



Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino

Appunti universitari

Tesi di laurea

Cartoleria e cancelleria

Stampa file e fotocopie

Print on demand

Rilegature

NUMERO: 774

DATA: 15/11/2013

APPUNTI

STUDENTE: Sobrino

MATERIA: Termocinetica, Termofluodinamica

Prof. Zanino

Il presente lavoro nasce dall'impegno dell'autore ed è distribuito in accordo con il Centro Appunti.

Tutti i diritti sono riservati. È vietata qualsiasi riproduzione, copia totale o parziale, dei contenuti inseriti nel presente volume, ivi inclusa la memorizzazione, rielaborazione, diffusione o distribuzione dei contenuti stessi mediante qualunque supporto magnetico o cartaceo, piattaforma tecnologica o rete telematica, senza previa autorizzazione scritta dell'autore.

ATTENZIONE: QUESTI APPUNTI SONO FATTI DA STUDENTIE NON SONO STATI VISIONATI DAL DOCENTE.
IL NOME DEL PROFESSORE, SERVE SOLO PER IDENTIFICARE IL CORSO.

04-03-2013

TERMOCINETICA e TERMOFLUIDODINAMICA

LEZIONE 1

ZANINO 011-0904480

scaricare software IHT da www.wiley.com/go/global/incropera
scaricare il testo e cliccare su "student companion site"
Interactive heat transfer

compilare: leona MAR 15-16
messi via e-mail

esame: scritto + orale (solo >= 27 con leona e IHT)

ci si può ritirare, ma non rifiutare il voto

Foundations of Heat Transfer

meccanismo di energia causato da un salto di temperatura

conduzione Conversione immagazzinamento

lineare solo le equazioni con prima potenza, fluidodinamica non equazioni in
lineari

conduzione => solido o fluido stazionario

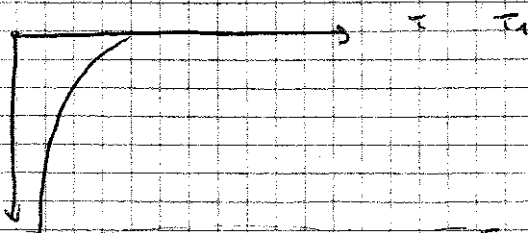
q" simbolo di trasferimento di calore
[W/m²] flusso termico heat flux
non c'è nulla che si muove

convezione legata al moto macroscopico di fluidi, ADVECTION cioè
che è dato solo dal moto macroscopico.

convezione = ADVECTION + conduzione, somma di due contributi
superficie solida esposta a un fluido in moto

immagazzinamento => qualunque superficie a qualunque temperatura immette
radiazioni, c'è flusso termico netto con salto di temperatura

meccanismi microscopici



profilo di temperatura in un gas
flusso netto di molecole è nullo
gas stazionario, ma energia è
maggiore nelle particelle a contatto
con la superficie calda

stato limite = regione in cui varia la velocità e la temperatura di equilibrio

Regime di BULK = quieto

stato limite idraulico, idrodinamico

stato limite termico

advection + conduzione => convezione

vicino alle pareti la velocità va a zero, advection ~~se e no~~, rimane solo la conduzione

convezione forzata

una ventola che forza
due correnti d'aria su
un corpo

convezione naturale

in assenza di una forzante esterna
c'è presenza di gravità e variazione
della densità del fluido dovuta al gradiente
di temperatura

BUOYANCY forze di galleggiamento

BOUY BOE

calore sensibile legata all'energia interna
calore latente, transizioni di fase

piccola



dappenne solo conduzione, poi moti convettivi in conduzione
monofase (solo acqua liquida), quindi inizia a di
nucleazione in forma di vapore

le bollicine si liberano e cambiano il modo
in moltiplicano per il fluido con una variazione di fase

le cose vanno bene fino a quando le bolle non sono molte
le bolle coalescono, in forma un film di vapore, crisi termica
non conduce bene

legge attribuita a Newton $q'' = h(T_s - T_{\infty})$ per convezione la superficie a T_s e
a Newton fluido a T_{∞}

T_{∞} temperatura del Bulk

h coefficiente di scambio termico

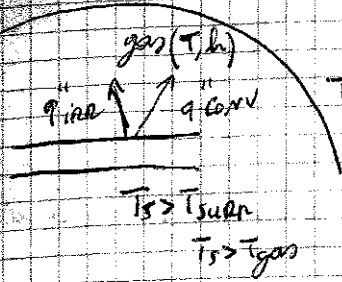
$$q''_x = -k \frac{dT}{dx}$$

$$\frac{W}{m^2} \quad \frac{K}{m}$$

$$k = [W/mK]$$

$$q''_x = h(T_s - T_{\infty}) \quad h = \left[\frac{W}{m^2 \cdot K} \right]$$

$$\frac{W}{m^2} \quad K$$



T_{sur} surroundings uniform

surroundings sono a loro volta emittitori

$$q''_{rad} = \frac{q}{A} = \underbrace{\epsilon \epsilon_b(T_s)}_{\text{flusso ceduto}} - \underbrace{\alpha G}_{\text{flusso assorbito ricevuto dai surroundings}} = \epsilon \sigma (T_s^4 - T_{sur}^4)$$

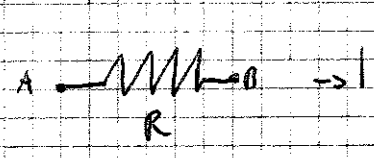
$$\alpha = \epsilon$$

$$q_{rad} = h_r A (T_s - T_{sur})$$

$$h_r = \epsilon \sigma (T_s + T_{sur}) (T_s^2 + T_{sur}^2)$$

vale se ΔT è piccolo come nel pincolo

h_r coefficiente di scambio termico radiativo
 Analogia elettrica dello scambio termico



$$I = \frac{V_A - V_B}{R}$$

$$\Delta V = \Delta T$$

$$I = \phi = q''$$

$R =$ resistenza termica R_t

$$q'' = -k \frac{\Delta T}{L}$$

$$-E/k = R_0$$

Prima legge della Termodinamica

Conservazione dell'energia

$$\Delta E_{int}^{tot} = Q - W$$

variazione di energia totale accumulata (stocc) nel sistema

Q calore

W lavoro delle forze che agiscono sul sistema

$Q > 0$ fornito al sistema

$W > 0$ svolto dal sistema

$Q < 0$ ~~per~~ ceduto dal sistema

$W < 0$ svolto sul sistema

0,7 campo di moto incompressibile, non influenzano la densità

$$M^2 \ll 1$$

Compressibilità in termini del campo di moto

Compressibilità: ρ in funzione della velocità del fluido è confrontabile con quella del mare (in fondo al botto, al mare)

Termini di Sorgente

combustioni, reazioni nucleari

ADVECTION energia portata dal fluido dentro o fuori dal sistema

lavoro fatto dalle forze di pressione attraverso le superfici di controllo

Flow work, lavoro tecnico, in distoglie dalle altre forme di lavoro perché con U dà l'entalpia

$$\dot{m} \left(U + pV + \frac{V^2}{2} + gz \right)_{in} - \dot{m} \left(U + pV + \frac{V^2}{2} + gz \right)_{out} + \dot{q} - \dot{W} = 0$$

in condizioni stazionarie

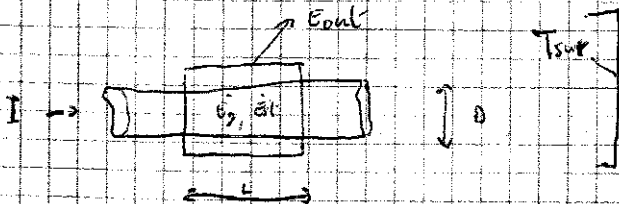
calore $\dot{q} =$ flusso di entalpia in uscita - flusso di entalpia entrante

$$\dot{q} = \dot{m} c_p (T_{out} - T_{in})$$

$$dh = c_p dt \quad \text{se } c_p \text{ è costante}$$

non è vero in generale

aria T_{∞} , h coefficient di scambio termico



$$\rho, c, \epsilon = \alpha \text{ emittività}$$

$$\dot{E}_g - \dot{E}_{out} = \dot{E}_{sc}$$

$$\dot{E}_g = \dot{m} h_c L$$

$$\dot{E}_{out} = \text{convezione e irraggiamento} = h(\pi DL)(T - T_{\infty}) + \epsilon \sigma (\pi DL)(T^4 - T_{surf}^4)$$

$$\dot{E}_{sc} = \frac{dU}{dt} = \frac{d}{dt} (\rho V c T)$$

$$\dot{m} h_c \pi D L (T - T_{\infty}) + \epsilon \sigma (\pi DL)(T^4 - T_{surf}^4) = \frac{d}{dt} (\rho V c T)$$

Conduttività

Conduttività termica
proprietà termica materiali anisotropi = varia nelle 3 direzioni
esempio la grafite

03-03-2013

Terme Lenz

la conduttività termica varia con lo stato fisico della materia
fononi (onde di reticolo) + elettroni di conduzione determinano la conduttività elettrica

$$K = \frac{1}{3} C \bar{v} \lambda_{mfp} \quad 3 \text{ termini per la cond. term.}$$

C calore specifico degli elettroni per unità di volume

\bar{v} v. media degli elettroni

λ_{mfp} mean free path cammino libero medio degli elettroni

rispetto a collisioni, cammino che il fonone o l'elettrone copre senza essere perturbato

per i fononi le collisioni possono essere con il reticolo o con altri fononi
la cond. varia con la variazione del cammino libero di portatori di energia

$$K = K_e + K_{ph} \quad \text{si sommano i contributi degli elettroni e di fononi.}$$

K_e è inversamente proporzionale alla resistività elettrica del materiale
la dipendenza da τ varia

ferro = K diminuisce con τ

acciaio, platino = K aumenta con τ

(vedi log-log)

log-log se varia varia molto

Effetti Mica e in Monocristallo

Fononi sono onde (frequenza o particelle)

la conduttività termica è funzione della struttura della materia

Liquidi

$$K \approx \frac{1}{3} C v \bar{c} \lambda_{mfp} \quad \text{per i gas}$$

$$\lambda_{mfp} = \frac{k_B T}{\sqrt{2} n d p}$$

$$k_B = 1,381 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}$$

Condizione di continuità = capacità di condurre calore e di immagazzinarlo
 calore scambiato fra due capacità

alta diffusività \Rightarrow reagisce velocemente alle sollecitazioni termiche
 bassa diffusività \Rightarrow trasmissione rallentata

$$k \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) + \dot{q} = \rho c_p \frac{\partial T}{\partial t}$$

|
 generazione interna sotto di calore

derivata rispetto del tempo

k sta dentro alla derivata perché può essere funzione della posizione e della temperatura
 non è la forma più generale perché è scritta in equazione cartesiane cartesiane
 (risolvibile come con equazione vettoriale)

Coordinate cilindriche
 aggiornare della trasmissione del calore

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(k r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial \phi} \left(k \frac{\partial T}{\partial \phi} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(k \frac{\partial T}{\partial z} \right) + \dot{q} = \rho c_p \frac{\partial T}{\partial t}$$

Termine assintotico
 termine radiale e termine assintotico hanno una metrica

Coordinate sferiche

$$q_r = -k \frac{\partial T}{\partial r}$$

$$q_\theta = -\frac{k}{r} \frac{\partial T}{\partial \theta}$$

$$q_\phi = -\frac{k}{r \sin \theta} \frac{\partial T}{\partial \phi}$$

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(k r^2 \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial}{\partial \phi} \left(k \frac{\partial T}{\partial \phi} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(k \sin \theta \frac{\partial T}{\partial \theta} \right) + \dot{q} = \rho c_p \frac{\partial T}{\partial t}$$

Initial Boundary Value Problem
 Problema ai valori iniziali e al contorno

equazioni paraboliche \Rightarrow derivate pure nel tempo e 2° nell' spazio
 serve condizione sia al contorno in ogni punto del bordo

Quarta Lezione

problemi di forme derivate parziali secondo nelle zone e di primo grado nel

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} = \frac{1}{\epsilon} \frac{\partial \phi}{\partial t}$$

espressione ellittica iperbolica per le propagazione
2° ordine per x e t

espressioni ellittiche derivano fenomeni stazionari derivati secondo solo nelle zone

eq. del calore nel caso stazionario ($\frac{\partial T}{\partial t} = 0$) \Rightarrow equazioni ellittica

problemi derivano condizioni contorno

sono le condizioni al contorno per ogni punto del bordo del dominio
le equazioni esprimono ciò che avviene nel dominio, non nel contorno

DIRICHLET

ROB. NEUMANN

ROBIN

valore della
f. incognita nel
bordo
impongo la temperatura
nella posizione x_0 e
nell'istante t_0 generico
(tipo capacità termica
infinita, mantiene temperatura
costante, acqua bollente o
fusione fondente, oppure la
capacità termica infinita)

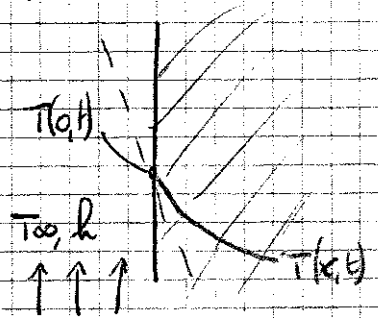
combinazione di derivati spaziali
flusso di calore fornito
impongo un valore assegnato
sul bordo del dominio

combinazione fra Dirichlet e Neumann
gradiente scambi termico fra solido
e fluido

valore nullo o diverso da zero
(ADIABATICO)

$$-k \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=0} = q$$

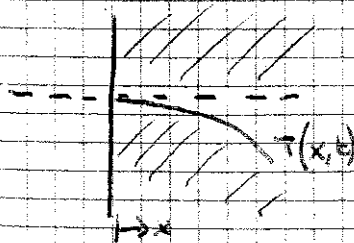
$$\frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=0} = 0$$



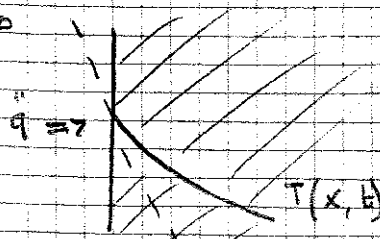
$$-k \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=0} = h (T_{\infty} - T(0,t))$$

impongo relazione fra temperatura
e densità normale

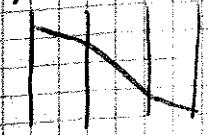
adiabatico



non adiabatico



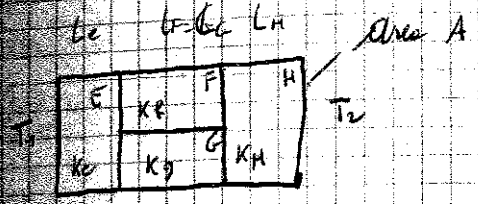
Il profilo di T è discontinuo sul muro composto



T è continua, la derivata no
il flusso è continuo, k varia, allora deve variare
la derivata

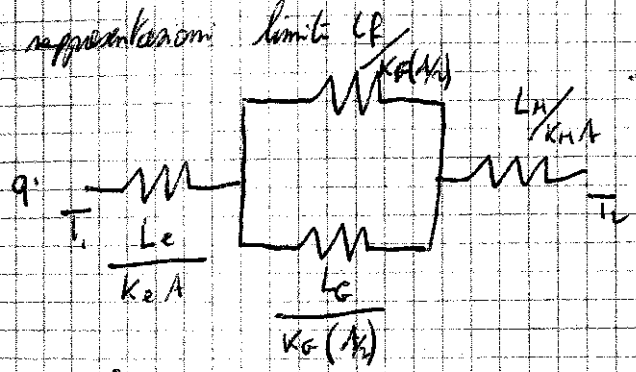
Il caso è continuo perché non c'è generazione di calore, volume di controllo infinitesimo grande nulla

$R_{tot} = \sum_{i=1}^N R_i = \frac{\Delta T}{q}$ / differenza di T complessiva
 flusso termico $q = \frac{1}{\text{coefficiente globale di scambio}}$



profilo di T uniforme sull'area A e
nelle ~~due~~ sezioni parallele ad A

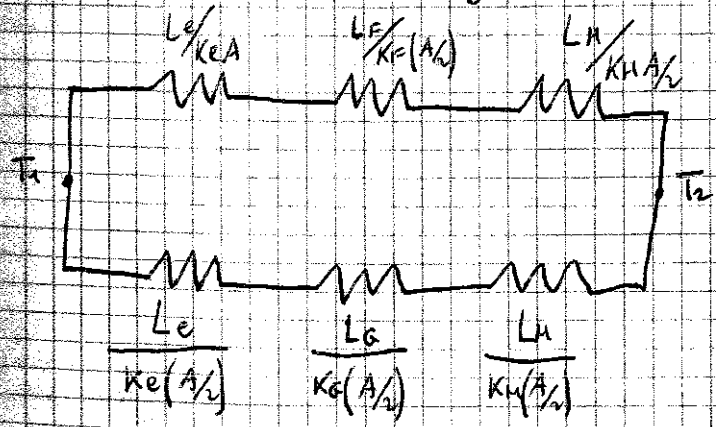
due rappresentazioni



profilo unidimensionale di T
 resistenza termica di conduzione,
 due resistenze in parallelo e
 poi una in serie

2° ipotesi forte

completa adiabaticità lungo la direzione verticale



soluzione in giacimenti petroliferi esauriti, per l'elemento
 competitività con l'uso del fondo mi propono un
 parte dell'aria, se non rimane soluzione sarebbe una stanza
 (105) Porto Tolle, ditta del Po a studia CCS

$$q_x = \frac{K_{eff} A}{L} (T_1 - T_2)$$

K_{eff} conducibilità termica efficace
 che dipende dalle proprietà delle due fasi
 che caratterizzano il mezzo poroso

del mezzo \Rightarrow porzione in volume occupata dalla fase fluida
 porosità + conducibilità termica delle fasi \Rightarrow la conducibilità efficace

invece ogni cosa dipende dalla conduzione termica
 K_s del solido K_f del fluido

$$K_{eff, min} = \frac{1}{\frac{(1-\epsilon)L}{K_s} + \frac{\epsilon L}{K_f}} A \cdot \Delta T$$

immagino che ci sia una serie di
 vortice fluido con peso del fluido
 solido con peso del solido

da un minimo e un massimo

minimo \Rightarrow K 2 res. in serie

parti di fluido + parti solido

$$K_{eff, min} = \frac{1}{\frac{(1-\epsilon)L}{K_s} + \frac{\epsilon L}{K_f}}$$

media armonica
 valore minimo
 i
 schema
 mentale

massimo \Rightarrow res. in parallelo

si ottiene una finestra di valori

$$K_{eff, max} = \epsilon K_f + (1-\epsilon) K_s$$

Problema di una conduzione, ma c'è movimento

percentuale porosità $\epsilon \leq 0,25$

$$K_{eff} = \left[\frac{K_f + 2K_s - 2\epsilon(K_s - K_f)}{K_f + 2K_s + \epsilon(K_s - K_f)} \right] K_s$$

① mano in un ambiente chiuso di superficie $\phi = 30 \frac{W}{m^2}$

H_p T_s costante

condizioni stazionarie

Tema uniforme

h costante

conduzione, immagazzinamento trascurabile

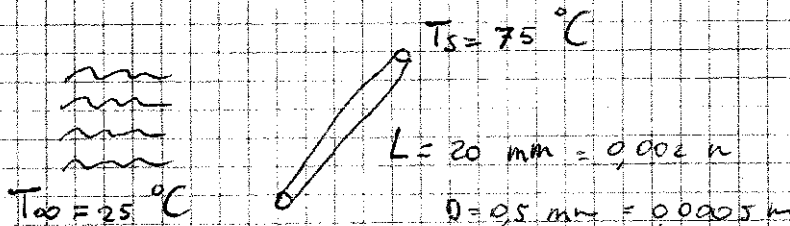
① $q_1 = h_1 (T_s - T_{\infty}) = 60 \frac{W}{m^2 \cdot K} \cdot 38 K = 1520 \frac{W}{m^2}$

② $q_2 = 800 \frac{W}{m^2 \cdot K} \cdot 20 K = 16000 \frac{W}{m^2}$

è in un liquido, più denso scambia meglio il calore
 sento più freddo nell'acqua

③ $\phi = 30 \frac{W}{m^2}$ flusso termico due o tre volte minore rispetto ai due casi precedenti

Esercizio 1,25



$[\frac{m}{s}] V = 6,25 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$ il coefficiente di scambio termico $[\frac{W}{m^2 \cdot K}]$

$\Delta V = 5 \text{ V}$

$I = 0,1 \text{ A}$

valutare la velocità dell'aria

H_p ① h costante

② stazionarie

R costante

flusso termico uniforme

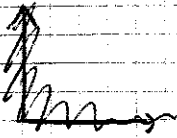
③ convezione naturale trascurabile

$$\phi = \lambda A \frac{dT}{dx} = \lambda \frac{T_1 - T_2}{\Delta S} \quad \frac{W}{m^2} = \frac{15 \cdot 10}{15 \cdot 10^{-3}} = 10 \frac{KW}{m^2}$$

restituiti con la negatività

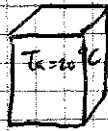
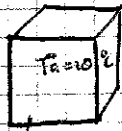
$$10 = h(T - T_{\infty}) = h = \frac{-10 \frac{KW}{m^2}}{70 - 100} = \frac{10}{30} = \frac{1}{3} \frac{W}{m^2 \cdot K}$$

Esercizio 1.9



WINTER

SUMMER



T_{spalle} = 16 °C

T_{spalle} = 27 °C

T_{corp. umano} = 32 °C

em. $\epsilon = 0,9$ emissività

$$h = 2 \frac{W}{m^2 \cdot K}$$

varia il contributo dell'irraggiamento

$$\phi = \epsilon \sigma (T_1^4 - T_2^4)$$

H_p

stazionaria

① Uomo piccolo, pannello rigato alle spalle e tondo

$$W = \epsilon \sigma (0,9) 5,67 \cdot 10^{-8} \frac{W}{m^2 \cdot K} (32^4 - 16^4) \quad \text{serie: Kelvin}$$

$$q_w = 0,9 \cdot 5,67 \cdot 10^{-8} (305^4 - 287^4) = 95,4 \frac{W}{m^2}$$

$$q_s = 0,9 \cdot 5,67 \cdot 10^{-8} (305^4 - 300^4) = 28,3 \frac{W}{m^2}$$

In insieme dipende molto di più per irraggiamento

$$q_w = h(T - T_{\infty}) = 2(20 - 12) = 24 \frac{W}{m^2} \quad q_s = 2(20 - 32) = 24 \frac{W}{m^2}$$

$$V_{in} = \frac{\dot{m}}{\rho_{in} A} = 0,17 \text{ m/s}$$

$$V_{out} = \frac{\dot{m}}{\rho_{out} A} = 90,6 \text{ m/s}$$

$$\Delta E_m = 6,32 \text{ kW}$$

Potenza termica trasferita al fluido

$$\dot{Q} = \dot{m} c_p \Delta T = \left(\frac{\dot{m}}{A} \right) c_p \Delta T \cdot A = G (\Delta h + \Delta e_c + \Delta e_p) \text{ per 2 uguali e opposte}$$

Δe_c Δe_p sono di fatto trascurabili

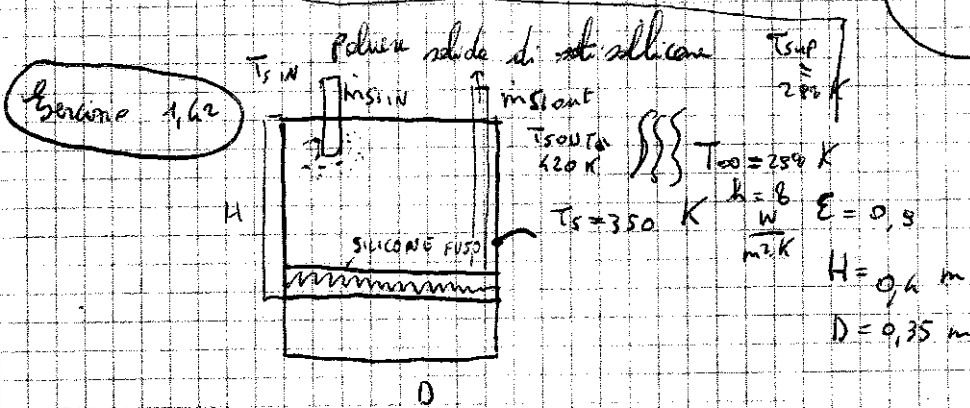
$$\dot{Q} = 6,37 \text{ MW}$$

$$\frac{0,0005}{0,001}$$

$$0,17 \text{ m} \cdot 12 = 3,768$$

$$6,37$$

$$1,3 \frac{\text{MW}}{\text{m}^2}$$



ipotesi: Semplificative
 Steadystate
 proprietà costanti

Proprietà di silice $T = 298 \text{ K}$

$$c = 712 \text{ kg/kg} \cdot \text{K}$$

$$\rho = 2330 \text{ kg/m}^3$$

$$(T = 420 \text{ K})$$

$$c = 750 \text{ J/kg} \cdot \text{K}$$

Potenze

$$\dot{E}_{in} = \dot{Q}_{Pelletiera} + \dot{m}_{sil} \cdot h_{in}$$

$$\dot{E}_{out} = \dot{Q}_{Pelletiera} + \dot{m}_{sil} \cdot h_{out} + \dot{Q}_{LOSS,RAD} + \dot{Q}_{LOSS,CONV}$$

$$q_r = \frac{2\pi L K \Delta T}{\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)} \quad R_{cond} = \frac{\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)}{2\pi L K}$$

profilo logaritmico di temperatura, discretizzato nella derivata del profilo di temperatura

da Sfere

$$q_r = -KA \frac{dT}{dr} = -K(4\pi r^2) \frac{dT}{dr}$$

in stazionario, unidimensionale, senza generazione di calore per una sfera

q_r è W
" flusso $\frac{W}{m^2}$
potenza termica

$$\frac{q_r}{4\pi} \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r^2} = - \int_{T_1}^{T_2} K(T) dT$$

~~da~~ $q_r = \frac{4\pi K (T_1 - T_2)}{\left(\frac{1}{r_1}\right) - \left(\frac{1}{r_2}\right)}$ per K costante

$$R = \frac{1}{4\pi K} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)$$

Condizione con generazione di calore

conversione di una forma di energia in calore

q potenza per unità di volume

se la fonte è superficiale, mentre nella condizione al contorno abbiamo calore direttamente nell'equazione

$$\frac{d^2 T}{dx^2} + \frac{q}{K} = 0 \quad \text{stazionario unidimensionale}$$

$$T = -\frac{q}{2K} x^2 + C_1 x + C_2 \quad \text{andamento parabolico di } T \text{ all'interno della sfera}$$

nei materiali il gradiente di T provoca una stress

metodi analitici si applicano a un numero limitato di casi
 per esempio, ad alcune tipologie analitiche in equazioni alle derivate parziali:

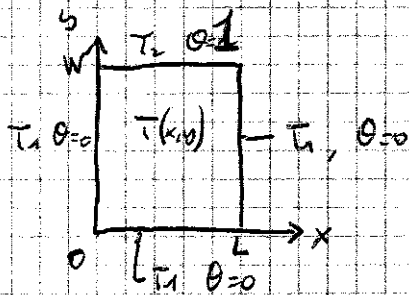
$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = 0$$

in un metodo approssimato, posso considerare solo un insieme finito di punti
 cioè una griglia finita alla volta

metodi non analitici \Rightarrow metodi numerici

$$\nabla^2 T = 0$$

in due dimensioni diventa $\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = 0$



definisce le condizioni al contorno per ogni punto del bordo

T_1 temperatura in Ovest, Est, Sud T_2 al Nord
 passo da T alle variabili θ

$$\theta = \frac{T - T_1}{T_2 - T_1}$$

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} = 0$$

si riparte in θ il sistema delle condizioni al contorno

il risultato è il prodotto di due funzioni una in funzione di x e l'altra in funzione di y

$$\theta(x,y) = X(x) \cdot Y(y)$$

$$Y(y) \cdot \frac{d^2 X}{dx^2} = -X(x) \cdot \frac{d^2 Y}{dy^2}$$

come fanno a essere uguali $X(x)$ e $Y(y)$?

Devono essere entrambe uguali alla stessa costante

$$\frac{1}{X} \cdot \frac{d^2 X}{dx^2} = -\frac{1}{Y} \cdot \frac{d^2 Y}{dy^2}$$

$$\frac{d^2 X}{dx^2} + \lambda^2 X = 0 \quad \frac{d^2 Y}{dy^2} - \lambda^2 Y = 0$$

$$\frac{1}{X} \cdot \frac{d^2 X}{dx^2} = -\frac{1}{Y} \cdot \frac{d^2 Y}{dy^2} = \lambda^2$$

con soddisfa le condizioni

lato $\frac{y}{L}$

$$C_2 (C_n \sin(\lambda y)) (e^{\lambda y} - e^{-\lambda y}) \Rightarrow \text{soddisfatta per qualunque } y$$

C_2 e C_n non sono accettabili

$\sin(\lambda y)$ deve essere nullo, sotto forma il problema degli autovalori

$$\lambda = \frac{n\pi}{L} \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

$\lambda \cdot L = n\pi$ per annullare la funzione seno

per ogni λ ha una θ diversa

il problema di potersi i lineari \Rightarrow immagine di le soluzioni risultano dalla sovrapposizione di tutte le soluzioni trovate

$$\theta = C_2 C_n \sin \frac{n\pi x}{L} (e^{n\pi y/L} - e^{-n\pi y/L})$$

$$\theta(x, y) = C_n \sin \frac{n\pi x}{L} (e^{n\pi y/L} - e^{-n\pi y/L}) \quad \downarrow \quad 2 \sinh \left(\frac{n\pi y}{L} \right)$$

$$\theta(x, y) = C_n \sin \frac{n\pi x}{L} \sinh \frac{n\pi y}{L} \quad \text{somma di infiniti contributi}$$

$$\theta(x, y) = \sum_{n=1}^{\infty} C_n \sin \frac{n\pi x}{L} \sinh \frac{n\pi y}{L} \quad \text{ottengo una serie}$$

la serie converge

Come si determina C_n ? Ho come un lato una condizione al contorno da sfruttare \Rightarrow lato Nord

$$\theta(x, W) = 1 = \sum_{n=1}^{\infty} C_n \sin \frac{n\pi x}{L} \sinh \frac{n\pi W}{L}$$

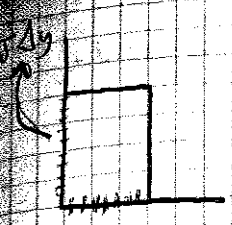
funzioni ortogonali

$$\int_a^b g_m(x) g_n(x) dx = 0 \quad m \neq n$$

$$f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} A_n g_n(x)$$

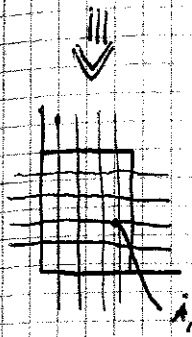
$$\int_a^b f(x) g_m(x) dx = \int_a^b g_m(x) \sum_{n=1}^{\infty} A_n g_n(x) dx$$

$$\int_a^b f(x) g_m(x) dx = A_m \int_a^b g_m^2(x) dx$$



questo dominio può essere visto come prodotto di due domini unidimensionali
 discretizzo entrambi i domini, solo una serie di punti razionale

$$x_i = i \Delta x$$



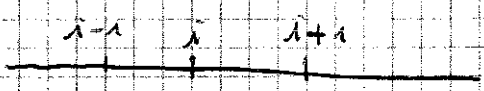
odi sul bordo e odi all'interno.
 Condizioni al contorno, la temperatura è nota.
 $T(x_i, y_j)$ soluzione esatta, ma il calcolatore è lento!
 $T_{i,j}$ soluzione approssimata

Come ottengo la approssimazione algebrica?
 es. diffusione finita

domini angolari \Rightarrow metodi agli elementi finiti
 per fluidodinamica \Rightarrow metodi ai volumi finiti

Diffusione Finita

problemi alle derivate parziali (derivati limiti di reg. incrementali)
 non calcolo limiti, guardo solo il rapporto incrementale



calco le espansioni di potenze nel punto modo interno

$$\frac{\partial T}{\partial x} \Big|_i \quad \text{come si approssima?}$$

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \Big|_{i,j} \quad \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \Big|_{i,j} \quad \text{come si approssima?}$$

$$\frac{\partial T}{\partial x} \Big|_i = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{T(x_i+h) - T(x_i)}{h}$$

$$\approx \frac{T(x_i+h) - T(x_i)}{h}$$

approssimo questo risultato

bisogna badare a quale h si assume

$$E_{spec} = \frac{P_{el}}{\frac{\Delta x}{\Delta t} \cdot W} = \frac{P_{el}}{W \cdot W} \left[\frac{J}{m^3} \right] = \frac{491 \text{ W}}{\frac{0,010 \text{ m} \cdot 0,075 \text{ m}^2}{60 \cdot 5}} = 21,9 \frac{MJ}{m^3}$$

V potenza in unita d'area coperta dal sole

$$P_{FV} = \eta \cdot q_s \left[\frac{W}{m^2} \right] \frac{J}{s \cdot m^2} \quad \eta = \frac{E_{sp}}{P_{FV}} = \frac{E_{sp}}{\eta \cdot q_s} = \frac{0,61 \cdot 10^6}{0,61 \cdot 10^6}$$

flusso di potenza

4 m²

90% rendimento

$$q_s = 800 \frac{W}{m^2}$$

T_i T_{out} *maginta*

$$T_{sp} = 30^\circ C \quad T_{oo} = 25^\circ C \quad T_{SKY} = -10^\circ C$$

$$h = 10 \frac{W}{m^2 \cdot K}$$

bilancio energetico del collettore

$$\begin{aligned} \dot{E}_{in} &= \dot{E}_{out} \\ q_s \cdot 0,9 &= A \epsilon \sigma (T_{sp}^4 - T_{SKY}^4) + h A (T_{sp} - T_{oo}) + 0,1 q_s A \\ 800 \frac{W}{m^2} \cdot 0,9 &= 0,96 \cdot 5,67 \cdot 10^{-8} \frac{W}{m^2 \cdot K} \left([303]^4 - [\end{aligned}$$

$$A \cdot 0,9 q_s = A \epsilon \sigma (T_{sp}^4 - T_{SKY}^4) + h A (T_{sp} - T_{oo}) + 0,1 q_s A$$

$$\dot{E}_{in} = 720 \frac{W}{m^2} = 2880 \text{ W}$$

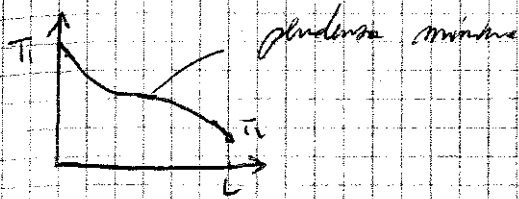
$$\dot{E}_{out} = 4 \text{ m}^2 \cdot 0,96 \cdot 5,67 \cdot 10^{-8} \frac{W}{m^2 \cdot K} \left(8628 \cdot 10^6 - 4784 \cdot 10^6 \right)$$

$$+ 10 \frac{W}{m^2 \cdot K} \cdot 4 \text{ m}^2 (303 - 288) + 0,1 \cdot 800 \frac{W}{m^2} \cdot 4 \text{ m}^2$$

$$200 \text{ W} + 320 \text{ W} = 520 \text{ W} \quad 776,87 \cdot 10^{-2}$$

$$A = \pi X^2$$

$$q_x = -kA \frac{dT}{dx}$$



generato 2,28

$$q' = 6 \cdot 10^7 \frac{W}{m^3}$$

$$d = 60 \text{ mm}$$

$$T(r) = a + br^2$$

$$a = 900 \text{ }^\circ\text{C}$$

$$b = -5,26 \cdot 10^5 \text{ }^\circ\text{C}/\text{m}^2$$

$$k = 30 \frac{W}{mK}$$

$$\rho = 1100 \text{ kg}/\text{m}^3$$

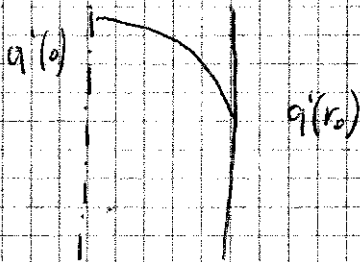
$$c_p = 800 \text{ J}/\text{kg} \cdot \text{K}$$

risolvere

- pot. distribuita

in $r=0$ e $r=30 \text{ mm}$

- pot. ~~stante~~ relativa di variazione $q_2 = 10^8 \frac{W}{m^3}$



$$\phi = -kA \frac{dT}{dx}$$

$$\phi(0) = -30 \frac{W}{mK} \cdot (2br) = 0 \frac{W}{m^2}$$

$$\begin{aligned} \phi(0,06) &= +30 \frac{W}{mK} \left(2 \cdot 5,26 \cdot 10^5 \frac{^\circ\text{C}}{\text{m}^2} \right) \cdot 0,06 \text{ m} \\ &= 3,16 \cdot 10^5 \frac{W}{m^2} \end{aligned}$$

$$T(r) = -\frac{q'}{4k} r^4 + q_2 br^2 + C_1$$

$$\frac{dT(r)}{dr} = -\frac{q'}{k} r + \frac{C_1}{r}$$

$$q = -kA \frac{dT}{dr}$$

$$A = 2\pi r l$$

$$q = -k 2\pi r l$$

$$\frac{q}{l} = -2\pi r k$$

per qualificare le soluzioni
 deve calcolare più pagine raffinate, i numeri non cambiano per le prime cifre
 decimali \Rightarrow valore accettabile

Costi della formula costi di soluzione del problema algebrico

sistemi lineari \Rightarrow tempo \Rightarrow il calcolatore ha bisogno di un certo numero
 di bit dell'orologio
 per grandi sistemi solo 20×10^6 come valore approssimativo

al costo computazionale e numero dei nodi, le tre formule sono
 equivalenti (rispetto tre nodi)

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \Big|_{x_i} \approx \frac{\frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{i+1/2} - \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{i-1/2}}{2 \Delta x}$$

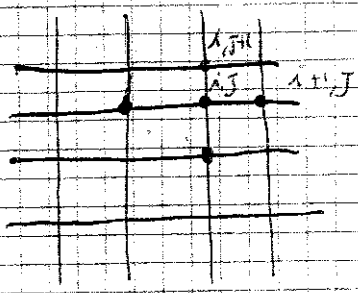
non vuole arrivare in questa strada
 perché aumenta il numero di nodi
 costosi

introduco due nodi fittizi in meno e miei elementi

$$\frac{\frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{i+1/2} - \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{i-1/2}}{\Delta x} \approx \frac{1}{\Delta x} \left[\frac{T_{i+1} - T_i}{\Delta x} - \frac{T_i - T_{i-1}}{\Delta x} \right]$$

$$= \frac{T_{i+1} - 2T_i + T_{i-1}}{(\Delta x)^2}$$

accanto al secondo ordine
 errore $\propto (\Delta x)^2$



$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = 0$$

5 elementi $\neq 0$

$$\frac{T_{i+1,j} - 2T_{i,j} + T_{i-1,j}}{(\Delta x)^2} + \frac{T_{i,j+1} - 2T_{i,j} + T_{i,j-1}}{(\Delta y)^2} = 0$$

$\forall i,j$ corrispondenti a
 nodi interni

S può essere sia positivo sia negativo
 la direzione della corrente dipende dal segno di S

HARVESTING = raccolta al cavo caldo, produrre energia partendo dall'energia dispersa

$$S \left[\frac{V}{K} \right] \text{ volt su Kelvin}$$

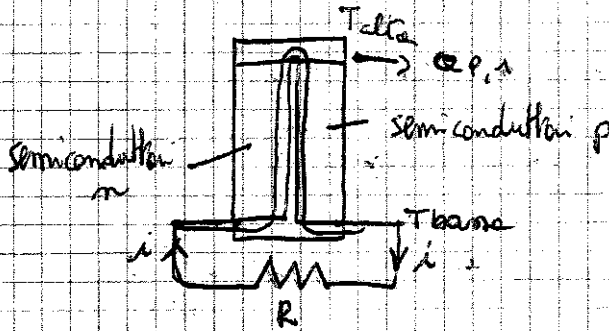
S_n negativo per semiconduttori di tipo n e p
 S_p positivo

effetto Peltier & effetto

scoperta di potenza termica da n a p
 assorbimento di potenza da p a n

25-03-2013

Decima lezione



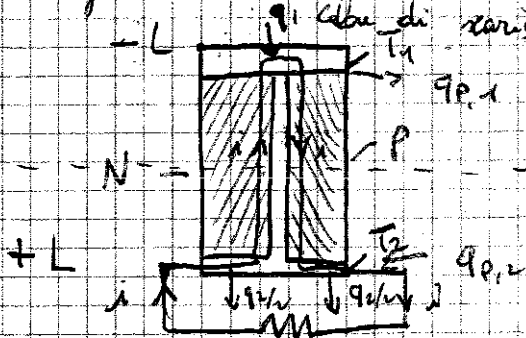
$n \Rightarrow$ corrente da T base a T alta

$p \Rightarrow$ corrente da T alta a T base

Harvesting \Rightarrow ricavo calore da una parte del conduttore, ΔT è legata all'uso che si vuole fare di questo effetto

per ΔT negativa bisogna ricevere la corrente più alta che possiamo.

Bisogna costruire una rete di generatori di tensione

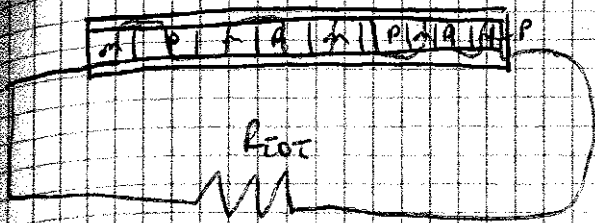


effetto Peltier

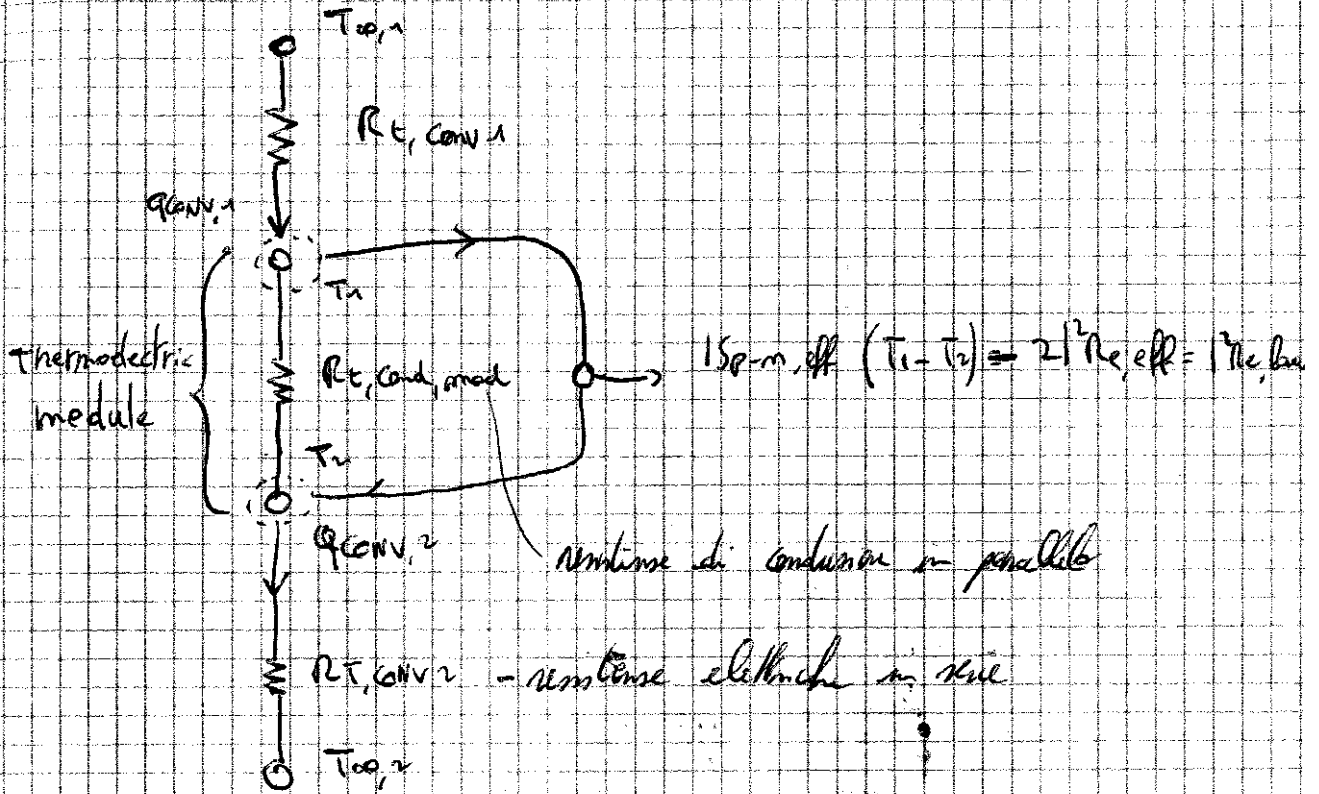
assorbimento o cessione di calore

segno che dipende dall'interfaccia fra semiconduttori n e p (la corrente da n a p)

p a n q_{pn} assorbita
 n a p q_{np} ceduta



in serie



$$I S_{p-n, eff} (T_1 - T_2) = Z I^2 R_{e, eff} = I^2 R_{e, bus}$$

resistenze di conduzione in parallelo

resistenze elettriche in serie

$$q_1 = \frac{1}{R_{t, cond, mod}} (T_1 + T_2) + I S_{p-n, eff} T_1 - I^2 R_{e, eff}$$

$$q_2 = \frac{1}{R_{t, conv, mod}} (T_1 - T_2) + I S_{p-n, eff} T_2 + I^2 R_{e, eff}$$

$$P = q_1 - q_2 = I S_{p-n, eff} (T_1 - T_2) - Z I^2 R_{e, eff}$$

$$\eta_{TE} = \frac{P}{q_1} = \left(1 - \frac{T_2}{T_1} \right) \frac{Z I T_1 + 1}{Z I T_1 + 1 + T_2/T_1} \quad \bar{T} = \frac{T_1 + T_2}{2}$$

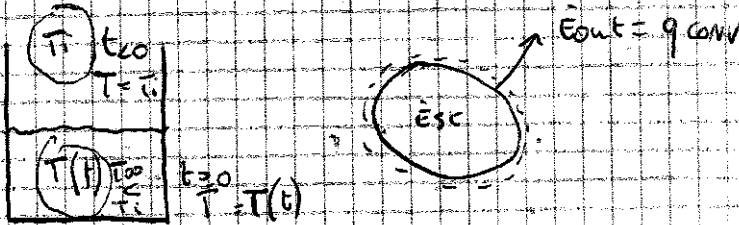
$$Z = \frac{S^2}{R_e} \text{ - seebeck } p \text{ - seebeck } n$$

R_e, S, K_f
 equilibrio elettrica
 cond termica

Problemi in Transitorio

Metodo a Parametri Concentrati

Ip. la distribuzione di T rimane uniforme
 T evolve ma è unica, con a zero gradienti di T nel corpo
 Transitorio ignorando dipendenze spaziali



la T del corpo varia, non quella dell'acqua

$$\dot{E}_{out} = \dot{E}_{in}$$

$$-h A_s (T - T_{\infty}) = \rho V c \frac{dT}{dt}$$

se $T(x) \quad h A (T - T_{\infty})$
 superficie

$$\rho V c \frac{dT}{dt} = T \text{ totale}$$

$$\theta = T - T_{\infty}$$

$$-h A \theta = \rho V c \frac{d\theta}{dt}$$

$$\frac{\rho V c}{h A} \frac{d\theta}{dt} = -\theta$$

$$\frac{\rho V c}{h A} \ln \frac{\theta_i}{\theta} = t$$

$$\frac{\theta}{\theta_i} = \frac{T - T_{\infty}}{T_i - T_{\infty}} = e^{-\left[\frac{h A}{\rho V c} t\right]}$$

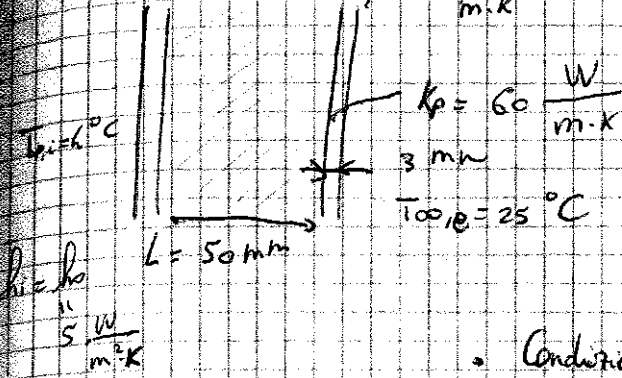
$$t = \frac{\rho V c}{h A} = R_t C_c \text{ costante di tempo}$$

6-03-2013

Undicesima Lezione

Problema 3.7

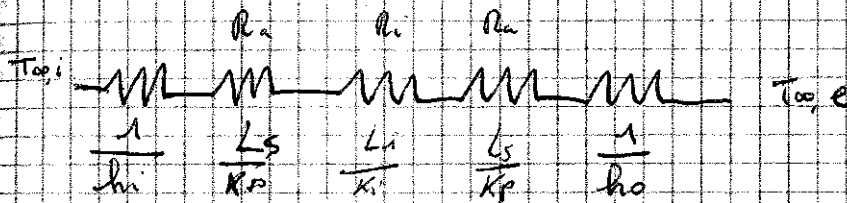
$$k_i = 0,046 \frac{W}{m \cdot K}$$



- Condizioni Stazionarie
- Monodimensionalità
- proprietà costanti

Analisi Elettiva

5 res. in serie



$$R_{tot} = \sum R_i$$

$$\phi = \frac{\Delta T}{R_{eq}} = \frac{21 \text{ K}}{0,2 + 0,0005 + 1,087 + 0,0005 + 0,2} = \frac{21 \text{ K}}{1,487} \frac{W}{m^2 \cdot K} =$$

$$\frac{1}{h_i} = 0,2 \frac{m^2 \cdot K}{W} \quad = 14,19 \frac{W}{m^2}$$

$$\frac{L_s}{k_p} = \frac{0,003}{60} \frac{m^2 \cdot K}{W} = 0,00005$$

$$\frac{L_i}{k_i} = 1,087 \frac{m^2 \cdot K}{W}$$

$$\frac{1}{h_o} = 0,2 \frac{m^2 \cdot K}{W}$$

$$\frac{k}{w} = \frac{1}{2\pi r_2} \left(\frac{1}{0,363} - \frac{1}{0,375} \right)$$

$$\frac{1}{115,552} \left(\frac{0,006}{0,1300} \right) = 0,00037 \frac{k}{w}$$

$$60,7 = \frac{1}{2\pi k} \left(\frac{1}{0,375} - \frac{1}{r_3} \right)$$

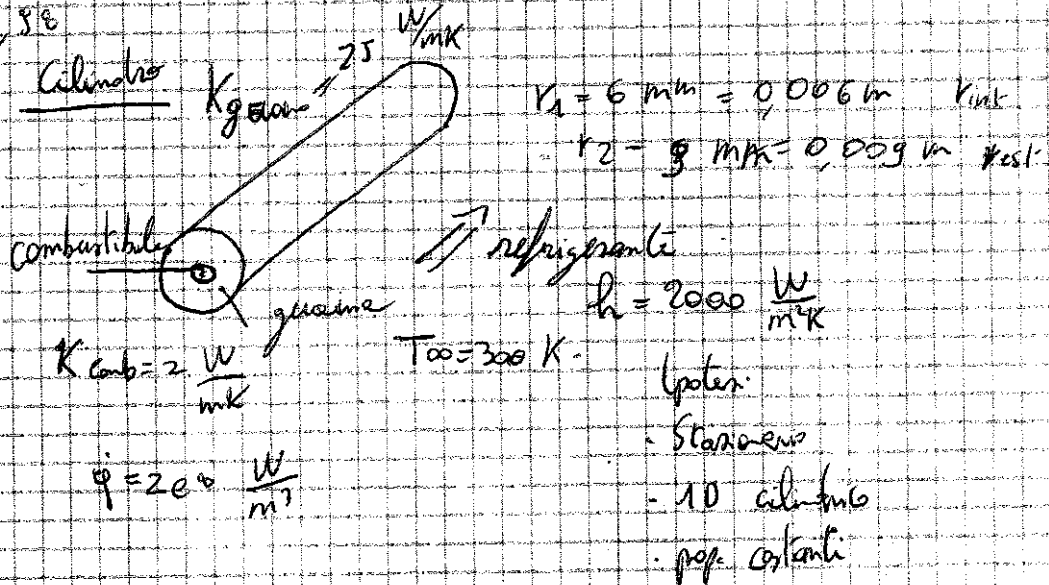
$$60,7 \cdot 4 \cdot 3,14 \cdot 17 \cdot 10^{-3} = \left(\frac{1}{0,375} - \frac{1}{r_3} \right)$$

$$0,13 = 2,67 - \frac{1}{r_3}$$

$$\frac{1}{r_3} = 2,67$$

$$r_3 = 0,3768 \text{ m}$$

Problema 3,88



$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{dT}{dr} \right) = -\frac{\dot{q}}{K_{\text{comb}}} \quad \frac{d}{dr} \left(r \frac{dT}{dr} \right) = -\frac{qr}{K} \quad r \frac{dT}{dr} = -\frac{qr^2}{2K} C_1$$

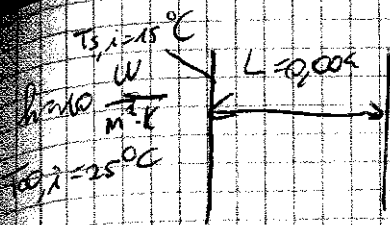
$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(K_{\text{guaina}} \frac{dT}{dr} \right) = 0 \quad \frac{dT}{dr} = C_2 \quad T = C_2 r + C_3 \quad T = -\frac{qr^2}{2K} + C_2 r + C_3$$

$$\textcircled{1} \quad T_f|_{r_1} = T_c|_{r_2}$$

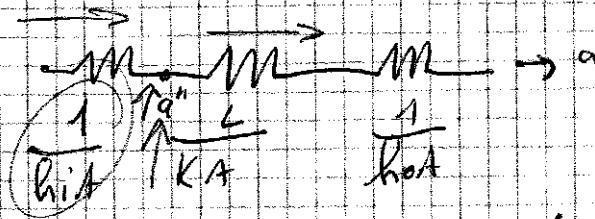
$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(K \frac{dT}{dr} \right) = 0 \quad K \frac{dT}{dr} = \frac{kr}{r}$$

$$\textcircled{2} \quad -K_c \frac{dT_c}{dr} \Big|_{r=r_2} = h_c (T_c - T_\infty)$$

$$\textcircled{3} \quad \frac{dT_f}{dr} \Big|_{r=r_1} = 0 \quad \textcircled{4} \quad -K_g \frac{dT_g}{dr} \Big|_{r=r_1} = K_c \frac{dT_c}{dr} \Big|_{r=r_1}$$



$T_{\infty,0} = 10^{\circ}\text{C}$ $h_0 = 65 \frac{\text{W}}{\text{m}^2\text{K}}$



$$\dot{q} + \dot{q}_{\text{conv}} = \frac{(T_{\infty,0} - T_{\text{int}})}{R_{\text{ext}}}$$

$$\frac{d^2 T}{dx^2} = -\frac{\dot{q}}{k}$$

$$h_0 (T_s - T_{\infty,0}) + \dot{q} = \frac{T_{\infty,0} - T_s}{R_2 + R_3} = 0$$

$$\frac{dT}{dx} = -\frac{\dot{q}x}{k} + C_1$$

$$\dot{q} = \frac{T_{\infty,0} - T_s}{R_2 + R_3} \cdot \frac{T_s - T_{\infty,0}}{R_1}$$

$$T = -\frac{\dot{q}x^2}{2k} + C_1x + C_2$$

Cond. ~~interne~~ al contorno

$x=0$ $T = 15^{\circ}\text{C} = 288,15\text{K}$

$$288,15 = -\frac{\dot{q} \cdot 0^2}{2k} + C_1 \cdot 0 + C_2 \rightarrow C_2 = 288,15$$

~~$x=L$ $T = 25^{\circ}\text{C}$~~

$$-kA \left. \frac{dT}{dx} \right|_{x=L} = R_1 (T - T_{\infty,0})$$

$$-\frac{\dot{q}}{2k} [L^2 + CL + C_2]$$

$$-kA \left(-\frac{\dot{q}}{k} L + C_1 \right) = R_1 (T - T_{\infty,0})$$

si ottiene il tempo in funzione della temperatura

$$E = \frac{\rho V c}{h A h_{\text{conv}} T_{\text{amb}}} \left\{ \right.$$

scambio radiativo con spazio profondo (deep pool)
 $T_{\text{amb}} = 0 \text{ K}$

$$b = \frac{\rho V c}{3 \epsilon \sigma A} \left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2} \right)$$

trascurabile
 Negligible Radiation

ma vengono trascurate le resistenze di superficie e di volume

scambio termico convettivo
 superficie e di volume

$$\frac{d\theta}{dt} + a\theta - b = 0$$

$$\frac{dT}{dt} \quad \theta = T - T_{\infty}$$

EDD NON OMOGENEA

$$\theta = \theta_{\text{om}} + \theta_{\text{part}}$$

effetti spaziali

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t}$$

prop. termofisiche costanti
 no sorgenti interne

espresso alle derivate parziali

Condizione iniziale

$$T(x, 0) = T_i \quad \text{all'istante } t=0 \text{ s}$$

$$\left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{x=0} = 0$$

$$\left. -k \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{x=L} = h (T(L, t) - T_{\infty})$$

$$C_n = \frac{L \sin \xi_n}{2 \sum_{j=1}^n \sin(2 \xi_j)}$$

ξ_n sono le radici adatte di

$$\xi \operatorname{tg} \xi = \beta \alpha \quad \text{vale per qualunque } \xi \quad 0 < \xi < \infty$$

struttura molto complessa
numero di Fourier sufficientemente grande

$\beta \alpha > 0,2$ il tempo fino a raggiungere il 20% di $\frac{L^2}{\alpha}$

è intero se è approssimata al primo termine, $n=1$

$$\theta^* = C_1 e^{(-\xi_1^2 \beta \alpha) \cos(\xi_1 x^*)}$$

$$\theta^* = \theta_0^* \cos(\xi_1 x^*)$$

ξ_1 si ricava dalle tabelle in funzione di $\beta \alpha$ e della geometria del sistema

la dipendenza temporale di T è la stessa che si ha nel caso stazionario, in ogni punto

Le T sono brevi o lunghe alla serie generale

Soluzione tratta

Calcolo infinito

$$\theta^* = \sum_{n=1}^{\infty} C_n e^{(-\xi_n^2 \beta \alpha) \cos(\xi_n x^*)}$$

mette del coseno
ha T_0 (funzione di Vesel)

$$\sum_{j=1}^n \frac{J_0(\xi_j)}{J_0(\xi_n)} = B_i \quad \text{soluzione del problema agli autovalori}$$

Soluzione approssimata per tempi lunghi

per T piccoli, una piccola porzione del corpo si allunga del γ per un T caso due

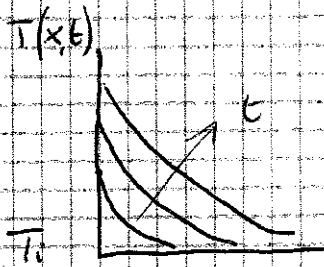
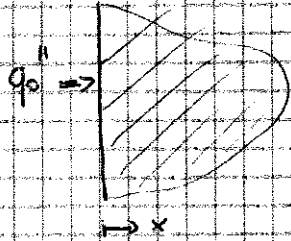
Neumann

$$T(x,0) = T_i$$

$$-k \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=0} = q_0''$$

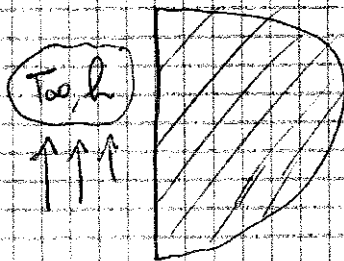
la pendenza della curva al bordo è sempre la stessa

non è il transitorio che parte ad uno stato stazionario



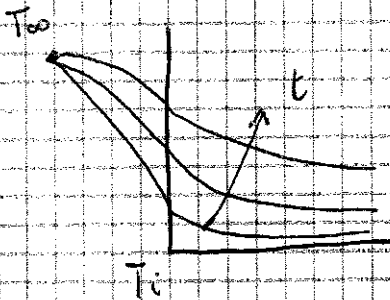
caso tre

cond. Robin



$$T(x,0) = T_i$$

$$-k \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=0} = h(T_\infty - T(0,t))$$



i profili evolvono nel tempo perché il corpo mette del calore, cresce anche la T della parte a contatto col fluido
la pendenza alla parte diminuisce col tempo

combinazione di variabili \Rightarrow similarity variable η , in η si riduce l'eq. alle eq. diff. ord. nella nuova variabile

$$\eta$$

$$\eta = \frac{x}{(\alpha t)^{1/2}} \quad \alpha \text{ diffusività termica}$$

T più unica che $T(x,t)$

espresso le variabili

$$\frac{d(dT/dn)}{dT/dn} = -2\eta \, dn$$

$$\ln\left(\frac{dT}{dn}\right) = -\eta^2 + C_1$$

$$\frac{dT}{dn} = C_1 e^{-\eta^2}$$

Integrare una seconda volta

$$T = C_1 \int_0^n e^{-u^2} du + T_s$$

$$\eta=0 \Rightarrow T_s$$

$$T = C_1 \int_0^n e^{-u^2} du + T_s$$

$$T_i = C_1 \int_0^\infty e^{-u^2} du + T_s$$

$\int e^{-u^2}$ non si può calcolare

$$C_1 = \frac{2(T_i - T_s)}{\sqrt{\pi}}$$

$$T(n) = \frac{2(T_i - T_s)}{\sqrt{\pi}} \int_0^n e^{-u^2} du + T_s$$

$$\frac{T - T_s}{T_i - T_s} = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^n e^{-u^2} du = \text{erf}(\eta)$$

funzione errore di Gauss
una funzione

funzione tabulata

evoluzione temporale del profilo spaziale di T

similarity variable perché T evolve in posto diverso in modo simile in posto e istanti diversi

$$\text{flusso } q_s'' = \frac{k(T_s - T_i)}{(\pi \alpha t)^{1/2}}$$

velocità di propagazione infinita per il calore

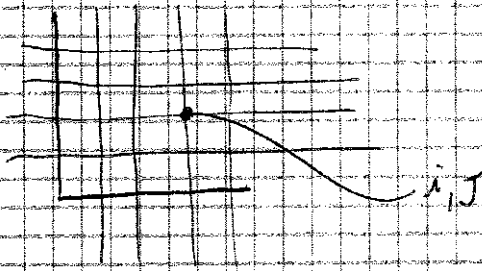
Equazioni diff ord. nel tempo, ma per ogni nodo sistema di EDO nel tempo da risolvere a mano da calcolare l'evoluzione della distribuzione di temperatura

Seconda operazione nel tempo, discretizzo il tempo

$T_{i,j}(t) \rightarrow T_{i,j} \approx T(x_{i,j}, t_n)$ discretizzo le 3 variabili per poter eseguire il sistema algebrico nel calcolatore

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \Big|_{i,j} = \frac{T_{i+1,j} - 2T_{i,j} + T_{i-1,j}}{(\Delta x)^2}$$

$$\frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \Big|_{i,j} = \frac{T_{i,j+1} - 2T_{i,j} + T_{i,j-1}}{(\Delta y)^2}$$

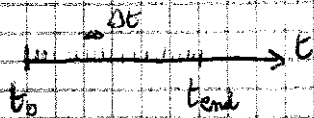


$$\frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2}$$

$$\frac{1}{\alpha} \frac{dT_{i,j}}{dt} = \frac{T_{i+1,j} - 2T_{i,j} + T_{i-1,j}}{(\Delta x)^2} + \frac{T_{i,j+1} - 2T_{i,j} + T_{i,j-1}}{(\Delta y)^2}$$

qualunque i, j componenti a un modo insieme

Discretizzo la variabile temporale



Condizioni al contorno

condizione iniziale $T(x,y,t_0) = f(x,y)$ nota

scelgo un numero di istanti di tempo, il calcolatore approssimerà i valori di T intorno a questi istanti

$$t_n = t_0 + n \Delta t$$

$$t_n \rightarrow t_{n+1} \quad T_{i,j}^n \rightarrow T_{i,j}^{n+1}$$

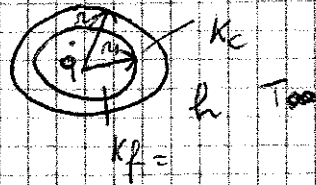
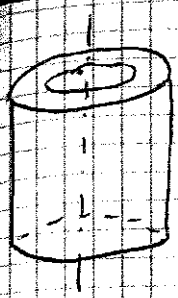
$$\frac{dT}{dt} \Big|_{t_n} \approx \frac{T^{n+1} - T^n}{\Delta t}$$

no perché bisogna sapere cosa succede prima
l'errore va a zero con Δt

$$\frac{1}{\alpha} \frac{T_{i,j}^{n+1} - T_{i,j}^n}{\Delta t} = \left\{ \right\}^n$$

$$\frac{1}{\alpha} \frac{T_{i,j}^{n+1} - T_{i,j}^n}{\Delta t} = \left\{ \right\}^{n+1}$$

grado n e n+1



Condizioni al contorno

$$T_f(r) = ?$$

$$T_c(r) = ?$$

$$\frac{1}{r} \cdot \frac{d}{dr} \left(r \frac{dT_f}{dr} \right) = \frac{q}{k_f}$$

$$\frac{1}{r} \cdot \frac{d}{dr} \left(r \frac{dT_c}{dr} \right) = 0$$

$$T_f(r=r_i) = T_c(r=r_i)$$

$$\frac{dT_f}{dr} \Big|_{r=r_o} = 0$$

$$-k_c \frac{dT_c}{dr} \Big|_{r=r_o} = h(T_c - T_\infty)$$

$$-k_c \frac{dT_c}{dr} \Big|_{r=r_i} = -k_f \frac{dT_f}{dr} \Big|_{r=r_i}$$

$$T_f = -\frac{q}{k_f} \cdot \frac{r^2}{4} + c_1 \ln r + c_2 \quad (C=0)$$

$$T_c = c_3 \ln r + c_4$$

$$-\frac{q r_i^2}{4 k_f} + c_2 = c_3 \ln r_i + c_4$$

$$\frac{q r}{2 k_f} \cdot k_f = -\left(\frac{c_3}{r} \right) \frac{1}{k_c}$$

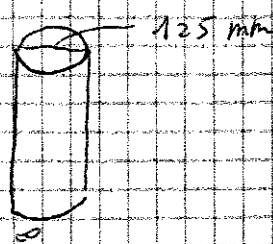
$$T_f = \frac{q}{4 k_f} (r_i^2 - r^2) + \frac{q r_i^2}{2 k_c} \frac{\ln k_c}{r} + \frac{q r_i^2}{2 r_i h} + T_\infty$$

$$T_c = \frac{q r_i^2}{2 k_c} \frac{\ln k_c}{r} + \frac{q r_i^2}{2 r_i h} + T_\infty$$

$$T_{max} = 1459 K$$

Geometria cilindrica

5,67



$$T_0 = 500 \text{ } ^\circ\text{C}$$

$$T_\infty = 30 \text{ } ^\circ\text{C}$$

$$R = 200 \frac{\text{W}}{\text{m}^2\text{K}}$$

$$T_1 = 50 \text{ } ^\circ\text{C}$$

55306

$$\theta^* = \sum_{n=1}^{\infty} C_n \exp\left[-\lambda_n^2 F_0\right] J_0\left(\lambda_n r^*\right)$$

Biot con parametri concatenati
Temperatura media $\bar{T} = 549 \text{ K}$

$$\rho = 7500 \text{ kg/m}^3$$

$$k = 18 \frac{\text{W}}{\text{mK}}$$

$$c_p = 516 \text{ J/kgK}$$

Soluzione analitica approssimata

$$\theta_0^* = C_1 e^{-\beta_1^2 F_0}$$

nota β_1 viene dalle tabelle

$$Biot = \frac{h r_0}{k}$$

$$Biot = 13,13$$

$$C_1 = 1,2686$$

$$\beta_1 = 1,3643$$

$$\theta_0^* = \frac{50 - 30}{500 - 30} =$$

$$F_0 \text{ (senza)} = 1,82 = \frac{2E}{k^2} = \frac{k}{\rho c_p} \cdot t \cdot \frac{1}{r_0^2}$$

$$t \approx 27 \text{ min}$$

12-04-2013

Quindicesima Lezione

metodi espliciti => risolvere in modo esplicito in ogni passo di tempo, in funzione dei vecchi passi di tempo

matrice diagonale per risolvere il sistema esplicito

metodo implicito se $t = n \Delta t$ anche a modo trapezoidale (Euler all'indietro)

tutte e due le formule esprimono al primo ordine la der. temporale

accuratezza
forward Euler
 $O(\Delta t (\Delta x)^2 (\Delta y)^2)$

Backward Euler
idem

natura del metodo

esplicito

implicito

stabilità dello schema numerico

condizionata e stabile se Δt è piccolo suff. rispetto
 $\Delta t \leq \frac{(\Delta x)^2}{4\alpha}$ $\Delta t \leq \frac{(\Delta x)^2}{4\alpha}$

incondizionatamente stabile, più efficiente numericamente

vincolo

Stabilità dello schema numerico => proprietà non ovvia

la soluzione numerica potrebbe avere comportamento instabile, col tempo tende a divergere, ad avere un overflow il programma va in crash

a) $N_x = N_y = 10 \Rightarrow N = 10^2$

b) $N_x = N_y = 10^2 \Rightarrow N = 10^4$

quante volte in più

10^2 volte in più per ogni passo di tempo

10^4 volte tante

$\Delta t \leq \frac{\Delta x^2}{4\alpha}$

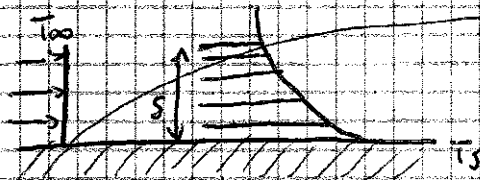
ρ densità $\frac{kg}{m^3}$
 $\mu \infty$ $\frac{m^2}{s^2}$
 $\frac{kg}{m^3} = \frac{m^2}{s^2} / \frac{m}{s^2} = \frac{1}{m} \cdot \frac{kg}{s^2}$

fluido Newtoniano gradiente della velocità lungo y

T_s a parete $T_s = \mu \left. \frac{\partial u}{\partial y} \right|_{y=0}$
 viscosità

viscosità e profilo di velocità giocano un ruolo importante

strato limite termico



$T_s > T_\infty$

$\frac{T_s - T}{T_s - T_\infty} = 0,55 \quad \delta$

15-06-2013

Secondo Legge

$h = \frac{-k_s \left. \frac{\partial T}{\partial y} \right|_{y=0}}{T_s - T_\infty}$

Membro termico convettivo nello strato limite immediatamente vicino alla parete

$q_s'' = h (T_s - T_\infty)$

membro termico convettivo nella zona fuori dello strato limite, secondo modo di numerare la core

$\frac{\partial T}{\partial y}$ ma la si conosce, complice la core, ignoto a priori

Coefficiente di scambio termico o coefficienti mediati

h dipende dal gradiente di temperatura vicino alla superficie

$\bar{h} = \frac{1}{A_s} \int_{A_s} h dA_s$ coefficienti convettivo medio

da cosa dipendono i coefficienti?

proprietà del fluido (densità, viscosità, conducibilità termica, calori specifici), geometria della superficie

condizioni di moto del fluido

$$\rho \left(\mu \frac{\partial u}{\partial x} + \nu \frac{\partial u}{\partial y} \right) = - \frac{\partial p}{\partial x} + \mu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) + X$$

derivata rispetto a x grad. della pressione forze viscoso $\mu \nabla^2 \vec{v}$ body forces, forze di gravità e.g. non in superficie

Conservazione dell'energia

$$\rho c \left(u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} \right) = k \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) + \mu \phi + \dot{q}$$

contributo legato al moto macroscopico del fluido attraverso un campo di velocità conduttiva dissipazione di calore causato dall'attrito viscoso sorgenti esterne

il gradiente normale sono molto maggiori di quelli lungo la direzione tangenziale

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \ll \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \quad \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \ll \frac{\partial^2 T}{\partial y^2}$$

gradiente di pressione lungo la parete approssimata con p_{00} nelle equazioni per lo stato limite $\frac{dp_0}{dx}$ costante nota

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{dp_0}{dx}$$

$$\boxed{\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0}$$

v deve essere un po' in y per poter far crescere lo stato limite

nello stato limite

ν è trascurabile rispetto alla u per via delle differenze scale spaziali nelle quali avviene

$$\left| \mu \frac{\partial}{\partial x} \right| \approx \left| \nu \frac{\partial}{\partial y} \right|$$

parti piccole parti grandi

$$\left\{ \begin{aligned} \mu \frac{\partial u}{\partial x} + \nu \frac{\partial u}{\partial y} &= - \frac{1}{\rho} \frac{dp_0}{dx} + \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} && \text{trans } \nu \text{ costante } \mu, \nu, \tau \text{ negati} \\ \mu \frac{\partial T}{\partial x} + \nu \frac{\partial T}{\partial y} &= \alpha \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\nu}{c_p} \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 && \text{trans } \nu \text{ } \end{aligned} \right.$$

cons. q. di moto cons. energia

$$h = \frac{k_f (\bar{T}_s - \bar{T}_\infty)}{L(\bar{T}_s - \bar{T}_\infty)} \cdot \left. \frac{\partial T^*}{\partial y^*} \right|_{y^*=0} = + \frac{k_f}{L} \left. \frac{\partial T^*}{\partial y^*} \right|_{y^*=0}$$

grad di T a parte adimensionale

$$Nu = \frac{hL}{k_f} = + \left. \frac{\partial T^*}{\partial y^*} \right|_{y^*=0}$$

L lunghezza di adimensionalizzare le variabili
 k_f del fluido

$Nu \neq Bi$ Bi k del solido, non del fluido

$$Nu = f(x^*, Re, Pr)$$

similitudine idraulica = stem meno p

$$\bar{Nu} = \frac{\bar{h}L}{k_f} = f(Re, Pr)$$

$$Re = \frac{\rho V L}{\mu} = \frac{\rho^2 L}{\rho \mu V L}$$

massa in m
bilancio di forze

in rapporto fra due forze / forze di inerzia e forze viscosi nell'unità di volume

$$\frac{\rho V \cdot DV}{\mu V^2 V} \sim \frac{\rho V^2}{\mu \frac{V}{L^2}}$$

Re grande, forze inerziali
 se numero viscoso

16-06-2013

Sezione lorenza
 trascurare

$T_i > T_\infty$



quanta potenza esce dal corpo?

$Bi < 0.1$

① $E = \rho c (T_i - T_\infty)$ se $Bi < 0.1$

② se $Bi > 0.1$ T ha gradati non trascurabili

$$Q = -[E(D) - E(0)]$$

$$Q = -\int \rho c [T(x,t) - T_i] dV$$

$$Q_0 = \rho c V (T_i - T_\infty)$$

$$\theta_0^A = C_1 e^{-(\beta_1 \cdot F_0)} = C_1 e^{-(\beta_1 \cdot \frac{hL}{k})}$$

$$\beta_1 = \frac{hL}{K}$$

$$\beta_1 \cdot \frac{hL}{k} = \beta_1 = \frac{hL}{K}$$

$$C_1 = \frac{4.5 \sin \beta_1}{2 \beta_1 + \sin(2 \beta_1)}$$

Hp

1D conduttore, pila piana, $F_0 > 0,2$ il tempo è molto grande, $\beta_1 > 0,1$
prop. costanti ($T = 300 K$)

$$\sum \beta_i = 1$$

Calcolo C_1

$\frac{Q}{Q_0}$ noto.

$$\theta_0^A = C_1 e^{-\beta_1 \cdot F_0}$$

$$F_0 = \frac{a \cdot t}{L \cdot \rho}$$

$$\beta_1 = \frac{hL}{K}$$

$$\beta_1 \cdot \frac{hL}{k} = \beta_1$$

$$C_1 = \frac{4.5 \sin \beta_1}{2 + \sin 2 \beta_1}$$

espresso in radiante

$$\frac{Q_0}{Q_0} = 1 - \frac{\sin \beta_1}{\beta_1} \theta_0^A$$

$$0,9 \theta_0^A = \frac{4,5 \cdot 1 - 0,9}{\frac{\sin \beta_1}{\beta_1}} = \frac{0,1}{\sin \beta_1} = \frac{0,1}{0,012} = 5,88$$

$$5,88 = \frac{4.5 \sin \beta_1}{2 + \sin 2 \beta_1}$$

$$\frac{4 \cdot 0,0157}{2 + 0,0157} = 0,0311$$

$$5,88 = 0,0311 e^{-F_0}$$

$$e^{-F_0} = 189,677 \quad + F_0 = -\ln 189,677$$

$$F_0 = +5,26$$

3.166

$$R_b = \frac{1}{m_0 R_{bR}}$$

$$A_P = 2WL$$

$$m_P = \frac{E \sinh(mL)}{mL}$$

$$m = \sqrt{\frac{2R}{K_T}}$$

$$m = 1 - \frac{NAR}{A_V} (1 - m_P)$$

$N = 11$

$$\phi = \frac{V}{AK}$$

$$A_P = 2WLF$$

$$A_V = A_P N + ab$$

$$A_{1/2} = W^2 - N^2 \cdot W$$

$$= 20^2 - 11 \cdot 0,0018 \cdot 20 =$$

$$= 400 - 0,396 = 399,604$$

$$= 0,02^2 - 11 \cdot 0,0018 \cdot 0,02 =$$

$$0,0004 - 0,000396 = 0,000004 \text{ m}^2$$

4 mm^2

$0,0018 \text{ m}^2$

$$A_V = 2WLF N + ab =$$

$$= 2 \cdot 4 \cdot 15 \cdot 11 +$$

$$2 \cdot 20 \cdot 15 \cdot 11 + 4 =$$

$A_V = 6604 \text{ mm}^2$

$W = (N-1)S + t$
 $S = S - t$

$$\phi = \frac{V}{A}$$

31,8 W

24-2023 Analisi Dimensionale Lineare

tabella 6,1 p. 232

$$u^* \frac{\partial u^*}{\partial x^*} + v^* \frac{\partial u^*}{\partial y^*} = - \frac{dp^*}{dx^*} + \left(\frac{1}{Re} \right) \frac{\partial^2 u^*}{\partial y^{*2}}$$

eq. gov. di moto alle state limite

compara solo il numero di Reynolds
 similitudine cinematica se Re è simile

$$u^* \frac{\partial T^*}{\partial x^*} + v^* \frac{\partial T^*}{\partial y^*} = \left(\frac{1}{Re \cdot Pr} \right) \frac{\partial^2 T^*}{\partial y^{*2}}$$

numero di Prandtl è funzione di Re e Pr, state limite termica e funz. di Re e Pr

interpretazione fisica di numeri: Reynolds: rapporto fra forze (per unità di volume) forze d'inertia e forze viscosità

$$\frac{F_i}{F_v} = \frac{\rho V^2 L}{\mu V/L} = \frac{\rho V L}{\mu} \cdot Re$$

$$F_i \sim \rho u \frac{\partial u}{\partial x} \quad F_v \sim \mu \nabla^2 u$$

la transizione da laminare a turbolento del moto è determinata dal peso relativo delle forze d'inertia rispetto alle forze viscosità, nel caso delle finanze aumenta la turbolenza del fluido alla parete (turbolenza) (Re grande moto turbolento)

Prandtl rapporto fra due differenziali fra della gov. di moto e dell'energia
 $\frac{\delta}{s} \approx Pr^m$ identifica il peso relativo di spessezza e geometria, derivato da Re

non è proprietà del tempo di moto (funzione solo delle prop. termofisiche del fluido)

Prandtl è prop. del fluido $Pr < 1$ $Pr = 1$ $Pr > 1$ cambiando tipo di fluido

fluido gas = $Pr \approx 1$

Pr	fluido	
< 1	metallo fuso legante	diff. dell'energia e spessezza dominante
~ 1	gas	
> 1	olio	

$$Pr^m = \frac{\delta}{s} \begin{matrix} \text{spessezza strato limite idraulico} \\ \text{spessezza strato limite termico} \end{matrix}$$

lo stato limite termico è det.

Reidat non dipende da Reynolds $\frac{VL}{\alpha} = Re \cdot Pr$ stesso tipo di informazione

rapporto alla potenza per unità di volume differenziale termica
 rapporto fra stati termici per convezione advection e stato termico legge
 alle condusse meso-scopice duali e Reynolds

$\tau_{xy} = \tau_{yx}$ termine degli sforzi simmetrico
 bilancio vettoriale lungo x e lungo y
 flusso delle quantità di moto: scusato dalle forze di gravità

$$\frac{\partial}{\partial x} ((\rho u)u) dx dy + \frac{\partial [(\rho v)u]}{\partial y} dy dx$$

var. della τ_x sulla faccia y

av. del flusso di qnt di moto

$$\frac{\partial [(\rho u)u]}{\partial x} + \frac{\partial [(\rho v)u]}{\partial y} = \frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} - \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \text{⊗}$$

trasporto in x delle quantità x e y

forza esterna sul volume per unità di volume es. forze di gravità

cosa manca per rendere stabile?

σ e τ interazioni di natura fra volumi di controllo

σ e τ contengono gli effetti della viscosità

rimangono le relazioni costitutive che legano σ grad. di velocità e prop. trasportate (viscosità e grad. di velocità)

in viscosità dinamica

$$\sigma_{xx} = 2\mu \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{2}{3} \mu \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right)$$

$$\sigma_{yy} = 2\mu \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{2}{3} \mu \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right)$$

$$\tau_{xy} = \tau_{yx} = \mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)$$

nel limite incompressibile $\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0$

$\nabla \cdot \vec{v} = 0$ dell'eq. della massa

spazi di taglio deviate viscosità

q. alle deviate parziali diverse da quelle di continuità \rightarrow 1° ordine, o 2° ordine, pareri semplici sono deviate da termini del 2° ordine

la viscosità introduce termini del 2° ordine

sp. ma in alcune parti, eq. non tutte uguali iperboliche 1° ordine ellittiche 2° ordine, se si pre il tempo anche parabolico

$de = c_v dT$ $c_v = c_p$ per un fluido incompressibile
 relazione alle variazioni di una variazione di T

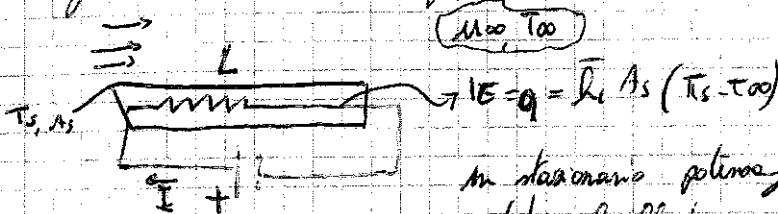
$$\rho c_p \left(u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} \right) = \frac{\partial}{\partial x} \left(k \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(k \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \rho \phi + q$$

la parte di flusso trasporta $c_p T$, l'entropia
 il flusso termico totale conduttivo, convettivo

se le prop. fisiche si prendono da T le eq. sono accoppiate l'una all'altra

Il Metodo Ingegneristico

con n più misure in una parte



in stazionario potenza generata uguaglia quella ceduta al fluido per convezione

le correlazioni sono relazioni che danno informazioni su h ma hanno spallata
 devono legare numeri adimensionali (Nusselt, coeff. di attrito)

numeri adimensionali

$$Nu = Re \cdot Pr$$

funzioni del fluido
 fisico

del corpo e moto

$$\frac{\partial}{\partial x} (T_s - T_{\infty}) \frac{dedy}{dy}$$

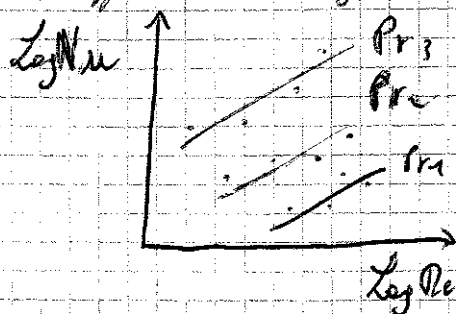
la correlazione garantisce il risultato in un campo di turbolenza
 20% di salto e la turbolenza.

Nu due cose correlate con Reynolds e Prandtl

$$\overline{Nu}_c = C Re^m Pr^n$$

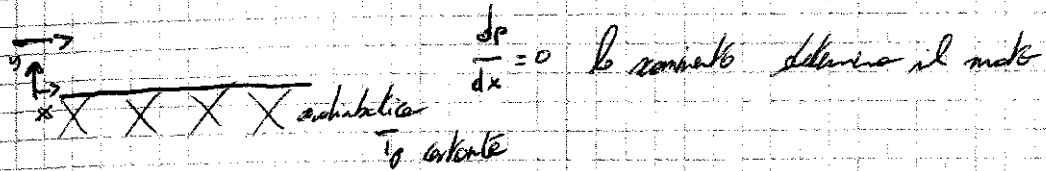
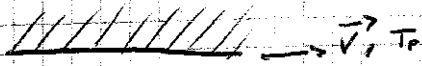
C, m, n sono indipendenti dalle altre del film

legge di potenza, si sommano Nusselt medio e $Re Pr$ a potenza
 in una una rappresentazione logaritmica



le rette approssimano
 l'andamento di Nu in
 funzione di Re

23-01-2013 Ventanna fissa
 1/2 rappresentare 6 capitoli 6



$T_{inf} = ?$ in funzione della prop. del fluido e della T_0 e \vec{v}

$T_{inf} = ?$
 $u = ?$

ipotesi:

- ① $v = 0$ solo lungo x $x = f(y)$
- ② condiz. stazionarie
- ③ proprietà del fluido costanti
- ④ p costante
- ⑤ $x, y = 0$
- ⑥ $Q = 0$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0$$

conservazione della massa

$$\frac{\partial u}{\partial x} = 0$$

quantità di moto

$$\rho \left(u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) = - \frac{\partial p}{\partial x} + \mu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right)$$

$$\rho \left(u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} \right) = - \frac{\partial p}{\partial y} + \mu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) + \gamma \vec{y}$$

si ottiene le condizioni della piastra superiore
 ma ci sono forze di carico X e Y

conservazione dell'energia

$$\rho c_p \left(u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} \right) = k \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) + \mu \phi + \dot{Q}$$

ϕ contributo della viscosità fu caso di \vec{v} e caso di T



$$0 = \mu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right)$$

quantità di moto

$$0 = 0$$

$$\frac{d^2 T}{dy^2} = -\frac{\mu}{K} \frac{V^2}{H^2}$$

$$\frac{dT}{dy} = \frac{\mu V^2}{KH^2} Y + C_1$$

$$T = \frac{\mu V^2}{2KH^2} Y^2 + C_1 Y + C_2$$

$$y=0$$

$$T_{inf} = C_2$$

$$y=H \quad T_P = \frac{\mu V^2}{2K} + C_1 H$$

$$C_1 = \frac{T_P - \frac{\mu V^2}{2K}}{H}$$

$$\frac{dT}{dy} = -\frac{\mu V^2}{2KH^2} Y + C_1 \quad C_1 = 0$$

$$T_{inf} = -\frac{\mu V^2}{2KH^2} + C_2 \quad y=0$$

$$T = -\frac{\mu V^2}{2KH^2} Y^2 + C_2$$

$$C_2 = T_{inf}$$

$$T_P + \frac{\mu V^2}{2KH^2} H^2 = C_2$$

$$\left. \frac{dT}{dy} \right|_{y=0} = 0$$

$$\frac{\mu V^2}{KH^2} Y + C_1 = 0 \quad C_1 = 0$$

$$T = \frac{\mu V^2}{2KH^2} Y^2 + \left(\frac{T_P - \frac{\mu V^2}{2K}}{H} \right) Y$$

$$T = \frac{\mu V^2}{2KH^2} Y^2 + C_1 Y + C_2$$

$$\frac{\mu V^2}{KH^2} Y + C_1 = 0 \quad y=0$$

$$C_1 = 0$$

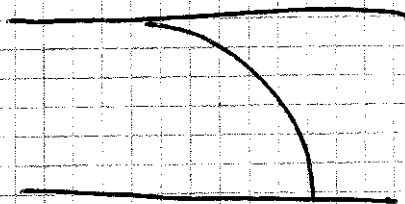
(C₂)

$$T_P = \frac{\mu V^2}{2K} + C_2$$

$$C_2 = T_P - \frac{\mu V^2}{2K}$$

$$T_{inf} = T_P - \frac{\mu V^2}{2K} = C_2$$

$$T(y) = -\frac{\mu V^2}{2KH^2} Y^2 + T_P - \frac{\mu V^2}{2K}$$

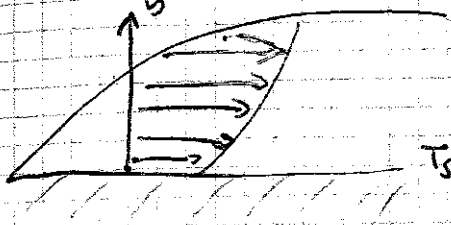


andamento di T

$$\frac{\mu}{H^2} V^2$$

esercizio 6.3

$$\frac{T(y) - T_s}{T_{\infty} - T_s} = 1 - \exp\left(-Pr \frac{\mu_{\infty} y}{\nu}\right)$$



μ_{∞}

$$T_{\infty} = 400 \text{ K}$$

$$Pr = 0,7$$

$$\frac{\mu_{\infty}}{\nu} = 5000 \text{ m}^{-2}$$

$$V = \frac{\mu}{\rho}$$

$$T_s = 300 \text{ K}$$

flusso termico sulla superficie?

$$\phi = -k \frac{dT}{dy} \Big|_{y=0} = -k \left(+ \frac{Pr \mu_{\infty}}{\nu} e^{-Pr \frac{\mu_{\infty} y}{\nu}} \right)$$

$$Pr = \frac{c_p \mu}{k}$$

$$k = 26,3 \cdot 10^3$$

$$T(y) = T_s + \left(1 - e^{-Pr \frac{\mu_{\infty} y}{\nu}}\right) (T_{\infty} - T_s)$$

$$T(x) = 300 + \left(1 - e^{-Pr \frac{\mu_{\infty} y}{\nu}}\right) (400 - 300)$$

$$= 300 + 100 - 100 e^{-Pr \frac{\mu_{\infty} y}{\nu}}$$

$$T(x) = 400 - 100 e^{-Pr \frac{\mu_{\infty} y}{\nu}}$$

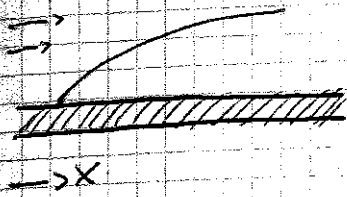
$$\phi = 26,3 \cdot 10^3 + 100 \cdot \frac{Pr \mu_{\infty}}{\nu} =$$

$$= 26,3 \cdot 10^3 + 100 \cdot 0,7 \cdot 5000 =$$

$$= 26,3 \cdot 10^3 + 350,000 =$$

$$\phi = -9,205 \text{ W} = -9,2 \text{ KW}$$

Esercizio 6.5
 un rasoio laminare su una superficie



$$h(x) \propto \frac{1}{\sqrt{x}}$$

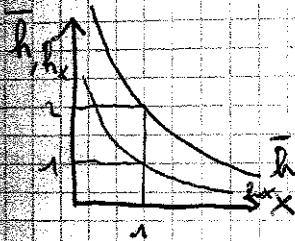
scoperto per h medio e h local ad un dato valore di x?

h local è dato

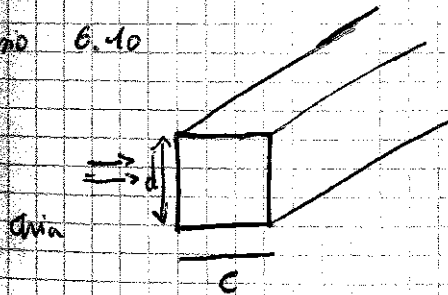
$$\bar{h} = \frac{1}{L} \int_0^L h(x) dx$$

$$\frac{\bar{h}}{h(x)} = \frac{\frac{1}{L} \int_0^L x^{-1/2} dx}{\frac{1}{\sqrt{x}}} = \frac{\frac{1}{L} \left[\frac{x^{1/2}}{1/2} \right]_0^L}{\frac{1}{\sqrt{x}}} = \frac{\frac{2\sqrt{L}}{L}}{\frac{1}{\sqrt{x}}} = \frac{2x^{1/2} \cdot x^{-1}}{x^{-1/2}} = 2 \frac{x^{1/2}}{x^{-1/2}} = 2 \frac{x^{-1/2}}{x^{-1/2}} = 2$$

$$\frac{2}{\sqrt{x}}$$



Esercizio 6.10



$V = 10 \text{ m/s}$

$T_{\infty} = 300 \text{ K}$

$T_w = ?$
 $h = 0$

$10^4 < Re < 5 \cdot 10^4$
 $Nu = C Re^m Pr^{1/4}$
 $C = 0,023$
 $d = 0,03 \text{ m}$

$T = 300 \text{ K}$
 $\rho = 1,1614 \text{ Kg/m}^3$
 $c_p = 1,007 \text{ KJ/Kg}\cdot\text{K}$
 $\mu = 184,6 \cdot 10^{-7} \text{ N}\cdot\text{s/m}^2$
 $k = 26,3 \cdot 10^{-3} \text{ W/m}\cdot\text{K}$

$$Re = \frac{1,1614 \text{ Kg/m}^3 \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 0,03 \text{ m}}{184,6 \cdot 10^{-7} \text{ N}\cdot\text{s/m}^2} = 1887432 = 1,88 \cdot 10^6$$

$$Pr = \frac{1,007 \text{ J/Kg}\cdot\text{K} \cdot 184,6 \cdot 10^{-7} \frac{\text{N}\cdot\text{s}}{\text{m}^2}}{26,3 \cdot 10^{-3} \frac{\text{W}}{\text{m}\cdot\text{K}}} = 0,7068$$

fonti

$$\frac{0,01}{0,03} = 1,34 \quad A = 0,672$$

$$m = \frac{1}{n}$$

$$\frac{h \cdot 0,03}{26,3 \cdot 10^{-3}} = 0,672 \cdot 1,88 \cdot 10^6 \cdot 0,7068 \frac{\text{K}}{\text{m}}$$

$$h = \frac{0,672 \cdot 1,88 \cdot 0,890 \cdot 26,3 \cdot 10^{-3} \text{ W/m}\cdot\text{K}}{0,03 \text{ m}} =$$

$$= 88,57 \frac{\text{W}}{\text{m}\cdot\text{K}}$$

$$h_{nb} = \frac{0,153 \cdot 1,88 \cdot 10^6 \cdot \frac{2}{3} \cdot 0,7068 \frac{\text{K}}{\text{m}} \cdot 26,3 \cdot 10^{-3}}{0,03} =$$

$$= \frac{0,153 \cdot 5,38 \cdot 0,890 \cdot 26,3 \cdot 10^{-3}}{0,03}$$

ψ $\frac{y}{x}$ adimensionale $\frac{y}{x} \sqrt{\frac{\mu_0 x}{\nu}}$

invece l'integrale $f(\eta)$ anche esso adimensionato

$$f(\eta) = \frac{\psi}{\mu_0 \sqrt{\frac{\nu x}{\mu_0}}}$$

la soluzione di Blasius si chiama di similitudine e η è la var. di similit. il profilo di velocità rimane geometricamente simile

$$\frac{\mu}{\mu_0} = \phi\left(\frac{y}{\delta}\right)$$

$$\frac{\mu}{\mu_0} = \phi(\eta)$$

δ è fatto in modo che $\frac{y}{\delta} \propto \eta$

si parte con la derivazione

$$\mu = \frac{\partial \psi}{\partial y} = \frac{\partial \psi}{\partial \eta} \cdot \frac{\partial \eta}{\partial y} = \mu_0 \frac{df}{d\eta}$$

$$f(\eta) = \frac{\psi}{\mu_0 \sqrt{\frac{\nu x}{\mu_0}}}$$

$$\psi = f \cdot \mu_0 \sqrt{\frac{\nu x}{\mu_0}}$$

$$\eta = y \sqrt{\frac{\mu_0}{\nu x}}$$

equazione della pnt. di modo

$$\mu \frac{\partial \mu}{\partial x} + \nu \frac{\partial \mu}{\partial y} = \nu \frac{\partial^2 \mu}{\partial y^2} \quad \text{eqn. di tipo ellittico, 2° ordine}$$

$$2 \frac{d^3 f}{d\eta^3} + f \frac{d^2 f}{d\eta^2} = 0$$

trasformazione ommogenea
eqn. diff. ordinaria non lineare
3° ordine

μ e ν sono derivate per cui aumentano il grado dell'equazione

condizioni al contorno

3° grado 3 cond.

$$\delta = 5 \sqrt{\frac{\mu_{\infty}}{\rho_{\infty} U_{\infty}}}$$

$$\delta = \frac{5}{\sqrt{\rho_{\infty} U_{\infty}}} = \frac{5x}{\sqrt{Re_x}}$$

crece in funzione di x lungo la piastra

$$\eta = \frac{y}{x} (Re_x)^{1/2}$$

valore limite = η fa sentire l'effetto viscoso, in fa sentire Reynolds
 dove viene le viscose \rightarrow un gradiente di velocità
 vicino lo sforzo di taglio \rightarrow pareti

$$\tau_s = \mu \left. \frac{\partial u}{\partial y} \right|_{y=0} = \mu_{\infty} \sqrt{\frac{\mu_{\infty}}{\rho_{\infty} U_{\infty}}} \left. \frac{df}{d\eta} \right|_{\eta=0}$$

tende a zero verso il free stream, lo sforzo τ

$$Cf = \frac{\tau_s}{\rho_{\infty} U_{\infty}^2} = 0,664 Re_x^{-1/2}$$

stato annullare

prop alla radice di Re_x nella piastra

prop inversa $\Rightarrow x$ cresce, Cf diminuisce con $\frac{1}{\sqrt{x}}$

di u e v sono note, determino il campo di temperature

Introduco il concetto di similitudine T^* dipende solo dalle
 combinazione di x e y come η
 sostituisco le derivate parziali in funz di η