NUMERO: 773

DATA: 15/11/2013

A P P U N T I

STUDENTE: Sobrino

MATERIA: Meccanica delle Macchine + Esercizi

Prof. Pastorelli

06-03-2013 Meccanica delle Macchine

Lezione 1

Esame 2 ore 3/4 esercizi, non si può rifiutare il ~~voto~~

[no orale]

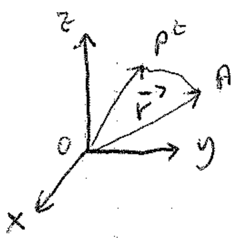
due testi: teoria + esercizi

Meccanica applicata alle macchine

e Esercizi di M.A.M. Leonotto e Bello

<u>Richiami della Cinematica del corpo ~~rigido~~ Puntiforme</u>

solo movimento di ciò che osserviamo



$\vec{r}$ vettore

vettore => direzione, verso, modulo

la posizione del punto varia

$B^{t+\Delta t}$ Δt intervallo di tempo

$B \Rightarrow \vec{r}_1 = \vec{r} + \Delta\vec{r}$

non è uguale alla somma dei moduli

vettori posizione variano nel tempo

$\vec{v}_m = \dfrac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}$ velocità media esprime variazione di posizione in un intervallo finito di tempo

$\vec{v} = \lim_{\Delta t \to 0} \dfrac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \dfrac{d\vec{r}}{dt}$ velocità istantanea in A

$\vec{v}_{in\,A}$ $\vec{v}_{in\,B}$

si introduce vettore

$\vec{a}_m = \dfrac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \dfrac{\vec{v}_{in\,B} - \vec{v}_{in\,A}}{\Delta t}$ accelerazione media

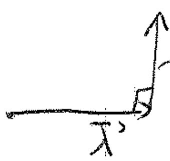
$\vec{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \dfrac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \dfrac{d\vec{v}}{dt}$ accelerazione istantanea

$\vec{w}$ si parla di velocità angolare media e istantanea

$\vec{w} = \frac{d\vec{\theta}}{dt}$ $\vec{\theta}$ angolo vettore, dipende in che ~~verso~~ senso gira

tende a 90°

$$\frac{d\vec{\lambda}}{dt} = \vec{w} \times \vec{\lambda}$$



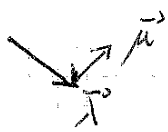
$\frac{d\vec{\lambda}}{dt}$ $(w\lambda)$ per $\Delta\vec{\theta} \to 0$ $\frac{d\vec{\lambda}}{dt}$ è ~~tg~~ $\perp$ a $\vec{\lambda}$

modulo del vettore

$$\vec{r} = r\vec{\lambda} + z\vec{k}$$

$$\frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{d}{dt}\left(r\vec{\lambda}\right) + \frac{d}{dt}\left(z\vec{k}\right) = \dot{r}\vec{\lambda} + r\frac{d\vec{\lambda}}{dt} + \dot{z}\vec{K} =$$

$$= \dot{r}\vec{\lambda} + rw\vec{\mu} + \dot{z}\vec{k}$$

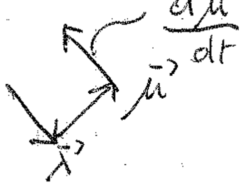


$\vec{\mu}$ è perpendicolare a $\vec{\lambda}$

tre termini => quanto varia raggio, quanto varia la proiezione dell'angolo, quanto varia z.

accelerazione

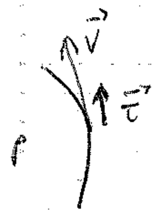
$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2} = \ddot{r}\vec{\lambda} + \dot{r}w\vec{\mu} + \dot{r}w\vec{\mu} + r\dot{w}\vec{\mu} + rw\overbrace{\frac{d\vec{\mu}}{dt}}^{(-\vec{\lambda}w)} + \dot{z}\vec{k}$$



$$\left(\ddot{r} - rw^2\right)\vec{\lambda} + \left(r\dot{w} + 2\dot{r}w\right)\vec{\mu} + \ddot{z}\vec{K} \qquad w = \frac{d\theta}{dt} = \dot{\theta}$$

$\vec{v} = R\dot{\theta}\vec{\mu}$ $\quad$ $\vec{\mu}$ versore tg alla circonferenza secondo la direzione della velocità angolare

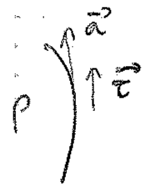
$\vec{a} = R\ddot{\theta}\vec{\mu} - R\dot{\theta}^2\vec{\lambda}$



$V = R\omega\vec{\tau}$

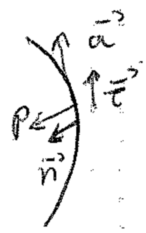
$a_{P_\tau} = R\ddot{\theta} = R\dot{\omega}$

$R\dot{\omega} = R\dot{v}$



lungo il versore tangente

contributo centripeto



$a_{P_n} = R\dot{\theta}^2 = R\omega^2 = \frac{V^2}{R}$

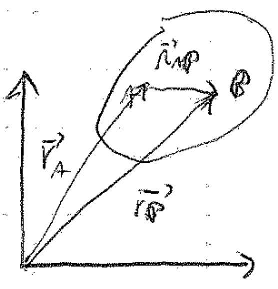
l'accelerazione di P è la somma del contributo tangenziale e il contributo normale

normale diretta verso il centro di curvatura tiene conto del fatto che la traiettoria sta piegando

tangenziale indica la variazione di velocità

Moto di un Corpo Rigido

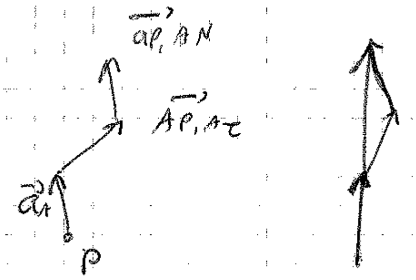
la distanza di due punti qualsiasi è costante



la forma dell'oggetto è indeformabile

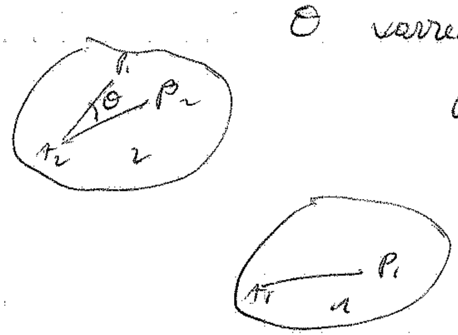
$\vec{r_B} = \vec{r_A} + \vec{r_{A,B}}$

$$\frac{d\vec{r_B}}{dt} = \frac{d\vec{r_A}}{dt} + \frac{d\vec{r_{AB}}}{dt}$$



non ha senso dire velocità angolare di un punto
è proprietà di tutto il corpo

θ varrebbe per ogni altra coppia di punti del corpo



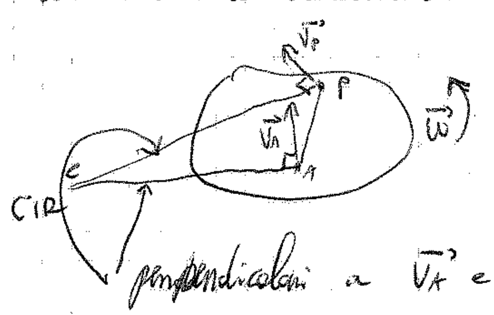
la velocità angolare è proprietà del corpo rigido

08-03-2013 Seconda Lezione

Corpo Rigido Moto Piano

$\vec{v}_P = \vec{v}_A + \vec{v}_{P,A}$ due contributi traslatorio e rotatorio

Centro di istantanea rotazione CIR



Esiste un punto idealmente solidale al corpo tale che ha velocità nulla può appartenere o meno al corpo

perpendicolari a $\vec{v}_A$ e $\vec{v}_P$

CIR è fermo nell'istante esaminato

$\vec{v}_A = \vec{v}_{A,C} + \underbrace{\vec{v}_C}_{=0} = \vec{\omega} \wedge \vec{CA}$ $\quad$ $\vec{v}_P = \vec{v}_{P,C} = \vec{\omega} \wedge \vec{CP}$

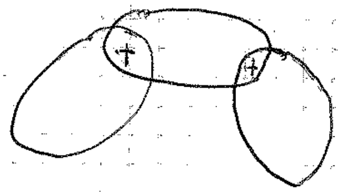
coda in CIR punta in A o P

i punti ruotano semplicemente attorno al CIR

Cinematismi => più corpi rigidi collegati fra loro

meccanismo

+ elemento d'unione che limitano il moto dei corpi fra di loro



vincoli => gradi di libertà

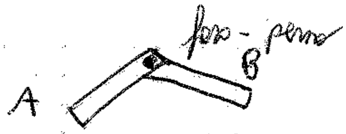
6 gradi di libertà per un corpo rigido in 3D

in 2D bastano 3 parametri indipendenti

vincoli limitano i gradi di libertà di un corpo rigido

Incastro => limita completamente il moto del corpo, è come una saldatura

Cerniera o coppia rotoidale => permette solo la rotazione del corpo

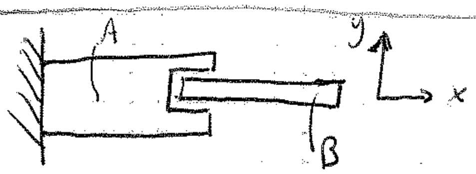


1 grado di libertà (la rotazione)

2 gradi di vincolo

O ∈ A e B non può traslare su x e y

Guida Prismatica o Lineare

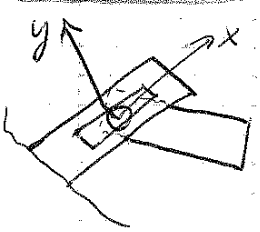


1 grado di libertà su x

non può ruotare o traslare su y

2 gradi di vincolo

Appoggio Scorrevole



il perno si infila nella scanalatura

può ruotare e traslare

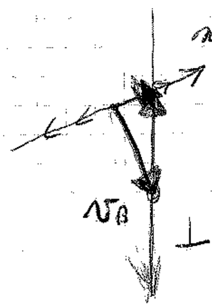
2 gradi di libertà trasla su x e ruota B rispetto a A

1 grado di vincolo

traslazione su y

CD $\quad W_2 CD \quad W_2$ incognita

non so il verso

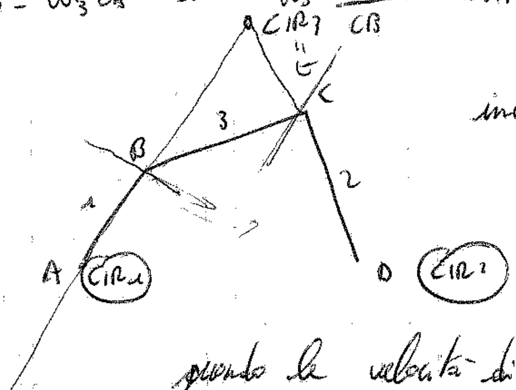


due vettori su $\perp CB$ $\perp CD$

$\perp CB$ il punto di incrocio delle rette rappresenta la soluzione

$v_C = W_2 CD \Rightarrow W_2 = \dfrac{v_C}{CD}$ verso orario

$v_{C,B} = W_3 CB \Rightarrow W_3 = \dfrac{v_{C,B}}{CB}$ verso antiorario



individuo i centri di istantanea rotazione

quando le velocità di B e C le penso come appartenenti ai corpi 1, 2 e poi al corpo 3.

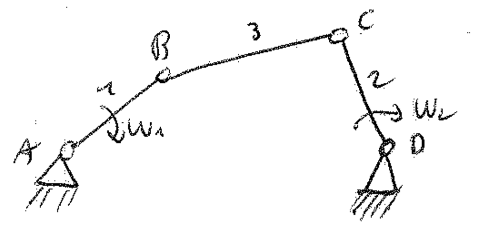
$W_3 = \dfrac{V_B}{BE} \qquad E = CIR\,3$

calcolo da qui W_3

$V_C = W_3 \overline{CE} \qquad W_3$ antiorario

$W_2 \text{ orario} = \dfrac{V_C}{\overline{CD}}$

accelerazioni

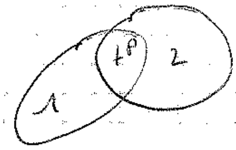


W_1 costante $\quad$ centripeta $\quad W_1^2 AB$ modulo

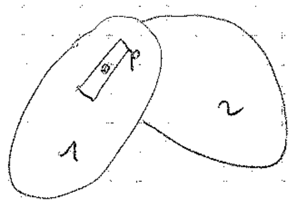
$\vec{a}_B = \underset{0}{\vec{a}_A} + \vec{a}_{B,An} + \vec{a}_{B,At}$

A incernierato

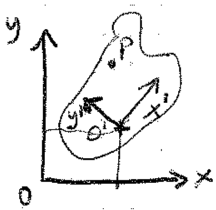
Moti Relativi



P fisso su 1 e fisso su 2



P fisso per 2
ma si muove per 1



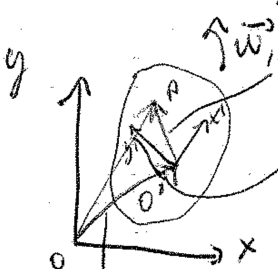
Oxy sistema fisso
il corpo si muove rispetto al sistema fisso

O'x'y' sistema mobile solidale con il corpo
considero P che si può muovere sia rispetto al corpo
sia rispetto al piano fisso e anche rispetto al corpo

Moto assoluto => moto di P rispetto al sistema fisso

Moto Relativo => moto di P rispetto al corpo mobile

Moto di Trascinamento => moto di P rispetto al sistema fisso
quando è annullato il moto relativo



moto relativo

~~moto di~~ moto assoluto

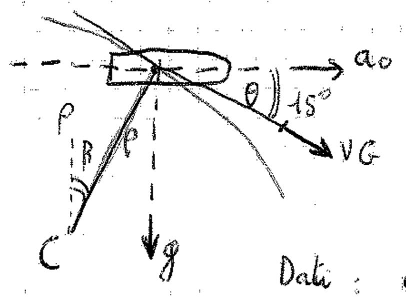
[moto di trascinamento] composizione di un moto traslatorio e di
un moto rotatorio

$\vec{OP}$ posizione assoluta del corpo $= \vec{O'P} + \vec{OO'}$
(1,37)

13-03-2013 Terza Lezione

Esercitazione

Esercizio 1,15 Problema 0-1



si approssima la traiettoria con una circonferenza

velocità V_G tangente alla traiettoria

Dati: a_0 g
V_G θ

Incognite:
- ρ raggio di curvatura della traiettoria
- a_τ tangenziale
- w angolare con il quale ruota il raggio vettore $(\dot\beta)$

a_τ in un moto circolare $a_\tau = \dot V_G = (\ddot\beta \rho)$

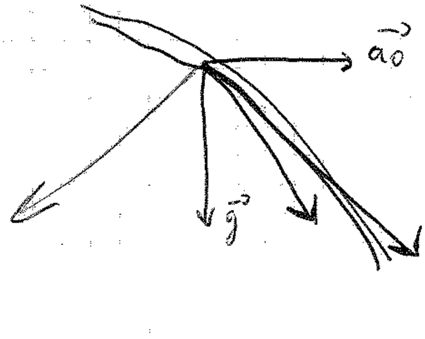
a_N normale $a_n = \dot\beta^2 \rho = \frac{V_G^2}{\rho}$ accelerazione normale centripeta

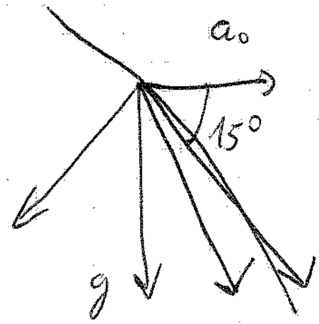
da queste relazioni ottengo ρ raggio osculatore

$$a = \sqrt{6^2 + 9^2} = \sqrt{36+81} = \sqrt{117}$$

$a_0 = 6 \ m/s^2$
$g = 9 \ m/s^2$
$V_G = 15 \cdot 10^3 \ Km/h$

$\alpha = arctg \frac{6}{9} = arctg\left(\frac{2}{3}\right)$

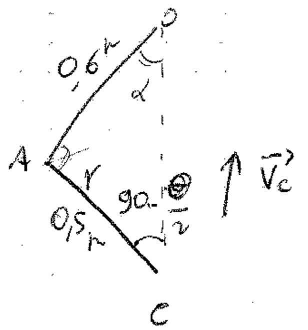




Incognita
velocità angolare delle ganasce

$r = 500\ mm \quad AO = 60 = 600\ m = 0{,}6\ m$

$0{,}5\ m \quad V = 0{,}3\ m/s$



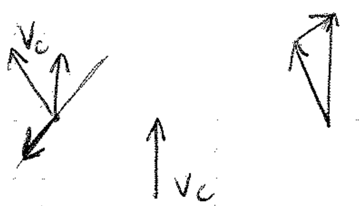
$V_A = V_C + V_{A,C} = 0{,}3\ m/s + \dot{\beta}\, 0{,}5$

$\dot{\beta} = \cancel{90} - \frac{\dot{\theta}}{2} = -\frac{\omega}{2}$

$V_A = \underset{0}{V_O} + V_{A,O} = \dot{\alpha}\ AO$

$\dot{\alpha} AO = 0{,}3 + \dot{\beta} 0{,}5$

$\beta = 90 - 22{,}5 = 67{,}5\ rad$



$\beta = 67{,}5°$ triangolo $\hat{AOC}$ teorema dei seni

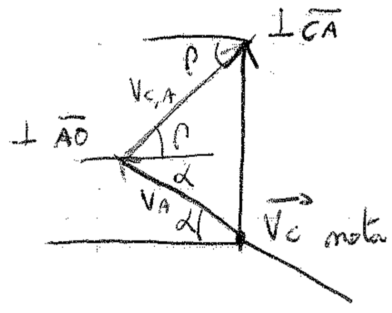
per qualunque triangolo rapporto fra $\frac{lato}{seno}$ = costante

$$\frac{AO}{\sin\beta} = \frac{AC}{\sin\alpha} \qquad \sin\alpha = \frac{\sin\beta\ \overline{AC}}{\overline{AO}} \qquad \alpha = 50{,}34°$$

Corpo rigido AC

$$\vec{V_C} = \vec{V_A} + \vec{V_{C,A}}$$

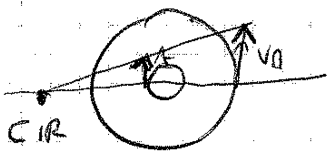
$\uparrow \quad \perp \overline{AO} \quad \perp \overline{AC}$



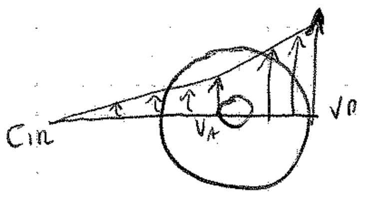
$$\frac{V_{C/A}}{\sin(90-\alpha)} = \frac{V_C}{\sin(\alpha+\beta)}$$

② $V_A = \omega_1 r_1 = 0,1$ m/s

$V_B = \omega_2 \cancel{r_2} = 0,2$ m/s



cir sta sulla retta orizzontale

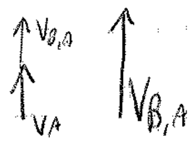


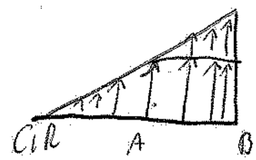
$V_A = \omega_3 \overline{AC}$

$V_B = \omega_3 \overline{BC}$

$\frac{V_A}{V_B} = \frac{\overline{AC}}{\overline{BC}}$

$\vec{V_B} = \vec{V_A} + \vec{V_{B,A}}$

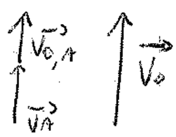




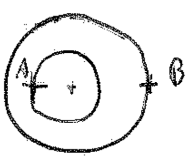
la distribuzione triangolare indica che c'è anche rotazione

$\omega_3 = \frac{V_B - V_A}{BA} = 0,333$ rad/s $\vec{V_{O,A}} = \omega_3 \cdot \overline{OA}$

$\vec{V_O} = \vec{V_A} + \vec{V_{O,A}} = 0,133$ m/s



$\vec{a_\tau}$ si sente solo la componente tangenziale, non quella normale



$a_A = 0$

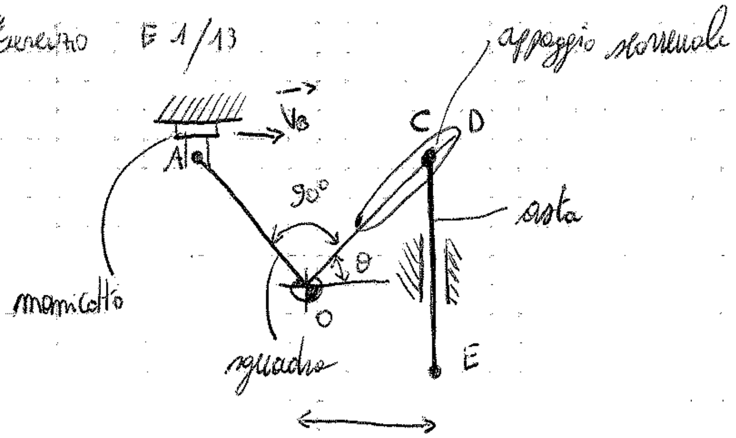
$a_B = \dot{\omega}_2 r$ decelera, verso il basso

$a_{B\tau} = |\dot{\omega}_2| r_2$

15-03-2013 Quarta Lezione

Moti Relativi

Esercizio E 1/13



$\overline{AO} = r$

$\overline{CO} \cos\theta = b$ proiezione di $\overline{CO}$ sull'asse orizzontale

$\vec{V_B}$ ha modulo costante, nota

$\vec{V_E}$, $\vec{a_E}$ sono incognite 1 solo grado di lib.

3 corpi $\times$ 3 = 9 gdl

$\underbrace{2\ gdv}_{\text{manicotto}}$ $\underbrace{1\ gdv}_{\text{perno della squadra A}}$ $- 2\ gdv - 1 - 2 = 1$

cerniera in O

(appoggio scorrevole)

C guida asta

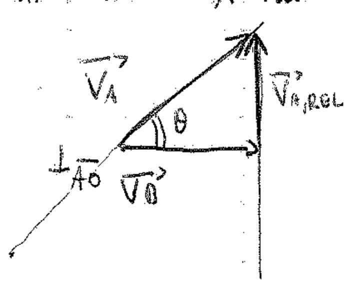
$\vec{V_B}$

$\vec{V_A} = \vec{V_{A_{REL}}} + \vec{V_A}_{\text{trascinamento}}$

rispetto al manicotto lungo la verticale

$\vec{V_A} \perp \overline{AO}$ A ruota attorno ad O ω_{AO}

velocità angolare della squadra



$V_A = \dfrac{V_B}{\cos\theta}$

$$\vec{a}_{A,Ot} = \vec{a}_{A,On} \; tg\theta$$

$$\cancel{\dot{\omega}\,\overline{AO} = \omega^2\,\overline{AO}\; tg\theta}$$

$$\dot{\omega} = \frac{a_{A,Ot}}{\overline{AO}}$$

$$\vec{a}_{C,CORIOLIS} = 2\,\vec{\omega}_{TRASC} \times \vec{V}_{REL}$$

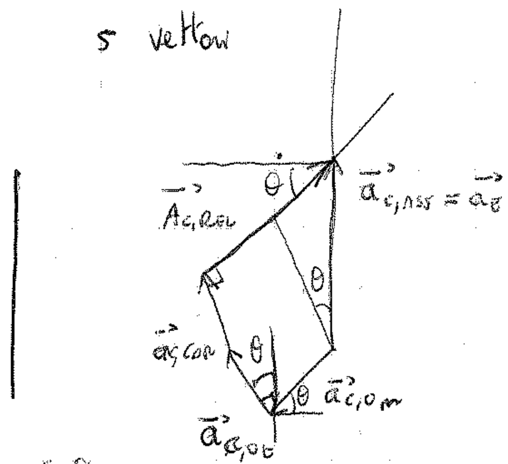
punto C

squadra

$$\vec{a}_C = \vec{a}_{C,REL} + \vec{a}_{C,TR} + \vec{a}_{C,CORIOLIS}$$

$\vec{a}_C$	$\vec{a}_{C,REL}$	$\vec{a}_{C,TR}$		$\vec{a}_{C,CORIOLIS}$
$\updownarrow$	$//\,\overline{OC}$	$\perp\,\overline{OC}$		$\perp\,\overline{CO}$
?	?	$\vec{a}_{C,On}$ +	$\vec{a}_{C,Ot}$	$\nwarrow$
?	?	$//\,\overline{CO}$	$\perp\,\overline{CO}$	
		$\omega^2\,\overline{CO}$	$\dot{\omega}\,\overline{CO}$	
		$C \to O$		

5 vettori



$$a_C + a_{C,On} \cdot \sin\theta =$$

$$= (a_{C,Ot} + a_{C,COR})\cos\theta + a_{C,R}\sin\theta$$ proiezione sull'asse verticale

due incognite

devo proiettare sull'asse orizzontale

$$a_{C,R}\cos\theta = (a_{C,Ot} + a_{C,C})\sin\theta + a_{C,On}\cos\theta$$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 25 di 149

la molla dipende dalla deformazione

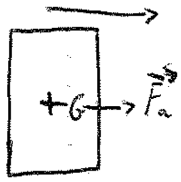
reattive => nascono in funzione di altre forze del sistema,
dipendono dall'equilibrio del sistema, statico o dinamico es. reazioni vincolari
nota la direzione ma il modulo dipende dalle forze applicate

$\boxed{\text{Lavoro}}$ → motrici => lavoro positivo

↓

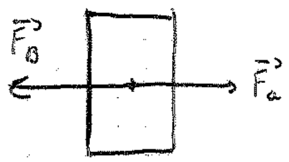
resistenti => lavoro negativo

Equilibrio del sistema Meccanico



$\vec{F}$ peso applicato nel baricentro
applico un'azione $\vec{F_a}$

si ha un effetto di movimento: si ha un'accelerazione

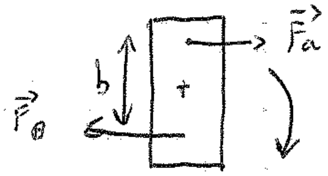


$\vec{F_a} = -\vec{F_B}$ il corpo rimane fermo => equilibrio dinamico

$F_a = F_B$ moduli uguali

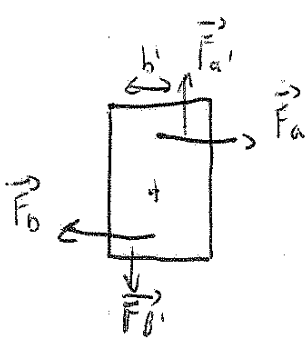
se il corpo possedeva già una velocità il corpo mantiene la velocità => ~~equilibrio dinamico~~

Σ forze=0 equilibrio dinamico



$\vec{F_a} = -\vec{F_B}$ le forze fanno ruotare il corpo
Risultante delle forze nulla ma momento diverso da zero

coppia $F_a \cdot b$ braccio b



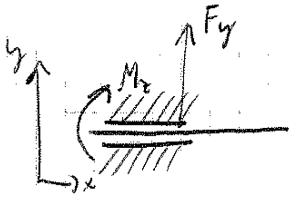
$\vec{F_{a'}} = -\vec{F_{B'}}$ coppia $F_{a'} \cdot b' = F_a \cdot b$

una coppia => senso ↻
un'altra => " ↺

$R = \sqrt{x^2 + y^2}$ $\quad tg\theta = \frac{F_y}{F_x}$

guida prismatica

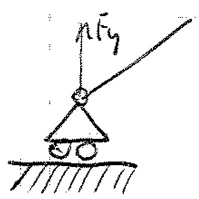
il corpo può solo traslare



solo lungo asse x

2 gradi di vincolo => momento + F_y

appoggio scorrevole



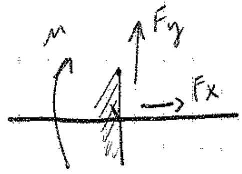
rotazione + traslazione sull'asse x

reazione lungo asse y

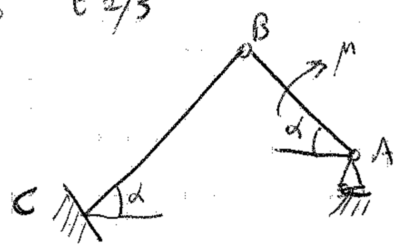
incastro

3 gradi di vincolo

3 componenti di reazioni vincolari



Esempio E 2/5



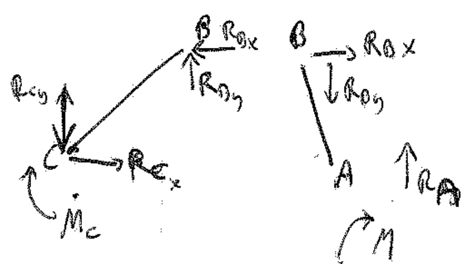
$\overline{AB} = a$

$\overline{BC} = b$

0 gdl non può muoversi

Diagramma di Corpo Libero si prendono versi a caso

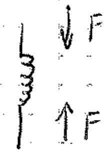
scrivo equazioni di equilibrio di forze e momento



2 forze + 1 momento
$$\begin{cases} R_{Bx} = 0 \\ R_A - R_{By} = 0 \\ M + R_{Bx} \cdot a\sin\alpha - R_{By}\, a\cos\alpha = 0 \end{cases}$$

asta destra

per deformarlo devo applicare una forza $\vec{F}'$ e applicare una reazione



$\vec{F}' = +K x \hat{u}_x$

K rigidezza della molla

$K \left[N/m \right]$

20-03-2013 Quinta Lezione

Forze di attrito

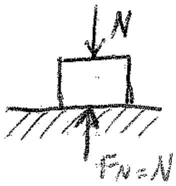
forze di superficie, nascono secondo la direzione tangenziale alla superficie

le ~~rugosità~~ asperità dei corpi causano l'attrito

strisciamento

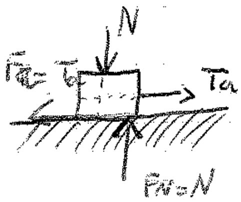
aderenza

le azioni tangenziali si oppongono al moto



il corpo è in quiete

$F_N = N$ reazione vincolare

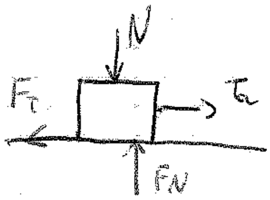


F_a e T_a sono applicati in punti diversi

bisogna applicare un altro momento

situazione di aderenza

l'attrito è causato dalle reazioni vincolari delle asperità



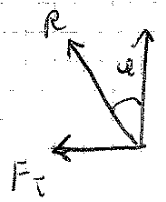
limite $(F_T)_{max} = (T_a)_{max}$

se $F_T < F_{Tmax}$ stato di quiete

l'aderenza c'è in uno spettro di forze

strisciamento $F_T = f_a F_N$ un ben preciso valore di F_T

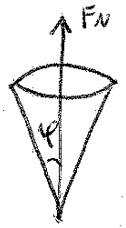
coefficiente di attrito



$tg\varphi = \frac{F_T}{F_N} = f$ coeff. di attrito

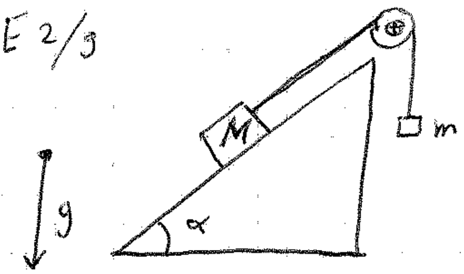
φ angolo di attrito

Cono di attrito



individua solo una superficie sulla quale posso individuare R

E 2/3



$M = 100$ Kg

$\alpha = 20°$

~~aderenza~~

$f_a = 0{,}3$

$$\begin{cases} Mg\sin\alpha - mg - Mg\cos\alpha \cdot f_a = 0 \\ Mg\cos\alpha = N \end{cases}$$

$$M\cancel{g}\sin\alpha - m\cancel{g} = M\cancel{g}\cos\alpha \cdot f_a$$

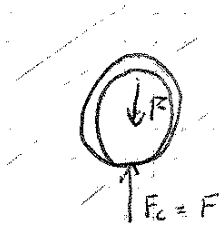
$$f_a = \frac{M\sin\alpha - m}{M\cos\alpha}$$

$M\sin\alpha - M\cos\alpha f_a = m \cdot$ valore ~~minimo~~

$6 < m < 62,h$ spettro di valori di aderenza, il corpo è in quiete

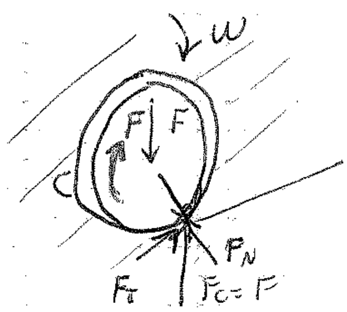
in aderenza, ~~...~~ quindi non si può dire il valore della reazione perché dipende dalle altre forze

Attrito nei Perni
(vincolo cerniera)



$F_c = F$ per equilibrio

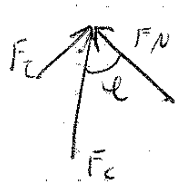
in movimento



F applicata in modo costante

non è più sulla direzione di F, ma è spostata verso destra

nasce per attrito

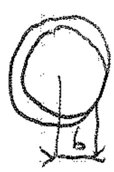


$F_T = f F_N = tg\varphi F_N$

$C = Fb = F_c b$

~~b distanza fra F_c~~

~~b distanza fra il punto di applicazione di~~



© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 35 di 149

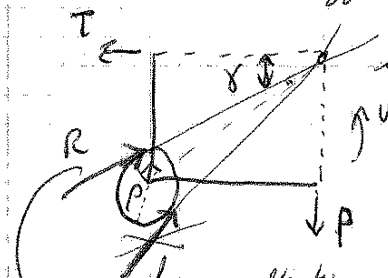
CON ATTRITO nella cerniera

$\vec{R} + \vec{T} + \vec{P} = 0$

$\vec{R}$ tangente al cerchio d'attrito

$\rho = r \sin\varphi$ $\qquad \varphi = \operatorname{arctg} f$

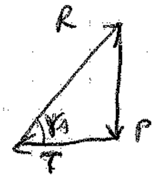
raggio del perno



due possibili soluzioni perché con l'attrito entra in gioco il verso di strisciamento

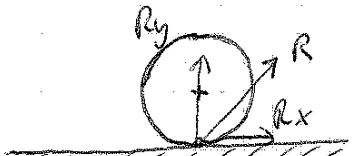
forze risultante

deve dare momento opposto a quello del moto



$T = \frac{P}{\operatorname{tg}\gamma_1}$

Vincolo di Rotolamento senza strisciamento



il corpo si muove di moto rotatorio attorno al CIR, come se fosse un vincolo cerniera

la direzione e l'angolo di R dipendono dalle altre forze in gioco

R_x è una componente dovuta all'attrito

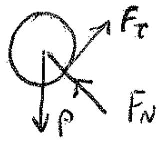
nasce solo se le azioni applicate tendono a far muovere il rullo tangenzialmente

$R_x \leq f_a R_y$ aderenza

traslazione centro – rotazione rullo legame indissolubile

se $f_a \geq \frac{F_T}{F_N}$ non fosse soddisfatta?

non c'è aderenza sufficiente => no rotolamento puro
c'è rotolamento con strisciamento



il piano cerca di opporsi alla traslazione

<u>Strisciamento</u>

$F_T = f\, F_N$

$F_N = P\cos\alpha$

~~$P\cos\alpha$~~ $P\sin\alpha - F_T = ?$ dipende dall'attrito

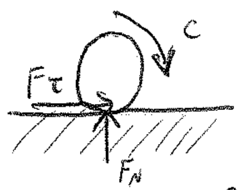
$P\sin\alpha - f\, P\cos\alpha =$ numero $\gtrless 0$

$\circlearrowright\ F_T \cdot r$
raggio del rullo

perdo l'accoppiamento fra rotolamento e traslazione

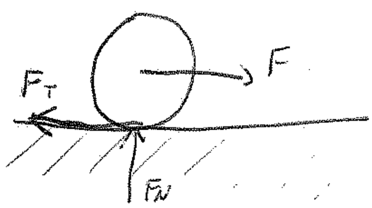
Rotolamento

Ruota Motrice ~~o Ruota Condotta~~

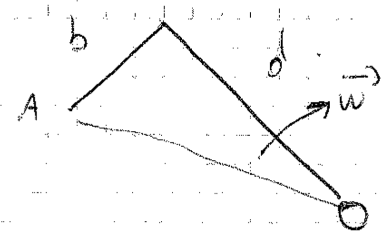


il terreno spinge in avanti la ruota

Ruota Condotta



il terreno si oppone al moto



$$\overline{AO} = \sqrt{b^2 + d^2} = \sqrt{0{,}3^2 + 0{,}4^2} = \sqrt{0{,}09 + 0{,}16} = 0{,}5 \text{ m}$$

$W_0 = -2 \text{ rad/s}^2$

$W_f = 3 \text{ rad/s}$

$V_A = \omega r \qquad \dot{W} = -2 \text{ rad/s}^2$

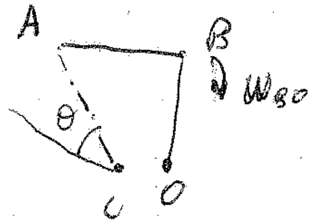
$W = -3 \text{ rad/s}$

$V_A = -3 \cdot 0{,}5 = -1{,}5 \text{ m/s}$

22-03-2013 Sesta Lezione

Esercitazione

Problema 04 Esercizio 1,42



$W_{OB} = 0{,}6 \text{ rad/s}$ orario

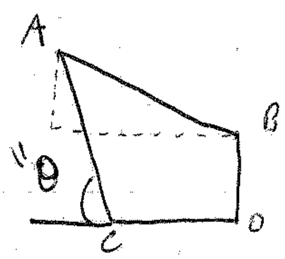
$W_{CA} = ?$ $W_{AB} = ?$

posizione verticale $tg\,\theta = 4/3$

$\overline{OB} = 120$ mm

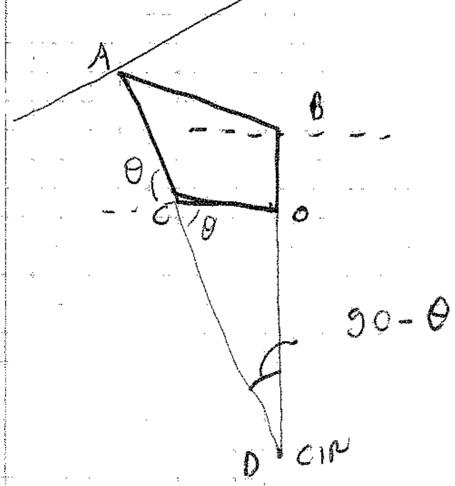
$\overline{CA} = 200$ mm

$\overline{OC} = 120$ mm



$$AB = \sqrt{(AC\cos\theta + OC)^2 + (AC\sin\theta - OB)^2} = 243{,}31 \text{ mm}$$

$\theta = 53{,}13°$



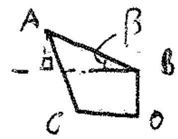
$$DB = BO + OD = BO + \frac{CO}{tg(90-\theta)} = 280 \text{ mm}$$

$$DA = AC + \frac{CO}{\sin(90-\theta)} = 400 \text{ mm}$$

$$a_{A,cm}\cos(\theta-\beta) = a_{B,O_n}\cos(90-\beta) + a_{A,B_n} + a_{A,Ct}\sin(\theta-\beta)$$

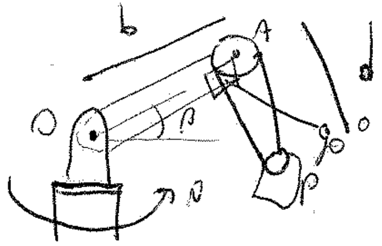
$\dot{\omega}_{A,C} = 0,109\ rad/s^2$

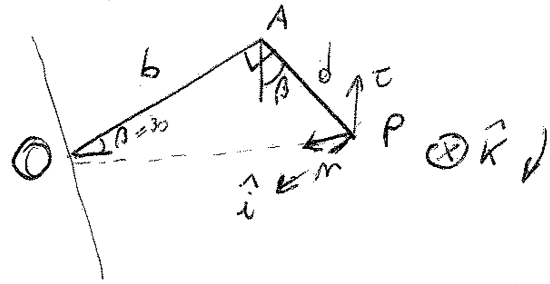
Come si ricava β?

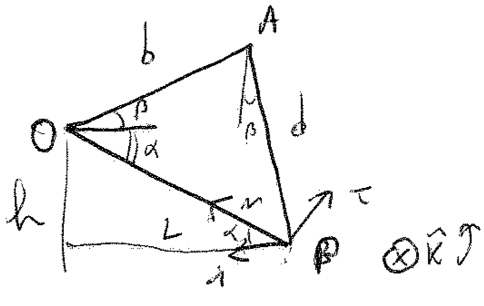


$$tg\beta = \frac{AC\sin\theta - OB}{AC\cos\theta + OC} = 9,460°$$

Problema 05 esercizio 1,33





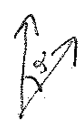


$OP = \sqrt{b^2+d^2} = 360,56\ mm$

$L = OA\cos\beta + AP\sin\beta = 358,84\ mm$

$h = AP\cos\beta - OA\sin\beta = 23,205\ mm$

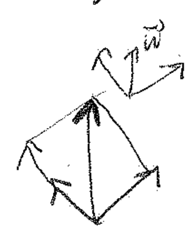
$\alpha = arctg\frac{h}{L} = 3,68°$



$N = 40°/s$ velocità di trascinamento sull'asse verticale costante

$\dot{\beta} = 10°/s \qquad \ddot{\beta} = 20°/s^2 \qquad 10°/s = 10\frac{\pi}{180}\frac{rad}{s}$

$$\vec{a}_P = \vec{a}_{TR} + \vec{a}_{REL} + \vec{a}_{CORIOLIS}$$



$$= N\hat{k} + \vec{a}_{P,O_N} + \vec{a}_{P,O_t} + 2\vec{W}\wedge\vec{V} =$$

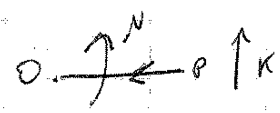
$$= -40\frac{\pi}{180}\frac{rad}{s}\hat{k}^2 + \dot{\beta}^2\cdot\overline{OP} + \ddot{\beta}\,\overline{OP} + 2\cdot(-40)\wedge|\,\omega\overline{OP})$$

$\vec{a}_P = \vec{a}_{P,REL} + \vec{a}_{P,TR} + \vec{a}_{CORIOLIS}$

$\vec{a}_{P,REL} = \dot{\beta}^2 \overline{OP}\,\vec{n} + \ddot{\beta}\,\overline{OP}\,\vec{\tau}$

$\vec{a}_{P,TR} = N^2 L\,\vec{\lambda} = \omega^2 l\,\hat{\lambda} = 0,47536\ \hat{\lambda}$

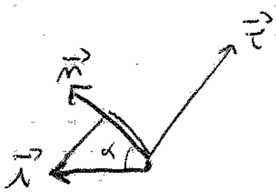
$\omega = 0,69813$ rad/s



$\vec{a}_{CORIOLIS} = 2\,\vec{\omega} \wedge \vec{v}_P = 2\,\omega\,\dot{\beta}\,\overline{OP}\sin\alpha\,\vec{K} = 0,005643\ \vec{K}\ m/s^2$

$\vec{v}_{P,REL} = \dot{\beta}\,\overline{OP}\,\vec{\tau}$

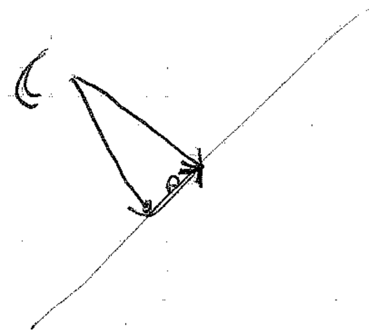
$\vec{\lambda} = \cos\alpha\,\vec{n} - \sin\alpha\,\vec{\tau}$

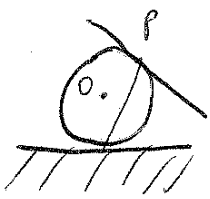


$\vec{a}_P = a_\tau\,\vec{\tau} + a_n\,\vec{n} + a_K\,\vec{K}$

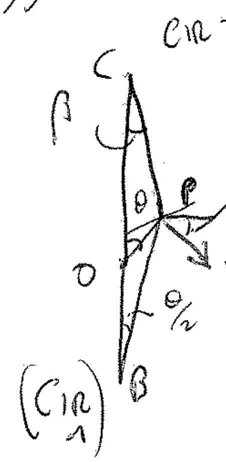
$a_P = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2 + a_K^2} = 0,2185\ m/s^2$

$V_P = V_{REL} + V_{TR}$





$\omega_1 = 20$ rad/s

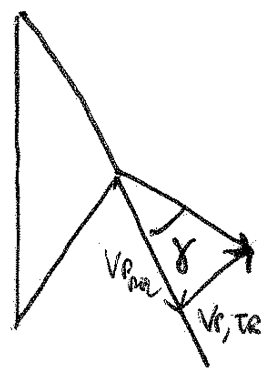


$\vec{v}_P = \omega_1 \overline{BP} = \vec{v}_{P,REL} + \vec{v}_{P,TR}$

$\perp \overline{BP}$ $\parallel \overline{CP}$ $\perp \overline{CP}$

? $\omega_2 CP$?

?



$V_P = \omega_1 BP$

$V_{P,TR} = V_P \sin\gamma$

$\omega_2 = \dfrac{V_{P,TR}}{CP}$

$v_{P,REL} = V_P \cos\gamma$

v_0 costante $\Rightarrow a_0 = 0$

$\vec{a}_P = \vec{a}_{P,O_1} + \vec{a}_{P,O_2} = \vec{a}_{P,REL} + \vec{a}_{P/C,n} + \vec{a}_{P/C,t}$

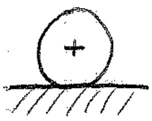
$+ \vec{a}_P$ coriolis

27-03-2013 Settima Lezione

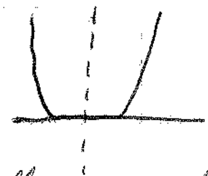
Resistenza ~~all'avanzamento~~ al rotolamento

attrito volvente

descrive ciò che si ha quando un corpo circolare rotola rispetto a una superficie

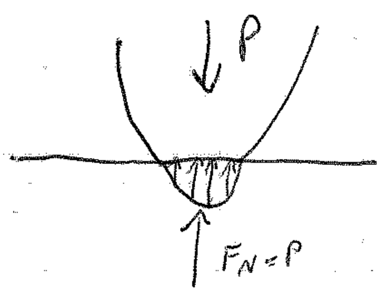


in assenza di rotolamento

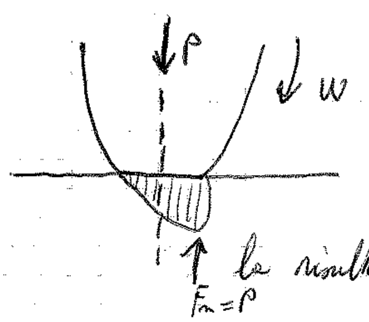


in realtà c'è una superficie di contatto

la forza è distribuita sulla superficie di appoggio



In condizioni di rotolamento

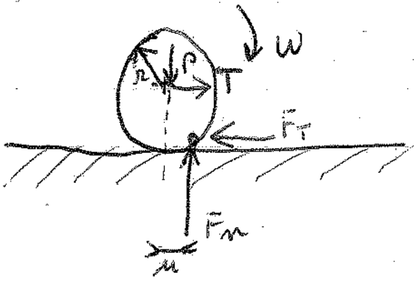


la risultante si sposta sul lato destro

u = parametro di attrito volvente u [m]

moto uniforme

ω cost devo applicare una coppia o una forza



$$\begin{cases} F_N = P \\ F_T = T \\ Tr = Pu \rightarrow T = \frac{Pu}{r} \end{cases}$$

dipende dai materiali a contatto

$$I_{yy} = \int_m (x^2+z^2)\,dm$$

$$I_{zz} = \int_m (x^2+y^2)\,dm$$

Momenti Centrifughi (Prodotti di Inerzia)
dall' ingl. PRODUCT OF INERTIA

$$I_{xy} = \int_m xy\,dm = I_{yx}$$

$$I_{xz} = \int_m xz\,dm = I_{zx}$$

$$I_{yz} = \int_m yz\,dm = I_{zy}$$

$I\ [kg\,m^2]$ $\quad I_{xx} \ldots > 0$ momenti d'inerzia sempre positivi

momenti centrifughi $I_{xy}\ldots \gtreqless 0$

$I_{xy}=0$ se l'asse x o l'asse y è asse di simmetria del corpo

~~qualunque sia il punto~~

dato un qualunque punto esiste un'orientazione tale che i momenti centrifughi si annullano.

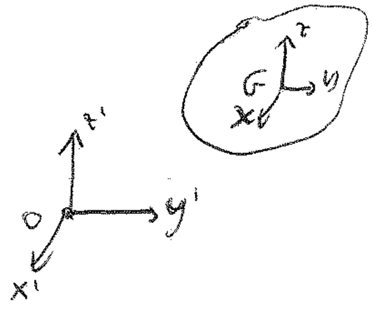
SdR Principale di Inerzia

il punto rispetto al quale considero le caratt. inerz. sia il baricentro, avrò una terna principale in G che si chiama terna centrale d'inerzia

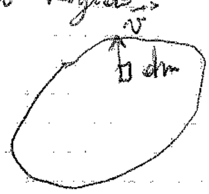
G_{xyz} terna centrale, nulli i momenti centrifughi

I_{xx}, I_{yy}, I_{zz}

Rispetto a un'altra terna con gli assi // a quelli precedenti



Corpo Rigido



$$\vec{Q} = \int_m \vec{v}\, dm = m \vec{v}_G$$

q dm

$$\vec{H}_A = \int_m \vec{AP} \wedge \vec{v}\, dm$$

punto A

SdR principale con versori $\vec{\lambda}, \vec{\mu}, \vec{\nu}$

assi ξ, η, z

$$\vec{H}_A = I_\xi\, p \vec{\lambda} + I_\eta\, q \vec{\mu} + I_z\, r \vec{\nu}$$

I_ξ, I_η, I_z momenti d'inerzia

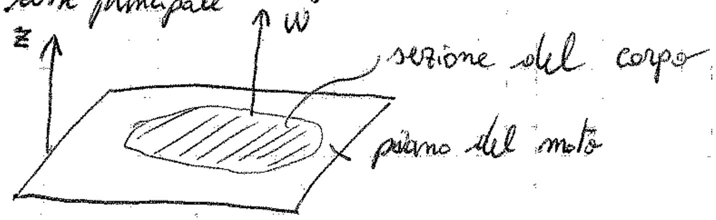
p, q, r componenti del vettore vel. ang. $\vec{\omega}$ rispetto al sistema di riferimento principale

$$\vec{\omega} = p\vec{\lambda} + q\vec{\mu} + r\vec{\nu}$$

(nu)

Sistema Rigido Piano

asse principale



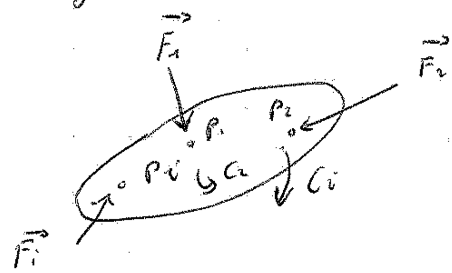
asse z è principale ~~t... è nullo~~

$$\vec{\omega} = \omega \vec{K}$$

$$\vec{H}_A = I_{zz}\, \omega \vec{K}$$

sempre ⊥ al piano i momenti

Corpo Rigido



le forze applicate possono causare una traslazione e/o una rotazione

$$\sum_i \vec{F_i} = \frac{d\vec{Q}}{dt} = m\frac{d\vec{v_G}}{dt}$$ di tutto il corpo

le forze sono applicate in tutto il corpo

la risultante delle forze causa l'accelerazione del baricentro

$$\frac{d\vec{V_G}}{dt} = \vec{a_G}$$

$$\sum_i \vec{F_i} - m\vec{a_G} = 0$$

le forze applicate in tutto il corpo causano un accel. del corpo come se tutta la massa fosse concentrata nel baricentro

$$\sum_i\left[(\vec{AP_i} \wedge \vec{F_i}) + \vec{C_i}\right]$$ momento risultante di tutte le azioni applicate al corpo

$$\parallel$$

$$\frac{d\vec{H_A}}{dt} + \vec{V_A} \wedge \vec{Q}$$

se A è fermo oppure se A è il baricentro

$\vec{V_A} \wedge \vec{Q}$ è nullo

A è fermo o baricentro

$$\sum_i\left[(\vec{GP_i} \wedge \vec{F_i}) + \vec{C_i}\right] = \frac{d\vec{H_G}}{dt}$$

1) $A \equiv G$

$$-\frac{d\vec{H_G}}{dt} = \vec{M_G^i}$$ momento delle azioni d'inerzia rispetto a G

$$\sum_i\left[(\vec{GP_i} \wedge \vec{F_i}) + \vec{C_i}\right] + \vec{M_G^i} = 0$$ analogo dell'equilibrio statico

momenti applicati rispetto al Baricentro

come se fosse in equilibrio statico

forze d'inerzia risultante

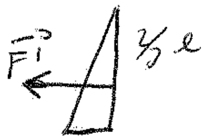
$$\vec{F'} = \int_0^L -\frac{m}{L}\dot\omega z\, dz\,\vec{i} = -\frac{m}{L}\dot\omega \frac{z^2}{2}\Big|_0^L \vec{i} = -\frac{m\dot\omega L}{2}\vec{i}$$

$$\vec{F'} = -m\frac{\dot\omega L}{2}\vec{i}$$

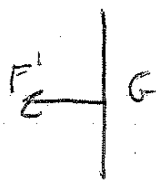
$$\vec{a_G} = \frac{\dot\omega L}{2}\vec{i}$$

$$\vec{F'} = -m\vec{a_G}$$

non è applicata nel baricentro del triangolo

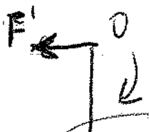


$$\int_0^L z\, dF' = F'_x$$

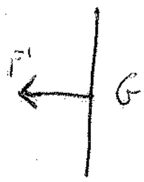


$$F'\left(\frac{2}{3}L - \frac{1}{2}L\right) \qquad F'\frac{L}{6} = m\frac{L}{12}\dot\omega$$

$I_G \cancel{\omega}$



$$F'\tfrac{2}{3}L = m\frac{L}{3}\dot\omega = I_O\dot\omega$$



riduco le forze d'inerzia al Baricentro, sistema + conveniente

$T \leq f_a N$

$$\begin{cases} \ddot{x} = \dfrac{4}{3d}\left(\dfrac{C}{m} - g u\right) \\ \ddot{\theta} = \dfrac{2\ddot{x}}{d} \end{cases}$$

$$\begin{cases} T = \dfrac{4}{3d}\left(C - mgu\right) \\ N = mg \end{cases} \qquad \frac{T}{N} = \frac{4}{3d}\left(C/mg - u\right)$$

$C = 0{,}04 \ Nm \Rightarrow \dfrac{T}{N} = 0{,}27 < f_a = 0{,}38$

$\ddot{x} = 2{,}663 \ m/s^2 \qquad \ddot{\theta} = 133{,}13 \ rad/s^2$

$C = 0{,}1 \ Nm \Rightarrow \dfrac{T}{N} = 0{,}68 > f_a$ NO ADERENZA

Ipotesi di strisciamento

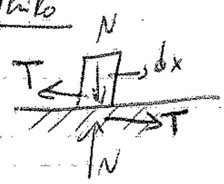
$$\begin{cases} N = mg \\ T = m\ddot{x} \\ Nu + T d/2 + I_G\ddot{\theta} - C = 0 \end{cases}$$

$T = fN$ sostituisce all'ipotesi cinematica l'ipotesi di strisciamento

$\ddot{x} = \dfrac{T}{m} = \dfrac{f mg}{m} = fg$ accelerazione del baricentro $= 3{,}45 \ m/s^2$ prima era 2,66

$\ddot{\theta} = \dfrac{8}{d}\left(\dfrac{C}{md} - \dfrac{ug}{d} - \dfrac{fg}{2}\right) = 778{,}30 \ rad/s^2$ prima era 133

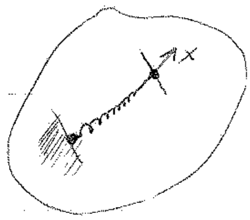
② attrito

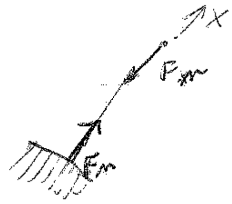


$\delta L = -T\,dx$ azioni motrici $(L>0)$

azioni resistenti $(L<0)$

② presenza di elementi elastici nel sistema meccanico





un capo della molla si muove l'altro no

$$L = \int_0^x \vec{F}_m \cdot d\vec{x} = \int_0^x -Kx\,dx =$$

$$= -K\frac{x^2}{2}$$

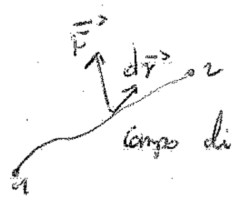
Potenza

Lavoro riferito nel tempo durante il quale il lavoro è eseguito

$$W = \frac{\delta L}{dt} = \frac{\vec{F}\cdot d\vec{r}}{dt} = \vec{F}\cdot\frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{F}\cdot\vec{v}$$

$$W = \frac{\delta L}{dt} = \frac{\vec{C}\cdot d\vec{\theta}}{dt} = \vec{C}\cdot\vec{\omega}$$

Energia Potenziale



$$L_{12} = \int_1^2 \vec{F}\cdot d\vec{r}$$

campo di forza conservativa

① forza costante (es. Forza Peso)

② forza funzione della posizione (es. forze elastiche)

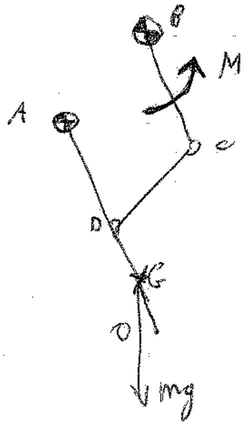
① F_P $\quad L_{1,2} = \int_1^2 \vec{P}\,d\vec{r} = \int_1^2 -mg\cdot dz = -mg(z_2 - z_1) = -(U_{g2} - U_{g1}) = -\Delta U_g$

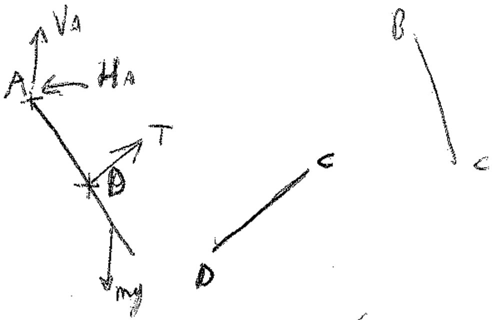
$U_g = mgz$

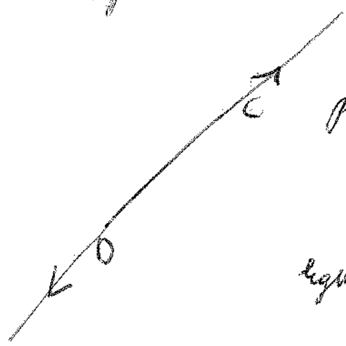
② forze elastiche

Esercitazione

Es. 2,16







per essere in equilibrio di coppia

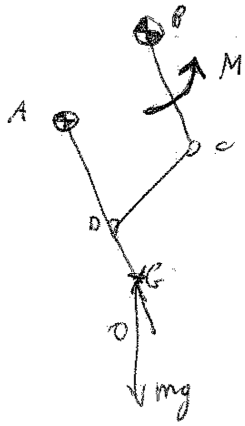
equazione momento asta AO intorno a A
$\Rightarrow T$

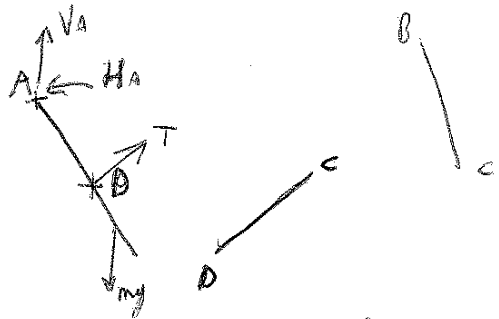
Equazione momento asta BC intorno a B $\Rightarrow M$

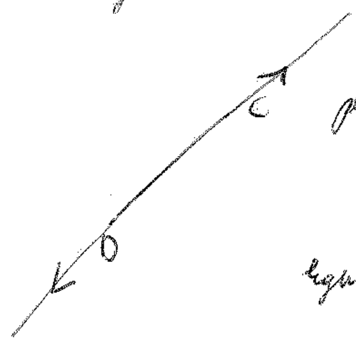
Equazione equilibrio forze AO
$\Rightarrow V_A, H_A$

$\boxed{\text{Barra torsione}}$

Es. 2,16

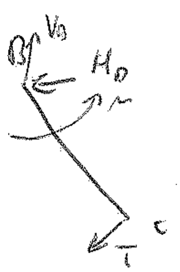






per essere in equilibrio di coppia

Equazione momento asta AD intorno a A $\Rightarrow T$



Equazione momento asta BC intorno a B $\Rightarrow M$

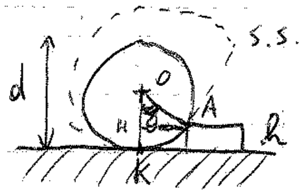
Equazioni equilibrio forze AD $\Rightarrow V_A, H_A$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 65 di 149

05-04-2013 Nona Lezione
Esercitazione

stefano.marchesiello@polito.it

Problema 05 (Esercizio 2,3,1)



$\overset{\Delta}{OHA}$

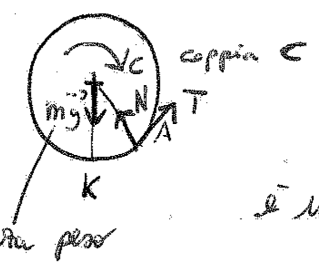
$\overline{OH} = \overline{AO} \cdot \cos\theta = \overline{OK} - \overline{HK}$ $\left[\frac{D}{2} - h = \frac{D}{2}\cos\theta\right]$

$\theta = \arccos \frac{D/2 - h}{D/2} = 36,87°$

Azioni

1) forze peso
2) forze applicate attraverso la superficie di separazione
3) azioni di inerzia (quando la velocità non è costante)
   la velocità per adesso è costante

Diagramma di Corpo Libero



la forza applicata dal terreno sulla ruota è nulla ~~perché~~ nell'istante in cui supera l'ostacolo

è una ruota motrice

Equazioni Cardinali

sistema algebrico lineare
($C - T\frac{d}{2} = 0$ equilibrio dei momenti)
due incognite però

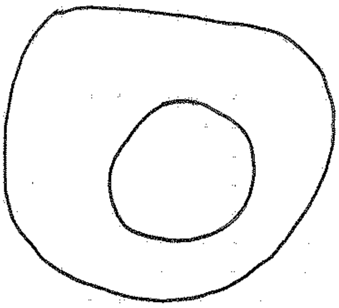
$\overset{\curvearrowright}{A}$ $C - mg\,\overline{AO}\cdot\sin\theta = 0$

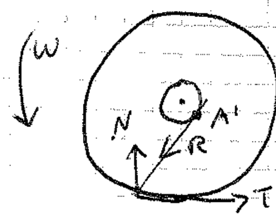
$C = mg\frac{d}{2}\sin\theta =$

$= 73,46\ Nm$

$\theta = \arccos \frac{D/2 - h}{D/2}$

coefficiente di aderenza lega forza normale e forza tangenziale





A' punto di tangenza

$\vec{R}$ deve avere momento opposto a $\vec{\omega}$

$\vec{R}$ causa il moto, ha componente verso sinistra

$\rho = r_p \sin\varphi_p$

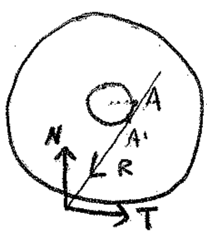
$= \frac{d_p}{2} \sin(\arctan f_p)$

$= 2{,}214$ mm

φ_p angolo di attrito

$\rho \ll \frac{d}{2}$ (200 mm)

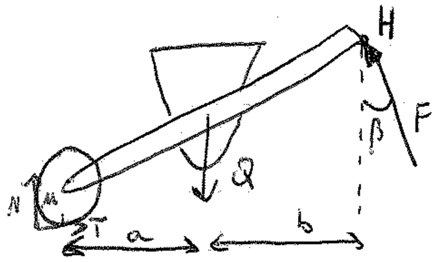
possiamo dire che A' è circa coincidente con A



eq. di momento rispetto ad A

$\curvearrowleft A \quad N(\cancel{u}+\rho) - T\frac{d}{2} = 0$

diagramma complessivo



equazioni cardinali

$$\begin{cases} \rightarrow \; T - F\sin\beta = 0 \\ \uparrow \; N - Q - F\cos\beta = 0 \\ \curvearrowleft A \; N(u+\rho) - \frac{T}{2}d = 0 \end{cases}$$

3 eq in

$\curvearrowleft H \quad N(a+b+u) - Th - Qb = 0$

$\underline{T = 25{,}9 \text{ N}}$

$\underline{N = 424{,}1 \text{ N}}$

$T = F\sin\beta$

$Q - N = F\cos\beta$

$\beta = 3{,}115°$ $\quad F = 476{,}6$ N

$T = m\ddot{x}$ $\quad \ddot{x} = \frac{T}{m} = 2,5\ m/s^2$

$$T\left(\delta + \frac{d}{2}\right) - T\frac{d}{2} - I_G \frac{2}{d}\frac{T}{m} - mg\mu = 0$$

$$\delta = \frac{mg\mu}{T} + I_G\frac{2}{dm} = 0,1012\ m < d/2$$

$Tr = 0$

12-04-2013 Decima Lezione

3 componenti:

motore - trasmissione - utilizzatore

Trasmissione del moto in un sistema meccanico

motore e utilizzatore scambiano azioni con l'esterno

motore = le azioni dall'esterno compiono lavoro positivo

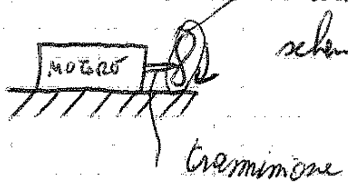
utilizzatore = le azioni dall'esterno compiono lavoro negativo

trasmissione = lavoro perso d'attrito (negativo)

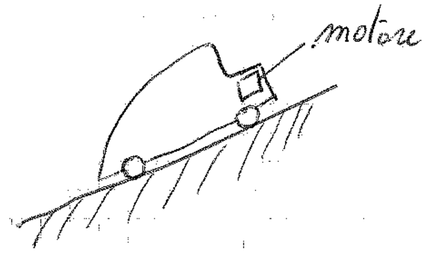
$\mathcal{L} = \Delta E_c$ se $\mathcal{L} > 0$ c'è incremento di energia cinetica aumenta la velocità, che può variare nei vari punti del sistema

$\mathcal{L} = 0$ E_c cost $\Rightarrow$ funzionamento a regime

$\mathcal{L} > 0$ o $\mathcal{L} < 0$ in transitorio



schema di un ventilatore

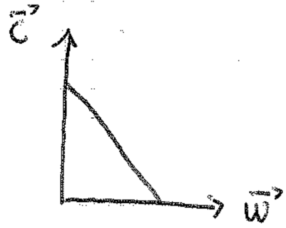


la carrozzeria è parte utilizzatrice

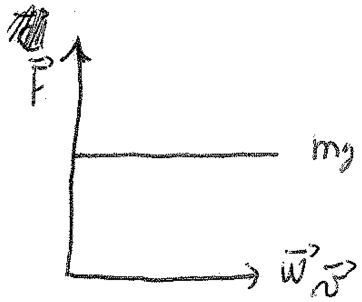
© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 71 di 149

Motore Corrente Continua

(a magneti permanenti)

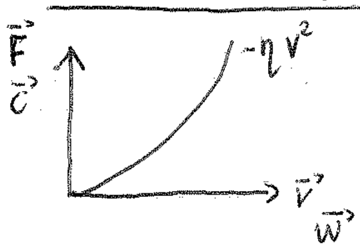


Utilizzatore   carico costante (forza peso)



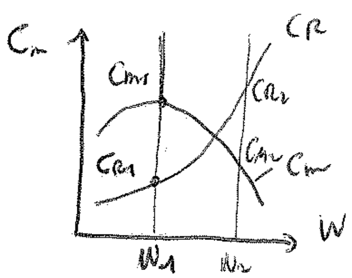
mg indipendente dalla velocità

azioni aerodinamiche



accoppiamento diretto motore - utilizzatore

stessa velocità per motore e utilizzatore



$C_m(w)$

$C_R(w)$ resistente

$C_{m1} > C_{R1}$

$\underbrace{C_{m1} w\, dt}_{d\theta} - C_{R1} w\, dt = \Delta E_K$

versi opposti

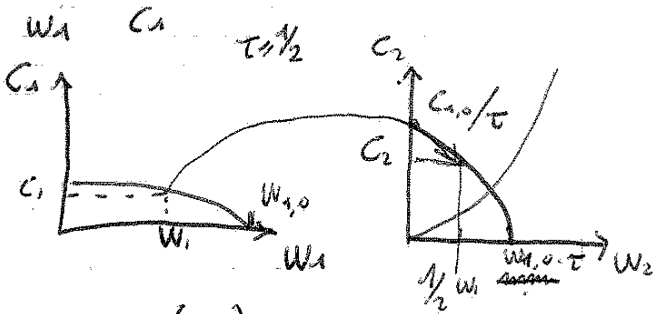
$\left.\underbrace{C_1 W_1}_{} = C_2 W_2 \right\}$ potenza assorbita

potenza motrice

$$\frac{W_2}{W_1} = \frac{C_1}{C_2} = \tau$$

Motore

W_1 C_1 $\tau = 1/2$

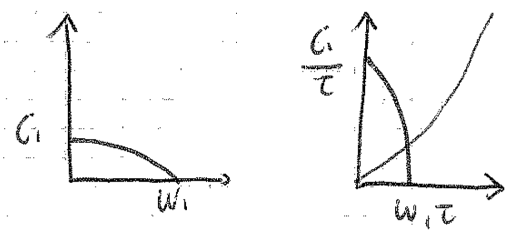


$C_1(W_1)$ -

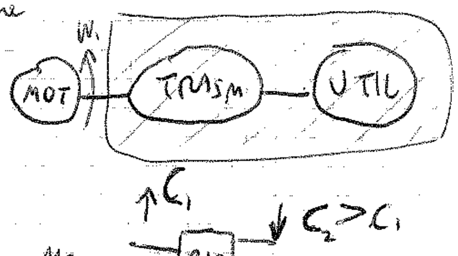
$\cancel{\frac{C_1}{\tau}\left(\frac{\tau W_1}{W_2}\right)}$ $\qquad \frac{C_1}{\tau}\left(\frac{W_2}{\tau}\right) = C_1^* = C_1^*(W_2)$

$C_2 = \frac{C_1}{\tau}$

$W_2 = W_1 \tau$

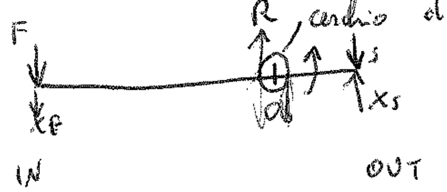


utilizzatore



C piccola albero piccolo

ipotizzo che nel fulcro ci sia l'attrito



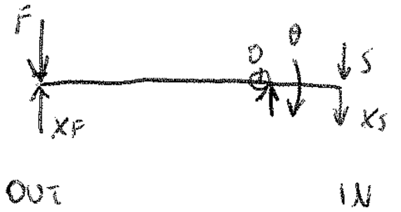
$$\eta_R = \frac{S \cdot x_S}{F \cdot x_F} = \frac{1 - \rho/a}{1 + \rho/b}$$

$\tau_R = b/a$

$x_F = \theta a$ $\quad x_S = \theta \cdot b$

$F(a-\rho) = S(b+\rho)$ $\quad R\uparrow$

moltiplicatore



$x_F = \theta a$

$x_S = \theta b$

$$\eta_M = \frac{F x_F}{S x_S} = \frac{1 - \rho/b}{1 + \rho/a}$$

$\tau_M = a/b$

$R\uparrow$ $\quad F(a+\rho) = S(b-\rho)$

$a = 1$ m $\quad \rho = 0{,}01$ m

	b = 0,1 m	b = 0,02
RID	$\tau_R = 1/10$ $\eta_R = 0{,}80$	$\tau_R = 1/50$ $\eta_R = 0{,}66$
MOLT	$\tau_M = 10/1$ $\eta_M = 0{,}891$	$\tau_M = 50/1$ $\eta_M = 0{,}495$

qualunque trasm meccanica che nel riduttore ha un rendimento nel molt ha rendimento più basso

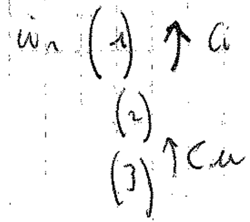
più è alta la riduzione più è basso il rendimento

se $b=\rho \Rightarrow \tau = 0$ non si muove, sistema irreversibile

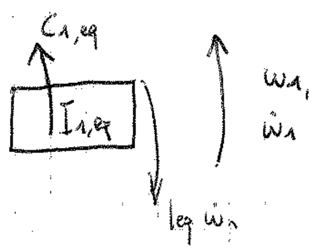
~~Per~~

$$C_u - I_2\dot{\omega}_2 - C_2 - mg\frac{D}{2} - m\ddot{z}\frac{D}{2} = 0$$

Sistema Equivalente Ridotto all'asse motore 1

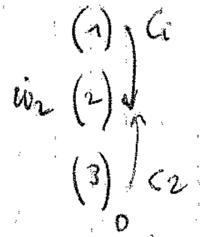


$$\dot{\omega}_{1} = \frac{C_1 - \frac{\tau}{\eta}C_2 - \frac{\tau}{\eta}\frac{D}{2}mg}{I_1 + \frac{\tau^2}{\eta}I_2 + \frac{\tau^2}{\eta}\cdot\frac{D^2}{4}m}$$



$$\dot{\omega}_1 = \frac{C_{1,eq}}{I_{1,eq}}$$

Sistema Equivalente Ridotto all'asse del tamburo 2



$$\dot{\omega}_2 = \frac{\frac{\eta}{\tau}C_1 - C_2 - \frac{D}{2}mg}{\frac{I_1\eta}{\tau^2} - I_2 - \frac{D^2}{4}mg}$$

$\omega_{r,REGIME} = 173,1 \ rad/s$

$$\omega_m = 0 \Rightarrow \dot{\omega}_m = \frac{C_{m0}}{I_{1e}} = 382,90 \ rad/s^2 \text{ allo spunto}$$

$$\dot{\omega}_{m0} = \frac{C_{m0} - (K_m + \tau^2 K_u)\,\omega_m}{I_m + \tau^2 I_u}$$

$$\omega_m = \frac{1}{2}\omega_r \Rightarrow \dot{\omega}_{m\frac{1}{2}} = 191,66 \ rad/s^2$$

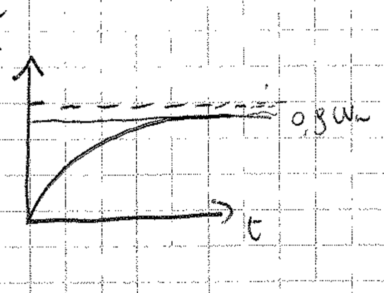
$$\frac{d\omega_m}{dt} + \frac{K_{1,e}}{I_{1,e}}\omega_m = \frac{C_{m0}}{I_{1,e}}$$

$$\omega_{m,hom} = K e^{t}$$

$$\int_0^{\omega_m(t)} \frac{d\omega_m}{C_{m0} - K_{1e}\omega_m} = \int_0^t \frac{1}{I_{1,e}}\,dt$$

$$\ln\left(\frac{C_{m0} - K_{1,e}\omega_m}{C_{m0}}\right) = \frac{K_{1e}t}{I_{1e}}$$

$$\omega_m(t) = \underbrace{\frac{C_m}{K_{1e}}}_{\omega_{m,r}}\left(1 - e^{-\frac{K_{1e}t}{I_{1e}}}\right)$$



$\omega_m = 0,9\,\omega_{m,r}$

$$t = -\frac{I_{1e}}{K_{1,e}}\log(0,1) =$$

$$= 1,049 \ s$$

intervallo $\theta_A - \theta_B$ $\quad \mathcal{L}_m + \mathcal{L}_u = \Delta E_c$

$$\int_{\theta_A}^{\theta_B} (C_m - C_u)\, d\theta = \frac{1}{2} I \left(\omega_M^2 - \omega_m^2 \right)$$

Irregolarità Periodica

$$\varepsilon = \frac{\omega_M - \omega_m}{\omega_{media}}$$

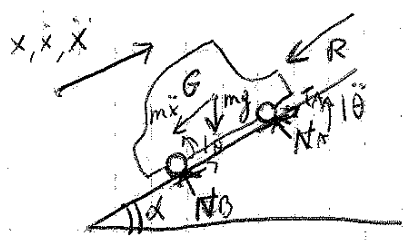
$\omega_{media} \rightarrow$ media geometrica $\dfrac{\omega_M + \omega_m}{2}$

$$\Delta \mathcal{L} = \frac{1}{2} I (\omega_M - \omega_m) \cdot (\omega_M + \omega_m) \cdot \frac{\omega_{media}}{\omega_{media}}$$

$$\Delta \mathcal{L} = \frac{1}{2} I \omega_{media}^2 \varepsilon$$

$$\boxed{\varepsilon = \frac{\Delta \mathcal{L}}{I \omega_{media}^2}}$$

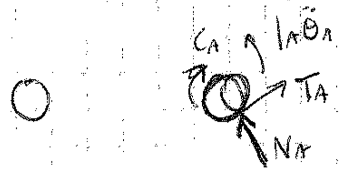
Dinamica dei Veicoli con Ruote



R forza aerodinamica

u parametro di attrito volvente

A ruota motrice



l'oscillazione dipende dall'angolo α, α fa aumentare l'ampiezza dell'oscillazione

Sistemi di trasmissione con flessibili

τ in generale è diverso da uno

presenza di un organo flessibile, elevata cedevolezza, flessibilità (es. fune, cinghie, catene)

sviluppo longitudinale predominante con asse variato in funzione del carico

cedevolezza è distribuita su tutto il componente

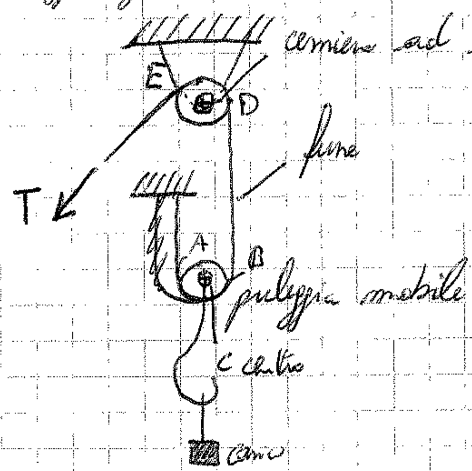
le catene, serie di corpi rigidi, piccoli rispetto alla dimensione longitudinale

esempio le catene della bicicletta

due tipi di applicazioni = - sollevamento (argani o paranchi ~~paranchi~~)

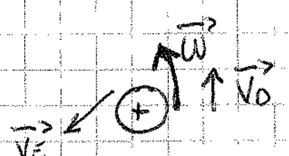
- trasmissione di potenza tra assi paralleli

$\boxed{\text{Paranco}}$ due pulegge uguali normalmente



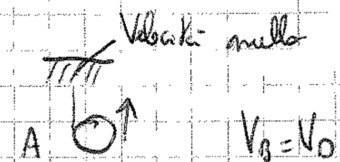
per sollevare P si può quindi applicare una forza T ridotta

Aspetto Cinematico



$V_D = V_E = \omega \frac{d}{2}$

d diametro puleggia



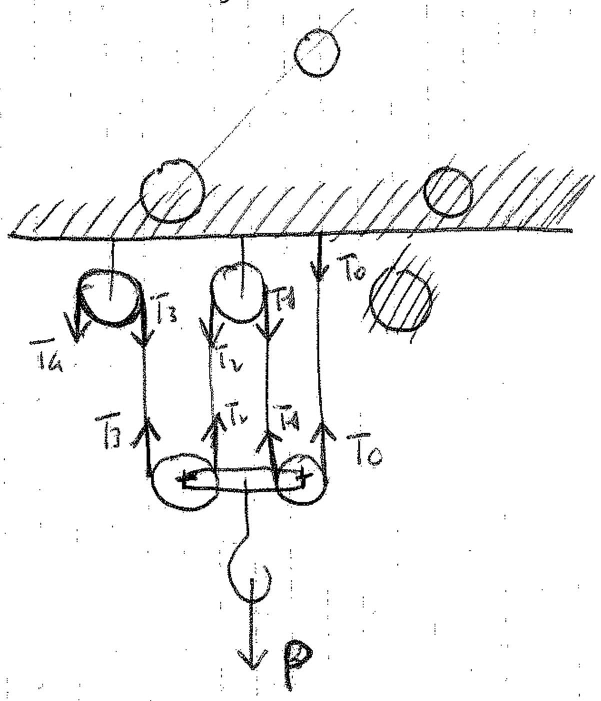
$V_B = V_O$ A è il CIR della puleggia mobile

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 85 di 149

$T_D = T_B$ $T_E = (1+K) T_D$ la fune oppone resistenza a cambiare la propria forma

$T_E = (1+K)^2 T_A$

Paranco più organi in serie



$$\begin{cases} T_0 \\ T_1 = (1+K) T_0 \\ T_2 = (1+K) T_1 \\ T_3 = (1+K) T_2 \\ T_4 = (1+K) T_3 \end{cases}$$

$T_4 = (1+K)^4 T_0$

equilibrio del sistema mobile

$P = T_0 + T_1 + T_2 + T_3 = \left[\sum_{n=0}^{3} (1+K)^n\right] \cdot T_0$

$$T_4 = \frac{(1+K)^4}{\left[\sum_{n=0}^{3} (1+K)^n\right]} P$$ — T_0

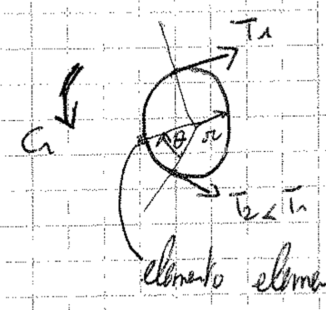
Caso ideale

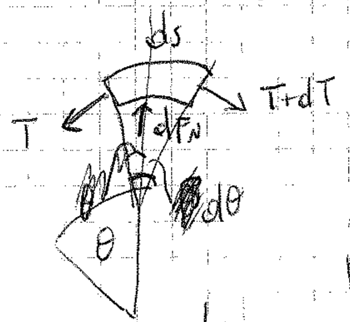
$K=0$

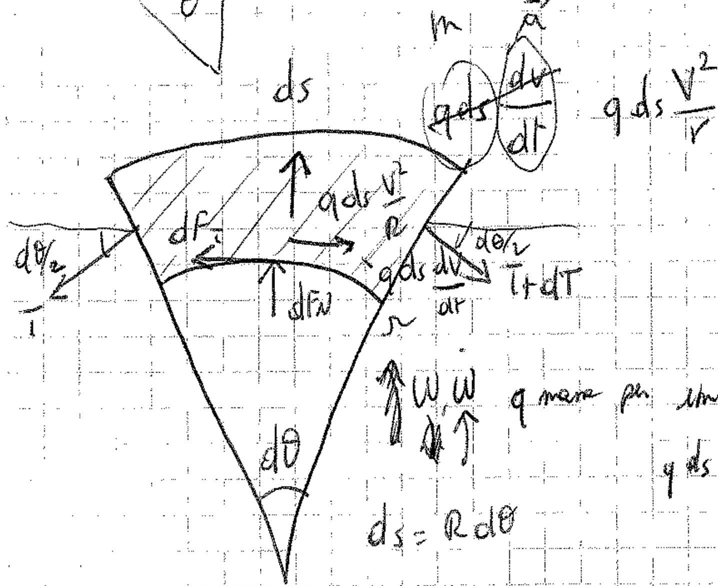
$$T_4 = \frac{1}{4} P$$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 87 di 149

puleggia motrice







$\omega, \dot{\omega}$ q massa per unità di lunghezza

q ds massa dell'elemento

$ds = R\,d\theta$

orizzontale

$$\leftarrow \quad T\cos\frac{d\theta}{2} + dF_T - q\,ds\frac{dv}{dt} - (T+dT)\cos\frac{d\theta}{2} = 0$$

verticale

$$\uparrow \quad -T\sin\frac{d\theta}{2} + dF_N + q\,ds\frac{V^2}{R} - (T+dT)\sin\frac{d\theta}{2} = 0$$

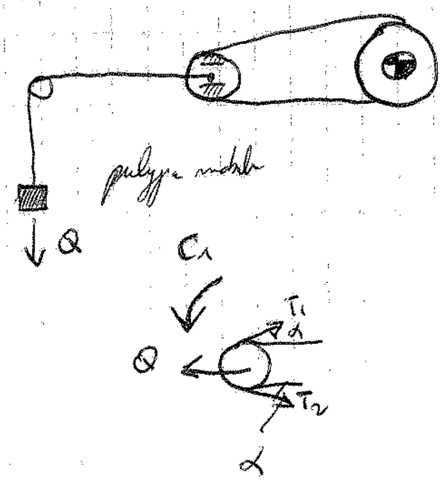
$$dF_T = f\,dF_N$$
$$ds = r\,d\theta$$

• $d\theta$ piccolo $\quad \cos\frac{d\theta}{2} \simeq 1$

$$\sin\frac{d\theta}{2} \simeq \frac{d\theta}{2}$$

Sistemi di Forzamento della Cinghia

pulegge e base mobile

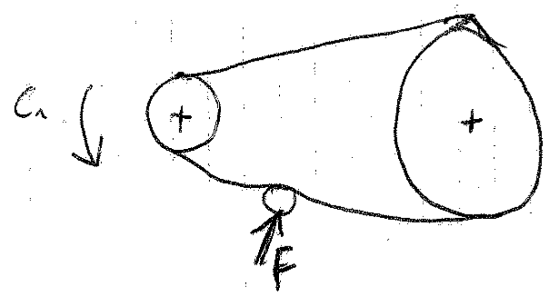


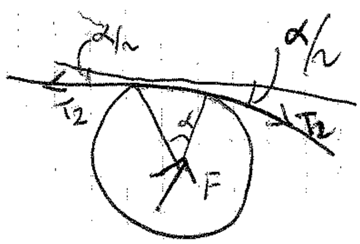
$Q = (T_1 + T_2)\cos\alpha$

α imposta

$C_1 = (T_1 - T_2)\, r_1$

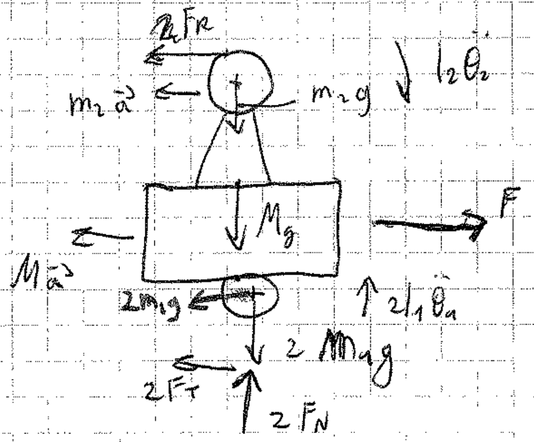
Forzamento con Galoppino





$F = 2\, T_2 \sin\frac{\alpha}{2}$

$C_1 = (T_1 - T_2)\, r_1$



R_1 e R_2 no perché sono forze interne

forze d'inerzia come le forze peso

ricopro anche le coppie inerziali

3 forze peso

$\leftarrow \quad F_R + m_2 a + M a + 2 m_1 a + 2F_T - F = 0$

$$a = \frac{F - 2F_T - F_R}{(m_2 + M + 2m_1)}$$

$$a = \frac{F}{m_2 + M + 2m_1 + \frac{m_2 \rho_2^2}{R^2} + \frac{2 m_1 \rho_1^2}{R^2}} = 1{,}723\ m/s^2$$

$I_2 \ddot{\theta}_2 - F_R \cdot r = 0$

Problema 16 es. 3,39

dati l, m_A, m_b, ρ_0, b

$\theta_0 = 90^\circ$ $n_0 = 300$ rpm

no attriti

determinare $n(\theta = 0^\circ)$

Conservazione del momento angolare

$\vec{H}$ = costante non ci sono coppie

tra "i" e "f"

$\vec{H}_i = I_i \omega_i$ rispetto all'asse di rotazione

$H_f = I_f \omega_f$

$I_i \omega_i = I_f \omega_f$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 93 di 149

$I_2 = \frac{1}{2} m_2 r^2 \qquad \dot{\theta} = \frac{2\dot{x}_B}{r}$

$$\Delta K = \left(\frac{1}{2} m_1 + m_2\right) V_B^2$$

$$\Delta E_p = m_1 g h = m_1 g \overline{AB} \sin\alpha$$

$$\vec{V} = \sqrt{\frac{(2F - m_1 g \sin\alpha) \cdot \overline{AB}}{1/2\, m_1 + m_2}} = 6{,}19 \ m/s$$

Problema 16 es. 3,52

dati: m biella, manovella omogenea

$\rho, r = \overline{OA} = \overline{AB}$

m_p NO attriti, K

h, b, M costante

$\theta = 45°$ in quiete

determinare ω $\theta = 0°$

equazione dell'energia
(trovare valori finali noti quelli iniziali)

$$L_e + \underset{0}{L_i} = \Delta K + \Delta U + \Delta E_e$$

$$L_e = \int M d\theta = M \Delta\theta$$

$$\Delta K = K_f - K_i = K_f = \frac{1}{2} m_1 V_{G_1}^2 + \frac{1}{2} I_1 \omega_1^2 + \frac{1}{2} m_1 V_{G_2}^2 + \frac{1}{2} I \omega_2^2 + \frac{1}{2} m_p V_p^2$$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 95 di 149

26-04-2013 Dodicesima Lezione

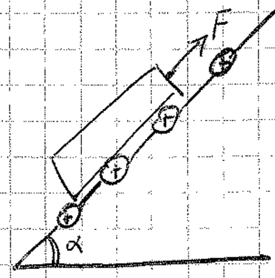
Problema 18 es. 4,3

Dati:

α, D (rulli), d (perno)

f (perno), u, V costanti

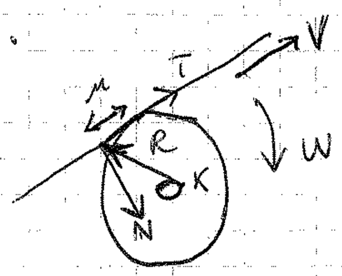
determinare η



Considero i due attriti volvente e al perno

f effetto contrario al moto

nel moto relativo le reazioni si avanti nella direzione del moto



ruota trascinata

R tangente al cerchio d'attrito

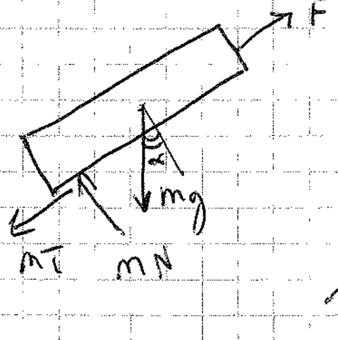
$$\rho = \frac{d}{2}\sin\varphi = \frac{d}{2}\sin(\operatorname{arctg} f) = 1{,}994\ mm \ll \frac{D}{2}$$

R ha braccio trascurabile

$$K \circlearrowright \quad T\frac{D}{2} - N(u+\rho) \simeq 0$$

$$T = \frac{2}{D}(u+\rho)N \qquad (1)$$

sorta di coeff d'attrito



n numero di rulli

componenti utili delle forze per

$\nearrow$ (2) $F - nT - mg\sin\alpha = 0$

$\nwarrow$ (3) $nN - mg\cos\alpha = 0$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 97 di 149