



Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino

Appunti universitari

Tesi di laurea

Cartoleria e cancelleria

Stampa file e fotocopie

Print on demand

Rilegature

NUMERO: 732

DATA: 07/10/2013

A P P U N T I

STUDENTE: Insana

MATERIA: Geotecnica + Esercitazioni

Prof. Lancellotta_Tardella

Il presente lavoro nasce dall'impegno dell'autore ed è distribuito in accordo con il Centro Appunti.

Tutti i diritti sono riservati. È vietata qualsiasi riproduzione, copia totale o parziale, dei contenuti inseriti nel presente volume, ivi inclusa la memorizzazione, rielaborazione, diffusione o distribuzione dei contenuti stessi mediante qualunque supporto magnetico o cartaceo, piattaforma tecnologica o rete telematica, senza previa autorizzazione scritta dell'autore.

**ATTENZIONE: QUESTI APPUNTI SONO FATTI DA STUDENTIE NON SONO STATI VISIONATI DAL DOCENTE.
IL NOME DEL PROFESSORE, SERVE SOLO PER IDENTIFICARE IL CORSO.**

(7.01.13)

Programma dettagliato del corso di Geotecnica

(i paragrafi indicati si riferiscono al volume: R. Lancellotta. Geotecnica, 4a ed., Zanichelli, 2012)

Obiettivi

Il corso si propone di far acquisire i principi della Meccanica delle terre e delle strutture interagenti con il terreno. In particolare, gli obiettivi che si vogliono conseguire sono i seguenti:

1. assimilando il mezzo poroso a continui sovrapposti, apprendere la ripartizione dello stato di sforzo tra le fasi costituenti (principio degli sforzi efficaci);
2. imparare la distinzione tra materiali a grana grossa e materiali a grana fine, il significato delle configurazioni drenate e non drenate e le relative implicazioni;
3. inquadrare il comportamento meccanico delle terre nell'ambito della teoria dello stato critico, comprendere il ruolo paritetico degli sforzi efficaci e delle variazioni di volume, assimilare concetti quali resistenza di picco, dilatanza, stato critico;
4. inquadrare i problemi di analisi limite nell'ambito della teoria della plasticità;

Programma

Lezione introduttiva: Esempi di casi reali che motivano lo studio della Geotecnica ✓

Lezione 1: Origine, descrizione e classificazione dei terreni (par. 1.1, 1.4, 1.5, 1.6) ✓

Lezione 2: Dal discreto reale al continuo astratto: la meccanica dei continui (par. 2.1, 2.2) ✓
(eventuali richiami: par. 2.10, 2.13, 2.14, 2.20, 2.22, 2.23) ✓

Lezione 3: Il modello di continui sovrapposti e il principio degli sforzi efficaci (par. 3.1, 3.2) ✓

Lezione 4: Il mezzo poroso: la legge di Darcy (par. 3.4, 3.5) ✓

Lezione 5: Equazioni di campo e condizioni idrauliche drenate e non drenate (par. 3.6, 3.7) ✓

Lezione 6: Storia tensionale (par. 4.1, 4.2, 4.3) ✓

Lezione 7: Simulazione della compressione monodimensionale: le prove edometriche (par. 4.4, 4.5, 4.6) ✓

Lezione 8: Parametri di compressibilità e calcolo del cedimento monodimensionale (par. 4.7, 4.8, 4.9, 4.12) ✓

Lezione 8: Comportamento meccanico delle terre: il criterio di rottura di Coulomb (par. 5.1, 5.2, 5.3) ✓

Lezione I, 4.3. '13

Si occupa di materiali naturali, le cui proprietà non possono essere prescritte, ma devono essere frutto d'indagine → sperimentazione

Capire il comportamento meccanico delle terre, anche in presenza di sisma

Studiare sul libro! Si può portare all'esame solo il libro. Impara a formalizzare i concetti, le lezioni sono "raccontate"

Dato sperimentale → stimola la curiosità e abitua agli ordini di grandezza

Inquadramento concettuale evita la frammentarietà

Teoria dello stato critico: comport. mecc. delle terre, elasticità e plasticità

Linguaggio della meccanica dei continui: formalizzazione dei concetti

Verifiche di sicurezza: teoremi della plasticità

011 090 4842

ldovica.tordella@polito.it

ricevimento venerdì 9-11

lunedì → esercitazione (sono 14). Almeno 5 → elaborato → esercizi da svolgere e da consegnare all'esame, in gruppi di 4-5 persone. Viene data la consegna. Scrivere su fogli protocollo a quadretti, non al computer! Non mettere il testo, né cartelline. Curare formalmente gli elaborati (scale, unità di misura...). Attenzione alle lettere greche.

Lunedì → rigello, compasso, goniometro

Attenzione! $a \neq a_i \rightarrow$ sono quantità diverse. a scalare, a_i generica componente di un vettore.

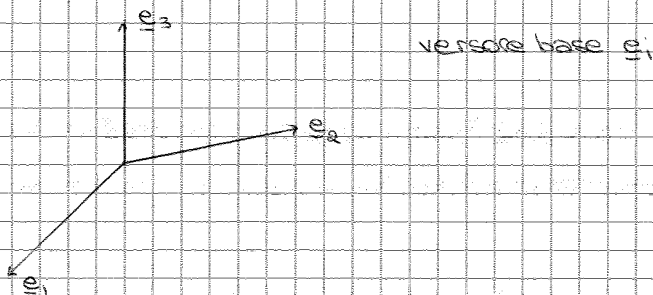
2 | $3^2 = 9$ A_{ij} | tensore del 2° ordine
 $i=1,2,3 \quad j=1,2,3 \rightarrow$ la combinazione degli indici dà 9 componenti
 4 | $3^4 = 81$ A_{ijkl} | tensore del 4° ordine

Stiamo stabilendo una gerarchia tra gli enti matematici

Quantità tensoriale \rightarrow ammette notazione matriciale, ma una matrice non è un tensore.

Cos'è un tensore del II ordine?

Fisso un s.r. $\underline{e}_1, \underline{e}_2, \underline{e}_3$ vettori base che individuano una terna di riferimento ORTONORMALE



In generale $\underline{v} = v_1 \underline{e}_1 + v_2 \underline{e}_2 + v_3 \underline{e}_3$ $v_1, v_2, v_3 =$ componenti scalari di \underline{v}

ma con la scrittura di Einstein $\underline{v} = v_k \underline{e}_k \rightarrow$ all'indice ripetuto sostituisco 1, 2, 3 e sommo i termini così ottenuti, così rendo sintetica la scrittura.

L'indice non indica alcuna componente generica \rightarrow ^{ripetuto} ~~indice generico~~, non può comparire più di 2 volte. Posso scrivere anche $\underline{v} = v_j \underline{e}_j = v_m \underline{e}_m$. Quando l'indice è ripetuto posso adoperare qualunque indice.

Quando l'indice non è ripetuto, cioè indica la generica componente, si dice ~~indice generico~~.

$$a_i = b_j + c_i$$

Ragioniamo in modo astratto: ho scritto 3 eqz perché sono in E^3 , ma sintetizzo la scrittura

~~$$a_i = b_j + c_i$$~~

Spagliato! Non ci possono essere indici diversi nei due membri.

$$a_i = T_{ij} b_j$$

$$a_i \delta_{ik} = a_k \delta_{kk} = a_k$$

l'indice ripetuto \rightarrow ci sono 3 termini. Sono $\neq 0$ o alcuni sono $= 0$? Se $i \neq k$ quei termini sono nulli \rightarrow è inutile scrivere nello sviluppo dei termini privi di significato.

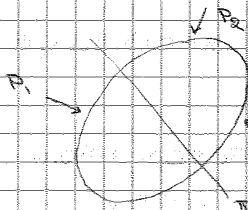
Si riduce ad $a_k \rightarrow$ δ_{kk} opera una sostituzione, **sostituisce all'indice ripetuto l'indice libero**. Elimina tutti i termini che sono nulli.

Immagino di dover fare $\underline{a} \cdot \underline{b} = a_i e_i \cdot b_k e_k = a_i b_k e_i \cdot e_k = a_i b_k \delta_{ik} = \begin{matrix} a_k b_k \\ a_i b_i \end{matrix}$

espansione del vettore

Quando scrivo \underline{b} posso usare qualunque indice (tranne i) perché è ripetuto. Posso far operare δ_{ik} su uno o sull'altro vettore. Scrivere $a_k b_k$ o $a_i b_i$ è la stessa cosa \rightarrow scrittura formale rigorosa e sintetica.

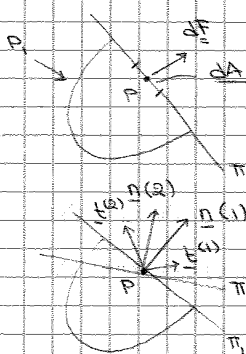
2.2 • Concetto di tensione e di tensore degli sforzi



generico corpo soggetto a un insieme di forze, lo seziono con un generico piano e considero una delle due porzioni.

Essa non è più in equilibrio \rightarrow concetto di interazione tra due corpi. Per ristabilire l'equilibrio \rightarrow introduco le azioni che la parte rimossa esercitava sull'altra, ma non ho più queste azioni. Non riesco a misurare sperimentalmente queste azioni. Cauchy introdusse il **concetto di tensione**, ma come concetto astratto, **costruito mentalmente**. È un problema astratto, infatti Cauchy era un matematico. 1823 \rightarrow problema dell'eqz. fondamentale del moto. Nella prima eqz nasce il concetto di tensione.

Considero un punto P . Suppongo che le azioni di interazione siano continue ^{benché} ~~anziché~~ che omogenee \rightarrow devono essere un campo.



Cauchy ammette che esista e sia finito il seguente limite:

$$\lim_{dA \rightarrow 0} \frac{dF}{dA} = \underline{t} \quad \text{continuo semplice di Cauchy}$$

Non è dimostrato, ma è un postulato.

Seziona con Π_1 o Π_2 per $P \rightarrow$ vettore tensione cambia.

Vettore giacitura = normale $n(i)$ del piano Π_1 .

funzione del punto e della giacitura

$$\begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \sigma_{23} \\ \sigma_{31} & \sigma_{32} & \sigma_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u & 0 & 0 \\ 0 & u & 0 \\ 0 & 0 & u \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \sigma_{11}-u & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22}-u & \sigma_{23} \\ \sigma_{31} & \sigma_{32} & \sigma_{33}-u \end{bmatrix}$$

σ_{ij} tensioni totali che agiscono sul mezzo poroso

Effettuo una decomposizione additiva: sforzi nella fase fluida e solida

In geotecnica si assume un fluido PERFETTO INCOMPRESSIBILE → lo stato di sforzo è rappresentato da una grandezza scalare, la pressione, e non esistono tensioni tangenziali. Su ogni giacitura agisce solo la componente normale, sempre con la stessa intensità.

$$\begin{matrix} \text{tens. tot.} & \text{pressione acqua interstiziale} \\ \downarrow & \uparrow \\ & (= \sigma_{ij} - u) \end{matrix}$$

Ma devono figurare gli stessi indici liberi nei due membri! Non posso sommare scalari e tensori! Scriviamola correttamente: introduco u_{Sij}

Definizione di tensione efficace

$$\sigma'_{11} = \sigma_{11} - u$$

$$\sigma'_{12} = \sigma_{12}$$

$$\tau'_{xy} = \tau_{xy}$$

comp. tang. tot. e efficaci solo uguali...

Per le comp. normali devo distinguere tra totali e efficaci.

-- perché l'acqua non ha rigidità tangenziali. Le comp. tang. possono essere sopportate solo dalla fase solida.

Principio degli sforzi efficaci (Terzaghi, 1923; 1936)

Ogni effetto misurabile (variazione di volume, di forma, di resistenza, di rigidezza...) è dovuto solo ed unicamente ad una variazione delle tensioni efficaci.

Se $\uparrow u$ verso $\sigma'_{ij} + \sigma'_{ij} = 0$ → resistenza, rigidezza = 0?

Calco tensioni totali, pressione acqua, tensioni efficaci.

- Applicazione: tensioni geostatiche

Piano campagna, suppongo che il livello di falda coincida col P.c. Voglio predire i cedimenti che subirà una costruzione. Se il mezzo avesse un comportamento

28 giugno, h12 18-16

Lezione III, 12.3.13

cap.3 tranne 3.3 (è il cap. più importante)

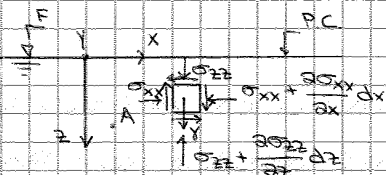
- Premessa: il comportamento meccanico dei terreni è non lineare, anelastico (o irreversibile) e anisotropo.

⇒ per poterne predire il comportamento dobbiamo conoscere le condizioni iniziali, la storia progressiva dei carichi e il percorso dei carichi (cioè in virtù dell'anisotropia).

Questi i principi di base:

- essere in grado di definire lo stato di sforzo in ogni punto del deposito, dovuto unicamente al peso proprio → TENSIONI GEOSTATICHE (dovute al peso proprio).

Considero un deposito semplice, orizzontale, col P.C. come frontiera e la falda coincidente col P.C. Devo definire in ogni pto le componenti del tensore degli sforzi.



Quanto valgono le tensioni in A? Ci vuole una metodologia universale.

Stiamo esaminando un problema al finito o al contorno

Risolverlo significa trovare le eqz di campo che governano il problema e le condizioni al contorno

Problema al contorno { eqz di campo (per bio natura sono eqz diff. parziali...
+
condizioni al contorno

la cui integrazione implica le condizioni al contorno, da rispettare.

Non metto le condizioni iniziali perché non è un problema tempo-dipendente.

La prima eqz di campo che dev'essere soddisfatta riguarda l'equilibrio, che deve valere in ogni punto, localmente → sono le EQZ INDEFINITE DI EQUILIBRIO.

Scelgo un s.r.

Azioni agenti sul generico elemento di volume → 2 categorie:

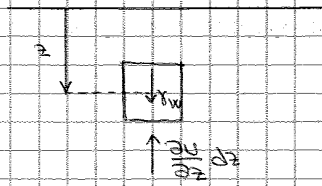
- azioni a distanza → forze di volume (forze gravitazionali, azioni d'inerzia dovute al sistema, azioni di trascinamento che l'acqua esercita sullo scheletro so- lido). Sono espresse dal peso dell'unità di volume γ , da un campo

- forze di superficie, che sono forze di contatto (o azioni)

$$\square \downarrow \sigma_{zz} + \frac{\partial \sigma_{xz}}{\partial x} dx$$

Vogliamo trovare ad esempio σ_{xx} . Scrivo la prima eqz indefinita di equilibrio:

$$\frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} + \frac{\partial \sigma_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yz}}{\partial y} - \gamma = 0$$

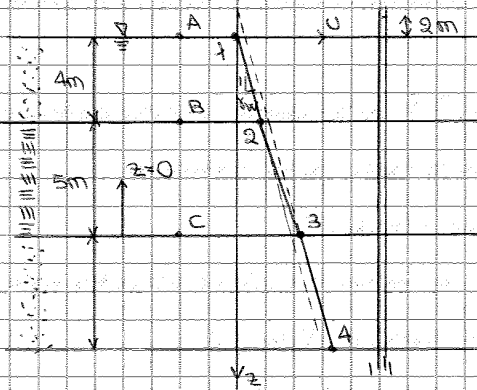


... se l'acqua è in movimento ci sono anche le azioni di filtrazione → c'è un termine in più nell'eqz → come lo scrivo? L'importante è accorgersi che c'è un termine in più che può amplificare o meno il peso proprio, a seconda che la direzione coincida con quella di γ_w o no.

(b) $\sigma'_{v0} = \sigma_{v0} - u$ ha validità generale. A seconda delle condizioni, in quiete o in moto, cambia il valore di u , ma vale il principio degli sforzi efficaci.

Lascio u indeterminata → vale sempre.

- Per calcolare correttamente σ'_{v0} , devo calcolare correttamente u che dipende dalle condizioni al contorno.



Situazione stratigrafica:

- (I) sabbia con ghiaia
- (II) argilla con limo
- (III) sabbia con ghiaia
- falda coincidente col P.C.

Strati a grana grossa e a grana fine → diverse conducibilità o permeabilità idraulica. Ho un acquifero superficiale e uno profondo che può avere livelli piezometrici diversi. Al livello intermedio ho un acquicludo. Il primo acquifero è FREATICO. Immagino di aver posizionato un piezometro nell'acquifero profondo. Il livello dell'acqua risale di 2 m rispetto al P.C. → ACQUIFERO CONFINATO IN PRESSIONE, ma è sufficiente che risalga il tetto dello strato. Allora si dice ARTESIANO.

QUOTA PIEZOMETRICA



altezza energetica dell'elemento di volume di peso unitario

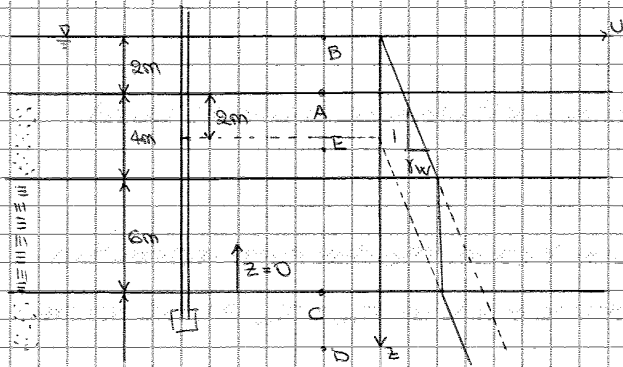
È un'energia potenziale che coincide con quella totale in regime idrostatico perché l'altezza di velocità è 0.

Se tra due punti: $\Delta h = 0$ statica → l'acqua è ferma

$\Delta h \neq 0$ moto di filtrazione → l'acqua si muove

Se lo strato d'argilla è omogeneo, le p.d.c. sono dissipate uniformemente → anche u ha andamento lineare → congiungo i punti. I pt. caratteristici sono 1, 2, 3, 4.
 Se volessi calcolare le tensioni efficaci, dovrei sottrarre questo valore di u .

Esempio:



Determinare l'andamento della pressione dell'acqua.

dominio di filtrazione

Fisso un s.r. $z=0$ tra argilla e acquifero profondo

Pendo due punti estremi del dominio, A e C

$$\left. \begin{array}{l} h_A = 12 \\ h_C = 8 \end{array} \right\} \text{c'è moto di filtrazione, } u \neq \gamma_w z$$

Le perdite di carico si concentrano solo nello strato di argilla, negli altri calcoli u come in regime idrostatico.

$$h_A = h_B$$

$$h_C = h_D$$

... è come se l'acquifero sup. e inf. fossero dei serbatoi al contorno. In realtà le p.d.c. non si sono nello strato sup. e inf. che sono serbatoio a monte e a valle. Il vero dominio di filtrazione è lo strato di argilla. Conosco le condizioni al contorno → conosco l'andamento della pressione dell'acqua. È un problema geometrico di proporzione. Noto u al contorno possiamo tracciare l'andamento.

$$\sigma'_{10} = \sigma_{10} - u = \gamma z - u$$

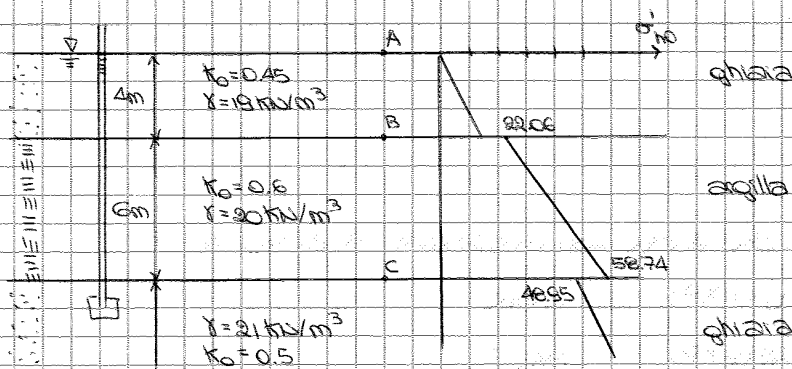
va calcolata tenendo conto delle condizioni idrauliche al contorno

Conoscere lo stato di sforzo ⇒ calcolare σ'_{10} e σ'_{10}

Calcolo della tensione orizzontale geostatica

Riprendo il problema

Esercizio



$P_{alida} = P_C$

Innello acquifero profondo coincide con quello sup

Determinare σ_{v0} e σ'_{v0}

Individuo dei punti

Punto A

$\sigma_{v0} = 0$ perché la condizione al contorno è la frontiera libera → condizione di frontiera libera

$$u_0 = 0 \Rightarrow \sigma'_{v0} = 0 \Rightarrow \sigma'_{h0} = k_0 \sigma'_{v0} = 0$$

Punto B

$$\sigma_{v0} = \gamma \cdot z = 19 \cdot 4 = 76 \text{ kPa}$$

$$u_0 = \gamma_w z = 9.81 \cdot 4 = 39.24 \text{ kPa}$$

$$\sigma'_{v0} = 76 - 39.24 = 36.76 \text{ kPa}$$

Punto C

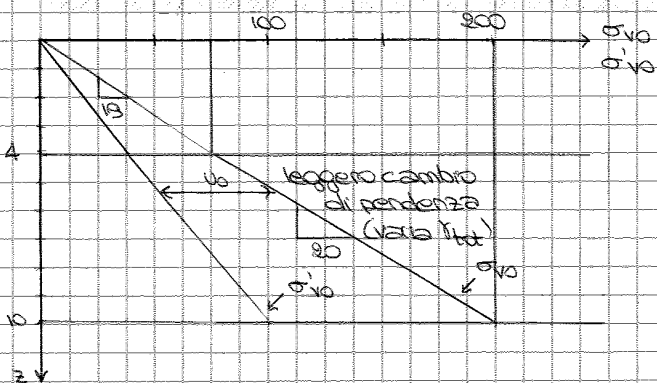
$$\sigma_{v0} = \sum \gamma_i \cdot \Delta z_i = 4 \cdot 19 + 6 \cdot 20 = 196 \text{ kPa}$$

se il terreno è stratificato faccio la sommatoria

$$u_0 = \gamma_w z = 98.10 \text{ kPa}$$

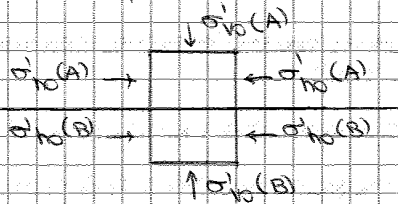
In regime idrostatico la pendenza non varia

$$\sigma'_{v0} = 196 - 98.10 = 97.9 \text{ kPa}$$



La distanza pto per pto è u_0

Perché c'è questo salto?



$$\sigma'_{vo}(A) \equiv \sigma'_{vo}(B)$$

Posso avere cambiamenti di pendenza, ma non salti, perché violerei l'equilibrio

Le tensioni parallele alla discontinuità possono avere salti, è comunque soddisfolto l'equilibrio. Non può essere così per le tensioni verticali.

se non riesci a prendere → mail a Tordella
15 luglio, h.13.30 aula 2h esercizi e teoria, porta libro

Lezione IV, 13.3.13

Riassunto:

(a) stabilire le condizioni iniziali $\left\{ \begin{array}{l} \sigma'_{vo} \rightarrow \text{condizione equilibrio} \rightarrow \sigma'_{vo} = \sigma_{vo} - u \\ \sigma'_{ho} \rightarrow \sigma'_{ho} = k_0 \sigma'_{vo} \text{ se ha questa struttura l'equilibrio è sempre soddisfatto} \end{array} \right.$

k_0 coeff. di spinta a riposo, dipendente dalla "storia" del deposito

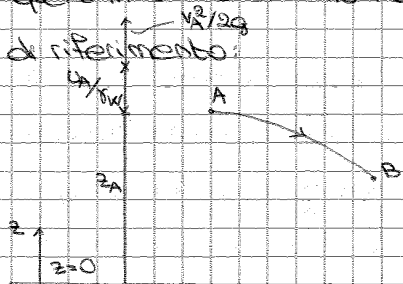
u = pressione dell'acqua interstiziale = f delle condizioni idrauliche al contorno e non dei carichi applicati

(b) condizioni idrauliche al contorno → possono determinare $\left\{ \begin{array}{l} \text{idrostatica} \\ \text{regime di filtrazione} \end{array} \right.$

Il regime di filtrazione non dev'essere per forza stazionario, ma può essere transitorio. Devo risolvere il problema nel caso più generale → lo strumento matematico è la (1956)

È una legge che lega i caratteri del moto (velocità ...) al contenuto energetico del fluido. Parte da un'osservazione sperimentale: l'acqua che si muove in un mezzo poroso con certi caratteri (direzione, velocità). È una legge causa (diff. di potenziale) - effetto (velocità del fluido)

Il moto del fluido avviene da A a B se il contenuto energetico in A è > di quello in B. Se assumo l'elemento fluido di peso unitario e un arbitrario piano di riferimento:



z_A = quota geometrica che esprime l'en. potenziale associata all'elemento di peso unitario
Se il fluido è dotato di pressione, a questa è associata un'altezza di pressione u/γ_w . La pressione per sua natura è possibilità di compiere lavoro → è componente dell'en. potenziale che diventa $z + u/\gamma_w$
Se il fluido ha una certa velocità, l'en. cinetica è $v^2/2g$ che è l'altezza cinetica

Concettualmente Darcy ha dimenticato la reale natura ^{discreta} e ha immaginato un mezzo continuo, i continui sovrapposti → sta effettuando questo passaggio. È il coeff. ciente di permeabilità che trasporta al livello macroscopico le info. che abbiamo a livello microscopico, che opera quel passaggio. Non lavoreremo più con v_w , il problema è concettuale, c'è stato un passaggio micro-macro.

(3) COEFFICIENTE DI PERMEABILITÀ necessariamente dipende sia dalle proprietà del mezzo poroso sia del fluido. Se adoperassi ciò, a pari $\Delta h, L, A$ troverei K diverso → è fondamentale specificare di che fluido stiamo parlando. Poiché ci occupiamo del moto in un mezzo poroso, è più corretto parlare di CONDUCEVIBILITÀ IDRAULICA [$L T^{-1}$] → ha le stesse dimensioni della k .

(3) Osservo il moto: non posso affermare che il moto avviene da un punto con pressione maggiore ad uno con pressione minore. Il punto 2 si trova a p_2 rispetto al pto 1. Ciò che determina il moto non è p o z , ma le quote piez → da $h_1 > a h_2$. Solo se le z sono uguali, il moto avviene da p_1 a p_2 .

(4) Generalizzo la legge di Darcy: $v = K \underline{i}$ è un'eqz SCALARE, non vettoriale, perché sono in un caso monodim, sto osservando il flusso che avviene lungo una coordinata. Se siamo in 3D, deve diventare un'eqz vettoriale → $\underline{v} = \underline{K} \underline{i} = -K \nabla h$ dove h è una f scalare del punto → $v = -K \nabla h(x)$

cos'è K ? Scalare o tensore? Se introduco l'hp che il mezzo sia ISOTROPICO, per def K è uno scalare → il fenomeno che osservo è invariante rispetto alla direzione → \underline{v} e \underline{i} sono paralleli, collineari. Ciò non è più vero se il mezzo è ANISOTROPICO → K diventa un tensore del II ordine. Torno all'hp di isotropia $h = h(x)$ è un campo, rappresenta in ogni pto la quota piez, quindi l'energia potenziale. È una $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$.

$h = \text{cost}$ in 3D corrisponde a una superficie che gode della proprietà che tutti i pti ad essa appartenenti hanno la stessa E_{potenz} → sup. equipotenziale. In 2D sarebbe una linea equipotenziale.

Mi metto nel caso 2D perché è più facile disegnare una linea e non una sup.

$$\frac{\partial s}{\partial z} = -1$$

Considero un elemento di volume, soggetto al peso dell'unità di volume dato da γ

Condizione \rightarrow assenza di tens tang $\sigma_{xz} = \sigma_{zx} = 0$. Allora $\frac{\partial \sigma'_{zz}}{\partial z} - \gamma = 0$ ma

$\sigma'_{zz} = \sigma'_{zz} + u$ ma se il fluido è in movimento come calcolo u ? Sfruttando la def

$h = S + \frac{u}{\gamma_w}$ trovo che $u = \gamma_w (h - S)$

$$\frac{\partial}{\partial z} (\sigma'_{zz} + u) - \gamma = 0$$

$$\frac{\partial \sigma'_{zz}}{\partial z} + \gamma_w \frac{\partial h}{\partial z} + \gamma_w - \gamma = 0$$

$$\frac{\partial}{\partial z} (\sigma'_{zz} + \gamma_w (h - S)) - \gamma = 0$$

$$\frac{\partial \sigma'_{zz}}{\partial z} + \gamma_w \frac{\partial h}{\partial z} - \frac{\partial \gamma_w S}{\partial z} + \gamma_w - \gamma = 0$$

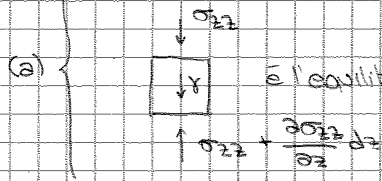
$h = h(z)$ altrimenti non c'è moto (l'hp è che siamo in presenza di filtrazione)

$$\frac{\partial \sigma'_{zz}}{\partial z} + \gamma_w \frac{\partial h}{\partial z} - \gamma' = 0$$

\rightarrow l'acqua in movimento tende a trascinare lo scheletro
 Le forze di filtrazione $= -\gamma_w$ il solido

L'elemento di terreno dev'essere in equilibrio sotto l'azione di:

(Sto esaminando l'equilibrio del generico elemento di terreno. L'eqz (a) dice che esso dev'essere in equilibrio sotto l'azione dell'Unità (peso dell'unità di volume totale) e delle forze di superficie)



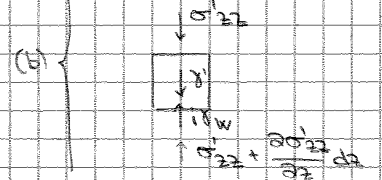
è l'equilibrio in termini di tensioni totali σ_{zz} e $\sigma_{zz} + \frac{\partial \sigma'_{zz}}{\partial z} dz$

posso immaginare il mezzo poroso come soggetto alle

L'eqz (b) dice che le azioni di volume sono γ' a cui si sovrappongono le forze

di filtrazione $-\gamma_w$. Le forze di superficie sono rappresentate da σ'_{zz} e da $\sigma'_{zz} + \frac{\partial \sigma'_{zz}}{\partial z} dz$

Equilibrio della fase solida \rightarrow lo scheletro solido deve essere in equilibrio sotto queste azioni. C'è anche $-\gamma_w$.



Integro (b) $\rightarrow \sigma'_{zz} = (\gamma' - \gamma_w) z$ \uparrow Flusso diretto verso l'alto

Il segno dipende da direzione moto \downarrow il basso

Ricorda $\sigma'_{zz} + u = \sigma_{zz}$ in tutti gli istanti e $\sigma_{zz} = \gamma z \rightarrow u = (\gamma_w + \gamma_w) z$ \uparrow
 $u = \sigma_{zz} - \sigma'_{zz} = \gamma z - (\gamma' - \gamma_w) z = \gamma_w z + \gamma' z$ \downarrow
 u non è $\gamma_w z$ \downarrow

Ora siamo in grado di calcolare u e tensioni efficaci in regime di filtrazione.

Se sommo σ'_{zz} e u trovo $\sigma_{zz} = \gamma z$

(acqua o scheletro solido)

Quando considero la singola fase compare γ_w , quando considero il mezzo poroso nel suo insieme non compare. Perché? Sono azioni di interazioni interna; γ_w è

l'azione di trascinamento che l'acqua in movimento esercita sulla fase solida.

Nei riguardi della pressione dell'acqua rappresenta la resistenza al moto che lo scheletro solido oppone all'acqua che si vuole muovere nei pori interstiziali.

(azione e reazione). Vedo γ_w solo quando decompongo i continui sovrapposti e ne
 * C'è lo S modi per interpretare le condizioni di equilibrio: considero di volta in volta
 - in termini di tensioni totali \rightarrow nello γ_w solo uno
 - come se considerassi la singola fase solida soggetta alle forze di volume γ' (peso dell'unità di volume alleggerita) e alle forze di filtrazione $-\gamma_w$

Implicazioni pratiche:

(mezzo con moto di filtrazione (\uparrow o \downarrow))

Frontiera libera, no carichi applicati su essa

c'è un gradiente idraulico

Scheletro solido: flusso verso l'alto, quindi:



$$\sigma'_{zz} = (\gamma' - i \gamma_w) z$$

$$u = (\gamma_w + i \gamma_w) z$$

se non è soddisfatto l'equilibrio del mezzo poroso nel suo insieme

$i \gamma_w \uparrow$ Per la pressione ho il segno oppo
 alto $i \gamma_w \uparrow$ per $u \downarrow$
 basso $i \gamma_w \downarrow$ per $u \uparrow$

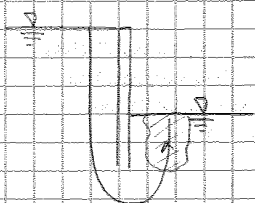
... qual è la rilevanza pratica? Quanto vale la resistenza del mezzo poroso, la rigidità se $\sigma'_{zz} = 0$? \rightarrow Il mezzo poroso diventa un liquido pesante. Si crea una condizione di instabilità interna del mezzo poroso. Ciò avviene se si annullano le tensioni efficaci $(\gamma' - i \gamma_w) z = 0 \rightarrow$ (valore prossimo all'unità, perché γ' e γ_w sono simili) $\frac{18.8}{18.8} = 1$ $\frac{18.8}{18.8} = 1$

tra di loro. Siamo in presenza di un fenomeno di instabilità del materiale. La fase solida è interamente trasportata dal moto delle particelle fluide \rightarrow perde consistenza. Prende il nome di sfondamento quando questo fenomeno si innesca in corrispondenza della prima linea di sbocco di filtrazione.

Assume un carattere locale retrogressivo che può portare a rottura.

Esempio: scavo sostenuto da paratia, a monte livello acqua \equiv P.C., a valle l'acqua tiene lo scavo all'asciutto. A monte $>$ h valle \rightarrow moto di filtrazione. Si innesca una

linea di flusso così:

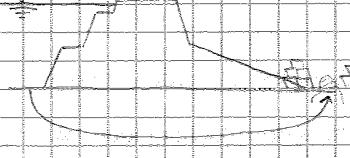


\rightarrow rottura per sfondamento, primo fenomeno di instabilità di tipo idraulico.

La linea visualizza il moto di filtrazione. Immediatamente a valle la filtrazione è verticale ed è di rotta verso l'alto. Calcolo la tensione efficace con la formula. Se per caso i raggiunge l'unità, in quella zona \parallel si annullano le tensioni efficaci \rightarrow in corrispondenza della prima linea di filtrazione, cioè c'è lo sbocco si crea il fenomeno di sfondamento. Il materiale comincia a ribellarsi, è trasportato dall'acqua in movimento. È un fenomeno RETROGRESSIVO \rightarrow si propaga lungo l'altezza. Se anziché avere un mezzo poroso, abbiamo un mezzo che si è trasformato in un liquido pesante, la struttura non trova più resistenza nel terreno \rightarrow crolla.

Esempio: argine fluviale (es. Po)

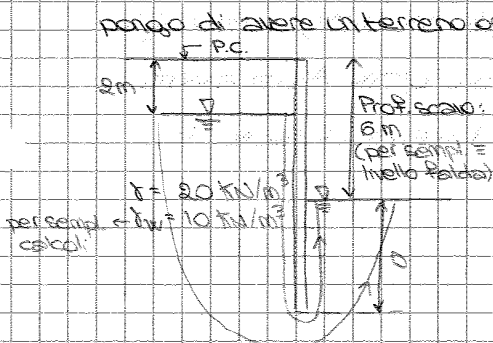
Nel corso di un evento di piena si instaura un moto di filtrazione con una linea di filtr che sbocca in corrisp. dell'ungna di valle \rightarrow vulcanelli \rightarrow materiale si forato portato a giorno



(se $i \geq 1$). È un fenomeno tipico del Polesine sacchi di sabbia \rightarrow appesantisco il piede, aumenta cioè ho i vulcanelli lasciando che l'acqua si sfoghi. no le tensioni efficaci \rightarrow garantisco la stabilità dell'argine, la resistenza al taglio del piede dell'argine

Esempio: ci sono anche fenomeni naturali \rightarrow deposito di limo cabbioso al tetto di una formazione ghiaiosa. Falda \equiv P.C.; metto un piezometro nello strato profondo, l'acqua risale fino a Ah

dei due punti è come se diventassero fessure
 incls armato che trova il suo contrasto nei 2 diaframi
 di testa
 cedimenti, realizzo un solettone, una piastra rigida (anche a corci, così non blocca
 tutto il traffico). Viene aspirato il materiale e via via si creano elementi di contra-
 sto, come puntoni dimensionati in modo da evitare instabilità o tranti. Si rag-
 giunge la condizione di fondo scavo + solettone di base → struttura definitiva. C'è un
 momento in cui non ho ancora il solettone. Devo abbassare il livello della falda. Operai, macchi-
 ne, compattatori, vibratori, ecc. La config. idraulica sarà così:
 Avremo un livello a monte e uno a valle che andrebbe tenuto 0,5 m sotto lo scavo →
 moto di filtrazione → nella parte interna dello scavo flusso verso l'alto → rischio
 di sifonamento. Per avere margini dal pericolo, su che variabili posso operare? Sup-
 pongo di avere un terreno omogeneo → limo sabbioso dappertutto.



$$i_c = \frac{h'}{h} = \frac{h - h_w}{h} = 1$$

Problema bidimensionale, a pari Δh , max gradiente
 per il min percorso, quello vicino alla paratia → è
 come se avessi linearizzato il problema, il percor-
 so è verticale a monte e a valle

Prof. di iniezione paratia Considero la linea di flusso più sfavorevole
 così da evitare pericolo sifonamento
 L dimensionamento di tipo idraulico della paratia

$$i = \frac{\Delta h}{L} \rightarrow \text{varia a seconda della linea di flusso} \rightarrow \text{prendo quella che dà il max } i \rightarrow L \text{ minimo}$$

$$i = \frac{\Delta h}{L} = \frac{4}{4+20}$$

Introduco il **coefficiente di sicurezza** F_s distanza tra valore critico e valore at-
 tuale. In un problema di questo tipo solitamente $F_s = 3-4$. Prendo $F_s = 4$

$$\text{Quindi } i_c = F_s i = 4 \cdot \frac{4}{4+20} \rightarrow 16 = 4+20 \rightarrow 0 + 6 \text{ m}$$

Aldi sotto del fondo scavo
 Devo innalzare il diaframma per altri 6 m in modo che F_s non sia < 4.

Coeff. di sicurezza

Primo passo: schematizzo la situazione reale → idealizzazione → ci sono incer-
 tezze che riguardano le azioni, i MATERIALI che intervengono caratterizzati da i
 loro valori di resist, deform → incertezze sui PARAMETRI.

Incetozze: azioni, parametri, modello

Per coprire tali incetozze, in modo che la situazione sia lontana dal collasso,

Lezione V, 18.3.13

Riassunto:

Il comportamento meccanico dei terreni è non lineare, irreversibile e anisotropo

→ è necessario conoscere le condizioni iniziali, la storia progressa e le condizioni

di carico

(a) Condizioni iniziali ⇔ è necessario definire le condizioni idrauliche al contorno. Note queste, trovo σ'_{v0} (dalle condizioni di equilibrio) e $\sigma'_{h0} = K_0 \sigma'_{v0}$

Per definire le condizioni idrauliche al contorno → legge di Darcy.

(b) Condizioni di carico

Riguardano due aspetti:

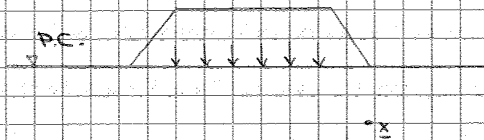
- condizioni idrauliche in presenza delle quali avviene il percorso di carico

{ drenate
non drenate

- rappresentazione dei percorsi di carico (STRESS-PATH)

Preoccupiamo del primo punto. Suppongo che siano note le cond. iniziali → in

VP conosco σ'_{v0} e σ'_{h0} . Applico un carico sul terreno: un rilevato



Dobbiamo risolvere le eqz di campo: $\nabla \cdot \sigma = 0$

gli altri risolvere un problema al contorno.

Sulla frontiera imponiamo una condizione

di carico o anche degli spostamenti.

Quali condizioni devono essere soddisfatte in un punto x ? Vogliamo predire le componenti di deformazione e di spostamento, oltre agli sforzi interni.

Oggi il problema è semplificato dall'uso dell'integrazione numerica, non è risolto analiticamente. L'ingegnere usa un software. Ma cosa fa il software?

Quante incognite presenta questo problema? Di quante eqz disponiamo per risolverlo?

Obiettivo: capire la natura delle cond. che governano la stz del probl. e le quantità da tenere sotto controllo per giudicare la cor. queste eqz, ma è importante avere un'idea e capire se la stz è corretta, affidabile

Eqz che devono essere soddisfatte:

- eqz indefinite di equilibrio (devono valere $\forall x$)

$$\nabla \cdot \sigma = 0 \rightarrow \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} + b_i = 0$$
 div. del tensore degli sforzi
 valore delle forze di volume

Il segno dipende da come oriento il s.r. ($z \uparrow$ avrò +, $z \downarrow$ e $\sigma_{zz} > 0$ sedi compressione avrò -)

come in ing. str. come in geotecnica, coincide con la grandezza tensioni naturali



forma incrementale; stato di stress dipendente da quello di deformazione

tensore costitutivo diretto

Non devo precisare il tipo di risposta, è una scrittura generale. Se il mezzo è elastico, le componenti di D_{ijkl} saranno costanti. Per ora non interessa precisare la natura di D_{ijkl} .

Questa eqz equivale a 6 eqz indipendenti. L'indice ne suggerirebbe 8, ma 3 sono una ripetizione.

| | eqz. indipendenti | incognite |
|------|-------------------|--|
| (a) | 3 | ϵ_{ij} 3 u_i 3 v_i |
| (b) | 6 | 6 ϵ_{ijk} 6 σ_{ijk} |
| (c) | 6 | 6 σ_{ij} |
| TOT. | 15 | 15 |

Risolvere un problema al finito = risolvere un sistema di 15 eqz in 15 incognite

Nota: sono eqz differenziali alle derivate parziali. Risolverle porta a una famiglia di funzioni, la cui costante è determinata in base alle condizioni al contorno.

eqz diff. deriv. parz.



- condizioni iniziali
- condizioni al contorno

→ è un PROBLEMA AL CONFINO E AL DATO INIZIALE → non risolvibile se non è ben condizionato. Le condizioni non possono essere assegnate arbitrariamente. Se il problema è mal posto, non c'è una solz → prima di procedere, capire se la domanda è ben posta o no.

↳ eqz di equilibrio
↳ eqz che esprimono la compatibilità o la congruenza interna
↳ eqz costitutive
↳ ϵ_{ij}
↳ σ_{ij}
sistema di eqz (a), (b), (c) → eqz di campo (devono essere soddisfatte in tutto il dominio).

In elasticità → strumento per risolvere un problema → princ. di sovrapposizione degli effetti. Quando si applica tale principio? Se e solo se le eqz diff. sono lineari. Se opero nel campo delle grand. def. (def. finite) → introduco una non linearità geometrica (asta caricata di punta), non materiale → non vale più il principio → lo applico se e solo se tutte le eqz. diff. sono lineari.

$\frac{\partial}{\partial t}$ della derivazione di volume
 $\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot \rho \mathbf{v}$ eqz di continuità, ricavata sfruttando il significato fisico della divergenza. Figura la velocità, ma a senso u ! Ricordo che $\mathbf{v} = -K \nabla h$ (legge di Darcy)
 $h = \bar{h} + \frac{u_{st}}{\gamma_w} + \frac{u}{\gamma_w}$ la pressione in un punto è somma del valore che avevo in condizioni stazionarie, prima di applicare il carico, più la parte indotta dalla perturb. dal carico

SUBPRESSIONE INTERSTITIALE $= u \rightarrow$ aliquota della pressione interstiziale prodotta da
 $\nabla \cdot \mathbf{v} = -K \nabla \cdot \nabla h = -K \nabla^2 h = \left(-K \left(\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} \right) \right) = -K \frac{\gamma_w}{\gamma_w} u \rightarrow$
 Laplaciano sedicesima eqz per risolvere le 16 incognite

È l'impostazione matematica generale di un problema al contorno. Devo risolverlo ogni volta? Abilità dell'ingegnere \rightarrow capire come di volta in volta il problema può essere semplificato MA \rightarrow essere consapevoli delle approssimazioni

* Senza disegnare l'elementino di volume, v_x esce... È l'eqz di continuità adoperata in idraulica. Se c'è la compressibilità del fluido $\rightarrow \frac{\partial \rho}{\partial t} = \text{div } \rho \mathbf{v}$

(b) Nel caso dei materiali a grana fine (limi, argille $\rightarrow k < 10^{-7} \text{ m/s}$) l'applicazione del carico avviene sempre in "condizioni non drenate" (applico un carico, k basso \rightarrow l'acqua non riesce a fluire, ma se le particelle sono incompressibili, ci sarà deformazione ma non variazione di volume) \rightarrow assenza di variazione di volume per mancanza di flusso dell'acqua \rightarrow è come se il nostro mezzo si comportasse come un "sistema chiuso" da un p. di v. termodinamico \rightarrow mezzo mono fase soggetto alle tensioni totali \rightarrow il problema si semplifica.
 Ciò non vale durante tutto il processo perché k è piccolo, ma $\neq 0 \rightarrow$ nel tempo si ha lenta espulsione dell'acqua \rightarrow più complicato dei materiali a grana grossa.

(b₁) condizione iniziale non drenata

(b₂) fase transitoria di flusso chiamata "consolidazione"

(b₃) fase finale stazionaria "drenata"

Relazione

Sovrapressione interstiziale \leftrightarrow temperatura

Flusso dell'acqua \leftrightarrow quantità di calore trasmessa



condizione drenata \Leftrightarrow processo isoterma

condizione non drenata \Leftrightarrow processo adiabatico

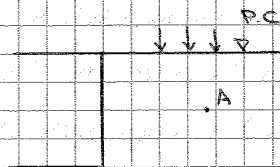
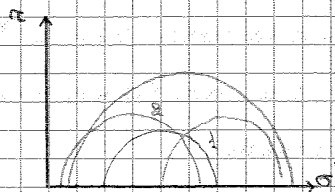
sono configurazioni estreme, schemi utili. Non ho mai condiz. perfett. non drenata/drenata o perfettamente isoterma.

• Percorsi di sollecitazione (STRESS PATHS)

Il comportamento meccanico dei terreni è non lineare, anelastico e anisotropo

Il comportamento del materiale dipende dai percorsi di carico, dalle direzioni lungo cui lo sollecito \rightarrow il materiale esibisce proprietà direzionali. Non descrivere il percorso di sollecitazione. Come?

Esempio



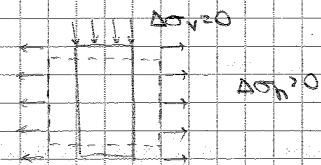
stato di sforzo in A \rightarrow cerchi di Mohr
 scavo a parete verticale \rightarrow cambia lo stato di sforzo \rightarrow cambia il cerchio di Mohr
 Aumenta la dimensione del cerchio di Mohr
 \uparrow stato di sforzo
 \uparrow tensioni tangenziali
 Ci interessa per come se siamo vicini o lontani da una config. estrema di rottura...

...fondazione che incrementa il carico \rightarrow altro cerchio
 \uparrow come cosa e rett. dello stato di sforzo

Lo stato tensionale è rappr. solo dal punto A, non dal cerchio di Mohr
 ↳ pto caratteristico che da solo rappre-
 senta il cerchio

Realizzo lo scarico: non cambia la tensione verticale σ_v , σ_h si riduce \rightarrow il cer-
 chio di Mohr si ingrandisce man mano che scarico. Il pto caratteristico diventa
 via via il vertice di ogni cerchio di Mohr \rightarrow da A, B, a C \rightarrow percorso di sollecita-

Zione di compressione per scarico

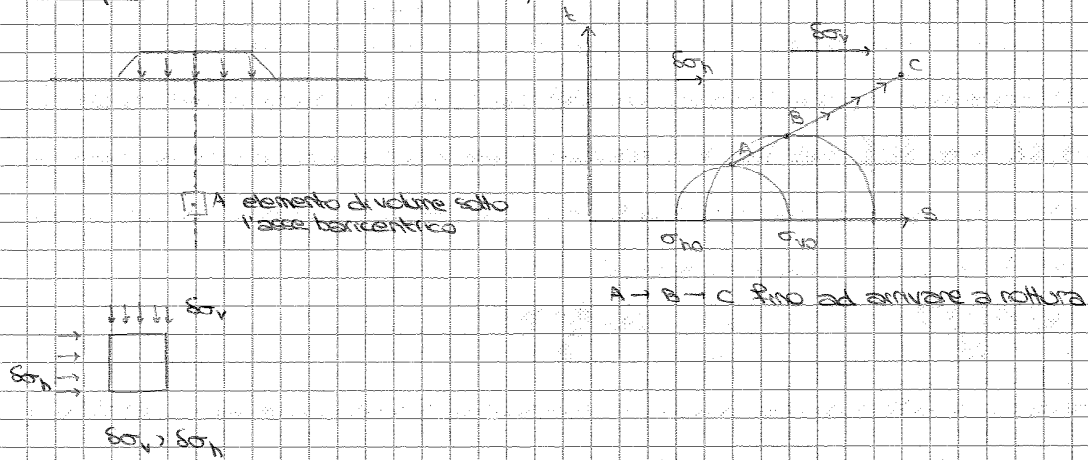


↳ elemento di terreno, $\Delta\sigma_v = 0$, $\Delta\sigma_h > 0 \rightarrow$ l'elemento di
 volume tende ad accorciarsi e a spandersi \rightarrow è una
 compressione prodotta da uno scarico tensionale

Perché il comportamento meccanico del materiale è anisotropo, se voglio prevedere le
 deformazioni che avverranno, in laboratorio devo eseguire una prova sperimentale in gra-
 do di riprodurre quella condizione. Se non riproduco il percorso di sollecitazione, otengo
 dei parametri meccanici che non sono più significativi.
 Siamo passati da molteplicità di cerchi di Mohr a rappr. schematica immediata

Percorso di carico a 45° perché non cambia σ_v , ma solo σ_h

Esempio: Fondazione pnatriforme, rilevato



Prima dell'applicazione del carico \rightarrow condizioni geostatiche $\rightarrow \sigma_v, \sigma_h \rightarrow$ A è pto rappre-
 sentativo

Applico il carico \rightarrow rilevato \rightarrow stavolta avremo sia un incremento σ_v sia σ_h con
 $\sigma_v > \sigma_h \rightarrow$ percorso di sollecitazione A-B-C fino a rottura. Tale percorso è \neq al di sotto
 dal rilevato da quello a tempo dell'opera di sostegno. Se materiale isotropo non avrebbe
 importanza come sollecito il materiale. Se anisotropo \rightarrow risposta materiale \neq nei 2 casi \rightarrow
 capire che tipo di stress path stiamo imponendo all'elemento di volume per deter-
 minare le deformazioni

Lezione VII, 26.3.13

STORIA TENSIONALE E COMPRESSIBILITÀ (cap. 4)

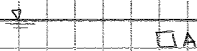
1. Descrivere e quantificare la storia tensionale di un deposito
2. Simulare sperimentalmente tale storia in laboratorio (prove edometriche)
3. Variabili di stato e parametri di compressibilità
4. Calcolo dei cedimenti delle strutture in condizioni monodimensionali (metodo edometrico)

1. Storia tensionale di un deposito

Configurazione attuale → determinata da una storia geologica del deposito. Noi parliamo di storia tensionale perché siamo ingegneri, il nostro obiettivo è calcolare il comportamento delle strutture che si trovano su quel terreno, quantificare la storia dei carichi e scoprirla → si parla di storia tensionale. È una def. volutamente restrittiva, perché l'ingegnere ^{descrive e soprattutto} _{quantifica}

Prima fase: DEPOSIZIONE, decomposizione e alterazione delle rocce madri; poi AGENTI DI TRASPORTO, ^{deposizione} SEDIMENTAZIONE (cessa l'energia di trasporto) e COMPRESSIONE del materiale sotto l'effetto del peso proprio.

(a) Sedimentazione e compressione per peso proprio



Meglio quantificare la storia di carico dell'elemento A → significa descrivere lo stato tensionale. Ciò che contraddistingue A è la posizione, lo stato tens. Conosco con certezza σ'_{v0} , non σ'_{h0} perché t_0 dipende dalla storia di carico.

Per descrivere il comportamento meccanico del materiale devo introdurre una variabile che descriva la struttura corrente, il suo stato di aggregazione → INDICE DEI VUOTI, meglio della porosità, perché è v_v/v_c → cambia solo il numeratore, invece $n = v_v/v_t$ cambiano num e den → non di immediata decifrazione. Per descrivere lo stato corrente $\left\{ \begin{array}{l} \text{variabile tensionale} \\ \text{di struttura} \end{array} \right\}$ **VARIABILI DI STATO**

Terreno NC: $\sigma'_p \equiv \sigma'_{vo}$

tranne rari casi, i terreni naturali non hanno subito una storia così semplice (deposizione + consolid per peso proprio) e alle fasi di carico sono succedute delle fasi di scarico (per es. l'abozzatura di un ghiacciaio)

Arrivo in C, scarico il materiale, rimuovo il carico, non torno in B → comport. irreversibile, solo parte delle def. è restituita → da C a D → è già una storia complicata

Considerazioni

• Quando sono in D, σ'_p è C, σ'_{vo} è D → $\sigma'_p \neq \sigma'_{vo}$. Quando $\sigma'_p > \sigma'_{vo}$ → terreno sovraconsolidato (OC). Posso dividere i terreni in 2 categorie NC

D e D' → due depositi con stessa argilla, con stessa mineralogia, uno NC, uno OC.

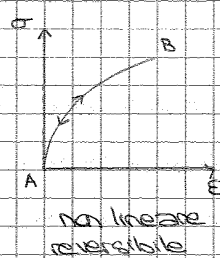
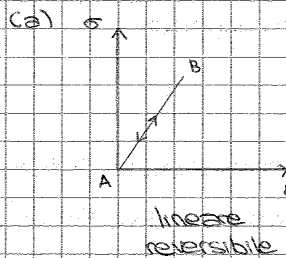
Edificio su NC → cedimenti elevati → fondazione onerosa (su pali)

" " OC → " piccolissimi, trascurabili → sb. economica → fondazione diretta

Il comport. mecc. del materiale è influenzato dalla storia progressiva
↳ in termini di compressibilità

Devo distinguere σ'_p e σ'_{vo} .

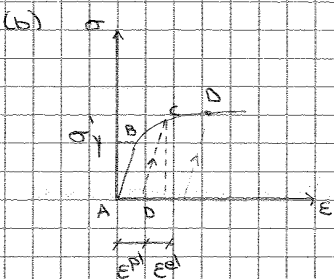
Richiami di reologia, sui legami costitutivi



Sono due funzioni di risposta. Elasticità = reversibilità → non so nulla fino allo scarico ↓ restituisco nello scarico l'energia accumulata nella fase di carico

relazione biunivoca (3 funz. diretta e inversa)

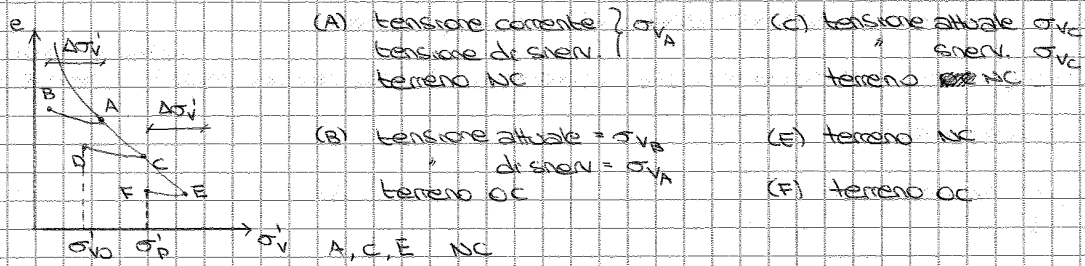
Un materiale è elastico se il legame σ, ϵ è BIUNIVOCO, se esiste il legame inverso



materiale, lo sollecito sotto piccoli livelli di sforzo, carico e scarico e scopro che torno indietro, il comport. è elastico. Poi incremento tale carico: raggiunto un certo livello di sforzo se continuo a caricare il materiale, accumulo def. irreversibili. Infatti A → B → C poi scarico: scopro che il materiale va in D. Una parte delle def. è stata restituita → E^el . " " " " " accumulata → E^M o irreversibili. → nei materiali reali esiste una soglia tensionale oltre cui ulteriori incrementi di carico producono accumulo di E^M → è la tens. di snervamento σ_y che è quella in B.

Se da D carico il materiale si comporta elasticamente fino a C → il materiale si ricorda tutti i carichi precedenti → è dotato di memoria.

Il materiale elastico non ha memoria, risponde allo stesso modo, indip. dai carichi



Carico in B e F $\rightarrow \Delta\sigma'_{v}$ \rightarrow effetti diversi \rightarrow in F vado oltre la tens. di snerv. \rightarrow devo capire l'entità della sovraconsolidazione

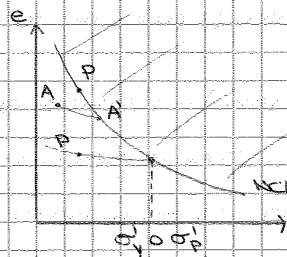
\uparrow distanza tra tens. costante e di snerv. \uparrow sovraconsolidazione

OCR (overconsolidation ratio) = $\frac{\sigma'_{vP}}{\sigma'_{v0}}$ entità del processo di sovraconsolidazione
 tens. di snerv. \uparrow
 tens. vert. costante \downarrow

OCR = 1 NC

OCR > 1 OC

(1) La storia del materiale è descritta sul piano di compressione tramite due parametri: la tensione di sovraconsolidazione ($\equiv \sigma'_{vP}$ in plasticità \rightarrow distingue un comp. ^{del poro} elastico da uno ^{del grande} elastoplastico) e il grado di sovraconsolidazione OCR



Non ho messo punti sopra la linea: se avessi messo un pto qui a pari σ'_{v0} , avrei dovuto avere un indice dei vuoti così elevato che non ci sarebbe stata interazione tra le particelle, non ci sarebbe stata la struttura del mezzo poroso, avrei avuto una sospensione delle particelle di un fluido \rightarrow necessariamente e deve ricadere sulla
 \downarrow
 e deve cadere sulla curva di consolidazione normale
 Per prima cosa \rightarrow NCL che separa spazio accessibile

dallo spazio che fisicamente non è accessibile

P e NCL \rightarrow terreno NC $\rightarrow \sigma'_{v} \equiv \sigma'_{vP}$
 \downarrow di snerv.

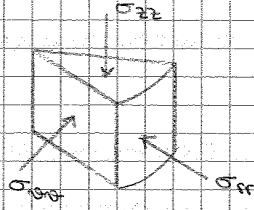
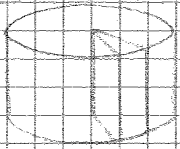
$P < NCL \rightarrow$ terreno OC $\rightarrow \sigma'_{v} > \sigma'_{vP}$. Per conoscere σ'_{v} immagino il ramo di carico che passa per quel punto, interseco NCL e li trovo la tens. di snerv. Cambia la pendenza \rightarrow cambia la risposta del materiale. Se sono già su NCL, quel pto è già σ'_{v} .

NCL indica la risposta di un materiale NC in termini di compressibilità.

Le curve di carico e scarico indicano la risposta di un materiale OC che si comporta in modo elastico, seppur non lineare, fino a raggiungere la tens. di snerv. poi comp. elastoplastico σ'_{vP} rappresenta la frontiera del dominio elastico.

Curva scarico ricarico: cedimenti piccoli, resistenza al taglio elevata, alta rigidità.

σ_{rr} è la reazione al vincolo.
 Com'è diretta $\sigma_{\theta\theta}$?



$$\dots \frac{2\sigma_{\theta\theta}}{r} + \frac{\sigma_{rr} - \sigma_{\theta\theta}}{r} = 0$$

se la prova indurre uno stato di sforzo omogeneo nel provino $\rightarrow \sigma_{rr} = \text{cost} \rightarrow \sigma_{rr} = \sigma_{\theta\theta} \rightarrow$ 2 sole componenti indipendenti

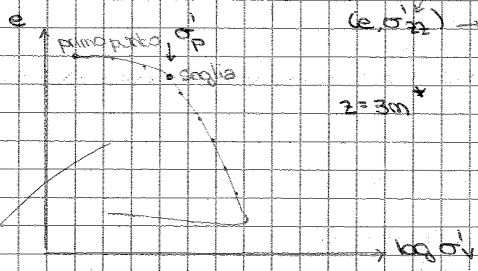
Definite le cond. al contorno, mi chiedo: conosco tutte le comp. di tens e def? Così

potrò interpretare la prova. $\sigma_{\theta\theta}$ e σ_{rr} sono indie. o no? Scrivo l'eqz indefinita di equilibrio.

$$\frac{\Delta H_{100}}{H_0} = \frac{-\Delta e}{1+e_0}$$

ricavo l'indice dei vuoti alla fine del gradino di carico, valore legato a

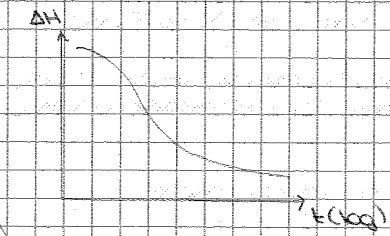
Ripetto su un piano semilogaritmico (e, σ'_{v1}).



ricavo un punto sul piano (e, σ'_{v1}) relativo al primo gradino di carico
 Quindi:
 - applico il carico
 - tratto SAA
 - misuro l'accorciamento
 - ho ricavato il corrispondente e
 - ricavo un punto della curva e, σ'_{v1}
 - applico un secondo gradino di carico e ripeto tutto

Carico applicato in progressione geometrica

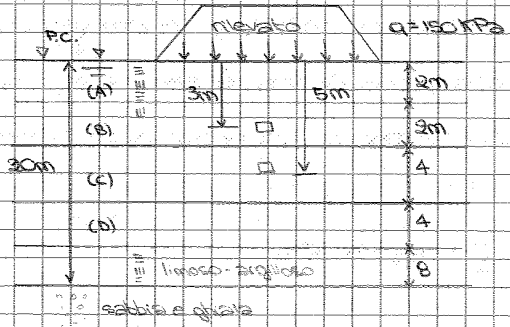
| | | | | | | |
|----------------------|-----|----|-----|-----|-----|------|
| Incremento di carico | 100 | | | | | |
| ΔN | = 1 | 50 | 200 | 400 | 800 | 1600 |
| carico precedente | | 50 | 100 | 50 | 100 | 50 |



ad ogni gradino corrisponde una curva

anche se scarico ottengo un ciclo che si chiude sulla stessa tratta

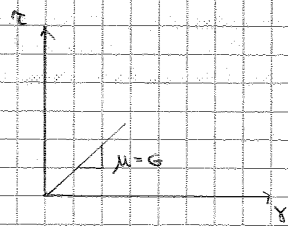
Otengo una bilatera: il primo durante il carico esibisce def. reversibili, poi il comportamento cambia bruscamente, macroscopicamente → la soglia è la tensione di snervamento. Il materiale esce dal dominio elastico e entra in quello elastoplastico se da qui scarico, le def. restano impronte nel materiale in cui accumula def. plastiche. Non posso ancora dire se è UC o CC perché devo confrontare il tensore di sollecitazione con il vert. efficace. L'evidenza sperimentale consiste nel fatto che sono compatibili con la plasticità della terra.



Quale sarà l'entità dei cedimenti?
 5-10cm in 10 anni va bene, ma non 60-80cm.
 Per calcolare i cedimenti:
 - UC o CC
 - parametri di compressibilità
 Procedimento: suddivido il terreno in un numero conveniente di strati.
 Infiltrico lo spessore vicino al carico, più mi allontano più gli effetti si smorzano maggiore è spessore strati.
 vicino al rievato → più strati sottili
 lontano → meno strati più spessi

Sondaggi → prelievo un numero conveniente di provini / Il provino dev. essere: rappresentativo = presenza la struttura e il contenuto d'acqua w_n esistente in sito

dev. essere rappresentativo del comportamento che ho sul posto
 Se lungo il provino w_n è lo stesso → evaporazione → si riduce w_n → diventa un matriciale → è un materiale → no strati in sito.
 Se distruggo la struttura del materiale, distruggo la sua memoria, tutto l'info in esso contenute

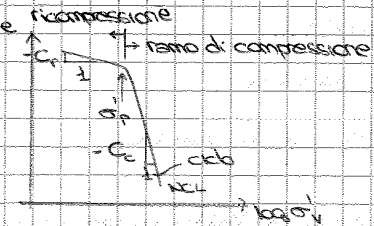


Assoggetto in cubetto di gomma a taglio puro

$G =$ modulo di elasticità tangenziale introdotto da Lamé

Interpretazione fenomenologica \rightarrow legge la pendenza della curva e lo attribuisco al significato

Per interpretare tale curva, calcolo le pendenze dei 2 rami

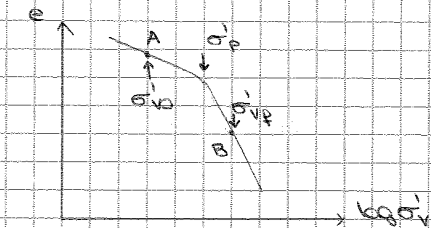


$C_c =$ indice di compressione \rightarrow di quanto si incrementa e (- perché si riduce) per ogni ciclo \log di carico

$$C_c = \frac{-\Delta e}{\Delta \log \sigma'_v}$$

$C_r =$ indice di ricompressione \rightarrow definito allo stesso modo, ma su un altro ramo

Supponiamo di essere in una situazione di questo tipo:



materiale OC
 $\Delta \sigma'_{22} \rightarrow \sigma'_{v2} = \sigma'_{v0} + \Delta \sigma'_{22}$

\rightarrow incremento di tensione verticale

Cedimento dovuto a $\Delta \sigma'_{22}$. Vado da A a B \rightarrow scompongo il percorso e sommo i contributi

$$\Delta H = -\Delta e \rightarrow \Delta H = H_0 \left(\frac{C_c \log \frac{\sigma'_p}{\sigma'_v}}{1+e_0} + \frac{C_r \log \frac{\sigma'_v}{\sigma'_p}}{1+e_0} \right)$$

Sperimentalmente devo determinare la pendenza dei due rami. Suppongo $C_c = 0.7$ e per $z = 3m$

$C_r = 0.09$, $C_c = 5 \div 10 C_r$ perché le def elastiche sono più piccole

La pendenza varia con la profondità perché varia la mineralogia dell'argilla che influenza le proprietà di compressibilità del terreno

$C_c = 0.8$, $C_r = 0.12$, $z = 5m$

Strato B

elemento nella mezzarota dello strato

$z = 3m$ se lo spessore dello strato è modesto, lo strato si comporta come l'elemento di volume, ma non è così per tutti i 20m!!

Condizioni iniziali (σ'_{v0}, e_0) $\left\{ \begin{array}{l} \sigma'_{v0} = 24.57 \text{ kPa} \\ e_0 = 0.8 \text{ (lo ricavo dall'elemento di volume)} \\ \text{come per gli esercizi sulle 205} \end{array} \right.$

$\sigma'_p = 75 \text{ kPa}$, $C_c = 0.7$, $C_r = 0.09$

Faccio l'ipotesi la dimensione del (strato) sia z della dimensione dello strato in modo da essere quasi e in condizioni monotematiche

$\Delta \sigma'_{22} = 150 \text{ kPa}$, $\sigma'_{v2} = \sigma'_{v0} + \Delta \sigma'_{22} = 24.57 + 150 = 174.57 \text{ kPa}$

$$\Delta H = \frac{2m}{1+0.8} \left(\frac{0.09 \log \frac{75}{24.57}}{0.04} + \frac{0.7 \log \frac{174.57}{75}}{0.96} \right) = 33 \text{ cm}$$

Nel ramo di ricompressione avrei avuto un cedimento di 4cm. Superata $\sigma'_p \rightarrow 26 \text{ cm}$

Metodo edometrico

Riassunto: terreno argilloso-limoso → cedimenti?

(i) Carico trasmesso da una struttura al terreno di fondazione

(ii) Caratterizzare il terreno di fondazione (descrizione stratigrafica e parametri ~~di~~ meccanici → in laboratorio)

(iii) Suddivido in strati, più fitti vicino al rilevato dove gli sforzi sono ^(i gradienti di sforzo)

(iv) In mezz'ora di ogni strato prelievo di un campione indisturbato su cui eseguo una prova di compr. in cond. monodimensionale. Sono prove di lunga durata.

Otengo una serie di informazioni, tra cui e_0 , C_c , C_r . (Leggo def. verticali a incrementi di sforzo. Ho 2 rami perché ^{dominio elastico} " elastoplastico separati da σ_p)

(v) Se conosco cond. iniziali e finali (ottenute sommando l'incremento di sforzo) riesco a calcolare ΔH di ogni strato.

(vi) La somma → cedimenti totali sulla struttura.

RESISTENZA AL TAGLIO (cap. 5)

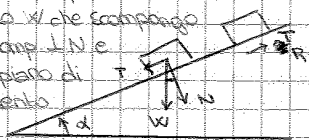
1. Criterio di rottura di Coulomb
2. Modello di dissipazione di Taylor (premessa storica alla Teoria dello Stato Critico)
3. Comportamento meccanico delle sabbie (distanza, stato critico, resistenza di picco)
4. Comportamento meccanico delle argille tenere (unicità del luogo dei punti a rottura, indici dipendenti da percorsi drenati e non drenati)
5. Comportamento delle argille resistenti (res. di picco, post-picco, residuo)
6. Resistenza non drenata e analisi in termini di tensioni totali. Parole chiave → prova a dreni def.

1. Criterio di rottura di Coulomb (1773)

(Non c'è ancora la teoria dell'elasticità, nata dopo la teoria della plasticità e l'analisi

limite. L'ingegnere impara prima i problemi di collasso, impara dopo l'elasticità)

Bloccetto sul piano inclinato, con peso W che scampaggio in una comp. T e N e T // al piano di scorrimento



interfaccia priva di asperità

superficie liscia → il blocco scivola verso valle perché non

ha vincoli cinematici lungo il piano inclinato, vincolo di natura crenata non impedisce lo scorrimento T è T che tende a farlo scivolare

Se blocco avesse $W \neq N$ non succederebbe nulla, W ha T

(mentre il piano c'è un

vincolo di natura crenata

perché mancherebbe T che lo

fa scivolare

perché è obliquo rispetto alla normale. L'obliquità è data da α . Il blocco è mantenuto in

equilibrio perché sup. ^{di contatto} W ha delle asperità → si sviluppa una forza di attrito. Il vettore W che rapp.

Equilibrio finché $T \leq R$ → non c'è scorrimento relativo. Forza di attrito che agisce // alla sup. di discontinuità. Blocco tra un'obliquità

rispetto alla normale al piano di scorrimento

La forza resistente è per sua natura una forza attrittiva $T_R = N\mu$ per def. di forza di attrito

$T_R = \sigma \mu$ $\mu = \tan \varphi$ l'attrito è \propto sempre all'azione normale sulla parete di scorrimento μ coeff. di attrito

superficie ↑ attrito ↑ allora rendo indep. dalla sup, normalizzo T_R

$T_R = \sigma \tan \varphi$ con φ angolo di resistenza al taglio (angolo di attrito) φ dipende dalle dimens. geom. dell'area di contatto

... 150 anni... 1933 → Terzaghi, col principio degli sforzi efficaci $\tau = \sigma' \tan \varphi'$ σ' è il valore misurato in termini di tensioni efficaci (per questo c'è l'apice)

... oggi scrive il criterio di rottura come: $\tau = (\sigma - u) \tan \varphi' = \sigma' \tan \varphi'$ σ' è il valore misurato in termini di tensioni efficaci (per questo c'è l'apice)

ogni effetto misurabile (→ anche la res. al taglio) dipende solo dalle tensioni efficaci. Infatti quando si applica il criterio di Coulomb ai vari tipi di materiali si trovano sempre valori discreti

... 99% Cal concetto introdotto da Terzaghi tutti i risultati sono stati verificati.

① Problema:

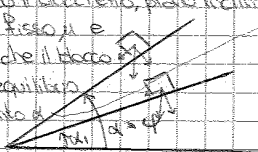
Attrito → concetto meccanico. Angolo → concetto geometrico

Perché mediavamo le cose per mezzo di angoli di resistenza al taglio?

Prendo il bloccetto, piano inclinato → α N T μN T_R

di μ , fisso μ e vedo che il blocco μ è in equilibrio

Avvento μ $\alpha = \varphi$



$$\text{coeff. di sicurezza } F_s = \frac{T_R}{T} = \frac{\mu}{\tan \alpha}$$

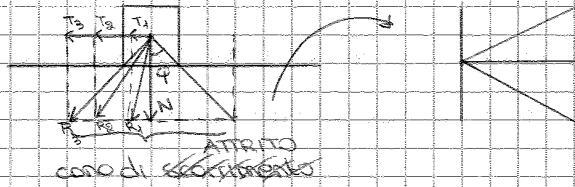
Esiste un valore critico di α raggiunto il quale avviene lo

scorrimento → c'è una condiz. geom. critica → $\mu = \tan \alpha = \alpha = \varphi$

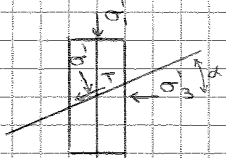
Per $F_s = 1$ inizia lo scorrimento → $\tan \alpha = \mu$, $\alpha = \varphi$

Il valore critico è un angolo critico

Piano orizz., corpo soggetto a $N \rightarrow$ Fermo. Applico una $T \rightarrow$ risultante. Cresce $T \rightarrow$ cresce la risultante, la sua obliquità. Si muove quando l'obliquità raggiunge il max valore φ .
 Tutte le risultanti interne al cono di attrito non provocano scivolamento.
 Se ribalta è il criterio di Coulomb.



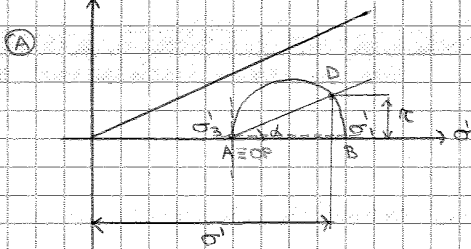
(A) Piano, condizioni di stato piano, tens princ σ_1' e σ_3' . È uno stato di sforzo a rottura o è lontano dalla rottura? Il criterio non è scritto in termini di tensioni principali, ma di tens tang e normali agenti sul piano di scorrimento. Ma in lab. le provg. applicano tens. principali.



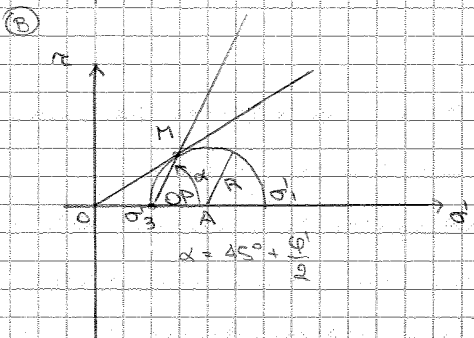
Piano verticale: può essere un piano di rottura? No perché non c'è l'azione di taglio che causa lo scivolamento. Quello è un piano non principale. Ciò vale anche per il piano orizzontale.

Qualunque piano può non più essere piano di rottura

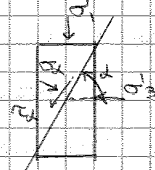
È il piano inclinato? Potenzialmente sì, perché avrà σ' e T . Come lo scoppio? Come capire se corrisponde a una condizione critica? Rendg. piano di Mohr, involucro di rottura, cerchio di Mohr



- $A \equiv OP$ (origine dei piani)
- // alla frattura \rightarrow trovo D
- τ e σ' componenti dello stato di sforzo agenti su quel piano
- * Non arrivo sull'involucro di rottura MAI.
- $\uparrow \alpha \downarrow \sigma' \uparrow \tau$ ma non ho mai rottura, su nessun piano che il cerchio di Mohr è all'interno dell'involucro di rottura
- * D non è un pto a rottura perché non sta sull'involucro di rottura



M pto di tangenza \equiv pto a rottura
 piano che collega OP a M è il piano di rottura, con inclinazione α , su cui agiscono σ_u, τ_u , coordinate di M



Capisco se uno stato di sforzo è a rottura graficamente / analiticamente

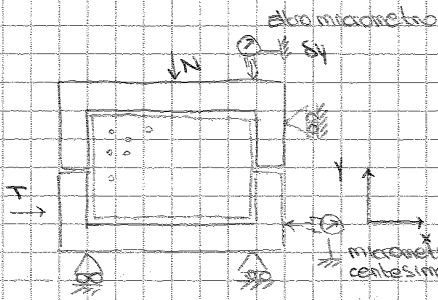
$$R = OA \cdot \sin \varphi$$

$$\frac{\sigma_1' - \sigma_3'}{2} = \frac{\sigma_1' + \sigma_3'}{2} \sin \varphi \rightarrow \frac{\sigma_1' - \sigma_3'}{2} \sin \varphi$$

criterio di rottura in termini di tensioni principali,

del tutto equivalente a $|\tau_R| = \sigma' \tan \varphi$, scritto in termini di componenti tg e normale agenti sul piano di rottura.

Applico un carico verticale N . Per def. ce siamo in presenza di un terreno sabbioso e...



vincoli \rightarrow rottura del piano orizzontale
 ... campione secco \rightarrow condizioni drenate \rightarrow il carico produce tensioni normali efficaci
 $\sigma' = \frac{N}{A}$ progressivamente
 Aumento della forza orizzontale fino a rottura $\rightarrow \tau_R = \frac{T_R}{A}$
 $(\sigma', \tau_R)_1$ ottengo un punto a rottura nel momento in cui avere lo scorrimento. Ripeto il pct. 2 sul diagramma

La retta deve passare per l'origine \rightarrow caprei già tracciarla, ma distingui comport. reale da quello dato da Coulomb. Allora ripeto l'operazione. l'applico N diverse e ottengo $(\sigma', \tau_R)_2$. Faccio almeno 3 prove, per evitare errori sperimentali. Tutti questi pct. eoi l'involuppo di rottura. Interpolo i pct. e ottengo la retta che rappresenta l'involuppo di rottura \rightarrow trovo ϕ' . A seconda del materiale, ϕ' cambia.

Finira non se il materiale si comporta come dice Coulomb!

Apparecchio di taglio diretto e scatola di Casagrande Questa è la meccanica delle terre classica. Oggi \rightarrow teoria dello stato critico, per capire da cosa dipendono i parametri di res a taglio, ϕ' . Perché ϕ' cambia da materiale a materiale?

2. Modello dissipativo di Taylor Applico $T \rightarrow$ spost. nel orizz. del telaio inf. rispetto al telaio sup.

Associo alla figura un s.r. metto un micrometro ^{centesimale} che misura gli spost. S_x . Mezzo granulare \rightarrow lo scorrimento lungo il piano orizz. non è accompagnato solo da spost. orizz. In realtà la sup. di scivolamento non è mai un piano perché le particelle hanno un effetto di mutuo incastrò \rightarrow sup. ondulata \rightarrow ho anche spost. verticali $S_y \rightarrow$ il modellino di

blocco ad attrito non è più sufficiente \rightarrow analizzo il fenomeno in termini energetici
 Applico $N, T \rightarrow$ compio lavoro sul campione: $S_{W1} = \tau_{yx} A S_x - \sigma'_{yy} S_y A \rightarrow$ il lavoro è < 0
 lavoro di T lavoro di N perché ho S_y

All'istante di rottura il lavoro viene dissipato. Come? Sotto forma di attrito, poi disperso in calore. (Faccio questa hp, sulla dissip. del lavoro fornito ^{spost. virtuale, possibile, precedo ma} al provino.) Allora la dissipazione è forza di attrito per spostamento: $S_D = \sigma'_{yy} A \mu S_x$
 $\mu =$ forza normale \times coeff. di attrito

$\tau_{yx} A S_x - \sigma'_{yy} S_y A = \sigma'_{yy} A \mu S_x$ divido per $\sigma'_{yy} S_x$
 $\frac{\tau_{yx}}{\sigma'_{yy}} = \mu + \frac{S_y}{S_x}$ tolgo i pedici che erano legati alla nostra convenzione
 $\frac{\tau}{\sigma} = \mu + \frac{S_y}{S_x}$ varia di volume associate alle distorsioni per taglio...
 Per avere espresso che il comport. del nostro mezzo è attritivo, l'eqz che ottengo non è l'eqz di Coulomb che si formava al primo membro ($\frac{\tau}{\sigma} = \mu$)
 attrito interpretato con

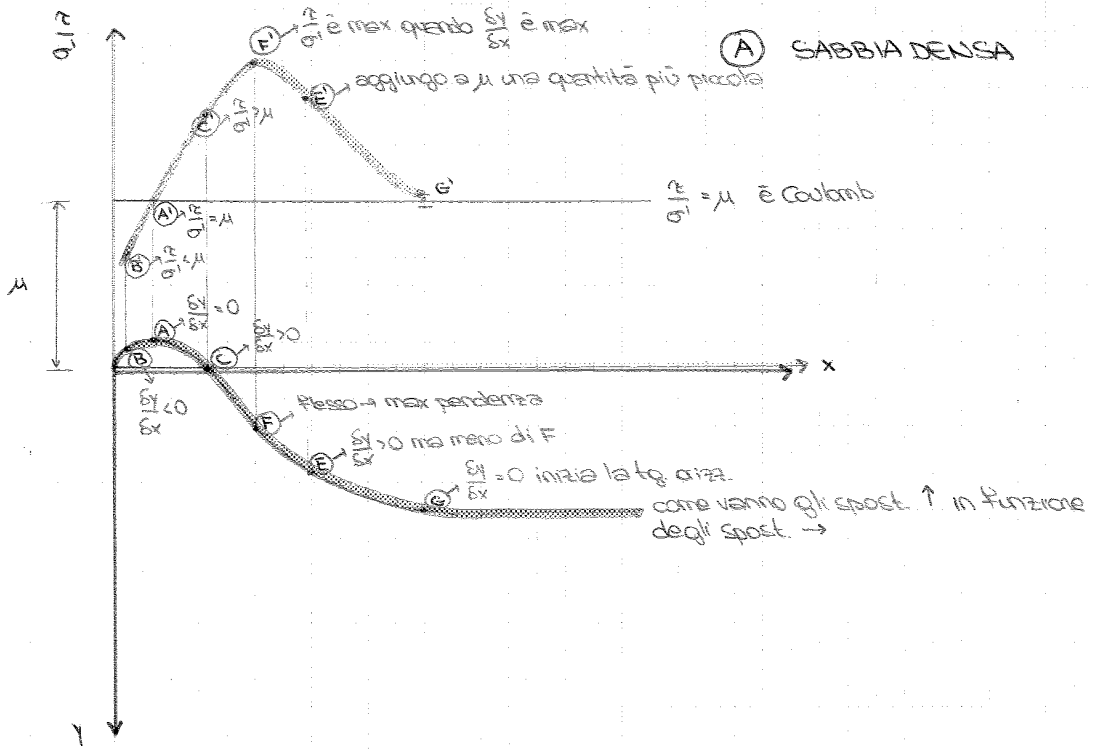
Sperimentalmente ottengo a rottura τ e $\sigma \rightarrow$ Coulomb \rightarrow certa pendenza che dà μ

Ma così la retta nasconde altri fenomeni, μ ha un signif. fisico che va oltre l'attrito... è la DILATANZA. ϕ' è il risultato di due contributi: dilatanza \rightarrow non posso che farlo angolo di attrito!
 concetto pensativo: c'è ogni volta che c'è una discontinuità

* A seconda dell'hp che introduco ora sul processo di dissipazione ottengo un criterio di rottura scritto in una forma anziché in un'altra. Può essere dissipato:
 - sotto forma di calore \times
 - sotto forma di "vibraz." \checkmark

Ripeto γ_0' in funzione degli spost. orizz. (scrivo solo x): è come una curva elastica (def.)
 " gli spost. vert. y in funzione di x

.....
 basta normalizzare
 rispetto all'altezza
 del pino
 Ho una z normalizzata
 e una x normalizzata



Comport. mec. instabile: dopo il picco, ogni ulteriore def. causa una caduta di res. di resistenza

Pico γ_0' e valore asintotico finale
 Tipico dei materiali duri, consistenti

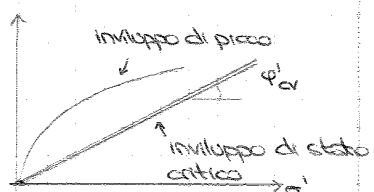
Ho ricavato la curva σ_1/σ_1' attraverso un'analisi del dato sperimentale, alla luce di un criterio di dissipazione.

(1) Indipendentemente dallo stato iniziale, c'è una **condizione ultima** in cui il materiale ha $\frac{dy}{dx} = 0$ (non c'è dilatazione), $\frac{d\tau}{d\sigma} = 0$ da $\frac{d\tau}{d\sigma} = 0 \rightarrow$ è una **condizione statica**, o **condizione di stato critico** (def. plastiche senza variazioni di resistenza di volume...)
 ↳ def. data da Schofield e Roth

Stato critico:

se $\frac{dy}{dx} = 0 \rightarrow \tau = \sigma' \mu = \sigma' \tan \varphi'_{cv}$
 ↳ angolo a volume costante

In questo istante vale l'eqz di Coulomb (doppia retta) ma φ è l'angolo di resistenza al taglio che si ottiene nelle condizioni di volume costante $\rightarrow \varphi'_{cv}$
 Parametro \neq proprietà $\rightarrow \varphi'_{cv}$ è una proprietà del materiale, dipende dalla composizione mineralogica del materiale, non dal fatto che la sabbia sia densa o sciolta.



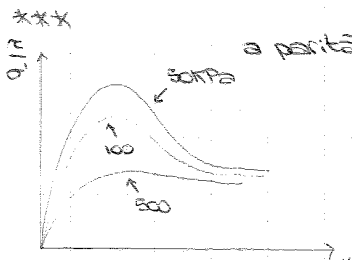
| | | | | | | | |
|--------------|--|---------|-------------------|--------|------------|--------------|--|
| Tipicamente: | sabbie silicee | 34°-36° | } φ'_{cv} | sabbie | 34° → 48°* | φ'_p | |
| | (nel nostro paese non abbiamo sabbie carbonatiche, ma silicee) | | | | | | |
| | argille | 28°-32° | | | | | |

(2) **Condizione di picco** $\left(\frac{\tau}{\sigma'}\right)_{max} = \mu + \left(\frac{dy}{dx}\right)_{max}$ l'obliquità max si raggiunge quando è max la dilatazione
 ↳ non cambia, propr. del materiale

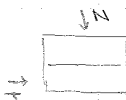
$\left(\frac{\tau}{\sigma'}\right)_{max} = \tan \varphi'_p \rightarrow \tan \varphi'_p = \tan \varphi'_{cv} + \left(\frac{dy}{dx}\right)_{max}$
 ↳ angolo di picco

* φ'_p varia al variare dello stato di addensamento del materiale, e dal livello di sforzo.

La dilatazione diminuisce con lo stato di sforzo. Se faccio delle prove sperimentali e determino il valore di $\tan \varphi'_p$ L'involuppo di rottura diventa una curva, che converge verso lo stato critico, e passa sempre per l'origine. La differenza è il contributo della dilatazione (come ordinata)



a parità di indice dei vuoti
 $\frac{N}{A} = \sigma' = 50 \text{ kPa}$
 $\tan \varphi'_p = \frac{\tau}{\sigma'} \rightarrow \varphi'_p(1)$

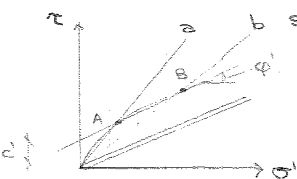


• sabbia sciolta \rightarrow valore asintotico \rightarrow ROTTURA
 • sabbia densa \rightarrow picco \rightarrow ROTTURA
 Per una sabbia sciolta Stato critico = rottura \rightarrow involucro di rottura descritto da involucro di S.C.
 Per una sabbia densa \rightarrow rottura nel picco, ↳ descritta da tg φ'_p
 Superato il picco, nella condizione picco \rightarrow S.C.

↑ sforzo normale σ' ↓ φ' involucro di rottura curvilineo (post-picco) ↳ descritto da φ'_p
 Distinguo condiz. di stato critico e di picco, per un mater. ↳ descritto da involucro di stato critico

Errore da non commettere:

l'involuppo di rottura è curvilineo, non una retta; la sabbia non ha mai visto c'.



numero di prove modesto (1 o 2) \rightarrow i risultati delle prove di lab. sono A e B \rightarrow interpolazione lineare e trovo una retta che dà φ' e un'intercetta c'. Ma la sabbia non ha mai visto c' \rightarrow se il materiale è addensato \rightarrow involucro curvilineo per A e B. Quel risultato non riflette il comport. reale, ma è frutto di un'arbitraria linearizzazione. Ad A corrisponde il valore di φ' secante della retta a "B" " " " " " " " " ↳ φ' secante si riduce fino ad arrivare al valore di stato critico.

* LEGGI:

Indipendentemente dalle condizioni di stato iniziale (materiale denso o sciolto), esiste una condizione ultima raggiunta la quale il materiale continua a deformarsi plasticamente senza variazioni di volume, né delle tensioni efficaci

$$\frac{d\epsilon}{dx} = 0 \text{ (non c'è dilatazione)} \quad \frac{d\tau}{dx} = 0 \quad \frac{d\sigma'}{dx} = 0$$

Non sta variando nessun parametro → condizione stazionaria o di stato critico
 Se nello stato critico $\frac{d\epsilon}{dx} = 0 \rightarrow \epsilon = \sigma' \mu = \sigma' \tan \varphi'_{cv}$
 ↳ angolo a volume costante

Rapp. grafica (τ, σ'): solo nelle condizioni di stato critico → retta a pendenza costante come previsto da Coulomb (doppio tratto → inclinazione φ'_{cv})
 φ'_{cv} è parametro o proprietà?

Proprietà = quantità che non dipende dalle condizioni di stato del materiale
 Parametro = " " dipende dalle condizioni di stato del materiale
 → φ'_{cv} è una proprietà, perché indip. dal fatto che la sabbia sia densa o sciolta, rag. quanto lo stato critico ha $\tau/\sigma' = \text{cost}$ uguale sia per sabbia sciolta sia per sabbia densa. Dipende dalla composizione mineralogica del materiale.

**

Perché il livello di sforzo incide? Esperimento: applico uno sforzo normale di una certa entità, porto a rottura il materiale, il materiale è libero di dilatarsi

- ↑ sforzo assiale, inibisco la dilatazione perché impedisco al materiale di dilatarsi
- ↓ dilatazione

Prova di carico N, T su un materiale molto addensato → ottengo una curva sforzo-def. con un picco e un valore asintotico finale. $N_A = 50 \text{ kPa}$

Seconda prova sullo stesso materiale con lo stesso grado di addensamento → a pari e $N_A = 100 \text{ kPa}$. Il materiale tenderebbe a dilatarsi perché è molto denso, ma se metto un carico assiale molto forte, la dilatazione è contrastata da $\sigma \rightarrow \tau/\sigma' = \mu + \text{dilatazione}$
 ↳ τ/σ' al picco è minore

Man mano che aumenta lo sforzo normale, la tensione di confinamento, anche se il materiale è denso poiché la dilatazione viene inibita il picco tende ad attenuarsi progressivamente. Quindi il comportamento dipende, non solo dallo stato di addensamento, ma anche dall'entità dello sforzo normale.

$$\tan \varphi'_p = \frac{\tau}{\sigma'} \rightarrow \text{otengo } \varphi'_{p1}, \varphi'_{p2} < \varphi'_{cv}$$

Riporto questi risultati sul piano di Mohr (τ, σ'):

- φ'_{p1} involucro / → sempre meno inclinato
- φ'_{p2} /
- 50 kPa → pto 1
- 100 kPa → pto 2

→ diventa un involucro di rottura curvilineo

L'involucro di rottura di un materiale addensato è necessariamente curvilineo perché l'angolo di resist. al taglio si riduce al crescere dell'entità dello sforzo normale.

Viceversa nel caso di un materiale sciolto l'involucro di rottura è unico ed è φ'_{cv} .

Muro di sostegno, verifica di scivolamento, lo stato tensionale medio è quello del pro. vno che si trova a metà altezza → $\bar{\tau}$ per capire qual è lo stato tens. di r.f.

Fondazione, sup. di rottura al di sotto, stato tensionale relativo a quell'elementino (se sono a 5 m → $20 \cdot 2,5 = 50 \rightarrow 0,5 \text{ kg/cm}^2$ per il muro, $2-3 \text{ kg/cm}^2$ per fondazione → stesso diaframma spostato). Anche a pari sabbia e stato di addensamento l'angolo da adoperare cambia:

- muro $\varphi' \cong \varphi'_p$
 - fondazione φ' intermedio tra φ'_p e φ'_{cv}
- perché cambia lo stato tensionale.

*

Argilla satura nella scatola di Casagrande → problemi, perché l'apparecchio di taglio diretto non consente il controllo delle condizioni di drenaggio (non riesco a imporre condizioni drenate/non drenate) e non consente di misurare la pressione interstiziale. Su un'argilla sorgerebbe una sovrappressione interstiziale e se non la so misurare, non so misurare le tensioni efficaci → non so interpretare il comport. meccanico dei materiali. Per superare queste difficoltà → apparecchio triassiale (diffuso, prove più affidabili)

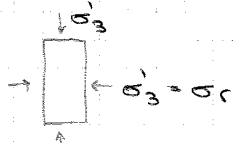
... l'argomento è più o meno lo stesso... dopo il prelievo lo stato tensionale cui è assoggettato il provino è nullo → ripristiniamo lo stato tensionale esistente in sito o comunque uno stato tensionale prefissato che stabiliamo noi. Perché? Perché il comportamento meccanico è una funzione dello stato tensionale + ripristino condizioni iniziali. Affinché questo stato tensionale possa essere efficace, devo applicare questo stato tensionale tenendo il drenaggio aperto così che la sovrappressione interst. possa dissiparsi → le σ diventano lentamente nel tempo σ' .

Lezione 11, 15.13

Comportamento meccanico delle argille tenere: percorsi di carico drenati e non drenati (5.7)

- Necessità di controllare i processi di carico → prove di taglio triassiali $\sigma'_3 = \sigma'_r$ in tutte le direz.

Prove triassiali: in una prima fase applico ^{al provino} una stato di sforzo isotropo tramite la pressione dell'acqua in cella per ripristinare lo stato tensionale esistente in sito, dato che il comport. dipende dal livello tensionale. Faccio dissipare le Δu → le σ diventano σ' perché ho applicato uno stato tens. isotropo



FASE DI CONSOLIDAZIONE ISOTROPA C.I.

Nulla via di applicare uno stato tensionale anisotropo e, in particolare, proprio lo stato σ_0 esistente in sito. Quindi Esistono delle varianti: • C. K_0 (K_0 = tens. assiali / tens. radiali) se ripristino lo stato esistente in sito

- C. A prova consolidata anisotropicamente

Finalità applicative, ingegneristiche → C.I.

C.I. è il caso più semplice → vedo queste. Ma stato isotropo → cerchio di Mohr

Mohr \cong pto → mi muovo sulle ascisse → non arrivo a rottura. Per portare a rottura il provino → 2^a fase

1^a Fase: Fase di consolidazione

2^a " : " " rottura → applico un incremento di sforzo assiale →

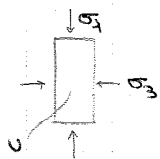
$\Delta\sigma_{22} = \frac{\Delta N}{A}$ \rightarrow area del provino Stato tens. finale = 1^a fase + 2^a fase



Può essere eseguita:

- a drenaggio aperto → C.I.D. prova drenata
- " chiuso → C.I.U. prova non drenata

Vediamo come interpretare i risultati di una prova CID o CIU e se si arriva allo stesso involucro di rottura Configurazione finale dello stato di sforzo:



Ragiono con σ_1, σ_3 , non τ, σ , per interpretare il comp. mecc. (Sono le σ applico al σ_1, σ_3 o pressione dell'acqua → la differenza da le σ contorc

→ dalla risposta di volume dipende il comp. mecc. delle terre, oltre che dalle σ'

- Concetto di dilatanza → comp. duttile o mecc. instabile

Nella lettura dei risultati devo far emergere la risposta di volume → non in termini di def. ϵ_1 e ϵ_3 sono le dilatazioni lineari, non dicono la risp. di volume

deviatoriche, ma di def. di volume → introduco una variabile deformativa che rappresenta le variazioni di volume e un'altra per le def. deviatoriche → anche

le variabili tensionali devono cambiare per essere correlative alle variabili deformative:

$p = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3}$; $p' = p - \Delta u$ } Variabili tensionali { tensione media

$q = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{\sqrt{2}}$; $q = q$ } } sforzo deviatorico

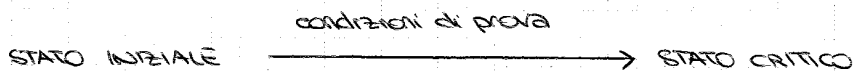
(1) Classico: criterio di rottura di Coulomb, l'ho capito, ora memorizzato quanto valgono i parametri di res. al taglio per i vari tipi di materiali, come se ognuno avesse un comp. mecc. diverso → non c'è nessuno sforzo in questo approccio fino agli anni '60 per indagare se ci sia un elemento che unifica la risposta di tutti i materiali → nostro obiettivo.

(2) Teoria dello Stato Critico: unifica i vari aspetti mecc., anche di materiali apparentemente ≠. L'idea nasce dalla condiz. ultima che i materiali tendono a raggiungere e che è sempre indep. dalle condiz. iniziali.

Idea centrale della Teoria dello Stato Critico: il comportamento meccanico dipende dalla relazione esistente tra stato iniziale e stato critico. ↓
proprietà del material

... "coordinate di riferimento"

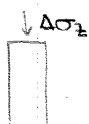
(Voglio predire il comp. mecc. dei materiali →) servono dei riferimenti → mezzo delle coordinate, dei parametri, oltre cui non posso andare → $\left\{ \begin{array}{l} \text{stato iniziale} \\ \text{stato critico} \end{array} \right.$ il comp. mecc. delle terre part. dallo stato iniziale e arriv. allo stato critico.
Se conosco bene le coord. di partenza e di arrivo, è difficile sbagliare. Ci sono diversi percorsi, ma sono le cond. di carico che io impongo → risposta univoca del comp. del materiale.



③ Sono coord. di riferim. che ci dicono come muoverci → le rappresento.

⑥ Nella 2ª fase applico $\Delta\sigma_z$ → $\Delta p = \frac{\Delta\sigma_z + 2\Delta\sigma_r}{3} = \frac{\Delta\sigma_z}{3}$ $\left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} \frac{\Delta q}{\Delta p} = 3$

$\Delta q = \Delta\sigma_z - \Delta\sigma_r = \Delta\sigma_z$



$\Delta q / \Delta p$ è una retta di pendenza $3/1$ in (p', q) → il percorso delle tensioni si deve trovare su una retta fatta così. Questo è lo stress path che il provino deve

seguire, perché impongo solo incrementi di carico assiali. Questa è la condizione di carico stiamo imponendo dei vincoli.

Punto B → lo riporto su (ϵ_s, q) → legame lineare o no? Sono sulla NCL → def. elasto-plastiche → non lineare e irreversibile. Arquilla tenera, pt. iniziale su NCL → $\sigma_p = \sigma_{attuale}$, $\sigma_{CR} = 1$ → def. elasto-plastiche, prevalentemente plastiche → comp. non lineare

Per andare da A' a F, $v \downarrow$ perché il materiale tende a comprimersi → dilatazione core sabbia scilata (il volume si riduce progressiv.)

negativa → comp. BUTILE. Non può esserci un picco nella curva sforzi - def.

Come trovo F in (ϵ_s, ϵ_v) ?

$$\Delta\epsilon_v = \frac{-\Delta e}{1 + e_0} = \frac{-\Delta v}{v}$$

→ lo leggo su (p', v)

Concetti da cogliere:

- (1) (σ', ϵ) , $(p', q) \rightarrow (\epsilon_v, \epsilon_s)$ così separo comp. di volume def. deviatoriche
- (2) Comp. materiale dipende da distanza tra s.i. e s.c. Cerco di capire quali sono i vincoli imposti dalla prova (statici o cinematici, qui statici) ↓
Li impongo uno stato

Lezione 12, 16.4.'13

Prove consolidate isotropicamente non drenate C.I.U. cambio le condizioni di prova per sostenere questa tesi:

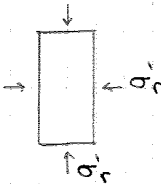
Tesi: unicità del luogo dei punti a rottura (unicità della resistenza al taglio)

Se è vera, posso applicare Coulomb a tutti i tipi di prove, anche non drenate.

Particolarità della prova CIU

1ª Fase: riconsolidazione

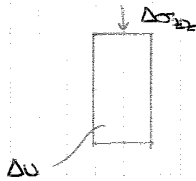
Finora so che Coulomb vale se e solo se le prove sono condotte in condizioni drenate, in assenza di Δu che modificano i percorsi di carichi tensoriali e che rendono il percorso efficace \neq da quello totale.



$$\begin{cases} p' = \sigma_r' \\ q = 0 \end{cases}$$

applico al provino uno sforzo isotropo pari a σ_r'

2ª Fase: rottura in condizioni non drenate



$$\begin{aligned} \Delta p' &\neq \Delta p & \Delta p' &= \Delta p - \Delta u \\ \Delta q &= \Delta q' \text{ per def.} \end{aligned}$$

applico un carico assiale $\Delta \sigma_{1/2}$
Cond. non drenate \rightarrow nasce una Δu

Differenze:

- CID era noto il percorso efficace, che era quello che noi abbiamo imposto alla prova perché $\sigma = \sigma'$

CIU non sappiamo quale sarà il percorso ^{in termini} delle tensioni efficaci, perché insorge ^{non coincide con quello totale} Δu . Se so predire Δu , so predire anche il percorso ^{delle σ'} . Impongo delle σ , ma non conosco il percorso delle σ'

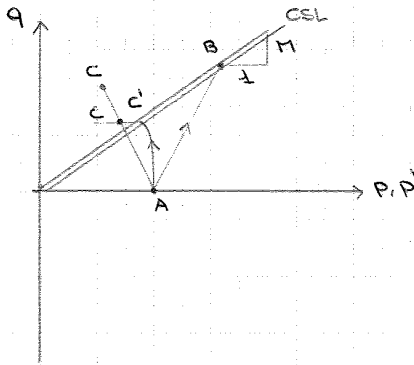
- CID condizioni di carico imposte

CIU come condizione imposta ha un vincolo cinematico: poiché la prova è non drenata non ci possono essere variazioni di volume $\rightarrow \Delta \epsilon_v = 0 \quad \forall t$

$v(t) = v_0 = v_{cs}$ perché il volume specifico si mantiene costante nel corso della prova

Il vincolo cinematico implica una reazione al vincolo (l'acqua non può fuoriuscire dai pori) \rightarrow sovrappressione interstiziale Δu

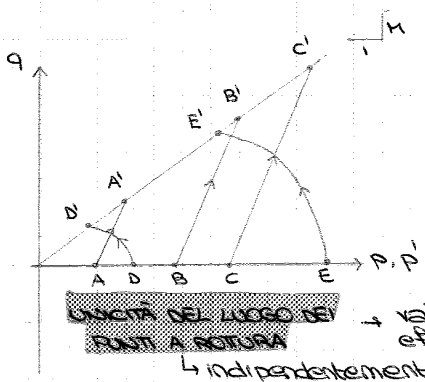
Chiarimento su TSP e ESP



Stress path:
 $A \rightarrow B$ è ESP o TSP?
 - prova drenata \rightarrow è sia ESP sia TSP
 \rightarrow coincidono

$A \rightarrow C$
 - prova drenata \rightarrow non ha senso, non può andare oltre CSL
 - prova non drenata \rightarrow non può essere efficace (dev'essere ^{non} lineare e non andare oltre CSL), ma può essere totale.
 $AC = TSP$
 $AC' = ESP$
 TSP può andare oltre CSL, ESP no.

Anche se TSP va oltre CSL, non viola nessuna condizione, perché il comport. meccan. va letto in termini di σ . ESP invece non può violare questa condizione.



$M \rightarrow \varphi'_{cv}$

Quando vogliamo determinare φ' , eseguiamo almeno 3 prove così da ottenere 3 pti a rottura, interpolo, trovo la pendenza \rightarrow angolo di res. al taglio. Se anziché usare le prove di taglio diretto uso quelle triassiale, faccio lo stesso lavoro. Quindi cos'è che facciamo?...

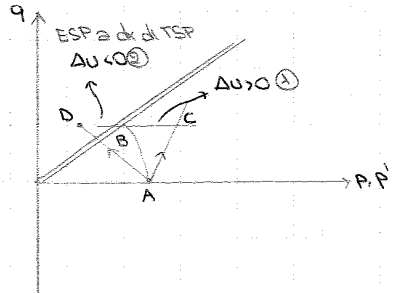
LUOGO DEI PUNTI A ROTTURA \rightarrow validazione sperimentale del principio degli sforzi efficaci (postulato di Terzaghi, 1923)
 \hookrightarrow indipendentemente dalle condizioni di prova (drenata o meno)

Percorsi efficaci / prove drenate
 / " non drenate

... AA' prima prova drenata, poi BB', poi CC' (in A', B', C' \rightarrow rottura dei 3 manni) \rightarrow interpolo e ricavo M. Noto M, ricavo φ . Ma non è necessario per forza fare le prove in condizioni drenate. Se avessimo fatto delle prove non drenate, avremmo ottenuto un ESP da D a D', da E a E' \rightarrow avremmo ottenuto i pti a rottura D', E'. Per ottenere l'involuppo di rottura, tenendo conto di ESP, è indifferente eseguire una prova drenata o non drenata, purché si tenga conto dell'insorgere delle press. interst. e ci distingua tra ESP e TSP.

Ma se posso descrivere l'involuppo di rottura attraverso prove drenate e non, significa che il luogo dei punti a rottura è unico \rightarrow validazione sperimentale del princ. degli sforzi efficaci

Indip. dalle condizioni di prova e purché si considerino le σ' , distinguendo TSP e ESP
 \rightarrow posso fare la prova non drenata, rapida e meno costosa di quella drenata. Questo è un aspetto tecnico, economico



$AB = ESP$ $AC = TSP$ $AD = TSP$



prova di compressione per carico. Posso fare la prova con qualsiasi altra condizione di carico (non per forza 3/1). L'importante è che $\sigma_{assiale} \neq \sigma_{radiale}$ perché la differenza determina il deviatore. Per es. decremento: lo $\sigma_{radiale} \searrow$
 " " " scarico \rightarrow TSP va a sx \rightarrow tende ad assorbire acqua dall'esterno, ad andare in depressione

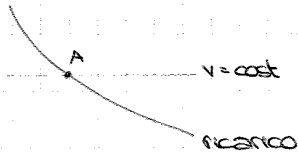
Il tipo di stress path descrive le condizioni di prova che sto adottando. ESP è unico, mentre i TSP possono essere \neq
 ① Comprimi il materiale, l'acqua va in pressione e Δu è > 0
 ② Scarico il materiale \rightarrow il poro assorbe acqua, Δu è < 0 .

- 5.7 (tutto)
- 5.8 (no)
- 5.9 (si)

MODIANO CANTONIERI 1991

Sul piano di compressione non mi sto muovendo, perché $\Delta p' = 0$ perché sono in una fase elastica

A si può muovere solo sulla curva, ma $v = cost \rightarrow sta$
 Fermo finché non arrivo a snervamento.



$\Delta u = ?$ In elasticità:

$\Delta p' = 0$

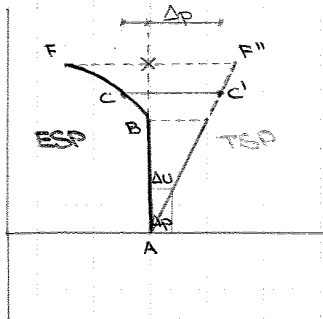
$\Delta p' = \Delta p - \Delta u = 0$

$\rightarrow \Delta u = \Delta p$

la sovrappressione interstiziale \bar{e} è all'incremento della componente sferica
 Il carico che stiamo applicando è interamente supportato dall'acqua

TSP si ferma in F'' rottura \rightarrow sforzo dev. non può ↑

In B il materiale si plasticizza \rightarrow ho sia dev. el. sia pl. \rightarrow non sono più obbligato a muovermi sulla curva di scarico-ricarico \rightarrow posso arrivare a rottura lungo $v = cost \rightarrow$ pto F



AB: comportamento elastico
 tra TSP e ESP lo legge sulla proiezione
 $\Delta u = \Delta p$

Superato B \rightarrow regime elasto-plastico $cc' = \Delta u$

$\Delta u = \Delta p + a \Delta q$

↓
 parametro delle pressioni interstiziali

Δu non dipende più solo dalla componente sferica, ma anche da quella deviatorica in plasticità. L'elasticità non è più applicabile. Quando il materiale è tenero, il suo comportamento non può essere predetto dall'elasticità: sopravvaluterei la resistenza del materiale e sottovaluterei le sovrappressioni che nascono e le deformazioni. Arriverci in X \rightarrow predizione a sfavore di stabilità

*

Il grado di sovraconsolidazione di questi materiali è così elevato che:

- inizialmente risposta estremamente rigida, con un modulo di def. molto elevato
- dopo questo picco, le ulteriori def. sono accompagnate da una caduta di resistenza (comport. ~ sabbia addensata) fino allo stato critico

↳ (E_s, E_v) inizia a comprimersi poi dilata e in corrispondenza del flessio ha il pto della curva $\sigma - \epsilon$

Differenza fondamentale a livello microscopico tra:

- ARGILLA CONSISTENTE → particelle lamellari, di dimensioni colloidali, con una superficie specifica molto alta ($S_{partic} / M_{partic} \approx 20$) → aggl. millimetrica $700/800 m^2/g$. Le forze di massa non hanno nessuna importanza, l'interazione tra le particelle è di natura elettrostatica, non meccanica. Particelle piatte con spessore quasi inesistente.
- SABBIA → particelle sferiche o sub-sferiche, governate da azioni di volume, non di superficie. Non c'è interazione tra le particelle.

Campione → sup. di rottura → a grandi def. queste particelle tendono a disorientarsi. Inizialmente sono disordinate, poi si isorientano.

Queste def. sono così grandi che da un certo pto in avanti devo interrompere il diagramma, finché si stabilizzano su un valore residuo.

Voglio interpretare l'involuppo di rottura con Coulomb, ma le due cose non si sposano.
Coulomb → retta, ma involucro curvilineo → va bene Coulomb in un certo intervallo tensoriale.

ϕ' e c' che trovo sono significativi solo ai fini dell'analisi di stabilità che sto facendo, perché pertinenti all'intervallo di ~~stabilità~~ ^{tensione} di questo problema.

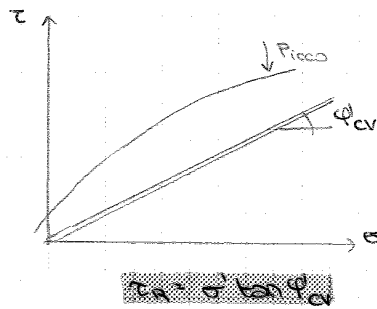
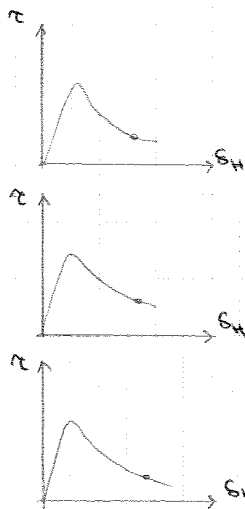
Involuppo di rottura → linearizzo → intercetta c' , angolo di res. al taglio ϕ'
 ma sono termini non appropriati !!! ← COESIONE DEL MATERIALE ANGOLO DI ATTRITO

c' è una quantità che ha un significato geom., cambia al cambiare della linearità.
 che faccio → non è una proprietà del materiale. Invece la coesione lo è!

ϕ' per i motivi già visti (attrito + distacco).

In questa prima fase → involucro di rottura di picco

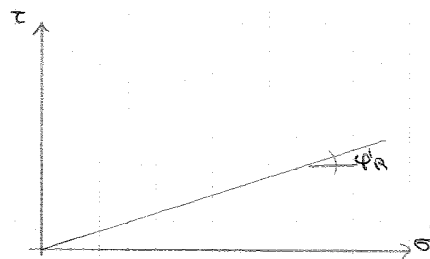
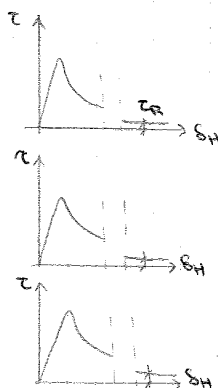
Seconda fase: Comportamento post-picco



Ripeto i valori in corrisp. dello stato critico sul grafico di τ/σ' → ottengo l'angolo di rottura ϕ'_{cv} (angolo critico), descritto dalla stessa eqz. usata per le argille tenere.
 Ripeto, per confronto l'involuppo di rottura di picco: si colloca al di sopra.

Non c'è più c' perché si sono rotti tutti i legami, si è già formata la sup. di discontinuità. I legami di natura diagenetica non sono più attivi.

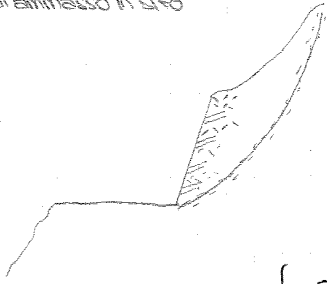
Terza fase: resistenza residua (grandi spost. relativi)



$\tau_R = \sigma' \tan \phi'_R$
 $\phi'_R = f(CF)$ $\left\{ \begin{array}{l} 5^\circ \text{ sabbie} \\ 12^\circ - 14^\circ \text{ calcinate, ilite} \end{array} \right.$
 valori estremamente bassi

involuppo di rottura che passa per l'origine, caratterizzato da un angolo di res. al taglio ϕ'_R , funzione del contenuto e della natura delle particelle argillose ($CF = \text{frazione argillosa}$)

Parete esposta: quando i livelli argillosi → fessure. In lab il profilo può essere intatto e non dare la risposta dell'ammasso in sito



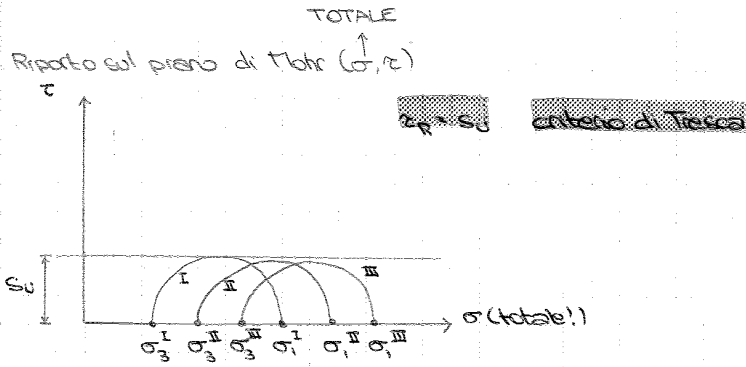
(discontinuità primarie (sedimentazione), flicch (marna e arenarie)), fessure → si aprono con richiamo di acqua
Rammollimento del materiale lungo le fessure stesse
Si perdono nel tempo i legami diagenetici e la resistenza disponibile diventa quella di stato critico (es: metro di lordia)

momenti di primo
distacco

argilla intatta (in sito) → $\tau_R = c' + \sigma' \tan \varphi'$
al prof in lab è capitata 1 volta (Tasato) →
la resistenza è quella di picco

la resistenza è quella di stato critico

argilla fessurata → $\tau_R = \sigma' \tan \varphi'_{cv}$ ← dimentico l'intercetta



Primo provino consolidato a σ_3 a drenaggio chiuso così non varia il contenuto d'acqua ed è rappresentativo del materiale esistente in sito. Poi applico il carico assiale fino a rottura → cerchio di Mohr a rottura

Secondo provino: applico una $\sigma_3 \neq$ e porto a rottura → cerchio di Mohr = a prima, solo tradotto, ma con stesso raggio

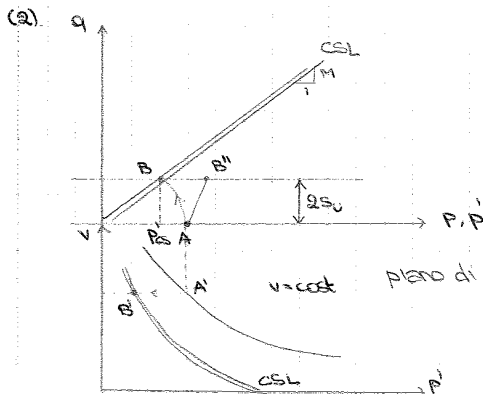
Terzo provino: ripeto
I tre cerchi rappresentano 3 condizioni di rottura
L'involuppo di rottura dev'essere tg ai 3 cerchi → involuppo di rottura orizzontale, inclinat. dato solo dall'intercetta S_u = resistenza non drenata

Se faccio un'analisi in termini di σ , impedendo di consolidare e di drenare, ottengo

il criterio di Tresca. Misuro sperimentalmente S_u e si fa l'analisi di stabilità → trova τ_f → il problema è risolto.

Questo è un artificio per bypassare la difficoltà di prevedere A_u , ma il terreno conti-

nua a comportarsi in termini di tensioni efficaci. Come si scova questo artificio in termini di σ col fatto che il comp. del terreno dipende da σ' ? Cos'è S_u ?



Per spiegare il comp. mecc. delle terre si è stato iniziale e finale (CSL).

Provino A → lo porto a rottura in condizioni non drenate. TSP → in B il materiale arriva a rottura

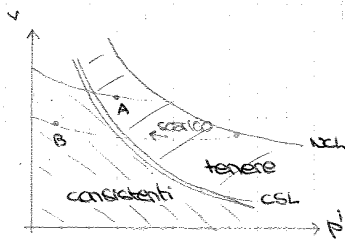
è il raggio del cerchio

$$q = \sigma_1 - \sigma_3 \quad S_u = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \rightarrow q_f = 2S_u \rightarrow \text{l'ordinata è legata a } S_u$$

Il deviatore a rottura è legato a S_u in termini di σ , all'involuppo di rottura di Coulomb in termini di σ' .

Argilla tenera / consistente: deformazioni

Piano di compr. non è interamente accessibile → ptr con significato fisico a sx o su NCL / sotto → sovraconsolidat



Stato iniziale:

a dx di CSL → comport. duttile

a sx di CSL → mecc. instabile
↳ $\Delta u < 0$

TENERE

CONSISTENTE

Date le coord. iniziale, conosco il tipo di argilla.

Vado a rottura muovendomi verso sx, verso CSL → il materiale tende a comprimersi → duttile
Se sono a sx di CSL, significa che il materiale ha v così basso che per arrivare a rottura deve dilatarsi → picco e inst. mezz. → mecc. instabile.

tenera → scarico → diventa OC

Eqz di Laplace

Le eqz alle derivate parziali si dividono in 3 gruppi:
 conoscere la stz di un'eqz diff. aiuta a risolvere molti problemi
 - parabolo
 - iperbolico → dalla stessa eqz
 ellittico

diff. può essere espressa un'ampia classe di problemi. Per noi ora $\nabla^2 h = 0$ rappre-
 senta il moto di filtrazione in regime stazionario. ^{in un mezzo poroso} Se sostituisco ad $h \rightarrow w =$
 inflessione membrana, troverei un'eqz che governa la deformata di una struttura.

Risolvere l'eqz di Laplace \Rightarrow trovare la funzione h che dipende solo dai pto

$$h = h(x, y, z)$$

\Rightarrow funzione che varia con continuità nel dominio spaziale \Rightarrow definire un campo
 scalare.

Prima di risolverla

Bisogna chiedersi: esiste la stz all'eqz di Laplace? esistenza
 è unica? unicità
 è stabile? stabilità
 \hookrightarrow a piccole perturbazioni devono corrispondere piccole
 simi deviazioni della stz

Dipende da come vengono formulate le condizioni al contorno:

- o assegno al contorno i valori della funzione stessa $h = g$ nota \rightarrow problema di Dirichlet

- " " il valore della derivata direzionale di h (o del gradiente
 di h) $\nabla h \rightarrow$ problema di Neumann

Devo esprimerle in termini di h o di ∇h .

Se così è, sono sicura che la stz esiste \rightarrow posso affrontare il problema analiti-
 camente o per via numerica

Risolta l'eqz, conosco quanto vale il carico idraulico in tutti i punti. A cosa ci
 serve? Quando "solliamo problemi di stabilità vogliamo la resistenza al taglio,
 che dipende dalle σ' . Oppure i cedimenti ^{SLE} dipendono dalle σ'

\Rightarrow vogliamo in ogni problema conoscere le tensioni efficaci. Le sappiamo cal-
 colare se conosciamo le pressioni interstiziali, qualunque sia la natura del moto di filtrazione

\Rightarrow interesse primario: calcolo delle pressioni interstiziali

$$\hookrightarrow \sigma' = \sigma - u$$

\hookrightarrow analisi di stabilità

Nota h il problema è risolto, perché $h = \xi + \frac{u}{\gamma_w} \Rightarrow$ nota h in VP e ξ (dato per def.)

quota
 geom.

γ_w

altezza di pressione

$$u = \gamma_w (h - \xi)$$

$$\hookrightarrow \sigma' = \sigma - u$$

Questo è l'obiettivo finale.

Immagino che le quote siano 10 e 6.

Trallo \overline{AB} : equipotenziale $\Rightarrow h = 10$ m

↓
 conosco δ e ν , ma non sono né di Neumann, né di Dirichlet. La variabile dip. è h . Metto
 insieme le condizioni $\rightarrow h = 10$ in A, in B, in ogni punto intermedio \rightarrow equipotenziale

Trallo \overline{CD} : equipotenziale $\Rightarrow h = 6$ m

↓
 (tutti i pti sono a p_{atm} e hanno la stessa quota geometrica)

Trallo \overline{EF} : linea di flusso $\Rightarrow \underline{v} \cdot \underline{n} = 0 \Rightarrow \nabla h \cdot \frac{\nabla F}{|\nabla F|} = 0$ l'equipotenziale è verticale
 ↓
 (conosco z e quindi σ , ma non mi servono) Lo strato EF è impermeabile \rightarrow la componente

verticale della velocità dev'essere nulla \rightarrow la velocità dell'acqua dev'essere //, tangente a $EF \rightarrow EF$ è una linea di flusso. Come lo esprimo matematicamente? Indico con \underline{n} il vettore \perp a $EF \rightarrow \underline{v} \cdot \underline{n} = 0$. Ma dev'essere h ! Esprimo analiticamente EF . È un piano $\rightarrow F = 0$. L'eqz della normale \underline{n} è $\underline{n} = \frac{\nabla F}{|\nabla F|}$. Il gradiente è il vettore che è \perp alla superficie; divido per il modulo per ottenere un vettore. Ma $v = \nabla h$ a meno di K che è una costante $\rightarrow \nabla h \cdot \frac{\nabla F}{|\nabla F|} = 0$ condizione al contorno di Neumann

Trallo \overline{BMNC} : linea di flusso $\Rightarrow \nabla h \cdot \frac{\nabla F}{|\nabla F|} = 0$

↓
 l'acqua non può attraversare il diaframma in orizzontale \rightarrow è una linea di flusso \rightarrow stessa espressione analitica di prima, cambierò l'espressione di F che ora è un piano verticale

Ora le condizioni al contorno sono espresse correttamente \rightarrow posso «vedere» l'eqz di h visto so che la sta esiste ed è unica

Pto P su \overline{AB} : linea di flusso dev'essere verticale, perché dev'essere \perp ad \overline{AB}

Perché EF è una linea di flusso l'equipot dev'essere verticale, ma lo è anche BM .

Le linee di flusso costituiscono il supporto delle linee equip., che a servono per

trovare h . Stabilisco un conveniente numero di linee equip. che devono essere sempre \perp a linee equip. \rightarrow n salti di potenziale

Non sono maglie quadrate. Se disegnate correttamente devo poter inscrivere un cerchio, all'interno di ogni maglia

sarebbe che ci sia un'arbitrarietà nel disegno, ma non è così.



punti medi \rightarrow inscrivere un cerchio
 Se non riesco a farlo vuol dire che è disegnato male

Linee equip. + linee di flusso \rightarrow RETE DI FLUSSO.

Vogliamo dimostrare che se è nota la rete di flusso, sono note tutte le grandezze ingegneristiche di interesse per risolvere i problemi di SLU e SLE

Considero il pto A.

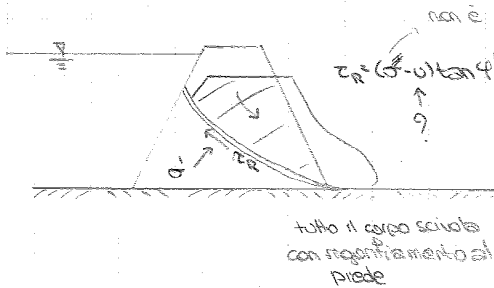
Tutti i problemi di filtrazione nei riguardi della variabile tempo si dividono in

- problemi di flusso stazionario
- " " " transitorio

Nei riguardi delle condizioni al contorno

- " " " confinato → conosco a priori tutte le cond. al contorno (nostro caso)
- " " " a sup. libera → una delle cond. al contorno non è nota, ma è data dalla s/z stessa (più complicati)

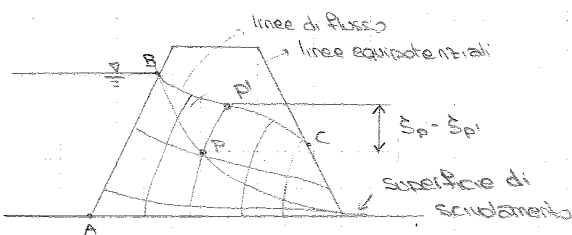
Metodi di filtrazione non confinati (superficie libera)



costruzione di una diga in terra, a monte
 invaso, substrato roccioso o impermeabile
 come realtaria per valutare le perdite
 Problemi: tenuta della diga in terra, (problema idraulico)
 stabilità del corpo diga. valutare se è stabile e con quali
 margini di sicurezza lo è

Analisi di stabilità

Immagino un meccanismo di rottura (es: sup. di scivolamento) → si oppone la resistenza al taglio. τ_R dipende da σ (pressione interst. in VP) che passa per il piede della diga. Devo conoscere u → devo risolvere il modo di filtrazione



livello di max invaso → deve essere un franco idraulico per evitare meccanismi di rottura per trascinamento. Nel tempo si instaura un modo di filtrazione AB → equipotenziale → linee di flusso partono ⊥ AB fino a incontrare il piede

BC a priori non è nota! Risolvo il problema graficamente e poi verifico se la sup. libera soddisfa le cond. al contorno. Se non lo soddisfa, correggo iterativamente la posizione della sup. libera. Le condizioni che BC deve soddisfare sono:

BC: $\left\{ \begin{array}{l} \text{linea di flusso} \\ \text{superficie libera} \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} \tau h \cdot \frac{V_F}{IVF} = 0 \\ u = 0 \end{array}$ Perché? S. c'è la terra, ma è come se fosse esposto. Non c'è liquido.

Impongo BC e verifico che $u=0$. Se così non è, sposto BC un po' su o giù e così procedo iterativamente.

Costruito la rete di filtrazione, come calcolo la press. interst. nei vari punti?

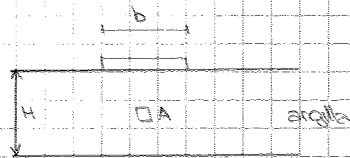
ci serve per fare l'analisi di stabilità

Lezione 15, 30.4.'13

Metodi di filtrazione in regime transitorio

TEORIA DELLA CONSOLIDAZIONE [6.11]

- Premessa: è importante studiare questi moti... perché? Fondazione di dimensioni finite su terreno a grana fine (o in generale bassa cond. idraulica)



Il cedimento è differente nel tempo, non è contestuale all'appl. del carico.

Nel caso dell'applicazione del carico è possibile distinguere i cedimenti della fondazione in determinate aliquote

Ordinata: q , carico applicato; w , cedimento (su un altro diagramma)

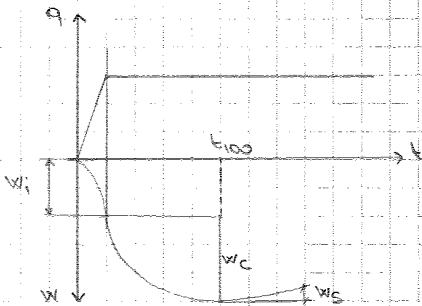
Ascissa: tempo t

L'applicazione del carico avviene in un tempo finito, dopodiché si mantiene costante nel tempo.

L'aliquota maggiore è w_c , mentre $w_i = 10\% w_c$

e altrettanto piccola è $w_s \rightarrow$ devo saper predire

$w_c \rightarrow$ predico il grosso dei cedimenti che sovraccarica la struttura. Ma calcoleremo tutti e 3.



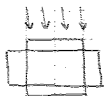
Se il terreno è dotato di bassissima cond. idraulica \rightarrow condiz. non drenate

- ① Avremo un w_i = cedimento immediato, che avviene durante l'applicazione del carico. w_i è caratterizzato dalle seguenti peculiarità:

- cedimento in condizioni non drenate \rightarrow avviene a volume costante

Considero il generico elemento A sotto la fondazione.

All'accoppiamento assiale deve necessariamente corrispondere un



allungamento delle fibre in direz. radiale \rightarrow espansione laterale.

- insorge $\Delta u > 0$ sovrappressione interst., contestualmente all'appl. del carico

- ② Nel tempo inizia il flusso dell'acqua \rightarrow espulsione di acqua dai pori e ridiz. di e

$\rightarrow w_c$ = cedimento di consolidazione, prodotto da una variazione delle σ' dovuta alla dissipazione delle sovrappressioni interstiziale.

- ③ Tale processo tende a esaurirsi nel tempo $\rightarrow t_{100}$ tutte le Δu sono diventate σ' . I gradienti idraulici si sono dissipati.

I materiali naturali non sono elastoplastici solo (il processo finirebbe qui) ma

sono anche viscosi \rightarrow fenomeni differenti nel tempo $\rightarrow w_s$ = cedimento secondario

dovuto alle deformazioni viscosi ("creep") che avviene sotto σ' costanti (Δu è già dissipata, le tensioni efficaci sono in equilibrio col carico applicato)

Ⓐ

periodo di tempo relativ. breve

indice dei vuoti

istante di fine consolidazione

nel tempo, un'ulteriore aliquota di cedimento

cedim. inre diato \rightarrow var. di nom. \rightarrow cost. \rightarrow non c'è, case inre propria esometrico

Il fenomeno transitorio avviene solo nel caso di materiali con bassa conducibilità idraulica (terreni a grana fine).

costruzione del modello matematico della consolidazione

Simula un fenomeno. Si introducono delle **hp**:

- ① per semplicità \rightarrow caso unidimensionale
- ② mezzo poroso saturo
- ③ sia l'acqua sia le singole particelle siano incompressibili. Non è un'hp limitativa perché le deformazioni sono dovute a una riduzione dell'indice dei vuoti, non alla compressibilità delle singole particelle o dell'acqua.
- ④ comportamento del mezzo poroso sia lineare (della fase solida) $\rightarrow \Delta E_{zz} = m_v \Delta \sigma'_{zz}$
 con $m_v = \frac{1}{E_{ed}}$ \rightarrow significa dire $m_v = \text{cost}$
 In realtà non è così, ma nell'ambito dell'intervallo tensionale di interesse lo è perché lo linearizzo io, scelgo opportunamente E_{ed}
- ⑤ nell'intervallo tensionale di interesse $K = \text{cost}$

Relazioni fondamentali

(a) w_c che avviene nel tempo è una variazione di volume che dev'essere = a un'espulsione di un pari V di acqua dai pori interst. \rightarrow eqz di continuità, che è un'eqz di conserv. della massa, che deve valere localmente, in ogni pto del dominio.

$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \underline{v}) = 0$ eqz locale o espressione esteriore della conserv. della massa
 \rightarrow eqz simbolica o vettoriale. Non ha senso in s.c.

derivata locale, non sostanziale

Il nostro mezzo è un mezzo bifase \rightarrow 2 continui sovrapposti \rightarrow la stessa eqz va scritta per ciascuna delle due fasi. solido / fluido per il principio di equipresenza

Fase fluida:

$\frac{\partial (n \rho_w)}{\partial t} + \nabla \cdot [n \rho_w \underline{v}_w] = 0$ ρ non è ρ_w perché non tutto il dominio è occupato dall'acqua $\rightarrow [n]$ è la frazione di volume della fase fluida
 $\frac{V_{fluida}}{V_{tot}}$

Fase solida:

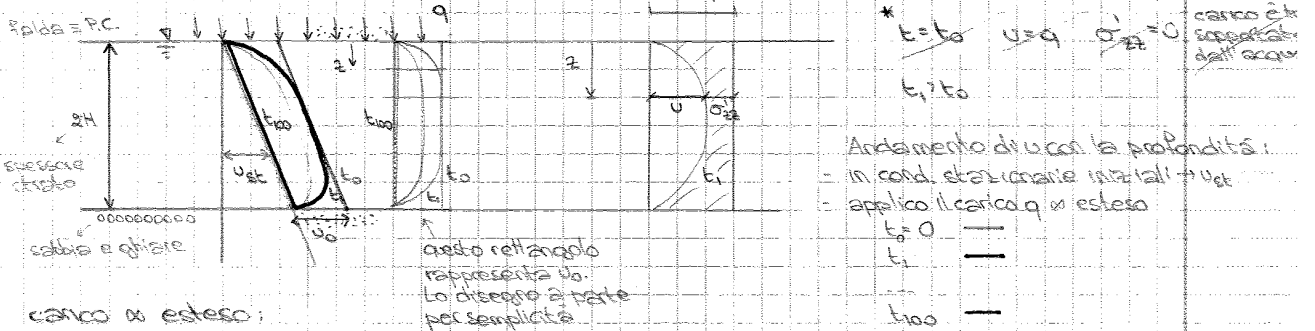
$\frac{\partial [(1-n) \rho_s]}{\partial t} + \nabla \cdot [(1-n) \rho_s \underline{v}_s] = 0$ $[1-n]$ è la frazione di volume della fase solida.

Ho usato l'hp 2.

operatore divergenza

Hp 3 \rightarrow se $\rho_w = \text{cost}$ lo porto fuori da $\frac{\partial}{\partial t}$ e da $\nabla \cdot$. Se non fosse così, si complichebbe (dovrei introdurre un'eqz di stato per l'acqua)

Rispetto all'eqz di Laplace è più complicata, perché essendo un'eqz di equilibrio, dipende dalle condizioni al contorno e dalle cond. iniziali → problema al contorno e al dato iniziale, noto come problema di Cauchy-Dirichlet. Affinché la sia esatta, sia unica e stabile, le cond. al contorno devono essere tipo Dirichlet e le cond. iniziali tipo Cauchy.



carico \propto esteso:

$t=0$ $\forall z$ l'intero carico è supportato dalla sovrapp. interst. $u_0 = q$ e $\sigma'_{zz} = 0$
 u_0 è un rettangolo che rappresenta la distribuzione di u_0 nello spazio ad un certo istante di tempo → isocrona. Definire le cond. iniziali \Rightarrow definire l'isocrona iniziale

Cosa succede per $t > 0$?

Strato sup. e inf. permeabili → in un istante di tempo successivo, la pressione dell'acqua in corrispondenza di questi due strati tende a portarsi in cond. di equilibrio con le cond. al contorno → t_1 . Il diagramma evolve progressiv., u_0 si dissipa e la pressione si riduce. Per $t \rightarrow \infty$, tutta la sovrapp. si è dissipata → coincide col valore di inf. stazionario. u cambia nel tempo, ma $u = u(z, t)$ con z cambia il modo di cambiare di u . È descritta dalle varie sovrapp. u è la sol. dell'eqz di Laplace perché le var. indep. sono z e t ; u è la funzione pressioni interstiziali.

* Il rettangolo è pari al carico applicato; devo sempre avere $q = u + \sigma'_{zz}$ se no è violato l'equilibrio. Se nel tempo $u \downarrow$ significa che $\sigma'_{zz} \uparrow$ ma allora anche $E_{zz} \uparrow$. Quando $////$ diventa tutto il rettangolo → $q = \sigma'_{zz}$. La def. a un dato z è $\sigma'_{zz} \cdot m_v$. Cedimento della struttura = $\int //// \cdot m_v$

//// cresce cambia nel tempo → ~~varia~~ nel tempo il cedimento

Isocrona rappresentata dal rettangolo all'istante iniziale t_0 ; a t_1 ho la parabola.



σ'_{zz} \rightarrow complemento a q di u
 A quella generica profondità
 $E_{zz} = m_v \sigma'_{zz}$ def. verticale che vale in tutti i punti
 cedimento al generico istante $t \rightarrow w(t) = \int_0^{2H} E_{zz} dz = \int_0^{2H} m_v \sigma'_{zz} dz = \int_0^{2H} \sigma'_{zz} dz \cdot m_v$
 $////$

//// cresce nel tempo → $w(t)$ cresce nel tempo

$t_{100} \rightarrow$ cedimento di consolidazione = w_c

col tempo la distanza tra le isocrona diminuisce, la velocità con cui u_0 si dissipa diminuisce e occorre sempre più tempo.