio a 4 tempi supponendo che la miscela aria-benzina sia omogenea a un gas ideale biatomico, e che il ciclo sia reversibile.

$\eta_D = 1 - \frac{q^-}{q^+}$ Poiché: -BC è isobara: $q^+ = c_p(T_C - T_B)$
 -DA è isocora: $q^- = c_v(T_A - T_D)$

$\Rightarrow \eta_D = 1 - \frac{c_v(T_D - T_A)}{c_p(T_C - T_B)} = 1 - \frac{1}{\gamma} \cdot \frac{T_D}{T_B} \cdot \frac{T_C - T_A}{T_C - T_B}$

Ma $\frac{T_D}{T_A} = \frac{T_D}{T_C} \cdot \frac{T_C}{T_B} \cdot \frac{T_B}{T_A} = \left(\frac{v_C}{v_D}\right)^{\gamma-1} \cdot \frac{v_C}{v_B} \cdot \left(\frac{v_A}{v_B}\right)^{\gamma-1} = \left(\frac{v_C}{v_B} \cdot \frac{v_A}{v_B}\right)^{\gamma-1} \cdot \frac{v_C}{v_B} = \left(\frac{v_C}{v_B}\right)^{\gamma-1} \cdot \frac{v_C}{v_B}$

Definisco $\left| \frac{v_C}{v_B} = \delta \right| \Rightarrow$ RAPPORTO DI INTRODUZIONE

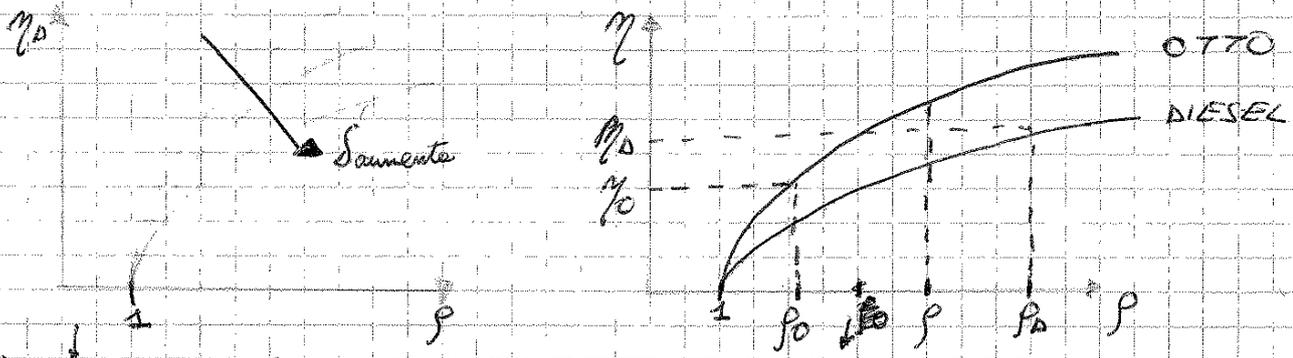
$\Rightarrow \left[\eta_D = 1 - \left(\frac{1}{p^{\gamma-1}} \cdot \frac{1}{\gamma} \cdot \frac{\delta^{\gamma}-1}{\delta-1} \right) \right]$

$\frac{T_B}{T_A} = \left(\frac{v_A}{v_B}\right)^{\gamma-1} \Rightarrow \frac{T_D}{T_A} = \frac{1}{p^{\gamma-1}}$
 $\frac{T_C}{T_B} = \frac{v_C}{v_D} = \delta$

$\eta_D = 1 - \left(\frac{1}{p^{\gamma-1}} \cdot \frac{1}{\gamma} \cdot \frac{\delta^{\gamma}-1}{\delta-1} \right) \Rightarrow$ Rendimento del CICLO DIESEL

\Rightarrow Questo vuol dire che a parità di p e η_D anche il rendimento del ciclo Otto è maggiore di quello Diesel.

Quindi il ciclo Otto è migliore rispetto al Diesel, ma nella realtà non ha lo stesso rapporto di compressione volumetrico dei due cicli. Nella realtà infatti: $p_0 \approx 10$ (ciclo Otto), $p_0 \approx 18$ (ciclo Diesel)



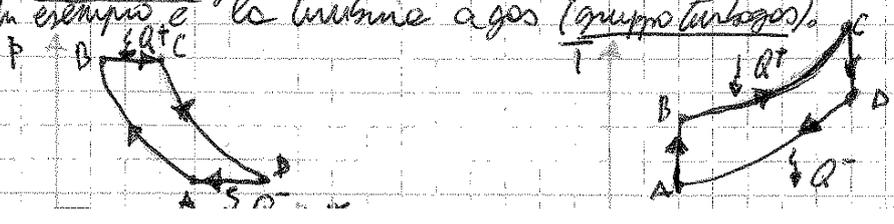
Vice versa, il ciclo Diesel aumenta al aumentare del rapporto di compressione volumetrico e diminuisce per δ alti (cicli a cicli stretti e larghi)

Finato δ e finito p si vede che il ciclo Otto ha un rendimento migliore di quello Diesel, ma entrambi dipendono dal rapporto volumetrico.

Per cui a parità di δ , il ciclo Otto ha un rendimento migliore di quello Diesel ma poiché nella realtà, per il ciclo Otto si ha circa $p_0 \approx 10$ mentre per il Diesel si può arrivare anche a $p_0 \approx 18$, allora nella realtà il rendimento del motore Diesel sarà più elevato di quello Otto.

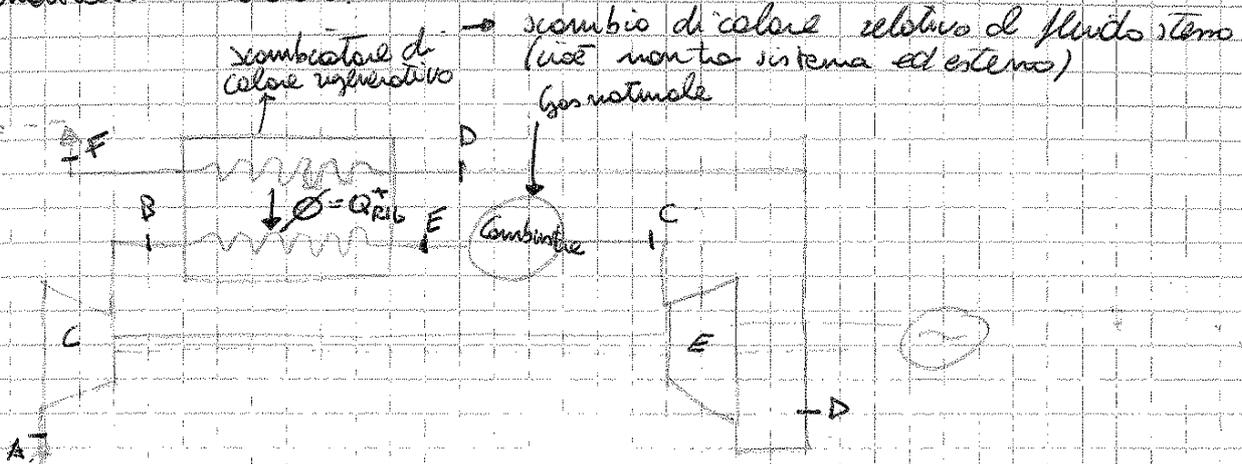
CICLO JOULE

È un ciclo termodinamico rappresentativo di macchine a combustione interna a flusso continuo (quindi non volumetriche). Un esempio è la turbina a gas (gruppo turbogas).



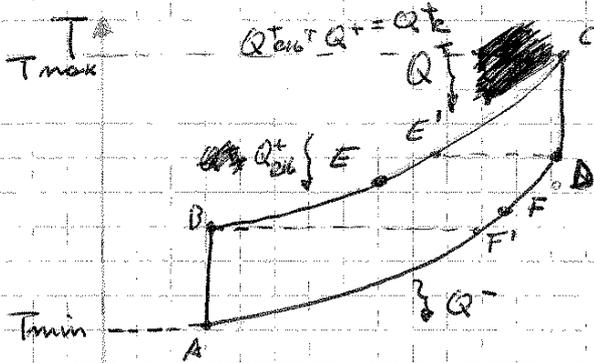
CICLO JOLLE RIGENERATIVO:

Schematizzazione del ciclo:



scambiatore di calore rigenerativo

scambio di calore relativo al fluido stesso (cioè non tra sistema ed esterno) gas naturale



NO: Al massimo il punto E può arrivare fino a D (cioè E') quindi il massimo del calore recuperabile, ma è un caso ideale. Cioè + E è dato e + nuovo calore mentre + F è dato e E calore ceduto => E' e F' sono ideali.

$$\eta_{RIG} = \frac{h_E - h_D}{h_{E'} - h_D} = \frac{T_E - T_D}{T_{E'} - T_D}$$

Consideriamo il caso ideale in cui $E \equiv E'$ e $F \equiv F'$.

$$\eta_{JR} = \frac{h_B}{q_{R+}} = \frac{h_C - h_C}{q_{R+}}$$

in cui $E \equiv E'$ e $F \equiv F'$.

$$\begin{aligned} h_B &= h_C - h_D = c_p(T_C - T_D) \\ -h_C &= h_B - h_A = c_p(T_B - T_A) \\ -q_{R+} &= h_C - h_{E'} = c_p(T_C - T_{E'}) = c_p(T_C - T_D) \end{aligned}$$

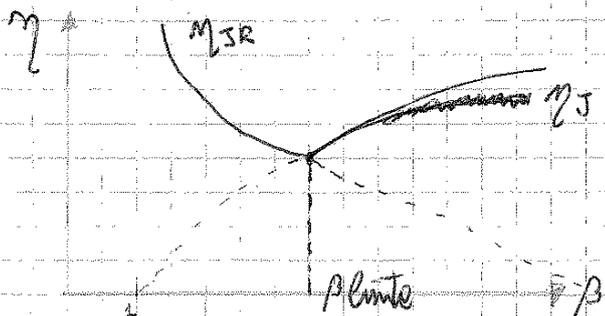
$$\eta_{JR} = \frac{c_p(T_C - T_D) - c_p(T_B - T_A)}{c_p(T_C - T_D)} = 1 - \frac{T_D - T_A}{T_C - T_D} = 1 - \frac{T_A}{T_C} \cdot \frac{T_B - T_C}{T_C - T_D}$$

$$\text{e } \frac{T_B}{T_A} = \beta^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \text{ e } \frac{T_D}{T_C} = \frac{1}{\beta^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}} \Rightarrow \eta_{JR} = 1 - \frac{T_{min}}{T_{max}} \cdot \frac{\beta^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1}{1 - \frac{1}{\beta^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}}}$$

$$\Rightarrow \eta_{JR} = 1 - \frac{T_{min}}{T_{max}} \cdot \beta^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = 1 - \frac{\beta^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}}{\frac{T_{max}}{T_{min}}}$$

rendimento ciclo JOLLE RIGENERATIVO

Fisso $\frac{T_{max}}{T_{min}}$



Considerazioni: 1) la macchina rigenerativa funziona molto meglio di quella normale; 2) l'è un rapporto monometrico limite, per un dato un certo punto il solo rendimento del ciclo rigenerativo (η_{JR}) segue il rendimento del ciclo normale (η_J). NB: il valore limite di β coincide con il fatto che $T_B = T_D$. Quindi $T_B = T_D$ non ha valore.

2314

CAMBIAMENTI DI STATO, EVAPORAZIONE e CONDENSAZIONE

REGOLA DELLE FASI DI GIBBS:

In un sistema termodinamico, caratterizzato da un numero di componenti (cioè specie chimiche che sono presenti nel sistema) "C", e un numero di fasi "F", il numero di gradi di libertà "i" del sistema, cioè il numero di variabili termodinamiche che possono variare in modo indipendente l'una dall'altra, è definito dalla seguente equazione:

$$i = C - F + 2 \rightarrow \text{regola FASI DI GIBBS}$$

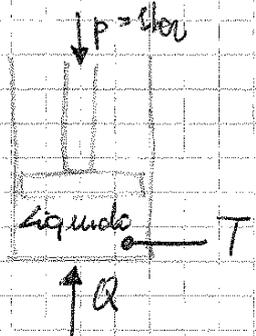
$$y_A = \frac{n_A}{n_{tot}} \rightarrow \text{FRAZIONE MOLARE}$$

Esempi:

- Sistema monocomponente: $C=1$ con $F=1 \Rightarrow i=2 \rightarrow$ loro dominio di un (p, T) indipendente sistema composto da un gas ideale
- Sistema bi-componente: $C=2$, con $F=1 \Rightarrow i=3 \rightarrow$ loro di una miscela di gas
 $\rightarrow i = p, T$ compressione (cioè deve indicare la pressione molare di A (y_A) o quella di B (y_B), poiché $y_A + y_B = 1$)
- Sistema monocomponente: $C=1$ ma $F=2 \Rightarrow i=1$, cioè una variabile indipendente.
 \rightarrow può essere definita come variabile indipendente la pressione p , allora le altre grandezze termodinamiche sono dipendenti da $p \rightarrow$ ne consegue che a un valore di p corrisponde un solo valore di T (cioè la T dipende da p) e viceversa.
- Sistema monocomponente: $C=1$ ma $F=3 \Rightarrow i=0$, non ho gradi di libertà cioè esiste un'unica condizione che garantisce la coesistenza di questi tre stati in equilibrio. questo punto è definito come PUNTO TRIPLO.

PASSAGGIO DI STATO LIQUIDO-VAPORE (evaporazione) e VAPORE-LIQUIDO (condensazione):

Considera un recipiente cilindrico con, all'interno, liquido H_2O e con una termocoppia per misurare la temperatura T del liquido.

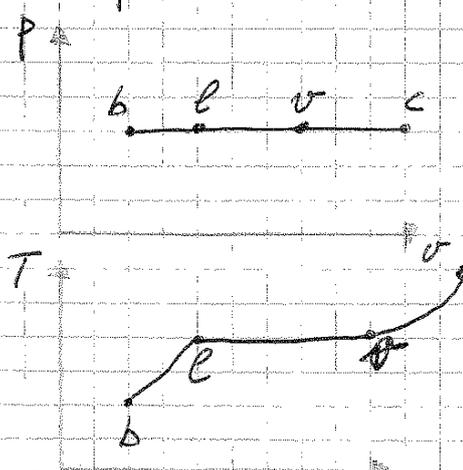


b) Forze in gioco in un il liquido è in equilibrio alla T (in esempio) di $25^\circ C$.

b \rightarrow c) Minore a fornire calore Q e ~~temperatura~~ con conseguente aumento di volume e temperatura e cessa fin quando la T non cambia più, cioè arriva a $100^\circ C$.

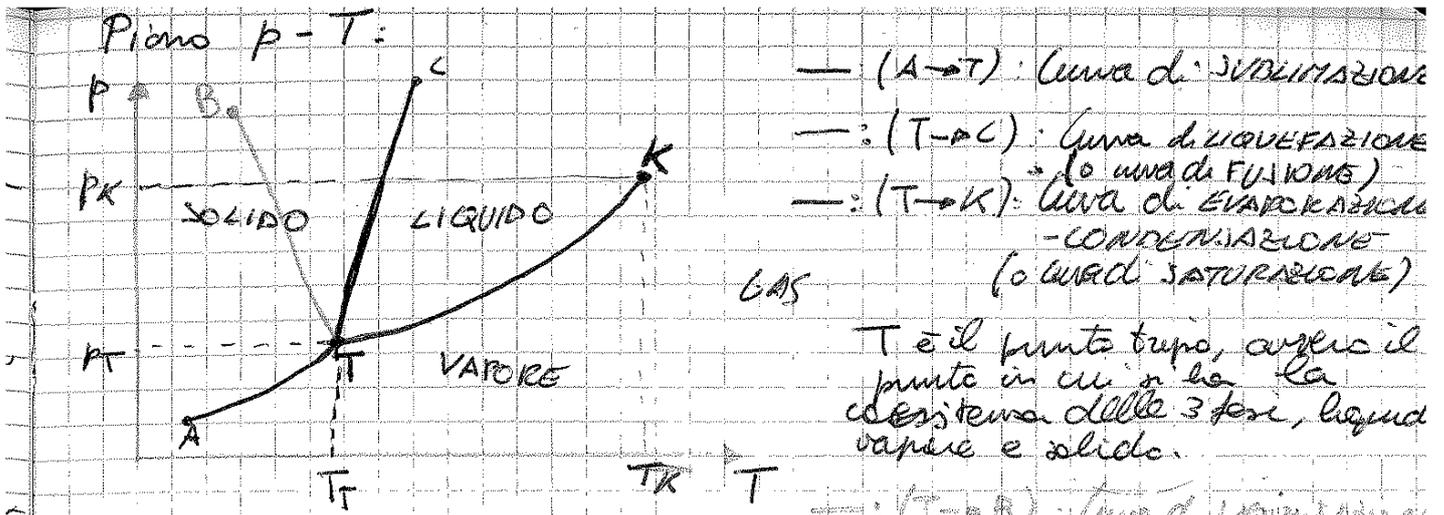
l \rightarrow v) Minore l'evaporazione, cioè continuo a fornire calore fin a quando si ha un forte aumento di v , in un nel sistema che c'è coesistenza di due fasi, una liquida e una vapore.

Minimo possibile termocoppie la T del vapore e del liquido etico che $T_L = T_V = 100^\circ C$



v) Lo stato di arrivo di questa transizione è che ho avuto un forte aumento di v fin a quando ho tutto vapore con T sempre a $100^\circ C$.

\Rightarrow Finché la trasformazione non è del tutto completa



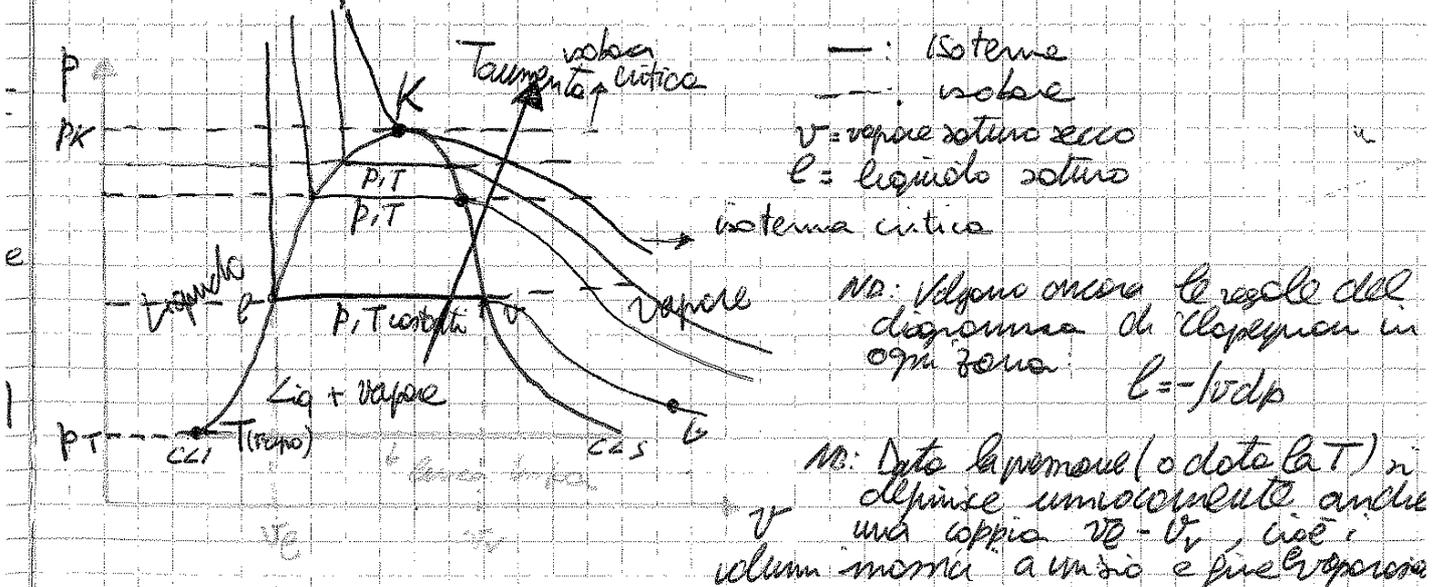
Per l' H_2O il punto triplo si ha: $p_T = 0,006112 \text{ bar}$

$T_T = 0,01^\circ C = 273,16^\circ K$

NB: Oltre al punto critico K non ha la coesistenza dell'equilibrio liquido-vapore.

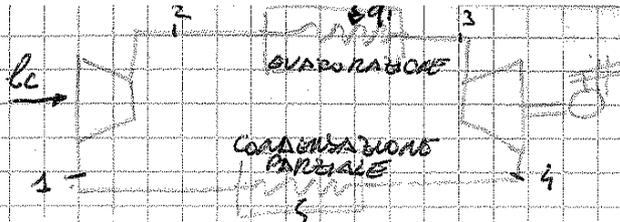
Gli stati di equilibrio, in cui coesistono due fasi, stanno su tre curve che si incontrano nel punto triplo. Il punto K rappresenta il punto critico e nella zona $T > T_K$ abbiamo solo fase gassosa. La linea che separa fase solida da fase liquida ha pendenza positiva: ciò vuol dire che aumentando la pressione, aumenta anche la T di fusione. Fa eccezione l' H_2O , in cui all'aumentare della pressione la temperatura di fusione diminuisce (la linea a quindi pendenza negativa). La linea di sublimazione e quella di evaporazione hanno sempre pendenza positiva.

DIAGRAMMA p-v DI UNA SOSTANZA OMogenea o PURA.



Partendo da l , cioè un'isobara in fase gassosa, riducendo il volume e mantenendo costante la T si arriva allo stato v di vapore saturo secco. Qui comincia la condensazione del liquido e riducendo ancora il volume la sostanza raggiunge lo stato l' di liquido saturo. Riducendo ancora il volume al di sotto di v_l l'isoterma diventa ipocritica e si ha una variazione rapida di volume con una notevole variazione di

Schema dell'acido:



$$|l_c| = h_2 - h_1 \quad q_2 = q_{EVAP} = h_3 - h_2 = T_{SAT} \cdot (s_3 - s_2) = T_2 \cdot (s_3 - s_2)$$

$$l_c = h_3 - h_4 \quad q_2 = h_4 - h_1 = T_1 \cdot (s_4 - s_1)$$

$$\Rightarrow \eta = 1 - \frac{q_2}{q_1} = 1 - \frac{T_1 \cdot (s_4 - s_1)}{T_2 \cdot (s_3 - s_2)} = 1 - \frac{T_1}{T_2} = 1 - \frac{T^-}{T^+}$$

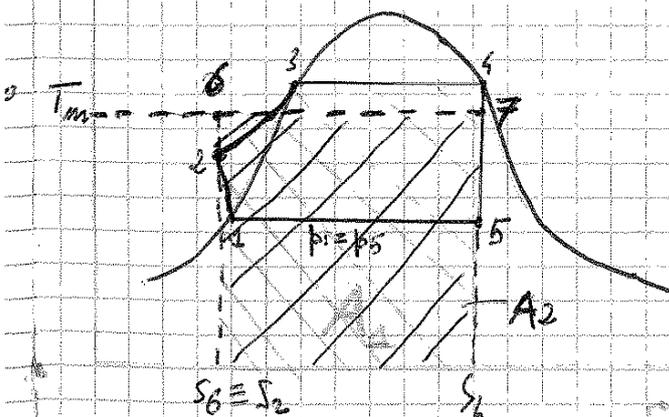
problematiche pratiche di realizzazione dell'acido:

- (1) controllo di una condensazione parziale (4-4s), cioè nel grafico T-s il fatto che al punto 4 sta sotto il 2 infatti nel punto 4 il fluido è in parte liquido in parte vapore.
- (2) la compressione dal punto 4 al 1 è molto difficile sempre perché il fluido è in parte liquido in parte vapore. È infatti difficile realizzare una compressione di un fluido che sta, contemporaneamente, cambiando fase.
- (3) l'espansione da 3 a 4 è irreversibile con una turbina. Poiché infatti con un fluido completamente in fase vapore e non meno che espandendo inizia ad aumentare la componente liquido. A parte dalle sporcizie d'acqua sulle pale della turbina porta a una instabilità meccanica di queste pale, che rovinerebbero la turbina in poco tempo.
- (4) l'acido dovrebbe avvenire sotto la T_K (373°C per l'acqua), ma ciò dovrebbe in rendimento troppo basso.

⇒ Per tutti questi motivi è impossibile realizzare il ciclo.

⇒ CICLO H2O - RANKINE:

T $p_2 = p_3 = p_4 \rightarrow$ isobara



I PASSAGGIO: 1 → 2: Pompaggio di H2O in fase dalla p_2 (bassa) a $p_2 = p_3 = p_4$ (alta)

II PASSAGGIO: 2 → 3 e 3 → 4: Fornitura di calore q_1 che avviene in due fasi nella stessa isobara, cioè a $p = \text{costante}$.
 ① 2 → 3: Riscaldamento del liquido cioè passaggio da liquido sottoraffreddato (2) a liquido saturo (3);
 ② 3 → 4: Fase di evaporazione.

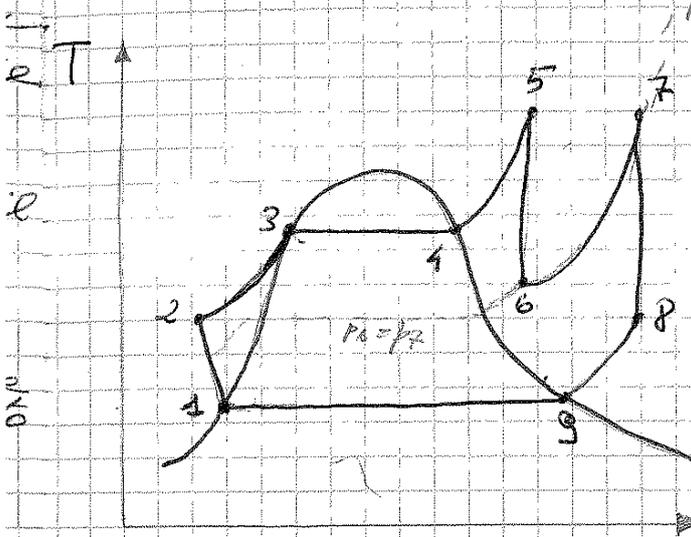
$$|l_c| = h_2 - h_1 \quad q_1 = (h_4 - h_2) - (h_4 - h_3) + (h_3 - h_2) \rightarrow \text{fornitura calore } q_1$$

$$l_c = h_4 - h_5 \quad q_2 = h_5 - h_1 = T_1 \cdot (s_5 - s_1)$$

1. Perché la fase di fornitura calore avviene in 2 fasi, quindi a due temperature diverse, si appoggia allora di essere a una temperatura media T_m .

30/4 CICLO RANKINE IDEALE CON RIRISCALDAMENTO:

- Esistono due possibilità per avere un aumento continuo della fase liquida negli stadi finali della turbina, cioè un $x_8 \geq 0,9$:
- (1) Surriscaldare il vapore d'acqua a una T_5 rappresentativa elevata, prima che entri in turbina \rightarrow stada impombo. Le p.e. uchnede un $^{\circ}$ innalzamento della T del vapore a valori superiori ai limiti consentiti dalla resistenza dei materiali;
 - (2) Fionere l'espansione in turbina del vapore in 2 stadi ed effettuare tra di em un RIRISCALDAMENTO DEL VAPORE \rightarrow stada OK de determina anche un ulteriore aumento della T media alla quale viene fornito calore e quindi un ulteriore aumento del rendimento;

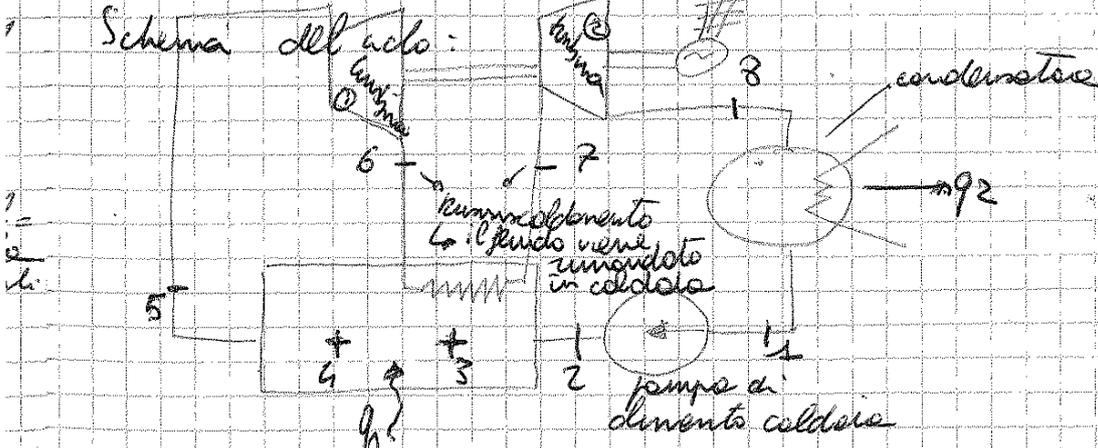


$p_{intermedia} = p_6 = p_7$

\Rightarrow Fase 6-7: RIRISCALDAMENTO del vapore tramite una pressione intermedia \rightarrow ha aumentato il titolo di fine espansione. Normalmente $T_5 = T_7$

NB: Ora $x_8 \geq 0,9$. In questo caso $x_8 = 1$ (unq se x_8 fosse finito entro 0 come limite con un $x_8 < 0,9$ aver dovuto effettuare un altro ririscaldamento)

\Rightarrow quindi il RIRISCALDAMENTO avviene in due fasi: la prima fase in cui il vapore si espande isentropicamente fino a una pressione intermedia e poi viene inviato nuovamente in caldaia dove è riscaldato a pressione costante di solito fino a $T_7 = T_5$. Incomprimente si ha di nuovo un'espansione isentropica.



\Rightarrow Analisi energetica: il lavoro di compressione è trascurabile rispetto al lavoro di compressione in liquido

In termini generali: $l_c = h_{11} - h_{10}$

$q_2 = h_{01} - h_{10} = \int T ds$

$\Rightarrow l_{RIVER} = (h_5 - h_4) + (h_7 - h_8) \rightarrow$ se non fosse stato aggiunto il ririscaldamento avrebbe stato: $l_c = h_5 - h_9$

\Rightarrow Quindi $l_{RIVER} > l_c \rightarrow$ cioè $[(h_5 - h_6) + (h_7 - h_8)] > (h_5 - h_9)$

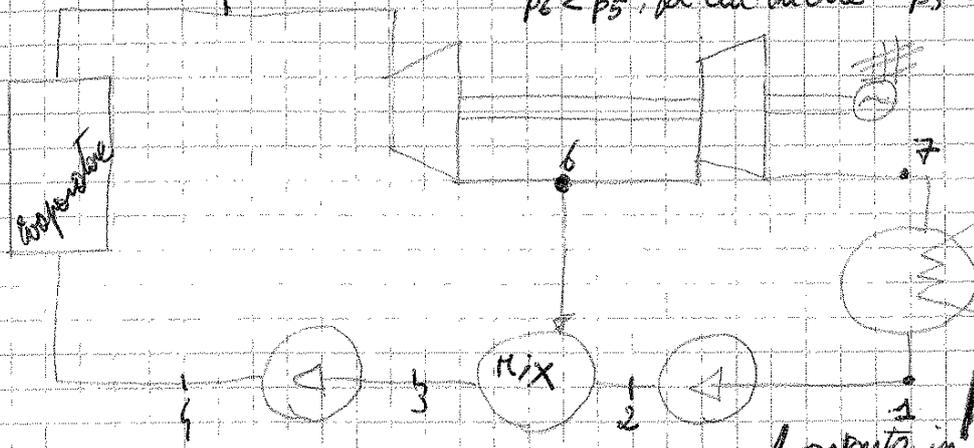
CICLO RANKINE CON RIGENERAZIONE FRAZIONATA: cumulo reattivo

Anche questo ciclo, essendo rigenerativo, avviene con scambi interni al sistema stesso, cioè tra lo stesso fluido.

In questo ciclo, parte del vapore che si sta espandendo (5 → 7) viene spillato per andare a miscelarsi e cedere calore con la fase 2 → 3, ma inq le condizioni termodinamiche nel ramo umido sono le stesse.

Per poter miscelare le due portate del fluido devono essere alla stessa pressione → $p_6 = p_3 = p_2$.

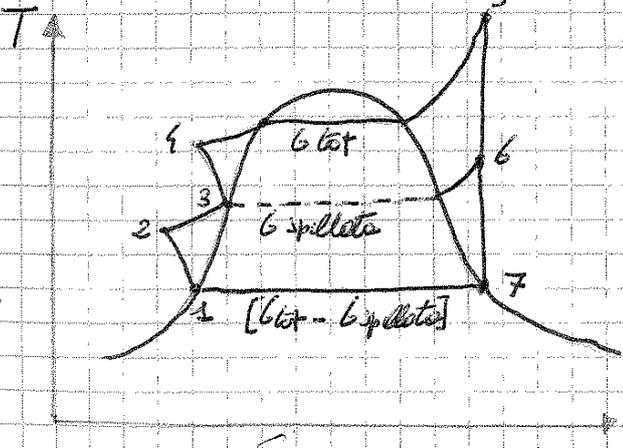
Ad ogni ora che il vapore a $T_6 > T_2$ cede calore all' H_2O liquida nel miscelatore con il risultato che $T_3 > T_2$. → A seguito del miscelamento dovrà eseguire un altro pompaggio poiché $p_6 < p_5$, per cui anche $p_3 < p_4$ → Faccio pompaggio per portarmi da p_3 a p_4 .



In questo ciclo non è presente un miscelamento quindi non da 5-6 → 7 tramite isentropiche.

NB: In questo ciclo la portata non è uguale presente in tutti i punti a seguito dello spillamento.

Inoltre se dovessi fare tot spillamenti dovrei mettere tot miscelatori e dopo ogni miscelatore devo aggiungere una pompa per riportarmi alla pressione di caldaia. → contesto

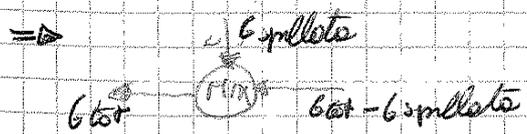


tra 7 → 1 non c'è tutta la portata, ma $6_{tot} - 6_{spillato}$ solo a seguito del miscelamento ho di nuovo tutta la portata.

Faccio bilancio entalpico (2° PR. S. A) sul miscelatore:

$$Q - L = \sum \dot{m} \cdot h = 0$$

→ poiché il calore è scambiato solo internamente al fluido e non con l'esterno.



$$\Rightarrow 6_{tot} \cdot h_3 - (6_{tot} - 6_{spillato}) \cdot h_2 - 6_{spillato} \cdot h_6 = 0$$

→ Div. da per 6_{tot} e chiamo p il rapporto: $p = \frac{6_{spillato}}{6_{tot}} \Rightarrow$

$$h_3 - (1-p) \cdot h_2 - p \cdot h_6 = 0 \Rightarrow p = \frac{h_3 - h_2}{h_6 - h_2}$$

ANALISI ENERGETTICA:

$$\Rightarrow \eta = \frac{L_m}{Q_3} \approx \frac{L_e}{q_2} \rightarrow L_e = 6_{tot}(h_5 - h_6) + (6_{tot} - 6_{spillato})(h_6 - h_7)$$

$$Q_2 = 6_{tot}(h_5 - h_4) / \eta = \frac{(h_5 - h_6) + (1-p)(h_6 - h_7)}{h_2 - h_1}$$

→ Lige tanto più voglio scaldare l'acqua tanto più quantità di massa devo spillare poiché l'aumentata con l'aumentare di h_2

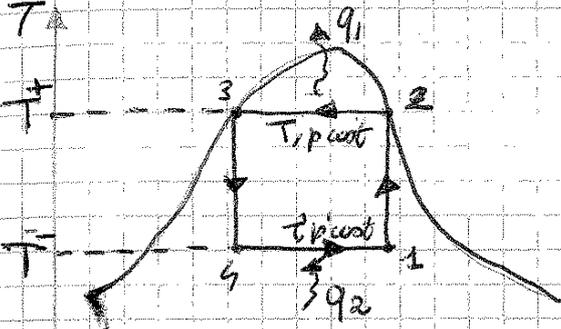
CICLI INVERSI A VAPORE:

Uno dei cicli possibili da un fluido che subisce un cambiamento di stato.
 Il cambiamento di stato che interessa particolarmente è quello che permette di sottrarre calore da un ambiente che si vuole mantenere a bassa T, cioè è l'EVAPORAZIONE del fluido che produce il ciclo.

I fluidi frigorigeni utilizzati nei cicli a vapore sono composti da specie chimiche (spesso in miscela) che possono essere CFC (cloro fluoro carboni), HCFC, HFC, NH₃, CO₂ ecc, ma raramente sono i cicli a vapore d'acqua.

2) CICLO INVERSO DI CARNOT A VAPORE:

È il ciclo di riferimento da cicli inversi a vapore.



- 1 → 2: Compressione adiabatica (isentropica)
- 2 → 3: Condensazione completa con cessione di calore q₁
- 3 → 4: Espansione adiabatica (isentropica)
- 4 → 1: Evaporazione con assorbimento di calore q₂ (effetto utile) e ha come salasso quello di aumentare il titolo della miscela

(1) COSÌ POMPA DI CALORE: pre utile 3 → 3, cede calore all'ambiente da riscaldare

$$E_{FR} = \frac{q_2}{|q_1 - q_2|} = \frac{T^- (s_1 - s_4)}{T^+ (s_2 - s_3) - T^- (s_1 - s_4)} = \frac{T^-}{T^+ - T^-} = \left| \frac{1}{\frac{T^+}{T^-} - 1} \right| = E_{FR}$$

Efficienza frigorifera ciclo di Carnot

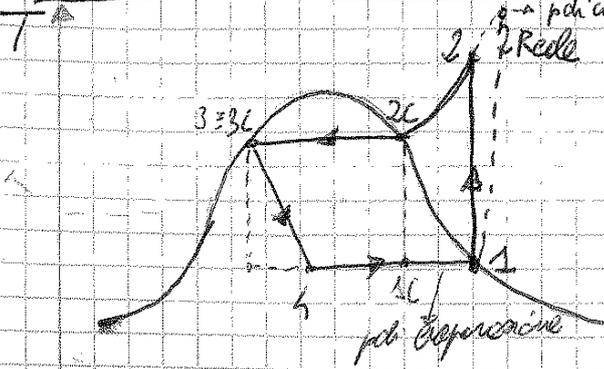
→ NB: E_{FR} aumenta se T⁺ diminuisce, cioè aumenta tanto più T⁻ tende a comparire a T⁺, cioè più le due T sono simili.
 → Perciò E_{FR} è alta se il salto di T è basso.

$$(2) E_{PC} = COP = \frac{q_1}{|q_1 - q_2|} = \frac{T^+ (s_2 - s_3)}{T^+ (s_2 - s_3) - T^- (s_1 - s_4)} = \frac{T^+}{T^+ - T^-} = \frac{1}{1 - \frac{T^-}{T^+}} = E_{PC}$$

Efficienza pompa

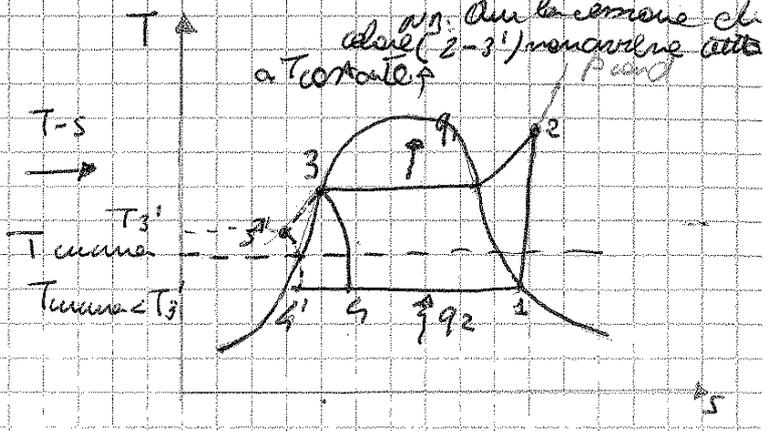
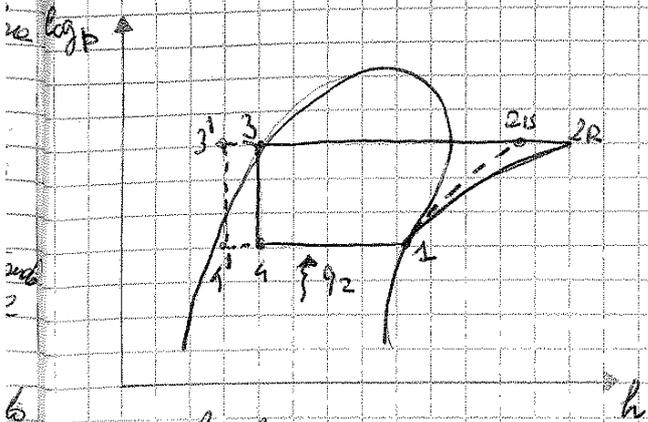
NB: Allo stesso modo, COP aumenta, di calore di Carnot se il salto di T è basso, cioè se le due T sono simili.
 → Il COP aumenta (più a meno) del 2-4% in ogni grado Celsius della diminuzione di differenza tra T⁺ e T⁻ (cioè T_{cond} e T_{evap}).

CICLO INVERSO A COMPRESSIONE DI VAPORE IDEALE:



- 1 → 2: compressione isentropica in fase vapore in un compressore [→ 2: vapore surriscaldato]
- 2 → 3: pre di cessione calore a p costante in un condensatore: si divide in 2 fasi:
 - 2 → 2c: DESURRISCALAMENTO
 - 2c → 3: Condensazione

CICLO INVERSO SU DIAGRAMMA log p-h:



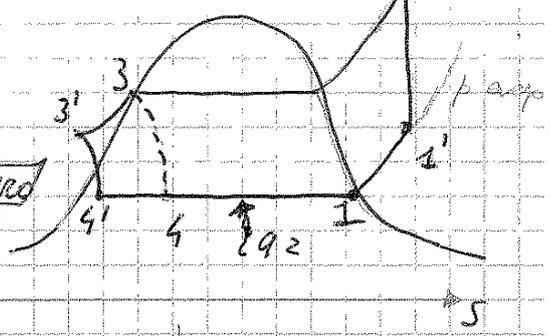
do $EFR = \frac{h_1 - h_4}{h_2 - h_1}$

$4 \rightarrow 4': (h_1 - h_{4'}) > h_1 - h_4$
 $\rightarrow q_2' > q_2$

ris aumento il calore che posso
immagazzinare per mantenere freddo
il ambiente \rightarrow aumento quindi l'efficienza
del ciclo

Per fare questo devo fare un sotto raffreddamento
 $3 \rightarrow 3'$ sotto raffreddamento del liquido
a pressione costante ($p_3 = p_3'$)
quindi arrivo a una $T_3' < T_3$

ris maggiore ciclo
tramite scambiatore refrigerante p cond



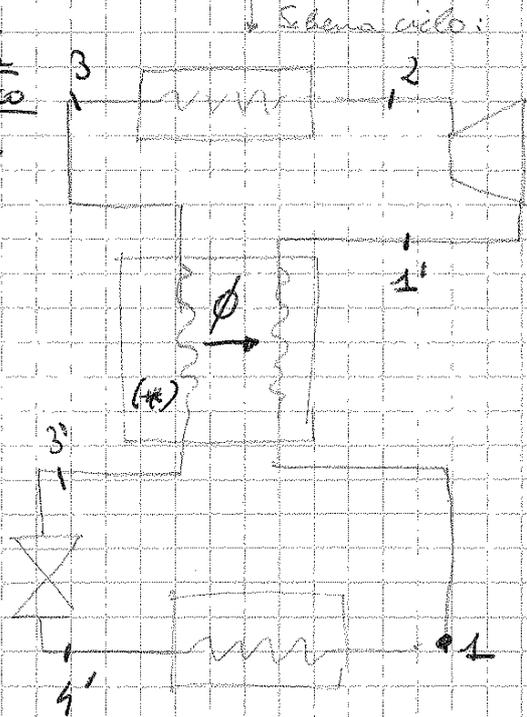
NB: se si introduce un sotto raffreddamento
 occorre che la ba fine raffreddamento sia
maggiore della temperatura del punto termico
(T_uccina)

Ma poiché la T del punto termico è in genere
costante questo obbliga ad aumentare
la T di condensazione e quindi la
pressione di condensazione
 \Rightarrow l'effetto finale è che si deve aumentare
anche il lavoro di compressione (effetto
NEGATIVO)

Si introduce allora uno SCAMBIATORE
INTERMEDIO RIGENERATIVO (*)
ovvero con scambio interno di fluido
stesso.

\Rightarrow Questo fa sì che il calore venga
prelevato dal fluido prima che entra
nel compressore.

$q_{33'} = q_{44'}$



MISCELE DI GAS:

Noi trattiamo miscela di gas con un comportamento che segue l'equazione di stato dei gas ideali.
 Considerando miscela a N componenti in p e V costante, possiamo dire che il numero di variabili indipendenti, cioè il grado di libertà, è dato dalla regola di Gibbs:

$$V = C - F + 2$$

C = numero di componenti
 F = numero di fasi (= 1 perché consideriamo solo la p e V costante)

Quindi da noi sarà:

$$V = N + 1 \text{ gradi di libertà}$$

Se consideriamo 2 coordinate termodinamiche (per esempio T e p), allora rimarranno $N - 1$ gradi di libertà, cioè $N - 1$ FRAZIONI MOLARI dei componenti della miscela.

FRAZIONE MOLARE DI COMPONENTE I-ESIMO DELLA MISCELA:

$$y_i = \frac{n_i}{n}$$

$$\text{con } n = \sum_{i=1}^N n_i$$

$$\Rightarrow \sum_{i=1}^N y_i = 1$$

Quindi basta conoscere y di $N - 1$ specie per conoscere le y di tutte le specie

Più che segue l'equazione di stato dei gas ideali, se ho una miscela con un volume V dato, una temperatura T data con N specie chimiche miscelate, allora direi che avrà una certa pressione.

Però quindi suddividere la pressione parziale della specie i -esima e pressione totale della miscela.

La legge di Dalton:

$$\sum_{i=1}^N p_i = p \quad \rightarrow \text{LEGGE DI DALTON}$$

Però quindi applicare l'eq. dei gas ideali sia per la specifica specie chimica sia per la miscela totale:

$$p_i V = n_i \bar{R} T$$

Per l' i -esima specie

$$p V = n \bar{R} T$$

Per la miscela

$$\text{Ritrovando insieme le relazioni si ottiene: } y_i = \frac{n_i}{n} = \frac{p_i}{p}$$

Per la MASSA della miscela m ha:

$$M = \sum_{i=1}^N M_i = \sum_{i=1}^N n_i \bar{M}_i \quad \text{dove } \bar{M}_i \text{ è la MASSA MOLARE } i\text{-esima}$$

$$\rightarrow \text{la MASSA MOLARE della miscela sarà: } \bar{M} = \frac{M}{n} = \frac{\sum_{i=1}^N n_i \bar{M}_i}{\sum_{i=1}^N n_i} = \sum_{i=1}^N y_i \bar{M}_i = \bar{M}$$

$$\rightarrow \bar{M} = \frac{M}{n}, \quad \bar{M} = \sum_{i=1}^N y_i \bar{M}_i$$

(1) Esempio il calcolo della COSTANTE DI ELASTICITÀ per la miscela di gas: " R_m ":

$$pV = n \bar{R} T \rightarrow pV = \frac{M}{\bar{M}} \cdot \bar{R} \cdot T \quad \rightarrow pV = \frac{\bar{R}}{\bar{M}} \cdot T \quad \Rightarrow R_m = \frac{\bar{R}}{\bar{M}}$$

$$[R_m] = \frac{J/K \cdot mol \cdot K}{g/mol} = \frac{J}{kg \cdot K} \Rightarrow R_m = \left[\frac{J}{kg \cdot K} \right]$$

(2) NB: R_m può essere scritto anche in un altro modo:



PSICROMETRIA

Studia il comportamento dell'aria umida, miscela di N_2 , O_2 , Ar , CO_2 e vapore d'acqua.

L'aria umida è il modello di miscela di gas ideale e componente condensabile che si utilizza per modellare il comportamento dell'aria. Il gas ideale è rappresentato dall'ARIA SECCA, mentre la componente condensabile è il VAPORE ACQUEO.

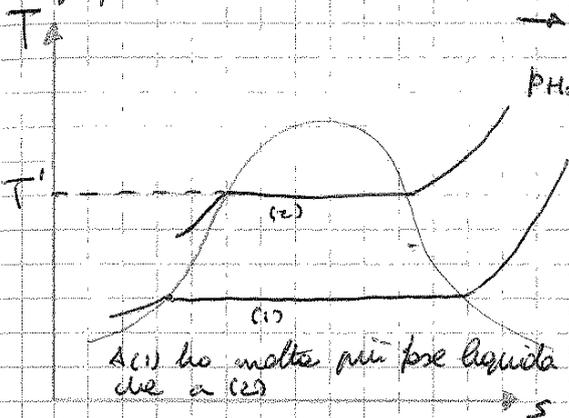
(N_2, O_2, Ar, CO_2)

⇒ **ARIA UMIDA = ARIA SECCA + VAPORE ACQUEO**

Questa miscela segue quindi la legge di stato dei gas ideali, e per cui anche la legge di Dalton.

$$P = \sum_{i=1}^N P_i = \sum_{i=1}^N P_i + P_{H_2O}$$

↓ sul grafico T-Si aria:



→ cioè quando $p_{H_2O} = p_{SAT}(T')$ vuol dire che nella miscela sta saturando il vapore d'acqua.

$p_{H_2O} = p_{SAT} \rightarrow$ Questa è la p_{SAT} alla T'

→ Quindi se ho una T' vuol dire che avrà la corrispondente $p_{SAT}(T')$

Possiamo anche usare la massa di saturazione:

$$M_{SAT} = \frac{R_{H_2O} \cdot T'}{p_{SAT}(T') \cdot V}$$

↑ è la massa di H_2O in eccesso non si miscela, completa il gas per far evaporare ma si separa in fase liquida.

↑ aumentando quindi la pressione di saturazione vuol dire che la miscela può contenere più acqua in fase vapore (ho più acqua). Stessa cosa si ottiene aumentando la T della miscela, per cui la miscela può contenere più vapore.

⇒ $p_{SAT H_2O}$ = valore della pressione parziale di vapore per cui si raggiunge il massimo contenuto di vapore acqueo all'interno della miscela → Per cui T è il valore max da cui cominciare la pressione di vapore.

SPECIE	y_i	M_i [g/mol]
N_2	0,7809	28,014
O_2	0,2095	32
Ar	0,0093	39,996
CO_2	0,0003	44,01

⇒ $M_{aria secca} = \sum_{i=1}^N y_i \cdot M_i = 28,97$ [g/mol]

$R_{aria secca} = \frac{R}{M_{aria secca}} = \frac{8314}{28,97} = 287$ [J/kgK]

$R_{vapore} = \frac{8314}{18} = 461,5$ [J/kgK]

⇒ $R_a = \frac{18}{287} = 0,622$

GRANDEZZE PSICROMETRICHE:

(1) Umidità assoluta (o titolo dell'aria umida):

$$X = \frac{M_{vapore}}{M_a} = \frac{p_v \cdot V}{\frac{p_a \cdot V}{M_a \cdot T}} = \frac{R_a \cdot p_v}{p_a} = 0,622 \cdot \frac{p_v}{p_a}$$

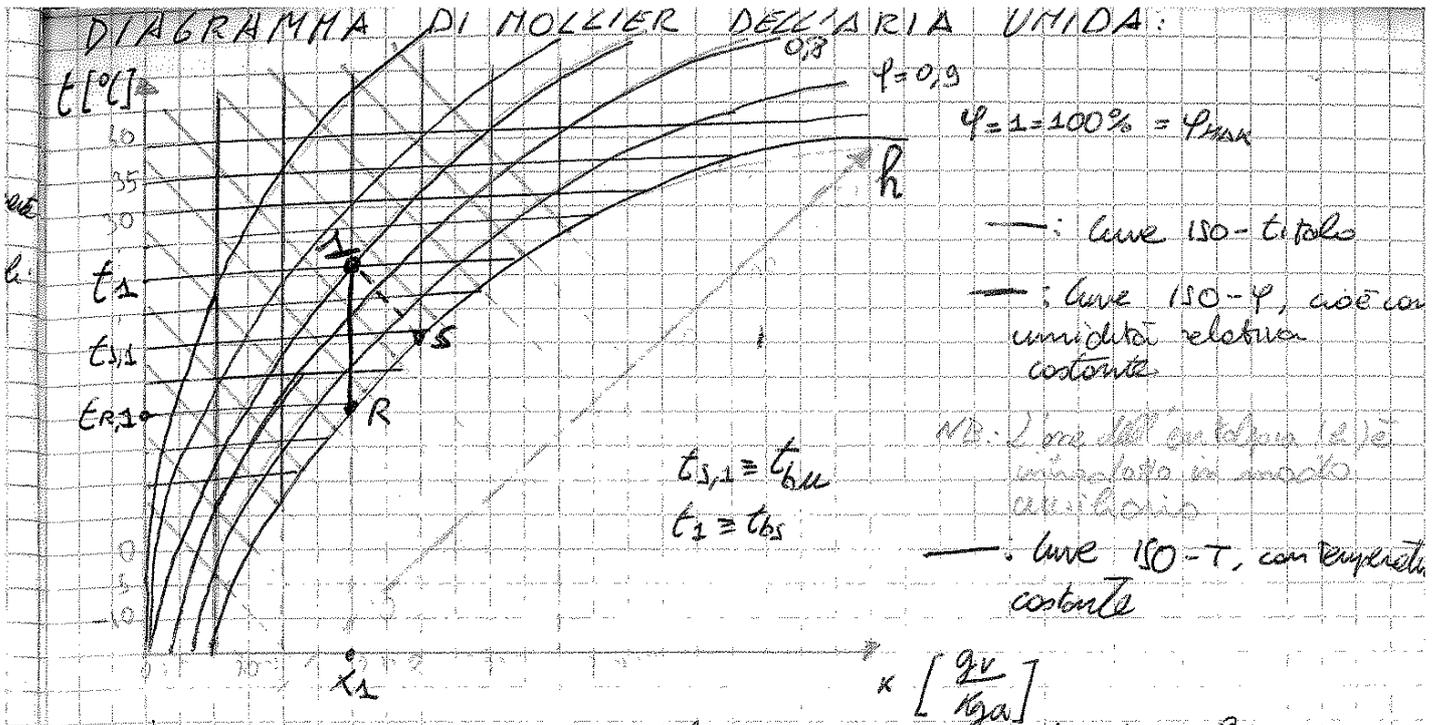
⇒ Applico la legge di Dalton

⇒ $X = 0,622 \cdot \frac{p_v}{p - p_v}$

[kg vapore / kg aria] → [g v / kg a]

UMIDITÀ ASSOLUTA (titolo aria umida)

DIAGRAMMA DI MOLLIER DELL'ARIA UMIDA:



NB: le curve ISO-T non sono orizzontali ma sono inclinate di molto poco. L'inclinazione tende a diminuire man mano che diminuisce la temperatura.

Quindi è il grafico continuo della parte negativa tra cui la ISO-T hanno un'origine O' :

$$O' = \begin{cases} x' = -\frac{c_{p,a}}{c_{p,v}} \\ h' = -R_0 \frac{c_{p,a}}{c_{p,v}} \end{cases}$$

(origine contemporaneamente degli assi)

NB: oltre $\phi = 1$ il grafico non c'è perché $\phi = 1$ è il MAX di umidità relativa.

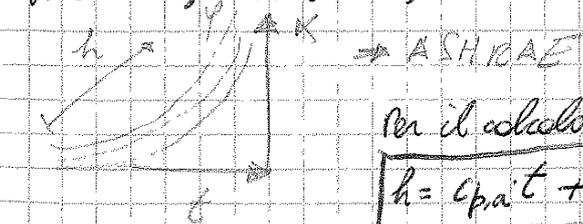
Esempio di trovare il titolo: $x = 0,622 \cdot \frac{\phi \cdot p_{sat}(t)}{p - \phi \cdot p_{sat}(t)}$

punto 1: $\phi_1 = 1$
 $T = T_1 = 20^{\circ}C$
 $x_1 \approx 0,00915 = 0$

NB: il titolo max si ha per $\phi = 1$

p = pressione barica x_2 = la parte che si trova automaticamente nella stella binaria

Utilizziamo anche il diagramma ASHRAE (American Society of Heating, Refrigeration and Air-Conditioning Engineering) e il diagramma CARRIER (usato negli Stati Uniti).



NB: sopra certe temperature i c_p e c_v si possono considerare costanti:

$c_{p,a} = 1,006 \left[\frac{KJ}{kg} \right]$; $c_{p,v} = 1,875 \left[\frac{KJ}{kg} \right]$; $R_0 = 250 \left[\frac{KJ}{kg} \right]$

Consideriamo adesso un punto generico (1) de abbia quindi: $\phi_1 = \phi_2$
 $t_1 = t_2$
 $x_1 = x_2$
 $h_1 = h_2$

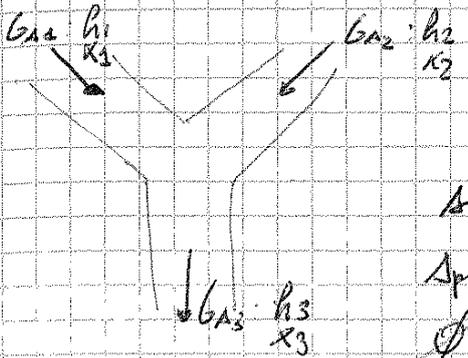
Possiamo allora determinare il grafico che due grandezze:

- PUNTO DI RUGGINE (R) caratterizzato da una temperatura di rugiada;
- PUNTO DI SATURAZIONE A DIABATICA caratterizzato da una temperatura di saturazione adiabatica ($t_{s,1}$)

Loggiamo: $t_{s,1}$
 $t_{R,1}$

NB: la trasformazione di umidità è adiabatica, cioè avviene ad h costante, quindi è individuabile facilmente sul grafico.

14/5 MISCELAZIONE DI DUE PORTATE DI ARIA UMIDA.



Il miscelamento si può considerare a una trasformazione adiabatica di due masse in un'unica equivalente con la stessa T_{glob} .
 → È ISOBARA → avviene a pressione costante.

Analisi:

Applico 1° principio in sistemi aperti:

$$\dot{Q} - \dot{W}_E = \sum_i \dot{G}_i h_i \Rightarrow$$

⇒ (1) $G_{a1} h_1 + G_{a2} h_2 = G_{a3} h_3$

(2) $G_{a1} + G_{a2} = G_{a3}$

(3) $G_{a1} x_1 + G_{a2} x_2 = G_{a3} x_3$

⇒
$$h_3 = \frac{G_{a1} h_1 + G_{a2} h_2}{G_{a3}} ; x_3 = \frac{G_{a1} x_1 + G_{a2} x_2}{G_{a3}}$$

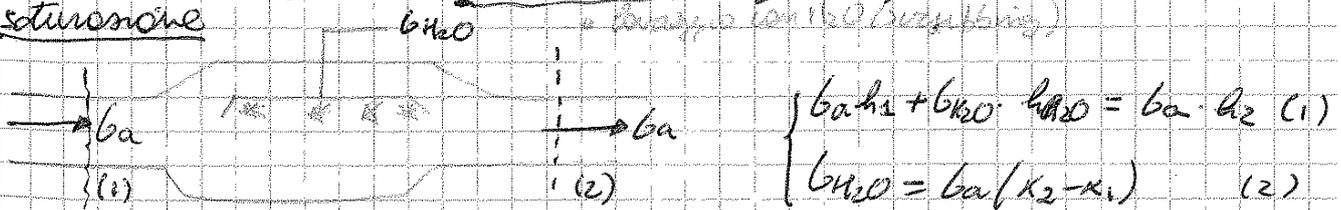
⇒
$$\frac{h_2 - h_3}{x_2 - x_3} = \frac{G_{a1}}{G_{a2}} ; \frac{h_3 - h_1}{x_3 - x_1} = \frac{G_{a1}}{G_{a2}} \Rightarrow \frac{h_2 - h_3}{x_2 - x_3} = \frac{h_3 - h_1}{x_3 - x_1} (*)$$

(*) è l'equazione di una retta, vuol dire che nel diagramma di Mollier i punti 1, 2, 3 saranno allineati, cioè sulla stessa retta.

⇒ Per cui: - 3 tende ad 1 se G_{a1} è molto più grande di G_{a2}
 - 3 tende a 2 se G_{a2} è molto minore di G_{a1}
 - 3 → 1 se $G_{a1} \gg G_{a2}$
 - 3 → 2 se $G_{a2} \gg G_{a1}$

UMIDIFICAZIONE ADIABATICA DI UN FLUSSO D'ARIA.

È una trasformazione adiabatica, cioè gli scambi di calore sono solo interni al sistema ed è detta umidificazione perché generalizza il concetto di saturazione.



Da (1) e (2) si ottiene:
$$h_{H_2O} = \frac{h_2 - h_1}{x_2 - x_1}$$

- ⇒ Ho 2 possibilità:
- Lavaggio con H₂O in fase liquida [1]
 - Iniezione H₂O in fase vapore [2]

[1] Lavaggio con H₂O in fase liquida:
 Il lavaggio con acqua abbassa la temperatura della miscela, la quale cede calore all'H₂O liquido che quindi, in parte, viene vaporizzato. L'aria quindi diminuisce la sua temperatura cedendo calore all'acqua che, in parte, vaporizza (lo scambio di calore è solo interno al sistema).

È diverso perché la zona di portata all'aria (h_a) a contatto con la parete in cui scende il liquido refrigerante è ~~diversa~~ a uno stato termodynamicamente diverso dalla zona centrale. Quindi il raffreddamento di una parte del liquido, cioè quello vicino alle pareti del tubo, avviene prima, ma non è omogeneo il raffreddamento (ovvero).

⇒ Si introduce quindi il **FATTORE DI BYPASS**, che è un dato di fatto del demoltiplicatore: $f_{BP} = \frac{h_2 - h_s}{h_1 - h_2} = \frac{x_2 - x_s}{x_1 - x_2}$ ⇒ Quindi un demoltiplicatore è più basso quanto f_{BP} è più basso.

⇒ Per il caso ideale si avrà: $h_2 = h_s \Rightarrow f_{BP} = 0$

- Caso reale: $h_2 > h_s \Rightarrow f_{BP} > 0$

Nel caso reale il primo termine da sottrarre da raffreddare da 4 a 2 resta:

$\phi_{12} = G a (h_1 - h_2)$. Ma $\phi_{12} = G (h_1 - h_2) = G (h_1 - h_T) + G (h_T - h_2)$ ^{→ vedi disegno}

⇒ $\phi_{12} = G a (h_1 - h_2) = \underbrace{G a (h_1 - h_T)}_{\phi_{1T}} + \underbrace{G a (h_T - h_2)}_{\phi_{T2}} = \phi_{12}$

⇒ $\phi_{12} = \phi_{1T} + \phi_{T2}$

FLUSSO TERMICO CASCINANTE, non ha effetto finché nella temperatura non sia quella quantità di HzL in miscela

ϕ_{T2} → flusso termico sensibile → ha effetto solo sulla temperatura ma non sulla quantità della miscela

[Handwritten mark]

La legge che regola la convezione termica è la legge di NEWTON:

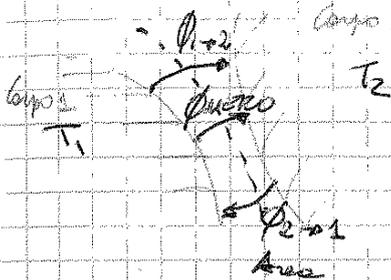
$$\phi = \alpha A (T_p - T_f)$$

α è definito come COEFFICIENTE DI CONVEZIONE (o COEFFICIENTE DI SCAMBIO CONVECTIVO) ed è un parametro che dipende da molti fattori:

$\alpha = \alpha$ (geometria, tipo di fluido e proprietà termofisiche, stato di moto del fluido)

$$[\alpha] = \frac{W}{m^2 K} = \frac{W}{m^2 \text{ } ^\circ C$$

3) IRRAGGIAMENTO TERMICO: è l'unico meccanismo che non necessita di un supporto materiale (cioè di un supporto in termini di massa), mentre (1) e (2) esistono solo se c'è materiale. Può quindi anche avvenire nel vuoto ed è basato sul trasporto di energia in forma termica da parte delle radiazioni elettromagnetiche (che si propagano anche nel vuoto): segue quindi anche le leggi dell'elettromagnetismo



$$T_1 > T_2 \Rightarrow \text{Flusso } 1 \rightarrow 2$$

NB: Qualunque corpo a non a una temperatura maggiore dello zero assoluto, emette radiazioni di calore.

$$\phi_{\text{netto}} = \alpha A (T_1^4 - T_2^4)$$

Formula di Stefan-Boltzmann

Per l'irraggiamento termico il fattore di proporzionalità è il COEFFICIENTE DI STEFAN-BOLTZMANN:

$$\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8}$$

$$\left[\frac{W}{m^2 K} \right]$$

$$\Rightarrow \phi = \sigma \cdot A \cdot (T_1^4 - T_2^4)$$

NB: In tutte e 3 le prime è considerato un dato geometrico, l'area di contatto A, e il flusso è sempre legato a una grandezza costitutiva

CONDUZIONE TERMICA

L'equazione generale della conduzione termica pone in relazione funzionale il flusso termico (che spesso è l'obiettivo del calcolo, cioè la variabile dipendente) con una serie di variabili indipendenti che influenzano il fenomeno quali:

- (1) campo di temperatura del corpo (o dei corpi);
- (2) proprietà termofisiche del materiale (o dei materiali) che costituiscono il corpo, cioè le proprietà costitutive;
- (3) modalità di interazione termica tra il corpo (rete di fenomeni di scambio termico) e l'ambiente esterno, cioè le condizioni al contorno.

Quindi, per il calcolo dell'equazione si applica l'equazione del I principio della termodinamica al corpo (1) e si aggiunge un'equazione costitutiva (2) che introduce gli effetti del campo di temperatura e delle proprietà termofisiche del materiale

Per introdurre l'equazione bisogna accettare un'ipotesi forte, ma accettabile in ambito macroscopico cioè l'ipotesi di CORPO CONTINUO: ovvero, a qualunque livello infinitesimo punti il volume del corpo, in cui c'è sempre massa $\Rightarrow \rho = \lim_{V \rightarrow 0} \frac{M}{V} > 0$

ca) \Rightarrow da (1) e (2) otteniamo:

$$\nabla \cdot \nabla T + q_v = \rho \cdot c \cdot \frac{\partial T}{\partial t} \quad \rightarrow \text{EQUAZIONE GENERALE DELLA CONDIZIONE TERMICA}$$

Con semplificazioni: \rightarrow il momento fisico non dipendente dalla direzione

- CONDIZIONI DI ISOTROPIA, CORPO ISOTROPO: $\lambda_x = \lambda_y = \lambda_z = \lambda \rightarrow \lambda = \lambda(x, y, z)$

- CORPO OMOGENEO IN λ : $\lambda(x, y, z, t) = \lambda(T)$, cioè è solo una funzione dello stato termodinamico del corpo e non della spaz.

- NON DIPENDENTE DA T: $\lambda = \text{cost}$

\Rightarrow ipotesi finale: $\lambda = \text{cost}$

Con questa ipotesi l'equazione generale diventa:

$$\lambda \nabla^2 T + q_v = \rho \cdot c \cdot \frac{\partial T}{\partial t} \quad \rightarrow \text{EQUAZIONE GENERALE CON IPOTESI SEMPLIFICATIVA } \lambda = \text{cost}$$

Con semplificazioni dell'equazione generale:

• EQUAZIONE DI POISSON

Fa riferimento all'ipotesi di: - stazionarietà $\rightarrow \partial T / \partial t = 0$

$$\Rightarrow \lambda \nabla^2 T + q_v = 0 \quad \rightarrow \text{POISSON} \quad \lambda = \text{cost}$$

• EQUAZIONE DI LAPLACE

Riferimento a ipotesi di: - stazionarietà $\rightarrow \partial T / \partial t = 0$

$$\Rightarrow \lambda \nabla^2 T = 0 \quad \rightarrow \text{LAPLACE} \quad \begin{cases} \lambda = \text{cost} \\ q_v = 0 \end{cases} \rightarrow \text{Non c'è generazione interna di calore}$$

\rightarrow ed eventualmente $\lambda = \text{cost} \rightarrow \nabla^2 T = 0$

• EQUAZIONE DI FOURIER

Riferimento a ipotesi di: - $q_v = 0$ \rightarrow No generazione calore

$$\Rightarrow \lambda \nabla^2 T = \rho \cdot c \cdot \frac{\partial T}{\partial t} \quad \rightarrow \text{FOURIER} \quad \lambda = \text{cost}$$

Possiamo ancora modificare l'equazione tramite dei termini che riguardano le proprietà dei materiali:

$$\frac{\lambda \nabla^2 T}{\rho \cdot c} + \frac{q_v}{\rho \cdot c} = \frac{\partial T}{\partial t} \quad \Rightarrow \quad a \nabla^2 T + \frac{q_v}{\rho \cdot c} = \frac{\partial T}{\partial t} \quad \rightarrow \text{EQ. GENERALE (*)}$$

Dove $a = \frac{\lambda}{\rho \cdot c}$ = DIFFUSIVITÀ TERMICA, cioè misura la diffusività e più velocemente si propaga il calore, e più è alto λ (conduttività) e più è alto $\rho \cdot c$ (capacità termica) più è alta la diffusività
 È una proprietà che è funzione delle proprietà del materiale

$$[a] = \frac{\frac{\text{W}}{\text{m} \cdot \text{K}}}{\frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}} = \frac{\text{m}^2}{\text{s}} \quad \Rightarrow \quad [a] = \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$$

Ora l'equazione (*) trovata è un'equazione differenziale del secondo ordine in 4 variabili, quindi avrà soluzioni analitiche solo per alcuni casi semplici.

Per risolverla devo porre delle condizioni di contorno che possono essere di 3 tipi:

- del 1° tipo, condizioni di DIRICHLET: $T_s = f(x_s, y_s, z_s, t)$, cioè fissato un'informazione di come varia la temperatura sulla superficie

- del 2° tipo, condizioni di NEUMANN: $q_s = g(x_s, y_s, z_s, t)$, cioè dato quanto è il flusso scambiato al contorno

- del 3° tipo, condizione di FOURIER: $q_s = \alpha (T_s - T_f)$, impongo il flusso proporzionale a un coefficiente α per il salto di T da T_s a T_f

REGIME MONODIMENSIONALE STAZIONARIO CILINDRICO:
 Per affrontare questo caso conviene passare in coordinate cilindriche:

$x, y, z \rightarrow r, \theta, z$

In coordinate cilindriche il gradiente di temperatura diventa:

$$\nabla^2 T = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 T}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2}$$

ipotesi: - stazionarie

- $q_v = 0$

- monodimensionale \rightarrow cioè la T varia solo lungo la direzione radiale, perciò si cerca in circonferenze concentriche.

- $\lambda = 0$

$$\Rightarrow \lambda \cdot \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 T}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) + q_v = \rho \cdot c \cdot \frac{\partial^2 T}{\partial t^2}$$

(*) $\Rightarrow \lambda \cdot \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{dT}{dr} \right) = 0 \Rightarrow \frac{d}{dr} \left(r \frac{dT}{dr} \right) = 0 \Rightarrow r \frac{dT}{dr} = C_1 \Rightarrow dT = C_2 \frac{dr}{r}$

$\Rightarrow T = C_1 \cdot \ln(r) + C_2$ (*) Devono essere le condizioni al contorno:



$$\begin{cases} r=r_1 \rightarrow T=T_1 \\ r=r_2 \rightarrow T=T_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} T_1 = C_1 \ln(r_1) + C_2 \\ T_2 = C_1 \ln(r_2) + C_2 \end{cases} \Rightarrow T_1 - T_2 = C_1 \ln\left(\frac{r_1}{r_2}\right)$$

$$\Rightarrow C_1 = \frac{T_1 - T_2}{\ln(r_1/r_2)} \quad (1)$$

$$(2) T_1 = \frac{T_1 - T_2}{\ln(r_1/r_2)} \cdot \ln(r_1) + C_2 \Rightarrow C_2 = \frac{T_1 - T_2}{\ln(r_1/r_2)} \cdot \ln(r_1) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow T = \frac{T_1 - T_2}{\ln(r_1/r_2)} \cdot \ln(r) + T_1 - \left(\frac{T_1 - T_2}{\ln(r_1/r_2)} \cdot \ln(r_1) \right) = \frac{T_1 - T_2}{\ln(r_1/r_2)} \cdot \ln\left(\frac{r}{r_1}\right) + T_1 = T^*$$

Prendo l'equazione del flusso termico:

$$\phi = -\lambda A \frac{dT}{dr} = -\lambda A \cdot \frac{T_1 - T_2}{\ln(r_1/r_2)} \cdot \frac{1}{r} = -\lambda \cdot 2\pi r l \cdot \frac{T_1 - T_2}{\ln(r_1/r_2)} \cdot \frac{1}{r}$$

$$\Rightarrow \phi = + \lambda \cdot \frac{2\pi l}{\ln(r_2/r_1)} \cdot (T_1 - T_2) \quad \rightarrow \text{FLUSSO SCAMBIATO in condizioni di regime cilindrico}$$

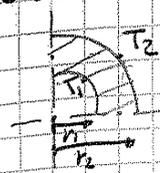
ANALOGIA CON ELETTRICITÀ:

$$\phi = + \lambda \frac{2\pi l}{\ln(r_2/r_1)} \cdot (T_1 - T_2) \Rightarrow \Delta T = R_{th} \phi \Rightarrow \Delta T = \frac{\ln(r_2/r_1)}{2\pi l \lambda} \cdot \phi$$

$$\Rightarrow R_{th} \text{ per parete cilindrica} = \frac{\ln(r_2/r_1)}{2\pi l \lambda}$$

Diviso in 2 con, per cui devo trovare 2 per i con:

CASO CILINDRO CAVO:



Condizioni al contorno: $\begin{cases} r=r_1 \rightarrow T=T_1 \\ r=r_2 \rightarrow T=T_2 \end{cases}$

\Rightarrow Impiego in (*): $\begin{cases} T_1 = -\frac{q_v}{4\lambda} \cdot r_1^2 + C_1 \ln(r_1) + C_2 & (1) \\ T_2 = -\frac{q_v}{4\lambda} \cdot r_2^2 + C_1 \ln(r_2) + C_2 & (2) \end{cases}$

$\Rightarrow T_1 - T_2 = -\frac{q_v}{4\lambda} \cdot (r_1^2 - r_2^2) + C_1 \ln\left(\frac{r_1}{r_2}\right) \Rightarrow T_1 - T_2 + \frac{q_v}{4\lambda} (r_1^2 - r_2^2) = C_1 \ln\left(\frac{r_1}{r_2}\right) \Rightarrow$

(1) $\Rightarrow C_1 = \frac{T_1 - T_2 + \frac{q_v}{4\lambda} (r_1^2 - r_2^2)}{\ln(r_1/r_2)}$

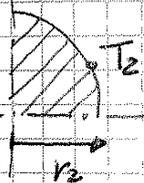
(2) $T_2 + \frac{q_v}{4\lambda} r_2^2 - C_1 \ln(r_2) = C_2 \Rightarrow C_2 = T_2 + \frac{q_v}{4\lambda} r_2^2 - \left[\frac{T_1 - T_2 + \frac{q_v}{4\lambda} (r_1^2 - r_2^2)}{\ln(r_1/r_2)} \right] \ln(r_2)$

\Rightarrow (1) $C_1 = T_1 - T_2 + \frac{q_v}{4\lambda} \cdot (r_1^2 - r_2^2)$

(2) $C_2 = T_2 + \frac{q_v}{4\lambda} r_2^2 - \left[\frac{T_1 - T_2 + \frac{q_v}{4\lambda} (r_1^2 - r_2^2)}{\ln(r_1/r_2)} \right] \cdot \ln(r_2)$

\Rightarrow Per il flusso ϕ attraverso C_2 nella formula trovata

CASO CILINDRO PIENO:



NB: Prendendo un raggio interno qualunque si nota che, partendo il raggio grande più lo volume perpendicolare colare. Nell'one, infatti, il flusso è quello in quanto non lo volume sarà flusso quello vuol dire $\rho=0 \Rightarrow \frac{dT}{dr}=0$

Condizioni al contorno in (*): $\begin{cases} r=0 \rightarrow \frac{dT}{dr}=0 \\ r=r_2 \rightarrow T=T_2 \end{cases}$

Applico la prima condizione in (***) e la seconda in (*):

$\frac{dT}{dr} = -\frac{q_v}{4\lambda} 2r + \frac{C_1}{r} = 0 \Rightarrow \frac{q_v}{2\lambda} r = \frac{C_1}{r} \Rightarrow C_1 = \frac{q_v}{2\lambda} r^2 \text{ ma } r=0 \Rightarrow C_1=0$

$T = -\frac{q_v}{4\lambda} r^2 + C_1 \ln(r) + C_2 \Rightarrow T = -\frac{q_v}{4\lambda} r^2 + C_2 \rightarrow$ Applico 2° condizione

$\Rightarrow T_2 = -\frac{q_v}{4\lambda} r_2^2 + C_2 \Rightarrow C_2 = T_2 + \frac{q_v}{4\lambda} r_2^2$

$\Rightarrow T = -\frac{q_v}{4\lambda} r^2 + \frac{q_v}{4\lambda} r_2^2 + T_2 \Rightarrow T = \frac{q_v}{4\lambda} (r_2^2 - r^2) + T_2 \rightarrow T_{max} \text{ per } r=0$

$\Rightarrow T_{max} \text{ a } r=0 : T_{max} = \frac{q_v}{4\lambda} r_2^2 + T_2$

MECCANISMO DELLA CONDUZIONE:

È un meccanismo che avviene a livello microscopico, cioè a quello atomico-molecolare.

È un meccanismo che avviene macroscopicamente, cioè: poiché nei solidi il movimento degli atomi avviene facilmente, in quanto gli atomi vibrano attorno alle loro posizioni di equilibrio e più è alta la temperatura più questa vibrazione è forte e quindi è maggiore l'energia vibronante che si trasferisce tra gli atomi. Questa vibrazione è omogenea (nel

È facile notare, inoltre, che, corpi con un'area più grande vanno a regime più in fretta, sia perché aumentano d'area sia perché hanno un volume più grande per generare calore, quindi hanno un volume più grande per scambiare calore più velocemente.

Introducendo un altro numero, il NUMERO DI FOURIER, si può scrivere:

$Fo = \frac{a \cdot t}{j^2}$ diffusività termica
spessore, dimensione caratteristica dell'oggetto
 No: il numero di Fourier è adimensionale: $\left[\frac{\frac{m^2}{s}}{\frac{m}{s}} \right]$

$\Rightarrow \theta(x) = \theta_0 \cdot e^{-Bi \cdot Fo}$ → scrittura diversa per descrivere l'andamento di T

In quanto $Bi \cdot Fo = \frac{L \cdot h \cdot a \cdot t}{\lambda \cdot j^2} = \frac{\alpha}{\lambda} \cdot \frac{x}{j} \cdot t = \frac{2t}{\rho \cdot c \cdot j} = \frac{a \cdot t}{\rho \cdot c \cdot V} = \frac{a \cdot A \cdot t}{\rho \cdot c \cdot V}$

CONVEZIONE:

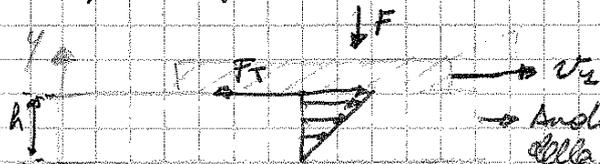
CONCETTI SUL MOTO DEI FLUIDI:

Quando c'è uno scorrimento relativo tra due elementi di fluido, sempre lungo l'area di contatto, una forza tangenziale di attrito, detta FORZA DI ATTRITO INTERNA, con verso sempre contrario a quello della velocità relativa.

Queste sono quindi forze di tipo viscoso, esse sono tangenziali che si oppongono al moto del fluido e ai cambiamenti delle forme del fluido.

Si può quindi introdurre la VISCOSITÀ che è una proprietà che dipende dal tipo di fluido e dalla temperatura ed esprime l'ostacolo a produrre

uno strato di attrito interno. Per un fluido ideale la viscosità è uguale a zero.



→ Andamento della velocità nel fluido: nel fondo della vasca è nulla, ma in prossimità della lastra tende ad aumentare la velocità della lastra.

La velocità del fluido ha quindi un andamento lineare esprimibile tramite:

$v = Ay + B$ → impongo condizioni al contorno
 $\Rightarrow \begin{cases} 0 = A \cdot 0 + B \\ v_2 = Ah + B \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} B = 0 \\ A = v_2/h \end{cases}$ Impongo condizioni al contorno: } y=0 → v=0 } y=h → v=v2

$\Rightarrow v = \frac{v_2}{h} y$ come varia la velocità in funzione di y $\Rightarrow \frac{dv}{dy} = \frac{v_2}{h}$ esse $\frac{F}{A} = \tau$

Allora si ha che:

VISCOSITÀ DINAMICA

$\tau \propto \frac{dv}{dy}$, esse τ è proporzionale alla variazione della velocità rispetto alla quota ed è proporzionale tramite il coefficiente μ, coefficiente di
VISCOSITÀ DINAMICA:

$\tau = \mu \cdot \frac{dv}{dy}$

$\Rightarrow [\mu] = Pa \cdot s = \frac{kg}{m \cdot s}$

→ Viene definita anche un'altra componente, detta VISCOSITÀ CINEMATICA:

$\nu = \frac{\mu}{\rho}$

$[\nu] = \frac{\frac{kg}{m \cdot s}}{\frac{kg}{m^3}} = m^2/s$

Lo si chiama "CONDIZIONE DI INGRESSO IDRODINAMICA" ed è la parte che non è del tutto interessata dal fenomeno.

CONCETTI GENERALI DI CONVEZIONE TERMICA:

Condizione indispensabile affinché si verifichi la convezione è che il fluido sia in moto.

Il meccanismo è influenzato da 2 aspetti:
 - aspetto molecolare, cioè meccanismo a livello molecolare;
 - aspetto macroscopico, cioè meccanismo a livello macroscopico. È quello significativo ed è quello che costituisce la convezione. La convezione è importante nei mezzi atmosferici.

Viene classificata in:
 - CONVEZIONE FORZATA, in cui la convezione ha luogo quando il fluido è mantenuto in movimento da un agente esterno indipendente dallo scambio termico.

- CONVEZIONE NATURALE, in cui la convezione ha luogo quando il moto del fluido non è predeterminato da un sistema esterno, ma cui il fluido è in movimento. Deve quindi esserci un cambiamento di densità e un campo di forze di massa per dare dei momenti del liquido, dovute proprio alle differenze di densità delle zone nel fluido.

- CONVEZIONE MISTA, in cui sono compresenti sia gli effetti forzanti che quelli naturali.

oss. Nella realtà è quasi impossibile avere solo convezione forzata, in pratica è influenzata anche dalla naturale.

CALCOLO DEL FLUSSO CONVETTIVO e del COEFFICIENTE CONVETTIVO:

$Q = \alpha \cdot A \cdot (T_p - T_f)$
 con influenza la convezione: - differenza di temperatura ΔT ;
 - superficie e geometria del sistema;
 - campo di moto;
 - proprietà del fluido.

Per T_f , temperatura del fluido, si indica la temperatura di riferimento del fluido:
 - per deflussi ESTERNI: $T_f = T_{\infty}$, cioè una lontano dalla parete per cui il fluido non è disturbato;
 - per deflussi INTERNI: $T_f = T_{m,a}$, cioè TEMPERATURA DI RISCALDAMENTO ADIABATICO, cioè la temperatura a cui il fluido si porterebbe se fosse miscelato in un sistema adiabatico.

Per calcolare il coefficiente convettivo α si utilizza il METODO DELL'ANALISI DIMENSIONALE.

Per utilizzare questo metodo occorrono due informazioni indispensabili:
 (1) l'espressione parentiva di tutte le grandezze che influenzano il fenomeno;
 (2) ricorso a dati sperimentali.

Si è quindi arrivati a calcolare il numero di NUSSELT, che è un numero adimensionale, funzione del coefficiente convettivo, ed è ottenuto per via sperimentali:

$$Nu = \frac{\alpha \cdot d_c}{\lambda}$$
 dove d_c è il diametro caratteristico.
 $[Nu] = \frac{W/m^2 \cdot K}{W/m \cdot K} = \text{adimensionale}$

Considerando infatti uno strato di fluido di spessore δ , ho 2 con:
 - se il fluido è fermo \rightarrow CONDIZIONE $\rightarrow |Q_{cond}| = \lambda \Delta T / \delta$
 - se il fluido è in movimento \rightarrow CONVEZIONE $\rightarrow |Q_{conv}| = \alpha \Delta T$

Confronto: $\frac{Q_{conv}}{Q_{cond}} = \frac{\alpha \Delta T}{\lambda \Delta T / \delta} = \frac{\alpha \delta}{\lambda} \Rightarrow$ ho introdotto il numero di Nusselt.
 $\rightarrow Nu = 1 \rightarrow$ ho una condizione \Rightarrow $\frac{\alpha \delta}{\lambda} = 1$ \Rightarrow $\alpha = \frac{\lambda}{\delta}$ \Rightarrow ho ritrovato il numero di Nusselt.

Per: $x < L_t$: Regione di ingresso termico;
 $x = L_t$: Lunghezza di ingresso termico;
 $x > L_t$: Regione termicamente sviluppata

→ si usano gli stessi termini nel caso dinamico (un "dinamico" di posto di "termico").

Se siamo in: $x > L_d$ } Siamo nello stato di
 $x > L_t$ } FLUSSO COMPLETAMENTE SVILUPPATO

→ La parte termica e quella dinamica non sono completamente indipendenti
 Il numero di PRANDTL mette insieme le parti termica e la dinamica

$$Pr = \frac{c_p \cdot \mu}{\lambda}$$

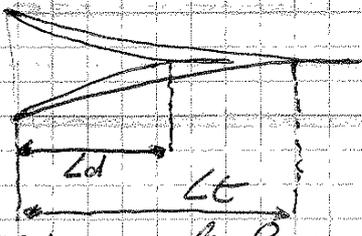
NUMERO DI PRANDTL è un numero adimensionale

$$Pr = \frac{c_p \cdot \mu / \rho}{\lambda / \rho \cdot c_p} = \frac{\mu / \rho}{\lambda / \rho \cdot c_p} = \frac{v}{a} = Pr$$

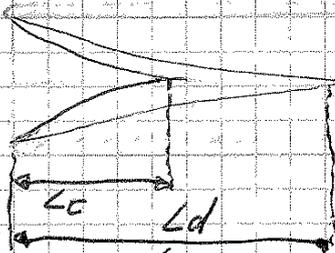
Il numero di Prandtl ci dà un'informazione sul rapporto tra le proprietà di trasporto della quantità di moto e le proprietà di trasporto del calore

Caso: $Pr \gg 1$: prevale la parte dinamica nella termica → la parte dinamica si sviluppa prima

$$L_d < L_t$$



Caso: $Pr \ll 1$: prevale la parte termica nella dinamica



Se $Pr \approx 1$ vuol dire che $L_d = L_t$ → cioè L_d e L_t tendono a coincidere per numeri di Prandtl ≈ 1

RISULTATI DELL'ANALISI DIMENSIONALE IN CONVESSIONE FORZATA NEI CONDOTTI

GEOMETRIA CIRCOLARE:

- Param di potenza:
 - condizioni stazionarie;
 - condotto a sezione circolare;
 - fluido a T di parete diversa da T del fluido: $T_p \neq T_m$;
 - presenza di un agente esterno per il mantenimento del moto;
- Le variabili indipendenti sono (perché è un'analisi dimensionale richiede di conoscere preventivamente tutte le grandezze):
 - Geometria → diametro del condotto;
 - Campo di moto → caratterizzata dalla velocità media nel condotto (\bar{v});
 - Proprietà del fluido → ρ, μ, λ, c_p

In questo caso allora il coefficiente di convezione si può pensare di dipendere da molte variabili: $\alpha = f(\Delta, \bar{v}, \rho, \mu, \lambda, c_p)$

Il numero di Nusselt è funzione di quello di Re e Pr

→ Impari dai numeri caratteristici si nota che il numero di Nusselt è funzione dei due perché $Na \propto \alpha$: $Na = \frac{\alpha D}{\lambda}$; $Re = \frac{\rho \bar{v} D}{\mu}$; $Pr = \frac{c_p \mu}{\lambda}$

→ Nel caso di condotto questa funzione viene approssimata come: $Na = A \cdot Re^m \cdot Pr^n$

Considerando un angolo ideale a lami: $pV = R^*T \rightarrow \frac{1}{V} = \frac{P}{R^*T} \rightarrow V = \frac{R^*T}{P}$

$$\Rightarrow \beta = \frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_P = \frac{P}{R^*T} \cdot \frac{R^*}{P} = \frac{1}{T} \Rightarrow \boxed{\beta = \frac{1}{T}}$$

Per un angolo ideale: $\left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_P = R^* \frac{1}{P}$

Poiché quindi esprimere l'accelerazione convettiva attraverso questo coefficiente:
 (sempre per GAS IDEALI):
 $acc_v = |g| \cdot \left(\frac{P_{\infty}}{P} - 1 \right)$ $\text{Ma } \frac{P_{\infty}}{P} - 1 = \frac{R^*T_{\infty}}{R^*T} - 1 = \frac{T}{T_{\infty}} - 1 = \frac{1}{T_{\infty}} (T - T_{\infty})$

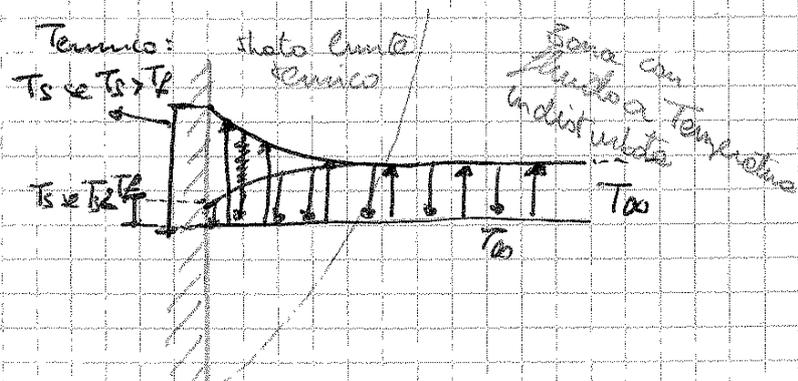
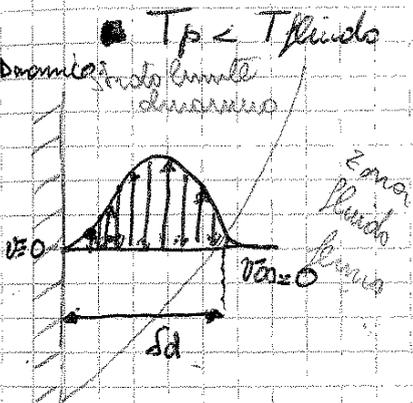
\Rightarrow se $\beta = \frac{1}{T} \Rightarrow \frac{P_{\infty} - 1}{P} = \beta \cdot (T - T_{\infty})$

$\Rightarrow acc_v = |g| \cdot \beta \cdot (T - T_{\infty}) = |g| \cdot \beta \cdot \Delta T = acc_v \rightarrow$ **ACCELERAZIONE CONVETTIVA**

se $T_p > T_{\infty} \Rightarrow T - T_{\infty} > 0 \Rightarrow acc_v > 0 \rightarrow$ **flusso ascendente**: e la $T_{p \text{ parete}}$ è maggiore della T del fluido

se $T_p < T_{\infty} \Rightarrow T - T_{\infty} < 0 \Rightarrow acc_v < 0 \rightarrow$ **flusso discendente**: e la $T_{p \text{ parete}}$ è minore della T del fluido

Cori: $T_p > T_{\text{fluido}}$



ANALISI DIMENSIONALE IN CONVEZIONE NATURALE:

- Variabili indipendenti (da conoscere per utilizzare questo metodo):
- caratteristica geometrica \rightarrow lunghezza L
 - campo di moto \rightarrow caratterizzato da $acc_v = |g| \cdot \beta \cdot \Delta T$
 - proprietà del fluido $\rightarrow \rho, \mu, \lambda, c_p$

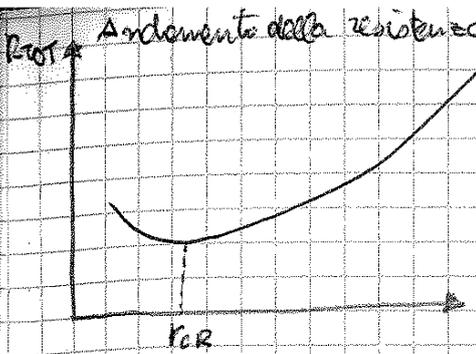
Per cui il coefficiente α sarà funzione di $\alpha = f(L, acc_v, \rho, \mu, \lambda, c_p)$
 Per cui quindi conoscere il numero di Grashof:
 $Na = \frac{\alpha \cdot L}{\lambda}$

NB: Nel caso della convezione naturale non ha più il numero di Reynolds, anche se è caratterizzato dalla velocità.
 Per cui quindi inserire un nuovo numero, **ADIMENSIONALE**, chiamato **NUMERO DI GRASHOF** (è un po' simile a quello di Reynolds).

$$Gr = \frac{\rho^2 \cdot acc_v \cdot L^3}{\mu^2} = \frac{\rho^2 (g \beta \Delta T) \cdot L^3}{\mu^2} = \frac{(g \beta \Delta T) \cdot L^3}{\nu^2}$$

Per definire la convezione ho bisogno anche del numero di Prandtl: $Pr = \frac{c_p \cdot \mu}{\lambda}$

NB: il numero di Grashof ha un rapporto fisso, cioè rappresenta un rapporto tra la forza di **GALLEGGIAMENTO** o la **FORZA VISCOSA**



Andamento della resistenza al varco dell'acqua:

→ Per migliorare l'andamento possono scegliere:
 1) dei materiali più volenti, cioè con λ_{ij} più basso, in modo da dare R_{CR} più basso e quindi più a sx nel grafico

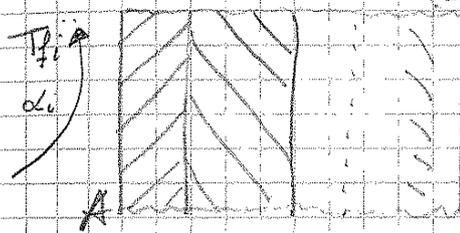
NB: infatti superato il valore di v_{CR} più materiale volente molto più benefico, anzi dà, in quanto a dx di v_{CR} la R_{TOT} aumenta sempre di più.

2) Un'altra idea potrebbe essere quella di modificare di più il profilo, più d'ito, ma modificare di più il profilo che modificare il corpo di reato, che è una cosa difficile.

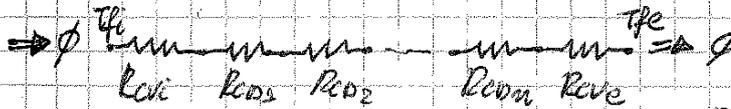
COEFFICIENTE GLOBALE DI SCAMBIO:

• Caso GEOMETRIA PIANA: → NB: L'area è la stessa per tutte le parti. Considero una parete piana multistrato con fluidi diversi in convezione su lati liberi:

Il flusso termico scambiato potrebbe essere scritto come:



$\phi = k_g \cdot A \cdot \Delta T$ dove (k_g o k_j o k_H) è il COEFFICIENTE GLOBALE DI SCAMBIO, ed è un coefficiente che racchiude tutti i meccanismi di scambio termico in gioco (non conta né della conduzione né della convezione).



→ Poiché il flusso deve attraversare la parete è unico si ha anche: $\Delta T = R_{TOT} \cdot \phi$

dove $R_{TOT} = R_{cv1} + \sum_{j=1}^n \frac{\delta_j}{\lambda_j A} + R_{cv2} = \frac{1}{\alpha_i A} + \sum_j \frac{\delta_j}{\lambda_j A} + \frac{1}{\alpha_e A}$

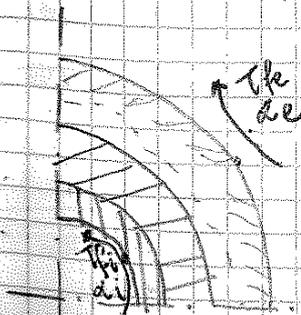
$\Rightarrow \Delta T = R_{TOT} \cdot \phi \Rightarrow \phi = \frac{\Delta T}{\frac{1}{\alpha_i A} + \sum_j \frac{\delta_j}{\lambda_j A} + \frac{1}{\alpha_e A}} = \frac{\Delta T}{\frac{1}{A} \left[\frac{1}{\alpha_i} + \sum_j \frac{\delta_j}{\lambda_j} + \frac{1}{\alpha_e} \right]}$

$\Rightarrow \phi = \frac{1}{\left[\frac{1}{\alpha_i} + \sum_j \frac{\delta_j}{\lambda_j} + \frac{1}{\alpha_e} \right]} \cdot A \cdot \Delta T \Rightarrow k_g$ diventa quindi k_g caso GEOMETRIA PIANA $k_g = \frac{1}{\left[\frac{1}{\alpha_i} + \sum_j \frac{\delta_j}{\lambda_j} + \frac{1}{\alpha_e} \right]}$

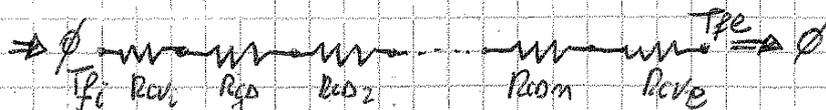
$[k_g] = \frac{W}{m^2 K}$

• Caso GEOMETRIA CILINDRICA:

NB: In questo caso $A_i \neq A_e \neq A \rightarrow$ l'area cambia a seconda di dove intorcia → il k_g varia a seconda di dove intorcia



$\phi = k_g \cdot A \cdot \Delta T$



$\Rightarrow \Delta T = R_{TOT} \cdot \phi$

Nell'atto dx possiamo individuare tre flussi di calore:

- $\phi_1 \rightarrow$ flusso che entra;
- $\phi_2 \rightarrow$ flusso che esce, tenuto conto della direzione dell'attesa;
- $\phi_3 \rightarrow$ flusso che viene disperso, è uscite;

$$|\phi_1| = -\lambda A \frac{dT}{dx}$$

$$|\phi_2| = -\lambda A \frac{d(T+dT)}{dx}$$

$$|\phi_3| = \alpha (P \cdot dx) \cdot (T - T_f)$$

Flusso uscente deve essere uguale al flusso entrante:

$$(1) -\lambda A \frac{dT}{dx} = -\lambda A \frac{d(T+dT)}{dx} + \alpha (P \cdot dx) \cdot (T - T_f) \Rightarrow$$

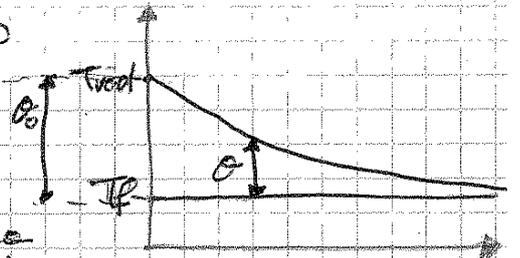
$$\Rightarrow -\lambda A \frac{dT}{dx} = -\lambda A \frac{dT}{dx} - \lambda A \frac{d^2T}{dx^2} dx + \alpha (P \cdot dx) \cdot (T - T_f) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \lambda A \frac{d^2T}{dx^2} - \alpha P (T - T_f) = 0$$

lineare: $\theta = T - T_f \Rightarrow d\theta = dT - 0$
 $\Rightarrow d\theta = dT$

$$\Rightarrow \lambda A \frac{d^2\theta}{dx^2} - \alpha P \theta = 0 \Rightarrow \frac{d^2\theta}{dx^2} - \frac{\alpha P}{\lambda A} \theta = 0$$

lungo $m^2 = \frac{\alpha P}{\lambda A} \rightarrow m = \sqrt{\frac{\alpha P}{\lambda A}}$



$\Rightarrow \frac{d^2\theta}{dx^2} - m^2\theta = 0$ Equazione caratteristica dell'andamento di T in un'attesa piana a sezione costante.

lineare: $\theta = C_1 e^{mx} + C_2 e^{-mx}$

Per risolvere l'equazione occorrono le condizioni al contorno:

1^a condizione al contorno: A) $x=0 \rightarrow T=T_s \rightarrow \theta_0 = T_s - T_f$
 $\Rightarrow \theta_0 = C_1 e^0 + C_2 e^0 \Rightarrow \theta_0 = C_1 + C_2$

2^a condizione al contorno: B) $x=L \rightarrow T=T_f \Rightarrow \theta=0$

$\Rightarrow 0 = C_1 e^{mL} + C_2 e^{-mL} \Rightarrow C_1 = -C_2 e^{-2mL}$

$C_2 = \theta_0 \Rightarrow \theta = C_2 e^{-mx} = \theta_0 e^{-mx}$

Se: $\phi = -\lambda A \frac{dT}{dx} \Big|_{x=0}$ (1) Se: $\frac{dT}{dx} = \frac{d\theta}{dx} = \theta_0 (-m) e^{-mx}$ (2)

Da (1) e (2): $\phi = -\lambda A \theta_0 (-m) e^{-mx} \Big|_{x=0} \Rightarrow \lambda A \theta_0 m = \phi$

lucché $m = \sqrt{\frac{\alpha P}{\lambda A}} \Rightarrow \phi = \lambda A \theta_0 \sqrt{\frac{\alpha P}{\lambda A}} = \theta_0 \sqrt{\lambda^2 A^2 \frac{\alpha P}{\lambda A}} \Rightarrow \phi = \theta_0 \sqrt{\lambda A \alpha P}$

Potenza che viene trasportata da un'attesa con NB: è il max. valore di ϕ ottenibile

2^a attesa finita con punte adiabatiche (cioè non scambia calore nella punta):
 3^a condizione: 2B)

3^a condizione: 2B)

NB: ho scambio termico avviene solo nelle parti x-pure
 $(2B) x=L \rightarrow \phi=0 \Rightarrow \phi = -\lambda A \frac{dT}{dx} \Big|_{x=L} = 0 \Rightarrow$ Impone solo $\frac{dT}{dx} = 0$

Se $\theta = C_1 e^{mx} + C_2 e^{-mx} \Rightarrow \frac{dT}{dx} = \frac{d\theta}{dx} = C_1 m e^{mx} + C_2 (-m) e^{-mx}$

$\Rightarrow \left. \frac{dT}{dx} \right|_{x=L} = 0 \Rightarrow C_1 e^{mL} - C_2 e^{-mL} = 0 \Rightarrow C_1 = C_2 \frac{e^{-mL}}{e^{mL}} \Rightarrow C_1 = C_2 e^{-2mL}$

PARAMETRI PER VALUTARE L'UTILITÀ DI UN'ALETTA:

L'utilità di un'aletta si può valutare secondo due metodi:

1) EFFICACIA DI UN'ALETTA:

$$E = \frac{\Phi_{R,a}}{\Phi_{senza}} = \frac{\Phi_{conaletta}}{\Phi_{senzaaletta}}$$

NB: $E > 1 \rightarrow \Phi_{conaletta} > \Phi_{senza,a} \Rightarrow$ L'aletta è utile

$E \leq 1 \rightarrow \Phi_{con,a} < \Phi_{senza,a} \Rightarrow$ L'aletta non è utile, spesso solo soldo in più nel materiale in più.

2) Metodo dimensionale:

NUMERO DI BIOT DELL'ALETTA (è un rapporto tra i flussi):

$$\Phi_{senza,a} = \alpha \cdot A \cdot \theta_0$$

\rightarrow L'aletta conviene quando $\Phi_{con} > \Phi_{senza} \Rightarrow \Phi_{con} > 1$

$$\Phi_{con,a} = \lambda \cdot A \cdot m \cdot \theta_0$$

$$\Rightarrow \frac{\lambda \cdot K \cdot m \cdot \theta_0}{\alpha \cdot K \cdot \theta_0} > 1 \Rightarrow \frac{\lambda \cdot m}{\alpha} > 1 \Rightarrow \frac{\lambda}{\alpha} \cdot \sqrt{\frac{\alpha \cdot P}{\lambda \cdot A}} > 1$$

$$\Rightarrow \sqrt{\frac{\lambda \cdot P}{\alpha \cdot \lambda \cdot A}} > 1 \Rightarrow \sqrt{\frac{\lambda \cdot P}{\alpha \cdot A}} > 1 \Rightarrow \sqrt{\frac{\lambda}{\alpha \cdot A}} > 1$$

$$\Rightarrow \sqrt{\frac{1}{Bi}} > 1 \Rightarrow \sqrt{Bi} < 1$$

Se il numero di Biot $Bi = \frac{\alpha \cdot d_c}{\lambda}$

$Bi < 1 \rightarrow \Phi_{con,a} > \Phi_{senza} \Rightarrow$ Alella utile

$Bi > 1 \rightarrow \Phi_{con,a} < \Phi_{senza} \Rightarrow$ non utile

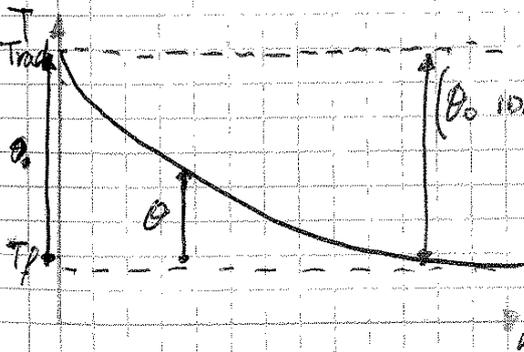
ALETTE A SEZIONE VARIABILE:

Si definisce rendimento di un'aletta il rapporto:

$$\eta = \frac{\Phi_{reale}}{\Phi_{ideale}} < 1$$

RENDIMENTO DI UN'ALETTA

NB: Il flusso ideale (Φ_{ideale}) sarebbe quello che si avrebbe se tutta l'aletta fosse alla temperatura delle radici, cioè se tutta l'aletta non avesse θ_0 .

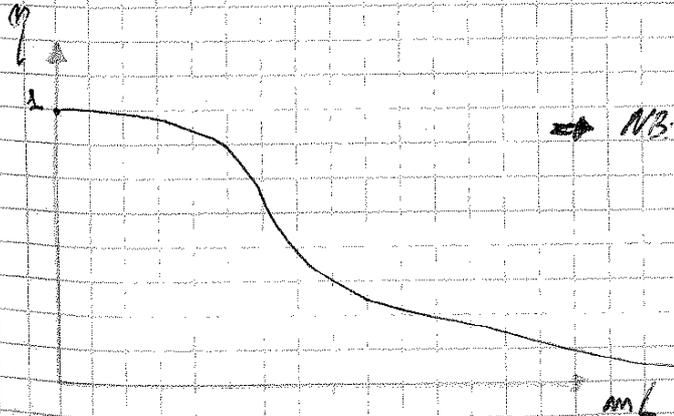


$$\Rightarrow \Phi_{ideale} = \alpha \cdot S_{aletta} \cdot \theta_0$$

$$\Rightarrow \eta = \frac{\lambda \cdot A \cdot m \cdot \theta_0 \cdot \tanh(mL)}{\alpha \cdot (P \cdot L) \cdot \theta_0} = \frac{m \cdot \tanh(mL)}{\alpha \cdot P \cdot L}$$

$$= \frac{m \cdot \tanh(mL)}{m \cdot L} \Rightarrow \eta = \frac{\tanh(mL)}{mL}$$

rendimento di un'aletta a sezione costante



NB: quindi più lunga è l'aletta più si ottiene il rendimento.

2) COMPATTEZZA è la proprietà di avere una buona capacità di scambio termico con un volume ridotto della macchina

È definito come un rapporto tra la superficie di scambio e il volume occupato dallo scambiatore:

$$C = \left[\frac{m^2}{m^3} \right]$$

Uno scambiatore è compatto se ha $C > 700 \frac{m^2}{m^3}$, altrimenti se $C < 700 \frac{m^2}{m^3}$ lo scambiatore non è compatto.

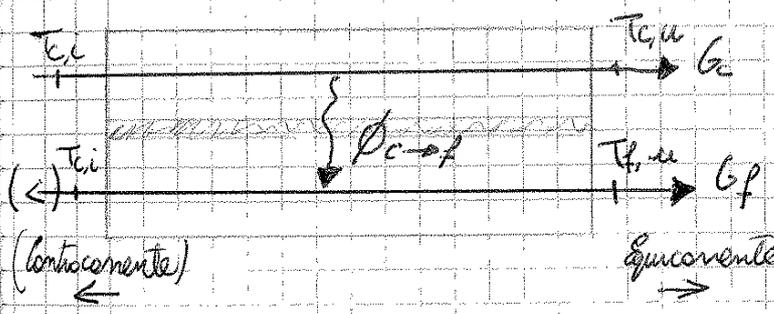
3) MECCANISMI PREVALENTI DI SCAMBIO TERMICO:

- 1A) meccanismo convettivo monophasico per entrambi i fluidi (gas-gas, liq-liq, gas-liq)
- 1B) meccanismo convettivo con almeno un fluido bi-fase (cioè almeno uno dei fluidi cambia di fase nello scambiatore). Es: evaporatore, condensatore
- 1C) presenza di componenti radianti significative (cioè l'effetto convettivo non è quello prevalente ma è l'effetto radiativo), ma in questo caso occorrono alte T_j :
($\rightarrow \Phi_{convettivo} + \Phi_{radiante}$)

4) MODALITÀ DI DEFUSIONE DEI FLUIDI

- 4A) scambiatori a passaggio singolo (i fluidi non fanno più passaggi nello stesso scambiatore). È il più semplice ma non troppo efficace. Possono essere:
 - equicorrente;
 - controcorrente.
- 4B) scambiatori a passaggio multiplo (in una zona equicorrente e zone controcorrente).

ANALISI MATEMATICA:



Lo scambiatore è un sistema aperto. Possiamo quindi applicare il 1° PR. SA con la condizione che il sistema è adiabatico, cioè lo scambio di calore è solo interno al sistema ($\Phi = 0$). Non si ha lavoro ($W_E = 0$).
La variazione di energia interna si fa solo nel momento di start up mentre il sistema è a regime.

non si hanno variazioni di energia interna ($\frac{dU}{dt} = 0$)
 Per il 1° PR e per le ipotesi si ha:

$$\Phi - W_E = \left[\frac{dU}{dt} \right]_{VC} + \sum_{k=1}^N \dot{m}_k \cdot h_k \Rightarrow G_c h_{c,u} + G_f h_{f,u} - G_c h_{c,i} - G_f h_{f,i} = 0$$

$$\Rightarrow G_c (h_{c,i} - h_{c,u}) = G_f (h_{f,u} - h_{f,i}) \quad (1)$$

 NB. Poiché il sistema è adiabatico si ha che tutto il calore ceduto dal fluido caldo è assorbito dal fluido freddo.

Si può anche scrivere: $dh = C dT$ da cui si ottiene: $G_c \cdot C \cdot \Delta T_c = G_f \cdot C \cdot \Delta T_f$

ricordando la definizione di capacità termica: $G_c \cdot C = C \left[\frac{W}{K} \right]$
 si può scrivere: $G_c \Delta T_c = G_f \Delta T_f = \Phi_{c \rightarrow f} \Rightarrow G_c \Delta T_c = G_f (h_{c,i} - h_{c,u})$

Nei quindi G_c, C sia calcolata che freddo e costante $3T$ calcolata su $4T$.