NUMERO: 725

DATA: 07/10/2013

A P P U N T I

STUDENTE: Simone

MATERIA: Manutenzione
Prof. Boccomini_DelPrete

MANUTENZIONE

Affidabilità: capacità di un sistema di funzionare correttamente per svolgere il compito per cui il sistema è stato creato.

Oggi è importante progettare in termini affidabilistici e valutare quotidianamente le inaffidabilità del sistema.

Un marchio viene percepito come inaffidabile perché:
- non è in grado di progettare in termini affidabilistici
- non è in grado di mantenere costante nel tempo le caratteristiche di affidabilità del sistema

un marchio inaffidabile è destinato a fallire.

AFFIDABILITÀ DI SISTEMI, COMPONENTI

SISTEMA

↕

COMPONENTE

- NON RIPARABILE → deve essere sostituito.
- RIPARABILE → ~~può essere sostituito da un altro componente~~ subisce transizione da stato da funzionante a stato di guasto

Un sistema costituito da solo componenti non riparabili viene detto SISTEMA NON RIPARABILE. Quando un componente si guasta, l'intero sistema deve essere bloccato, il pezzo deve essere cambiato e poi il sistema deve essere fatto ripartire.

Sistema composto da solo componenti riparabili viene detto SISTEMA DI TIPO RIPARABILE. Il sistema deve essere comunque bloccato. Qui il componente ha una storia di guasti

C.R. $A(t)$ disponibilità } mutuamente esclusive
$1-A(t)$ indisponibilità
$M(t)$ numero medio dei guasti
$m(t)$ intensità dei guasti
MTBF mean time between failure

Avere a che fare con CR o CNR cambia la modalità di trattazione del problema.

Tasso di guasto $\neq$ intensità di guasto

Tasso di guasto	intensità di guasto
- caratteristica dei CNR	- caratteristico CR
- unica variabile casuale: TTF	- successione di variabili casuali (tempo fino al 1° guasto, tempo fino 2° guasto ecc...)

D'ora in avanti ci si riferisce a CNR

CNR COMPONENTI NON RIPARABILI

Affidabilità di un oggetto è la capacità di:

1. x adempiere alla f.ne richiesta
2. x per un determinato periodo di tempo
3. x in condizioni ambientali e operative definite

f.ne richiesta

1. la f.ne richiesta deve essere definita chiaramente e univocamente.
↓
identifica il limite di accettazione del comportamento corretto del sistema
↓

I. COMPONENTI BISTABILI

transizione da funzionamento a guasto univoca (quando non ho dubbi sul funzionamento o meno di un componente)

II. COMPONENTI A DECADIMENTO DELLE PRESTAZIONI

Deve essere definita una soglia di prestazione
Il limite non è univoco, ma una fascia di tempo; prima il componente è considerato in f.ne, dopo guasto!

2

Per un determinato periodo di tempo

② $[t_0, t]$ inizio, fine

t_0 ——— t

se $t_0 = 0$ t missione $= t$

NB t_0 è imp. specialmente nel caso di componenti a decadimento di prestazioni.

- L'affidabilità è legata all'intervallo di tempo in cui la valutiamo, ma è una grandezza istantanea.

$\boxed{R(t) \leftarrow [t_0, t]}$

R(t) dipende da quando la misuro! Varia nel tempo!

- La disponibilità è invece una grandezza istantanea

Condizioni ambientali e operative definite

③ Immagazzinamento a norma di un componente è richiesto per ottenere una certa affidabilità.

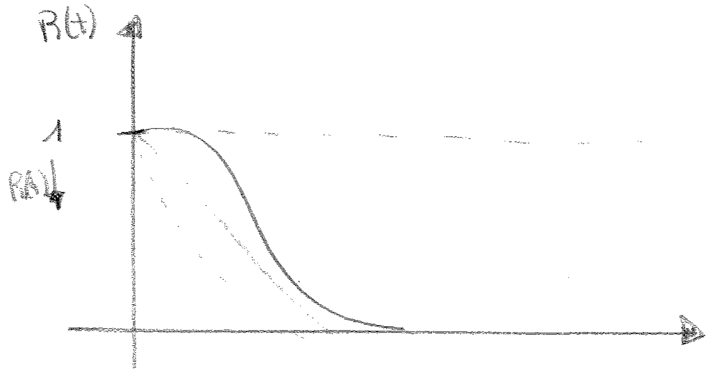
L'ambiente influenza affidabilità, in particolare influenzano l'affidabilità del componente:

- immagazzinamento
- inquinamento ambiente
- operatore (senza preparazione)
- manutenzione

Dal pto di vista delle grandezze, l'affidabilità è una f di ①,②,③.

quindi $0 \le R(t) \le 1$

estremi $t=0 \quad R(0) = 1$
$t = \infty \quad R(\infty) = 0$



Affidabilità nell'intervallo di missione può solo essere DECRESCENTE

3

- Per componente il cui tempo parte da 0

$$\boxed{R(t) = \mathbb{P}(\tau > t) \quad \text{AFFIDABILITÀ}}$$

- Per componente il cui tempo non parte da 0 xké il comportamento ha già una certa età

$$\boxed{R(t+s \mid s) = \frac{R(s+t)}{R(s)} \quad \text{AFF. DI INTERVALLO}}$$

$\downarrow$

Nonostante i due intervalli abbiano entrambi ampiezza t, un componente di una certa età ha comportamento ≠ da un componente + giovane.

AFFIDABILITÀ DI INTERVALLO $\boxed{R(s+t \mid s)}$

$\downarrow$

$\mathbb{P}$ di trovarci nell'intervallo funzionale $[s, s+t]$ dopo che si è già verificato s, cioè il componente abbia già raggiunto l'età s.

Probabilità condizionata $\mathbb{P}(A \mid B) = \dfrac{P(A \cap B)}{P(B)}$

$\downarrow$

$$\boxed{R(s+t \mid s) = \frac{\mathbb{P}(\tau > s+t \cap \tau > s)}{\mathbb{P}(\tau > s)} = \frac{\mathbb{P}(\tau > s+t)}{\mathbb{P}(\tau > s)} = \frac{R(s+t)}{R(s)}}$$

se $\tau > s+t$ allora è maggiore anche di s

Notiamo che di solito $R(t) < R(s+t \mid s)$

L'aff. di intervallo è sempre condizionata dall'età del componente, tranne nel caso in cui il componente può essere considerato "come nuovo" perché ha $\rho(t) = \text{cost}$

4

MEAN TIME TO FAILURE MTTF

∃ MTTF dei diversi componenti sono direttamente confrontabili ~~configurabili~~ tra loro

Non è possibile invece la confrontabilità con altre caratteristiche affidabilistiche

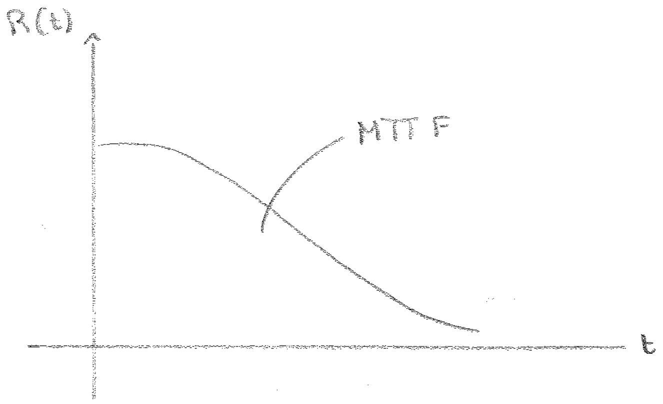
↳ importante mantenere stessa caratteristica affidabilistica durante l'analisi di affidabilità.

MTTF usato × confronti tra affidabilità di componenti o di sistemi ≠

$$MTTF = \int_0^\infty t \cdot f(t) \cdot dt = -\int_0^\infty t \frac{dR(t)}{dt} dt = \text{integro} \times \text{parti} =$$

$$= \left[-t\,R(t)\right]_0^\infty + \int_0^\infty R(t)\,dt = \overbrace{-\infty \cdot R(\infty)}^{0} + \overbrace{0 \cdot R(0)}^{0} + \int_0^\infty R(t)\,dt =$$

$$= 0 + \int_0^\infty R(t)\,dt = \int_0^\infty R(t)\,dt$$



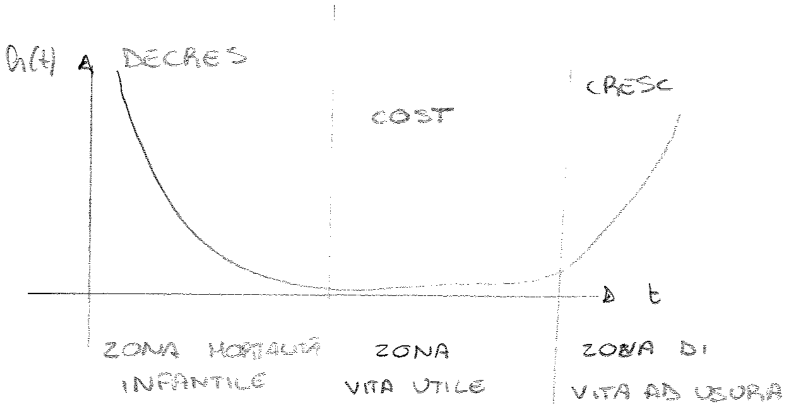
MTTF è il valor medio del tempo fino al guasto, ma è anche l'aria sottesa dalla curva R(t).

$$\boxed{MTTF = \int_0^\infty R(t)\,dt}$$

h(t) può essere :

- crescente
- decrescente
- costante

NB è una f^ne sempre positiva



$$h(t) = -\frac{dR(t)}{R(t)dt}$$ ⇝ separo variabili

$$h(t)dt = -\frac{dR(t)}{R(t)} = -\ln R(t)$$ ⇝ cambio di segno

$$\left[\frac{df(x)}{f(x)} = \ln f(x) \right]$$

$$-h(t)\,dt = \ln R(t) \rightarrow \boxed{R(t) = e^{-\int_0^t h(t)dt}}$$

FORMULAZIONE GENERALE DI TIPO INTEGRALE DELL'AFFIDABILITÀ SCRITTA IN RELAZIONE AL TASSO DI GUASTO

analogo discorso per f(t)

$$f(t) = h(t)\cdot R(t) \rightarrow \boxed{f(t) = h(t)\cdot e^{-\int_0^t h(t)dt}}$$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 13 di 161

DWIGHT ~ integrali

CONTINUAZIONE ES 1

c) $f(t) = ?$ $\quad t = 50\ h$

$$f(t) = h(t) \cdot R(t) = h(t) \cdot e^{-\int_0^t h(x)\,dx} \Rightarrow f(t) = 5 \cdot 10^{-6} t \cdot e^{-\int_0^t 5 \cdot 10^{-6} x\,dx} =$$

$$= 5 \cdot 10^{-6}\, t \cdot e^{-5 \cdot 10^{-6} \int_0^t x\,dx} = 5 \cdot 10^{-6}\, t\, e^{-2.5 \cdot 10^{-6} x^2 \big|_0^t} =$$

$$= 5 \cdot 10^{-6}\, t \cdot e^{-2.5 \cdot 10^{-6} t^2}$$

$f(50) = 2.5 \cdot 10^{-4}$ ore^{-1}

d) $F(t) = ?$ $\quad t = 50$ ore $\quad$ xké ??

$$F(t) = \int_0^t f(x)\,dx \neq \int_0^t 5 \cdot 10^{-6}\, x\, e^{-2.5 \cdot 10^{-6} x^2}\,dx$$ quindi?

$$F(t) = 1 - R(t) = 1 - e^{-2.5 \cdot 10^{-6} t^2}$$

$F(50) = 0.006$

e) MTTF = ?

$$MTTF = \int_0^\infty R(t)\,dt = \int_0^\infty e^{-2.5 \cdot 10^{-6} t^2}\,dt = \int_0^\infty e^{-kt^2}\,dt$$

nel DWIGHT ~ $\int e^{-z^2}\,dz$ mi devo riportare a questo quindi

cambio variabile

$$z^2 = kt^2 \rightarrow z = \sqrt{k}\,t \rightarrow dz = \sqrt{k}\,dt \rightarrow dt = \frac{dz}{\sqrt{k}}$$

calcolo i limiti di integrazione

$t \to 0 \qquad z \to 0$

$t \to \infty \qquad z \to \infty$ $\qquad$ calcolo su $z^2 = kt^2$

$$MTTF = \int_0^\infty e^{-z^2} \frac{dz}{\sqrt{k}} = \frac{1}{\sqrt{k}} \underbrace{\int_0^\infty e^{-z^2}\,dz}$$

è una fuz che trovo nel libro: ERF = error function $\rightarrow$

calcolando i limiti di integrale ho:

$$\int_1^{1+0.001t} \frac{0.001}{z^2} \cdot \frac{\partial z}{0.01} = \int_1^{1+0.001t} z^{-2}\, \partial z = \frac{1}{-2+1} z^{-2+1} \Big|_1^{1+0.001t} =$$

$$-\frac{1}{z}\Big|_1^{1+0.001t} = -\frac{1}{1+0.001t} + 1 = \frac{1+0.001t-1}{1+0.001t} = \frac{0.001t}{1+0.001t}$$

$$h(t) = \frac{0.001}{(1+0.001t)^2} \cdot \frac{1}{1 - \frac{0.001t}{1+0.001t}} =$$

$$= \frac{0.001}{(1+0.001t)^2} \cdot \frac{1}{\frac{1+\cancel{0.001t-0.001t}}{1+0.001t}}$$

$$h(t) = \frac{0.001}{(1+0.001t)^{\cancel{2}}} \cdot \frac{\cancel{(1+0.001t)}}{1} = \frac{0.001}{1+0.001t}$$

$t = 20$ ore $\quad h(20) = 9.8 \cdot 10^{-4} \cdot \text{ore}^{-1}$

b) $t^* = ?$ $\quad R(t^*) = 99.9\%$

$$R(t) = 1 - \int_0^t f(x)\,dx = 1 - \frac{0.001t}{1+0.001t} = \underbrace{\frac{1}{1+0.001t}}$$

$$0.999 = \frac{1}{1+0.001t^*} \qquad t^* \cong 1 \text{ ora}$$

c) $t^* = ?$ $\quad s = 100$ ore

$$R(s+t^*|s) = 0.999 \qquad R(s+t|s) = 99.9\%$$

$$R(s+t|s) = \frac{R(s+t)}{R(s)} = \frac{\frac{1}{1+0.001(s+t)}}{\frac{1}{1+0.001 \cdot s}} = \frac{1+0.001s}{1+0.001(s+t)}$$

→ 8

MODELLI R(t)

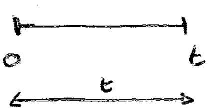
∃ molti modelli × rappresentare l'affidabilità di un componente.
Vediamo 2 modelli, quelli rappresentativi × la parte più lunga del componente (almeno × i comp. meccanici)
e quelli che hanno affidabilità crescente, cost o decres. a seconda del tratto

* **ESPONENZIALE NEGATIVO**
* **WEIBULL**

① R(t) esponenziale ⊖

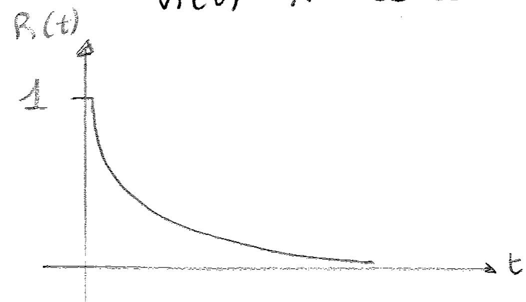
h(t) = cost → VITA UTILE

Rappresenta bene il funzionamento di un componente con tasso di guasto costante nel tempo.
Questa caratteristica si trova nel segmento della 'vita utile', che è il tratto più lungo.
Un vantaggio di questo modello è che affidabilità intervallo coincide con affidabilità (perché la missione inizi e cominci all'interno dell'intervallo di vita utile)



$$R(t) = e^{-\lambda t} = e^{-\int_0^t \lambda dx} = e^{-\lambda x|_0^t} = \boxed{= e^{-\lambda t}} \ (*)$$

$$h(t) = \lambda = \text{costante nel tempo}$$



$R(t) \to 1$ per $t \to 0$
$R(t) \to 0$ per $t \to \infty$

è l'unico modello × cui

- $h(t) = cost$
- affidabilità di intervallo ≡ affidabilità

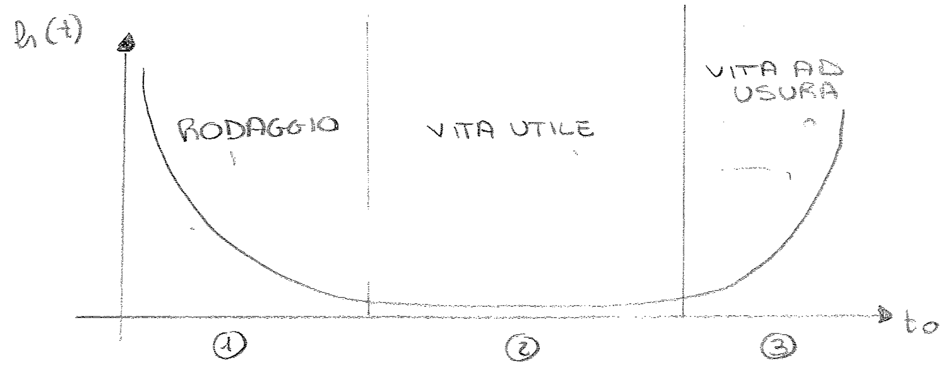
2 MODELLO DI AFFIDABILITÀ DI WEIBULL

Valido solo con vita ad usura

$$\left[R(t) = \begin{cases} 1 & \text{per } t < \gamma \\ e^{-\left(\frac{t-\gamma}{\eta}\right)^{\beta}} & \text{per } t > \gamma \end{cases} \right]$$

$\boxed{\text{WEIBULL}}$

NB in 1 e 3 non é possibile usare il modello exp ⊖ xké $h \neq cost$



1 mortalità infantile

$h(t)$ decrescente

2 zona di vita utile

$h(t)$ costante

! $R(t) = e^{-\lambda t}$!

xké $h(t)$ é costante uso modello exp. visto prima

3 zona di vita ad usura ~

$h(t)$ crescente

↓

caso in cui i guasti sono dovuti da fatica e/o usura

imp in questa parte fare delle misure (come le vibrazioni) e fare dei modelli matema x stimare la vita rimanente!

Un'espressione matematica che vada bene per tutti e 3 gli intervalli é esprimibile come:

$$\boxed{h(t) = \alpha \cdot \beta \cdot t^{\beta-1}}$$

α, β costanti ⊕

$\boxed{\beta}$ parametro di forma → descrive la forma, l'andamento di $h(t)$

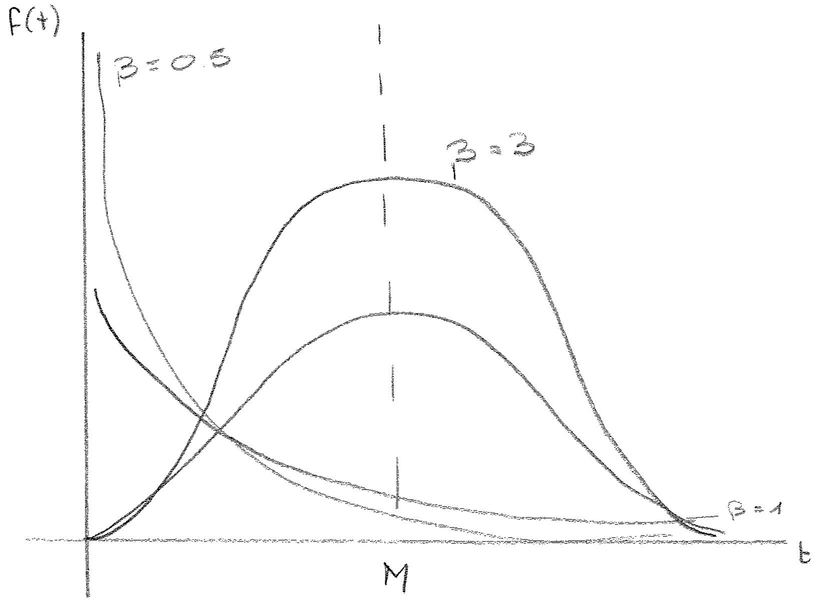
normalmente x componenti industriali $0{,}5 < \beta < 5$

- in 2 $\beta = 1$
- in 1 $\beta < 1$
- in 3 $\beta > 1$

NB per $\beta \geq 3$ si può usare la gaussiana ↓ é + semplice xké ho tabelle numeriche

$\boxed{\gamma}$ vita minima o vita sicura = periodo di tempo entro il quale il componente non presenta guasti.

Di solito $\gamma = 0$ $\quad$ $\gamma = 1$ solo quando $t = 0$



Al crescere di β f(t) tende ad avere andamento sempre + simmetrico finché β = 3 → diventa una gaussiana simmetrica rispetto pto M e per β ≥ 3 si può approssimare con gaussiana

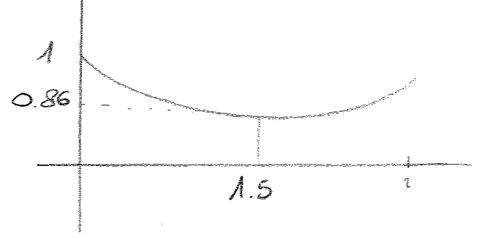
$$MTTF = \int_0^{\infty} R(t)\,dt = \int_0^{\gamma} R(t)\,dt + \int_{\gamma}^{\infty} R(t)\,dt = \gamma + \eta \cdot \Gamma\left(1 + \frac{1}{\beta}\right)$$

f.ne gamma completa, è una f.ne notevole

MTTF non è l'inverso del tasso di guasto.

NB: non usare l'exp negativo a meno che non sia indicato qualcosa che ci faccia capire di poterlo usare.

$$\Gamma(x) = \int_0^{\infty} x^{x-1} e^{-x}\,dx$$



$$\Gamma(1+x) = x \cdot \Gamma(x)$$

$$R(MTTF) = e^{-\left(\Gamma\left(1+\frac{1}{\beta}\right)\right)^{\beta}}$$

NON CAPITO BENE

solo per mat. fare

$$R(s+t \mid s) = \frac{R(s+t)}{R(s)} = e^{-\left[\left(\frac{s+t-\gamma}{\eta}\right)^{\beta} - \left(\frac{s-\gamma}{\eta}\right)^{\beta}\right]}$$

ES 1 su scheda 2

MTTF = 25 000 ore

vita utile → sta lavorando in vita utile, quindi l'affid. è di tipo exp e il tasso di guasto è cost nel tempo e $MTTF = \frac{1}{\lambda}$

$R(s+t|s) = R(t)$

$h(t) = \lambda$

$R(t) = e^{-\lambda t}$

a) $h(t) = ?$

b) $t_{95\%} = ?$ affidabilità del 95% $R(t_{95\%}) = 0.95 \cong$

c) $s = 10\,000$ ore $R(s+t^*|s) = 0.95$

$t^*_{0.95} = ?$

a) $h(t) = \lambda = \frac{1}{MTTF} = 4 \cdot 10^{-5}\ h^{-1}_{ore}$

b) $0.95 = e^{-\lambda t_{0.95}}$ λ = tasso di guasto $MTTF = \frac{1}{\lambda}$

↓ passo a ln (nat)

$\ln 0.95 = -\lambda\, t_{0.95}$

$t_{0.95} = -\frac{\ln(0.95)}{\lambda} = 1282$ ore

c) $R(s+t^*|s) = R(t^*)$ ~ dobbiamo usare questa.

$= e^{-\lambda t^*_{0.95}}$

⇓

$0.95 = e^{-\lambda t^*_{0.95}}$ $\ln(0.95) = -\lambda t^*_{0.95}$

NB uso stessa formula di b) xké è indipendente dall'età del compon.

$t^*_{0.95} = \frac{\ln(0.95)}{-\lambda} = 1282$

d) $F(25000) = ?$

$F(25000) = 1 - R(25000) = 1 - e^{-\lambda 25000} = 1 - e^{-4\cdot 10^{-5}\cdot 25000} = 0.63$

ma mi accorgo che:

25 000 = MTTF

$R(MTTF) \cong 0.37 \longrightarrow e^{-\lambda MTTF} = e^{-\lambda\frac{1}{\lambda}} = e^{-1} \cong 0.37$

$F(MTTF) = 1 - R(MTTF) = 0.63$

e) $f(25000) = ?$ $f(t) = \frac{dF(t)}{dt} = -\frac{dR(t)}{dt}$

$f(t) = -\frac{de^{-\lambda t}}{dt} = -(-\lambda e^{-\lambda t}) = \lambda e^{-\lambda t}$

$f(25000) = 4\cdot 10^{-5}\, e^{-4\cdot 10^{-5}\cdot 25000} = 1.5 \cdot 10^{-5}\ ore^{-1}$

ES 7

Vita a usura

$$f(t) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{t-\mu}{\sigma}\right)^2}$$

$\mu = 1000$ ore

$\sigma = 200$ ore

a) $R(700) = ?$

b) $R(\mu) = ? = 0.5$

a) $= R(700) = 1 - F(700)$

$F(700) = ?$

$$y = \frac{t-\mu}{\sigma} = \frac{700-1000}{200} = -1.5 \text{ (z-tabella)}$$

$F(700) = 1 - 0.9331928$

$R(700) = 1 - (1 - 0.9331928) = 0.9331928 \cong 0.93$

ES 8

Vita a usura

$F(\mu+20 \mid \mu) = ?$ $\quad \sigma = 30$ ore

$$P[\mu < T \le \mu+20 \mid T>\mu] = ? = \frac{P[\mu < T \le \mu+20 \cap T>\mu]}{P(T>\mu)} =$$

$$= \frac{P[\mu < T \le \mu+20]}{R(\mu)} = \frac{F(\mu+20) - F(\mu)}{R(\mu)} = \frac{F(\mu+20) - 0.5}{0.5}$$

$$y = \frac{t-\mu}{\sigma} = \frac{\mu+20-\mu}{\sigma} = \frac{20}{30} = 0.6\bar{6} \quad \text{tabella} = 0.7485 = F(\mu+20)$$

$$\frac{F(\mu+20) - 0.5}{0.5} = \frac{0.7485 - 0.5}{0.5} = 0.4972$$

NUMERATORE

$$Y = \frac{11 \cdot 91 + 91 - 1000}{30} = 3.07 \qquad 1 - F(11 \cdot 91 + 91) = 1 - F(Y)$$

$$= 1 - tab = 1 - 0.9989 \cong 1.1 \cdot 10^{-3}$$

DENOMINATORE

$$Y = \frac{11 \cdot 91 - 1000}{30} = 0.03 \qquad 1 - F(11 \cdot 91) = 1 - F(Y)$$

$$= 1 - tab \cong 1 - 0.5119665 \cong 0.488$$

$$R = \frac{0.0011}{0.488} = 0.0022$$

ES 2

modello esponenziale.

P raggiunge MTTF senza guasti

Dato che R(t) = capacità di adempiere ad una fne x un det t e in questo caso il mio t = MTTF

$\Downarrow$

$R(MTTF) = e^{-\lambda MTTF}$ → dato che siamo nel caso esponenziale ho che

$MTTF = \frac{1}{\lambda}$ → $R(MTTF) = e^{-\frac{\lambda}{\lambda}} = e^{-1} = 0.37$

ES 6

Weibull con $\gamma = 0\,h$ $\eta = 10^5\,h$ $\beta = 0.5$

F(1 anno) = ? 1 anno = 8760 h

$F(\ ) = 1 - R(\ ) \rightarrow F(8760) = 1 - R(8760) = 0.256$

$$R(8760) = e^{-\left(\frac{t-\gamma}{\eta}\right)^{\beta}} = e^{-\left(\frac{t}{\eta}\right)^{0.5}} = e^{-\left(\frac{8760}{10^5}\right)^{0.5}} = 0.744$$

SISTEMI NON RIDONDANTE

- SERIE sistema guasto quando si guasta almeno una unitá

SISTEMA RIDONDANTE il guasto di un componente ~~n~~ porta guasto.

- PARALLELO A GUASTI INDIP.
- STAND-BY (parallelo con riserva)
  - COLD (freddo)
  - HOT (caldo)

SISTEMA SERIE

— [A] — [B] —

A: l'unitá non si guasta nel tempo di missione (0 — t)

$T_A > t$

time to failure

B: "

$T_B > t$

$\Downarrow$

S: il sistema serie non si guasta in (0 — t)

$\boxed{T_S > t}$

$\Downarrow$

$\boxed{S = A \cap B}$: se A e B funzionano allora S funziona.

$$R_S(t) = P[S] = P[A \cap B] =$$
$$= P[A|B] \cdot P[B] = P[B|A] \cdot P[A]$$

$\Downarrow$

$$\boxed{R_S(t) = R_A(t) \cdot R_B(t)}$$

avevamo visto $R(t) = e^{-\int_0^t h(x)dx}$

$$R_A(MTTF_A) = e^{-\lambda_A MTTF_A} = e^{-\lambda_A \frac{1}{\lambda_A}} = e^{-1} \approx 0.37 \rightarrow \text{circa } 37\%$$

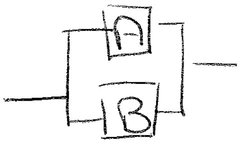
$$R_S(MTTF_S) = e^{-\lambda_S MTTF_S} = e^{-2\lambda_A \frac{1}{2\lambda_A}} = e^{-1} = 0.37$$

il fatto che le due prob sono uguali è una caratteristica del sistema serie.

Altra caratteristica:

$$MTTF_S = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\lambda_A} = MTTF_A \cdot 0.5$$

SISTEMA PARALLELO (A GUASTI INDIP.)



P = prob che il sistema non si guasti tra 0 e t

A = " " comp A "

B = " B "

$$\overline{P} = \overline{A} \cap \overline{B}$$

$$F_P(t) = F_A(t)\, F_B(t)$$

F = prob di guasto

con n unità in // :

$$F_P(t) = \prod_{i=1:A}^{n} F_i(t)$$

DIMOSTRAZIONE

$$1 - R_P(t) = (1 - R_A(t))(1 - R_B(t)) = \dots$$

$$R_P(t) = R_A(t) + R_B(t) - R_A(t) R_B(t)$$

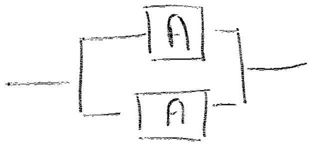
$$e^{-\int_0^t h_P(x)dx} = e^{-\int_0^t h_A(x)dx} + e^{-\int_0^t h_B(x)dx} - e^{-\int_0^t h_A(x)dx} \cdot e^{-\int_0^t h_B(x)dx} =$$

$$= e^{-\int_0^t h_A(x)dx} + e^{-\int_0^t h_B(x)dx} - e^{-\int_0^t [h_A(x) + h_B(x)]dx}$$

→

13/5/13

Se abbiamo due unità ma con A = 3



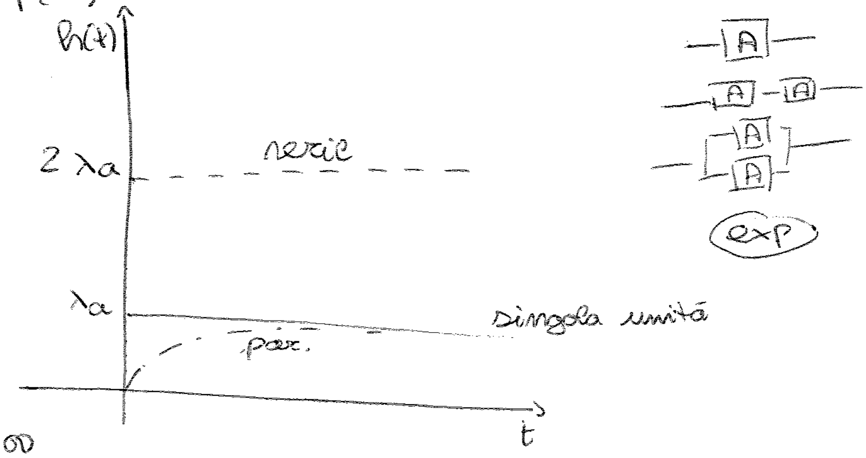
$$R_p(t) = \dots = e^{-\lambda a t} + e^{-\lambda_A t} - e^{-(\lambda_A + \lambda_A)t} = 2e^{-\lambda a t} - e^{-2\lambda_A t}$$

$$h_p(t) = \frac{f_p(t)}{R_p(t)} = \frac{-dR_p(t)/dt}{R_p(t)} = \frac{2\lambda_A e^{-\lambda a t} - 2\lambda_A e^{-2\lambda a t}}{2e^{-\lambda a t} - e^{-2\lambda a t}} =$$

$$= \frac{2\lambda a e^{-\lambda a t}(1 - e^{-\lambda a t})}{e^{-\lambda a t}(2 - e^{-\lambda a t})} = \frac{2\lambda a (1 - e^{-\lambda a t})}{2 - e^{-\lambda a t}}$$

$t \to 0 \quad h_p(0) = 0$

$t \to \infty \quad h_p(\infty) = \lambda_A$



$$MTTF_p = \int_0^\infty R_p(t)\,dt = \frac{2}{\lambda a} - \frac{1}{2\lambda a} = \frac{3}{2\lambda a} = \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{\lambda a} = 1.5\, MTTF_A$$

quindi ho un sistema ridondante che ha sicuramente MTTF maggiore

Quindi conviene aggiungere unità in parallelo x migliorare l'affidabilità, ma col tempo l'effetto va a ridursi

Ricordando che:

SS

$MTTF_{SS} = \frac{1}{2} MTTF_A$

$R_A(MTTF_A) \cong 0.37$

$R_S(MTTF_S) \cong 0.37$

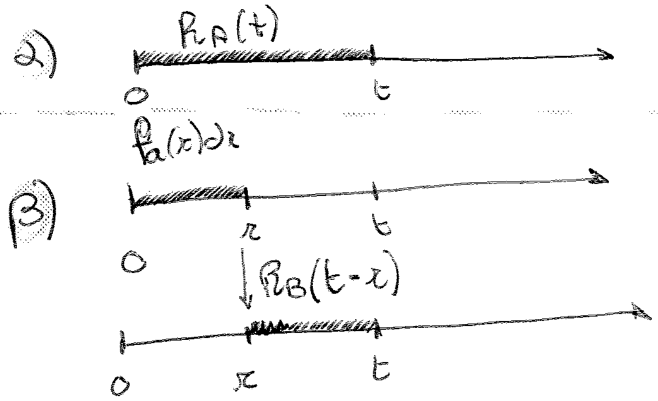
SP

$MTTF_p = \frac{3}{2} MTTF_A = \frac{3}{2} \frac{1}{\lambda a}$

$R_p(MTTF_p) = 2e^{-\lambda a MTTF_p} - e^{-2\lambda a MTTF_p}$

$= 2e^{-\lambda a \frac{3}{2\lambda a}} - e^{-2\lambda a \frac{3}{2\lambda a}} = 2e^{-3/2} - e^{-3} \cong 0.40$

18



$$f_A(t) = \frac{dF_A(t)}{dt}$$

$$dF_A(x) = f_A(x)\cdot dx$$

17/5/13

A, B distr exp

$$e^{-\lambda_A t} = R_A(t)$$
$$e^{-\lambda_B t} = R_B(t)$$

$$f_A(x) = -\frac{dR_A(x)}{dx} = -\frac{d}{dx}e^{-\lambda_A x} = -(-\lambda_A e^{-\lambda_A x}) = \lambda_A \cdot e^{-\lambda_A x}$$

se sostituisco ottengo

$$R(t) = e^{-\lambda_A t} + \int_0^t \lambda_A e^{-\lambda_A x}\cdot e^{-\lambda_B(t-x)}\,dx = e^{-\lambda_A t} + \lambda_A e^{-\lambda_B t}\int_0^t e^{-\lambda_A x}\cdot e^{\lambda_B x}\,dx$$

$$= e^{-\lambda_A t} + \lambda_A e^{-\lambda_B t}\int_0^t e^{-(\lambda_A-\lambda_B)x}\,dx =$$

$$= e^{-\lambda_A t} + \lambda_A e^{-\lambda_B t}\left(-\frac{1}{\lambda_A+\lambda_B}\right)\cdot e^{-(\lambda_A-\lambda_B)x}\Big|_0^t =$$

$$= e^{-\lambda_A t} - \frac{\lambda_A}{\lambda_A-\lambda_B}e^{-\lambda_B t}\left(e^{-(\lambda_A-\lambda_B)t} - 1\right) = e^{-\lambda_A t} - \frac{\lambda_A}{\lambda_A-\lambda_B}\left(e^{(-\lambda_B-\lambda_A+\lambda_B)t} - e^{-\lambda_B t}\right)$$

$$= \left(\lambda_A e^{-\lambda_A t} - \lambda_B e^{-\lambda_A t} - \lambda_A e^{-\lambda_A t} + \lambda_A e^{-\lambda_B t}\right) / (\lambda_A - \lambda_B) =$$

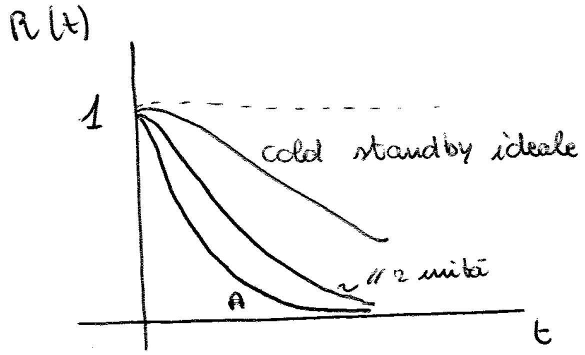
$$\Rightarrow \quad R(t) = \frac{\lambda_A e^{-\lambda_B t} - \lambda_B e^{-\lambda_A t}}{\lambda_A - \lambda_B}$$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 37 di 161

$$= e^{-\lambda_A t} + \lambda_A e^{-\lambda_A t}\int_0^t d\tau = e^{-\lambda_a t} + \lambda_a e^{-\lambda_a t}\cdot t = e^{-\lambda_a t}(1+\lambda_A t)$$

$$\Downarrow$$

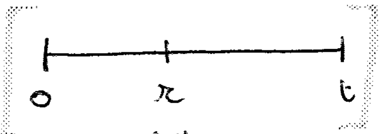
$$\boxed{R(t) = e^{-\lambda_a t}(1+\lambda_A t)}$$



quindi x migliorare l'affidabilità devo utilizzare il cold standby ideale che è ancora meglio mettere in // 2 unità

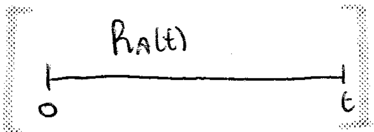
COLD STANDBY REALE

Adesso considero il caso di riserva fredda ma con selettore e controllore con propria affidabilità



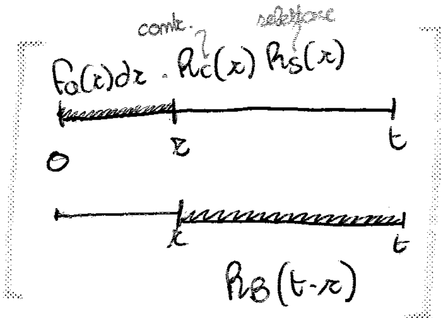
il controllore e selettore devono funzionare fino ad τ xké devono potersi accorgere che l'unità si è rotta.
Dopo τ no è fondamentale!

α)



xké funziona se A funz e quindi $R_a(t)$

β)



ma funz anche se A subisce guasto e contemporaneamente controllore e selettore funzionano

prima di τ B è fermo xke è uno standby cold!!

$$\boxed{R(t)} = R_A(t) + \int_0^t f_A(x) \cdot R_B^*(x) \cdot R_B(t|x)\, dx =$$

visto nelle prime lezioni

$$= R_A(t) + \int_0^t f_A(x) \cdot R_B^*(x) \, \frac{R_B(t)}{R_B(x)} \, dx$$

continua dopo ⊛

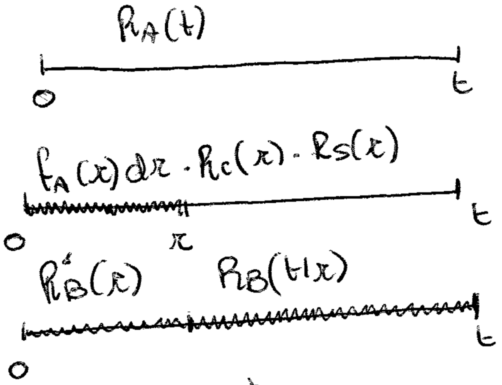
HOT STAND-BY REALE

B^*

$R_C(t) \neq R_S(t)$

α)

β)



$$R(t) = R_A(t) + \int_0^t f_A(x) \cdot R_C(x) \, R_S^*(x) \, \frac{R_B^*(x)}{R_B(x)} R_B(t) \, dx$$

$$MTTF = \int_0^\infty R(t)\, dt$$

torniamo al: ⊛

HOT STAND-BY IDEALE

caso in cui A, B exp λ_A λ_B^* e λ_B^*

$$R(t) = e^{-\lambda_A t} + \frac{\lambda_A}{\lambda_A + \lambda_B^* - \lambda_B} \left(e^{-\lambda_B t} - e^{-(\lambda_A + \lambda_B^*) t} \right)$$

$$MTTF = \frac{1}{\lambda_A} + \frac{\lambda_A}{\lambda_B(\lambda_A + \lambda_B^*)}$$

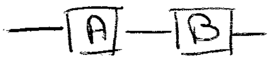
A, B, C, S Exp

$$R(t) = e^{-\lambda_A t} - \frac{\lambda_A e^{-(\lambda_A + \lambda_C + \lambda_S + \lambda_B^*)t} - \lambda_A e^{-\lambda_B t}}{\lambda_A + \lambda_C + \lambda_S + \lambda_B^* - \lambda_B}$$

reale

→ U

ESERCIZIO 3



$e^{-\lambda_A t}$

$e^{-\lambda_B t}$

~~MTTF_A λ_A EXP~~

$\cancel{R(MTTF_A) = e^{-\lambda_A MTTF_A} = e^{-\lambda_A}}$

$MTTF_A = 1000$ ore $\qquad MTTF_B = 100$ ore

$MTTF_S = ?$

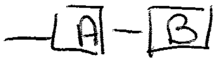
$$R_S(t) = R_A(t) \cdot R_B(t) = e^{-\lambda_A t} e^{-\lambda_B t} = e^{-(\lambda_A + \lambda_B)t}$$

$$\lambda_S = \lambda_A + \lambda_B$$

$$MTTF_S = \frac{1}{\lambda_S} = \frac{1}{\lambda_A + \lambda_B} = \frac{1}{\frac{1}{MTTF_A} + \frac{1}{MTTF_B}} = 90.9 \text{ ore} \approx 91 \text{ ore}$$

ESERCIZIO 4 Chiedere

serie



WEIBULL

$\beta_A = \beta_B = \beta = 3$

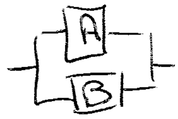
$\gamma_A = \gamma_B = \gamma = 0$

$MTTF_A = 1000$ ore

$MTTF_B = 100$ ore

$MTTF_S = ?$

$$MTTF_S = \frac{1}{\sqrt[\beta]{\frac{1}{MTTF_A^\beta} + \frac{1}{MTTF_B^\beta}}}$$



WEIBULL

$\beta_A = \beta_B = \beta$

$\gamma_A = \gamma_B = 0$

parallelo

$$MTTF_P = MTTF_A + MTTF_B - \frac{1}{\sqrt[\beta]{\frac{1}{MTTF_A^\beta} + \frac{1}{MTTF_B^\beta}}}$$

22

ESERCIZIO 9

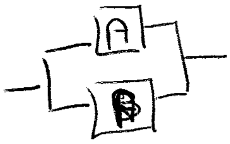
SB HOT IDEALE EXP

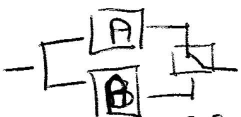
$$R(t) = \frac{\lambda_A \cdot e^{-\lambda_B t} - (\lambda_B - \lambda_B^*) \cdot \cancel{\lambda}(1 - e^{-\lambda_B^* t})}{\lambda_A + \lambda_B^* - \lambda_B}$$

$$\left.\begin{array}{l} \lambda_A = 4 \cdot 10^{-6} \text{ ore}^{-1} \\ \lambda_B^* = 6 \cdot 10^{-6} \text{ ore}^{-1} \\ \lambda_B = 8 \cdot 10^{-6} \text{ ore}^{-1} \\ t = 10^5 \text{ ore} \end{array}\right\} R(10^5) = 0.38$$

ESERCIZIO 11

EXP $MTTF_A = 1000$ ore





riserva fredda

C,S ideali

mi aspetto di avere

$$R_{SBF}(MTTF_{SBF}) > R_P(MTTF_P) > R_A(MTTF_A)$$

x fare i calcoli, non devo calcolare delle varie R rispetto ad A ma rispetto a P e SBF

$$R_A(t) = e^{-\lambda_A/t} = e^{-t/MTTF_A}$$

$$R_A(MTTF_A) = e^{-\cancel{MTTF_A}/MTTF_A} = 0.37$$

$$MTTF_P = \frac{3}{2\lambda_A} = \frac{3}{2} MTTF_A$$

$$R_P(t) = 2e^{-\lambda_A t} - e^{-2\lambda_A t}$$

$$R_P(t) = 2e^{-t/MTTF_A} - e^{-2t/MTTF_A}$$

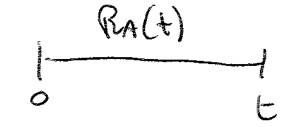
$$R_P(MTTF_P) = 2e^{-\frac{3}{2}\cancel{MTTF_A}/\cancel{MTTF_A}} + - e^{-2\frac{3}{2}\cancel{MTTF_A}/\cancel{MTTF_A}} =$$

A e C in vita utile

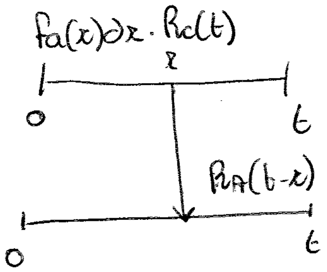
$$R_A(t) = e^{-\lambda_A t} \qquad R_C(t) = e^{-\lambda_C t}$$

$$R_{sist}(200) = ?$$

α)



β)



$$R_{sist} = R_A(t) + \int_0^t f_a(x) R_c(x) \cdot R_A(t-x)\,dx$$

$$R_{sist}(t) = e^{-t/MTTF_A} + \int_0^t \lambda e^{-\lambda_A x} \cdot e^{-\lambda_A (t-x)} \cdot R_c(x)\,dx$$

$$R_C(t) = e^{-\lambda t}$$

$$R_C(1000) = 0.99 = e^{-\lambda_C 1000} = e^{-\frac{1000}{MTTF_C}}$$

$$MTTF_C = 99499 \text{ ore}$$

$$R_{sist}(t) = e^{-t/MTTF_A} + \frac{1}{MTTF_A} \overset{e^{-\frac{t}{MTTF_A}}}{\widetilde{e^{-\lambda_a t}}} \cdot \int_0^t e^{\left(-\frac{1}{MTTF_A} + \frac{1}{MTTF_A} - \frac{1}{MTTF_C}\right) x} dx$$

$$R_{sist}(t) = e^{-\frac{t}{MTTF_A}} + \frac{1}{MTTF_A} e^{-\frac{t}{MTTF_A}} \int_0^t e^{-\frac{1}{MTTF_C} x} dx =$$

$$= e^{-\frac{t}{MTTF_A}} - \frac{1}{MTTF_A} e^{-\frac{t}{MTTF_A}} \cdot \frac{1}{MTTF_C} e^{-\frac{x}{MTTF_C}} \Big|_0^t =$$

SBAGLIATO?

$$= e^{-\frac{t}{MTTF_A}} - \frac{e^{-\frac{t}{MTTF_A}}}{MTTF_A \cdot MTTF_C} \left(e^{-\frac{t}{MTTF_C}} - 1 \right) =$$

$$= e^{-\frac{t}{MTTF_A}} - \frac{e^{-\left(\frac{1}{MTTF_A} + \frac{1}{MTTF_C}\right)} - e^{-\frac{t}{MTTF_A}}}{MTTF_A \cdot MTTF_C}$$

→ 26

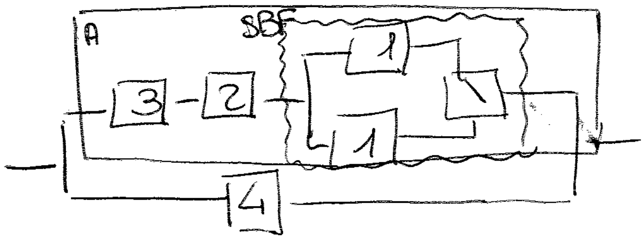
$MTTF_1 = 5000$ ore

$MTTF_2 = 50000$ ore

$t = 2000$ ore

$F(2000) = 0.0983 \sim 9.8\%$

16



$MTTF_A = 5000$ ore

$MTTF_2 = 50000$ ore

$MTTF_3 = 12400$ ore

$F_4(300) = 0.01$

vita utile tutti

$i = 1,2,3,4 \quad R_i(t) = e^{-\lambda_i t} = e^{-t/MTTF_i}$

$R_{1\,sis}(2000) = h(2000) = ?$

$$h(t) = \frac{f(t)}{R(t)} = \frac{-\frac{dR(t)}{dt}}{R(t)} \qquad R(t) = ?$$

$\Downarrow$

$F(t) = F_4(t) \cdot F_A(t) \rightarrow R(t) = 1 - F_4(t) \cdot F_A(t)$

$F_A(t) = 1 - R_A(t) = 1 - R_3(t) R_2(t) R_{SBF}(t)$

$R(t) = 1 - \left(1 - R_4(t)\right) \cdot \left(1 - R_3(t) R_2(t) \cdot R_{SBF}(t)\right)$

$$h(t) = \frac{-\frac{dR(t)}{dt}}{R(t)}$$

→ 16

$t = 2000$ ore

$$h(2000) = \frac{-e^{-\frac{2000}{29850}} / 29850}{0.9848} = \frac{1.9 \cdot 10^{-6}}{0.9848} \approx 19 \cdot 10^{-6} \text{ ore}^{-1}$$

$F(t) = \mathbb{P}[T \leq t]$

$F_r(t) = \mathbb{P}[T_r \leq t]$

↓ DENSITÀ DI PROB. DI RIPARAZIONE

$f_r(t) = \dfrac{dF_r(t)}{dt}$ esattamente come $f(t) = \dfrac{dF(t)}{dt}$

↓

inoltre possiamo notare che:

$F_r(t) = \displaystyle\int_0^t f_r(x)\,dx$ e $\underbrace{h_r(t)}_{\text{tasso di riparazione}} = \dfrac{\mathbb{P}[t < T_r \leq t+dt \mid T_r > t]}{dt} =$ (da t in avanti si possono riparare)

$= \dfrac{\mathbb{P}[t < T_r \leq t+dt \cap T_r > t]}{\mathbb{P}[T_r > t]\,dt} =$

$= \dfrac{\mathbb{P}[t < T_r \leq t+dt]}{\underbrace{\mathbb{P}[T_r > t]}_{R(t)}\,dt}$

⇓

$h_r(t) = \dfrac{f_r(t)\,\cancel{dt}}{(1 - F_r(t))\,\cancel{dt}} = \dfrac{f_r(t)}{1 - F_r(t)}$

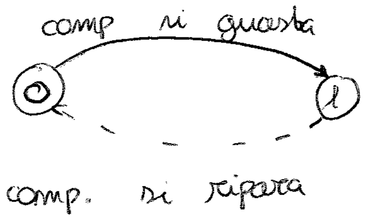
$MTTR = \displaystyle\int_0^\infty t \cdot f_r(t)\,dt$

Vediamo cosa significa funzionare piuttosto che essere guasto.

NB noi osserviamo sempre componenti che o sono guasti o funzionano!!

stato zero funzionante
stato uno non funzionamento

la transazione tra zero e uno ci permette di identificare il tempo di guasto.
Viceversa ~~mi~~ da il tempo di riparazione



$F(t)$, $f(t)$, T

$F_r(t)$, $f_r(t)$, T_r

27

Per i componenti GAN:

ho una sola ~~rip~~ distr. × UT: $f(t)$

" DT: $f_r(t)$

$\Downarrow$

quindi posso definire $z(t)$

$$z(x) = \int_0^x f_r(\tau) \cdot \underbrace{f(x-\tau)}_{l} \, d\tau$$

l'abbiamo scritta come $f(x-\tau)$ e non $f(x \mid B)$ che è GAN e quindi non ricorda i guasti precedenti.

medio di UT: $MUT = \int_0^\infty t \cdot f(t) \, dt$

" DT: $MDT = \int_0^\infty t \cdot f_r(t) \, dt$

v.c $T_k = T_{k-1} + DT_{k-1} + UT_k$ è il tempo fino al k-esimo guasto

$$MTTF_k = MTTF_{k-1} + MDT_{k-1} + MUT_k$$

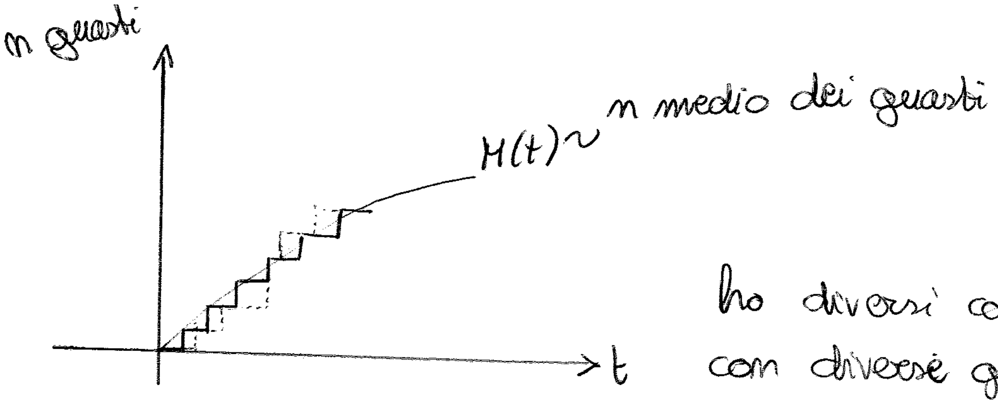
$$T_k - T_{k-1} = TBF_{k-1,k} = DT_{k-1} + UT_k$$

Time Between Failure $(k-1)$ & (k)

$$MTBF_{k-1,k} = MDT_{k-1} + MUT_k = MTTF_k - MTTF_{k-1}$$

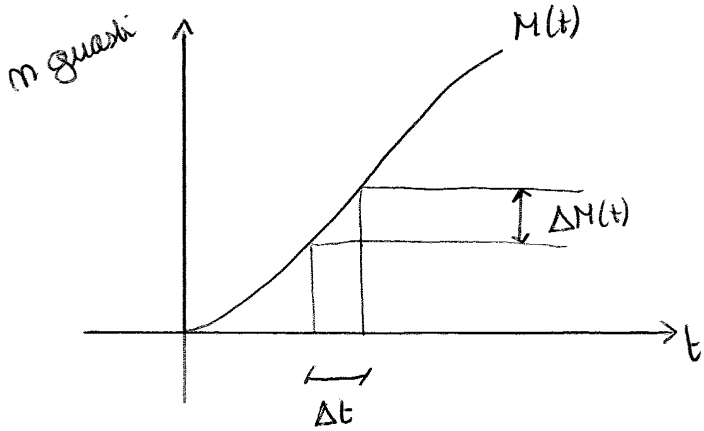
se il componente è GAN:

$$MTBF = MDT + MUT = \int_0^\infty t \cdot z(t) \, dt = MTTF + MTTR$$



ho diversi componenti con diverse gradinate.

$$M(t) = \sum_{k=1}^{\infty} \left(1 - P_k(t)\right)$$



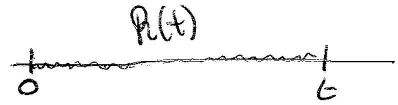
$$\lim_{\Delta t \to 0} \left(\frac{\Delta M(t)}{\Delta t}\right) = \frac{dM(t)}{dt} = m(t)$$

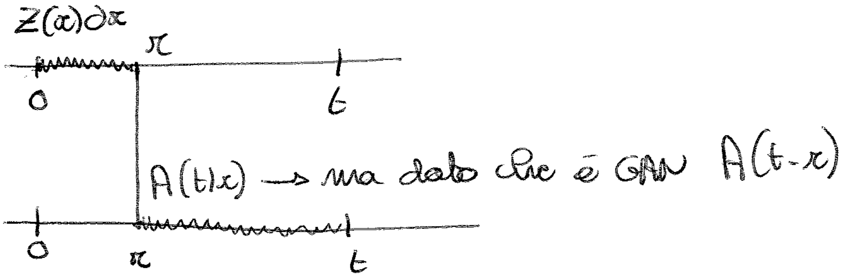
comp GAN è disponibile all'ist. t se si verificano i seguenti 2 eventi mutuamente esclusivi in $0 \; t$

α) il comp in $0 \; t$ fnz correttamente

β) il comp si è guastato ed è stato riparato (per la 1° volta) nell'istante x e risulta disponibile all'ist t dato che è tornato ad essere disp all'istante x.

$$A(t) = P(\alpha) + P(\beta)$$

α) 

β) 

$$A(t) = R(t) + \int_0^t Z(x) \cdot A(t-x)\,dx$$

$Z(x) = m(x)dx$

Vale x componenti GAN

$$A(t) = R(t) + \int_0^t m(x) \cdot R(t-x)\,dx$$

intensità istantanea dei guasti

GAN

λ ~~da guasto a riparazione~~

0 funzionamento

λ = tasso di guasto ~~riparazione~~

μ = tasso di riparazione

$$MUT = MTTF = \frac{1}{\lambda}$$
$$MDT = MTTR = \frac{1}{\mu}$$

$$A_{SS} = \frac{MUT}{MUT + MDT} = \frac{1/\lambda}{1/\lambda + 1/\mu} = \frac{\mu}{\lambda + \mu}$$

ESERCIZI SU FTA

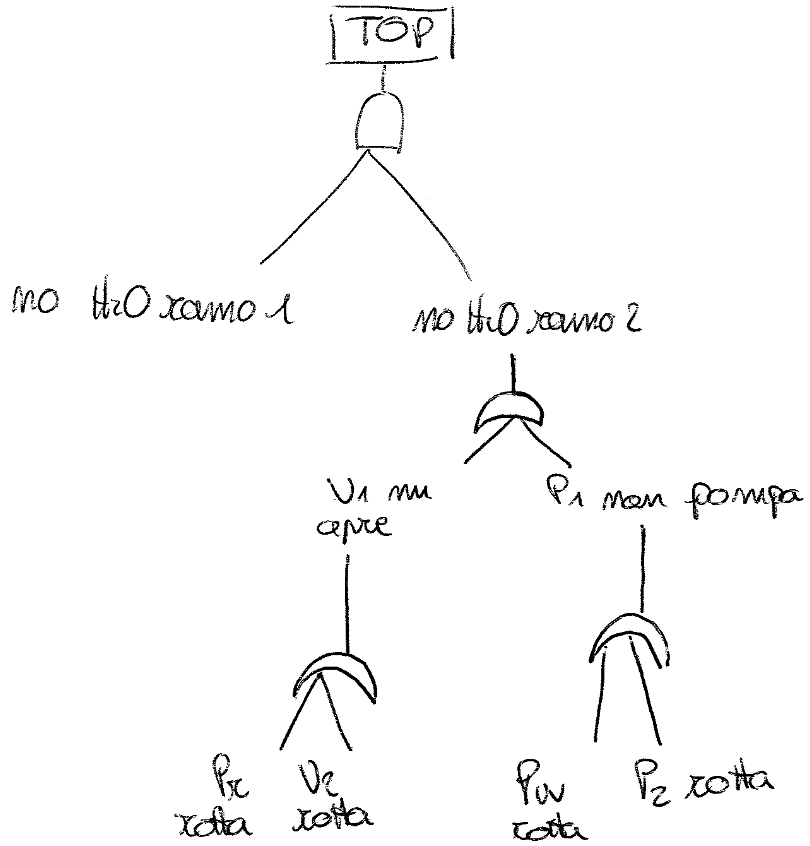
ESERCIZIO 3

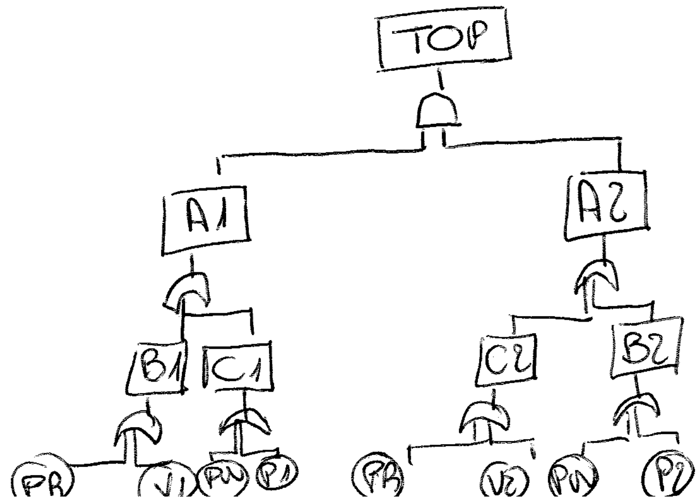
S: pieno di H_2O

Vedi immagine

TOP EVENT: esplosione R

L'esplosione di R è provocato dalla rottura di H e due i rami visto che sono in parallelo. Basterebbe un solo ramo ma non mi fido e quindi ne uso due in //.





SCHEDA N. 1

ESERCIZIO 1

$h(t) = 5 \cdot 10^{-6} \cdot t \; h^{-1}$

a) tempo di missione corrisponde ad affidabilità pari al 98%.

$$R(t) = e^{-\int_0^t h(t)dt} = 0.98 \rightarrow e^{-\int_0^t h(t)dt} = 0.98 \rightarrow$$

$$\rightarrow e^{-\int_0^t 5 \cdot 10^{-6} t\, dt} = 0.98 \rightarrow e^{-5 \cdot 10^{-6} \cdot \frac{1}{2} t^2 \Big|_0^t} = 0.98 \rightarrow$$

$$e^{-5 \cdot 10^{-6} \frac{t^2}{2}} = 0.98 \rightarrow \cancel{\ln(-2.5 \cdot 10^{-6} t^2) = 0.98} \quad -2.5 \cdot 10^{-6} t^2 = \ln(0.98)$$

$$t = \sqrt{\frac{\ln(0.98)}{-2.5 \cdot 10^{-6}}} = \sqrt{\frac{-0.02}{-2.5 \cdot 10^{-6}}} = 90 \text{ ore}$$

b) aff di intervallo del 98% x componente avente età

$s = 20h$

$$R(s+t|s) = \frac{R(s+t)}{R(s)} = 0.98$$

$$e^{-\int_s^{s+t} h(x)dx} = 0.98 \rightarrow e^{-\int_s^{s+t} 5 \cdot 10^{-6} x\, dx} = 0.98 \rightarrow e^{-5 \cdot 10^{-6} \frac{x^2}{2} \Big|_s^{s+t}} = 0.98$$

$$\ln(0.98) = -\frac{5 \cdot 10^{-6}}{2}\left((s+t)^2 - s^2\right) \rightarrow \ln(0.98) = -2.5 \cdot 10^{-6}\left(s^2 + t^2 + 2st - s^2\right)$$

$$\rightarrow \ln(0,98) = -2.5 \cdot 10^{-6}\left(\cancel{400} + t^2 + 40t - \cancel{400}\right) \rightarrow -2.5 \cdot 10^{-6} t^2 - 100 \cdot 10^{-6} t = \ln(0.98)$$

$$-2.5t^2 - 100t = -20000$$

$$2.5t^2 + 100t - 20000 = 0 \quad \frac{-100 \pm \sqrt{100^2 - 4(2.5)(20000)}}{5} = \frac{-100 \pm 458.25}{5} \begin{cases} \boxed{71.65} \\ \text{negativo} \end{cases}$$

ESERCIZIO 2

$$f(t) = \frac{0.001}{(0.001t+1)^2} \quad h^{-1}$$

a) tasso di guasto x tempo di missione $t = 20$ h

$$f(t) = h(t)R(t) \qquad h(t) = \frac{f(t)}{R(t)} \rightarrow h(t) = \frac{f(t)}{1-\int_0^t f(x)dx}$$

$$F(t) = 1 - R(t) \qquad R(t) = 1 - F(t) \rightarrow R(t) = 1 - \int_0^t f(x)dx$$

$$F(t) = \int_0^t f(x)dx$$

$$\int_0^t f(x)dx = \int_0^t \frac{0.001}{(0.001t+1)^2}dx$$

$z = 0.001x + 1$

$x \rightarrow 0 \qquad z \rightarrow 1$

$x \rightarrow t \qquad z \rightarrow 1 + 0.001t$

$dz = 0.001dx$

$dx = \frac{dz}{0.001}$

$$\int_1^{1+0.001t} \frac{\cancel{0.001}}{z^2}\frac{dz}{\cancel{0.001}} \rightarrow$$

$$\rightarrow \frac{1}{-2+1} z^{-2+1}\Big|_1^{1+0.001t} \rightarrow -1z^{-1}\Big|_1^{1+0.001t} \rightarrow -\frac{1}{z}\Big|_1^{1+0.001t} \rightarrow -\frac{1}{1+0.001t} + \frac{1}{1} \rightarrow$$

$$\rightarrow \frac{1+0.001t-\cancel{1}}{1+0.001t} = \frac{0.001t}{1+0.001t} = \int_0^t f(x)dx$$

$$h(t) = \frac{\frac{0.001}{(0.001t+1)^2}}{1-\frac{0.001t}{1+0.001t}} = \frac{0.001}{(0.001t+1)^2} \cdot \frac{(1+0.001t)}{1+\cancel{0.001t}-\cancel{0.001t}} = \frac{0.001}{(0.001t+1)}$$

$$h(t) = \frac{0.001}{0.001 \cdot 20+1} = 9.8 \cdot 10^{-4} \text{ ore}^{-1}$$

34

d) prob di guasto per $t = 100h$

$$F(100) = 1 - R(100) = 1 - \frac{1}{1+0.001(100)} = \frac{\cancel{1}+0.001 \cdot 100 - \cancel{1}}{1+0.1} = \frac{0.1}{1.1} =$$

$$= 0.09$$

e) MTTF del componente

$$MTTF = \int_0^{\infty} R(t)\,dt = \int_0^{\infty} \frac{1}{1+0.001t}\,dt =$$

$z = 1 + 0.001t \qquad dz = 0.001dt \rightarrow dt = \frac{dz}{0.001}$

$t \rightarrow 0 \qquad z \rightarrow 1$

$t \rightarrow \infty \qquad z \rightarrow \infty$

$$MTTF = \int_1^{\infty} \frac{1}{z}\frac{dz}{0.001} = \frac{1}{0.001}\int_1^{\infty} \frac{dz}{z} = \frac{1}{0.001} \ln(z)\Big|_1^{\infty} = \frac{\ln(\infty)}{0.001} - 0$$

$$= \infty$$

ESERCIZIO 3

$R(t) = e^{-0.002t}$

$\lambda = h(t)$

$\lambda = +0.002$ $\cancel{t}$ xhe

$R(t) = e^{-\lambda t}$

a) tasso di guasto per $t = 20$

~~$h(t) = e^{\lambda t}$ $\lambda = 0.002$ $t=20$~~

$h(t) = e^{-0.002 \cdot 20} =$

b) t con $R(t) = 95\%$ esponenziale

$R(t) = e^{-\lambda t} = 0.95$

$0.95 = e^{-0.002t} \qquad \ln(0.95) = -0.002t \qquad t = 25.6h$

35

c) $f(t)$ con $t = 10000\,h$

$$f(t) = h(t) \cdot e^{-\int_0^t h(x)dx} \rightarrow f(t) = \left(\frac{t}{20000}\right)^{3.5} \cdot e^{-\left(\frac{1}{20000}\right)^{3.5} \frac{t^{4.5}}{4.5}} =$$

$$= 0.088 \cdot e^{-8.83 \cdot 10^{-16} \cdot 2.22 \cdot 10^{17}} = 0.088 \cdot e^{-190} =$$

d) $F(500) = ?$

$$R(t) = 1 - F(t) \qquad F(t) = 1 - R(t) = 1 - e^{-\int_0^t h(t)dt} = \ldots = 1 - 0.99972 = 0.000274$$

e) MTTF

$$MTTF = \int_0^\infty R(t)dt = \int_0^\infty e^{-\int_0^t h(x)dx} dt = \int_0^\infty e^{-\left(\frac{1}{20000}\right)^{3.5} \frac{t^{4.5}}{4.5}} dt$$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 69 di 161

ESERCIZIO 4

50 missioni × 10 h

MTTF = 10000 h   expo

calcolare che rimanga funzionante al termine della 50°

$t = 50 \times 10 = 500$

$R(500) = e^{-\lambda t} = e^{-\frac{1}{10000}500} = 0.95$

$R(500|490) = R(10) = e^{-\frac{1}{10000}10} = 0.99$

ESERCIZIO 5

Weibull $\gamma = 0$ h $\eta = 400$ h $\beta = 2$

a) $F(t)$ $t = 700$ h

$F(t) = 1 - R(t)$ $\rightarrow$ $F(t) = 1 - 0.046 = 0.95$

$R(t) = e^{-\left(\frac{t}{\eta}\right)^\beta} = e^{-\left(\frac{700}{400}\right)^2} = 0.046$

b) guasto nell'intervallo [200 700] dato che non è avvenuto prima

$$\frac{P[200 < T \le 700 \cap T > 200]}{P[T > 200]} = \frac{P[200 < T \le 700]}{P[T > 200]} = \frac{P(700) - P(200)}{P(200)} = \frac{F(700) - F(200)}{R(200)} =$$

$$= \cancel{\frac{0.046 - \left(1 - e^{-\left(\frac{200}{400}\right)^2}\right)}{1 - e^{-\left(\frac{200}{400}\right)^2}} = \frac{0.046 - (1 - 0.77)}{1 - 0.77} = 0.17}$$

$$= \frac{\overset{0.95}{\cancel{0.046}} - \left(1 - e^{-\left(\frac{200}{400}\right)^2}\right)}{e^{-\left(\frac{200}{400}\right)^2}} = \frac{\overset{0.95}{\cancel{0.046}} - (1 - 0.77)}{0.77} = \ldots = 0.9399$$

$$\frac{F(\mu+20)-0.5}{0.5} = \frac{0.7485-0.5}{0.5} = 0.4975$$

ESERCIZIO 9

$MTTF = 6760\ h$ Weibull

$\mu = 1000\ h$ Gauss $\sigma = 30\ h$

minimi di 91 h ciascuna e vita utile → vita usura al termine della 10°

$t = \mu - 3\sigma = 910\ h$

VITA UTILE

$MTTF = 6760$ ore

VITA USURA

$\mu = 1000\ h$

$\sigma = 30\ h$

a) $R(5°/4°) = ?$ ~ exp

$R(t)$ $t = 91\ h$ → $R = e^{-\frac{91}{6760}} = 0.987$

b)

Sistema serie $R_S(t) = e^{-\lambda_A t} \cdot e^{-\lambda_B t} = e^{-(\lambda_A + \lambda_B)t}$

caso particolare $\lambda_A = \lambda_B \rightarrow R_S(t) = e^{-(2\lambda)t}$

$MTTF_{SS} = \frac{1}{2\lambda}$

$R_S(t) = e^{-2\lambda t}$ $\qquad R_S(MTTF) = e^{-2\lambda MTTF} = e^{-2\lambda \cdot \frac{1}{2\lambda}} = e^{-1} = 0.37$

visto prima

ESERCIZIO 3

Sistema serie due unità A e B, entrambe exp.

$MTTF_A = 1000\,h$ $\quad MTTF_B = 100\,h.$

$MTTF_S = ?$

~~[illegible]~~ $= R_S(t) = e^{-\lambda_A t} \cdot e^{-\lambda_B t} = e^{-(\lambda_A + \lambda_B)t}$

$\lambda_S = \lambda_A + \lambda_B$

dato che $MTTF_S = \frac{1}{\lambda_S} \Rightarrow MTTF_S = \frac{1}{\lambda_A + \lambda_B} = \frac{1}{\frac{1}{MTTF_A} + \frac{1}{MTTF_B}} = 91\,h$

---

chiedere

ESERCIZIO 4

Serie A e B entrambi con affidabilità Weibull

$\beta = 3 \quad \gamma = 0$

$MTTF_A = 1000\,h \quad MTTF_B = 100\,h \quad MTTF_S = ?$

$$MTTF_S = \frac{1}{\sqrt[\beta]{\frac{1}{MTTF_A^{\beta}} + \frac{1}{MTTF_B^{\beta}}}} = \frac{1}{\sqrt[3]{\frac{1}{1000^3} + \frac{1}{100^3}}} = \frac{1}{\sqrt[3]{0.000001}} = 100$$

ESERCIZIO 5

4 unità in serie

- $\lambda_{PS} = 5 \cdot 10^{-8}\,h^{-1}$
- $\lambda_{TC} = 6 \cdot 10^{-7}$
- $\lambda_{P1} = 1 \cdot 10^{-8}\,h^{-1}$
- $MTTF_C = 62500\,h$

$MTTF_S$? dp quanti anni 99% ?

99% non ho [illegible]

ESERCIZIO 7

Componente vita utile $h(t) = \lambda$

Confrontando un sistema // di due unità identiche con singola unità, calcolare con quale prob il sistema e la singola unità raggiungono senza guasti MTTF

$R(MTTF) = 0.37$ visto prima

$MTTF_P = \frac{3}{2}\frac{1}{\lambda}$ × unità identiche

$$R_P(MTTF_P) = e^{-\lambda_A t} + e^{-\lambda_A t} - e^{-(\lambda_A+\lambda_A)t} = 2e^{-\lambda_A t} - e^{-2\lambda_A t} \rightarrow$$

$$\rightarrow 2e^{-\lambda_A MTTF_P} - e^{-2\lambda MTTF_P} = 2e^{-\lambda \frac{3}{2}\frac{1}{\lambda}} - e^{-2\lambda \frac{3}{2}\frac{1}{\lambda}} =$$

$$= 2e^{-\frac{3}{2}} - e^{-3} \cong 0.40$$

ESERCIZIO 8

Parallelo riserva fredda (A prim, B riserva) con controllore e selettore ideali - Campo di vita utile e hanno tassi di guasto rispettivamente pari a: $\lambda_A = 4 \cdot 10^{-6}\ h^{-1}$ e $\lambda_B = 8 \cdot 10^{-6}\ h^{-1}$ -

Ricavare espressione dell'affidabilità del sistema e calcolare con quale prob raggiunge senza guasti 10^5 h -

[pg 19]

$$R(t) = \dots = \frac{\lambda_A e^{-\lambda_B t} - \lambda_B e^{-\lambda_A t}}{\lambda_A - \lambda_B}$$

$$R(t) = \frac{4 \cdot 10^{-6} e^{-8 \cdot 10^{-6} \cdot 10^{+5}} - 8 \cdot 10^{-6} e^{-4 \cdot 10^{-6} 10^{+5}}}{4 \cdot 10^{-6} - 8 \cdot 10^{-6}} = \dots = 0.89$$

ESERCIZIO 10 ?

Sistema // 2 unità identiche $\lambda = 0.01\ h^{-1}$

$\downarrow$

Sistema // riserva fredda con controllore e selettore ideali.
Confrontare affidabilità dei due sistemi affidabilistici dopo 100 h di funzionamento.

$$R_P(t) = e^{-\lambda_A t} + e^{-\lambda_B t} - e^{-\lambda_A t} \cdot e^{-\lambda_B t} = e^{-\lambda_A t} + e^{-\lambda_B t} - e^{-(\lambda_A+\lambda_B)t} =$$

$$\lambda_A = \lambda_B \rightarrow e^{-\lambda_A t} + e^{-\lambda_A t} - e^{-(\lambda_A+\lambda_A)t} = 2e^{-\lambda_A t} - e^{-2\lambda_A t}$$

$\downarrow$

$$t = 100h \rightarrow R_P(t) = 2e^{-0.01\cdot 100} - e^{-2\cdot 0.01\cdot 100} = 2e^{-1} - e^{-2} =$$

$$= 2\cdot 0.36 - 0.13 = 0.59$$

cold stand by ideale ottengo:

$$R(t) = R_A(t) + \int_0^t f_A(\tau)d\tau \cdot R_B(t-\tau)$$

$$f_A(\tau) = \frac{-dR_A(\tau)}{d\tau} = -\frac{d}{d\tau}e^{-\lambda_A \tau} = -(-\lambda_A e^{-\lambda_A \tau}) = \lambda_A \cdot e^{-\lambda_A \tau}$$

$\downarrow$

$$R(t) = \cdot e^{-\lambda_A t} + \int_0^t \lambda_A \cdot e^{-\lambda_A \tau} \cdot e^{-\lambda_B (t-\tau)} d\tau = e^{-\lambda_A \tau} + \lambda_A \cdot e^{-\lambda_B t}\int_0^t e^{-\lambda_A \tau} \cdot e^{\lambda_B \tau} \cdot d\tau =$$

$$= e^{-\lambda_A t} + \lambda_A \cdot e^{-\lambda_B t}\int_0^t e^{-(\lambda_A+\lambda_B)\tau} d\tau = e^{-\lambda_A \tau} + \lambda_A e^{-\lambda_B t}\left[\frac{1}{-(\lambda_A+\lambda_B)}e^{-(\lambda_A+\lambda_B)\tau}\right]_0^t =$$

$$= e^{-\lambda_A t} + \lambda_A \cdot e^{-\lambda_B t} \cdot \left[-\frac{1}{\lambda_A+\lambda_B}e^{-(\lambda_A+\lambda_B)t} + \frac{1}{\lambda_A+\lambda_B}\right] =$$

$$= e^{-\lambda_A t} - \frac{\lambda_A}{\lambda_A+\lambda_B}e^{-\lambda_B t} \cdot \left[e^{-(\lambda_A+\lambda_B)t} - 1\right] = e^{-\lambda_A t} - \frac{\lambda_A}{\lambda_A+\lambda_B}\left[e^{(-\cancel{\lambda_B}-\lambda_A+\cancel{\lambda_B})t} - e^{-\lambda_B t}\right] =$$

$$= e^{-\lambda_A t} - \frac{\lambda_A}{\lambda_A-\lambda_B}\left[e^{-\lambda_A t} - e^{-\lambda_B t}\right] = \frac{\lambda_A e^{-\lambda_A t} - \lambda_B e^{-\lambda_A t} - \lambda_A e^{-\lambda_A t} + \lambda_A e^{-\lambda_B t}}{\lambda_A - \lambda_B} =$$

$$= \frac{\lambda_A e^{-\lambda_B t} - \lambda_B e^{-\lambda_A t}}{\lambda_A - \lambda_B}$$

=

Viene zero e come faccio?

ESERCIZIO 12 ?

$R(100) = 98\%$

unità identiche con ciascuna $MTTF = 500h$ e exp

Scegliere lo schema affidabilistico che garantisce l'obiettivo richiesto col minor numero di unità collegate.

$R(100) = e^{-\lambda i t}$ i = num unità.

$R_i(t) = e^{-\lambda i t} \rightarrow R_i(100) = e^{-\lambda i 100} = 0.98$

$\ln(0.98) = -\lambda_i 100$ $\lambda_i = -\frac{\ln(0.98)}{100} = 0.0002$

$MTTF = \frac{1}{\lambda}$ $\lambda = \frac{1}{MTTF}$ $\lambda_i = \frac{1}{MTTF_i}$

$\lambda = 0.002 \rightarrow$ il numero di elementi è 10

singolo 0.81

serie 0.67

// mi uso MTTFp non MTTFR = 0.96

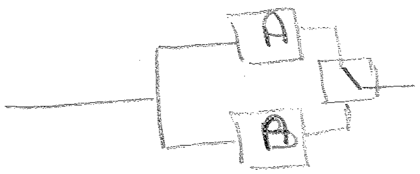
// Parallelo ideale 0.982 prendo questo

ESERCIZIO 14 ?

Dispositivo con MTTF=100000 h viene affiancato ad un dispositivo identico che funziona a riserva fredda. Calcolare affidabilità del sistema complessivo per 200 h di lavoro.

$R_c(1000) = 0.99$ Campo vita utile.

due A x tè sm =



$$R_A(t) = e^{-\lambda_A t}$$

$$R_C(t) = e^{-\lambda_c t} = 0.99 \longrightarrow e^{-1000/MTTF_c} = 0.99 \rightarrow \ln(0.99) = \frac{-1000}{MTTF_c}$$

$$MTTF_c = 99499.2\ h$$

$$R_{SIST} = R_A(t) + \int_0^t f_A(\tau) R_c(\tau) \cdot R_A(t-\tau) d\tau =$$

$$= e^{-t/MTTF} + \int_0^t \lambda e^{-\lambda_A \tau} \cdot e^{-\lambda_A (t-\tau)} \cdot R_c(\tau) d\tau =$$

$$= e^{-t/MTTF} + \int_0^t \lambda e^{-\lambda_A \tau} \cdot e^{-\lambda_A (t-\tau)} \cdot e^{-\tau/MTTF_c} d\tau =$$

$$= e^{-t/MTTF} + \lambda e^{-\lambda_A t} \cdot \int_0^t \cancel{e^{-\lambda_A \tau}} \cdot \cancel{e^{\lambda_A \tau}} \cdot e^{-\tau/MTTF_c} d\tau =$$

$$= e^{-t/MTTF} + \lambda e^{-\lambda_A t} \cdot \int_0^t e^{-\tau/MTTF_c} d\tau =$$

$$= e^{-t/MTTF} + \lambda e^{-\lambda_A t} \cdot \left[-\frac{1}{\frac{1}{MTTF_c}} \cdot e^{-\tau/MTTF_c} \right]_0^t = e^{-t/MTTF} - \frac{e^{-t/MTTF}}{MTTF} \cdot MTTF_c \left[e^{-t/MTTF_c} - 1 \right]$$

$$= e^{-t/MTTF} - \frac{MTTF_c}{MTTF} e^{-t/MTTF} \cdot \left[e^{-t/MTTF_c} - 1 \right] =$$

Vedere pg 24

ESERCIZIO 14

$R_C(1000) = 0{,}94$ e

$$R_S(t) = R_A(t) + \int_0^t f_A(\tau) R_C(\tau) \cdot R_A(t-\tau)\, d\tau =$$

$$= e^{-\lambda_A t} + \int_0^t \lambda_A e^{-\lambda_A \tau} \cdot e^{-\lambda_A t} \cdot e^{\lambda_A \tau} \cdot R_C(\tau) =$$

$$= e^{-\lambda_A t} + \int_0^t \lambda_A e^{-\lambda_A t} \cdot e^{\lambda_A \tau} \cdot e^{-\lambda_C \tau}\, d\tau =$$

$$= e^{-\lambda_A t} + \int_0^t \lambda_A e^{-\lambda_A t} \int_0^t e^{-\lambda_A \tau} \cdot e$$

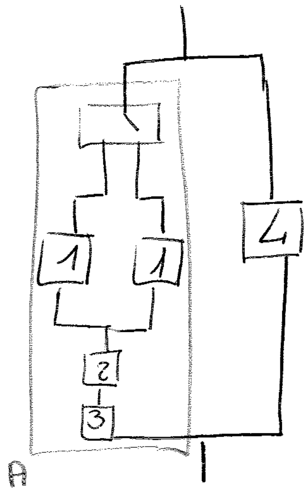
$$= e^{-\lambda_A t} + \lambda_A e^{-\lambda_A t} \int_0^t e^{-(\lambda_A + \lambda_C - \lambda_A)\tau}\, d\tau = e^{-\lambda_A t} + \lambda_A e^{-\lambda_A t} \cdot \left[-\frac{1}{\lambda_C} e^{-(\lambda_C)\tau} \right]_0^t =$$

$$= e^{-\lambda_A t} - \frac{\lambda_A e^{-\lambda_A t}}{\lambda_C} \left[e^{-\lambda_C \tau} - 1 \right] = e^{-\lambda_A t} - \frac{\lambda_A e^{-\tau(\lambda_A + \lambda_C)}}{\lambda_C} + \frac{\lambda_A e^{-\lambda_A t}}{\lambda_C} =$$

$=$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 85 di 161

ESERCIZIO 16 rivedere calcoli



$MTTF_3 = 12400 \quad MTTF_1 = 5000 \quad MTTF_2 = 50000$

$F_4(300) = 1\%$

Vita utile

$h(2000) = ?$

$R(t) = ? \rightarrow R(t) = 1 - F(t) = 1 - F_A(t) \cdot F_4(t)$

$F_A(t) = 1 - R_A(t) = 1 - R_3(t) R_2(t) R_{SBF}(t)$

$F_4(t) = 1 - R_4(t)$

$R(t) = 1 - [1 - R_3(t) R_2(t) R_{SBF}(t)][1 - R_4(t)]$

$$h(t) = \frac{-\frac{dR(t)}{dt}}{R(t)}$$

$R_4(300) = 1 - F_4(300) = 1 - 0.01 = 0.99 \rightarrow 0.99 = e^{-\lambda_4 t} = e^{-300/MTTF_4}$

$\ln(0.99) = -\frac{300}{MTTF_4} \qquad MTTF_4 = -\frac{300}{\ln(0.99)} = 29849.7$

$R(t) = 1 - [1 - R_3(t) R_2(t) R_{SBF}(t)][1 - R_4(t)] = R_3(t) R_2(t) R_{SBF}(t) - R_4(t) R_2(t) R_{SBF}(t) + R_4(t) =$

$= e^{-(\lambda_3 + \lambda_2 + \lambda_{SBF})} \cdot (1 + \lambda_A t) + e^{-\lambda_4 t} - e^{-(\lambda_4 + \lambda_2 + \lambda_A)t} (1 + \lambda_A t)$

$\downarrow$

$-\frac{dR(t)}{dt} = -\Big[-(\lambda_3 + \lambda_2 + \lambda_{SBF}) e^{-(\lambda_3 + \lambda_2 + \lambda_{SBF})} \cdot (1 + \lambda_A t) + e^{-(\lambda_3 + \lambda_2 + \lambda_{SBF})} \cdot \lambda_A +$

$- \lambda_4 e^{-\lambda_4 t} + (\lambda_4 + \lambda_2 + \lambda_{SBF}) e^{-(\lambda_4 + \lambda_2 + \lambda_{SBF})t} \cdot (1 + \lambda_A t) - e^{-(\lambda_4 + \lambda_2 + \lambda_A)t} \cdot \lambda_A$

...

$t = 2000\ h$

$$h(2000) = \frac{\frac{-e^{-\frac{2000}{29850}}}{29850}}{0.9848} = \frac{1.9 \cdot 10^{-6}}{0.9848} \approx 1.9 \cdot 10^{-6}\ \text{ore}^{-1}$$

AND = ·
OR = +

$TOP = (\text{NO } H_2O \text{ ramo } 1) \times (\text{NO } H_2O \text{ ramo } 2) =$

$= (V_1 \text{ no apre} + P_1 \text{ no pompa}) \times (V_2 \text{ no apre} + P_2 \text{ no pompa}) =$

$= \left[(PR + V_1) + (P_1 + PN)\right] \cdot \left[(V_2 + PR) + (P_2 + PN)\right] =$

$= PR \cdot V_2 + \overset{PR}{PR \cdot PR} + PR \cdot P_2 + PR \cdot PN + V_1 \cdot V_2 + V_1 \cdot PR + V_1 \cdot P_2 + V_1 \cdot PN +$
$+ P_1 \cdot V_2 + P_1 \cdot PR + P_1 \cdot P_2 + P_1 \cdot PN + PN \cdot V_2 + PN \cdot PR + PN \cdot P_2 + \underset{PN}{PN \cdot PN} =$

$= PR \cdot V_2 + PR + PN + PR \cdot PN + V_1 \cdot V_2 + V_1 \cdot PR + V_1 \cdot P_2 + V_1 \cdot PN +$
$+ P_1 \cdot V_2 + P_1 \cdot PR + P_1 \cdot P_2 + P_1 \cdot PN + PN \cdot V_2 + PN \cdot PR =$

$= PR + \underline{PN} + V_1 \cdot V_2 + \underline{V_1 \cdot PR} + V_1 \cdot P_2 + V_1 \cdot PN + P_1 \cdot V_2 + \underline{P_1 \cdot PR} + P_1 \cdot P_2 +$
$+ \underline{P_1 \cdot PN} + \underline{PN \cdot V_2} + \underline{PN \cdot PR} =$

$= PR + \underline{PN} + \underline{V_1} \cdot V_2 + \underline{V_1 \cdot P_2} + \underline{P_1 \cdot V_2} + \underline{P_1 \cdot P_2}$

↓

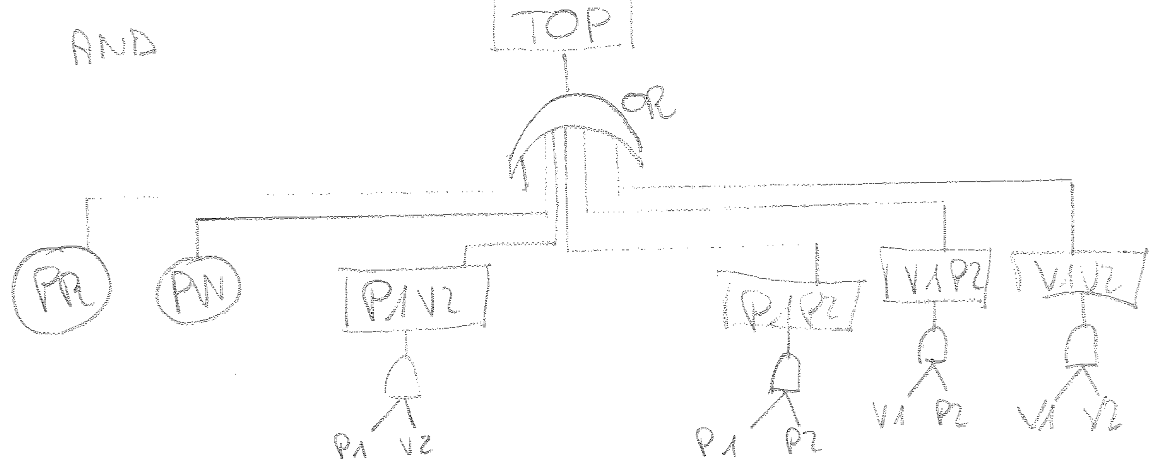
ordino in base ai livelli

$TOP = PR + PN + V_1 \cdot V_2 + V_1 P_2 + P_1 \cdot V_2 + P_1 \cdot P_2$

1 1 2 2 2 2

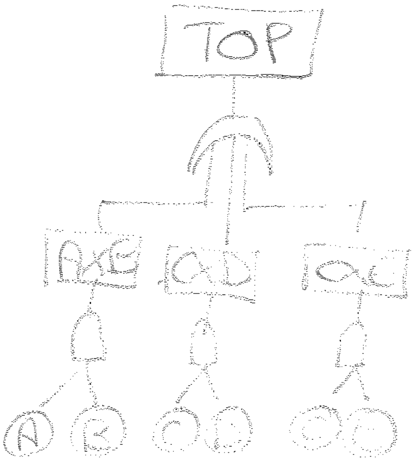
ordine e il fatto che se si rompe uno

Liv 0 TOP-EVENT
Liv 1 OR
Liv 2 AND



ESERCIZIO 2

DA RIVEDERE



Analisi quantitativa nel caso di componenti GAN $t = 8000$ h calcolare indisponibilità del sistema, numero atteso di guasti atteso. MTTR.

	A	B	C	D	E
[λ ore⁻¹]	$2\cdot10^{-5}$	10^{-5}	$3\cdot10^{-4}$	10^{-4}	10^{-5}
[μ ore⁻¹]	10^{-2}	$5\cdot10^{-2}$	10^{-4}	$5\cdot10^{-2}$	10^{-6}

se $t \gg \dfrac{4.5}{\lambda+\mu} \rightarrow Q = 1 - A = \dfrac{\lambda}{\lambda+\mu}$

se $\mu \gg \lambda \rightarrow Q = \dfrac{\lambda}{\mu}$

unità A: $Q_A(8000) = \dfrac{2\cdot10^{-5}}{2\cdot10^{-5}+10^{-2}} \approx \dfrac{2\cdot10^{-5}}{10^{-2}} = 2\cdot10^{-3}$

unità B: $Q_B(8000) = \dfrac{10^{-5}}{10^{-5}+5\cdot10^{-2}} = 2\cdot10^{-4}$

unità D: $Q_D(8000) = \dfrac{10^{-4}}{5\cdot10^{-2}+10^{-4}} = 2\cdot10^{-3}$

gli altri non posso approssimarli perché 8000 < e quindi uso formula completa:

$$Q_C = \frac{\lambda_C}{\lambda_C+\mu_C}\left(1 - e^{-(\lambda_C+\mu_C)8000}\right) = 7.1963\cdot10^{-1}$$

$$Q_E = \frac{\lambda_E}{\lambda_E+\mu_E}\left(1 - e^{-(\lambda_E+\mu_E)8000}\right) = 5.3107\cdot10^{-1}$$

$$M(8000) = M_{AB}(8000) + M_{CD}(8000) + M_{CE}(8000) = 0.1667$$

<u>MTTR</u>

$$MTTR = \frac{Q(t^*)}{\frac{M(t^*)}{t^*}} = \frac{Q(8000)}{\frac{M(8000)}{8000}} = 414 \text{ h}$$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 93 di 161

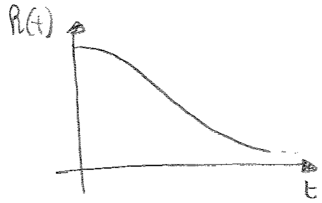
DOMANDA 1-2

Definizione della grandezza affidabilità, MTTF, prob di guasto, densità di prob di guasto e relativo significato geometrico

- $R(t)$ = affidabilità = capacità di un sistema di funzionare correttamente per svolgere il compito per cui il sistema è stato creato.

è una grandezza su un istante di tempo dove l'istante iniziale è importantissimo.

$0 < R(t) < 1$ $\quad R(0) = 1$ $\quad R(\infty) = 0$



- il complementare di $R(t)$ è $F(t)$, cioè la probabilità di guasto

$R(t) + F(t) = 1 \rightarrow F(t) = 1 - R(t)$

consideriamo quindi T come il tempo fino al guasto

$R(t) = \mathbb{P}(T > t) \quad F(t) = \mathbb{P}(T \leq t)$.

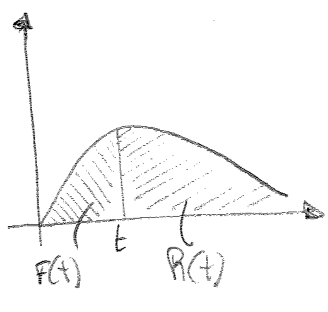
esso è noto come TIME TO FAILURE la cui media è il MTTF.

$R(t)$ e $F(t)$ possono essere espresse in f.ne della densità di probabilità di guasto $f(t)$:

$$f(t) = \frac{dF(t)}{dt} \rightarrow \begin{array}{l} F(t) = 1 - R(t) \\ dF(t) = -dR(t) \end{array} \rightarrow f(t) = -\frac{dR(t)}{dt}$$

quindi $F(t) = \int_0^t f(x)dx \quad R(t) = \int_t^\infty f(x)dx$

Riprendo il MTTF che serve a constatare quanto tempo manca affinché si verifichi un guasto



DOMANDA 4

Ricavare l'espressione del tasso di guasto e disegnarlo

È una delle caratteristiche + esatte in ambito industriale perché non sempre esiste lo storico dei guasti.
Una volta ottenuto lo storico estrapolo il tasso di guasto dato che mi permette di descrivere anche le altre grandezze affidabilistiche.

Esso è definibile come la P di trovare il componente guasto nell'intervallo infinitesimo t+dt dato che il componente è arrivato funzionante in t, diviso x l'ampiezza dell'intervallo.

$$h(t) = P[t \le T \le t+dt \mid T > dt] = \frac{\frac{f(t)\,dt}{R(t)}}{dt} = \frac{f(t)}{R(t)} = \frac{-dR(t)/dt}{R(t)}$$

pendenza della f.ne di aff cambiata di segno

tasso di guasto $[h^{-1}]$,

non può essere una densità di prob,
cioè non gode della prop di addit. e $\int_0^\infty h(t)\,dt \neq 1$ e non gode della prop di normalizzazione.

È una f.ne a tipo vasca → sempre pos