



Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino

Appunti universitari

Tesi di laurea

Cartoleria e cancelleria

Stampa file e fotocopie

Print on demand

Rilegature

NUMERO: 767

DATA: 15/11/2013

A P P U N T I

STUDENTE: Costantino

MATERIA: Tecnica delle Costruzioni + Eserc.

Prof. Mancini_Allaix

Il presente lavoro nasce dall'impegno dell'autore ed è distribuito in accordo con il Centro Appunti.

Tutti i diritti sono riservati. È vietata qualsiasi riproduzione, copia totale o parziale, dei contenuti inseriti nel presente volume, ivi inclusa la memorizzazione, rielaborazione, diffusione o distribuzione dei contenuti stessi mediante qualunque supporto magnetico o cartaceo, piattaforma tecnologica o rete telematica, senza previa autorizzazione scritta dell'autore.

**ATTENZIONE: QUESTI APPUNTI SONO FATTI DA STUDENTIE NON SONO STATI VISIONATI DAL DOCENTE.
IL NOME DEL PROFESSORE, SERVE SOLO PER IDENTIFICARE IL CORSO.**

TECNICA

prof. MANCINI
↳ STRUCTURAL DESIGN (Progettazione)

04.03.13

Regole relative a: - funzionalità
- durabilità
- sicurezza

Responsabilità civile e penale del progettista.
→ civile: il committente può chiedere i danni.
→ penale: se succede qualcosa, omicidio colposo

No UDBI → argomenti in continuo aggiornamento

ROBUSTEZZA STRUTTURALE → argomento innovativo

RESISTENZA C_{50}

20-25 MPa fino a 120 MPa → CLS NORMALI
120 MPa fino a 200 MPa → CLS SPECIALI

⇒ si raggiungono resistenze molto alte, simili all'acciaio.

ESAME → Scritto + Orale (più importante)
No formule a memoria - Concetti fondamentali

Argomenti.

1. Sicurezza strutturale

I Paesi fissano i margini di sicurezza non con coeff. di sicurezza ma in termini di studi probabilistici.

⇒ Si guarda la **PROBABILITÀ DI INSUCCESSO**.

Le strutture non sono mai assolutamente sicure. Bisogna accettare un rischio. Dovrà tenere il limite di collasso (probabilità di collasso) → solitamente $\frac{1}{100000}$ per gli edifici ordinari. A seconda dei casi il rischio varia.

Einstein - "La natura non è un gioco di dadi"

Il livello di complessità è alto.

L'introduzione dei metodi probabilistici nella progettazione è relativamente recente.

DURABILITÀ C_{50} : col tempo le caratteristiche del C_{50} migliorano a causa della carbonatazione.

Il problema riguarda le armature che risultano non più protette a causa della variazione di pH. Solitamente per le strutture ordinarie si progetta per 1 vita utile di 50 anni (ponti → 100 anni), durante i quali si necessita di 1 sola manutenzione ordinaria.

1. SICUREZZA STRUTTURALE

05.03.13

È il requisito di base per qualsiasi operazione di progettazione, costruzione e utilizzazione → vita struttura.

Necessitiamo di metodi che ci consentano di misurare la sicurezza. Se tale misura è positiva ⇒ STRUTTURA AFFIDABILE (reliability)

È possibile distinguere 2 tipi di metodi

- ▷ deterministici
- ▷ probabilistici

▷ deterministici sono quelli del passato.

▷ probabilistici si dividono in 3 diversi livelli

METODO delle TENSIONI AMMISSIBILI (1800 - Navier)

La teoria dell'elasticità portava a conoscere le tensioni in un punto e ci si chiedeva se il tensore trovato era ammissibile o meno → MISURA della SICUREZZA.
⇒ Nello spazio delle tensioni si proponeva la misura della sicurezza

Misuravano le tensioni resistenti e sollecitanti.

f_R = Resistenza del materiale

Costruivamo la curva di densità di frequenza perché analizzando diversi provini non troverò mai lo stesso valore di resistenza.

Sceglgo R_R come valore di resistenza caratteristica che mi dà solo il 5% di probabilità di insuccesso.

PDF → curva di densità di probabilità (Probability ...)

Dato S_e = Sollecitazioni, le dovrò confrontare con la Resistenza. Per mantenere ancora un margine di sicurezza considero \bar{R} come $\frac{R_R}{\gamma}$ dove γ = coeff. di sicur.

$$S_e \leq \bar{R} = \frac{R_R}{\gamma}$$

↳ TENSIONE IN ESERCIZIO nella peggiore condizione di carico in un punto di una sezione

SVANTAGGI:

- Quando valuto S_e , uso un approccio deterministico, non considero le incertezze che ci sono (es: peso della locomotiva, geometria ... imprecisioni) ... Altra incertezze di modello (es: modellare il vento, ...) - Con questo metodo non si considerano le incertezze.
- Il modello è considerato elastico-lineare. Se ho fessurazione, la rigidità varia e la distribuzione delle sollecitazioni cambia.

dei carichi \Rightarrow un Δt ha effetto diverso su trave fessurata e no

- È possibile fare dei controlli di tipo sperimentale (su modelli)

- \Rightarrow Entrambi i metodi presentano dei problemi.

1° METODO: condizioni di esercizio

2° METODO: condizioni di rottura.

CONDIZIONE DI STATO LIMITE

È possibile definire in una struttura tanti requisiti prestazionali

- \rightarrow RESISTENZA ULTIMA
- \rightarrow FUNZIONALITÀ
- \rightarrow DURABILITÀ
- \rightarrow ROBUSTEZZA

} 4 famiglie di requisiti prestazionali da soddisfare

Se defuisco 1 stato limite, lo spazio ~~definito~~ a n dimensioni viene diviso da 1 frontiera in due

\rightarrow STATO LIMITE.

Niente è deterministico \Rightarrow bisogna definire la PROBABILITÀ di INSUCCESSO = Probabilità di raggiungimento dello STATO LIMITE. (Bisogna calcolarla)

La frontiera è la funzione di stato limite che dipende da n variabili. Dobbiamo rappresentare tale funzione considerando che ogni variabile è di tipo probabilistico e non deterministico.

METODO PROBABILISTICO di LIVELLO 3

Concettualmente è il più semplice. È un po' più complesso da applicare.

Si usa in casi particolari (Ponte di Messina)

Spesso si utilizza anche per la verifica di edifici esistenti, costruiti con norme vecchie, che non rispettano le norme delle nuove costruzioni. (Analisi non lineare)

Valuteremo P_r = Probabilità di successo di 1 stato limite e la confrontiamo con P_r^* = Prob. di ins. limite

Ho diversi valori di P_r^* a seconda del tipo di rottura

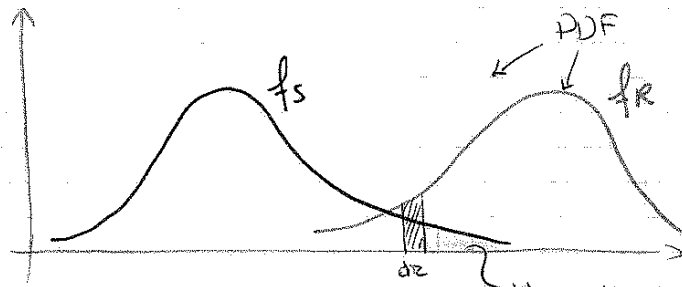
X = vettore delle n variabili aleatorie (geometria, resistenza, ...)

f_x = funzione di probabilità congiunta delle n variabili aleat.

È la probabilità che $x_1 < X_1 < x_1 + dx_1$ quando in contemporanea $x_2 < X_2 < x_2 + dx_2 \dots$

Graficamente

ORIZZONTALE
fisso z .



Ho sollecitazione
maggiore della resistenza
 $1 - F_S(z) = P(S > z)$

Integro z .

VERTICALE \rightarrow È lo stesso, fisso la sollecitazione e calcolo
la probabilità che la resistenza sia un valore
della sollecitazione fissata - $[P(R \leq s)]$
Integro s

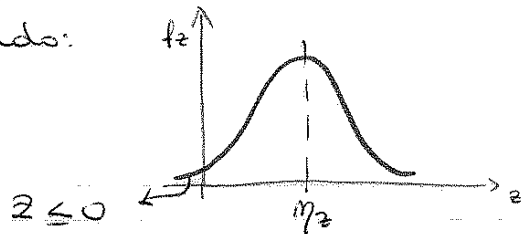
Abbiamo finora fatto 2 ipotesi: R ed S sono indipendenti

Ipotesizziamo che R ed S siano descritti da una funzione
di probabilità Gaussiana: simmetrica.

Ho solo 2 parametri -

Se R ed S sono normali anche $E = R - S$ è normale
 \Rightarrow la chiamo $Z = R - S$ normale dipendente
da $\mu_Z =$ media e $\sigma_Z =$ scarto quadratico medio

Rappresentando:

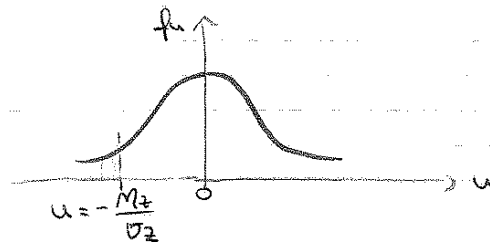


$$P_R = P(Z \leq 0) = \int_{-\infty}^0 f_Z(z) dz$$

Per adimensionalizzare, uso delle variabile standardizzate:

$$U = \frac{Z - \mu_Z}{\sigma_Z} \quad \rightarrow \text{adesso la media è zero e lo scarto } 1$$

$\rightarrow N(0, 1)$



$\beta = \frac{\mu_Z}{\sigma_Z}$
INDICE DI
SICUREZZA

$$P_R = \int_{\beta = \frac{\mu_Z}{\sigma_Z}}^{+\infty} f_U(u) du = 1 - F_U(\beta) = P_R(\beta)$$

per simmetria posso
integrare dove ho
ascisse positive.

Graficamente si individuano M_R , R_K , R_d per le resistenze
Per le sollecitazioni M_S , S_K , S_d

Per la distribuzione normale si hanno $k_R = k_S = 1,645$

Ma un diagramma P_R e γ_R di mano per le curve
11 ... 16 un danno variazione sensibile di γ_R e
variazione piccole di P_R (curve troppo orizzontale)

\Rightarrow Anche γ_R non va bene per la misura della
sicurezza.

Con γ_d non eccede. Lo scelgo come misura della
sicurezza. SLIDE 36

Tutto ciò va bene se conosco le PDF di R e S .

\Rightarrow Ipotesi la distribuzione normale e così via.

Non si conoscono in realtà. Ho inoltre n funzioni,
dovrò integrare in un iperspazio.

\Rightarrow Analizzo le variabili di cui conosco le PDF.
Dovrò comunque risolvere il problema degli
integrali di convoluzione sull'iperspazio.

Posso utilizzare dei metodi approssimati, dei
metodi numerici e passare al livello 2.

Livello 3 \rightarrow Complessità operativa
non si conoscono tutte le PDF delle variabili

\Rightarrow uso software di approssimazione (simulazione numerica)

\Rightarrow uso metodi prob. approssimati \rightarrow LIVELLO 2

SICUREZZA STRUTTURALE

Debbiamo:

- > definizione
- > metodi di valutazione

Il concetto di sicurezza è legato allo SUV, al collasso.

Definizione: La sicurezza strutturale è il grado di protezione di persone e beni rispetto alle conseguenze del collasso della struttura.

Le strutture devono soddisfare però anche le condizioni di esercizio. Si passa dunque dal concetto di sicurezza strutturale al concetto di AFFIDABILITÀ STRUTTURALE (proprietà della struttura)

Definizione: L'affidabilità di una struttura è la capacità di soddisfare i requisiti per i quali viene progettata una struttura per un periodo di tempo chiamato "VITA" di PROGETTO.

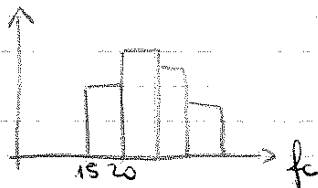
Da ricordare: struttura, requisiti, periodo di tempo
(edifici: 50 ANNI; PONTI: 100 ANNI)

I requisiti a cui si riferisce nella definizione fanno riferimento allo SLE e allo SUV. => Il concetto di affidabilità contiene al suo interno quello di sicurezza.

Utilizziamo dei metodi di tipo probabilistico.

Le grandezze con cui abbiamo e le forze infatti non possono calcolarsi in modo deterministico (resistenza materiale, azioni...)

Prendo un certo n di esemplari di cls realizzati con lo stesso getto, stessi materiali, li sottopongo ad 1 prova di compressione e misuro la resistenza. Faccio 1 istogramma con un certo n di classi e vedo quanti provini ho in ogni classe.



Otengo dei valori diversi e più classi

=> Non posso definire con certezza f_c

Anche le sollecitazioni sono grandezze dettate dalle azioni => e dunque casuali. NON HO CERTEZZA.

-> ROTTURA $R < S$ (Resistenza < Sollecitazioni)

Un buon progetto ha basse probabilità di rottura (10^{-5} - 10^{-6})

Questa può essere tanto piccola ma mai zero.

Resistenza e Sollecitazioni sono caratterizzate da aleatorietà.

SORM \rightarrow approssimo con una funzione di 2° ordine

Mentre il FORM linearizza approssimando con una retta, il SORM approssima meglio la funzione di stato limite. Se trovo lo stesso β andava ~~anche~~ bene anche il FORM.

Si procede introducendo un ulteriore termine, quello relativo alle derivate 2° e dunque che mi descrivono anche la curvatura:

$$g(x_1, x_2, \dots, x_n) = g(x_1^*, \dots) + \sum (x_i - x_i^*) \frac{\partial g}{\partial x_i} +$$

$$\text{TERMINE ADDIZIONALE} \rightarrow + \frac{1}{2} \sum \sum (x_i - x_i^*)(x_j - x_j^*) \frac{\partial^2 g}{\partial x_i \partial x_j}$$

Posso usare 1 formula approssimata per valutare la probabilità di insuccesso.

$$P_f \approx \Phi(-\beta) \prod (1 + \underbrace{\beta k_i}_{\text{TERMINE CORRETTIVO}})^{-\frac{1}{2}}$$

k_i = curvatura

β = FORM

\prod = Prodotto

È importante azzerare l'unità di misura (10^{-5}) con il valore esatto.

TECNICHE di SIMULAZIONE

Oggi la potenza delle macchine consente l'uso di queste tecniche - la più usata.

METODO MONTECARLO

\rightarrow generazione dei valori delle variabili casuali: scelgo 1 valore di resistenza, un valore di forza, un valore di altezza geometrica Ho dei numeri, un set numerico delle variabili. Faccio la valutazione deterministica della sicurezza: $M_{STAT} > M_{SALUTARMENTE}$. Ripeto l'operazione per diversi set casuali.

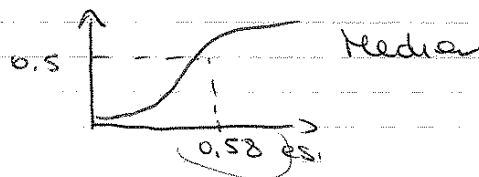
$$P_{\text{insucc}} = \frac{\text{Casi per cui ho avuto successo}}{\text{Casi totali}}$$

Generatore di numeri casuali: estraggo il 1° numero e vedo nella funzione cumulativa a che valore corrisponde \Rightarrow Quello è il valore della resistenza per quel caso.

Valuto R e S.

Se $R < S \Rightarrow$ insuccesso

$$P_f = \frac{N_s}{N_{\text{tot}}}$$



METODO SEMI-PROBABILISTICO AGU STATI UNITI

Con questo metodo alcune variabili vengono assunte come deterministiche e si applicano poi dei γ . Ne ho 3 tipi.

γ_m → incertezze di modellazione.

È il Metodo di livello 1 in cui alcune variabili sono deterministiche (valori esatti) e non probabilistiche.

Variabili deterministiche: • dimensionamento (con tolleranza)

- il legame funzionale g , poiché si hanno ormai molti risultati funzionali sperimentali.

Si introduce γ_m se ho incertezze sul modello e lo divido tra resistenze e sollecitazioni. (γ_{Rd} , γ_{Sd})

Resistenze: le resistenze dei materiali sono aleatorie
⇒ Applico γ_m

- il legame funzionale g_s lo assumo deterministico ma introduco γ_f

• Sollecitazioni: le azioni sono variabili aleatorie A_k
→ scelgo il frattile 95%

Per le azioni ho bisogno anche di altri coefficienti: ψ
Questi tengono conto del fatto che le azioni variabili a siano in concomitanza con tutte le altre azioni e questa probabilità è sicuramente minore di 1.

Ci ricordiamo dunque a calcolare dei frattili.

Per R_k → frattile 5% Per R_d → 0,1

Per i distribuzioni normale: $X_k = \mu_x - 1,64 \sigma_x$
 $X_d = \mu_x - 3,09 \sigma_x$

Per i distribuzioni lognormali: Valuto α_x → valuto l'esimetricità

$$X_i = \mu_x \exp\left[k_{p,i} \frac{\sqrt{\ln(1 + V_x^2)}}{\sqrt{1 + V_x^2}} \right]$$

V_x = Coeff di variazione

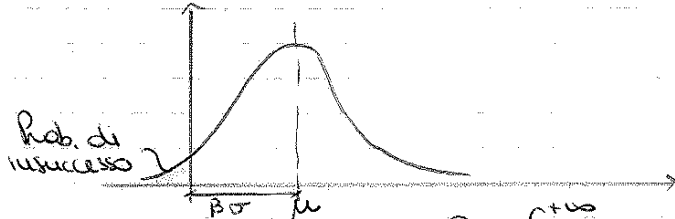
Se $V_x < 0,2$ ⇒ $X_i \approx \mu_x \exp(k_{p,i} V_x)$ ← quasi sempre

Vedi esempio su DE 64: lognormale-normale

Figura che nessuno tocca.

2. Fondamenti per il progetto con i coeff. di sicurezza parziali e analisi della sicurezza

Nell'eurocodice le sollecitazioni si indicano con E



R ed E non gaussiane $\Rightarrow P_f = \int_{-\infty}^{+\infty} \psi_E(x) \Phi_R(x) dx$

Al livello di codice deve decidere i valori di target dell'indice β . La scelta del livello di sicurezza è stata lasciata agli stati β si fissa e viene in base a i valore suggerito degli eurocodici. Si sceglie un valore di RISCHIO UNITA. Quasi tutti gli stati hanno scelto lo stesso valore più o meno. Per ora RISCHIO PERDITA VITA UMANA x ANNO 10^{-6} . Comparando con altri t.p.a di rischi (es: bic 10^{-2} - 10^{-3}) il valore scelto 10^{-6} è abbastanza sicuro.

A 10^{-6} allo SLU corrisponde il valore $\beta_1 = 4,7$ (RISCHIO PER 1 ANNO)

Per m anni: $\Phi(\beta_m) = [\Phi(\beta_1)]^m$ $m=50 \Rightarrow \beta_{50} = 3,8$

$m=50$ anni \rightarrow durata di vita per gli edifici normali
 \rightarrow viene comunque in funzione dell'importanza dell'opera.

EN 1990 \rightarrow base per tutti gli eurocodici

$P_f = \Phi(-\beta)$ funzione di probabilità

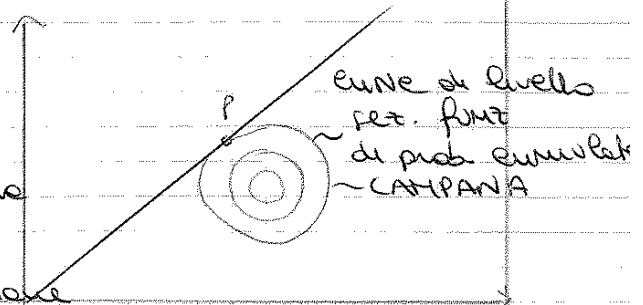
Ogni paese ha le sue norme redatte in funzione dell'eurocodice (Germania, Francia, Ingh si basano sull'EU)
 Italia \rightarrow Norme Nazionali (ispirate EU)

Il punto di progetto è P
 Il punto medio è il centro della campana

Φ = funz di distribuzione cumulativa

α_E = Parametro correttivo
 (Stanno lavorando con gaussiane ma non è detto siano ")

α_E = Correttore della PDF delle resistenze (gaussiane) analogo a α_E



3. BASIS OF STRUCTURAL DESIGN → EN 1990

Fissa i requisiti di base delle strutture: 141 slide 1.

Si fissa come parametro fondamentale la vita di progetto

Parti strutturali sostituibili: es: giunti di un ponte

Nell'affrontare il progetto si considerano le diverse situazioni di progetto:

- PERSISTENTI (es: aula: peso proprio, pavimento, carico morto variabile)
- TRANSITORIE (es: ponte a sbalzo che poi diventa continuo con la costruzione delle 2 pile)
- ACCIDENTALI (es: tsunami, terremoto in zone non sismica...)
- SISMICHE

- SLU →
- Perdita d'equilibrio come corpo rigido (NO preavviso)
 - Eccessiva deformazione (es: ~~es~~ Solario)
 - Struttura in meccanismo (la struttura va giù improvvisamente)
 - Cedimento laterale (generalmente ho preavviso se il materiale è duttile)
 - Perdita di stabilità (NO preavviso)
 - Roture per fatica: è di tipo fragile (crack) si ha per 1 anno di sollecitazioni.

- SLE →
- Si distinguono in REVERSIBILI (NO traccia) e IRREVERSIBILI (es: fessura)
 - STATO LIMITE di DEFORMAZIONE
 - VIBRAZIONE
 - DANNO (fessure sopra 0,3-0,4 mm danno effetti sulla durabilità)

DESCRIZIONE

Per esempio errore si usano dei valori rappresentativi. Se ho dati statistici, ho dei valori caratteristici; se non ho dei dati statistici, ho dei valori nominali.

AZIONI PERMANENTI slide 14

Bisogna avere bassa o significativa variabilità

V_G = coeff di variazione

Se $0,05 \leq V_G \leq 0,1 \Rightarrow$ ha bassa variabilità e uso il valore medio
 Se ho significativa variabilità definisco 2 valori caratteristici: $Q_{K SUP}$ e $Q_{K INF}$ (frattile 5% e 95% di Q)

PRECOMPRESSIONE

Allo SLU prendo il valore medio di precompressione poiché gli effetti si compensano.

In esercizio avrò 1 tensione di precompressione nel punto e una tensione a cui il punto è soggetto. La differenza tra i 2 valori grandi mi dà 1 valore piccolo \Rightarrow se il valore di poco la tensione di precompressione potrà anche avere effetti opposti \rightarrow si usa 1 valore caratteristico che dipende anche dal tempo.

AZIONI VARIABILI

Si determinano col valore caratteristico

Per le azioni demandate e dirette uso Q_k che non verrà superato per il 98% delle probabilità in 1 anno

Periodo di ritorno $T \approx \frac{T}{p}$

Slide 17 \rightarrow Come si compiana 1 azione variabile

Potrebbe essere il traffico su 1 ponte o il vento per esempio

Gli intervalli li decido io. Devono essere tanto più piccoli quanto più l'azione è variabile (vento = intervalli piccoli, strada = grandi intervalli, ho passaggi continui).

Per ogni intervallo prendo il max. Rporto i max in un istogramma, vedo quale distribuzione si adatta, faccio le statistiche dei massimi.



AZIONI ACCIDENTALI

Valori specificati in ogni progetto. Ad

AZIONI SISMICHE Aed

In Italia ho 1 mappa sismica del territorio. Si entra con le lat e long e sappiamo Aed da dover considerare nel progetto.

\rightarrow Valori di COMBINAZIONE: si moltiplica per un coeff V_0 il valore caract. Q_k .

Tiene conto di più variabili indipendenti (es neve e vento) simultaneamente \rightarrow probabilità minore di 1.

COMPORTAMENTO A FATICA SUDE 28

Viene definito sperimentalmente con delle prove a fatica a $\Delta\sigma$ costante. \rightarrow Prove di QUALIFICAZIONE
 In funzione di $\Delta\sigma$ ha il m' di ciclo che porta e rottura
 In 1 asse bilogarithmico si ha 1 comportamento bilineare: $\Delta\sigma^m N = \text{cost}$. Si raggiunge 1 limite per il quale le fratture non si propagano più.
 PDF \rightarrow Scelgo il frattile 5% della PDF della frattura
 \Rightarrow Traccio la bilineare.

Se la barra è nel ds devo considerare lo scorrimento tra barra e ds \rightarrow si genera calore e parte la corrosione (Pretting erosion)

Agli acciai si chiede di avere 1 resistenza a fatica con un $\Delta\sigma = 250 \text{ MPa}$

METODO SEMIPROBABILISTICO

Individuo il valore rappresentativo dell'azione F_{rep} , il valore di progetto:

$$F_d = \gamma_f F_{rep}$$

Il valore di progetto delle sollecitazioni:

$$(1) E_d = E \{ \gamma_{fi}, F_{rep,i}, \alpha_d \} \quad i \geq 1 \quad (i=1 \text{ se ho 1 azione})$$

γ_{fi} \rightarrow Tutta l'incertezza è sull'azione

Se voglio introdurre un'incertezza nel modello:

$$(2) E_d = \underbrace{\gamma_{sa}}_{1,15} E \{ \underbrace{\gamma_{fi}}_{1,35}, F_{rep,i}, \alpha_d \} \quad \rightarrow 1,15 \cdot 1,35 = 1,5 \text{ sempre}$$

Generalmente uso la semplificata (1), se ho linearità non cambia niente tra (1) e (2).

Il valore di progetto delle proprietà dei materiali è la resistenza

$$X_d = \eta \frac{X_k}{\gamma_m}$$

Per i dati geometrici assumo quelli di progetto equivalenti con quelli nominali (circa delle tolleranze)

Es: 1 cm per trave
 se ho 8 cm \Rightarrow Non posso tollerare 1 cm
 $F_{cm} \text{ NO } x, \Rightarrow +\Delta x.$

Esempio

	CLS	ACC	
G _{1k}	200	30	
G _{2k}	100	100	
Q	<u>100</u>	<u>100</u>	-> NEVE es.
	400	230	
	↓	↳ fattorizzato per 1.5	
γ _a = 1.5	600	→ 345	
γ _G = 1.5			
Progetto per 600		345 - 130 = 215 di neve	vado a collasso
600 - 300 = 300 di neve			vado a collasso.

Per neve va prima al collasso + strutture in acciaio

Per STR e GEO selop la più sfavorevole tra 2 espressioni (slide 38)

Nelle strutture massicce parte del γ_{perm} va a contrastare anche Q.

SITUAZIONI ACCIDENTALI

I permanenti e Precompression li prendo col valore caratteristico. I carichi variabili li riduco molto.

AZIONI SISMICHE

Anche qui uso γ₂ per le azioni variabili

STATI LIMITE DI ESERCIZIO

Combinazione azioni

- ① CARATTERISTICA: per gli SLE irreversibili (es eccessiva compressione del cls oltre la quale inizia la micro fessurazione) γ₀
- ② FREQUENTE: per gli SLE reversibili γ₁, γ₂
- ③ QUASI-PERMANENTE: γ₂ → tutte le azioni variabili

Slide 42 → Tabella coeff γ₀, γ₁, γ₂
 " 43 → γ₄, γ_Q EQU
 " 44 → " " STR / GEO

② FREQUENTISTA

La stima della probabilità di un evento viene valutata a posteriori, dopo l'esecuzione di un certo n di prove

ESEMPIO 1. Lancio moneta

Faremo una serie di prove

LANCIO	RISULTATO	M _{croce}	f _{croce}
1	T	0	0
2	T	0	0
3	C	1	1/3
4	T	1	1/4
⋮	⋮	⋮	⋮

Definisco M = FREQUENZA ASSOLUTA (dell'evento croce in questo caso)

n di volte in cui si è verificato l'evento croce -
Resta costante o cresce col n di lanci

Definisco f = FREQUENZA RELATIVA = $\frac{M}{N}$

con $N = n$ prove

$$P(\text{EVENTO CROCE}) = \lim_{N \rightarrow \infty} f_{\text{croce}} = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{M_{\text{croce}}}{N}$$

Po' essere usato anche quando i casi non sono sempre ugualmente possibili. Si utilizza a livello strutturale. Questo tipo di definizione l'abbiamo visto nei metodi di livello 3 per la valutazione della sicurezza. Si usa nel METODO MONTECARLO. Il n di prove che si fanno è molto ~~più~~ grande.

③ SOGGETTIVISTA

La probabilità $P(A)$ di un evento A è il grado di fiducia che il singolo soggetto ha riguardo il verificarsi dell'evento A

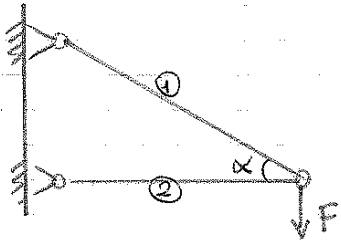
Nessun calcolo matematico, nessuna stima. Dipende dalla singola persona interpellata. Non si fanno sperimentazioni. Ci sono degli eventi per cui non si può fare sperimentazione (es: tsunami e centrale nucleare). Si scelgono degli esperti e si chiede l'opinione dell'esperto.

Non si presta a formulazioni matematiche ma si usa in presenza di eventi rari.

④ ASSIOMATICA

Un FENOMENO ALEATORIO è un fenomeno di tipo empirico caratterizzato dalla proprietà che la sua osservazione in un insieme prefissato di circostanze non conduce sempre allo stesso risultato.

Applicazione ad un problema strutturale



Voglio vedere che relazione c'è tra la rottura della struttura per intero e la rottura delle singole aste ① e ②.

ROTTURA STRUTTURA: se si rompe ① la struttura si considera rotta perché non esercita più la sua funzione (② non resta più orizzontale). Lo stesso se si rompe ②.

⇒ ROTTURA STRUTTURA = ROTTURA ASTA ① ∪ ROTTURA ASTA ②



Che relazione sussiste tra la rottura dell'asta ① e ②?

L'elemento ① si rompe se lo sforzo normale (sollecitazione) in ① supera la resistenza dell'asta ① (sforzo normale resistente): ROTTURA ①: $S_1 > R_1$

Allo stesso modo: ROTTURA ②: $S_2 > R_2$

Hyp: aste ① e ② dello stesso materiale e stessa sezione
 → $R_1 = R_2 = R$ resistenze elementi strutt.

ROTTURA ①: $S_1 > R$ ROTTURA ②: $S_2 > R$

Devo usare la SdC e trovare le sollecitazioni S_1 e S_2

Poligono delle forze per l'equilibrio

$$S_1 = \frac{F}{\sin \alpha} \quad S_2 = S_1 \cos \alpha = F \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$$



hyp: $\alpha = 45^\circ \Rightarrow \sin \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2} \approx 0,7$; $\cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2} = 0,7$

⇒ $S_1 = \frac{F}{0,7}$ e $S_2 = F$

① $S_1 > R \Rightarrow F > 0,7 R$ ② $S_2 > R \Rightarrow F > R$



→ L'insieme 2 è interno all'insieme 1.

ESAME! → Risolve di SdC + applicazioni (nel 1-2-3 facile)

In generale la pressione del vento viene calcolata in funzione della località. L'Italia è divisa in 9 zone.

$$p = q_b C_e C_p C_d$$

(18) $V_{b,0}$ → valore caratteristico del vento a 10 m sul suolo su 1 terreno II e mediata di 10 minuti.
 $V_{b,0}, q_b, K_a$ in tabella e seconda delle zone.

Torino $V_{b,0} = 25 \text{ m/s} = 90 \text{ km/h}$ fino ad una altezza di 1000 m.

(19) Coefficiente di esposizione C_e

lungo l'altezza di un edificio il vento è variabile ⇒ dipende da z

K_r, z_0, z_{min} → dipendono dalla categoria d'esposizione.

Le zone sono 5. Nel diagramma (20) ho le categorie d'esposizione in funzione delle zone.

A-B-C-D) classe di rugosità del terreno.

→ In funzione della posizione (distanza dal mare) e della rugosità del terreno, ho la categoria d'esposizione

slide 21

L_p dipende dal costruito.

La rugosità del terreno è molto importante! Se cambia, cambia la velocità del vento da dover considerare.

slide 20 --- *

(22) C_e parte da 1,5 per la categoria V, resta costante e poi cresce con legge logaritmica.

(23) Coefficiente di forma

C_p varia in funzione dell'angolo α .

È in parte positivo e in parte negativo. → Determina il segno dell'azione p .

→ ⊕ pressione

→ ⊖ depressione

In Italia lo studio del vento cominciò con il grattacielo Pirell e Meluso. (la depressione strappa via i serramenti)

Per $\alpha > 30-35^\circ$ ⇒ Pressione

Per valori inferiori ⇒ Depressione (es. sovraccarico tetto)

slide 26 → figure, valore di C_{pe} e verso (press o depres)

All'interno 0,2

$S < 33\%$

Verifico nelle condizioni più sfavorevoli (sommando interne e est)

Spazio $> 33\%$ (es: stalle aperte) 1° caso + sfavorevole $\frac{0,8 + 0,4}{C_p}$

Quando la combinazione più pericolosa.

Pareti non inclinate sottovento (slide 46)
 Calcolo pressioni totali (slide 47)
 " " sulle falde (slide 48)

Slide (50) → direzione longitudinale
 " (52) → vedi etichette 53 - 54

19.03.13

ERRORE SLIDE 50

È indicato il telaio centrale (6m) ma in realtà mi sto riferendo al telaio laterale (3m) → spostare riquadro blu.



NEVE (slide 55)

Il carico di neve si calcola come carico distribuito. q_s

q_{sk}

L'Italia è divisa in zone. Ogni zona ha le sue province di riferimento.

ZONA I - Alpina

Negli ultimi 20 anni questi valori di q_{sk} sono cresciuti notevolmente a causa di alcuni eventi nevosi molto violenti (sono eventi più da capomonte) → anni '85 Helios.

ZONA I - Mediterranea; ZONA II, III ... slide 57-58

59 → sono rappresentate le zone I, II, III

C_e → coefficiente di esposizione

Bisogna distinguere l'effetto del vento sulla neve. → Topografia

μ_1 → coeff. di frangia (60)

es: μ_1 a $45^\circ = \alpha$ considero metà della neve perché metà cade.

μ_2 è crescente con α e poi per $\alpha > 60^\circ$ $\mu_2 = 0$
 (61) → se ho vento o neve.

Se ho più falde si crea il effetto di accumulo
 se ho vento si frangia il deposito e considero μ_1, μ_2 } (62)

Sulle coperture glaucide, l'angolo varia continuamente.

Usa μ_3 per $\beta > 60^\circ$ o $\beta \leq 60^\circ$. Anche qui considero l'accumulo di neve per $\beta \leq 60^\circ$. (Dove ho $\beta \geq 60^\circ$ NON ho neve)

Caso ii → il vento ha il effetto di trasporto più de accumulo.

e) edifici bassi accanto ad altri alti. La neve si accumula sul tetto dell'edificio più basso. Considero il caso μ_1 classico. A partire da una certa distanza l_s ho un incremento di μ_1

$(\mu_{1w}) + \mu_2$

μ_{WIND} SOTTOVENTO. $S_{wv} \leq l_s = 2h \leq 15 \text{ m}$

At: Le eq. di congruenza sono alle derivate seconde

① Def. congruente poiché $\Delta T = \text{cost}$ e le derivate 2° di sono
 Def. compatibile poiché i vincoli non impediscono lo spost. h
 (No kusat, ho spostamento orizzontale)

② Effetto di lussolazione. Non congruente \Rightarrow gradualmente
 usano delle tensioni autoequilibrate che non portano
 tensioni vincolari poiché ho compatibilità coi vincoli.

③ Trave incastrata
 Nessuno M di incastro de ~~tra~~ si oppongono. Ho reazione
 nei vincoli e non ho tensioni (3).

④ Caso NON COMPATIBILE E NON CONGRUENTE.
 Stato di autotensione dovuto alla NON congruenza
 + Stato di tensione dovuto alla NON compatibilità coi
 vincoli

(75) Negli edifici, ogni 30-40 m, si mettono dei giunti di dilatazione.
 Se non li metto, ogni 30-40 m si spacca il solaio, dove
 inserire + armatura per distribuire le fessure (piccole e distribuite)

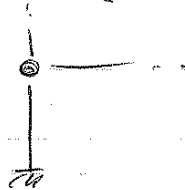
Il pilastro del 1° piano si beccano lo spostamento. Tra il
 il 1° e il 2° non ho differenza e così via. Al 1° piano
 insorgono dei momenti. Dove ho flessione, $M=0$ e ho una
 forza di taglio concentrata.

$$\frac{\delta}{2} = \frac{Ph^3}{24EI} \quad \rightarrow \quad P = \frac{12EI}{h^3} \times \frac{\delta}{2} \quad \text{e} \quad M = \frac{Ph}{2} \text{ che spicca.}$$

In realtà ho un po' di coazione e non prende proprio tutto
 il 1° pilastro.

Slide 76 \rightarrow Per ridurre M , ho varie possibilità.

Posso anche cambiare lo stato dei vincoli e inserire il
 cuneo:



Ho $M=0$ nella
 cuneo e la forza
 di usca è

M sarà $\frac{M}{2}$! meglio.

Barriere di Sicurezza → es: Autostrada

Sono progettate secondo 2 criteri: ① Salvaguardia vite umane

② Impatto e deformazione. Grandi capote.
Si provano prima.

① Voglio contenere le decelerazioni all'interno dell'abitacolo.
Il corpo umano può sopportare decelerazioni di 10-12g
al max ⇒ Si usano dei manichini con accelerometri
montati

② Con l'impatto di 1 camion devo avere comportamento
membranoso + flessionale (surriscaldamento) e non
solo flessionale.

Posso avere cause di origine interna o esterna. (9)

PROBABILITÀ CONDIZIONATA

A, B

$$P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

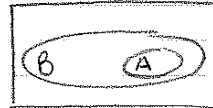
Probabilità condizionata di A e B

→ Sapendo che B si è verificato, qual'è la probab. che si verifichi A?

Ha senso calcolarla se:

- $P(B) > 0$
- gli eventi A e B non devono escludersi a vicenda

- Se l'evento A implica B: $A \subset B$



In questo caso $A \cap B = A$

$$\Rightarrow P(A/B) = \frac{P(A)}{P(B)} > P(A) \quad (\text{Perché } 0 < P(B) < 1)$$

- Nel caso inverso: $B \subset A$

$$P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{P(B)}{P(B)} = 1$$

EVENTI STATISTICAMENTE INDIPENDENTI

A, B sono STATISTICAMENTE INDIPENDENTI se il verificarsi di uno dei due non influenza il verificarsi dell'altro.

$$A, B \Rightarrow P(A) = P(A/B)$$

Se A e B sono indipendenti e B si è verificato $\Rightarrow P(A) = P(A/B)$
(Il verificarsi di B, non influenza A)

Esempio

$A = \{\text{\# pari}\}; B = \{2\}$ (lancio di un dado non truccato)

$$P(2) = P(B) = 1/6$$

$$A = \{2, 4, 6\}$$

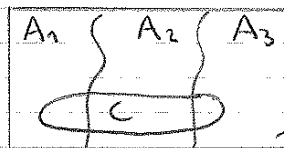
$$P(B/A) = \frac{P(B \cap A)}{P(A)} = \frac{1/6}{1/2} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

Il verificarsi di A ha un'influenza sul verificarsi di B.
I due eventi non sono indipendenti!

L'applicazione del concetto di PROB. CONDIZIONATA la vedremo nel concetto di:

PROBABILITÀ TOTALE

A_1, A_2, \dots, A_m eventi mutuamente escludentesi ed EUSATIVI



A_1, A_2, A_3 sono esaustivi perché la loro unione dà proprio lo spazio campionario Ω

Consideriamo l'evento C e calcoliamo la probabilità che questo si verifichi.

Dal concetto di PROB. TOTALE:

$$P(C) = \sum_{i=1}^m P(C/A_i) \cdot P(A_i)$$

1. ESERCITAZIONE 4

25.03.13

- Se ho 2 eventi incompatibili $\Rightarrow P(B \cap A) = 0$
 - Se ho 2 eventi indipendenti $\Rightarrow P(B|A) = P(B)$ e $P(B|A) = \frac{P(B \cap A)}{P(A)}$
- \rightarrow dunque: $P(B \cap A) = P(B) \cdot P(A)$

Esercizio 21.03.13 T, V

$P(T) = 0,8$ $P(V) = 0,2$ $P(D|T) = 0,1$ $P(D|V) = 0,05$

$P(D) = ?$ $P(T|D) = ?$

$P(D|T)$ e $P(T|D)$ sono molto diverse
 L'edificio si è già danneggiato e calcolo la prob. che tale danneggiamento sia stato causato dal terremoto

$P(D) = P(D|T) \cdot P(T) + P(D|V) \cdot P(V) = 0,09$

Tramite la FORMULA DI BAYES:

$P(T|D) = \frac{P(D|T) \cdot P(T)}{P(D)} = 0,89$

Calcolo la probabilità che il danneggiamento sia stato causato dal vento sempre con l'uso della FORMULA DI BAYES:

$P(V|D) = \frac{P(D|V) \cdot P(V)}{P(D)} = \frac{0,05 \cdot 0,2}{0,09} = 0,11$

\Rightarrow Ho un edificio danneggiato e 2 cause: la somma delle probabilità delle cause che hanno fatto scattare il danneggiamento deve essere 1. Se così non fosse, vuol dire che ho una 3 causa che evidentemente non ho considerato:
 $\rightarrow P(T|D) + P(V|D) = 1$

Esempio SUDE

L'edificio crolla. Ho 5 possibili cause di crollo. Sono 5 eventi mutuamente esclusivi: se crolla per una causa, non crolla per un'altra. Sono inoltre eventi esaustivi: lo spazio campionario è composto da questi 5 eventi.

Tramite la formula di Bayes, calcolo la probabilità che l'edificio sia crollato per la causa A o B o C o D o E.

DATI: Bisogna sapere la probabilità che ciascuna causa si verifichi: $P(A) - P(B) - P(C) - P(D) - P(E) \rightarrow$ (slide 33-34)
 Bisogna anche conoscere qual'è la probabilità che l'edificio crolli se avviene la causa \rightarrow PROBABILITÀ CONDIZIONATA
 $P(\text{crollo} / A) \dots\dots\dots P(\text{crollo} / E)$

A questo punto, tramite la formula di Bayes calcolo la probabilità che il crollo si è avvenuto a causa di A, B, C, D o E.

(Come esempio sul danneggiamento edificio a causa di T e V)

\rightarrow Vedi altro esempio slide con urne e palline.

Un'altra proprietà è: $\sum_{i=1}^n f_X(x_i) = 1$ (nel nostro caso $n=3$)

2. Funzione di distribuzione cumulativa $F_X(x)$

Per definizione: $F_X(x) = P(X \leq x)$

$$F_X(x) = \sum_{i: x_i \leq x} f_X(x_i) \quad \text{con } x, x_i \in \mathbb{R}$$

Nell'esempio:

hyp 1: $x < 0 \Rightarrow F_X(x) = 0$

hyp 2: $x = 0 \Rightarrow F_X(x) = 0,25$

~~hyp 3: $x = 0,5 \Rightarrow F_X(x) = 0,25$~~

hyp 4: $0 \leq x < 1 \Rightarrow F_X(x) = 0,25$

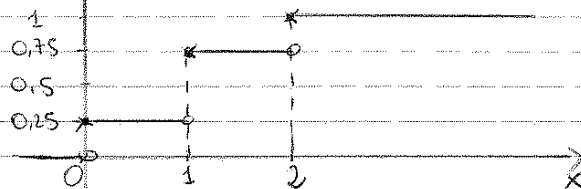
hyp 5: $x = 1 \Rightarrow F_X = 0,25 + 0,5 = 0,75$

hyp 6: $1 \leq x < 2 \Rightarrow F_X = 0,25 + 0,5 = 0,75$

hyp 7: $x = 2 \Rightarrow F_X = 0,25 + 0,5 + 0,25 = 1$

hyp 8: $x > 2 \Rightarrow F_X = 1$

Graficamente: $F_X(x)$



PROPRIETÀ $F_X(x)$

1. $\lim_{x \rightarrow -\infty} F_X(x) = 0$

2. $\lim_{x \rightarrow +\infty} F_X(x) = 1$ (dalla definizione)

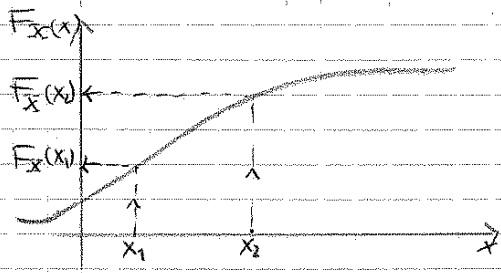
3. $F_X(x) \geq 0$ poiché misura una probabilità (e $0 \leq P \leq 1$)

4. È una funzione MONOTONA NON DECRESCENTE

Ovvero se $x_1 < x_2 \Rightarrow F_X(x_2) \geq F_X(x_1)$

$$F_X(x_2) = P(X \leq x_2) = \underbrace{P(X \leq x_1)}_{F_X(x_1)} + \underbrace{P(x_1 < X \leq x_2)}_{\text{prob.} \geq 0} = F_X(x_1) + \text{prob.} \geq 0$$

$\Rightarrow F_X(x_2) \geq F_X(x_1)$



$$F_X(x_2) = F_X(x_1) + P(x_1 < X \leq x_2)$$

$$P(x_1 \leq X \leq x_2) = F_X(x_2) - F_X(x_1)$$

I MOMENTI DI V.A.

Sono indicatori di proprietà geometriche

VARIABILE CONTINUA: $E(X^q) = \int x^q \cdot f_X(x) dx$ Momento di ordine q della variabile X

VARIABILE DISCRETA: $E(X^q) = \sum_{i=1}^M x_i^q \cdot f_X(x_i)$

• MOMENTO di ORDINE 1
 $q=1$ VALORE MEDIO

$$\mu_X = \int_{-\infty}^{+\infty} x f_X(x) dx \quad \text{V.A. CONT}$$

$$\mu_X = \sum_{i=1}^M x_i f_X(x_i) \quad \text{V.A. DISCR.}$$

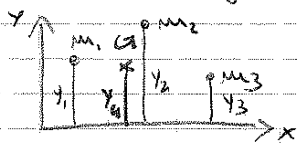
È un parametro geometrico: rappresenta il **BARICENTRO** della **DISTRIBUZIONE**

es: V.A. DISCRETA

$$\mu_X = \frac{\sum_{i=1}^M x_i f_X(x_i)}{\sum_{i=1}^M f_X(x_i)}$$

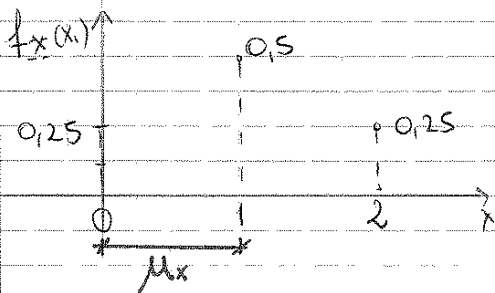
① PROPRIETÀ

(Formula analoga in SDC per il calcolo del BARICENTRO)



$$y_G = \frac{\sum m_i y_i}{\sum m_i}$$

Prendendo l'esempio di prima: lancio monete



Il valore medio μ_X dà la distanza del **BARICENTRO** dall'asse $f_X(x_i)$.

Al crescere di $\mu_X \Rightarrow$ la distribuzione si sposta verso destra.

Esercitazione 5

MANCANO

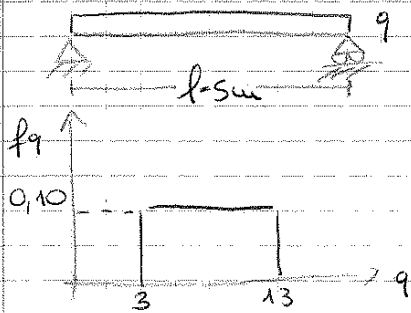
26.03.13

Esercitazione 6

04.04.13

Esercizio

Trovare sempre appoggiata di luce l soggetta a q uniforme (di tipo rettangolare), diversa da zero per un intervallo $3, 13$ kN



$$F_q(q) = P(q \leq \bar{q}) = \begin{cases} 0 & q \leq 3 \text{ kN/m} \\ \frac{q-3}{10} & 3 \leq q \leq 13 \text{ kN/m} \\ 1 & q \geq 13 \text{ kN/m} \end{cases}$$

$$M = \frac{q l^2}{8} \quad \text{legge nota del momento in trave}$$

Troviamo la Funzione di distribuzione cumulativa del Momento Resistente

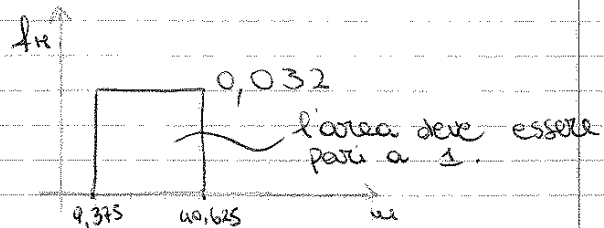
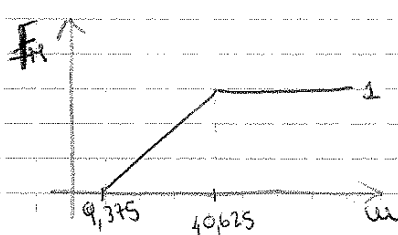
$$F_M(m) = P(M \leq m) = P\left(\frac{q l^2}{8} \leq m\right) = P\left(q \leq \frac{8m}{l^2}\right) = F_q\left(\frac{8m}{l^2}\right) = F_M(m)$$

$$F_M(m) = \begin{cases} 0 & \frac{8m}{l^2} \leq 3 \text{ kN/m} \\ 0,1 \left(\frac{8m}{l^2} - 3\right) & 3 \leq \frac{8m}{l^2} \leq 13 \text{ kN/m} \\ 1 & \frac{8m}{l^2} \geq 13 \text{ kN/m} \end{cases}$$

$$F_M(m) = \begin{cases} 0 & m \leq \frac{3l^2}{8} \\ 0,1 \left(\frac{8m}{l^2} - 3\right) & \frac{3l^2}{8} \leq m \leq \frac{13l^2}{8} \\ 1 & m \geq \frac{13l^2}{8} \end{cases} \quad \rightarrow \text{Sostituendo i dati:}$$

$$F_M(m) = \begin{cases} 0 & m \leq 9,375 \text{ kN}\cdot\text{m} \\ 0,032 m - 0,3 & 9,375 \leq m \leq 40,625 \text{ kN}\cdot\text{m} \\ 1 & m \geq 40,625 \text{ kN}\cdot\text{m} \end{cases}$$

Disegno il DIAGRAMMA della FUNZ. CUMULATIVA e quello della FUNZIONE di PROBABILITA' (densità)



Trattazione generale del problema visto

Supponiamo di conoscere X , $f_X(x)$, μ_X , σ_X
 e $Y = aX + b$ (funzione MONOTONA e CRESCENTE $\Rightarrow a > 0$)

$$F_Y(y) = P(Y \leq y) = P(aX + b \leq y) = P(X \leq \frac{y-b}{a}) = F_X(\frac{y-b}{a})$$

La funzione di densità di probabilità:

$$f_Y(y) = \frac{dF_Y(y)}{dy} = \frac{d}{dy} (F_X(\frac{y-b}{a})) = \frac{d}{dx} F_X(\frac{y-b}{a}) \cdot \frac{dx}{dy} = f_X(\frac{y-b}{a}) \cdot \frac{dx}{dy}$$

Se $y = ax + b \Rightarrow x = \frac{y-b}{a}$ e $\frac{dx}{dy} = \frac{1}{a}$

dunque $f_Y(y) = f_X(\frac{y-b}{a}) \cdot \frac{1}{a}$

Per tenere in considerazione il caso in cui la funzione $y = ax + b$ sia decrescente uso l'espressione col valore assoluto:

$$f_Y(y) = f_X(\frac{y-b}{a}) \cdot \frac{1}{|a|}$$

Esercizio



$$q \sim N(\mu_q = 8 \frac{KN}{m}, \sigma_q = 2,9 \frac{KN}{m})$$

Ipotesiamo una distribuzione gaussiana di q :

$$f_q(q) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot \sigma_q} \exp\left[-\frac{1}{2} \frac{(q - \mu_q)^2}{\sigma_q^2}\right]$$

Vogliamo nella sezione di mezzetra la funzione di densità di probabilità del momento flettente: $M = q \frac{l^2}{8}$

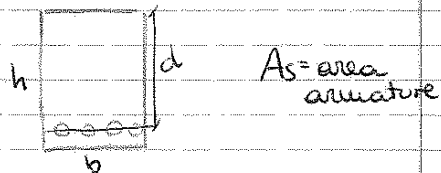
$$f_M(m) = \frac{1}{\frac{l^2}{8}} \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot \sigma_q} \exp\left[-\frac{1}{2} \frac{(\frac{m}{\frac{l^2}{8}} - \mu_q)^2}{\sigma_q^2}\right]$$

$$\mu_M = \mu_q \cdot \frac{l^2}{8} \quad \sigma_M^2 = \sigma_q^2 \cdot \left(\frac{l^2}{8}\right)^2$$

Le Proprietà di Media e Varianza non dipendono dalla distribuzione utilizzata, sono generali.

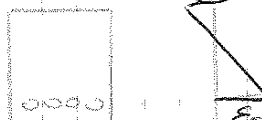
Ipotesiamo la sezione della trave:

Valutiamo il MOMENTO RESISTENTE di questa sezione.

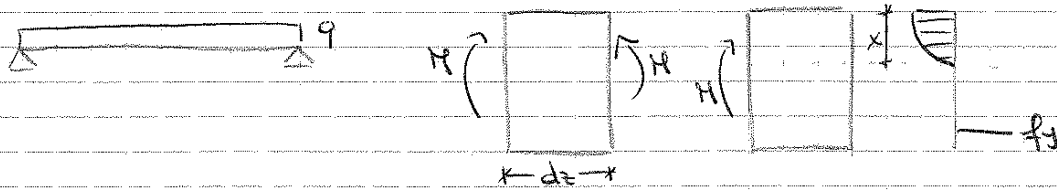


Ipotesi:

- ① Conservazione delle SEZIONI PIANE (\Rightarrow segue che il diagramma delle def.mi è lineare)



Per valutare E_s dovrai fare delle considerazioni d'equilibrio.
Prendo 1 corso di trave: eq. bno tra CdS e distribuzione di tensione.



Eq. bno alla traslazione verticale:

$$N = \int_A \sigma dA = - \int_{A_c} \sigma_c dA + A_s \cdot f_y = -C + T$$

Abbiamo ipotizzato una sezione soggetta solo a momento flettente, dunque $N=0$
 $\rightarrow T=C$

Il polo resta fisso, la pendenza della retta l'abbiamo definita avendo imposto l'equilibrio. Vogliamo che sia rispettata la condizione $T=C$.

la risultante $T = A_s \cdot f_y$

la risultante $C = - \int_{A_c} \sigma_c dA$ di compressione dipenderà dalla profondità dell'asse neutro x . x dipende quindi dall'inclinazione della retta delle def. ni. *

Se diminuisco le def. ni nell'acciaio varrà la profondità x dell'asse neutro e dunque la risultante C .
Per determinare x ... scrivo 1 eq. d'equilibrio: $N=0$ perché ho 1 sez. soggetta solo a momento flettente.

Calcoliamo adesso il MOMENTO RESISTENTE.
Vedi lezione 16. APRILE 2013.

(23) Applicando il teo della probab. composta, è possibile valutare il rischio:

$p(S_k/D_i)$: prob. che ci sia S_k una volta ecceduto il danno locale D_i (vedi slide 24)

(25) Calcolato il Rischio se viene fuori il ni che non ci piace, devo intervenire sui termini

1° sistema: ridurre $p(H_i)$: probabilità che ecceda l'evento.
→ EVENT CAUSAL (EC)

2° sistema: ridurre $p(D_i/H_i)$ la prob. che si verifichi il danno D_i in presenza dell'evento H_i

3° sistema: minimizzare $p(S_k/D_i)$, organizzare la struttura per farla sopportare tramite la redistribuzione del carico il fatto che 1 parte della struttura non resista più (ΔP) (load path)

4° sistema: ridurre le conseguenze dovute al danno.

Avete si progetta 1 edificio per evitare il collasso entro 1 certo tempo (es: 120 minuti): tempo necessario per far evacuare tutto l'edificio.

(27) È necessario 1 base teorica per quantificare la robustezza. Per le grandi opere le assicurazioni vedono di quantificare la robustezza.

Valuto 1 indice di robustezza con 3 diversi approcci: il (28)

(29) Posso rappresentare l'albero degli eventi.

H = rischio (ho 1 serie di rischi).

Alcuni elementi sono insensibili a 1 tipo di rischio $\Rightarrow \bar{D}$ -rischio C
Altrimenti D . Posso avere F se ho 1 struttura robusta e dunque ho solo danni diretti, altrimenti ho F e danni diretti + indiretti.

(31) Espressione generalizzata della robustezza.

più piccolo è il 2° termine e meglio è.

INDICE DI ROBUSTEZZA
$$I_{rob} = \frac{R_{DIR}}{R_{DIR} + R_{INDIR}}$$
 rischio diretto / rischio totale

$I_{rob} \approx 1 \Rightarrow$ struttura robusta!

I_{rob} minore \rightarrow struttura via via meno robusta

b) Approccio probabilistico $R1 = \frac{P_{+(DANNI)} - P_{+(INTATTA)}}{P_{+(INTATTA)}}$ (in termini di prob. di insucc.)

$P_{+(DANNI)}$ cresce \Rightarrow cresce il rischio

46) Creo 1 serie di elementi di maggiore resistenza lungo il percorso che faremmo i carichi in caso di collasso.
Una serie di elementi si opporranno uno via uno al collasso.
Evito l'effetto domino

47 CAPACITY DESIGN

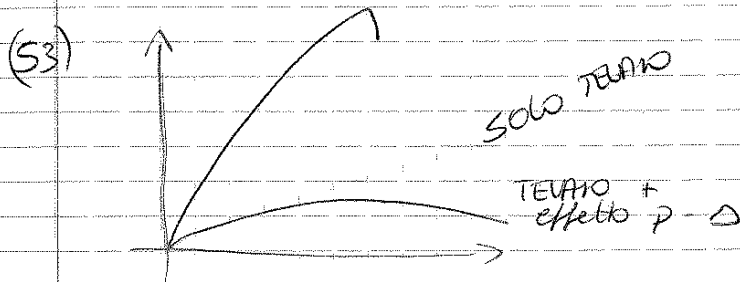
fusibili
fuso e def. in ultime, dissipa energia.

49 DISPOSITIVI PROTETTIVI

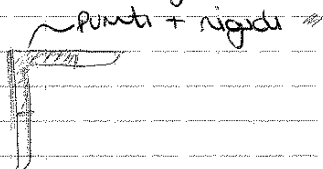
impatto veicoli: impulso = $F \cdot t = mv$

lavoro = en. cinetica $F \cdot l = \frac{1}{2} mv^2$

$$\Rightarrow F = \frac{mv}{t} = \frac{mv^2}{2l}$$



Si chiede in genere un 10%.



L'ala si instabilizza e non porta + carico \Rightarrow si tiene conto di 1 settore minore che ha fine al collasso

(56) Caduta di rigidità dovuta a \pm buckling locale

(57) Intervento attivo

I segni premonitori: Chiodi e tena, corrosione...
metting = sfregamento

59-60) have

Maintenance / Controllo qualità
Model updating: aggiornamento modello

61 DISPOSITIVI MECCANICI

Quando è possibile, bisogna avere dissipazione di energia (fessure meglio, se va via la luce, funziona)

(62) Tabella con concetti riassunti

63 -> Atterrito a 1 colonna G20 \rightarrow crolla l'edificio.
 \Rightarrow Devo noleggiare le colonne da piano terra perché sensibili.

VISCOITÀ E RITIRO

09.04.13

Sono 2 proprietà del ds.

viscosità = incremento delle def.m e sollecitazione costante
Fu scoperta da Fresini nella prima metà del '900 - Scopre lui la precompressione. Fece fare dei salti notevoli al ds.
All'inizio del '900 il ds prendeva il posto della pietra e veniva considerato come fosse una pietra fusa.

Oggi si usano ds di resistenza da 150 a 1200 KN/m.
A seguito di osservazioni su 1 arco e 3 cerchieri da trasformare a 2 cerchieri, dense di fare delle prove sui dei pavimenti perché non si spiegava gli spostamenti, con carico permanente.
A metà degli anni '30 scopre che il ds non è lineare ma l'andamento delle def.m col tempo è di tipo esponenziale decrescente → scopre la viscosità.

Il ds è un materiale in continua evoluzione
KODAL CODE → continue editioni.

- (2) Analizziamo 2 campioni e misuriamo il ritiro.
Nel 2° campione quando arrivo a $t=t_0$ metto un carico permanente. Il campione caricato istantaneamente produce un incremento di def.m elastica $E_{ci}(t_0)$.
Continuando a misurare le deformazioni vedo che è possibile misurare un'ulteriore aliquota $E_{ct}(t)$ di def.m (viscosità).
Al tempo t_1 scarico il campione e vedo che questo mi restituisce un po' meno deformazione ($E_{ct}(t)$) per effetto dell'intercambiamento. Continuando a monitorare le def.m vedo che il campione continua a restituirmi def.m (E_d) ma non tutta, solo la parte "elastica". Resta una seconda parte di deformazione E_f (FLUAGE = viscosità) permanente. Questo è ciò che avviene nei laboratori.
Nella realtà non si carica/scarica il campione.
Generalmente il carico permanente è dato dal peso proprio della struttura - (Questo non può togliersi)

Quando la tensione applicata è minore del 40% della resistenza che ha al momento dei 28 giorni
⇒ E_{ci} , E_f , E_{cc} , E_c , E_d è proporzionale a σ
e ho 'visco-ELASTICITÀ' LINEARE

In esercizio il limite è rappresentato da 0,6 fcr perché altrimenti danneggiò il ds e induce una microfessurazione interna che può propagarsi, fino all'estremità ed essere causa di aggrissione.

Solitamente ho $\frac{2}{3}$ di carico permanente e $\frac{1}{3}$ variabile
⇒ Torno ad avere 0,4 fcr per il carico permanente.

Le tensioni si rilassano nel tempo, dunque ho una funzione di rilassamento con le dimensioni di una σ .

Questa è la sollecitazione al tempo t dovuta a una def. un'impulso unitario applicata $R(t, \tau)$

Come fatto prima, posso considerare il grado di def.

(7) Posso avere diversi problemi.

① Uso la formula (1) se conosco J e la legge di variazione delle σ

② Se conosco invece le σ e la R , uso la (2) per ricavare la E che è sotto l'integrale. Dovrò fare un integrale di Volterra (complesso).

③ Se conosco J e la legge di variazione di E , uso la (1) ma ho σ dentro l'integrale \Rightarrow integrale di Volterra (complesso).

④ Se invece ho R ed E , è semplice trovare σ con (2)

② e ③ pas. complessi.

(8) J ed R sono delle funzioni correlate poiché entrambe descrivono il comportamento del ds.

Eq. in (1) \rightarrow per $t < t_0$ ho $E_c(t) - E_{cn}(t) = 0$
 Se introduco questa condizione nella (2) ricavo che
 $\sigma(t, t_0) = R(t, t_0)$

Sostituendo questa nell'eq. in (1) ho che: $R(t, t_0) = E_c(t_0)$ per defluazione mod. elastico

$$1 = J(t, t_0) E_c(t_0) + \int J(t, \tau) \frac{\partial R(t, \tau)}{\partial \tau} d\tau$$

\hookrightarrow Relazione tra J e R .

È stata risolta e i valori sono tabulati.

Inoltre sono state ricavate delle espressioni approssimate (9)

(9) Si distinguono una serie di casi nella pratica:

\rightarrow strutt. omogenea e vincoli rigidi

Per noi il ds è omogeneo e anche quando questo contiene armatura (fino al 3%) \rightarrow solitamente 1%
 se ho strutt. miste (ds + acciaio) \Rightarrow NO omogeneo.

\rightarrow vincoli elastici

\rightarrow strutt. eterogenee

\rightarrow strutt. con variazione di sezione statica.

J ed R le conosco in letteratura.

(15) Immagino di avere 1 corpo ausiliario con n vincoli rigidi. Trovo continue con u e poggia e 1 carico permanente. Nascono le reazioni $X_i(t_0)$.

Introduco un altro vincolo $n+1$. Se tento a toglierlo, non viene più via. Il vincolo si carica di reazione e cause della legge del cls, le def. si aumentano nel tempo e il vincolo le impedisce facendo nascere una reazione (X_{n+1}) .

Vogliamo valutare la reazione X_{n+1} a tempo t_0 .
Dico

-> Immagino di mettere il vincolo prima del carico, la struttura è diversa. Ho un $X_{n+1}(t_0)$ e devo togliere $\Delta X_i(t_0)$ alle $X_i(t_0)$ prima trovate.

Impedisco lo spostamento del punto $(n+1)$ torno alle condizioni iniziali.

(16) Nel vincolo $n+1$ la reazione: $X_{n+1}(t_0) - X_{n+1}(t_0) = 0$
 In i: ""

(17) A 28 giorni $\frac{R(t_0)}{E_c} = 0,15 \div 0,30$ per $t = t_0$

$$\Rightarrow \text{Ottengo } X_{n+1}(t) = (0,7 \div 0,85) X_{n+1}(t_0)$$

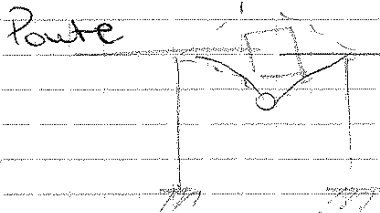
Per la necessità la trave trasferisce tutto il carico nello schema statico finale -> grande capacità di ridistribuzione dovuta alla viscosità.



Per la viscosità
 Cambiando schema statico passo da questo degr. di $n+1$ a questo ==

// Ho nascita di M negativo in B e diminuzione di M positivo in A e C

Devo lo stesso dimensionare per un M positivo grande dato nello schema in A e C e M negativo in C dato dallo schema anche se all'inizio non c'è l'ho -> Peggio il carico 2 volte.



Da mensola lo schema statico si trasforma in telaio

=> Aumentano i momenti positivi o negativi

perché impedisce la rotazione relativa mettendo il vincolo in mezzo

Se metto una curva NON va bene, potrebbe occorrere una esplicita, col passaggio creare fessure...
 -> la curva NON è 1 soluzione.

(18) 4° PRINCIPIO del FLUAGE LINEARE (1993) 11.04.12

Il limite del terzo principio è che presuppone che i vincoli posticipati vengano introdotti subito dopo l'applicazione del carico, cosa non vera nella realtà

Considero 1 struttura omogenea, soggetta a dei vincoli rigidi e ad uno schema statico generico n° 1 con K vincoli e alla fine assume 1 schema statico n° 2 con $m-k$ vincoli addizionali (dunque i vincoli sono m). I tempi di riferimento sono $t_0, t_1, t = \text{tempo generico}$. Ho le reazioni $X_R(t), X_S(t), X_P^{el,1}$ (reazioni schema 1)

$\Delta X_{P^{el}}, \Delta X_{S^{el}}$ = correzioni se gli $m-k$ vincoli addizionali sono introdotti prima del carico permanente (quando ho già $m-k$ vincoli nello schema 1)

Nei vincoli K ho $X_{P^{el}} + \Delta X_{P^{el}}$ e nello schema 2 ho solo $\Delta X_{P^{el}}$

(19) Se metto nello schema 1 con k vincoli i carichi permanenti ho una configurazione deformata con spostamenti elastici che crescono nel tempo e causa della viscosità e la reazione restano costanti

Al tempo t_1 introduco dei vincoli ulteriori. In quei punti tra t_0 e t_1 ho avuto uno spostamento elastico + un contributo viscoso. In questi punti l'introduzione dei $m-k$ vincoli porta a degli spostamenti u_S . Se la viscosità non si è ancora esaurita, io con i vincoli impedisco gli altri spostamenti per viscosità. L'appoggio subisce dunque una def. in impressa nel vincolo $\bar{u}_S(t)$ uguale e opposta allo spostamento che avrebbe subito il punto se non avessi introdotto il vincolo.

(20) Ho dei vincoli geometrici ($m-k$)

In presenza di def. in impressa lo stato di def. in non varia, lo stato di tensione varia con legge di rilassamento per il 2° teorema. Per effetto di $\bar{u}_S(t)$ valuto ΔX_R e ΔX_S . Vedi slide.

Ho calcolato l'incremento di reazione in quei punti che evolvono con legge di rilassamento.

Si moltiplicano gli incrementi per $\frac{R}{E_c}$. Si integra tra t_0 e t . L'integrale è funzione di 3 variabili: t_0, t_1, t . lo chiamo ξ

(21) $\Delta X_R(t) = \Delta X_R^{el} \xi(t_1, t_0, t)$ e $\Delta X_S(t) = \Delta X_S^{el} \xi(t_0, t_1, t)$

(22) ξ misura l'effetto della parte di viscosità successiva all'introduzione dei vincoli (pelle che non c'è) o meglio

$0 < \xi < 1 \rightarrow t = t_1 \rightarrow \xi = 0$ (Non ho ancora esaurito di vincoli addizionali)

$\xi = 1 \rightarrow t_1 = t_0 \rightarrow$ tutti i vincoli li ho messi nello schema statico iniziale, e t_0 metto i permanenti \rightarrow le reazioni sono esattamente quelle elastiche

STRUTTURE COMPOSITE ACCIAIO-CALCESTRUZZO

(29) Valutiamo nelle sezioni l'evoluzione dei livelli tensionali.
 Ho 1 trave di trave di altezza 1. ~~È solo l'evoluzione di deformazione~~. Ho doppia iperstruttura: parametri della def. me e stato di tensione.

Non posso applicare il principio di viscosità lineare: non ho struttura omogenea (es: acciaio - cls)

⇒ Tomo indietro all'eq. me (1) → integrale di Volterra

Non lo so risolvere in forma chiusa. Occorre usare i metodi numerici: il più noto è AAE M (Modulo effettivo corretto per tener conto del legame).

Si immagini per risolvere l'integrale che la variazione di tensione avvenga tutta fin dall'istante iniziale (in 1 istante)

$$\Rightarrow [\sigma(t) - \sigma(t_0)] (\mu(t, t_0) J(t, t_0))$$

Ho inserito però 1 correttore poiché la variazione σ avviene progressivamente nel tempo in un materiale che inverte e cambia nel tempo, → $\mu(t, t_0)$

Il fattore correttivo $\mu(t, t_0)$ tiene conto del fatto che la funzione di deformazione $\Delta\sigma \cdot J(t, t_0)$ supposta $\Delta\sigma$ intervenire in 1 solo istante $t=t_0$ in realtà avviene in momenti diversi ⇒ spezzettata $\Delta\sigma_j$

(30) Inoltre, dato che il cls invecchia, $\Delta\sigma_j$ lavora su un cls con un J minore di quello del primo. ⇒ Correggo.

$$\text{Savo che } \int J(t, \tau) \frac{\partial \sigma}{\partial \tau} d\tau = [\sigma(t) - \sigma(t_0)] \cdot \left[\frac{1}{E_d(t_0)} + \chi(t, t_0) \frac{\rho_s(t, t_0)}{E_{cs}} \right]$$

Correggo il J con il fattore correttivo $\chi(t, t_0)$

Le prove elastiche non la cambio, le prove viscose le cambio moltiplicando per χ ANNI '70.

(31)

$$E_{tot} - E_{cs} = \sigma(t_0) J(t, t_0) + \int_{t_0}^+ J(t, \tau) \Delta\sigma_c(\tau) = \dots$$

(32) Per alcuni casi semplici si può valutare in modo esatto χ . Es. caso di puro rilassamento. Applico 1 def. impressa e vedo come le tensioni si rilassano. E_m è costante
 $\sigma(t, t_0) = E_m R(t, t_0) = \frac{\sigma(t_0)}{E_d(t_0)} R(t, t_0)$. Sostituendo σ nell'espressione precedente trovo il $E_d(t_0)$ valore di χ .

L'espressione vale per puro rilassamento (o pure viscosità), si sbaglia poco se ho legge smorzata di σ (es. RHTD) è approssimata per gli altri casi. Tale funzione è tabulata, Ho anche delle espressioni semplici finite.

Per problemi molto sensibili alla viscosità ⇒ calcolo χ altrimenti assumo $\chi = 0,8$.

(33) Diagrammi.

$$\epsilon_s = \text{accorciamento acciaio} = \frac{\sigma_s}{E_s}$$

$$\epsilon_s = \epsilon_s - \epsilon_c$$

$$\sigma_c = \frac{N}{A_c}$$

$$\sigma_s = \frac{N}{A_s}$$

Posso trovare lo sforzo normale interno scambiato tra cls e barre : N.

(39) → vedi esempio numero

(40) Effetti strutturali di ritiro e fluage nelle sezioni composte

Secondo de Saint Venant, la sezione resta piana
 $\lambda = \text{def. in corrispondenza del baricentro}$

$$(1) \epsilon_m(t) - \epsilon_m(t_0) = \Delta \epsilon_m + \text{ritiro nel } t \text{ istante} + \dots$$

L'eq. di congruenza $\epsilon_{con}(t) - \epsilon_{con}(t_0) = \lambda + \mu y$
 Sostituendo questa nella 2 " (41)

Secondo Navier se ho def. lineare, ho tensione lineare esprimibile : $\sigma(t_0) = \beta + \gamma y$

$$\rightarrow \text{ottengo } \sigma(t) - \sigma(t_0) = \frac{E_s}{\alpha c} \left[\lambda + \mu y - \Delta \epsilon_m - \frac{\sigma_c(t_0)}{E_{cs}} (B + \gamma y) \right]$$

$$\text{Nell'acciaio } \sigma_s(t) - \sigma_s(t_0) = E_s (\lambda + \mu y)$$

$$(42) \text{ Non avendo azioni esterne : } \int_A [\sigma(t) - \sigma(t_0)] dA = 0$$

$$\int_A [\sigma(t) - \sigma(t_0)] y dA = 0$$

Facendo le varie sostituzioni : SUDE (42)

(43) Raccolgo i termini con μ e λ .

Invece di far riferimento al baricentro geometrico della sezione, prendo il baricentro di 2 sezioni ideali con aree omogeneizzate con $\alpha c = \frac{E}{E}$ modulo di omogeneizzazione
 \Rightarrow ho che $S + \alpha c \cdot S_s = 0$ e dunque nelle 2 eq. m trovate riesco a separare le incognite.
 Questo è il metodo AAETI per strutture miste.

(44) Ho anche una strada approssimata. Questa consiste nel dire che nella soletta nasce una tensione di trazione $\sigma_{c,s}$ dovuta alle E.c.s.

$$\rightarrow N_c = \sigma_{c,s} \cdot A_c \quad \text{forze di TRAZIONE sul cls}$$

In realtà non è così perché la trave d'acciaio non ha dimensioni ∞ .

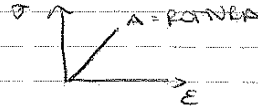
(45) [A] Applico N_c al cls. [B] Applico N_c di compressione a tutta la sezione (Ho lo scalino perché nei 2 materiali ho stessa E ma σ diversa e causa di E diverso).
 $E =$ diagramma trapezoidale lineare

PLASTICITÀ

(2) Voglio valutare la risposta della struttura al di là delle condizioni di esercizio, vado dunque verso la rottura. Dovrei fare un'analisi Non lineare. Questa è complessa \Rightarrow Per studiare la SLU vedo altri metodi.

LEGAME LINEARE

(da materiali comuni: vetro, ...)
" molto fragili)



Il materiale reale, hanno i zone in cui le tensioni sono sensibilmente costanti e la def. ne cresce \Rightarrow PLASTICIZZAZIONE. Questo comportamento aumenta la resistenza \rightarrow COMP. to elastico che poi diventa plastico.

(3) \Rightarrow Non è sufficiente usare la prova lineare.
Es: unghia \Rightarrow tensioni localizzate

Tengo conto della non linearità di tipo meccanico (dovuta ai materiali).

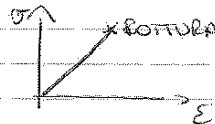
Atti: esiste anche la non linearità geometrica

Studio 1 trave incastata nei 2 casi:

- comp. elastico - fragile
- " " - plastico



Se ho materiale fragile

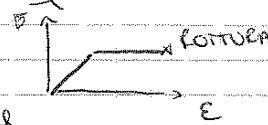


Il collasso avviene nelle sezioni d'incastro

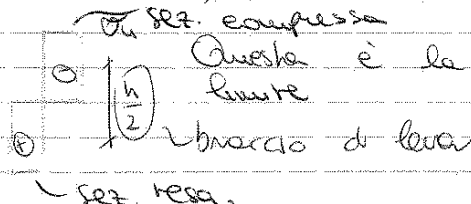
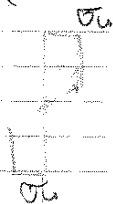
$$\sigma_u = \frac{M}{W}$$

$$\rightarrow q_u = \frac{2bh^2}{l^2} \cdot \sigma_u$$

Se ho materiale elasto-plastico:



Ad 1 certo punto σ non può crescere, ma ϵ cresce (la sezione ruota)



Questa è la situazione limite

↳ braccio di leva

↳ sez. resa.

$Z = |S_1| + |S_2| \rightarrow$ Somma dei momenti statici REGOLO PLASTICO

$\sigma_{sy} = \frac{M_p}{Z}$ (Analogo all'espressione di Navier del caso elastico)

\rightarrow tutte le fibre sono snervate

$\varphi = \frac{Z}{W} = \frac{\text{resid. Plastica}}{\text{Modulo Resistente}}$ COEFF. di forma

Es: sez. rettangolare $W = \frac{bh^2}{6}$; $Z = 2 \frac{bh}{2} \cdot \frac{h}{4} = \frac{bh^2}{4}$

$\Rightarrow \varphi = 1,5$

È il modo delle risorse plastificate che ancora sono all'interno della sezione. Non sempre si riesce a fare uso di tutte le risorse plastiche.

(8) L'asse neutro passa per il punto individuando aree in rapporto inverso alle tensioni

CEMENTO ARMATO: $\sigma_{crottura} \cdot b \cdot y = A_s \sigma_{sy} = D T_{trav} \cdot x$

$M_p = A_s \cdot \sigma_{sy} \cdot (h - \frac{x}{2})$

(9) Cosa succede se si plastifica una zona?

Nella zona plastificata, il diagramma delle curvature diventa non lineare
Avrà il massimo curvatura e forte curvatura

Nel nostro caso consideriamo $x = f_y$ e $y = M_R$

$$M_R = A_s \cdot f_y \cdot 0,9 \cdot d \quad y = ax + b$$

$$\rightarrow a = A_s \cdot 0,9 \cdot d \quad e \quad b = 0$$

La funzione di probabilità della variabile y può essere scritta in termini di funzione di probabilità della variabile x

Se la funzione di densità di probabilità della variabile x è una distribuzione normale;

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma_x} \cdot \exp \left\{ -\frac{1}{2} \frac{x - \mu_x^2}{\sigma_x^2} \right\} = f_x$$

$$x = y - \frac{b}{a} \quad \rightarrow f_y(y - \frac{b}{a}) = \frac{1}{|a|} \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma_x} \cdot \exp \left\{ -\frac{1}{2} \frac{y - \frac{b}{a} - \mu_x^2}{\sigma_x^2} \right\} \quad (1)$$

Nel caso del momento resistente: $M_R = \frac{A_s \cdot 0,9 \cdot d \cdot f_y}{a}$

$$a = A_s \cdot 0,9 \cdot d = 804 \cdot 0,9 \cdot 460 = 332856 \text{ mm}^3 \quad b = 0$$

Sostituendo nell'espressione (1) i valori di a, b, σ_x e μ_x otengo la funzione di densità di probabilità del momento resistente. Vogliamo il valore medio e la deviazione standard di M_R .

$$\begin{aligned} \mu_{M_R} &= A_s \cdot 0,9 \cdot d \cdot \mu_x = 332856 \cdot 560 = 186\,399\,360 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \cdot \text{mm}^3 = [\text{N} \cdot \text{mm}] \\ &= 186,4 \text{ KN} \cdot \text{m} \end{aligned} \quad \rightarrow \text{unità di misura più pratica}$$

$$\sigma_{M_R} = A_s \cdot 0,9 \cdot d \cdot \sigma_x = 332856 \cdot 30 = 9\,985\,680 \text{ N} \cdot \text{mm} \approx 10 \text{ KN} \cdot \text{m}$$

Determiniamo il coefficiente di variazione del momento resistente:

$$VA = \frac{\sigma_{M_R}}{\mu_{M_R}} = \frac{A_s \cdot 0,9 \cdot d \cdot \sigma_x}{A_s \cdot 0,9 \cdot d \cdot \mu_x} = \frac{\sigma_x}{\mu_x}$$

Otengo che $VA(M_R) = VA(f_y)$

Tanta incertezza ho in f_y quanta in M_R .

\Rightarrow L'incertezza sulle proprietà di resistenza dei materiali vanno a riflettersi in termini di incertezza sulla resistenza di una sezione trassversale.

Abbiamo fin ora visto il caso di 1 singola variabile aleatoria, vedremo il caso di più variabili aleatorie e dopo di che faremo esercizi che riguardano il metodo di livello 3

Nel caso in cui ci siano 2 o più variabili aleatorie, si parlerà di VETTORI ALEATORI (slide 53)

(54) Vettore aleatorio: è l'insieme che contiene più variabili aleatorie.

MOMENTO CONGIUNTO di ORDINE $(p+q)$

$$E \{x^p, y^q\} = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} x^p y^q f_{xy}(x,y) dx dy$$

Come per 1 variabile aleatoria, posso riferire i momenti alla media delle singole variabili: \rightarrow MOMENTO CENTRALE CONGIUNTO

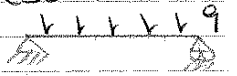
Il più importante momento centrale congiunto è quello del II ordine: $p=1$ e $q=1$.

(60) La covarianza ci dà un'idea di 1 legame di tipo lineare o meno tra le variabili x e y . Non è 1 indicatore pratico perché tale legame è pesato in funzione della varianza della variabile x e di quella di y . In funzione di quanto sono grandi le varianze di x e y , posso avere valori di COVARIANZA più o meno grandi. Si utilizza dunque il COEFFICIENTE di CORRELAZIONE: tra 2 variabili è il rapporto tra la COVARIANZA e la deviazione standard di x e quella di y (per avere 1 idea più corretta del legame $x-y$)

Il coefficiente di correlazione è 1 numero compreso tra -1 e 1 . Se $\rho(x,y) = 0$ non ho legame lineare tra le 2 variabili \rightarrow questo non vuol dire che non ci sia qualunque altro tipo di legame tra x e y . Potrei avere legame di tipo quadratico e $\rho(x,y) = 0$. ρ bene esatto di 1 legame di tipo lineare soltanto.

(61) Variabili strettamente indipendenti \rightarrow def. vedi slide
In questo caso l'integrazione analitica nel metodo di livello 3 può farsi, il problema è capire se x e y sono indipendenti

ESEMPIO

 Considero 1 trave semplicemente appoggiata soggetta ad 1 carico q
Sezione di incertezza: valuto la probabilità di rottura in termini di SLU per flessione

\Rightarrow Confronto il momento sollecitante dovuto ai carichi e quello resistente offerto dalla sezione.

$$\text{Rottura} = P(M_R \leq M) = \iint_{M_R \leq M} f_{M_R, M} dM_R dM$$

Per questo sistema strutturale M_R e M sono 2 variabili indipendenti perché provengono da 2 aspetti diversi.

$$M = \frac{q \cdot l^2}{8} \quad (\text{funzione di } q \text{ e } l: q = \text{var. aleatoria e } l = \text{var. deterministica})$$

Solo q in cui da incertezza.

Trave in ca e sez. rettangolare armata inferiori.

$\Rightarrow M_R = A_s \cdot f_y \cdot 0,9 \cdot d$ (l'incertezza è data solo dalla tensione di snervamento del materiale)

q non influenza la f_y del materiale, sono 2 cose indipendenti.

⇒ Voglio trasformare la distribuzione normale q in una distribuzione normale standard

Al carico q sottraggo il valor medio (12):

$$q - \mu_q \leq 17,3 - \mu_q \quad \begin{matrix} \text{ottengo} \\ \sim \rightarrow \text{media zero} \end{matrix}$$

Se divido per σ_q ~~ottengo~~ \rightarrow deviazione standard 1.

$$1 - P\left(\frac{q - \mu_q}{\sigma_q} \leq \frac{17,3 - 12}{2,4} = 2,2\right) = 1 - P(Z \leq 2,2)$$

La variabile $z = \frac{q - \mu_q}{\sigma_q}$ ha $\mu_z = 0$ e $\sigma_z = 1$.
Entro in tabella con valore di $z = 2,2$ e trovo il valore della probabilità che Z sia $\leq 2,2$.

$$1 - P(Z \leq 2,2) = 1 - 0,9861 = 0,0139 = 1,39\%$$

Tornando al problema iniziale, ho ottenuto che la prob. che lo spostamento v sia maggiore o uguale a $\frac{l}{250}$ è pari all' 1,39% \leftarrow accettabile (10^{-2})

Questa è l'applicazione del metodo di livello 3.

Abbiamo visto il livello 3 e lezione applicato a resistenze e sollecitazioni \Rightarrow caso di SLU (la struttura crolla se $R \leq S$). Questa visto oggi è un'applicazione dello SLE.

Volevamo calcolare $P(v \geq \frac{1}{250} \cdot l)$, con $v = \frac{5}{385} \frac{q l^4}{EI}$.

Abbiamo risolto il problema riconducendo alla variabile di base q ma si può valutare l'incertezza su v conoscendo l'incertezza di q . (Altro modo di risolvere il problema.)

v è funzione lineare del carico: $v = \left(\frac{5}{385} \frac{l^4}{EI}\right) \cdot q$ \leftarrow q variabile aleatoria
 $\Rightarrow v$ è variabile aleatoria e $La = \text{costante}$

ha distribuzione normale perché date x e y ($x = q$ e $y = v$):

$$f_y = \frac{1}{|a|} \cdot f_x\left(y - \frac{b}{a}\right) \quad \text{visto nelle lezioni precedenti}$$

Per noi: $a = \frac{5}{385} \frac{l^4}{EI}$ e $b = 0$.

Se f_x è normale, lo è anche f_y !

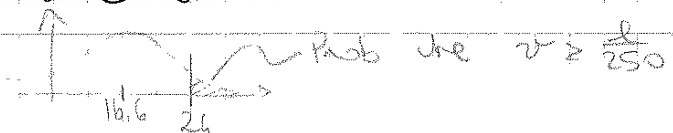
Calcolo μ_v e σ_v .

$$\mu_v = \frac{5}{385} \frac{l^4}{EI} \cdot \mu_q = 16,6 \text{ KN/m}$$

$$\sigma_v = \frac{5}{385} \frac{l^4}{EI} \cdot \sigma_q = 3,32 \text{ KN/m}^3$$

Si può tracciare la funzione di densità di probabilità di v (conosciamo μ_v e σ_v e so che ha distribuzione normale)

Graficamente:



1:35:00

La funzione di stato limite $g(q, EI)$ è positiva nel caso in cui siamo nel dominio di successo.

- 1.° $g(q, EI) > 0$ se siamo nel dominio di successo
- $g(q, EI) = 0$ è la condizione limite
- $g(q, EI) < 0$ se siamo nel dominio di insuccesso

Vediamo la condizione 1. nel vostro caso:

$$v \left(\frac{5}{384} \frac{qL^4}{EI} \right) < \frac{1}{250} L \quad \text{SUCCESSO}$$

Il metodo Monte Carlo è un metodo simulativo, prevede M simulazioni dove M dipende dall'ordine di grandezza della probabilità di rottura che si vuole stimare.

Per $SLU \sim P_{rott.} \approx 10^{-5} - 10^{-6} \Rightarrow M \sim 10^7$

Per $SLE \sim P_{insuc.} \approx 10^{-2} \Rightarrow M \sim 1000$

Potrei farne anche di più ma già con 1000 simulazioni si ottiene un risultato accettabile; le simulazioni fatte in più cambiano poco il risultato.

Prima di iniziare il ciclo, indico con N_R il n. di volte in cui la funzione $g(q, EI) \leq 0 \rightarrow$ INSUCCESSO

N_R si incrementa di 1 ogni volta in cui non ho successo tutto il ciclo di simulazioni.

1° Passo:

Genero un numero casuale di ogni variabile aleatoria.

2° Passo: Valutazione della funzione di stato limite $g(q, EI)$ sulla base dei valori casuali generati

3° Passo: Verifica $\rightarrow g \leq 0 \Rightarrow N_R = N_R + 1$
(ogni volta in cui non sono nel dominio di successo incremento di 1 l'indicatore N_R)

FINE CICLO: Calcolo $P_{insuccesso} = \frac{N_R}{M}$

Quando si usa il Metodo Monte Carlo, stiamo utilizzando una definizione di tipo frequentistico \rightarrow faccio M esperimenti e in N_R volte non siamo nel dominio di successo.

Nel vostro esempio:

1^a Simulazione: genero i valori casuali di q e EI

$$\left. \begin{matrix} R_A = 0,243 \\ R_B = 0,841 \end{matrix} \right\} \text{determina i valori casuali di } \begin{matrix} q \\ EI \end{matrix}$$

ESERCITAZIONE 9

22 APRILE 13

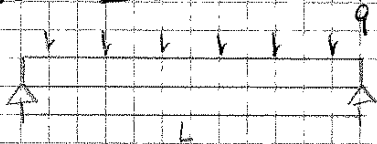
Con i metodi di 2° livello è possibile stimare l'indice di affidabilità

IN FOSH

$$\beta = \frac{\mu_z}{\sigma_z} = \frac{7,35}{3,43} = 2,14$$

L'ora scorsa (12/04/13)

ESERCIZIO



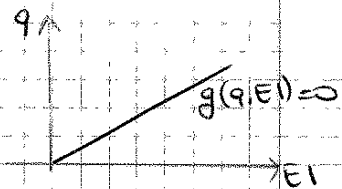
Trave semplicemente appoggiata di luce $L=6m$ e carico q e rigidità flessionale con distribuzione normale

Voglio calcolare la probabilità che lo spost. verticale in un'eventua superi il valore limite $\frac{L}{250}$

L è nota in modo deterministico.

La funzione di stato limite:

$$g(q, EI) = \frac{L}{250} - \frac{5}{384} \frac{qL^4}{EI}$$



Analizzando si applica il metodo AFOSH.

$$X \rightarrow X' = \frac{X - \mu_X}{\sigma_X}$$

In generale la funzione g è non lineare (ha EI al denominatore).
Ma analizzando e scrivendo: $g(q, EI) = 0$

$$\rightarrow -\frac{5}{384} \frac{qL^4}{EI} + \frac{L}{250} = 0$$

$$\left(-\frac{5}{384} L^4\right) q + \left(\frac{L}{250}\right) EI = 0 \quad (*)$$

Manipolando l'espressione, si riesce a separare q da EI e si ottiene l'eq. di una retta. (*)

In tale espressione sostituisco a $q \rightarrow q' = \frac{q - \mu_q}{\sigma_q}$ e a $EI \rightarrow EI' = \frac{EI - \mu_{EI}}{\sigma_{EI}}$ \rightarrow TRASFORMAZIONE DI VARIABILI

Otengo:

$$g(q', EI') = \frac{L}{250} - \frac{5}{384} \frac{(\mu_q + q' \sigma_q) L^4}{(\mu_{EI} + EI' \sigma_{EI})}$$

Otengo ancora una g lineare. Questo perché anche $g(q, EI)$ è lineare e perché q ed EI hanno distribuzione di tipo normale.

Voglio calcolare l'indice di affidabilità β : minima distanza della retta di stato limite dall'origine nello spazio di q' e EI' .

$$P \sim N(22, 6.6) \text{ KN}$$

Anche per la tens. di snerv. f_y ho distr. normale. Considero per profili in acciaio un acciaio S235 f_{yk}

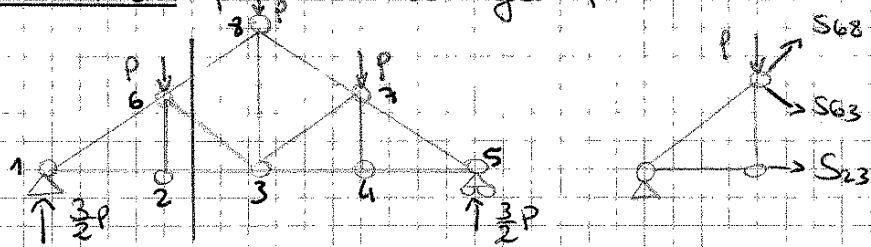
$$f_y \sim N(265, 18) \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

Risolvo con 2 eq. di equilibrio l'asta 2-3.

Calcolo prima le reazioni verticali in 1 e 5.

$$V_1 + V_5 = 3P \rightarrow V_1 = V_5 = \frac{3}{2}P$$

Usa il Metodo di Ritter per calcolare gli sforzi normali



Scrivo l'eq. bno alla rotazione del nodo 6:

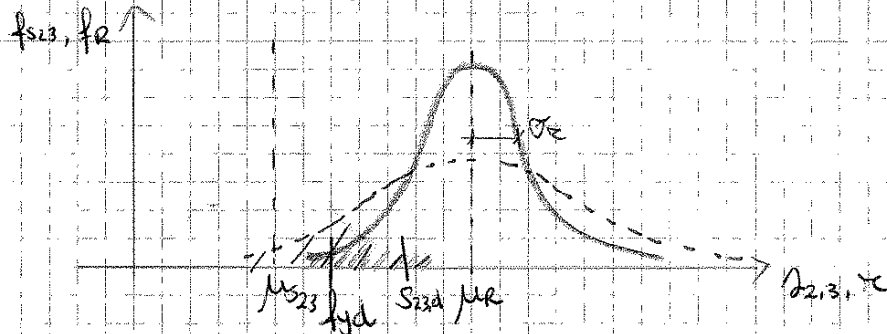
$$\sum -\frac{3}{2}P \cdot L + S_{23} \cdot L \cdot \tan \alpha = 0 \Rightarrow S_{23} = \frac{3}{2} \frac{P}{\tan \alpha} = 10.67P$$

Adesso costruiamo R e S_{23}

→ Metodo di LIVELLO 3

R ed S_{23} sono 2 variabili aleatorie a distribuzione normale poiché dipendono rispettivamente da f_y e P.

Disegniamo le 2 funzioni di densità di prob. di S_{23} e R.



Per le resistenze in progetto scelgo un valore di calcolo che si trova sulla coda di sx: $f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} > 1$

Viceversa per le sollecitazioni: $S_{23,d} = \frac{\gamma_Q}{\gamma_R} S_{23,k}$

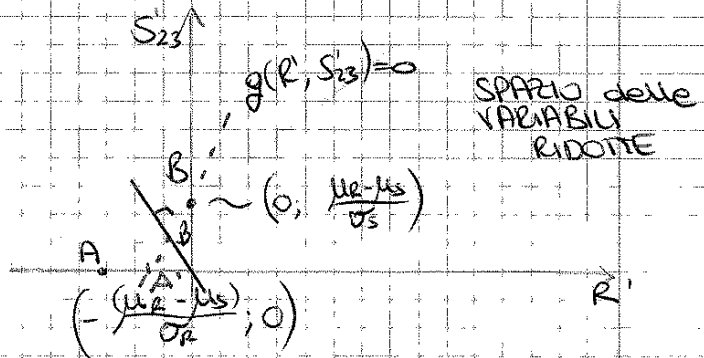
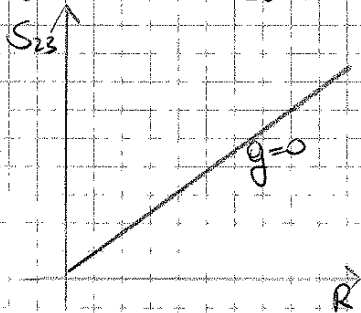
La probabilità di rottura è: $P_R = P(S_{23} \geq R) = \int_{R_d} f_{s_{23},R}(s_{23}, R) ds_{23} dR$

Facciamo una trasformazione di variabili:

$$(1) R = \frac{R - \mu_R}{\sigma_R} \quad S_{23} = \frac{S_{23} - \mu_{S_{23}}}{\sigma_{S_{23}}}$$

$$\Rightarrow \text{Ottendiamo } g(R', S'_{23}) = (\mu_R + R' \sigma_R) - (\mu_{S_{23}} + S'_{23} \sigma_{S_{23}})$$

Dalle (1) ho ricavato R ed S e le ho sostituite a (1)



La retta \perp a $g(R', S'_{23})=0$ e passante per $(0,0)$ è:

$$\sigma_S R' + \sigma_R S'_{23} = 0$$

Se aumento la σ_R , il punto A si sposta in A' e la distanza β cambia (aumenta?)

$$\beta = \frac{\mu_R - \mu_{S_{23}}}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_{S_{23}}^2}} = \frac{\mu_R}{\sigma_R} \quad \text{come trovato anche con il metodo di livello 3.}$$

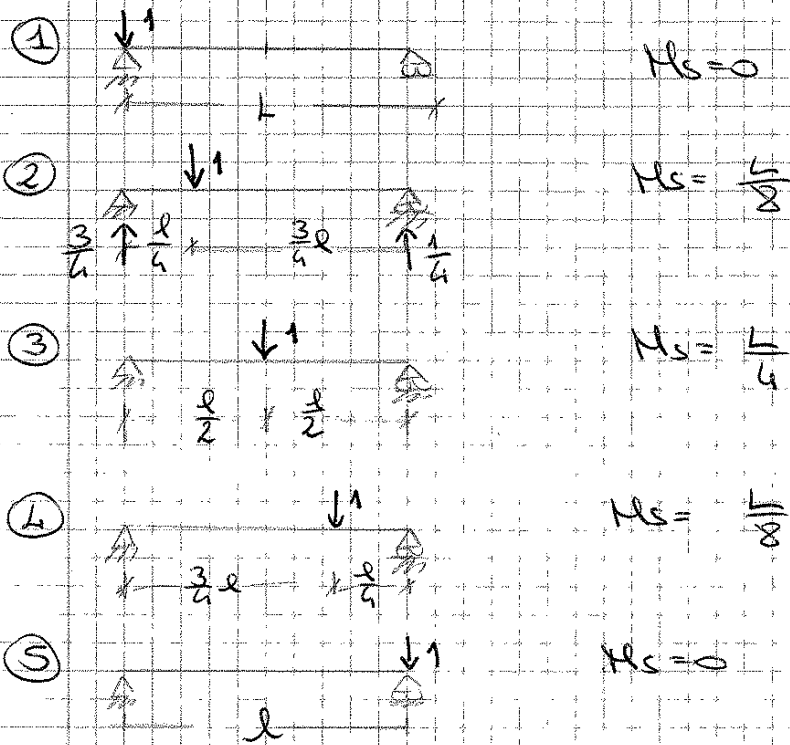
Se da β calcolo $P_{romba} = P(z \leq 0)$

$$\beta = 3,92$$

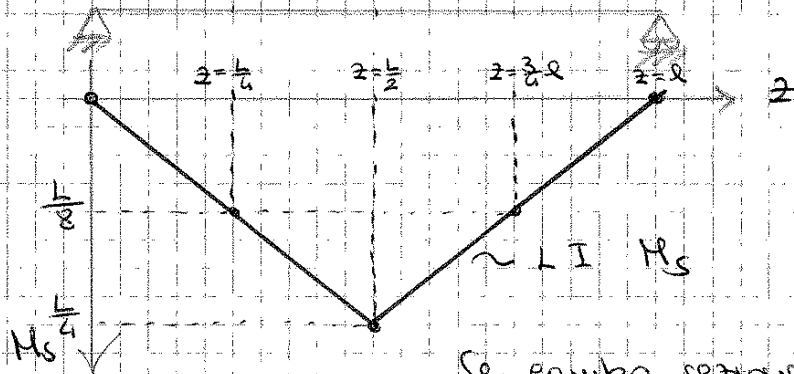
Generalmente per una struttura con vite utile di 50 anni ho $\beta = 3,8$. Abbiamo trovato $\beta = 3,92 \Rightarrow$ A favore di sicurezza.

ESAME: Qale \rightarrow esercizio di questo tipo.

Saper fare considerazioni e passare dalle formule ai numeri.



Applicando la definizione, disegno la M_s



Riporto i valori di M_s ottenuti nelle diverse posizioni di $P=1$.

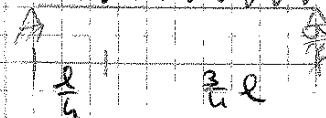
Se cambio sezione, cambia LI .

Attenzione, nella realtà non ho un carico unitario ma

P in generale. Anzi che: $M_s = P \cdot (L - z) \cdot M_s(z = \frac{l}{4}) = P \cdot \frac{l}{8}$
 dato a P

Moltiplico semplicemente l'intensità della forza P per il valore dell'ordinata di LI .

→ Supponiamo di considerare la trave soggetta a 1 carico distribuito q e 1 carico concentrato P



ESERCITAZIONE 10

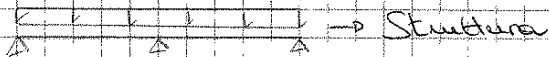
IMPORTANTE

(Reg.)

23 APRILE 13

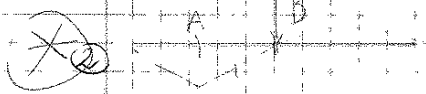
N.B. È diverso il diagramma del M dalla $L.I$ del M !

ESEMPIO: Considero 1 trave continua a 2 campate soggetta ad 1 carico uniforme su tutta la lunghezza



① → Diagramma qualitativo del Momento flettente

Le ordinate di questo diagramma rappresentano il valore di M nella sezione d'interesse, dovuto a 1 carico distribuito applicato su tutta la struttura



② → Diagramma qualitativo della L.I. di M nella sezione AX (Nodi, N.M.M.)

Questa linea d'influenza è stata tracciata indipendentemente dai carichi che verranno applicati alla struttura.

Mentre ① dipende dal carico applicato e dalla sua posizione,

② no. Sono due cose totalmente diverse.

Un'ordinata qualunque di ② ^(B) rappresenta il momento nella sezione A dovuto ad una forza verticale unitaria applicata in B (sezione corrispondente all'ordinata scelta)

$L.I$ per una sezione è unica indipendentemente dalle forze applicate sulla struttura.

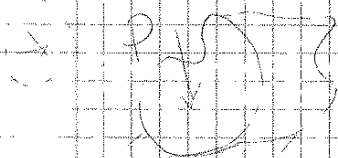
Il diagramma di M non flettente varia ogni qual volta variano le condizioni di carico o le sezioni strutturali.

Metodi indiretti per il tracciamento delle $L.I.$

TEOREMA di BETTI

Riguarda il LAVORO di DEFORMAZIONE.

Consideriamo un qualunque solido elastico che sia vincolato e applichiamo una forza P .



Per effetto della forza P , il punto di applicazione della forza stessa si sposta di una quantità che indichiamo con d .

→ Forza e spostamento insieme fanno lavoro e il lavoro di deformazione sarà:

$$L_d = \left(\frac{1}{2}\right) P \cdot d$$

↳ dal Teo di Clapeyron

Supponiamo adesso di applicare una seconda forza P identica alla prima: stessa direzione, verso, intensità e punto d'applicazione.

$$L_A + L_B + L_{AB} = L_B + L_A + L_{BA} \quad \rightarrow \text{per l'ELASTICITÀ LINEARE} \leftarrow \text{hyp}$$

$$\Rightarrow \boxed{L_{AB} = L_{BA}} \quad \text{TEOREMA di BETTI}$$

2) due lavori virtuali sono uguali tra loro.

ENUNCIATO: Date due diverse deformazioni in un solido elastico, davante a due sistemi di forze diversi, il lavoro che le forze del primo sistema compirebbero qualora ai loro punti di applicazione fossero attribuiti gli spostamenti che caratterizzano la seconda deformazione (L_{AB}) è uguale al lavoro che le forze del secondo sistema compirebbero qualora ai loro punti di applicazione fossero attribuiti gli spostamenti che caratterizzano la prima deformazione (L_{BA}).

Utilizzando il PRINCIPIO dei LAVORI VIRTUALI, scriviamo L_{AB} e L_{BA} .

1^a equazione: forze e CdS del sistema di forze A per gli spostamenti e le def. virtuali indotte dal sistema B.

$$L_{est} = \underbrace{\sum_A F_A}_{\text{FORZE di}} \cdot \underbrace{\eta_B}_{\text{SPOSTI. dovuti a B}} + \underbrace{\sum R_A}_{\text{Reazioni}} \cdot \underbrace{\eta_B}_{\text{ced. vincolari = def. me}}$$

$$L_{int} = \int_L N_A \cdot \underbrace{\frac{E \delta z}{ES}}_{\text{del ASSIALE}} dz + \int_L M_A \cdot \frac{\eta_B}{ES} dz + \int_L T_A \cdot \frac{\eta_B}{GA} dz$$

} $L_{est} = L_{int}$

Se
 $N = EAE$
 $T = GAG$

1^a eq. me: $\sum F_A \eta_B + \sum R_A \eta_B = \int_L N_A \cdot \frac{E \delta z}{ES} dz + \int_L M_A \cdot \frac{\eta_B}{ES} dz + \int_L T_A \cdot \frac{\eta_B}{GA} dz$

SISTEMA A = FORZE
 SISTEMA B = DEFORMAZIONI

2^a eq. me: $\sum F_B \eta_A + \sum R_B \eta_A = \int_L N_B \cdot \frac{\eta_A}{EA} dz + \int_L M_B \cdot \frac{\eta_A}{ES} dz + \int_L T_B \cdot \frac{\eta_A}{GA} dz$

SISTEMA A = DEFORMAZIONI
 SISTEMA B = FORZE

Ho utilizzato in modo del tutto analogo 2 volte il principio dei lavori virtuali.

Ipotesizziamo di non avere cedimenti: $\eta_A = \eta_B = 0$ nei due sistemi di forze A e B.

2) secondi membri delle due eq. mi sono uguali tra loro

\Rightarrow anche i primi membri devono essere uguali tra loro:

$$\boxed{\sum F_A \cdot \eta_B = L_{AB} = \sum F_B \cdot \eta_A = L_{BA}}$$

Usando 2 eq. mi del PLV abbiamo riscritto in modo simbolico il TEOREMA di BETTI: $L_{AB} = L_{BA}$.

1) $N_z = \int \sigma_z dA = \int -E \frac{y}{R} dA = -\frac{E}{R} \int y dA = \underline{0}$ per hyp: no sb.M.

Essendo nullo il momento statico della sezione rispetto all'asse z, il sistema di riferimento y-z è baricentrico \rightarrow SdC

2) $M_x = \int \sigma_z y dA = -\frac{E}{R} \int y^2 dA \rightarrow$ Momento d'inerzia baricentrico della sezione I_x

$M_x = -\frac{E}{R} I_x \Rightarrow \frac{1}{R} = -\frac{M_x}{EI_x}$ curvatura carico

Questo risultato è fondamentale nella teoria della linea elastica

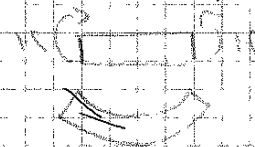
curvatura $\frac{1}{R} = -\frac{M_x}{EI_x}$

Diamo invece l'espressione di $\frac{1}{R}$ in funzione di y e z.

$\frac{1}{R} = \pm \frac{d^2 y}{dz^2} \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dz}\right)^2}^{3/2}$ \rightarrow Non interessa come si è trattata questa espressione \rightarrow tende a 1

$\frac{1}{R} \approx \pm \frac{d^2 y}{dz^2}$ \rightarrow Espressione semplificata

Capiamo il segno:

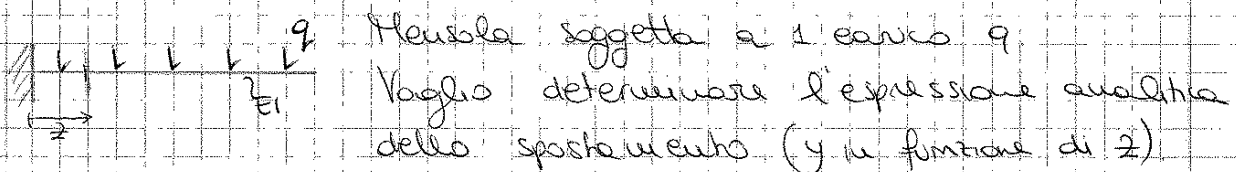


$\frac{dy}{dz}$ diminuisce da sx verso dx (è la pendenza)

$\Rightarrow \frac{dy}{dz} < 0$

$\Rightarrow \frac{1}{R} = \frac{d^2 y}{dz^2} = -\frac{M_x}{EI}$

ESEMPIO: caso pratico



Il momento flettente: $M = -q \frac{(l-z)^2}{2}$ (carico = SdC)

$\frac{d^2 y}{dz^2} = -\frac{M_x}{EI} = \frac{q(l-z)^2}{2EI} = \frac{q(l^2 + z^2 - 2lz)}{2EI}$

Integro in z:

$\frac{dy}{dz} = \frac{q}{2EI} \cdot \left(l^2 z + \frac{z^3}{3} - l z^2 \right) + C_1$

$y(z) = \frac{q}{2EI} \left(\frac{1}{2} l^2 z^2 + \frac{z^4}{12} - l \frac{z^3}{3} \right) + C_1 z + C_2$

C_1 e C_2 sono 2 costanti d'integrazione da determinare

tramite 2 condizioni al contorno dipendenti dai vincoli strutturali:

INASTRO $\left\{ \begin{array}{l} z=0 \Rightarrow y(0)=0 \text{ SPOST. VERT} \\ z=0 \Rightarrow \theta(0)=\frac{dy}{dz}(0)=0 \text{ ROTAZIONE} \end{array} \right.$

1. $z=0$ $y(0) = -\frac{F_A}{12EI} z^3 + C_1 z + C_2 = C_2 = 0 \rightarrow \boxed{C_2 = 0}$

2. $z=l$ $y(l) = -\frac{F_A}{2EI} \left(\frac{l^3}{2} - \frac{l^3}{6}\right) + C_3 l + C_4 = -\frac{F_A}{6EI} l^3 + C_3 l + C_4 = 0$

3. $z = \frac{l}{2}$ $\frac{dy}{dz} = \frac{dy}{dz} \Rightarrow -\frac{F_A}{4EI} \frac{l^2}{4} + C_1 = -\frac{F_A}{2EI} \left(\frac{l^2}{2} - \frac{l^2}{8}\right) + C_3$
 $-\frac{F_A l^2}{EI \cdot 16} + C_1 = -\frac{3F_A l^2}{16EI} + C_3$

$C_1 = C_3 - \frac{1}{8} \frac{F_A l^2}{EI}$

4. $z = \frac{l}{2}$ $y^\ominus = y^\oplus \rightarrow -\frac{F_A}{12EI} \frac{l^3}{8} + C_1 \frac{l}{2} = -\frac{F_A}{2EI} \left(\frac{l^3}{8} - \frac{l^3}{48}\right) + C_3 \frac{l}{2} + C_4$

$C_1 \frac{l}{2} = C_3 \frac{l}{2} + C_4 - \frac{1}{24} \frac{F_A l^3}{EI}$

Sostituisco C_1 da 3. e C_4 da 2.

$C_3 \frac{l}{2} - \frac{1}{16} \frac{F_A l^3}{EI} = C_3 \frac{l}{2} - \frac{1}{24} \frac{F_A l^3}{EI} + \frac{1}{6} \frac{F_A l^3}{EI} - C_3 l$

$C_3 l = \left(\frac{1}{16} - \frac{1}{24} + \frac{1}{6}\right) \frac{F_A l^3}{EI}$

$\boxed{C_3 = \frac{3}{16} \frac{F_A l^2}{EI}}$

Dalla 3. $\rightarrow C_1 = \left(\frac{3}{16} - \frac{1}{8}\right) \frac{F_A l^2}{EI} \Rightarrow$

$\boxed{C_1 = \frac{1}{16} \frac{F_A l^2}{EI}}$

Dalla 2. $\rightarrow C_4 = \left(\frac{1}{6} - \frac{3}{16}\right) \frac{F_A l^3}{EI} \Rightarrow$

$\boxed{C_4 = -\frac{1}{48} \frac{F_A l^3}{EI}}$

È il procedimento generale che permette di individuare la deformata della struttura quando ho 1 forza concentrata applicata in qualunque punto della struttura. (Anche se la forza NON è in mezzera, avrò 2 espressioni e 4 costanti da determinare).

Nel nostro caso la forza è applicata in mezzera.

Vediamo come calcolare gli spostamenti verticali dei 3 punti d'applicazione delle forze P , $2P$ e $3P$.

Voglio trovare lo spostamento verticale M_A in $z = \frac{2}{10} l$, in $z = \frac{3}{10} l$ e in $z = \frac{4}{10} l$ per applicare poi il Teorema di Betti.

Le tre forze sono tutte a sinistra della mezzera. Voglio conoscere dunque la deformata sx della struttura.

Ho una struttura simmetrica, il diagramma di M è simmetrico e in termini di rotazione, la rotazione in mezzera è nulla.

La tangente alla deformata nella sezione di mezzera è orizzontale, ovvero la rotazione è nulla in mezzera.