



Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino

**Appunti universitari**

**Tesi di laurea**

**Cartoleria e cancelleria**

**Stampa file e fotocopie**

**Print on demand**

**Rilegature**

NUMERO: 776

DATA: 18/11/2013

# **A P P U N T I**

STUDENTE: Piga

MATERIA: Dinamica delle Macchine Elettriche

Prof. Cavagnino

Il presente lavoro nasce dall'impegno dell'autore ed è distribuito in accordo con il Centro Appunti.

Tutti i diritti sono riservati. È vietata qualsiasi riproduzione, copia totale o parziale, dei contenuti inseriti nel presente volume, ivi inclusa la memorizzazione, rielaborazione, diffusione o distribuzione dei contenuti stessi mediante qualunque supporto magnetico o cartaceo, piattaforma tecnologica o rete telematica, senza previa autorizzazione scritta dell'autore.

**ATTENZIONE: QUESTI APPUNTI SONO FATTI DA STUDENTIE NON SONO STATI VISIONATI DAL DOCENTE.  
IL NOME DEL PROFESSORE, SERVE SOLO PER IDENTIFICARE IL CORSO.**

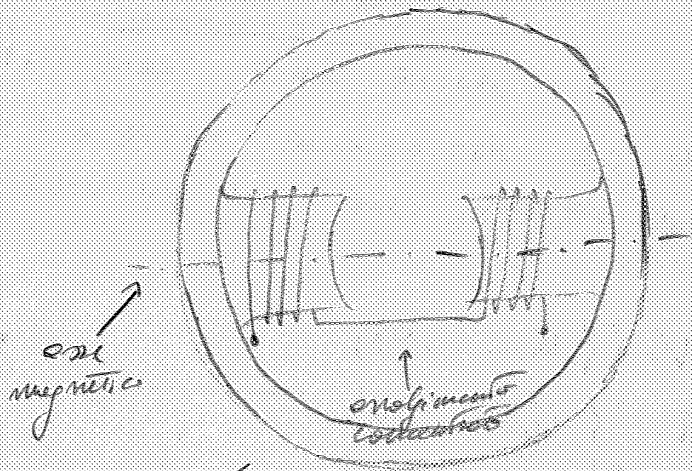
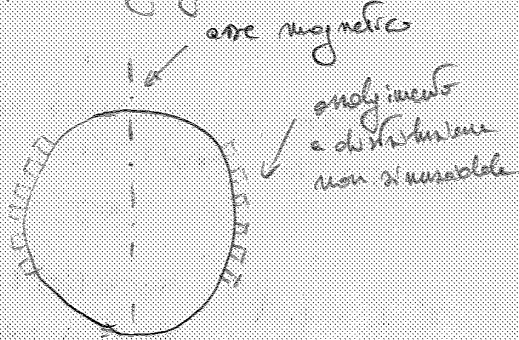
Dinamica delle macchine elettriche

1

Macchine generalizzate: strutture in ferro e rame.

Due mutuamente accoppiati indotti in una struttura magnetica.

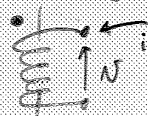
La struttura magnetica determina la macchina: a seconda di come si realizza la macchina, si hanno due tipi fondamentali di flussi (M. ANISOTROPA)  
 oppure simmetria circolare (M. ISOTROPA).



MAGNETI PERMANENTI



Imm i magneti si parametrizzano come degli avvolgimenti e consente imposte.



raffigurazione schematica dell'avvolgimento, con segno convenzionale di flusso positivo e convenzione elettrica degli utilizzatori

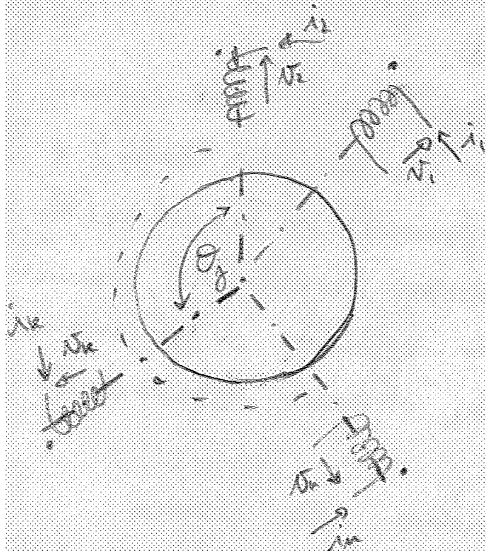
Prende una macchina formata da un numero  $n$  di avvolgimenti e da una rete da un numero di equazioni differenziali che interconoscono grandezze funzionali del tempo e delle posizioni degli avvolgimenti reciproci. Ci saranno  $M$  EQUAZIONI ELETTRICHE, in cui le TENSIONI si rappresentano come funzioni di CORRENTI e FLUSSI concatenati, e  $M$  EQUAZIONI MAGNETICHE

EQUAZIONI ELT  

$$M \times (du = f(i, \theta, \dot{\theta}))$$

$$M \times (di = f(u, \theta, \dot{\theta}))$$
 EQUAZIONI MECH

in cui i FLUSSI concatenati sono funzione di CORRENTI tutti gli avvolgimenti. Le equazioni saranno



ordinare in fasi di statore e rotore, e semplifichiamo le coordinate angolare  $\theta$  riferendole agli assi  $\neq 1$  di statore e rotore.

(2)

Componendo il vettore come  $V = {}^T \{V_s, V_r\}$  (e anche  $I$  e  $\Lambda$ ), otteniamo

$$\begin{Bmatrix} V_s \\ V_r \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s & 0 \\ 0 & R_r \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} I_s \\ I_r \end{Bmatrix} + p \begin{Bmatrix} \Lambda_s \\ \Lambda_r \end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} \Lambda_s \\ \Lambda_r \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{ss} & L_{sr} \\ L_{rs} & L_{rr} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} I_s \\ I_r \end{Bmatrix}$$

$L_{ss} = L_{ss}(\theta)$	SE ROTORE ANISOTROPO
$L_{rr} = L_{rr}(\theta)$	SE STATORE ANISOTROPO

le equazioni matriciali. In particolare, la matrice delle induttanze non è simmetrica per il principio dello scambio mutuo ( $L(\theta) = {}^T L(\theta)$ , e dunque  $L_{rs} = {}^T L_{sr}$ ).

La dipendenza da  $\theta$  della matrice  $L(\theta)$  dipende da come è realizzata la macchina:  $L_{ss}$  può non dipendere da  $\theta$  se il rotore è anisotropo (es. macchina stazionaria a poli salienti).

Memoria il mondo meccanico: le macchine rotanti hanno come input/output energetico dell'energia meccanica. È dunque necessario scrivere la forma delle coppia, secondo i nostri formalismi, e lo si fa misurando un bilanciere di coppia/potenza, rubato inconsciamente in quanto magnetica in quanto meccanico le perdite nel senso di macchina. Come unica fonte di perdite estraneo le perdite Joule. Sappiamo che la differenza fra energia elettrica e meccanica (con rubando la macchina come motore) è data dalla somma di energia Termica e magnetica. Ragionando in termini di flussi, ottengono il bilanciere a fianco. Dividendo entrambi i membri del bilanciere per  $\Delta t$  e passando agli incrementi infinitesimi (derivate), otteniamo il bilanciere in termini di potenza. Sostituendo l'equazione elettrica nella  $V$ , notiamo come le perdite non entrano a far parte del contributo di produzione di coppia. Sostituendo l'eq. magnetica in  $\Lambda$ .

$$\Delta E_e - \Delta E_m = \Delta E_t + \Delta E_w \Rightarrow$$

$$\Rightarrow {}^T I V \Delta t - C_m \Delta \theta = {}^T I R I \Delta t + \frac{1}{2} \Delta ({}^T I L I) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow {}^T I V - C_m \frac{\Delta \theta}{\Delta t} = {}^T I R I + \frac{1}{2} \frac{\Delta ({}^T I L I)}{\Delta t} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow {}^T I V - C_m \omega = {}^T I R I + \frac{1}{2} \frac{\partial ({}^T I L(\theta) I)}{\partial t} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow {}^T I (R I + p \Lambda) - C_m \omega = {}^T I R I + \frac{1}{2} \frac{\partial ({}^T I L(\theta) I)}{\partial t} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow {}^T I \frac{\partial \Lambda}{\partial t} - C_m \omega = \frac{1}{2} \frac{\partial ({}^T I L(\theta) I)}{\partial t} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow C_m \omega = {}^T I \frac{\partial \Lambda}{\partial t} - \frac{1}{2} \frac{\partial ({}^T I L(\theta) I)}{\partial t}$$

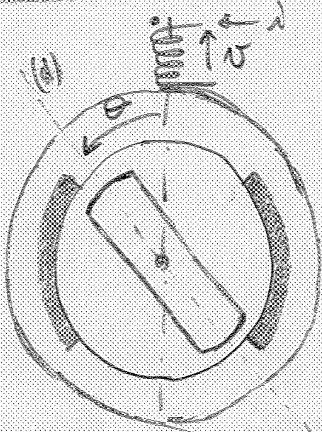
del contributo di produzione di coppia. Sostituendo l'eq. magnetica in  $\Lambda$ .



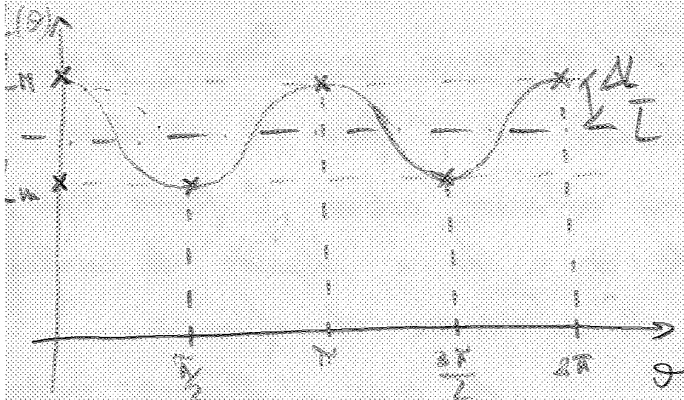
$$= \frac{1}{2} I_s \frac{\partial L_{ss}}{\partial \theta} I_s + \frac{1}{2} I_s \frac{\partial L_{sr}}{\partial \theta} I_r + \frac{1}{2} I_r \frac{\partial L_{rs}}{\partial \theta} I_s + \frac{1}{2} I_r \frac{\partial L_{rr}}{\partial \theta} I_r$$

vediamo come la coppia dipende dal grado di anisotropia della macchina. (3)

MOTORE MONOFASE A RILUTTANZA:



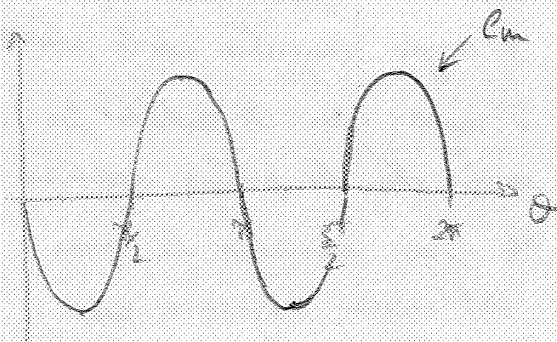
$$\begin{cases} v = Ri + \dot{\phi} \\ L = L(\theta)i \end{cases}$$



$L(\theta) = \bar{L} + \Delta L \cos(2\theta)$

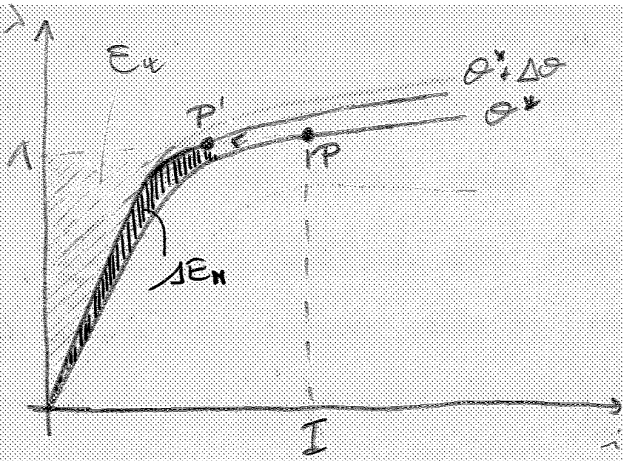
La corrente non fluisce ai fini dei calcoli. Si può approssimare con una corrente a periodo  $2\theta$ . Siamo ora in grado di ricavare la coppia:

$$C_m = \frac{1}{2} i \frac{\partial L(\theta)}{\partial \theta} i = -\Delta L i^2 \sin 2\theta$$



Si presenta una matrice induttiva con smorzamento distribuito, e rotore come se fosse in modo da avere un'ora prefabbricata, corrispondente con l'ora di riferimento geometrica (matte con ore 12). Scriviamo le eq. elett. e magn. e identifichiamo la posizione  $\theta$ . Supponiamo l'incertezza magnetica, ed chiediamoci se il motore è in grado di erogare coppia positiva. Insieme col motore la  $L(\theta)$ : quando  $\theta = 0$  ho massimo concatenamento, mentre con  $\theta = \pi/2$ , ho massimo smagnetamento. Tutto ciò succede con periodicità  $\pi$ , in quanto il rotore non ha modo di sfasare il suo polo. Come fase nel nostro  $L(\theta)$  è ignota.

La coppia dipende da  $\Delta L$  e cioè dalla macchina e l'anisotropia e meglio è. Il segno però è dipendente da  $\sin 2\theta$ , per cui si deve realizzare un cambio delle correnti in modo da fornire unicamente nei quadranti che danno una coppia positiva, ad esempio con un chopper a commutazione rispetto  $\theta$ . Le correnti



$$E_m = \int_0^I \lambda(\theta^*, i) di$$

(4)

Supponiamo che l'angolo  $\theta$  sia  
 non di un  $\Delta\theta$  rispetto a  $\theta^*$ , in  
 modo che le strutture presenti in  
 maggiore allineamento, e inoltre il  
 retto avvolge a flusso costante. Nella  
 realtà, è come se contemporaneamente  
 lo rotore di una macchina con  
 polo unitario in cui  $\phi = 0$ . Da  
 questo si vede che l'energia magnetica  
 si diminuisce, e quindi  $\Delta E_m < 0$ ,  
 per cui  $\Delta E_m > 0$ . Alternativamente,  
 si mette potuto fare in modo  
 che si portasse a  $\theta^*$  il rotore con corrente  
 costante (simile a un generatore che connesso

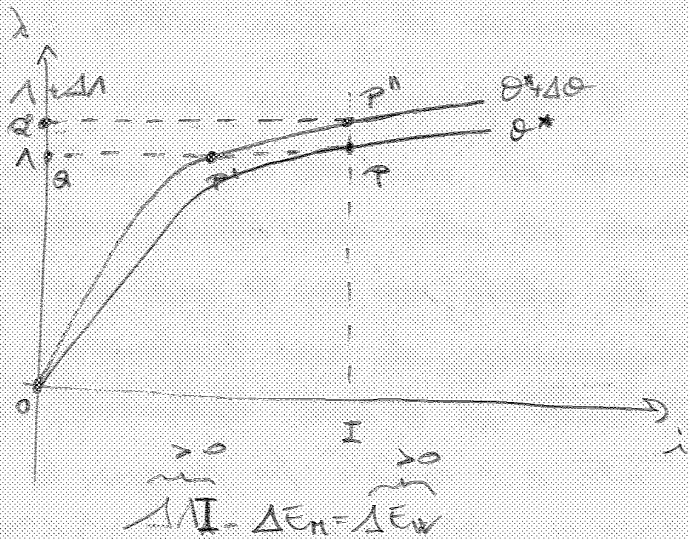
$$\Delta \lambda i - \Delta E_m = \Delta E_w \rightarrow$$

$$\rightarrow -\Delta E_m = \Delta E_w \rightarrow$$

$$\rightarrow C_m \Delta \theta = -\Delta E_w \rightarrow$$

$$\rightarrow C_m = - \frac{\Delta E_w}{\Delta \theta} \Big|_{i=const.}$$

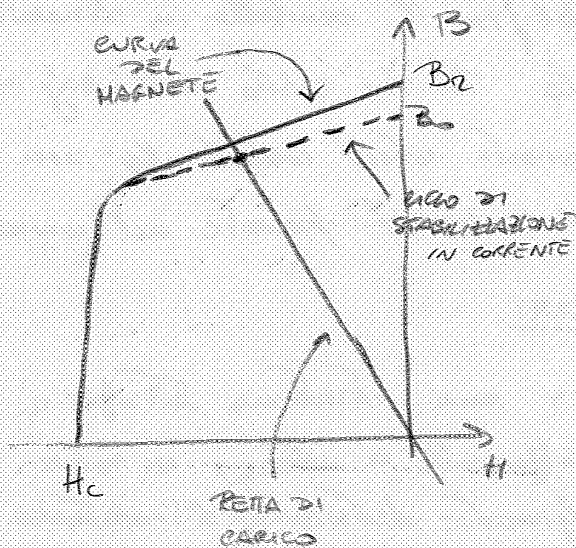
$$\rightarrow C_m = - \frac{\partial E_m(\lambda, \theta)}{\partial \theta} \Big|_{i=const.}$$



il bilanciere diventa più complicato, in pratica  
 si aggiunge un termine di prelazione  
 del generatore. L'energia del campo  
 magnetico accumulata (si denota meglio  
 in letteratura); ragionando in termini  
 di ora, inizialmente ho una certa  
 energia magnetica ( $\lambda(OPPQ)$ ). Ad un  
 certo punto il generatore fornisce una  
 quantità  $\Delta \lambda i$  ( $\lambda(OPP'Q'Q)$ ), e l'energia totale si porta all'ora  $\lambda(OPP'Q')$   
 suddivisa in  $\lambda(OP'Q'Q)$ , cioè la nuova energia magnetica, e  $\lambda(OPP'Q)$  la  
 quale non può essere che l'energia meccanica, ed è positiva. Sfruttando la  
COENERGIA, definito come integrale del flusso rispetto alle correnti,  
 $E_c = \int_0^I \lambda(\theta^*, i) di$   
 $\Delta E_m = \int_0^I \lambda(\theta^* + \Delta\theta, i) di - \int_0^I \lambda(\theta^*, i) di = \Delta E_c > 0$   
 formano cioè che la conversione di  
 energia e la conversione di energia  
 meccanica.

# MAGNETI PERMANENTI

5

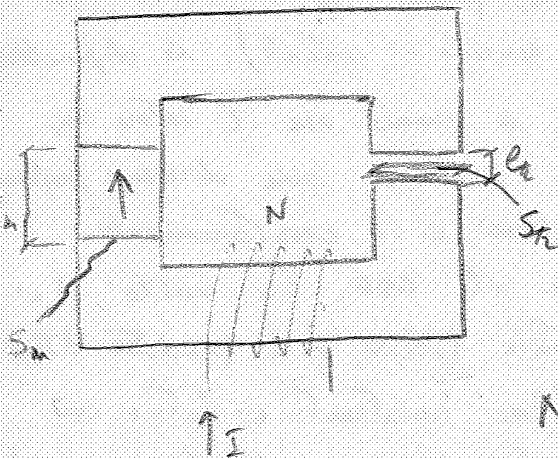


Vengono usati al posto di avvolti percorsi da corrente continue. Si danno i valori di induttanza propria  $B_r$  e campo coercitivo  $H_c$ , per avere alte prestazioni, si usano dei magneti alle volte rare, in cui  $B_r = 1.2 - 1.5 [T]$  e  $H_c = 200 \frac{A}{cm}$ .

Vengono stabilizzati in quanto delle risonanze che causa possono magnetizzare il magnete, in quanto operante in un ciclo d'isteresi. Anche se ad operare in un ciclo corrispondente ad un'induzione minore della  $B_r$ , con

permeabilità circa come l'aria ( $\mu_{ra} \approx 1,04 - 1,05$ ). Si può rappresentare un magnete come un avvolgimento con equivalente geom. Prendiamo un circuito magnetico

con traferro, magnete e avvolgimento, e scriviamo la circuire magnetica alla linea mediana del tubo di flusso, con avvolgimento distribuito e trascurando le perdite di flusso nel ferro, che non ritorna con un magnete, oltre che verso



$$NI = 0 \quad \left\{ \begin{aligned} H_m l_m + H_m l_1 + H_m l_2 &= NI = 0 \\ B_m S_m &= B_r S_r = B_r S_l \end{aligned} \right.$$

la relazione di indeterminabilità dell'induzione. Il nostro obiettivo

$$\rightarrow \left\{ \begin{aligned} H_m l_m &= -H_m l_1 - H_m l_2 \\ (B_0 + \mu_m H_m) S_m &= \mu_0 H_m S_l \end{aligned} \right. \rightarrow \left\{ \begin{aligned} \frac{\mu_0}{\mu_m} \frac{S_l}{S_m} H_m l_1 + \frac{\mu_0}{\mu_m} \frac{S_l}{S_m} H_m l_2 - \frac{B_0}{\mu_m} l_m &= -H_m l_m \\ H_m &= \frac{\mu_0}{\mu_m} \frac{S_l}{S_m} \frac{H_m l_1 + H_m l_2 - \frac{B_0}{\mu_m} l_m}{l_m} \end{aligned} \right.$$

e' ricavare il campo al traferro,

che viene e dipende da  $B_0$  e da  $l_m' = \frac{l_m}{\mu_m}$ , e' la lunghezza equivalente del magnete. Per passare ad un avvolgimento, annulla  $\mu_0 B_0$  ma manteniamo il magnete, e si ha da la condizione per cui

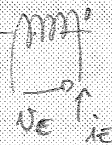
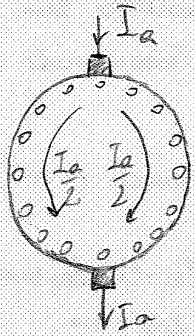
$$\Rightarrow H_m \left( \frac{\mu_0}{\mu_m} \frac{S_l}{S_m} l_1 + l_2 \right) = \frac{B_0}{\mu_m} l_m \Rightarrow$$

$$\Rightarrow H_m = \frac{\frac{B_0}{\mu_m} l_m}{\frac{\mu_0}{\mu_m} \frac{S_l}{S_m} l_1 + l_2} = \frac{B_0 l_m'}{l_1 + \frac{S_l}{S_m} l_1'}$$

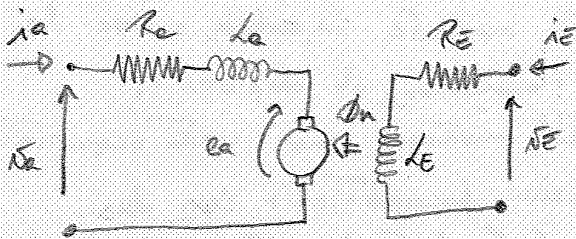
$$B_0 \Rightarrow \left\{ \begin{aligned} H_m l_m + H_m l_1 + H_m l_2 &= NI \\ B_m S_m &= B_r S_r = B_r S_l \end{aligned} \right. \Rightarrow H_m = \frac{NI}{l_1 + \frac{S_l}{S_m} l_1'}$$



Nel motore si hanno due



$$\begin{cases} N_a i_a = R_a i_a + L_a \dot{i}_a \\ N_e i_e = R_e i_e + L_e \dot{i}_e \\ L_e = L_a i_a + 0 \cdot i_e \\ L_e = 0 \cdot i_a + L_e i_e \end{cases}$$



$$\phi L_e = L_a i_a + k \phi_a \omega_r, \quad k = \frac{\phi_b \cdot Z}{\phi_a \cdot 2p}, \quad \text{DOVE: } \begin{cases} \phi_b = \text{PAIA POLI} \\ \phi_a = \text{X VIE INTERNE} \\ Z = \text{X CONDUTTORI} \end{cases}$$

$$N_e i_e = R_e i_e + \phi L_e + k \phi_a \omega_r$$

$$\begin{aligned} p(+)&= N_a i_a + N_e i_e = \\ &= R_a i_a^2 + \phi L_a i_a + k \phi_a \omega_r i_a + \\ &\quad + R_e i_e^2 + \phi L_e i_e = \\ &= R_a i_a^2 + R_e i_e^2 + L_a \phi i_a i_a + L_e \phi i_e i_e + k \phi_a \omega_r i_a = \\ &= P_{je} + P_{je} + p \left( \frac{L_a i_a^2}{2} + \frac{L_e i_e^2}{2} \right) + k \phi_a \omega_r i_a = \\ &= P_{per} + P_{MAGN_{TOT}} + \underbrace{k \phi_a \omega_r i_a}_{P_{PER}} \end{aligned}$$

in cui si dividono la corrente di eccitazione (le due sono in parallelo), grazie alla commutazione compiuta dalle spazzole, e produce una distribuzione di campo fra e temporaneamente. Con ipotesi di LINEARITA' MAGNETICA e SPAZZOLE DISPOSTE LUNGO L'ASSE NEUTRO, si ha un totale disaccoppiamento fra campo di armatura e d'eccitazione. Se non è fatta la linearità magnetica, e in presenza di saturazione e della reazione d'indotto, i due avvolgimenti si vedrebbero, come se le spazzole non fossero realmente sull'asse neutro.

Realizziamo il modello degli avvolgimenti (il modello delle due bobine trattate la singola in serie) e scriviamo le equazioni elettriche e magnetiche.

Si noti che  $L_e \neq L_a$ , anche se  $\phi_a = \phi_e(i_e)$ ; i parametri induttivi non sono dipendenti dall'angolo della dentatura del flusso in oltre non compaiono ancora il termine delle fem motrici  $e_a$ , dovuto al movimento in una fessura dell'armatura ma che raffigura con campo del circuito equivalente. La corrente in fessura pulsante, interagisce per mezzo della legge di Ohm.

Ricaviamo l'equazione di coppia mediante un bilancio di potenze della macchina: in ingresso si avrà la potenza all'armatura che quella dovuta al circuito d'eccitazione.

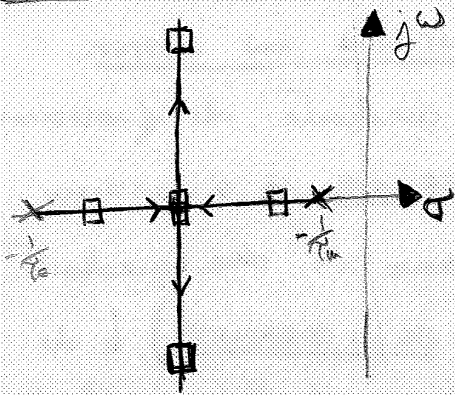
Ricaviamo i termini di perdita per effetto Joule (le uniche da noi considerate), e le derivate delle energie magnetiche, che chiameremo POTENZE MAGNETIZZANTI, in [W].

Per esclusione, resta il termine delle fem motrici...



Prima scelta in campo di esistenza delle possibili dinamiche della macchina (7)

$\Delta > 0 \Rightarrow \tau_0 < 4\tau_m$
$\Delta = 0 \Rightarrow \tau_0 = 4\tau_m$
$\Delta < 0 \Rightarrow \tau_0 > 4\tau_m$



L'evoluzione di un motore a il mondo elettrico e il mondo meccanico. Sfruttando il legge delle radici, vediamo come si presentano le Tre possibili dinamiche.

La scelta di un motore, oltre che dal tipo di lavoro che dovrà fare, dipende dalla dinamica: nessuna una risposta del tipo  $\Delta = 0$ , perché anche con una piccola sovrapposizione, va a regime più velocemente, ed è quindi più reattivo, ed è perciò che il tipo  $\Delta > 0$  non viene scelto, per alte prestazioni; se si ha un motore del tipo  $\Delta < 0$ , si usa un controllo per cercare di compensare le oscillazioni, e altrimenti sarebbe un pessimo motore.

La taglia è un fattore influente della risposta dinamica della macchina, unisce dei fattori di scala ( $\rho$  per i raggi,  $\delta$  rappresenta di scala una macchina, unisce dei fattori di scala ( $\rho$  per i raggi,  $\delta$  per le lunghezze) ma mantenendo lo spuntamento dei materiali costante ( $B = \text{cost.}$ ,  $\sigma = \text{cost.}$ ). Le perdite dipendono dal volume del materiale, a parità di volume di sfruttamento, ma le superfici di scambio non aumentano quanto i volumi per cui si hanno più perdite di quanto si vorrebbe a parità, portando a un metodo di raffreddamento forzato.

- PERDITE  $\propto$  VOLUME  $\propto \rho^3 \delta$
- SUPERFICI DI SCAMBIO  $\propto \rho^2 \delta$
- VELOCITÀ PERIFERICA  $\propto \rho$
- CORRENTE D'ARMATURA  $\propto \rho^2$

$$R_e = \rho \pi \frac{l_{sp}}{S_{sp}} \propto \frac{\delta}{\rho^2} \Rightarrow R_e' = \frac{\delta}{\rho^2} R_e$$

$$L_e = \frac{N^2}{R_{eq}} \propto \frac{N_s S_{eq}}{l_{eq}} \propto \frac{\rho^2}{\rho} \propto \delta \Rightarrow L_e' = \delta L_e$$

$$J_{eq} = \frac{1}{2} M R^2 \propto \rho^2 \delta \rho^2 = \rho^4 \delta \Rightarrow J_{eq}' = \rho^4 \delta J_{eq}$$

$$k_v = k_r = k \phi_u = \frac{\rho^2}{2} \frac{c}{2\pi} B S_{eq} \propto \rho \delta \Rightarrow k_v' = \rho \delta k_v$$

$$C_{max} = k_r i_{cmax} \propto \rho \delta \rho^2 = \rho^3 \delta \Rightarrow C_{max}' = \rho^3 \delta C_{max}$$

$$\tau_0' = \frac{L_e'}{R_e'} = \frac{\delta L_e}{\frac{\delta}{\rho^2} R_e} = \rho^2 \tau_0$$

$$\tau_m' = \frac{J_{eq}' R_e'}{k_r k_v} = \frac{\rho^4 \delta J_{eq} \cdot \frac{\delta}{\rho^2} R_e}{\rho^2 \delta^2 k_r k_v} = \frac{\delta^2 J_{eq} R_e}{k_r k_v} \sim \rho^2$$

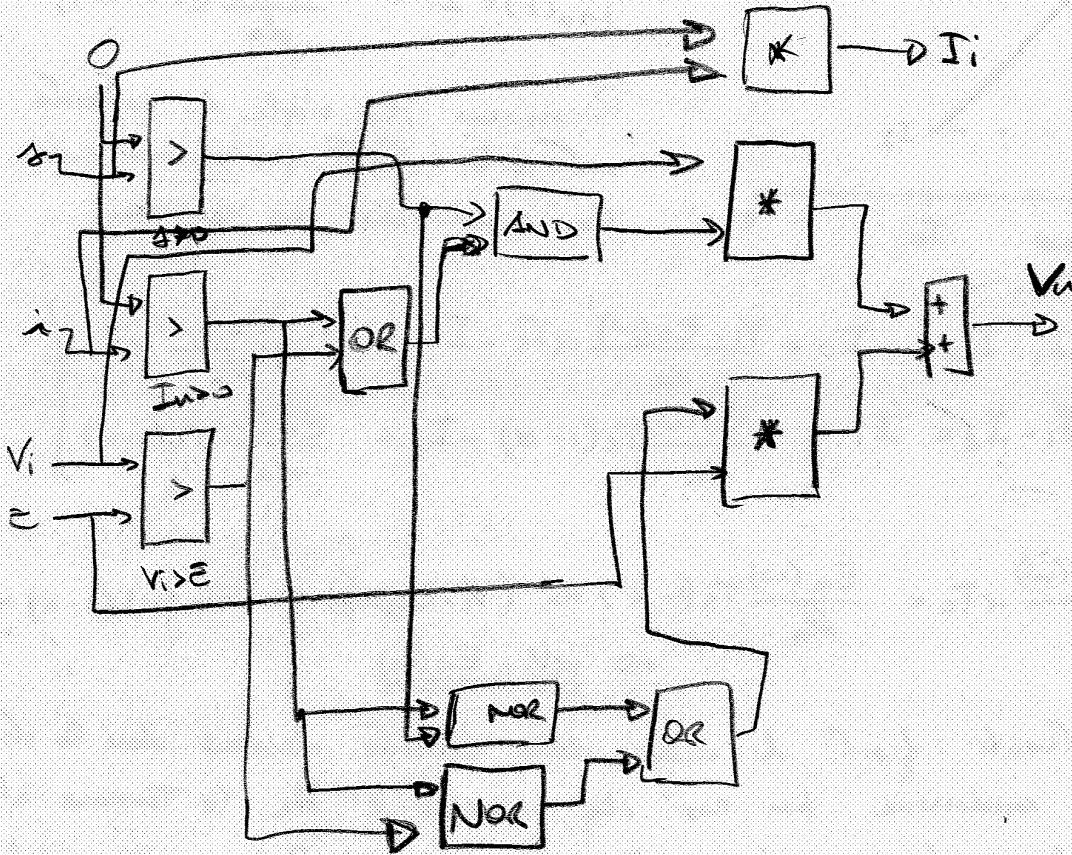
$$\omega_{max}' = \frac{C_{max}'}{J_{eq}'} = \frac{\rho^3 \delta C_{max}}{\rho^4 \delta J_{eq}} = \frac{C_{max}}{\rho J_{eq}} \propto \frac{1}{\rho}$$

Ricordiamo che si ha la commutazione nella macchina: a partire di rotazione, aumenta la velocità delle lamelle, ma aumenta di conseguenza la corrente che l'alimentazione d'armatura può fornire ( $\rho^2$ , la corrente aumenta come  $\rho^2$ ), e si hanno rischi di commutazione con scintille. Per quanto riguarda i parametri, considereremo solo i tratti attivi per  $R_e$ ,  $L_e$ , con un numero di spire costante, nella lunghezza ( $S_{eq}$  è un rettangolo),  $J_{eq}$  è l'insieme di un cilindro, le costanti dipendono dal flusso, e la coppia da corrente e  $k_r$ .

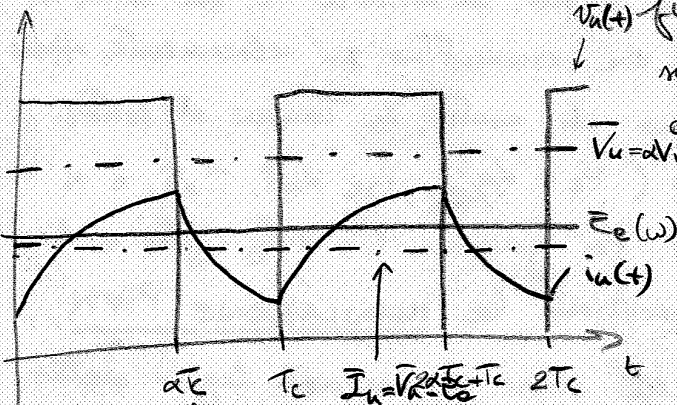
Tramite la mappa di Karnaugh si può trovare una funzione per l'uscita mediante le funzioni logiche. L'uscita delle connessioni è più semplice, in quanto dipende unicamente della variabile logica  $s$ .

$$V_u = V_i (s \oplus i) \otimes s + \bar{E} (s \oplus i) \otimes i$$

$$i = s \otimes I_u$$



Vediamo adesso il funzionamento reale: ipotizzando che la struttura  $v_u(t)$  funzioni in modo continuo, esse con  $i_u \geq 0$  in tutto il periodo di commutazione, annullano



desi al limite per un istante, possiamo dire che  $E_d(\omega) < V_u$ , e  $n$  ha una "conca" di corrente mentre  $s$  è chiuso, quando  $s$  si apre,  $V_u = 0$ , e  $n$  ha un transitorio di corrente con corrente  $-E_d(\omega)$ . A regime, la corrente si stabilizza

e gli altri valori, la corrente media sul carico è  $V_u = \alpha V_i$ , con  $\alpha = \frac{T_{cond}}{T_c}$  che viene detto DUTY-CYCLE dell'interuttore, il quale variando cambia  $V_u$ . La corrente media non è  $I_u = \frac{V_u - E_d(\omega)}{R_e}$ , in quanto a regime non si hanno delle cadute di tensione media su  $L$ ; il regime, come detto, si raggiunge quando il picco-picco di corrente si mantiene nelle stesse fasce: per

Cerchiamo di ricavare la potenza in uscita: con i poteri di fendere di commutazione nulle, e che quindi il chopper abbia un rendimento unitario la potenza attiva in uscita sarà il valor medio della potenza istantanea.

$$P_{out} = \frac{1}{T} \int_0^T v_{u}(t) \cdot i_u(t) dt = \frac{1}{T} \int_0^T R_a i_u^2(t) dt + \frac{1}{T} \int_0^T L_a \frac{di_u}{dt} i_u(t) dt + \frac{1}{T} \int_0^T E_a(\omega) i_u(t) dt$$

$$= R_a I_{u_{rms}}^2 + E_a(\omega) \bar{I}_u$$

NULLA A REGIME ( $\bar{V}_L=0$ ) (9)

Si nota come si conservano unicamente le componenti ipofrequenziali: come componente e' compresa anche il valore medio. Nota la potenza attiva

$$\left\{ \begin{aligned} V_i \bar{I}_i &= R_a I_{u_{rms}}^2 + E_a(\omega) \bar{I}_u \\ \text{MA } E_a(\omega) &= V_u - R_a \bar{I}_u, \quad \bar{V}_u = \alpha V_i \end{aligned} \right. \Rightarrow$$

$$\Rightarrow V_i \bar{I}_i = R_a (I_{u_{rms}}^2 - \bar{I}_u^2) + \alpha V_i \bar{I}_u \Rightarrow$$

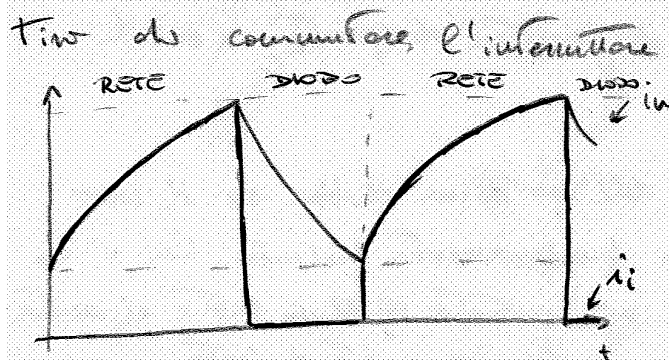
$$\Rightarrow \left. \begin{aligned} \bar{I}_i &= \alpha \bar{I}_u \\ \bar{V}_u &= \alpha V_i \end{aligned} \right\} \text{SIMILE AL TRASFORMATORE!}$$

in ingresso, possiamo ricavare la relazione fra corrente in ingresso e uscita, ricordando a cosa e' uguale  $E_a(\omega)$  a regime, e facendo in modo di avere un ripple di corrente piccolo, in modo che valore medio e' efficace sono quasi uguali. Accoppiata alla relazione di tensione, questa relazione ci da un'idea di un comportamento che

occorre il Trasformatore, in cui il duty-cycle svolge un ruolo simile al rapporto di trasformazione (NB.: NON E' UN TRASFORMATORE IN DC!), ai valori medi delle grandette. Quindi, se in ingresso al chopper ho  $V_i$ , in uscita si crea una tensione media  $\alpha V_i$ , che impone una corrente media  $\bar{I}_u$ , la quale richiederà in ingresso una corrente media  $\alpha \bar{I}_u$ .

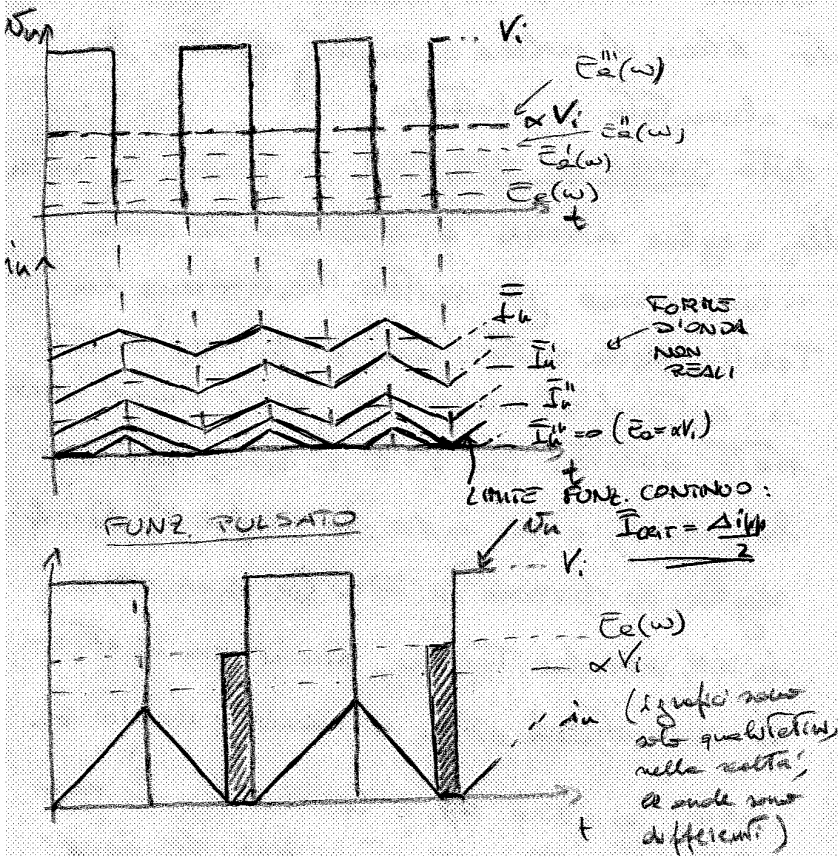
	IN	OUT
$\bar{V}$	$V_i$	$\alpha V_i$
$\bar{I}$	$\alpha \bar{I}_u$	$\bar{I}_u$

E' una relazione semplice e nelle simulazioni funziona bene, ma nella realtà c'è dovuto la rete a monte generando un notevole livello di inquinamento armonico (inoltre, el primo tenta



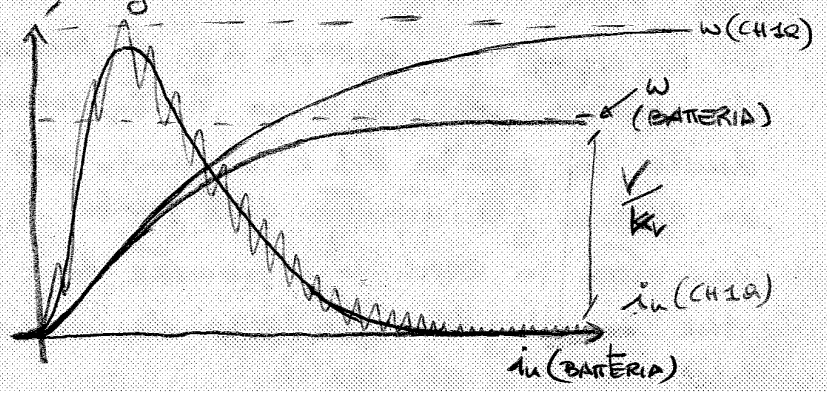


Facciamo un esempio: alimentiamo un motore MP con  $V_i = 220V$  e  $\alpha = 0,5$  ( $\bar{V}_u = 110V$ ). Se il motore ha un'inerzia sufficientemente grande, allora la velocità non risente del ripple di corrente. Allo partenza,  $E_a = 0$ , e la corrente media e' al suo massimo per un po' di tempo; ma a corrente media alta corrisponde coppia elevata, e dunque  $\omega$  sale, così come  $E_a(\omega)$ ; se  $E_a(\omega)$  sale, la corrente media si attorna, con lo stesso ripple di corrente. Si hanno dei casi in cui  $E_a$  sale e  $I_a$  diminuisce, fino al raggiungimento della condizione limite per il funzionamento continuo, dove la corrente si annulla al più in un punto. Tale condizione corrisponde ad una corrente media, detta CORRENTE MEDIA CRITICA, per la metà del ripple picco-picco di corrente. Si è ancora in condizione di  $E_a < \alpha V_i$ , ma la  $E_a$  annulla



seppur entrati nel funzionamento pulsato, il ripple di corrente viene tagliato, non annullato, e quando si ha corrente, il braccio della botte di coppia di durata decresce. Il motore arriva al punto in cui  $\alpha V_i = E_a$ , dove la corrente media si annulla. Quando la commutazione avviene, e si chiude, si ha  $\bar{v}_u = V_i$ , e  $V_i > E_a$ , per cui si ha una "carica" di corrente; quando si apre, ho una reverse forzata da  $-E_a$ , che è il valore medio di  $\bar{v}_u$ , e arretra la corrente prima dell'ultimo impulso. Quando  $i_a = 0$ , la tensione  $\bar{v}_u = E_a$ , in quanto non ho caduta in  $R_a$  e da, e av' si mantiene finché non si ha un'altra commutazione che è in chiusura. Adesso ho  $\bar{v}_u > \alpha V_i$ , e il motore continua a cercare botte di coppia e eccolo, aumentando  $E_a$ , ed ignorando il duty-cycle. Al limite,  $E_a$  tenderà a  $V_i$ , come se  $\alpha = 1$ .

Se alimentassimo a moto lo stesso motore con una batteria di  $V = 110V$  ( $= \alpha V_i$  di prima), ovvero il solito andamento esponenziale di velocità e una forma "impulsiva" di corrente che tende a zero ( $\omega \rightarrow 0$ ).



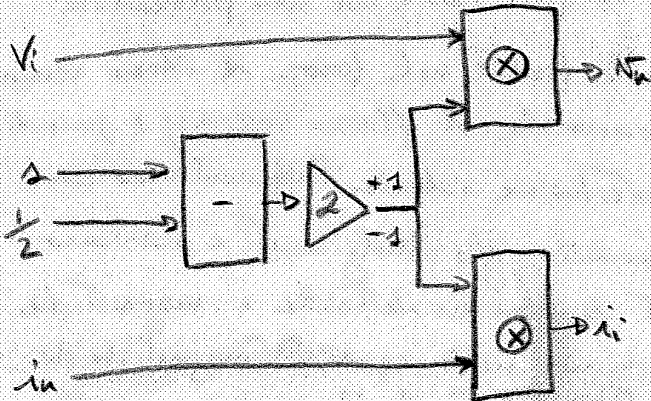


Realizziamo la Tabella delle verità dell'α, come si vede dalla (11)

δ	$i_u > 0$	$i_u \leq 0$	$i_i$
0	$-V_i$	$-V_i$	$-i_u$
1	$V_i$	$V_i$	$i_u$

$\delta = 0 \Rightarrow \Delta_2, \Delta_3$  CHIUSI  
 $\delta = 1 \Rightarrow \Delta_1, \Delta_3$  APERTI

Tabella, il segno di  $i_u$  e  $i_i$  è sempre lo stesso (non si sono usate le maglie di marcia dei diodi). Adesso α deve fornire un valore di tensione negativo, e perciò  $-1 < \alpha < 1$ , ottenendolo come  $\alpha = 2\delta - 1$ ; lo schema logico, a parte per α, vede lo stesso.



## MACCHINA AD INDUZIONE TRIFASE

Il modello che andremo a vedere sarà impostato per l'uso di metodi di controllo FIELD ORIENTED, esso osserva il flusso di rotore,

Ipotizziamo di analizzare una macchina a due poli ( $pp = 1$ ), per semplice

HYP.: • MACCHINA A 2 POLI ( $p_p = p_m$ )

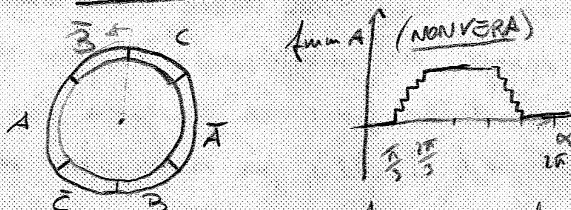
• AVV. STATORE 3F,  $N_s$  SPIRE PER FASE, DIST. SINUSOIDALE

• AVV. ROTORE 3F,  $N_r$  SPIRE PER FASE, DIST. SINUSOIDALE

• MACCHINA ISOTROPA

• FERRO IDEALE

Ta' in quanto con angolo elettrico e meccanico saranno equivalenti. La rotore sarà costituito da un laminato in ferro con montati un avvolgimento trifase, per fase con una spazzatura di  $120^\circ$ , con distribuzione di avvolgimento sinusoidale ed un numero di spire per pol. ed  $N_s$ . Le linee per



perché, quando si genera una linea, n ha una graduata funzione che non sinusoidale, a causa della distribuzione non sinusoidale delle spire (ho fasi di spire concentrate in certe zone, e un "plateau" dove non raccontano più spire di quella fase), e come delle armoniche del 5°, 7°, 11°, 13° ordine, oltre che armoniche di dentatura (causate da come le spire sono disposte nelle zone). Si dovrebbe cercare la fondamentale ed il numero di spire

colpo fra il flusso concatenato da un avvolgimento, e generato da una corrente che non è la sua, e la corrente stessa che lo ha causato. Verrà quindi a dipendere dalla posizione reciproca degli assi magnetici degli avvolgimenti, tramite il coseno dell'angolo fra gli assi. Sottintendiamo il nostro caso di motore ad induzione: nel caso delle mutue fra avvolgimenti della stessa struttura magnetica, si hanno angoli multipli di  $\frac{2\pi}{3}$ , mentre fra differenti strutture magnetiche si viene a vedere la dipendenza da  $\theta$ . I parametri  $M_s, M_r, M_{sr}$  sono le induttanze ottenibili nel caso di massimo accoppiamento. Per evitare di riportare i parametri da valore e rotore, possiamo fare in modo che  $N_s = N_r = N$ . In tal modo  $M_s = M_r = M_{sr} = M$ , con  $M$  che viene detta INDUTTANZA PRINCIPALE DI FASE, da non

(12)

$$M_{123}^{SS} = \frac{N_s^2}{R_{stg}} M_s \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & 1 & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 1 \end{bmatrix}$$

$$M_{123}^{RR} = \frac{N_r^2}{R_{stg}} M_r \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & 1 & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 1 \end{bmatrix}$$

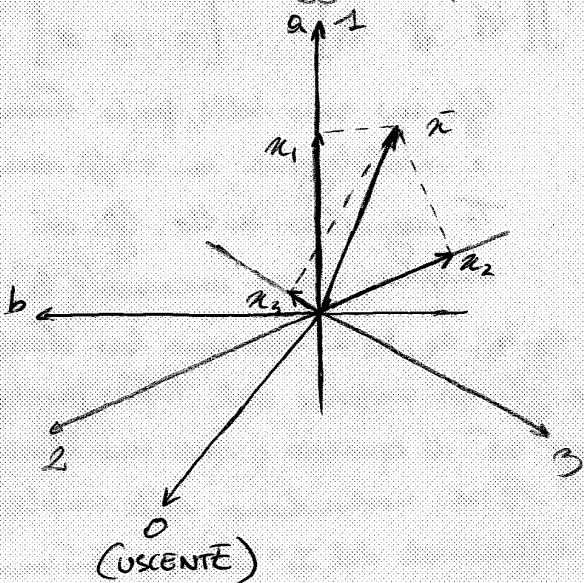
$$M_{123}^{SR} = \frac{N_s N_r}{R_{stg}} M_{sr} \begin{bmatrix} \cos \theta & \cos(\theta + \frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta + \frac{4\pi}{3}) \\ \cos(\theta + \frac{4\pi}{3}) & \cos \theta & \cos(\theta + \frac{2\pi}{3}) \\ \cos(\theta + \frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta + \frac{4\pi}{3}) & \cos \theta \end{bmatrix}$$

confondere con l'induttanza di magnetizzazione della macchina. Le equazioni da noi scritte sono presenti, in quanto

nella macchina per trovare le correnti si deve invertire la matrice delle induttanze, ma questa nona volta per volta, ed è un calcolo pesante. Cercheremo dei formalismi adeguati ad alleggerire il peso dei calcoli.

TRASFORMAZIONE TRIFASE - BIFASE

Il primo passaggio è il passare dal mondo trifase al mondo bifase. Per far ciò, prendiamo un vettore  $\pi$  in un riferimento trifase e tracciamo le proiezioni su tale riferimento.



Come prima cosa si nota che sommando le Tre proiezioni non si ottiene  $\pi$ , ma  $\frac{3}{2}\pi$  (la somma dei Tre flussi  $\lambda_1, \lambda_2$  e  $\lambda_3$  infatti, risulta  $\frac{3}{2}\lambda$ , e non  $\lambda$ ). Introduciamo un riferimento  $\{a, b, 0\}$  e facciamo il passaggio dalle proiezioni sul riferimento trifase a quelle su  $\{a, b, 0\}$ .

$$\begin{cases} \pi_a = \pi_1 - \frac{1}{2}\pi_2 - \frac{1}{2}\pi_3 \\ \pi_b = 0 \cdot \pi_1 + \frac{\sqrt{3}}{2}\pi_2 - \frac{\sqrt{3}}{2}\pi_3 \\ \pi_0 = \pi_1 + \pi_2 + \pi_3 \end{cases} \Rightarrow \Pi = \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

ARBITRARIO

MATRICE 3Φ-2Φ



re che si ha corrente assopolare se e' esistita in precedenza: potremo affermare con sicurezza che durante la manovra il motore e' stato spento, e dunque per un tempo adeguatamente nullo si aveva  $i_0^R = 0$ . Ignoreremo d'ora in poi l'ora 0 di rotore; porremo a statore: si ha un'equazione completa del I° ordine, che e' un po' piu' complicata da risolvere. Tuttavia, ragioniamo su  $i_0^S$ : sappiamo che lo statore si puo' collegare a Triangolo o stella per attanare le correnti di spunto della macchina, perciò se lo statore e' collegato D, di certo  $i_0^S = (i_1 + i_2 + i_3)$  e possiamo fare lo stesso ragionamento di statore, mentre se e' collegato a Y, non ha mai certo  $i_0^S (i_1 + i_2 + i_3 = 0)$ , e meno che non si cortocircuiti il centro stella, cosa nociva da fare, ma eventualmente da alle alte frequenze, come con un inverter, si possono avere capacita' parassite verso terra che coinvolgono componenti assopolare; e' la manifestazione del MODO COMUNE. Possiamo dunque ignorare gli

13

$$V_0^S = R_S i_0^S + \lambda_{VS} \dot{\phi}_0^S$$

• SE ANV. CONNESSO D  $\Rightarrow$

$\Rightarrow i_0^S = 0$ , come rotore

• SE ANV. CONNESSO Y  $\Rightarrow$

$\Rightarrow i_0^S = 0$ , mai stata corr. ano.

$\Downarrow$

MODELLO BIFASE

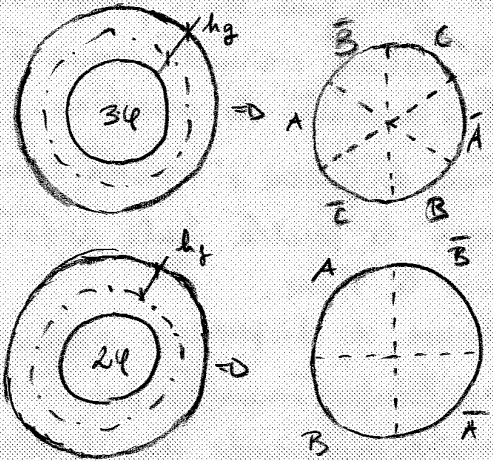
$$\begin{cases} V_{ab}^S = R_S I_{ab}^S + p \lambda_{ab}^S \\ V_{ab}^R = R_R I_{ab}^R + p \lambda_{ab}^R \\ \lambda_{ab}^S = \lambda_{VS} I_{ab}^S + M_{ab}^{SS} I_{ab}^S + M_{ab}^{SR} I_{ab}^R \\ \lambda_{ab}^R = \lambda_{VR} I_{ab}^R + M_{ab}^{RS} I_{ab}^S + M_{ab}^{RR} I_{ab}^R \end{cases}$$

NUOVI PARAMETRI:

$$R_S, R_R, \lambda_{VS}, \lambda_{VR}, \frac{3}{2} M = L_m$$

anni assopolar), e trasformare il modello in un bifase a tutti gli effetti. Il che cambia i parametri di macchina, ma dovendo la macchina fornire la stessa coppia, i parametri base come  $R_S, R_R, \lambda_{VS}, \lambda_{VR}$  e  $M$  non sono cambiati. Tuttavia, ora nelle equazioni non appare  $\frac{3}{2} M$ , e non piu'  $M$ : riconosceremo  $\frac{3}{2} M$  come l'INDUTTANZA DI MAGNETIZZAZIONE della macchina vista in regime permanente.

Vediamo se effettivamente la macchina bifase descritta nel modello e' uguale a quella trifase di partenza in termini di parametri: per far si che la coppia sia uguale, fissa i parametri di partenza dei materiali e ricaviamo il numero delle fasi e i dati geometrici della macchina, mantenendo costante il volume dei materiali attivi.



HYP.:  $B_{tr}$  e  $V_c$  INFLUENZANO LA COPPIA;

$B_{tr}$  e  $V_c$  DIPENDONO DA  $V_{Fe}$  E  $V_{Al}$  RISPETT.

LA SOLO INALTERATI  $B_{tr}$ ,  $V_c$ ,  $V_{Fe}$ ,  $V_{Al}$  E PASSO DA 3φ A 2φ

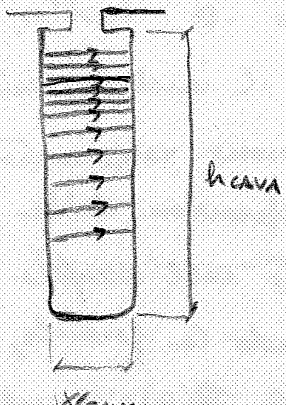
Potremmo dal numero di core: e' ovvio pensare che combineranno, ma come! Sicuramente il FASE/POLO/FASE non cambia; se con 3 core, 18 poli/phase 36 core, 18 circuiti e 18 trifase con una bifase over 2.2.2 = 12 core base, cioè 24 in 2φ.

di prima approssimazione che conferma come il flusso disperso in cava (14)

(l'unico da noi considerato) non varia da 34 a 24. L'unico perso

Tro da confermare rimane il fattore di autoinduzione di fase: dato che si fosse sullo scambio che pone per il trifase, che non è novità, si ha che con una semplice sostituzione matematica si ha la conferma.

Abbiamo confermato che tutto è in linea con quanto la Tto diceva;  $M_{24}$  è



$$L_{cava} \propto \frac{N^2}{R} = \frac{N^2}{\frac{l}{\mu_0}}$$

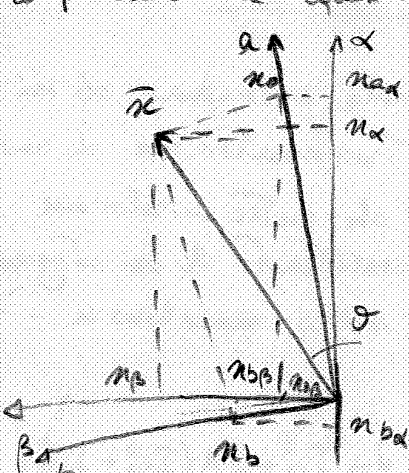
$$L_{24} = \frac{\mu_0 l h_{cava 24} N_{24}^2}{W_{cava 24}} = \frac{\mu_0 l h_{cava 24} \frac{3}{2} N_{34}^2}{\frac{3}{2} W_{cava 34}} = L_{34}$$

$$M_{24} = \frac{N_{24}^2}{R_{T12}} = \frac{3}{2} \frac{N_{34}^2}{R_{T12}} = \frac{3}{2} M_{34}$$

l'autoinduttanza di fase che l'induttanza di magnetizzazione del sistema trifase, come non vera nel sistema trifase di partenza. La Tto, per quanto compatti il sistema differenziale, non risolve il problema iniziale del motore asincrono: come la dipendenza da  $\theta$ , e risolvere il sistema non è ancora giorno.

TRASFORMAZIONE DI ROTAZIONE

Dal modello  $\{a,b\}$  del motore, notiamo che per noi la dipendenza da  $\theta$ : Tuttavia, si ha il caso particolare per  $\theta=0$  in cui gli assi  $a$  e  $b$  non si vedono magneticamente parlando: si si fosse in grado di realizzare un riferimento tale da bloccare gli assi  $\{a,b\}$  di rotore alla posizione  $\theta=0$ , otteniamo il massimo grado di disaccoppiamento, passando tuttavia ad avvolgimenti e commutatore, e complicando le equazioni elettriche. Si avrebbe poi alternative: riferire il rotore a natura (come che noi faremo), riferire la natura a rotore (operazione effettuata nella macchina sincrona), ed infine riferire tutto il flusso di macchina (FIELD ORIENTED, molto usato dai controllanti). Riferiamo



$$n_{\alpha} = n_{a\alpha} - n_{b\alpha} = n_a \cos \theta + n_b \sin \theta$$

$$n_{\beta} = n_{a\beta} + n_{b\beta} = n_a \sin \theta + n_b \cos \theta$$

$$\begin{Bmatrix} n_{\alpha} \\ n_{\beta} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} n_a \\ n_b \end{Bmatrix}$$

$$R(\theta) = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \quad \boxed{\text{ROTAZIONE ORARIA}}$$

riferimento rotante. Relazionando le proiezioni, otteniamo la matrice  $R(\theta)$  della



TR eq. mag. rotore  $\Rightarrow R(\theta)$

$$\Rightarrow \begin{matrix} \overset{RS}{M_{ab}} \\ \parallel \\ \text{II} \end{matrix} \overset{R}{I_{\alpha\beta}} = \omega_r I_{\alpha\beta}^R + \frac{3}{2} M \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} I_{\alpha\beta}^S + \frac{3}{2} M I_{\alpha\beta}^R = \omega_r I_{\alpha\beta}^R + \frac{3}{2} M (I_{\alpha\beta}^S + I_{\alpha\beta}^R)$$

Nel caso delle equazioni non (15) si hanno grandi problematiche, ma la  $TR(\theta)$  ha risolto il problema del concatenamento dei flussi: gli assi  $\alpha$  e  $\beta$  ora vedono solo loro e la loro controparte in un'altra struttura magnetica.

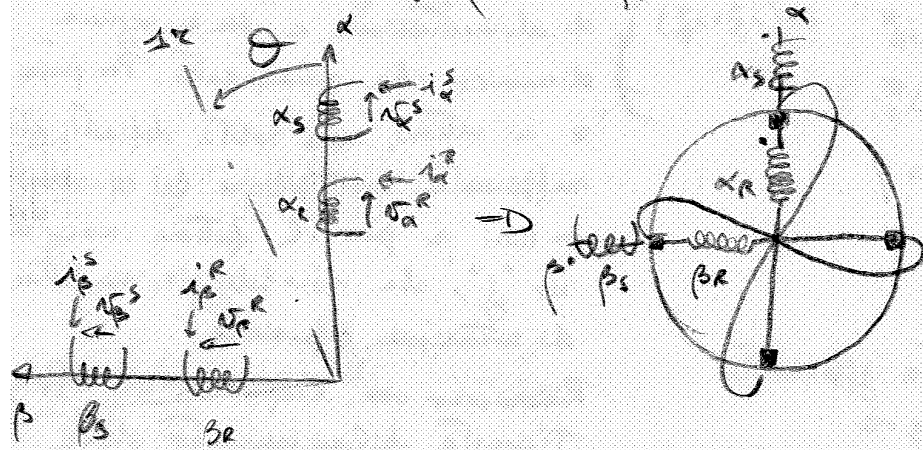
Si deve comunque conoscere la posizione  $\theta$  del rotore, altrimenti non si è in grado di sfruttare la  $R(\theta)$ .

La macchina così realizzata è controllabile, sfruttando due avvolgimenti rotorei a collettore con le spazzole collegate.

Facciamo un ragionamento passando al regime a statorio ho 3 correnti in frequenza spostate di  $120^\circ$  che producono un campo rotante a  $\omega$ , mentre a rotore si genera un campo che ruota a  $\omega_r = s\omega$ , dove  $\omega_r$  è la velocità di scorrimento, mentre  $s$  è lo scorrimento. Tuttavia, il rotore

MODELLO BIFASE SU ASSI FISSI

$$\left. \begin{aligned} V_{\alpha\beta}^S &= R_s I_{\alpha\beta}^S + p \psi_{\alpha\beta}^S \\ V_{\alpha\beta}^R &= R_r I_{\alpha\beta}^R + p \psi_{\alpha\beta}^R + \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \omega_r \psi_{\alpha\beta}^R = 0 \\ I_{\alpha\beta}^S &= \omega_r I_{\alpha\beta}^S + \frac{3}{2} M (I_{\alpha\beta}^S + I_{\alpha\beta}^R) \\ I_{\alpha\beta}^R &= \omega_r I_{\alpha\beta}^R + \frac{3}{2} M (I_{\alpha\beta}^S + I_{\alpha\beta}^R) \end{aligned} \right\}$$



si muove a una velocità  $\omega_r < \omega$ , e precisamente a  $\omega - \omega_s$ . Per componenti di moto proprio del campo e di "trascinamento" del rotore, il campo rotore risulta inverso per lo statore. Se tutto ciò deve succedere anche nella macchina bifase ad assi fissi, le correnti di rotore dovranno essere necessariamente a  $\omega$ , e non  $\omega_s$ : questo esattamente è fatto da  $TR(\theta)$ , che adatta la frequenza delle correnti al valore di velocità che mettiamo i campi nella macchina in fase. Ma modo di scrivere le equazioni può essere di aiuto: flussi dispersivi

$$\begin{aligned} I_{\alpha\beta}^S &= \omega_r I_{\alpha\beta}^S + L_m I_{\alpha\beta}^R = L_s I_{\alpha\beta}^S + L_m I_{\alpha\beta}^R \\ I_{\alpha\beta}^R &= \omega_r I_{\alpha\beta}^R + L_m I_{\alpha\beta}^S = L_r I_{\alpha\beta}^R + L_m I_{\alpha\beta}^S \end{aligned}$$

a ottenere il contributo del flusso della CORRENTE DI MAGNETIZZAZIONE  $I_{\alpha\beta}^m$  (ottenuto per la saturazione), con  $L_m = \frac{3}{2} M$  che è l'INDUTTANZA DI MAGNETIZZAZIONE

delle perdite Joule dei rami abituali e rotore, ed è una buona cosa. (16)

$$P = P_{js} + P_{jr} + (p\bar{I}_s) \times \bar{I}_s + (p\bar{I}_r) \times \bar{I}_r + (-j\bar{p}w_r \bar{I}_r) \times \bar{I}_r$$

$$(p\bar{I}_s) \times \bar{I}_s + (p\bar{I}_r) \times \bar{I}_r =$$

$$= \alpha_{js} (p\bar{I}_s) \times \bar{I}_s + \text{Im}(p\bar{I}_u) \bar{I}_s + \alpha_{jr} (p\bar{I}_r) \times \bar{I}_r + \text{Im}(p\bar{I}_u) \bar{I}_r =$$

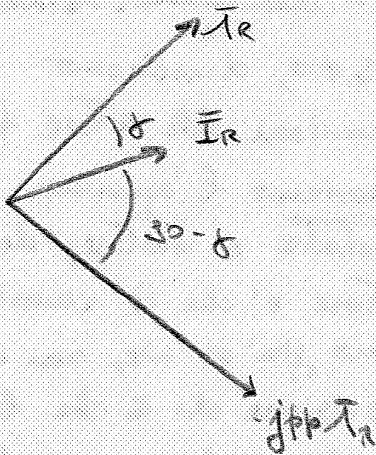
$$= \alpha_{js} (p\bar{I}_s) \times \bar{I}_s + \alpha_{jr} (p\bar{I}_r) \times \bar{I}_r + \text{Im}(p\bar{I}_u) \bar{I}_u =$$

$$= p \left( \frac{\alpha_{js} |\bar{I}_s|^2}{2} + \frac{\alpha_{jr} |\bar{I}_r|^2}{2} + \frac{\text{Im}(\bar{I}_u)^2}{2} \right) = P_{MAGNETI}$$

$$P = P_{js} + P_{jr} + P_{MAGNETI} + \underbrace{(-j\bar{p}w_r \bar{I}_r) \times \bar{I}_r}_{P_{MEC}}$$

$$P_{MEC} = C_m w_r = (j\bar{p}w_r \bar{I}_r) \times \bar{I}_r \Rightarrow$$

$$\Rightarrow C_m = (j\bar{p} \bar{I}_r) \times \bar{I}_r = p \cdot \underbrace{(j\bar{I}_r) \times \bar{I}_r}_{\text{COPPIA DI UNA SINGOLA COPPIA POLARE}}$$



$$C_m = (j\bar{p} \bar{I}_r) \times \bar{I}_r =$$

$$= |j\bar{p} \bar{I}_r| |\bar{I}_r| \cos(90 - \delta) =$$

$$= p |\bar{I}_r| |\bar{I}_r| \sin \delta =$$

$$= p |\bar{I}_r \wedge \bar{I}_r| =$$

$$= p \left[ \text{Im}(\bar{I}_r \bar{I}_r) + \text{Im}(\bar{I}_s \bar{I}_r) \right] =$$

$$= p \text{Im}(\bar{I}_s \bar{I}_r)$$

Sostituendo le equazioni magnetiche nella forma che consente le dispendi n, e facendo la derivata dei vettori di corrente, otteniamo la derivata dell'energia magnetica della macchina, e dunque la POTENZA MAGNETIZZANTI TOTALE della macchina

Tale potenza a regime non è nulla in quanto si trova istantaneamente un valore di corrente costante in modulo, è dunque nulla la derivata. Abbiamo identificato la potenza meccanica, e dividendola per  $w_r$  la COPPIA

MECANICA DELLA MACCHINA

A INDUZIONE. Sino' una

coppia proporzionale al polo polo? No, altrimenti otteniamo macchine con  $pp \rightarrow \infty$ . Infatti, separando  $pp$ , otteniamo la coppia di una singola coppia polare, in quanto il flusso è dato dall'accoppiamento di una coppia riferita a  $\theta_c$ . Rappresentiamo ora i vettori ad un certo istante: ricordando l'altra definizione di prodotto scalare, come prodotto del modulo dei vettori e del coseno dell'angolo compreso, poniamo al modulo del prodotto vettoriale fra  $\bar{I}_r$  e  $\bar{I}_r$ ; elevandolo  $\bar{I}_r$ , otteniamo la coppia come modulo del vettoriale tra  $\bar{I}_s$  e  $\bar{I}_r$ , moltiplicata per  $p \text{Im}$ . È un'espressione che ci dice del funzionamento del motore: lavoro meccanico tra le bobine e rotore allo

TRANSITORIO DI BRUSCA APERTURA DELL'ALIMENTAZIONE DEL MOTORE A B (17)

Una brusca apertura si identifica generalmente con un'interruzione quasi istantanea di corrente; finemente è un ondata, ma supponiamo che sia vero che  $I_s(0^+) = 0$  nel nostro modello dinamico. Lo suggerisce che  $I_s$  non può più essere variabile di stato, in quanto in  $x_{I_s}$  si avrebbe una risonanza a gradino. Supponiamo che la brusca apertura sia effettuata a moto: non ho corrente nel rotore, ma ho  $T_r$ , e' creato dalla corrente magnetizzante a moto (che e'  $I_{s0}$ ) ma nel rotore non ho cadute di tensione (se il funziona a moto,  $\omega_r = \omega_s$ , e quindi  $j\omega_s L_{r0} = 0$ ).

•  $I_s(0^+) = 0 \rightarrow I_s$  NO  
 VARIABILE DI STATO

• APERTURA IN FUNZIONAMENTO A VUOTO:  

$$\begin{cases} \bar{I}_s = \bar{I}_{s0} = \bar{I}_{m0} \\ \bar{I}_r = 0 \end{cases}$$

• PRIMA DELL'APERTURA:

$$\begin{aligned} \bar{V}_s &= R_s \bar{I}_{s0} + j\omega_s L_{s0} \bar{I}_{s0} \\ \bar{V}_r = 0 &= R_r \bar{I}_r + j(\omega_s - \omega_r) L_{r0} \bar{I}_{s0} \\ \bar{I}_{s0} &= L_s \bar{I}_{s0} + L_m \bar{I}_{m0} \\ \bar{I}_{r0} &= L_r \bar{I}_r + L_m \bar{I}_{m0} \end{aligned}$$

• DOPO L'APERTURA:

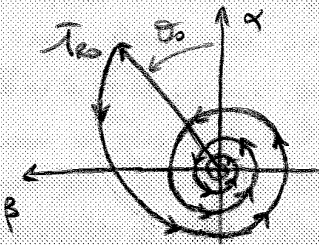
$$\begin{cases} \bar{V}_s = p \bar{I}_s \\ \bar{V}_r = 0 = R_r \bar{I}_r + p \bar{I}_r - j\omega_r L_{r0} \bar{I}_r \\ \bar{I}_s = L_m \bar{I}_r \\ \bar{I}_r = L_r \bar{I}_r \\ C_m = -j\omega_r L_{r0} \bar{I}_r \times \bar{I}_r \end{cases}$$

$$\frac{R_r}{L_r} \bar{I}_r + p \bar{I}_r - j\omega_r L_{r0} \bar{I}_r = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow p \bar{I}_r + \left( \frac{R_r}{L_r} - j\omega_r L_{r0} \right) \bar{I}_r = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \bar{I}_r = \bar{I}_{r0} e^{-\frac{t}{\tau_{eq}}}, \quad \tau_{eq} = \frac{1}{\frac{R_r}{L_r} - j\omega_r L_{r0}}$$

$$\Rightarrow \bar{I}_r = \bar{I}_{r0} e^{-\frac{t}{\tau_{eq}}} = \bar{I}_{r0} e^{-\frac{t}{\tau_r}} \cdot e^{j\omega_r t}, \quad \tau_r = \frac{L_r}{R_r}$$



$\omega_r$  e' risultato di una costante del tempo  $\tau_r$  grande ( $L_r = L_{r0} + \frac{3}{2} M$ ). A questo si ora' una transizione sinusoidale h.h.  $\tau_r$  - tempo (che nella

durante il transitorio si genera una corrente rotante che circola' da mantenere il flusso, ma che e' causa di perdite Joule (ed eventualmente meccaniche) tendera' ad estinguersi. L'equazione di coppia esprime il modello del transitorio ma non' luttano istantaneamente nulla, perche'  $I_s = 0$ , che significa (nell'altra formulazione) che ho  $\bar{I}_r \perp \bar{I}_r$ . Cerchiamo di risolvere il transitorio: sostituiamo l'equazione magnetica espressa secondo  $\bar{I}_r$  e scriviamo come  $\bar{I}_r$  abbia la forma di una coppia di vettori rotanti e ruotati nel tempo. Dallo  $\omega_r$  all'apertura, si potrà osservare un vettore spinale rotante alla velocità



# MODELLO DINAMICO ALIMENTATO IN CORRENTE DEL MOTORE A B

Se la corrente diventa la funzione a stato, ci si sbarazza delle due equazioni interconnesse la dinamica delle grandezze di stato. Siamo portati ad un modello del III° ordine, che anche risolto con uno schema diverso:

$$\begin{cases} \bar{V}_R = 0 = R_R \bar{I}_R + p \bar{I}_R - j p p \omega_s L_m \bar{I}_S \\ \bar{I}_R = L_e \ddot{\bar{I}}_R + L_m \ddot{\bar{I}}_S \\ C_m = (-j p p \omega_s L_m) \times \bar{I}_R \\ C_m = C_R = J \omega_s + p \omega_s R \\ p C_m = \omega_s R \end{cases}$$

REGIME

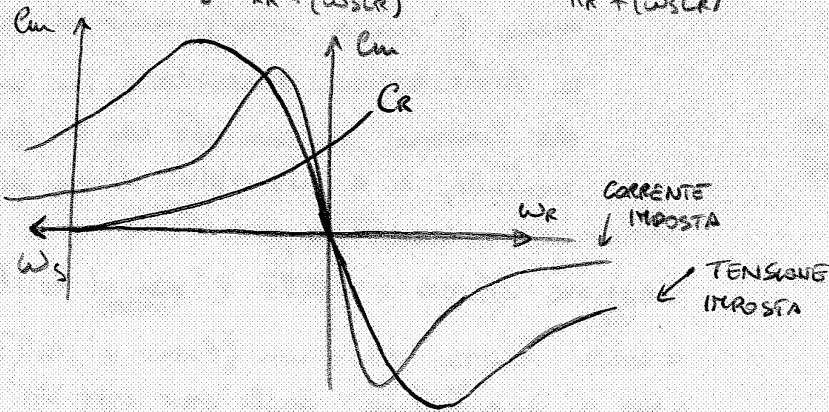
$$\begin{cases} \bar{V}_R = 0 = R_R \bar{I}_R + j \omega_s L_e \bar{I}_R \\ \bar{I}_R = L_e \ddot{\bar{I}}_R + L_m \ddot{\bar{I}}_S \end{cases}$$

$$\bar{I}_R = j \frac{R_R}{\omega_s} \bar{I}_R = L_e \ddot{\bar{I}}_R + L_m \ddot{\bar{I}}_S \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \bar{I}_R = \frac{L_m}{j \frac{R_R}{\omega_s} - L_e} \bar{I}_S = \frac{\omega_s L_m}{j R_R - \omega_s L_e} \bar{I}_S \Rightarrow |\bar{I}_R|^2 = \frac{(\omega_s L_m)^2}{R_R^2 + (\omega_s L_e)^2} |\bar{I}_S|^2$$

$$\begin{aligned} C_m &= (-j p p \omega_s L_m) \times \bar{I}_R = \\ &= p p \frac{R_R}{\omega_s} |\bar{I}_R|^2 \end{aligned} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow C_m = p p \frac{R_R}{\omega_s} \frac{(\omega_s L_m)^2}{R_R^2 + (\omega_s L_e)^2} |\bar{I}_S|^2 = p p \frac{R_R \omega_s L_m^2}{R_R^2 + (\omega_s L_e)^2} |\bar{I}_S|^2$$



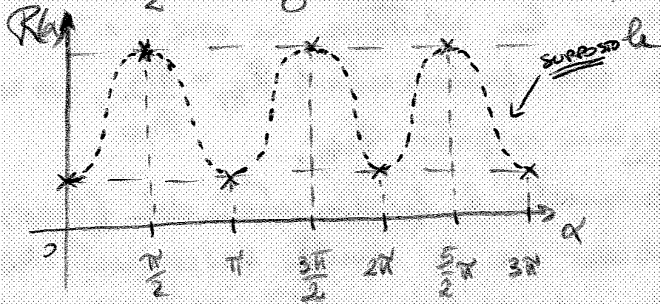
Vediamo il modello a regime della macchina: torniamo da  $p$  a  $j\omega$ ; il flusso resta a direzione semplicemente legata a  $\bar{I}_R$ , e la coppia dipende unicamente da  $\bar{I}_R$ , e dunque da  $\bar{I}_S$ .

A qualunque frequenza, la coppia resta a dipendere dalla pulsazione di riferimento  $\omega_s = s \omega_e$ . Cambia il valore di velocità in massima coppia:  $\omega_s = \frac{R_R}{L_e}$ , contro  $\omega = \frac{R_R}{L_s + L_e}$ , che è molto più piccolo; nel dire che lo stesso motore viene a dare più coppia verso il valore minimo, con un fronte salite più ripido, ma ha un momento di coppia ridotto, così come in

spunto. È dunque in grado di dare pari coppia in funzionamento sotto carico e con riferimento inferiore.

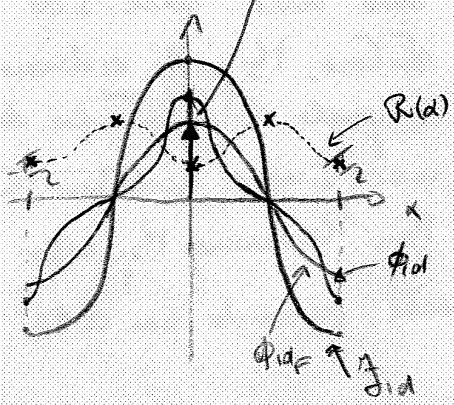
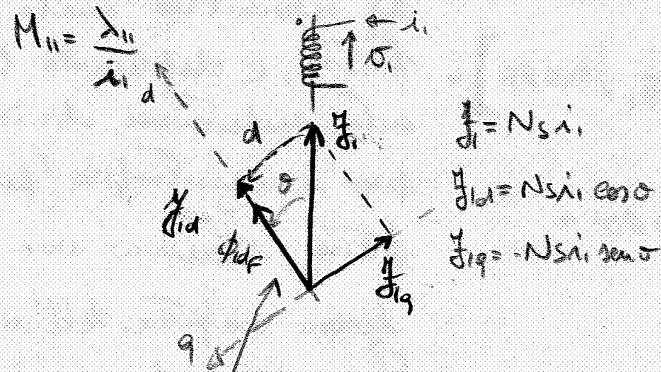


difficile da considerare). Però  $\theta$  come riferimento fra l'asse ss e d, ( $\theta$  è la ma densità come velocità istantanea di rotazione (e regime sono la velocità di sincronismo), possono operare un' ONDA DI RIUTTANZA AL TRAFERRO, appesante al rotore, di periodo  $\pi$ , con minimi  $\alpha = \pm k\pi$  e massimi  $\alpha = \pm \frac{2k+1}{2}\pi$ . Girando il rotore, cambia  $\theta$ , ma l'onda resta uguale, solo



$$\begin{cases} V_{123} = R_s I_{123} + p L_{123} \\ V_R = R_e i_R + p L_R \\ I_{123} = \frac{1}{\omega_s} I_{123} + M_{123}^{SS} I_{123} + M_{123}^{SR} i_R \\ I_R = \frac{1}{\omega_s} i_R + M_{123}^{RS} I_{123} + M_{123}^{RR} i_R \end{cases}$$

$$M(\theta) = \begin{bmatrix} M_{11}^{SS} & M_{12}^{SS} & M_{13}^{SS} & M_{11}^{SR} \\ M_{21}^{SS} & M_{22}^{SS} & M_{23}^{SS} & M_{21}^{SR} \\ M_{31}^{SS} & M_{32}^{SS} & M_{33}^{SS} & M_{31}^{SR} \\ M_{11}^{RS} & M_{12}^{RS} & M_{13}^{RS} & M_{11}^{RR} \\ M_{21}^{RS} & M_{22}^{RS} & M_{23}^{RS} & M_{21}^{RR} \\ M_{31}^{RS} & M_{32}^{RS} & M_{33}^{RS} & M_{31}^{RR} \end{bmatrix}$$



col rotore, e a statore sembra che trasli. Sono un problema che affrontiamo in seguito. Il rotore e' alimentato con un contatto scorrevole, ma ha un'one magnetico mobile. Scriviamo il set di equazioni elettriche e magnetiche: al rotore, ora sono distribuite nelle core e magneti consecutivamente. Le matrici delle induttanze hanno una dimensione differente:  $M(\theta)$  e' una  $4 \times 4$ , e come della singola bobina e rotore. Le fondamentali differenziali con l'orientamento e'  $M_{123}^{SS}$  e come dell'onda di riluttanza, ed e' questa matrice dipendente da  $\theta$ , e sono la matrice piu pesante da ricavare.

Precediamo ora a calcolare  $M_{123}^{SS}$ , e partiamo da  $M_{11}$ : e' il rapporto del flusso  $\lambda_{11}$  e della corrente  $i_1$ . Partiamo dalla fune: considero la  $\theta$ , posso proiettare la fune sugli assi d e q, lavorando con un filo e vedere la riluttanza dei definiti. Relazione tra le fune con le riluttanze nelle coordinate  $\alpha$ . Otteniamo una distribuzione di flusso  $\phi_{d1} = \frac{F_{d1}(\alpha)}{R(\alpha)}$ , dove  $F_{d1}$  e' come dell'anisotropia; e noi l'ottimo interna la fondamentale, e la rappresentiamo sull'asse d. Grazie a Fourier colleghiamo una rete per tutte le fondamentali, e ricaviamo la riluttanza in base ai FINI DELLA SOLA FONDAMENTALE DI CAMPO  $R_{d1} = \frac{F_{d1}}{\phi_{d1}}$ , che non e' il valore minimo di riluttanza, ma una serie di valore medio della rete di Fourier. Vediamo ora come l'one

$$\lambda_{21} = N_S^2 \left[ \phi_{d,r} \cos(120 - \theta) + \phi_{g,r} \cos(\theta - 30) \right] =$$

$$= \frac{N_S^2 i_1}{R_d} \cos(120 - \theta) - \frac{N_S^2 i_1}{R_g} \cos(\theta - 30) =$$

$$= \frac{N_S^2 i_1}{R_d} \cos \theta \cos(120 - \theta) - \frac{N_S^2 i_1}{R_g} \cos \theta \sin(120 - \theta)$$

$$\frac{\alpha + \beta}{2} = 5$$

$$\frac{\alpha - \beta}{2} = 120 - \theta$$

$$\Rightarrow \left. \begin{array}{l} \alpha = 120 \\ \beta = 2\theta - 120 \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow M_{21} = \frac{N_S^2}{R_d} \cdot \frac{\cos 120 + \cos(2\theta - 120)}{2} + \frac{N_S^2}{R_g} \frac{\cos 120 - \cos(2\theta - 120)}{2} =$$

$$= -\frac{1}{2} \left( \frac{M_d + M_g}{2} \right) + \frac{M_d - M_g}{2} \cos(2\theta - 120) = -\frac{1}{2} M_I + M_A \cos(2\theta - 120)$$

Inserisco e metto una certa numerazione nella matrice: per trovare le altre due autovalutazioni, basta ripeterle  $\theta$ : inserisco in  $M_{11}(120 - \theta)$  al posto

$$M_{22} = M_{11} \Big|_{\theta=120-\theta} = M_I + M_A \cos(2(120-\theta)) =$$

$$= M_I + M_A \cos(240 - \theta)$$

$$M_{33} = M_{11} \Big|_{\theta=240-\theta} = M_I + M_A \cos(2(240-\theta)) =$$

$$= M_I + M_A \cos(480 - \theta)$$

$$M_{123}^{SS} = M_{23I}^{SS} + M_{23A}^{SS}$$

$$M_{123I}^{SS} = M_I \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & 1 & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 1 \end{bmatrix}$$

$$M_{123A}^{SS} = M_A \begin{bmatrix} \cos 2\theta & \cos(2\theta - 120) & \cos(2\theta - 240) \\ \cos(2\theta - 120) & \cos(2\theta - 240) & \cos 2\theta \\ \cos(2\theta - 240) & \cos 2\theta & \cos(2\theta - 120) \end{bmatrix}$$

oltre simmetria rispetto la diagonale. Possiamo a completarla la diagonale di  $L(\theta)$ :

Ricordiamo le formule trigonometriche:

$$\left\{ \begin{array}{l} \cos\left(\frac{\alpha+\beta}{2}\right) \cos\left(\frac{\alpha-\beta}{2}\right) = \frac{\cos \alpha + \cos \beta}{2} \\ \sin\left(\frac{\alpha+\beta}{2}\right) \sin\left(\frac{\alpha-\beta}{2}\right) = -\frac{\cos \alpha - \cos \beta}{2} \end{array} \right.$$

Sappiamo quali angoli si hanno, dunque ricaviamo ancora la dipendenza da  $\theta$ .

riconiamo  $M^{RR}$ . L'asse magnetico di rotazione è l'asse d: posso porre mi(

de R de uore e' di rotazione autonoma, e asse e' d.

$$R = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix}$$

Applichiamo R a tutte le grandezze e equazioni di valore

$$R_{\text{cur}} \cdot \text{eq. elt. st} \Rightarrow V_{dq} = R_s I_{dq} + R_{\text{cur}} p ({}^T R_{\text{cur}} I_{dq}) = R_s I_{dq} + p I_{dq} + \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \omega_p R_{\text{cur}} I_{dq}$$

$$1. \text{ eq. elt. st} \Rightarrow v_r = R_r i_r + p \lambda_r$$

$$R_{\text{cur}} \cdot \text{eq. magn. st} \Rightarrow I_{dq} = \lambda_{\text{st}} I_{dq} + \frac{3}{2} M_{\text{st}} I_{dq} + \frac{3}{2} M_{\text{a}} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} I_{dq} + \frac{\sqrt{3}}{2} M_{\text{a}} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} I_{dq}$$

$$1. \text{ eq. magn. rot} \Rightarrow I_r = \lambda_{\text{rot}} i_r + \sqrt{\frac{3}{2}} M_{\text{a}} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} I_{dq} + M_{\text{a}} i_r$$

Se e' di gran lunga semplificare il modello, e mettere unicamente l'asse d interagisce nella scambio di energia tramite accoppiamento magnetico. Servono per componenti le equazioni: ricordarsi che  $M_{\text{st}} = \frac{M_{\text{d}} + M_{\text{q}}}{2}$  e  $M_{\text{a}} = \frac{M_{\text{d}} - M_{\text{q}}}{2}$  e possiamo e parametri realmente invariante la macchina. Se la macchina e' isotropa,  $L_{\text{d}} = L_{\text{q}} = L_{\text{s}}$ , esse' INDUTTA

$$\begin{cases} v_d = R_s i_d + p \lambda_d - \omega_p \lambda_q \\ v_q = R_s i_q + p \lambda_q + \omega_p \lambda_d \\ v_r = R_r i_r + p \lambda_r \end{cases}$$

per componenti le equazioni: ricordarsi che  $M_{\text{st}} = \frac{M_{\text{d}} + M_{\text{q}}}{2}$  e  $M_{\text{a}} = \frac{M_{\text{d}} - M_{\text{q}}}{2}$  e possiamo e parametri realmente invariante la macchina. Se la macchina e' isotropa,  $L_{\text{d}} = L_{\text{q}} = L_{\text{s}}$ , esse' INDUTTA

$$\begin{cases} \lambda_d = \lambda_{\text{st}} i_d + \frac{3}{2} M_{\text{st}} i_d + \frac{3}{2} M_{\text{a}} i_d + \sqrt{\frac{3}{2}} M_{\text{a}} i_r \\ \lambda_q = \lambda_{\text{st}} i_q + \frac{3}{2} M_{\text{st}} i_q - \frac{3}{2} M_{\text{a}} i_q \\ \lambda_r = \lambda_{\text{rot}} i_r + \sqrt{\frac{3}{2}} M_{\text{a}} i_d + M_{\text{a}} i_r \end{cases}$$

L SINCRONA IN ASSE d

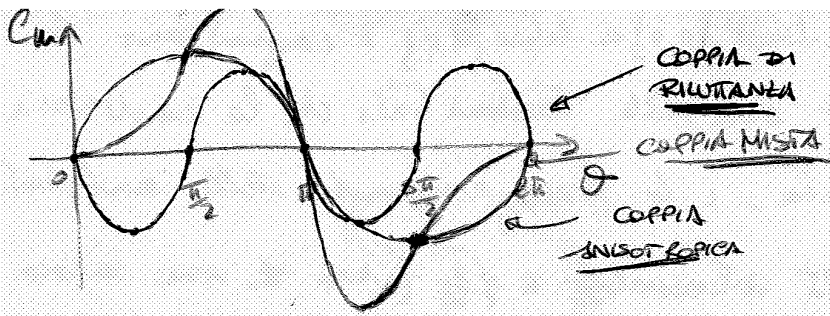
$$\Rightarrow \begin{cases} \lambda_d = (\lambda_{\text{st}} + \frac{3}{2} M_{\text{a}}) i_d + \sqrt{\frac{3}{2}} M_{\text{a}} i_r = L_{\text{d}} i_d + M_{\text{a}} i_r \\ \lambda_q = (\lambda_{\text{st}} + \frac{3}{2} M_{\text{a}}) i_q = L_{\text{q}} i_q \\ \lambda_r = (\lambda_{\text{rot}} + M_{\text{a}}) i_r + \sqrt{\frac{3}{2}} M_{\text{a}} i_d = L_{\text{r}} i_r + M_{\text{a}} i_d \end{cases}$$

L SINCRONA IN ASSE q

L TOT DI ROTORE

A regime, le grandezze migliori d e q diventano costanti, e il rotore ruota alla velocità di sincronismo. Se ignoriamo l'asse q, e combiniamo: pedico q in a e R in ecc., otteniamo il modello della macchina in continua cui conferme l'analisi che c'e' la macchina DC e sincrona, come si ha un'analisi fra trasformatore e motore a B. La macchina risulta controllabile, tuttavia le serie degli accoppiamenti: rotanti e commutatore per lo statore. Completiamo il modello con l'equazione di coppia: l'otteniamo il valore da un bilancio di potenza, su cui considereremo le perdite Joule a statore e rotore e la potenza meccanica della macchina.

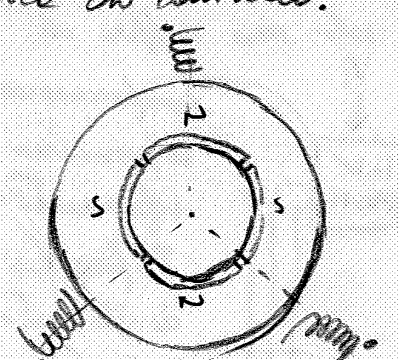




I motori brushless e MP (22) hanno una logica di controllo in cui  $\vec{I}_s = j i_q$ .

I brushless hanno una struttura a MP rotore esterno (e dunque isotropa a rotore) con un numero di coppie polari fra 2 e 4,

e uno statore trifase detto TRAPEZIO o SINUSOIDALE, dove sinusoidale della forma d'onda che si genera a moto e statore se si trasforma il rotore. Basti sapere che per queste due tipologie cambia di molto la tecnica di controllo. Cambiano le equazioni: trasformiamo i magneti come avvolgimenti a corrente costante, e ad da un termine costante dovuto al movimento del flusso dei magneti con gli avvolgimenti statorici. L'eq. mag. di rotore può essere utile se si vuole vedere come reagisce il magnete alle fonti esterne che vogliono magnetizzarlo. Se  $\lambda_m$  è quasi costante (con magneti della Tene rare e raso, sono molto resistenti alla magnetizzazione), allora  $L_d \approx L_q = L_s$ .



$$\begin{cases} V_d = R_s i_d + p \lambda_d - p \omega_r \lambda_q \\ V_q = R_s i_q + p \lambda_q + p \omega_r \lambda_d \end{cases}$$

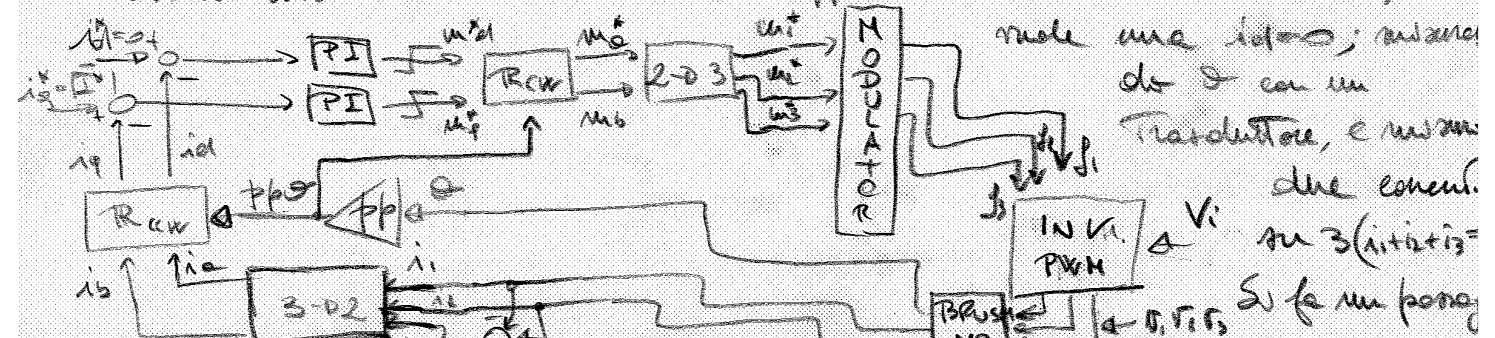
EQ. ELTR MOTILE!

$$\begin{cases} \lambda_d = L_d i_d + \lambda_m \\ \lambda_q = L_q i_q \\ \lambda_m = L_r^* I_{MP} + M^* i_d \end{cases}$$

$\rightarrow C_m = p p \lambda_m i_q$

Il controllo della corrente  $I_d$  è un controllo inattivo, ed è necessario, dire a  $\theta$ , una fonte a tensione variabile: è un convertitore al PWM, piuttosto che al six-step, in

questo quest'ultimo tratta di  $60^\circ$  in  $60^\circ$ . Vediamo lo schema di un convertitore di un brushless in coppia: a partire dal modello, si



# REGIME DELLA MACCHINA SINCRONA

(23)

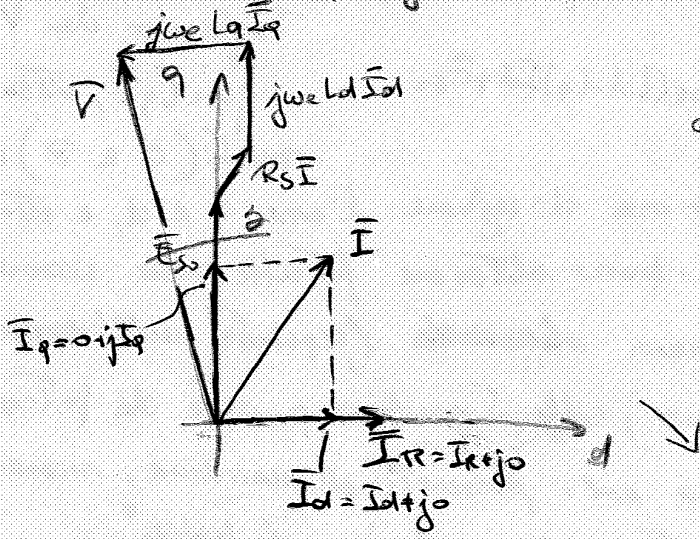
Se nelle macchine a B e regime si ha una corrispondenza fra vettori spaziali e fisici, nelle macchine diverse si hanno delle costanti, per cui le derivate e' nulla, inoltre, a regime  $\omega_{pwr} = \omega_e = \omega_{mf}$ . Il flusso che rotore non e' tanto importante a regime, sostituiamo le eq. con in quelle elto: otteniamo un termine ( $\omega_e M I_R$ ) che in macchine elettriche I operano identifica.

$$\begin{cases} V_d = R_s I_d + p \lambda_d - \omega_e L_q I_q \\ V_q = R_s I_q + p \lambda_q + \omega_e L_d I_d \\ V_r = R_r I_r + p \lambda_r \\ \lambda_d = L_d I_d + M I_r \\ \lambda_q = L_q I_q \\ \lambda_r = L_r I_r + M I_d \end{cases}$$

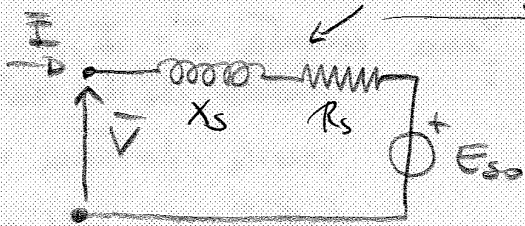
$$\begin{aligned} 1 \quad V_d &= R_s I_d - \omega_e L_q I_q & \bar{E}_s \\ 2 \quad V_q &= R_s I_q + \omega_e L_d I_d + \omega_e M I_r & \end{aligned}$$

$$1 + j2 \Rightarrow V_d + j V_q = R_s (I_d + j I_q) + \omega_e (L_q I_q + j L_d I_d) + \bar{E}_s$$

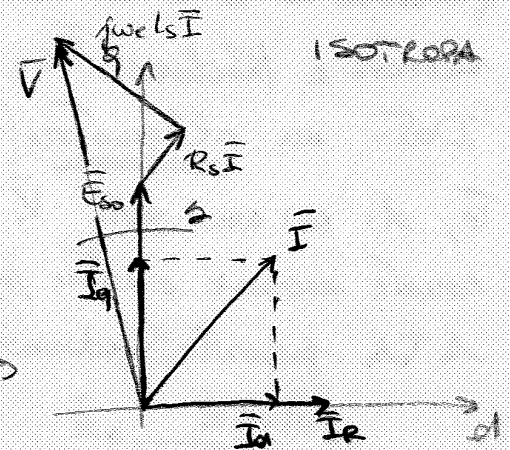
$$\Rightarrow \bar{V} = R \bar{I} - \omega_e (L_q I_q + j L_d I_d) + \bar{E}_s$$



$$\bar{V} = R \bar{I} + j \omega_e L_s \bar{I} + \bar{E}_s$$

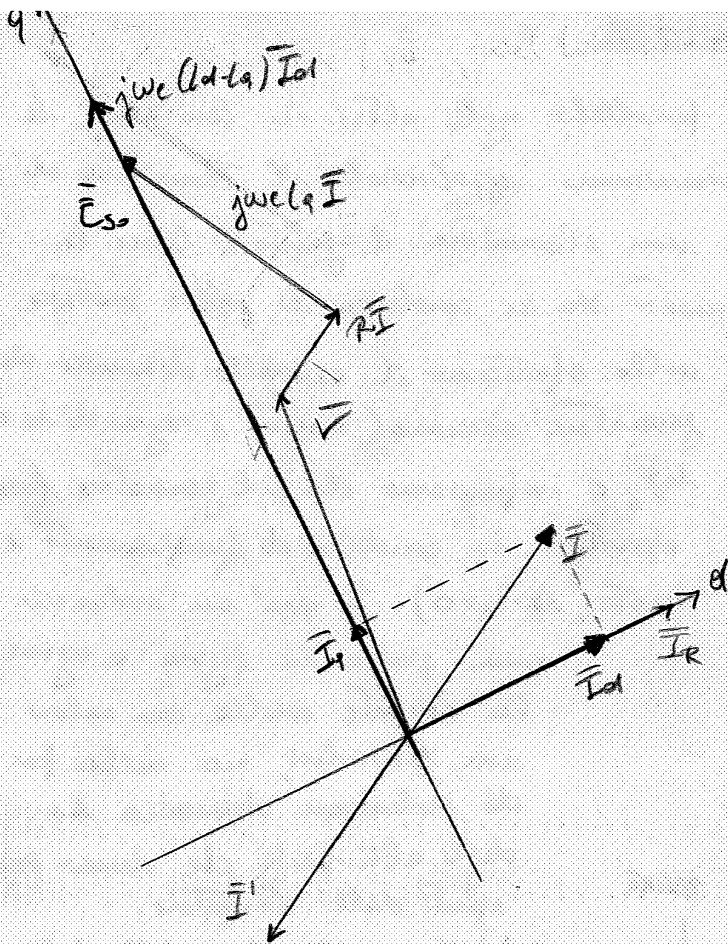


to come FEM a vuoto  $\bar{E}_s$  dipendente dalla saturazione rispetto  $I_r (I_{ca})$ , ma per noi no in quanto le distribuzioni sinusoidali degli avvolgimenti e' portati in linearita' magnetica. Possiamo ora andare in notazione vettoriale e disegnare i vettori, definendo  $\bar{I}_r = I_r + j0$ ,  $\bar{I}_d = I_d + j0$  e  $\bar{I}_q = 0 + j I_q$ . Se la macchina e' isotropa,  $L_s = L_d = L_q$ .



Abbiamo il circuito equivalente che consideriamo: le grandezze si riferiscono alla macchina nella sua interezza, e i poteri

tra sono invarianti, in quanto le grandezze sono  $\sqrt{3}$  volte quelle di linea in trifase. Definiamo  $\phi$  l'angolo di carico della macchina sincrona,



Al continuo della trattazione (24) del motore, in cui Taglieremo a  $V$  le cadute di tensione per reazione  $\vec{E}_{s0}$ , adesso lo dobbiamo aggiungere: per erogare una certa potenza e sottoporre una situazione di carico, dov'è erogare più potenza di quella che ha nel  $T_0$  che nelle scarse l'ome  $q$ , Taglieremo l'ultima caduta per reazione  $\vec{E}_{s0}$ . Per passare a  $\vec{I}_R$ , le scelte sono due: se siamo in linea con magnetica, allora  $\vec{E}_{s0} = I_R$ , altrimenti  $\omega_e M$  memoria la curva di saturazione magnetica. Tale valore di  $E_{s0}$  si lega al valore efficace  $T_{eff}$  tramite un  $\sqrt{3}$ .

Affrontiamo infine la coppia a regime: partate le grandezze e regime, ci soffermiamo a fianco il diagramma vettoriale e impostiamo le grandezze costanti. Se ignoriamo le cadute resistive ( $R_a$  nelle macchine grandi, e nelle macchine piccole e veloci le cadute resistive sono di molto inferiori alle fem motrici) ed elaborare

$$C_m = \frac{p}{\omega_e} [(L_d - L_q) I_d I_q + M I_R I_q] \Big|_{RES} =$$

$$= \frac{p}{\omega_e} [(L_d - L_q) I_d I_q + M I_R I_q]$$

$$\vec{V} = \vec{R}_a \vec{I} + (j\omega_e L_q \vec{I}_q + j\omega_e L_d \vec{I}_d) + \vec{E}_{s0}$$

$$V_d = -\omega_e L_q I_q = -V \sin \delta$$

$$V_q = \omega_e L_d I_d + E_0 = V \cos \delta$$

$$C_m = \frac{p}{\omega_e} \left[ (L_d - L_q) \frac{V_q - E_0}{\omega_e L_d} \left( -\frac{V_d}{\omega_e L_q} \right) + \frac{E_0}{\omega_e} \left( -\frac{V_d}{\omega_e L_q} \right) \right] =$$

$$= \frac{p}{\omega_e} \left[ \frac{(X_d - X_q)}{X_d X_q} (V \cos \delta - E_0) V \sin \delta + \frac{E_0 V}{X_q} \sin \delta \right] =$$

$$= \frac{1}{\omega_e} \left[ \frac{E_0 V}{X_q} \sin \delta + \frac{X_q - X_d}{X_d X_q} E_0 V \sin \delta + \frac{X_d - X_q}{X_d X_q} V^2 \cos \delta \sin \delta \right] =$$

$$= \frac{1}{\omega_e} \left[ \frac{E_0 V}{X_d} \sin \delta + \frac{1}{2} \frac{X_d - X_q}{X_d X_q} V^2 \sin 2\delta \right]$$

COPPIA DI PIU' TANGENZIALE

COPPIA ANISOTROPICA

no un po' le formule  
altre  
sempre  
che T<sub>max</sub>  
uno di vlettromi a  
uno di anisotropia (quell  
di vlettromi e quello che sono  
abituati a essere.



e infine il REGIME, in cui l'avvolgimento è sottoposto alle azioni della id. (25)  
 da comune rotazione cerca di tornare per opporsi alle situazioni di Transitorio,  
 ma tenderà sempre alle condizioni pregresse.

Analizziamo il regime precedente: sotto a moto, in sincronismo, e a rotore ha  
 una semplice legge di Ohm. Analizziamo

$$V_d = R_s I_d - \omega_e \lambda_g \Rightarrow V_d = 0$$

$$V_q = -R_s I_q + \omega_e \lambda_d = \omega_e M I_{ra} = E_{so}$$

$$V_r = R_r I_r \Rightarrow I_{ra} = \frac{V_r}{R_r}$$

$$\lambda_d = -L_d I_d + M I_{ra} = M I_{ra}$$

$$\lambda_q = -L_q I_q = 0$$

$$\lambda_r = L_r I_{ra} - M I_d = L_r I_{ra}$$

ora la situazione nel regime del  
 corto circuito: sicuramente ho tensione  
 nulla a rotore, e si rimpicciolisce  $R_s$   
 trascurabile (ipotesi realistica), si vede che  
 anche i flussi sono nulli,  $\omega_e = \omega_s$ ,  
 e le derivate sono trascurate nulle.

Si vede come la  $I_d$  non è dipendente  
 da  $E_{so}$  e  $X_d$ : se paragoniamo  
 per  $I_r$  e  $I_{ra}$ , otteniamo dei  
 valori all'incirca nominali:  
 succede questo perché la  
 macchina si magnetizza in tutti  
 gli assi. Se sul diagramma  
 rettilineo  $I_d$  e  $I_r$  risultano  
 equivalenti, si ricorda che questo  
 $I_d$  è nel modello de

REGIME DI CORTO

$$V_d = -R_s I_d - \omega_e \lambda_q \Rightarrow I_q = 0$$

$$V_q = -R_s I_q + \omega_e \lambda_d \Rightarrow \lambda_d = 0$$

$$V_r = R_r I_r \Rightarrow I_{ra} = \frac{V_r}{R_r}$$

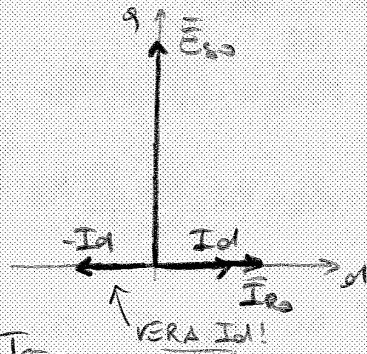
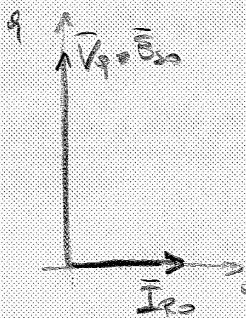
$$\lambda_d = -L_d I_d + M I_{ra} = 0 \Rightarrow I_d = \frac{M}{L_d} I_{ra} = \frac{M I_{ra}}{L_d} = \frac{E_{so}}{X_d}$$

$$\lambda_q = -L_q I_q = 0 \Rightarrow I_q = 0$$

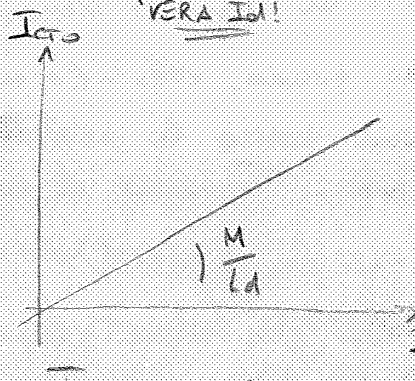
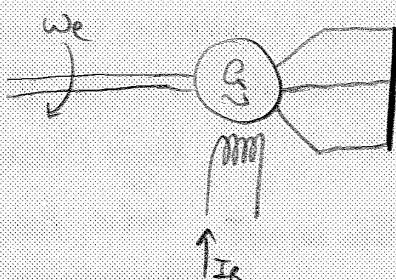
$$\lambda_r = L_r I_{ra} - M I_d = \frac{L_r L_d - M^2}{L_d} I_{ra}$$

PRE-GUASTO

→ DOPO GUASTO



PROVA IN CORTO



alternatore: nella realtà, è  
 opposta; un'altra prova che  
 è comune che la macchina  
 è magnetizzata e la prova  
 in corto dell'alternatore:

Trascuro il motore con  $I_{ra}$   
 quando in corto lo statore,  
 ottendo i tempi di regime e  
 inizio a far notare  $I_r$ .

Ottengo una caratteristica  
 rettilinea, per questo tempo  
 feno, e ciò succede insieme  
 Te se la macchina si è  
 Ir magnetizzata.

Tornando alla macchina: cerchiamo delle formule  
 che ci aiutino a dare una descrizione del fenomeno; specifichiamo in FASE 1  
 e FASE 2 da non confondersi con subtrans. e trans. e totalmente intransienti.

Ricordo anche  $i_q$ , e osservo che  $i_d q$  muta come  $-w_e$ , ma  $i_d q$  muta  $(26)$   
 ma con  $w_e$ , per cui si ha un campo fisso, e durante questa fase  
 l'asse q rimane ad essere importante. Ricorriamo le espressioni: possiamo p  
 le  $R_{cr}$  e  $T_{10}$ , e scegliendo  
 i, perché la più facile da  
 ottenere, ricaviamo una forma  
 del tipo:

$$\begin{cases} i_q = -\frac{\lambda q}{L_q} = \frac{M}{L_q} I_{r0} \cos w_e t \\ i_d = \frac{\lambda d}{L_d} - \frac{M I_{r0}}{L_d} = \frac{M I_{r0}}{L_d} (1 - \cos w_e t) \end{cases}$$

$$i_{F1} = \frac{\sqrt{2} \tilde{E}_{s0}}{X'_d} \cos w_e t + \left[ \underbrace{-\frac{1}{2} \frac{\sqrt{2} \tilde{E}_{s0}}{X'_d X'_q} (X'_d + X'_q)}_{I_{ow}} - \underbrace{\frac{1}{2} \frac{\sqrt{2} \tilde{E}_{s0}}{X'_d X'_q} (X'_q - X'_d)}_{I_{ow}} \cos w_e t \right]$$

Considerando la  $R_s$ , si mette un'esponenziale davanti al termine in quadra

$$i_{F1, SM} = \frac{\sqrt{2} \tilde{E}_{s0}}{X'_d} \cos w_e t + (I_{ow} + I_{ow}) e^{-T_{10} t}, \quad T_{10} = -\frac{L}{R_s} \quad \text{che sono le COMPONENTI UNIDIREZIONALI e la COMPONENTE DISTORCENTE}$$

Affrontiamo la fase #2: è tale se le derivate dei flussi sono nulle, e  
 avviene quando durante la fase #1 T-D 0. Aggiungiamo gli poteri di  
 congiunzione del regime steady state e quello giusto: rispetto a tutte le  
 dinamiche di stato, in quanto le  $x_{12}$  si comportano separatamente (non è il  
 regime!), consideriamo ora l'equazione di rotore. A corso delle derivate  
 nulle e delle tensioni nulle, anche  
 i flussi di stato sono nulle. In  
 particolare,  $i_q = 0$ , e ciò è confortato  
 in quanto a regime l'asse q non gioca  
 assolutamente il comportamento dello  
 stato tramite il rotore: esprimiamo  
 $i_d$  e  $i_q$  in funzione della  $i_d$  e  
 risolviamo il sistema che viene  
 fuori dall'eq. elt. di rotore.  
 A T-D 0 otteniamo  $I_{d0} = \frac{E_{s0}}{X'_d}$ ,  
 ma  $I_{d0} = \frac{E_{s0}}{X'_d}$ , con le espressioni

$$\begin{cases} \dot{w}_d = 0 = p \dot{\delta} - w_e \dot{\delta} = 0 \\ \dot{w}_q = 0 = p \dot{\delta} + w_e \dot{\delta} = 0 \\ \dot{w}_r = R_r i_r + p \delta \\ \dot{\lambda}_d = 0 = -L_d \dot{i}_d + M i_r - D_r R = \frac{L_d}{M} \dot{i}_d \\ \dot{\lambda}_p = 0 \rightarrow \dot{i}_p = 0 \\ \dot{\lambda}_r = L_r i_r - M i_d \end{cases}$$

$$i_r = \frac{L_r L_d}{M} \dot{i}_d - M i_d = \frac{L_r L_d - M^2}{M} \dot{i}_d$$

$$M i_r = \frac{R_r L_d}{M} \dot{i}_d + \frac{L_r L_d - M^2}{M} p i_d \Rightarrow$$

$$\rightarrow i_d = I_{d0} + (I_{d0} - I_{d0}) e^{-T_{10} t}$$

el regime della fase #2.