NUMERO: 708 DATA: 07/10/2013

A P P U N T I

STUDENTE: Beghini

MATERIA: Fisica I
Prof. Montorsi

MOTO RETTILINEO UNIFORME

$x(t)$

spostamento $\Delta x = x_{(t_2)} - x_{(t_1)} = x_2 - x_1$

velocità → tasso cambiamento posizione

$V_{MEDIA} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$

$x_2 = x_1 + V_M (t_2 - t_1)$

↳ coeff. angolare retta secante

$V_{ISTANTANEA}$

$v(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt}$ pendenza retta tangente

accelerazione → tasso incremento velocità

$a_{MEDIA} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}$

$v_2 = v_1 + a_m (t_2 - t_1)$

coeff. angolare retta secante

$a_m = tg\,\alpha$

a_{IST}

$a(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \lim_{t_2 \to t_1} \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{dv}{dt}$

$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{dx}{dt}\right) = \frac{d^2 x}{dt^2}$

derivata' → pendenza

derivata'' → curvatura (inverso r

$a(t) \propto \frac{1}{r}$

più raggio piccolo, + a è elevata.

con $r \to \infty$, $\frac{1}{r} \to 0$ $a \to$

$v = cost$

PROBLEMA INVERSO

: ricostruiamo posizione partendo da v (e a)

- $v = \frac{dx}{dt}$

$\int_{x_1}^{x_2} dx = \int_{t_1}^{t_2} v\,dt$

$\boxed{x_2 - x_1 = v(t_2 - t_1)}$

MRU con $v = cost$

v non cost

$x_2 = x_1 + \int_{t_1}^{t_2} v\,dt$

- $a = \frac{dv}{dt}$

$\int_{v_1}^{v_2} dv = \int_{t_1}^{t_2} a\,dt$

a non cost

$\boxed{v_2 = v_1 + a(t_2 - t_1)}$

2° MRUA con $a = cost$

$v_2 = v_1 + \int_{t_1}^{t_2} a(t)\,dt$

$$v_{ist} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \bar{r}}{\Delta t} = \left(\lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t}\right)\bar{i} + \left(\lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta t}\right)\bar{j} + \left(\lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta z}{\Delta t}\right)\bar{k} =$$

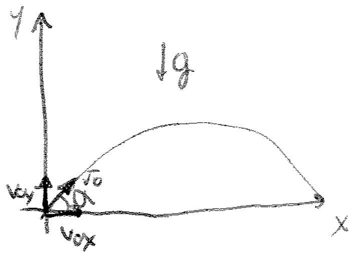
$$= \frac{dx}{dt}\bar{i} + \frac{dy}{dt}\bar{j} + \frac{dz}{dt}\bar{k}$$

$$\bar{v}(t) = \frac{d}{dt}(x\bar{i} + y\bar{j} + z\bar{k}) = \frac{d\bar{r}}{dt}$$ $\bar{v}$ ist è derivata vettore posizione

$\bar{V} = v_x\bar{i} + v_y\bar{j} + v_z\bar{k}$ moto in ogni direzione è indipendente, avvengono solo nello stesso istante.

le formule per MRU e MRUA sono le stesse dell'1D ma nel 3D si possono scrivere e scomporre per componenti.

MOTO PARABOLICO



$$\begin{cases} x: x = v_{0x} \cdot t + x_0 \\ y: y = -\frac{1}{2}gt^2 + v_{0y}t + y_0. \end{cases}$$

GITTATA → spazio percorso orizzontalmente da grave quando ripassa per h iniziale ($y=0$)

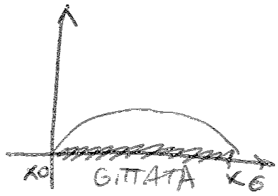
$$\begin{cases} t = \frac{x - x_0}{v_{0x}} \\ y = -\frac{1}{2}g\left(\frac{x-x_0}{v_{0x}}\right)^2 + v_{0y}\left(\frac{x-x_0}{v_{0x}}\right) \cancel{+y_0} \end{cases}$$

$$\begin{cases} v_{0x} = v_0 \cdot \cos\alpha \\ v_{0y} = v_0 \cdot \sin\alpha \end{cases}$$

$$y = -\frac{1}{2}g\frac{(x-x_0)^2}{v_0 \cdot \cos\alpha} + \cancel{v_0}\sin\alpha\frac{(x-x_0)}{\cancel{v_0}\cdot\cos\alpha} \cancel{+y_0}$$

$$\boxed{y = -\frac{1}{2}g\frac{(x-x_0)^2}{v_0^2\cos^2\alpha} + (x-x_0)\,tg\,\alpha \quad \cancel{(+y_0)} \qquad \alpha = \text{angolo di gittata}}$$

TRAIETTORIA



$$\begin{cases} x = 0 \\ -\frac{1}{2}g\frac{x^2}{v_0^2\cos^2\alpha} + x\,tg\alpha = 0 \end{cases}$$

$$\frac{-gx^2 + x\,tg\alpha \cdot 2v_0^2 \cdot \cos^2\alpha}{\cancel{2v_0^2 \cdot \cos^2\alpha}} = 0$$

LEGGI NEWTON

Descrivono meccanica classica — cinematica (come) perché oggetti si muovono → dinamica
— postulati di meccanica
(veri sperimentalmente non matematicamente)
Definiscono concetto di forza

PROBLEMA CENTRALE MECCANICA CLASSICA → nota massa e condizioni iniziali prevedere posizione negli istanti successivi

1ª LEGGE o PRINCIPIO INERZIA → corpo non soggetto a forze esterne permane nel suo stato di quiete o di moto rettilineo uniforme se osservato in qualsiasi sist. rif. inerziale
SRI = non accelera rispetto stelle fisse
se ne ∃ 1 ne ∃ ∞ che si muovono con v cost

2ª LEGGE → $\overline{R} = \sum \overline{F} = m\,\overline{a}$ — propr. INTRINSECA
per qualsiasi oggetto puntiforme
↳ def. massa e forza

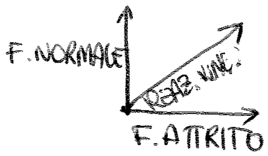
3ª LEGGE → forze sempre a coppie $F_{A,B} = -F_{B,A}$
applicate a corpi ≠
per ogni azione ∃ reazione = e contraria

$\overline{F} = kg \cdot \frac{m}{s^2} = N$ Newton

— DI CONTATTO (N, T, Fel ...) prevalentemente natura elettromagnetica in base al comportamento macroscopico
— AZIONE A DISTANZA (Fgrav, Felettrica, interazioni forti nucleo)
↓
in realtà tutte F agiscono a distanza + intensa F, + evidente su distanze piccole perché corpi si organizzano già a breve raggio quindi FGRAV. è debole

DIAGRAMMA CORPO LIBERO → isolare forze che agiscono su un corpo.

FORZA NORMALE = forza di contatto che si esercita tra due corpi ⊥ a sup. di contatto.
componente ⊥ reaz. vincolare
mentre componente ∥ è Forza attrito



$\sum f = 0$ STATICA
$\sum f \neq 0$ DINAMICA

PESO APPARENTE = forza peso di una massa misurata in un SR NON inerziale (≠ N)
TENSIONE = grandezza forza misurata in un punto, ricavata immaginando di tagliar fune in quel punto.
se m fune trascurabile, T costante su tutta la fune
CARRUCOLE e GUIDE = per cambiare direzione forze senza alterare dim forze se carrucola è ideale – senza massa

ATTRITO

- Forza di contatto tra due oggetti in moto relativo, o tra due oggetti in quiete relativa spinti da forze ≠.
- interazioni a livello microscopico di natura elettromagnetica → sup. molto levigate o molto irregolari attrito maggiore
- non dipende da dim. sup. contatto.
- genera calore
- verso opposto al moto

STATICO → con una sup. ferma.

$F_{max} = \mu_s N \geq F_a$ corpo fermo

$F_{statico} > F_{dinamico}$

$F_{statico}$ non ha valore noto a priori ma dipende dalle altre forze coinvolte

DINAMICO → ⊥ N, moto relativo, si oppone moto.

$F_a = \mu_K N$ SCIVOLAMENTO o ATTRITO CINETICO

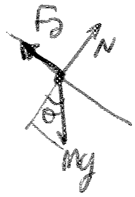
più pesante oggetto, maggiore attrito.

su piano inclinato F_a dipende da θ inclinazione:

$F_{sMAX} = \mu_s \cancel{mg} \cos\theta = \cancel{mg} \sin\theta = F_a$

$\mu_s \cos\theta = \sin\theta$

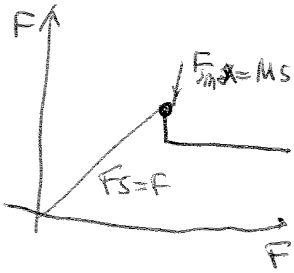
$\boxed{\mu_s = tg\,\theta_{MAX}}$



$-F_a + mg\sin\theta = 0$

$N - mg\cos\theta = 0$

$\mu_k \leq \mu_s < 1$



$F_d = \mu_k N$ → dipende solo da N non da F applicabile

IN UN FLUIDO → ATTRITO VISCOSO

$F_{DERIVA} = bv^n$ → comporta raggiungimento v limite $\cong n = 1$

$f = mg$

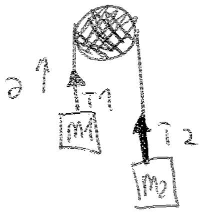
$bv - mg = m \cdot a$ → v aumenta nel tempo fin quando $|bv| = |mg|$ → $a = 0$ → $V = V_{TERMINA}$

$bv = mg$

$v_T = \frac{m}{b} \cdot g$

b → coeff. attrito viscoso

MACCHINA ATWOOD → ricavare sperimentalmente g misurando a a masse note



$$\begin{cases} T = m_2 g - m_2 a \\ -T + m_1 g = m_1 a \end{cases}$$

$$\boxed{a = \frac{+m_2 - m_1}{m_2 + m_1} \cdot g}$$

$$\boxed{T = \frac{(m_1 \cdot m_2)}{m_1 + m_2} 2g}$$

FORZA ELASTICA - LEGGE DI HOOK $\quad F_x = -Kx$

- FORZA DI RICHIAMO → sfavorisce grandi spostamenti → legge di Hooke come ~~approssz~~ 1° termine sviluppo Tay
- senza attrito → MOTO ARMONICO

$x: \ -F_{el} = ma$

$-Kx = m \cdot a$

$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2x}{dt} \qquad a = -\frac{Kx}{m}$

$\frac{dv}{dt} + \frac{K}{m}x = 0 \qquad \frac{K}{m} \to \omega^2 \to \omega = \sqrt{\frac{K}{m}}$ PULSAZIONE → non dipende da A

$$\boxed{\frac{d^2x}{dt} + \omega^2 x = 0}$$ EQ. MOTO ARMONICO SEMPLICE

$x(t) = A\sin(\omega t) + B\cos(\omega t)$

$\frac{d^2x}{dt} = -\omega^2 A\sin(\omega t) - \omega^2 B\cos(\omega t) = -\omega^2 (x(t))$

$$\boxed{x(t) = A\cos(\omega t + \phi_0)}$$

$W_{circ} \neq W_{ARM}$

$T_{circ} = T_{arm}$ → + massa, + Tosc.
+ K, + T

per entrambi i casi $\quad \omega = 2\pi f$ → se sommo funzioni SINUSOIDALI con stesso T, ne ottengo una con stesso T

MOTO ARMONICO SMORZATO

$-F_{el} - F_v = m \cdot a$ → attrito viscoso

$-Kx - bv = ma$

$$m\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{dx}{dt}\frac{b}{m} + \frac{K}{m}x = 0 \qquad \frac{b}{m} \to 2\gamma \quad \frac{K}{m} \to \omega^2$$

$$\boxed{\frac{d^2x}{dt^2} + 2\gamma\frac{dx}{dt} + \omega^2 x = 0}$$

EQ. DIFF. MOTO ARMONICO SMORZATO

γ = coeff. smorzamento $= \frac{b}{2m}$

ω_0 = pulsazione del materiale, non dall'esterno

b_c = costante di smorzamento (valore critico) ⇒ $\omega_0 = \gamma$ ⇒ $b_c = 2m\omega_0$

MOTO ARMONICO SMORZATO FORZATO

Per mantenere un oscillazione sistema smorzato si agisce con forza periodica esterna

Se $\omega_{est} \cong \omega_0$ RISONANZA

$x = e^{\alpha t}$ sol. eq. diff. a coeff. costanti

$\frac{dx}{dt} = \alpha e^{\alpha t}$

$\frac{d^2x}{dt} = \alpha^2 e^{\alpha t}$

sostituendo → $\frac{d^2x}{dt^2} + 2\gamma\frac{dx}{dt} + \omega^2 x = \alpha^2 \cancel{e^{\alpha t}} + 2\gamma\alpha \cancel{e^{\alpha t}} + \omega_0^2 \cancel{e^{\alpha t}} = 0$

$$\alpha^2 + 2\gamma\alpha + \omega_0^2 = 0$$

$$\alpha = -\gamma \pm \sqrt{\gamma^2 - \omega_0^2}$$

reale → smorzato → α negativo

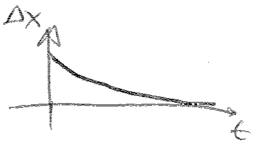
immaginaria → sol. oscilla (sin cos)

$$y(t) = Ae^{\alpha^+ t} + Be^{\alpha^- t}$$

MOTO SOVRASMORZATO $\gamma > \omega_0$

sol. reali α_1, α_2

sol. generale: $x(t) = Ae^{(-\gamma + \sqrt{\gamma^2 - \omega_0^2})t} + Be^{(-\gamma - \sqrt{\gamma^2 - \omega_0^2})t}$



$$\boxed{x(t) = Ae^{-(\gamma - \sqrt{\gamma^2 - \omega_0^2})t} + Be^{-(\gamma + \sqrt{\gamma^2 - \omega_0^2})t}}$$ no oscillazioni

SMORZAMENTO CRITICO $\gamma = \omega_0$

$x(t) = e^{-\gamma t}(At + B)$ non ho parti oscillanti

vedi quaderno

MOTO OSCILLATORIO SMORZATO $\gamma < \omega_0$

sovrasmorzato → non si completa oscillazione

sottosmorzato → oscillatorio ma ampiezza ridotta

Soluzioni complesse. $\pm i\omega$

$$x(t) = e^{-\gamma t}(Ae^{+i\omega t} + Be^{-i\omega t})$$

poiché $x(t)$ deve essere reale → $x(t) = e^{-\gamma t} Re(Ae^{i\omega t} + Be^{-i\omega t})$ (A+B = reale; B, A compl. coniug.)

$$\boxed{x(t) = X_0 e^{-\gamma t}\sin(\omega t + \phi)}$$ pseudo periodo $T = \frac{2\pi}{\sqrt{\omega_0^2 - \gamma^2}}$

V_{MAX} curva piana $\rightarrow$ $\boxed{\sqrt{gR\mu_s}}$

V_{MIN} curva pendente $\rightarrow$ $V_{MIN} = \sqrt{gR\dfrac{(\sin\theta - \mu_s\cos\theta)}{(\cos\theta + \mu_s\sin\theta)}}$

$V_{MAX} = \sqrt{gR\dfrac{\sin\theta + \mu_s\cos\theta}{\cos\theta - \mu_s\sin\theta}}$

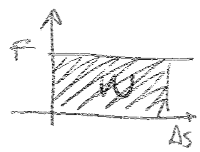
$V_{MIN} < 0$ posso andare a qualsiasi v sotto vsoglia

$V_{MIN} > 0$ se vado sotto tale v cado nella curva.

LAVORO F COSTANTE

$W = F \cdot \Delta r = F \cdot \Delta r \cdot \cos\theta$ $\rightarrow$ fa lavoro solo componente // r

scalare



forza · spostamento = $N \cdot m = J$ Joule $= \dfrac{Kg \cdot m^2}{s^2}$

- Dyne · cm (erg)
- calorie = 4,184 J
- eV = $1{,}6 \cdot 10^{-19}$ J

NEL CASO DI PIÙ FORZE

$R = F_1 + F_2$

$W_{TOT} = W_1 + W_2 = F_1\Delta r + F_2\Delta r = (F_1 + F_2)\Delta r$

$W_{TOT} = R \cdot \Delta r$

in generale

$W_{F_1} + \ldots + W_{F_n} = \bar{F}_1\Delta r + \ldots + \bar{F}_n \cdot \Delta r = (\bar{F}_1 + \ldots + \bar{F}_r)\Delta r = \bar{R}\Delta r = W_{\bar{R}}$

lavoro fatto da risultante è somma dei lavori fatti dalle singole forze

$\bar{R}$ è FORZA ADDITIVA.

- Δt non conta
- $W = 0$ se $\begin{cases} F = 0 \\ \Delta r = 0 \\ \theta = 90° \end{cases}$

LAVORO FATTO DA GRAVITÀ

$W_g = mg \cdot \Delta r \cdot \cos\theta = -mg \cdot \Delta y$

$W_{TOT} = \bar{F}_1\Delta\bar{r}_1 + \ldots + \bar{F}_n\Delta\bar{r}_n = F(\Delta r_1 + \ldots + \Delta r_n) = mg\Delta y$ → dipende solo dall'altezza e non dal percorso seguito.

vedi regola poligonale

LAVORO FATTO DA FORZA VARIABILE IN 3D

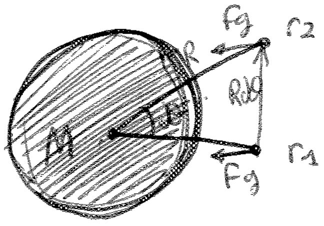
$$W_F = \int \bar{F}\, d\bar{r} = \int F_x dx + \int F_y dy + \int F_z dz$$

→ 3 unidimensionali danno nel complesso 1 nello spazio

$$W_R = K_f - K_i$$

ESEMPIO: FORZA GRAVITAZIONALE

$$\bar{F}_g = -\frac{G m M_T}{R^2} \cdot \bar{r}$$



$$W_{Fg}(R_i \to R_f) = \int \bar{F}_g \cdot d\bar{r}$$

$$d\bar{r} = dR\,\bar{r} + R d\theta\,\bar{\theta}$$

$\bar{r} \cdot \bar{\theta} = 0$
$\bar{r} \cdot \bar{r} = 1$

$$\bar{F}_g \cdot d\bar{r} = \left(-\frac{G m M_T}{R^2}\bar{r}\right)\left(dR\,\bar{r} + R d\theta\,\bar{\theta}\right) = -\frac{G m M_T}{R^2} dR$$

$$W_{Fg} = -G m M_T \int_{R_i}^{R_f} \frac{dR}{R^2} = -\frac{G m M_T}{R}\Big|_{R_i}^{R_f} = G M M_T\left(\frac{1}{R_f} - \frac{1}{R_i}\right)$$

$R_i = R_T$
$R_f = R_T + \Delta y$

$$\Rightarrow G m M_T\left(\frac{1}{R_T + \Delta y} - \frac{1}{R_T}\right) = G M M_T\left(\frac{1}{R_T} \cdot \frac{1}{1 + \frac{\Delta y}{R_T}} - \frac{1}{R_T}\right) =$$

$y << 1$
$R_T >> \Delta y$

(con $\frac{1}{1+x} \sim 1 - x$)

$$G M M_T\left(\frac{1}{R_T} \cdot \left(1 - \frac{\Delta y}{R_T}\right) - \frac{1}{R_T}\right) = G M M_T\left(\cancel{\frac{1}{R_T}} - \frac{\Delta y}{R_T} - \cancel{\frac{1}{R_T}}\right) =$$

$$W_{FG} = \left(\underbrace{\frac{G M M_T}{R_T}}_{g}\right)\Delta y \longrightarrow W_{FG} = m g \Delta y$$ in prossimità sup. terrestre.

FORZE CONSERVATIVE

lavoro NON dipende da percorso, solo da posizione finale e iniziale (F GRAV, F elastica)

lungo percorso chiuso: LAVORO NULLO → circuitazione nulla ($\oint = 0$)

$$W_F(A \to A) = W_F(A \to B) + W_F(B \to A) = \int_A^B \bar{F} d\bar{r} + \int_B^A \bar{F} d\bar{r} = \int_A^B \bar{F} d\bar{r} - \int_A^B F d\bar{r} = 0$$

ENERGIA POTENZIALE

$\forall F$ conservativa possiamo definire funzione ΔU

$$\Delta U = -W_F(A \to B) \longrightarrow \boxed{U_B^{(F)} - U_A^{(F)} = -\int_A^B \bar{F} d\bar{r}}$$

en. pot associata ad una funzione, definisce energia associata ad F a meno di una costante arbitraria C (derivata risoluzione integrale) che nel calcolo della variazione sparisce usato per scegliere dove è nulla en. potenziale.

$U_B^{(F)} = U_B'^{(F)} + C$
$U_A^{(F)} = U_A'^{(F)} + C$

$\Delta U = U_B - U_A = U_B' - U_A'$

GRADIENTE ENERGIA POTENZIALE

corpo ha come posizione equilibrio minimo en. potenziale. ↳ $\bar{R}=0$ identifica minim energia potenziale

$\bar{R}=0 \rightarrow \bar{a}=0$ cond. equilibrio per Newton

$$\boxed{\bar{R} = -\nabla \bar{U}}$$

derivata vettoriale

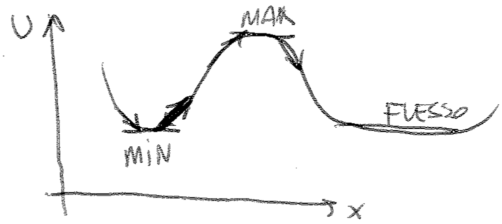
in 1D:

$$W = \int R\,dx$$

$$dW = R\,dx = -dU \quad \text{variazioni infinitesime}$$

$$R = -\frac{dU}{dx} \rightarrow \text{derivando en. potenziale arrivo alle forze}$$

EQUILIBRIO



MIN DX: $\frac{dU}{dx} > 0$ pendenza + ⇝ F − spinge massa verso SX

SX: $\frac{dU}{dx} < 0$ pendenza − ⇝ F + spinge m verso

EQ. STABILE

MAX DX: $\frac{dU}{dx} < 0$ ⇝ F + allontana m

SX: $\frac{dU}{dx} > 0$ ⇝ F − allontana m

EQ. INSTABILE

FLESSO SX, DX: $\frac{dU}{dx} = 0 \rightarrow F_{sx} = F_{dx} = 0$

EQ. INDIFFERENTE

vel costante

$$\bar a = \frac{d\bar v}{dt} = \frac{d(\bar v_{O'} + \bar v' + \bar\omega\times\bar r')}{dt} = \frac{d\bar v_{O'}}{dt} + \frac{d\bar v'}{dt} + \frac{d(\bar\omega\times\bar r')}{dt} =$$

$$= \bar a_{O'} + \frac{d(v_x'\bar i + v_y'\bar j + v_z'\bar k)}{dt} + \frac{d\bar\omega}{dt}\times\bar r' + \frac{d\bar r'}{dt}\times\bar\omega =$$

$$= \bar a_{O'} + \left(\frac{dv_x'}{dt}\bar i + \frac{dv_y'}{dt}\bar j + \frac{dv_z'}{dt}\bar k\right) + \left(\frac{d\bar j}{dt}v_x' + \frac{d\bar j}{dt}v_y' + \frac{d\bar k}{dt}v_z'\right) + \frac{d\bar\omega}{dt}\times\bar r' +$$

$$+ \omega\times(\bar v' + \bar\omega\times\bar r') =$$

$$= \bar a_{O'} + \bar a' + \underline{\bar\omega\times\bar v'} + \frac{d\bar\omega}{dt}\times\bar r' + \underline{\omega\times\bar v'} + \bar\omega\times(\bar\omega\times\bar r') =$$

$$= \bar a_{O'} + \bar a' + 2\bar\omega\times\bar v' + \frac{d\bar\omega}{dt}\times\bar r' + \bar\omega\times(\bar\omega\times\bar r') =$$

$$\bar a = \bar a' \underbrace{\boxed{+ \bar a_{O'} + \bar\omega\times(\bar\omega\times\bar r') + \frac{d\bar\omega}{dt}\times\bar r'}}_{a_T} + \underbrace{\boxed{2\bar\omega\times\bar v'}}_{a_C}$$

$$\bar F = m\cdot\bar a \Rightarrow \bar a = \bar a' + a_T + a_C \Rightarrow \bar F = m(\bar a' + a_T + a_C) =$$

$$= m\cdot\bar a' + m a_T + m a_C$$

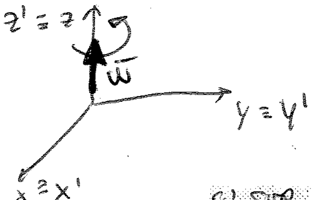
$$\Downarrow$$

$$\boxed{\bar F - \bar F_T - \bar F_C = m\cdot\bar a}$$

ROTAZIONE TERRESTRE

$a = g$

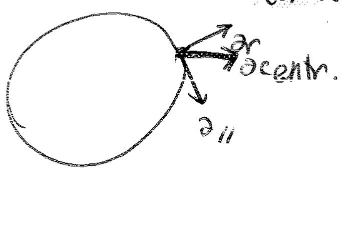
solo rotazione con $\omega = cost.$



$\omega = cost$

$$\bar g = \bar g' + \bar\omega\times(\bar\omega\times R_T) + 2\bar\omega\times\bar v' + \cancel{\frac{d\bar\omega}{dt}\times\bar r'}$$

su sup. terrestre ← $$\bar g' = \bar g \underbrace{- \bar\omega\times(\bar\omega\times R_T)}_{a_{centrifuga}} \underbrace{- 2\bar\omega\times\bar v'}_{a_{coriolis}}$$



max eq, nulla ai poli

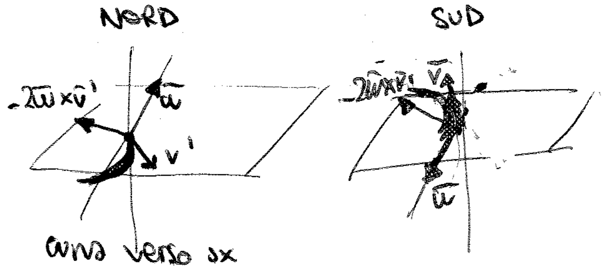
agisce solo su oggetti in moto ($\bar v'$)

. componente // max ai poli e nulla all'equatore

. componente ⊥ suolo

NORD → verso DX

SUD → verso SX



curva verso sx

Calcolo g conoscendo R_{T-L} e T rotazione LUNA

$$F_{sup.T.} = mg \qquad F_{G,T} = G\frac{M_T m_i}{R_T^2}$$ corpo su sup. terrestre

$$\cancel{m}g = \frac{G M_T \cancel{m}}{R_T}$$

$$F_{T,L} = \frac{G M_T \cdot \cancel{M_L}}{R_L^2} = \cancel{M_L} \cdot \omega_L^2 R_L$$

$$G M_T = \omega_L^2 R_L^3$$

$$g = \frac{G M_T}{R_T^2} = \frac{\omega_L^2 R_L^3}{R_T^2}$$

* G si basa sull'ipotesi MASSA INERZIALE = MASSA GRAV.

CAMPO GRAVITAZIONALE

$$F_{1,2} = \underbrace{\frac{G M_1}{R^2}}_{\to g} M_2$$

g = campo gravitazionale → generato dalla massa sorgente del campo nel punto P distante R

sempre attrattivo

$$\bar{F} = m \cdot \bar{g}$$

se è dovuto a più masse puntiformi $\bar{g} = \sum_{i=1}^{N} G_i = \sum_{1}^{N} \left(-G\frac{M_i}{R_i^2}\right)$

Se è dovuto a massa m contenuta in regione limitata si divide m in contributi infinitesimi dm :

$$d\bar{g} = -G\frac{dm}{R^2}$$

$$\bar{g} = \int -G\frac{dm}{R^2} \quad \text{con } dm = \rho dV$$

se corpo puntiforme o distribuzione sferica uniforme $\bar{g} = \frac{GM}{R^2}$

ENERGIA POTENZIALE GRAVITAZIONALE

$$W = \int F ds = \int -\frac{G M_1 M_2}{R^2} ds = -\frac{G M_1 M_2}{R}$$

a distanze $\infty \to E_p = 0$.

POTENZIALE GRAVITAZIONALE

$$V = \frac{E_p}{m} = -\frac{G \cancel{M_1} m_2}{R} \cdot \frac{1}{\cancel{M_1}} = -\frac{G m_2}{R}$$

URTI

① CONSERVAZIONE Q. MOTO

URTI ELASTICI → CONSERVAZIONE E.CIN

URTI ANAELASTICI → NON CONSERVAZIONE E.CIN

URTI COMPLETAMENTE ANAELASTICI → NON. CONSER. E.CIN → corpi dopo l'urto hanno stessa V

* cons. energia cinetica e non meccanica perché si considera $\Delta U = cost.$

ANTI COLLISIONE INELASTICA: ESPLOSIONE.

$$\boxed{V_P = \left(\frac{M_B}{M_P} + 1\right)\sqrt{2gH}}$$ PENDOLO BALISTICO

Ⓐ $R^{(EXT)} = 0 \rightarrow p = cost \rightarrow V_{cm} = \dfrac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2}$

Ⓑ $\bar{V} = V_{cm} + V^*$

$V^* = V - V_{cm}$

Nel cm si conserva quantità moto $= 0 \rightarrow p_{cm}^* = 0$ $\begin{cases} m_1 v_{1i}^* = -m_2 v_{2i}^* \\ m_1 v_{1f}^* = m_2 v_{2f}^* \end{cases}$

se si conserva en cin: → si scambiano v

$v_{1f}^* = -v_{1i}^*$

$v_{2f}^* = -v_{2f}^*$

$\boxed{V_{ALL} = -V_{AVV}}$

Ⓒ $\bar{v} = V_{cm} + V^*$

collisioni elastiche:

- $m_1 \rightarrow v_i \rightarrow v_f = -v_i$
  $m_2 \rightarrow v = 0$
  $m_2 >> m_1$

$m_2 > m_1$	$m_2 < m_1$
m_1 torna indietro	m_1 prosegue

- $m_1 = m_2$
  $v_{1f} = v_{2i}$
  $v_{2f} = v_{1i}$

$$v_1^f = \frac{(m_2 - m_1)v_1 + 2m_2 v_2}{m_1 + m_2} \qquad v_2^f = \frac{(m_1 - m_2)v_2 + 2m_1 v_1}{m_1 + m_2}$$

momento di inerzia dipende da dove si prende asse di rotazione.

CALCOLO MOMENTO D'INERZIA PER CORPO CONTINUO

Passaggio da sommatoria ad integrale, più che la massa è determinante distanza dall'asse (termine al quadrato) → momento I sfera piena < sfera cava perché la massa è distribuita più lontano da asse

$$I = \int R^2 \, dm$$

$$\downarrow$$

$$I = \int R^2 \rho \, dV$$

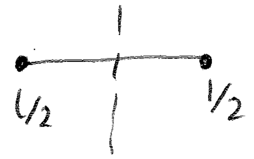
$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{dm}{dV}$$

$\frac{m}{V}$: CASO OMOGENEO
$\frac{dm}{dV}$: CASO GENERALE

(A) SBARRETTA SOTTILE 1D

- $I_{cm} = \int x^2 \, dm \qquad \rho = \frac{dm}{dx} \rightarrow 1D$

$$I_{cm} = \int_{-l/2}^{l/2} \rho x^2 \, dx$$



corpo omogeneo

$$I_{cm} = \rho \frac{x^3}{3} \Big|_{-l/2}^{l/2} = \frac{1}{12} ML^2$$

- $I_{cm} = \int \rho x^2 \, dx = \rho \frac{x^3}{3} \Big|_0^L = \rho \frac{L^3}{3} =$

$$= \frac{M}{\cancel{L}} \cdot \frac{L^{\cancel{3}2}}{3} = \frac{1}{3} ML^2$$

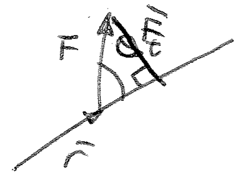
ROTAZIONE E MOMENTO DELLE FORZE

$\bar{r}$ = vettore che congiunge punto di applicazione forza al asse rotazione

importante non solo modulo forza ma punto applicazione e direzione

$\bar{\tau}_o^{(F)} = \bar{r} \times \bar{F}$ max quando vettori sono $\perp$

$\bar{\tau}_o^{(F)} = |\bar{r}||\bar{F}|\sin\theta \rightarrow \bar{\tau} \perp$ piano foglio.



$\odot$ uscente $\otimes$ entrante

$\bar{\tau}_o \neq 0$ solo se componente $\bar{F} \perp \bar{r} \neq 0$

$$\boxed{\tau_o = F\, r\sin\theta = b \cdot F} \rightarrow \theta = 0 \quad \bar{r} // \bar{F} \rightarrow b = 0$$

b ↳ braccio forza

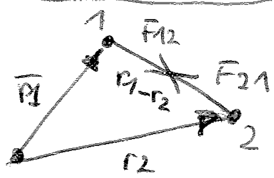
$$\bar{\tau}_o = r \cdot \underbrace{F\sin\theta}_{F_T} = r F_T = r \cdot m a_T = r m \cdot \alpha r = m \cdot \alpha r^2 = \alpha \cdot mr^2 = I\alpha$$

Per singolo corpo puntiforme vale $\tau_o = I_o \alpha$ forze collegate alle accelerazioni

Per corpo rigido esteso: $\boxed{\bar{\tau}_o^{(EXT)} = I_o \alpha}$

$$\bar{\tau}_o = \sum_{i}^{N} \bar{r}_i \times \bar{R}_i = \sum_{i}^{N} \bar{r}_i \times \bar{R}_T^i = \sum_{i}^{N} r_i m_i \alpha r_i = \underbrace{\sum_{i}^{N} m_i r_i^2}_{I_o} \alpha$$

DIMOSTRAZIONE



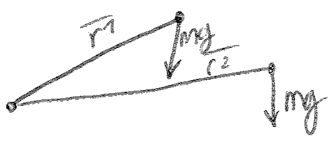
$F_{12} = -F_{21}$
$-F_{12} = F_{21}$

$$\bar{\tau}_o = \tau_o^{(F_{1,2})} + \tau_o^{(F_{2,1})} + \tau_o^{(EXT)} =$$
$$= \bar{r}_1 \times \bar{F}_{12} + \bar{r}_2 \times (-F_{12}) + \tau_o^{(EXT)} =$$
$$= \cancel{(\bar{r}_1 - \bar{r}_2) \times \bar{F}_{12}} + \tau_o^{(EXT)}$$

2^a EQ. DINAMICA

$$\boxed{\bar{\tau}_o = \bar{\tau}_o^{(EXT)} = I_o\alpha}$$ vale anche nel caso generale

MOMENTO FORZA PESO

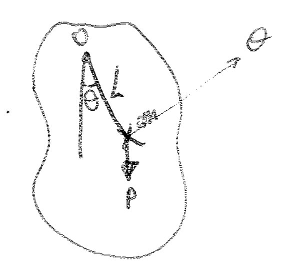


$$\bar{\tau}_o^{(P)} = \bar{r}_1 \times M_i g + \bar{r}_2 \times m_i g \ldots = \bar{r}_1 M_i \times g + m_i \bar{r}_2 \times g$$
$$= \frac{M}{M} \sum_{i=1}^{N} m_i \bar{r}_i \times g = \bar{R}_{CM} \times M\bar{g}$$

momento si calcola concentrando tutta la massa nel cm

BARICENTRO punto in cui collocata massa del corpo per calcolarne momento, in tal caso coincide con CM perchè g = per tutti i punti.
se $g \neq$ costante $\Rightarrow |\bar{\tau}| = \bar{r}_B M g \rightarrow g$ medio sul corpo.

PENDOLO FISICO



$\tau_O^{(P)} = I_O \alpha$

$L \cdot P \cdot \sin\theta = I_O \alpha \rightarrow \alpha = -\frac{d^2\theta}{dt^2}$

$I_O \frac{d^2\theta}{dt^2} + LMg\sin\theta = 0$

$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \omega^2 \sin\theta = 0 \qquad \omega^2 = \frac{LMg}{I_O}$

$\boxed{I_O = LMg\left(\frac{T}{2\pi}\right)^2}$

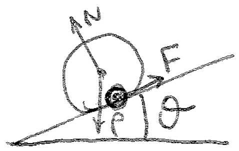
nel pendolo semplice $\omega^2 = \frac{g}{L}$

ROTAZIONE INTORNO ASSE IN MOVIMENTO

$\begin{cases} R = M \cdot a_{cm} \\ \tau_{cm} = I_{cm}\alpha \end{cases} \qquad a = \alpha R$

se asse di rotazione è in movimento ma con direzione fissa, cioè non cambia piano.

- PURO ROTOLAMENTO $\longrightarrow$ v_{cm} legata direttamente ω



$\begin{cases} \bar{R} = M\bar{a}_{cm} \\ \tau_{cm}^{(z)} = I_{cm}\alpha \end{cases}$

3 eq.
3 in.

$\begin{cases} x: \ -F_s + mg\sin\theta = M a_{cm} \\ y: \ N - Mg\cos\theta = 0 \\ \tau: \ \tau_{cm}^{(R)} = \tau_{cm}^{(Fa)} + \underbrace{\cancel{\tau_{cm}^{(N)}} + \cancel{\tau_{cm}^{(P)}}}_{b=0} \rightarrow RF_a = I_{cm}\alpha \end{cases}$

$a_{cm} = \alpha R$

$\begin{cases} -F_s + mg\sin\theta = M a_{cm} \longrightarrow F_s = M(g\sin\theta - a_{cm}) \\ RF_s = I_{cm}\frac{a_{cm}}{R} \end{cases}$

$\downarrow$

$R \cdot M(g\sin\theta - a_{cm}) = I_{cm}\frac{a_{cm}}{R}$

$RMg\sin\theta - RMa_{cm} = I_{cm}\frac{a_{cm}}{R}$

$RMg\sin\theta = a_{cm}\left(\frac{I_{cm}}{R} + RM\right)$

$g\sin\theta = a_{cm}\left(\frac{I_{cm}}{MR^2} + 1\right) \longrightarrow \boxed{A_{cm} = \frac{g\sin\theta}{1 + \frac{I_{cm}}{MR^2}}}$

FLUIDI

Qualsiasi insieme di particelle puntiformi non dotate di forma propria, ma assumono forma del contenitore.

GAS → prevalgono forze repulsive, tendono ad occupare posizioni il più lontano possibile tra loro

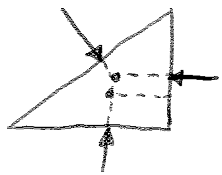
LIQUIDI → occupano recipiente a strati, partendo da quelli più bassi
→ prevalgono forze attrattive tra molecole

Sono sistemi CONTINUI → $dm = \rho dV$

In stato di QUIETE → forze tra gli elementi ⊥ superficie di separazione

FORZE DI VOLUME → proporzionali a dV
→ possono essere → DI PESO $g\,dm = g\rho dV$
→ DI SUPERFICIE $dF = p\,dS$

PRESSIONE NON DIREZIONALE → $p = \frac{dF}{dS} = \frac{F}{S}$ dimostrato con principio di SOLIDIFICAZIONE



$\rho = \frac{\Delta m}{\Delta V}$
$p = \frac{\Delta F}{\Delta A}$
} connessi da MODULO DI COMPRESSIBILITÀ B

$B = \frac{\Delta p}{(-\Delta V/V)}$ pressione / variazione frazionaria di V

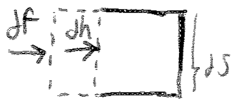
SOLIDI: $B \to \infty$ incomprimibili
LIQUIDI: B grande, ≅ incomprimibile, varia forma non volume
GAS: B piccolo, molto comprimibile, dipende da pressione

$1\,Pa = 1\,N/m^2$

$10^5\,Pa = 1\,bar$

$133.33\,Pa = \frac{1}{760}\,atm = 1\,torr = 1\,mmHg$

LAVORO PRESSIONI

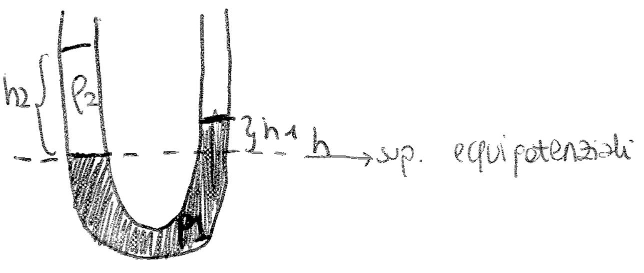


$dF = p \cdot dS$ → agisce ⊥ superficie, si sposta concordemente a forza di quantità dh

$dW = dF \cdot dh = p\,dS\,dh = p\,dV$ (dh → spostamento infinitesimo)

$\int dW = \int p \cdot dV$

$W = \int p \cdot dV$



$p_2 = p_0 + \rho_2 g h_2$

$p_1 = p_0 + \rho_1 g h_1$

alla stessa altezza h, stessa pressione

$p_2 = p_1$

$\cancel{p_0} + \rho_2 \cancel{g} h_2 = \cancel{p_0} + \rho_1 \cancel{g} h_1$

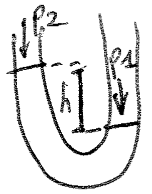
$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{h_1}{h_2}$

$h_2 > h_1$, quindi $\frac{h_1}{h_2} < 0$, quindi anche $\frac{\rho_2}{\rho_1} < 0$, perciò $\rho_2 < \rho_1$

$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{h_1}{h_2} = 1 - \frac{d}{z_2}$ con $d = h_2 - h_1$

h_1 e h_2 inversamente proporzionali alle densità → misura densità relativa.

(4) MANOMETRO A U: rami comunicano con 2 ambienti a pressioni diverse



$p_1 > p_2$

$$h = \frac{p_1 - p_2}{\rho g}$$

(5) BAROMETRO TORRICELLI: manometro ad U con un ramo chiuso e un ramo aperto a p.atm, dislivel h è dovuto solo a p.atm e non a vapori di mercurio e vale $\rho g h$ ($h = 0{,}760$ m)

(6) PRESSIONE ATM e le sue VARIAZIONI [267]

IN GENERALE: EQUILIBRIO STATICO DI UN FLUIDO

$a = 0$, $v = 0$ sistema di riferimento inerziale

su dm agiscono

- FORZE DI PRESSIONE (le cui componenti agiscono su z)

$p(z)\,dS - p(z+dz)\,dS =$

$= dS\left\{p(z) - \left[p(z) + \frac{\partial p}{\partial z}\,dz\right]\right\} =$

$= -\frac{\partial p}{\partial z} \cdot dz \cdot dS = -\frac{\partial p}{\partial z} \cdot dV$

- FORZE DI VOLUME, le cui componenti su z sono:

$f_z\,dm = f_z\,\rho\,dV$

CONDIZIONE EQUILIBRIO → $F_p + F_v = 0$

$-\frac{\partial p}{\partial z}\,\cancel{dV} + f_z \rho\,\cancel{dV} = 0$

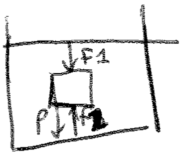
$f_z \rho = \frac{\partial p}{\partial z}$

Lo stesso vale per gli altri assi e complessivamente $\nabla p = \text{grad}\,p = \rho f$

PRINCIPIO DI ARCHIMEDE

$F_B = (p_2 - p_1)\cdot A = \rho g (y_2 - y_1) A = \rho g \cdot V = mg = P \rightarrow$ peso del liquido spostato

F_B spinta di galleggiamento o di Archimede



$F_1 + P - F_2 = 0$

$(p_1 - p_2)A + mg = 0$

$m = \dfrac{\rho_{OGG} \cdot A (y_2 - y_1) \cancel{g}}{\cancel{g}}$

$F_B = F_1 - F_2$

$(p_1 - p_2)A + \rho_{OGG} A (y_2 - y_1) \cdot g = ?$

$$\boxed{F_B = -\rho_{OGG} A (y_2 - y_1) g = \rho_{liq} A (y_2 - y_1) g}$$ STEVINO

$\rho_{liq} A (y_2 - y_1) g - \rho_{OGG} A (y_2 - y_1) g = m \cdot a$

$\rho_{liq} > \rho_{OGG} \Rightarrow a > 0$ ↑

corpo galleggia se ha densità minore della densità del fluido in cui è immerso

possiamo calcolare la parte immersa, perché F archimede agisce solo sulla parte di volume immersa.

Da volume immerso posso conoscere densità e viceversa

$\Rightarrow a = 0$ oggetto in equilibrio

$F_B = \rho_{liq} \cdot V_{liq.\ spostato} \cdot \cancel{g} = \rho_{OGG} \cdot \cancel{g} \cdot V_{OGG}$

$$\boxed{\frac{\rho_{liq}}{\rho_{OGG}} = \frac{V_{OGG}}{V_{spostato}}}$$

PRINCIPIO PASCAL: TORCHIO IDRAULICO

1) $\Delta p = \rho g \Delta y$
2) $F_B = W_{liquido\ spostato}$ (W = peso)

Spiega come cambiamento di pressione è trasmesso nel liquido

F aumenta ma liquido è incomprimibile, quindi viene trasmessa in modo uguale dall'altra parte (trasmessa stessa Δp) in verso opposto e in base all'area.

Ogni Δp trasmesso nel fluido allo stesso modo

$\boxed{\frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2}}$ → volumi spostati $d_1 A_1 = d_2 A_2 = V$ incomprimibile rimane costante

$d_2 = \frac{d_1 A_1}{A_2}$

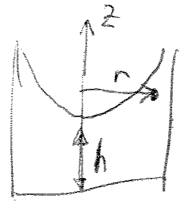
Lavoro : $\int F ds$ → $\boxed{F_1 d_1 = F_2 d_2}$

LAVORO F2 $F_2 d_2 = F_2 \frac{d_1 A_1}{A_2}$ $p = \frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2}$

$p\, d_1 A_1 = \frac{F_1}{\cancel{A_1}} d_1 \cancel{A_1}$ LAVORO F1

CONSERVAZIONE ENERGIA (= LAVORO)

LIQUIDO IN ROTAZIONE : $z = h + \frac{\omega^2}{2g} r^2$



ATTRITO INTERNO

Scorrimento relativo tra due elementi di fluido lungo l'area di contatto una forza tangenziale all'attrito: F. ATTRITO INTERNO, verso contrario a velocità relativa.

se $v_1 > v_2$, F. ATTRITO interno ritarda il primo e accelera il secondo

$dF = \eta\, dS \frac{dv}{dn}$ → dS area di contatto; $\frac{dv}{dn}$ → $\Delta v \perp dS$

η → viscosità fluido (tipo fluido, T) ∠ gas → $\eta \uparrow T \uparrow$; liquidi → $\eta \downarrow T \uparrow$

$\eta \to \frac{Kg}{ms} \to 1\ \text{poise} = 10^{-1}\ Kg/ms$

porta alla conformazione del liquido in rotazione (paraboloide)

FLUIDO IDEALE $\eta = 0$ ρ = costante, non viscoso e incomprimibile

in un fluido in EQUILIBRIO STATICO $dv/dn = 0$, non ci sono forze tangenziali stesso per fluido con $\eta = 0$ o $\eta \neq 0$. Solo in un fluido in movimento viscosità

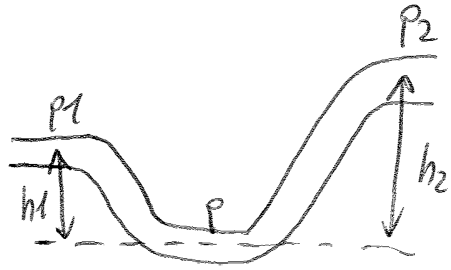
APPLICAZIONI

① TORRICELLI : FLUSSO IN TUBO A SEZIONE COSTANTE

se $S =$ costante $\rightarrow v_m \cdot S =$ costante $\rightarrow \bar{v}$ è costante

pertanto non cambia energia cinetica $\rightarrow v_1 = v_2$

$$p_1 + \rho z_1 g = p_2 + \rho g z_2$$



Se è presente un dislivello $h = z_2 - z_1$:

$$\boxed{\Delta p = \rho g h}$$

come se liquido fosse in quiete

Pressione massima nel punto più basso e decresce con quota

Esercizio

se si vuol far salire fluido di una quota h con certa portata $q = S \cdot v$ la pompa deve assicurare $\Delta p = \rho g h$ che corrisponde alla forza $\rho g h \cdot S$ ad una potenza $\rho g h (S \cdot v) = \boxed{\rho g h \cdot q}$

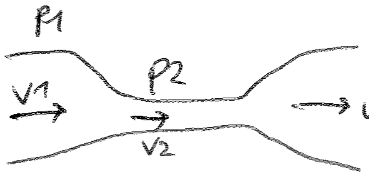
per far salire acqua di 1 m con portata 1 l/s

$$P = 10^3 \cdot 9{,}8 \cdot 1 \cdot 10^{-3} = 9{,}8 \text{ W}$$

② TUBO DI VENTURI : NON VARIA h MA SEZIONE

Usato per misure di v e portata

$$p_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 = p_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2$$

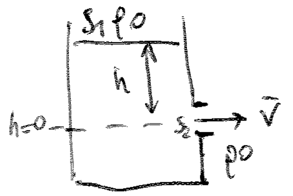


con $v_1 S_1 = v_2 S_2$

$$v_2^2 = \frac{2(p_1 - p_2)}{\rho} \cdot \frac{S_1^2}{S_1^2 - S_2^2}$$

Da $\Delta p \rightarrow v_1, v_2 \longrightarrow$ portata

③ TEOREMA TORRICELLI



$S_1 >> S_2$, velocità deflusso bassissima, quindi liquido considerato in quiete su sup. libera

Per Bernoulli: $\left(p + \frac{1}{2} \rho v^2 + \rho g z\right)_{sup} = \left(p + \frac{1}{2} \rho v^2 + \rho g z\right)_{foro}$

su sup. libera $p = p_0$, $v = 0$:

$$p_0 + \cancel{\frac{1}{2} \rho v^2} + \rho g z = p_0 + \frac{1}{2} \rho v^2 + \cancel{\rho g z} \Rightarrow v = \sqrt{2gh}$$

v stessa che avrebbe liquido in caduta libera da h, indipendente da ρ e p_0

TERMODINAMICA

COORDINATE TERMODINAMICHE: variabili indipendenti che cambiano durante trasformazion termodinamica, in funzione delle quali si esprimono tutte le proprietà del sistema.
Il tempo non compare esplicitamente come in meccanica.
$P, V, T, (n, m)$

PRINCIPIO DELL'EQUILIBRIO TERMICO o PRINCIPIO 0:

* Se due gas, o più in generale due sistemi, sono in equilibrio termico hanno la stessa temperatura.

EQUILIBRIO TERMICO
- A, B in contatto
- grandezze macroscopiche che caratterizzano A, B non cambiano nel tempo
- stessa temperatura! → rende valido principio 0.

se A ha la stessa temperatura di B (cioè equilibrio termico) e B è in equilibrio termico con C, allora A è in equilibrio termico con C.

$T_A = T_B$ & $T_B = T_C \Rightarrow T_A = T_C$

La temperatura può essere messa in relazione con volume (e pressione) di una sostanza.

PROPRIETÀ TERMOMETRICHE: proprietà fisiche che dipendono da $T \to V, P$
Molti termometri hanno scale tarate su variazioni di volume di una data sostanza (mercurio).

- CELSIUS 0 – 100

$$1°C = \frac{T \text{ ebollizione } H_2O - T \text{ cong. } H_2O}{100} = \Delta T$$

- FARHENEIT

$$1F = \frac{T \text{ corpo umano} - T \text{ cong. } H_2O + \text{sale}}{100} = \Delta T$$

$$\boxed{1F = \frac{5}{9} 1°C} \qquad 0°C = 32F$$

- KELVIN $\Delta T = 1K = 1°C$

$$\boxed{T_F = \frac{9}{5} T_C + 32} \qquad \boxed{T_F = \frac{9}{5}(-273°C) + 32}$$

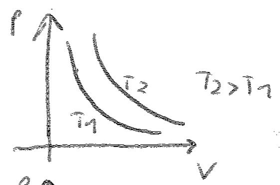
$$\boxed{0°C = 32F} \qquad \boxed{0K = -273{,}14°C} \qquad \boxed{0K = -463F}$$

GAS IDEALI

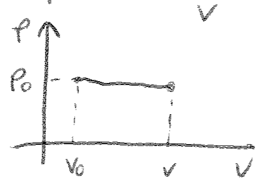
$P = \frac{F}{A}$, T, V, $n(m)$ → legate a caratteristiche microscopiche gas

Trasformazioni rappresentate sul piano (P, V)

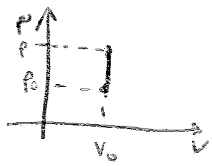
LEGGE ISOTERMA BOYLE: $\boxed{PV = \text{costante}}$



LEGGE ISOBARA VOLTA-GAY LUSSAC: $\boxed{V = V_0 + V_0 \alpha t}$



LEGGE ISOCORA VOLTA-GAY LUSSAC $\boxed{P = P_0 + P_0 \beta t}$



$$\alpha = \beta = \frac{1}{273.15\,°C}$$

$$T = \frac{1}{\alpha} + t = 273.15 + t \quad t \text{ in K}$$

EQUAZIONE DI STATO DEI GAS IDEALI: $PV = nRT$

TEORIA CINETICA GAS IDEALE

- Obiettivo: collegare T e P gas al moto singole particelle
- caratteristiche particelle in moto:
  1. velocità casuali
  2. ciascuna direzione ugualmente probabile
  3. distribuzione velocità → MAXWELL → velocità più probabile:

$$v_P = \sqrt{\frac{2K_BT}{m}}$$

- Definizione gas ideale:
  1. RAREFATTO, cioè bassa densità, molecole occupano frazione trascurabile di volume; ciò permette di considerare nulli urti tra molecole e forze di azione e reazione tra loro; ∴ gli urti avvengono solo con le pareti del recipiente.
  2. URTI ELASTICI, energia = somma singole energie delle molecole, non c'è energia potenziale di interazione ed è trascurabile effetto gravitazionale

Atmosfera ≃ gas perfetto

PRINCIPIO EQUIPARTIZIONE ENERGIA

$$\boxed{P = \frac{2}{3}\frac{N}{V}\langle K_{TRASL}\rangle} \longrightarrow \langle K_{TRASL}\rangle = \frac{3}{2}\frac{PV}{N}$$

$pV = nRT$

$$\langle K_{TRASL}\rangle = \frac{3}{2}\frac{nRT}{N}$$

$n N_A = N \rightarrow N_A = \frac{N}{n}$

$$\langle K_{TRASL}\rangle = \frac{3}{2}\frac{R}{N_A}\cdot T$$

$\frac{R}{N_A} = K_{BOLTZMANN}$

temperatura proporzionale a en. cinetica di traslazione $\boxed{\langle K_{TRASL}\rangle = \frac{3}{2}K_B T}$

Ogni grado di libertà nella molecola contribuisce in media con energia pari a $\frac{1}{2}K_B \cdot T$.

Ogni termine quadratico indipendente nell'energia di una particella di un gas contribuisce all'energia media (termini al quadrato NON negativi)

$$\langle K_{TRASL}\rangle = \frac{1}{2}m\langle v_x^2\rangle + \frac{1}{2}m\langle v_y^2\rangle + \frac{1}{2}m\langle v_z^2\rangle$$

→ tre gradi di libertà, v_x v_y v_z sono indipendenti e al quadrato

$$= \frac{3}{2}KT$$

$$P = \frac{2}{3}\cdot\frac{N}{V}\langle K_{TRASL}\rangle \longrightarrow P = \frac{\cancel{2}}{\cancel{3}}\frac{N}{V}\cdot\frac{\cancel{3}}{\cancel{2}}KT \longrightarrow \boxed{PV = NKT}$$

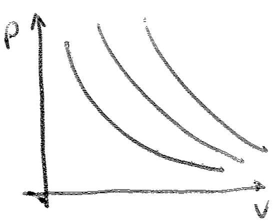
LEGGE STATO GAS PERFETTI

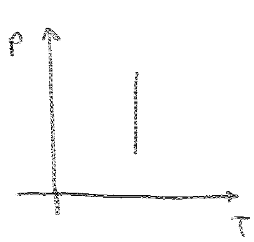
N = numero molecole = $n_{moli} \cdot N_A$ (= n° molecole contenute in una mole)

$$P.V = NKT \longrightarrow PV = n \cdot N_A K T \longrightarrow \boxed{PV = nRT}$$

$K = \frac{R}{N_A}$

DIAGRAMMI P-V, P-T GAS IDEALI





Due delle variabili continuano a determinare la terza e questo vale per gas ideali e reali

1ª LEGGE TERMODINAMICA

$$\boxed{\Delta U = Q_{ASS} + W_{SUL}}$$

ENERGIA SI CONSERVA

$$\boxed{\Delta U = Q - W_{DAL}}$$

ENERGIA INTERNA GAS IDEALE

gas monoatomico $U = \frac{3}{2} NKT$

biatomico $U = \frac{5}{2} NKT$

molecole non lineari $U = \frac{6}{2} NKT = 3NKT$

qualsiasi gas ideale classico : $\boxed{U = \alpha NKT = \alpha pV}$

con α dipende dal tipo di molecola, solo in certi range di T

Con principio equipartizione Maxwell voglio calcolare tutta energia e non solo traslazionale.

- monoatomico → nell' approssimazione corpo puntiforme si assume che molecola non ruoti:

  $U = K_{TRAL} = K_{TOT}$
- biatomico → 3 gradi libertà traslazionali (x, y, z)
  2 gradi libertà rotazionali (ω_x, ω_y)
- molecole non lineari → 3 traslazionali (x, y, z)
  (3 rotazionali $(\omega_x, \omega_z, \omega_y)$) elastici

VARIAZIONE ENERGIA INTERNA

L'ambiente può fare lavoro sul sistema W

calore può essere scambiato con ambiente Q

U FUNZIONE DI STATO → dipende solo da stato fisico sistema in un dato momento.

W, Q ENERGIA DI TRASFERIMENTO → descrivono flusso di energia, non quantità totale di energia presente e dipendono dal passato.

Apparato sperimentale utilizzato da Joule calcola calore corrispondente ad un

TRASFORMAZIONI DEL SISTEMA FLUIDO CON NUMERO ELEVATO DI PARTICELLE

Non posso analizzare movimento singole particelle, perciò descrivo movimento complessivo, usando come variabili P, V, T.

$$W_{SUL} = \int_{V_i}^{V_f} p\,dV = -W_{DAL}$$

$$U_{INT} = \alpha n T R$$

α → tipo particella (monoatomico, biatomico, ...)

→ funzione di stato nelle variabili P, T, V

GAS IDEALE

$\alpha = \frac{3}{2}$ monoatomico

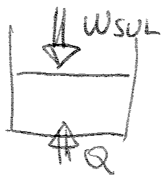
$\alpha = \frac{5}{2}$ biatomico

$\alpha = 3$ poliatomico

Q è energia termica o calore che può far variare U

$Q > 0$ assorbito dal sistema

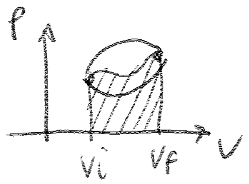
$Q < 0$ ceduto dal sistema



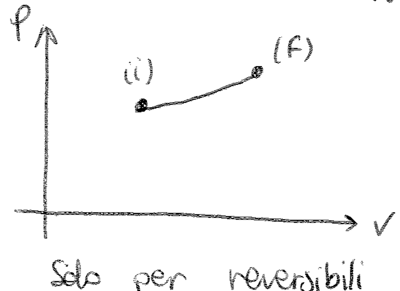
$$\Delta U = Q + W_{SUL}$$

se sistema non isolato, la sua energia varia se
- fornisco calore
- opero sul sistema

$$W = \int p\,dV$$



Lavoro NON è funzione di stato



Solo per reversibili, altrimenti non saprei P e V.

TRASFORMAZIONI

REVERSIBILI
- passano istante per istante attraverso stati di equilibrio con P, V, T note;
- sempre possibile riportare nei rispettivi stati iniziali il sistema e l'ambiente

IRREVERSIBILI → vale anche per queste 1° PRINCIPIO TERMODINAMICA
- (passano attraverso stati di non equilibrio)
- non è possibile tornare allo stato di partenza senza modificare il resto dell'universo. Il sistema può essere riportato allo stato iniziale attraverso altre trasformazioni ma l'ambiente è modificato irreversibilm

c) PROCESSO ADIABATICO ($Q=0$) di gas ideale (α)

$pV^{\gamma} = \text{costante}$

1° PRINCIPIO TRASF. ADIABATICA:

$Q = 0$

$\Delta U = W_{SUL}$

gas ideale: $\alpha n R dT = -p dV = -\frac{nRT}{V} dV$

$$\alpha n R dT = -\frac{nRT}{V} dV$$

$$\frac{\alpha\, dT}{T} = -\frac{\cancel{nR}}{\cancel{nR}} \frac{dV}{V}$$

$$\int \alpha \frac{dT}{T} = \int -\frac{dV}{V}$$

$$\alpha \ln T \Big|_{T_i}^{T} = -\ln V \Big|_{V_i}^{V}$$

$$\ln T^{\alpha} + \ln V = \underbrace{\alpha \ln T_i + \ln V_i}_{cost}$$

conosco stato iniziale e voglio calcolare p, V qualsiasi.

$$\ln T^{\alpha} V = cost$$

$$V T^{\alpha} = cost$$

$$T = \frac{pV}{nR}$$

$$p^{\alpha} V^{\alpha+1} = cost$$

radice α-esima elevando alla $\frac{1}{\alpha}$

$$p V^{\frac{\alpha+1}{\alpha} \to \gamma} = cost$$

$$\boxed{pV^{\gamma} = cost}$$

riporto trasformazioni nel piano PV dove posso rappresentarlo.

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 53 di 62

TRASFORMAZIONI CICLICHE

(punto) stato arrivo = stato finale

$\Delta U = 0$ perché funzione di stato

$Q = W_{DAL}$ $\longrightarrow$ la trasformazione completa di calore in lavoro è un concetto limitato dal 2° PRINCIPIO, cioè alcune trasformazioni soddisfano tale condizione ma sono ideali.

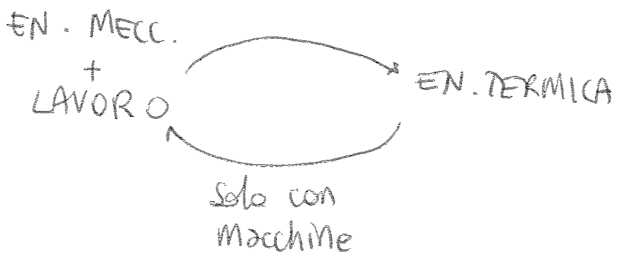
1° PRINCIPIO

- esprime ciò che si conserva
- Ogni forma di energia può trasformarsi in un'altra, ma l'energia totale rimane costante (tale energia è sempre media tra le particelle).

$$\boxed{U_B = U_A + Q + (-W_{DAL})}$$

1° principio non dà indicazioni sulla direzione nella quale avvengono le trasformazioni.

Solo l'entropia dà un'indicazione dell'ordine temporale nel quale avvengono le trasformazioni.



2° PRINCIPIO

(a) CLAUSIUS: impossibile trasformazione il cui unico risultato sia trasferire calore da un corpo più freddo ad uno più caldo.

(b) KELVIN - PLANK: impossibile trasformazione ciclica il cui unico risultato sia trasformare in lavoro tutto il calore assorbito da una sorgente a T omogenea.

CALORIMETRIA

$$\Delta U = Q + W_{SUL} = Q - W_{DAL}$$

$Q = C\Delta T$ $\begin{cases} n \cdot c_V \rightarrow \text{calore specifico molare a volume costante} \\ n \cdot c_p \rightarrow \text{calore specifico molare a pressione costante} \end{cases}$

$c_V = \dfrac{Q}{n\Delta T}$ V cost $\qquad c_p = \dfrac{Q}{n\Delta T}$ p cost

Nei passaggi di stato viene fornito calore al sistema, ma non si verifica aumento di T, perché calore = en. cin usata per rompere legami tra particelle

per sostanze liquide e solide $\longrightarrow$ c = calore specifico per unità di massa

$C = m \cdot c$

$c = \dfrac{C}{m} \Rightarrow Q = c\, m\, \Delta T$

specifico per sostanza, più è elevato e più calore è necessario per aumentare di 1 grado la temperatura di 1 chilo di sostanza, ci vuole + tempo.

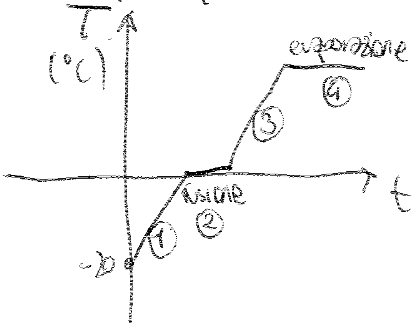
NEI PASSAGGI DI STATO

$Q = m \cdot L \longrightarrow$ COEFF. CALORE LATENTE TRASFORMAZIONE DI STATO

FUSIONE L_F — EVAPORAZIONE L_E

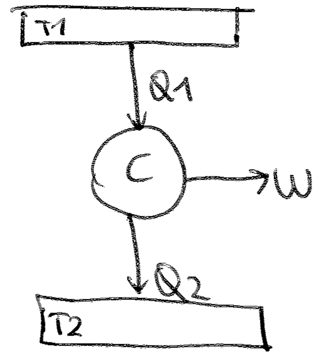
Esercizio

Q per portare allo stato gassoso 1,5 Kg ghiaccio con $T_i = -20°C$



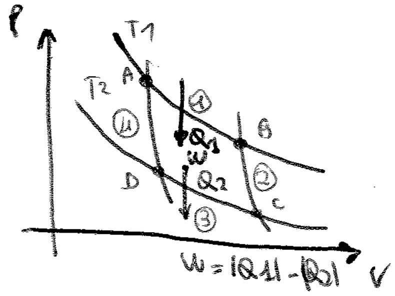
$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 + Q_4 = cm\Delta T + mL_f + cm\Delta T + mL_e = 4,6\ MJ$$

MACCHINA DI CARNOT



$T_1 > T_2$

Macchina compie lavoro W attraverso cicli di contrazione ed espansione del fluido.



① ESPANSIONE ISOTERMA

$T = cost \Rightarrow U = cost \Rightarrow \Delta U = 0$

$\Delta U = Q - W_{DAL}$

$Q = W_{DAL}$

Trasforma calore assorbito interamente in lavoro

② ESPANSIONE ADIABATICA

$Q = 0$

$\Delta U = -|W_{DAL}|$

$\Delta U < 0$ sistema si raffredda e passa a $T_2 < T_1$

③ COMPRESSIONE ISOTERMA

$\Delta U = 0$

$-Q = W_{SUL}$

Compressione eseguita sul sistema provoca $Q<0$, cioè si libera calore.

④ COMPRESSIONE ADIABATICA

$Q = 0$

$\Delta U = W_{SUL}$

Lavoro positivo fatto sul sistema fa aumentare energia interna e quindi T, si passa da T_2 a $T_1 > T_2$.

$$\boxed{\mu = \frac{W}{Q_1}} = \frac{Q_1 - |Q_2|}{Q_1} = 1 - \frac{Q_2}{Q_1} = \boxed{1 - \frac{Q_C}{Q_A}} = \boxed{1 - \frac{T_2}{T_1}}$$

Q_2 isoterma T_2

Q_1 isoterma T_1 $\rightarrow$ 1° principio per isoterme

$\Delta U = 0$ perché $T = cost$

$0 = Q + W_{SUL}$

$Q = -W_{SUL} = +W_{DAL} = \int_{V_i}^{V_f} p\,dV =$

per gas ideali $= nRT \int_{V_i}^{V_f} \frac{dV}{V} = nRT \log \frac{V_f}{V_i}$

T_1) $Q_1 = nRT_1 \ln \frac{V_2}{V_1}$

T_2) $-Q_2 = nRT_2 \ln \frac{V_4}{V_3} = +nRT_2 \ln \frac{V_3}{V_4}$

Ho molecole nella configurazione finale posizionate tra loro + lontano possibile → + stabile
Perciò altamente improbabile che si torni a configurazione iniziale, probabilità ≅ nulla.

ENTROPIA E PROBABILITÀ

Violazione Kelvin → violazione entropia

→ impossibile macchina che trasformi tutto calore in lavoro con 1 sola sorgente T.

Entropia: $\Delta S = \Delta S_M + \Delta S_A = -\frac{|Q|}{T} < 0$ → IMPOSSIBILE ENTROPIA ≤ 0

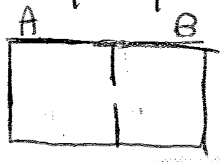
ΔS_M ↓ variazione entropia MACCHINA CICLICA = 0 perché F stato.

ΔS_A ↓ calore assorbito macchina = ceduto (−) ambiente

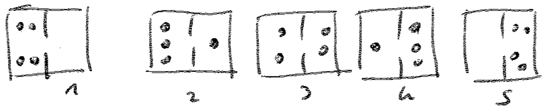
Macchina inesistente per Kelvin implica diminuzione entropia universo (stesso per frigorifero

Sistema passa da stato meno probabile a più probabile.

4 molecole $P(A) = \left(\frac{1}{2}\right)^n$



MICROSTATI = tutte possibili disposizioni $= 2^n \rightarrow 2^4 = 16$
configurazioni sono $5 = n+1$



configurazione più probabile è che siano distribuite equamente.
4 molecole: 37,5%
100 molecole: $1/10^{23}$ → molteplicità configurazione equipartizione
→ molt. configurazione tutte a sx
1 mole, $6{,}022 \cdot 10^{23}$: enorme

EQUAZIONE ENTROPIA BOLTZMAN

Per calcolo entropia di uno stato del sistema in relazione alla sua probabilità

$\boxed{S = k \cdot \ln W}$ → molteplicità configurazione = n° modi diversi per ottenere una configurazione

$\boxed{S = k(-\ln P)}$ $\qquad P = \frac{W}{N_{TOT}\ \text{configurazioni}}$

2° principio: certi eventi non sono impossibili ma estremamente improbabili

Esempio

$N_{TOT} = 16 = 1 + 4 + 6 + 4 + 1$

$W = 1, 4, 6, 4, 1$

1: ↓ molt. 1 tutte a sx ↓ $S_1 = k \cdot \ln 1 = 0$ → maggior certezza, minor probabilità, incertezza 0

6: → equipartizione $W = 4$, $S_4 = k \ln 4 > 0$: incertezza > 0, maggiore probabilità, minore certezza → − info su disposizione microscopica sistema