NUMERO: 691

DATA: 07/10/2013

A P P U N T I

STUDENTE: Lavagno

MATERIA: Ingegneria della Qualità
Prof. Franceschini_Galetto

INGEGNERIA DELLA QUALITÁ

A.A. 2012 - 2013

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 3 di 101

taylorismo ... qualità

Responsabilità margini: operatori	Responsabilità margini: gestori

Atteggiamento management: importante determinare persone oltre che alle tecniche pratiche volte alla qualità.

20: Collaudo finale (ispezioni) → costi alti

30: Controllo statistico di qualità: riesco a trovare le non conformità anche a monte
max info, min spesa

40-50: Tecniche di affidabilità: P(guasto) fin dalla fase di progettazione (quindi attenzione da produz. a progettaz.)

NUOVO METODO → EVOLUZIONE CONCETTO QUALITÀ

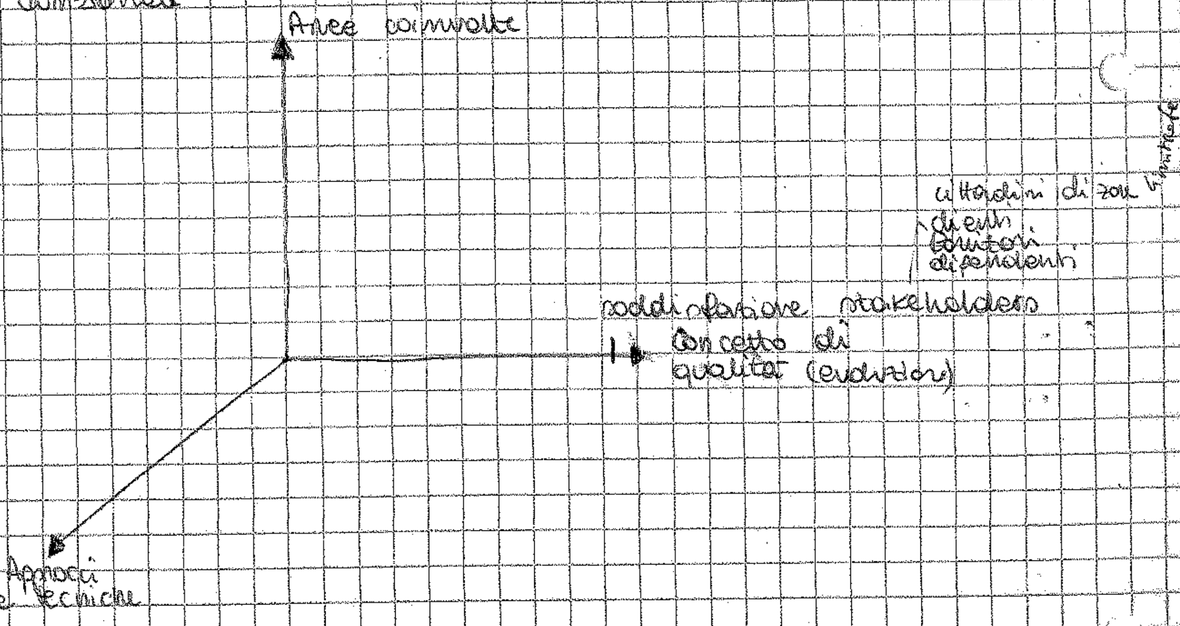
Confronto → identificazione cause → individuazione migliori metodologie di produzione

→ orientamento al FUTURO → qualità non come costo, ma come investimento

→ ottica del mercato (→ garantire la soddisfazione del cliente)

→ approccio funzionale

(cfr slide)

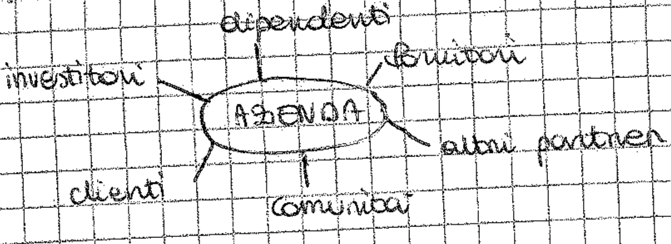


~~...ha un punto di vista ...~~

...ZIONE DI QUALITÀ

...a def. 1986: (ISO 8402-1994)

"...ità è l'insieme delle proprietà e delle caratteristiche di un ...tto o di un servizio (= introdotto dalla norma ISO 8402-1994) ... conferiscono ad esso la capacità di soddisfare esigenze espresse ...plicite" (Non solo dal cliente!)



...a def.: ISO 8402-1994 sostituisce alle parole "prodotto o servizio" ...parola entità:
- risultato di attività o processi
  - prodotti tangibili
  - prodotti intangibili (servizi)
- attività o processo
- organizzazione
- combinazione delle precedenti

... ISO 9000-2000

...rado in cui un insieme di caratteristiche intrinseche soddisfa i requisiti".

...BUTI DI QUALITÀ DI UN PRODOTTO

...stica
...logia
...nomicità
...utenibilità
...ata
...erenza
...stazioni
...vice
...idabilità
...formità

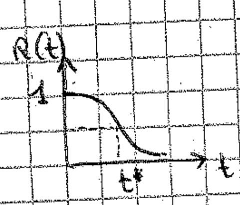
} concetto di MULTIDIMENSIONALITÀ

...scelta a priori: prezzo non compare tra questi attributi, come il costo

...stetica: difficile da misurare!

...ffidabilità: $R(t) = P(T>t) \in [0,1]$

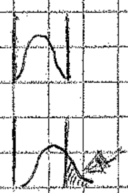
es.: $R(1000) = 0{,}7 \pm$ intervallo di fiducia



... ... sono misurabili!

Il problema è che ad ogni campionamento non abbiamo tutte le distribuzioni, ma abbiamo solo dei valori. Quindi l'ultimo grafico è impossibile.

È importante capire: quando processo si sposta fuori dai confini della distribuzione?
come si muove?
↳ Studiare code al di fuori dei limiti di controllo per capire perché è successo e come rimediare.



PROGETTAZIONE DEGLI ESPERIMENTI:

Quali sono gli strumenti?

- Piani fattoriali: consentono una ottimizzazione fuori linea nel processo di produzione, soprattutto nella fase di preindustrializzazione.

  Importante fase empirica

  Scopo: rendere efficaci e/o efficienti i processi.

  Vengono applicati in fase di
  - progettazione
  - preindustrializzazione (= miglioramento dei prodotti)
  - ottimizzazione del processo produttivo

Come vengono fatti gli esperimenti?

fase I: congettura: vengono fatte tutte le ipotesi che giustificano l'esperimento

fase II: esperimento prova vera e propria x investigare la congettura

fase III: analisi: studio ed elaborazione dati

fase IV: conclusioni

di fronte 2 possibilità (per calcolare S_{pull})

idero tutti i 20 valori delle
rvazioni

$$S = \sqrt{\frac{\Sigma(y_{ij} - \bar{y})^2}{20-1}}$$

Considero i due penetratori separatamente

$$S_1 = \sqrt{\frac{\Sigma(y_{1j} - \bar{y}_1)^2}{10-1}}$$

$$S_2 = \sqrt{\frac{\Sigma(y_{2j} - \bar{y}_2)^2}{10-1}}$$

due valori sono equivalenti? No. Il primo metodo sovrastima perché ha variabilità + ampie → variabilità tra prove e variabilità tra penetratori
È + giusto quindi usare il 2° metodo.

no:

$$S_p = \sqrt{\frac{S_1^2(n_1-1) + S_2^2(n_2-1)}{n_1+n_2-1}}$$

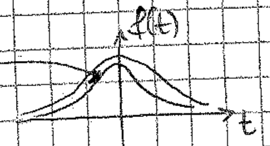
Nel nostro esempio, siccome le numerosità dei campioni sono =: faccio la media ponderata:

$$S_p = \sqrt{\frac{S_1^2 + S_2^2}{2}} = 2{,}32$$

$$= \frac{4{,}8 - 4{,}9}{2{,}32\sqrt{\frac{1}{10}+\frac{1}{10}}} = -0{,}096$$ (da confrontare col valore trovato dalle tavole)

stribuzione t student

(↑n, la distribuz. avvicina alla normale)



el nostro caso: distribuz. t-student con 18 gradi di libertà.

Rischio distribuito tra 2 code. Assumo livello di rischio α=5%
t ci dice il confine di accettazione

$t_{18,\,0{,}025} = 2{,}101$

$|t_0| < t_{18,\,0{,}025}$ ok.

Non abbiamo elementi quindi per scartare l'ipotesi nulla.
I due penetratori potrebbero dunque essere uguali.

provini → 20 rimanenti. 2 vari × medie. 18 gradi di libertà.
selettiva aumentando i gradi di libertà. → Preferibile sperimentazione (A)

o il resto del contenuto ha valori molto +
b. ~~Grande~~ Grande dispersione
↓
variabilità dovuta a 2 contributi (prova e variabilità)
↓
variabilità + alta rispetto a (B) (rischio positivo) → Preferibile sperimentaz. (B)

concludendo, preferisco B.

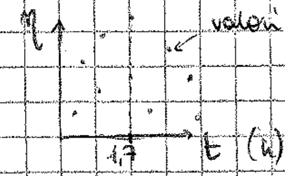
Ottimizzazione di processo

Per AUMENTARE LA RESA di un processo chimico devo lavorare sui fattori che la influenzano, cioè:

- temperatura di lavoro
- il tempo di reazione

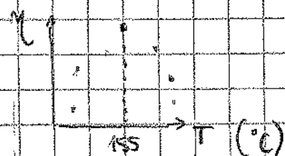
Ad es. fisso $T=100°C$: come varia la resa al variare del tempo di lavoraz.?

(= Tempo fermo un parametro e faccio variare l'altro)



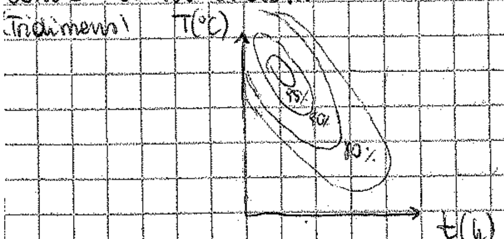
$t=1,7$ ottimizza η.

Tengo fisso $t=1,7\,h$ e cerco la T che ottimizza il η.



SPERIMENTAZIONE UN FATTORE ALLA VOLTA

Curve di isorendimento (cercare slide Galetto)



Dal grafico potrò osservare che $\eta \simeq 75\%$

Tecnica fattoriale (muove i 2 fattori contemporaneamente) si contrappone alla sperimentaz. un fattore alla volta:

$t\,(t_{min}, t_{max})$
$T\,(T_{min}, T_{max})$ } trovo una griglia e muovo i valori contemporaneamente.

LA QUALITÀ E I SERVIZI

Prodotti e servizi non sono la stessa cosa anche se anch'essi sono soggetti alla disciplina del controllo di qualità.
I servizi infatti hanno guadagnato grande rilevanza per il reddito e il PIL. Oggi infatti la gran parte delle organizzazioni si misura in base alla loro capacità di fornire servizi. Si sta ecc. spostando l'attenzione dai prodotti ai servizi.
A differenza dei prodotti però, i servizi sono molto più difficili da gestire in quanto realtà immateriali le cui variabilità e misurabilità risultano molto più complesse da valutare. Per i servizi è inoltre difficile definire standard e norme.

Quali sono le aziende di servizio? Vi è una classificazione da fare:
in ambito economico vi sono le seguenti categorie di aziende

- aziende
  - manifatturiere
  - NON manifatturiere
    - di servizio
    - di NON servizio (agricole, edili, ecc..)

bisogna tuttavia considerare che le aziende si muovono in modo sempre più ibrido.

CONCETTO DI SERVIZIO:
non esiste una definizione univoca della parola servizio. Vengono riportate alcune:
- King (1992) è un bene intangibile, deteriorabile e non immagazzinabile che necessita di un sistema complesso di erogazione a cui partecipa anche il cliente.
- Ishikawa (1985) il servizio è ogni lavoro produttivo che si concretizza in un hardware
- UNI EN ISO 8402 è il risultato svolto all'interfaccia fornitore-cliente necessario per soddisfare le esigenze del cliente.
- è un processo caratterizzato da sequenze logiche identificabili, osservabili, valutabili e misurabili.

I servizi si possono classificare in base al modo in cui partecipa il cliente, in:

PURI = prevedono la presenza del cliente altrimenti il servizio non ha luogo. Un esempio può essere ristorante, ospedale, ecc...

MISTI = la presenza del cliente non è indispensabile; un esempio può essere lo sportello bancario dove gran parte delle attività sono svolte backoffice indipendentemente dal fatto che vi sia o meno un cliente fisico.

SEMIMANUFATTURIERO = servizio bancomat eccetera.

ANALISI COMPARATA PRODOTTO - SERVIZIO

Prodotto	Servizio
- tangibile	- intangibile
- immagazzinabile	- non immagazzinabile
- trasportabile	- non trasportabile
- acquisto immediato e utilizzo successivo	- acquisto immediato e utilizzo immediato
- il cliente partecipa in piccola parte	- il cliente è integrante del processo produttivo
- facilità di applicare standard, misure, ispezioni	- difficoltà ad applicare standard.

CLASSIFICAZIONE BISOGNI DEI CLIENTI

- bisogni impliciti = la presenza è scontata
- bisogni espliciti = i bisogni vengono dichiarati
- bisogni latenti = il bisogno viene percepito ma non viene dichiarato.

Queste 3 categorie di bisogno cambiano nel tempo: bisogni latenti ⟶ bisogni espliciti ⟶ impl

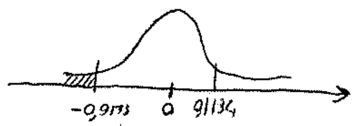
Ci si chiede dunque:

$P(30 \leq X \leq 40) \Rightarrow$ passando alla normale standard $\Rightarrow$

$$P\left(\frac{30-\mu}{\sigma} \leq \underbrace{\frac{X-\mu}{\sigma}}_{z} \leq \frac{40-\mu}{\sigma}\right) =$$

$$\Rightarrow P(-0{,}9175 \leq z \leq 0{,}1134) \Rightarrow P(z \leq 0{,}1134) - P(z \leq -0{,}9175)$$

perchè la si è scritta così?
Ragionando sull grafico della normale standardizzata



$$\Rightarrow 0{,}54379 - [1 - P(z \leq 0{,}9175)] = 0{,}54379 - (1 - 0{,}819) = 36{,}7\%$$

Esercizio 1.6 (da eserciziario)

Ci sono 8 studenti fanno una gara. I tempi sono 14,2 sec; 12,1 sec; 11,8 sec; 13,1 sec; 15,2 sec; 12,0 sec; 16,1 sec; 13,7 sec.
Valutare intervallo di confidenza al 99% per la media dei tempi, assumendo che i tempi di gara sia normalmente distribuiti.

Dal testo si assume che la distribuzione è una normale, ma nonostante questo non userò una distribuzione normale. Per costruire un intervallo di fiducia per la media con varianza incognita si utilizza la T-student.
Se si utilizzasse una distribuzione normale avrei un valore diverso. Tale differenza di valore sarà tanto maggiore, tanto più sarà ridotto il campione.

$\Rightarrow$ ricavo il tempo medio $\overline{X} = 13{,}52$ sec

$$S^2 = \frac{\Sigma(x_i - \overline{x})}{N-1} \quad \Rightarrow \quad S = 1{,}578 \text{ sec.}$$

L'intervallo di fiducia si calcola come $\left[\overline{X} - t_{n-1,\ 1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{S}{\sqrt{n}} ;\ \overline{X} + t_{n-1,\ 1+\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{S}{\sqrt{n}}\right]$

$\Rightarrow [11{,}58 ; 14{,}58]$ dai valori ricavati dalle tabelle T di student

NB. la misurazione si riferisce a un attributo dell'oggetto e non dell'oggetto stesso; é inoltre necessario avere una chiara conoscenza della proprietà che si vuole misurare e definire con esattezza l'attributo da misurare.

IL SISTEMA RELAZIONALE EMPIRICO ($\mathcal{L}$)

Il sistema relazionale empirico è caratterizzato da due elementi:

$$\mathcal{L} = \langle Q, R \rangle$$

Q: insieme delle manifestazioni empiriche che stiamo misurando

R: insieme delle relazioni che accompagnano le manifestazioni empiriche

Per esempio, prendiamo la massa. Q è l'insieme delle masse osservabili nel mondo reale. R invece è l'insieme delle proprietà che accompagnano le masse (equivalenza, ordinamento, ecc.)

IL SISTEMA RELAZIONALE NUMERICO ($\mathcal{N}$)

Il sistema numerico è definito da:

$$\mathcal{N} = \langle N, P \rangle$$

N: generico insieme di numeri

P: insieme delle relazioni che accompagnano i numeri considerati

Noti i due sistemi di relazione si può ora passare a identificare la CONDIZIONE DI RAPPRESENTAZIONE, ovvero un omomorfismo del sistema empirico $\mathcal{L}$ con il sistema numerico $\mathcal{N}$.

Tale legame (M) è un omomorfismo tra $M : Q \longrightarrow N$

si associa poi una relazione isomorfica tra le relazioni $F : R \longrightarrow P$

$$\Rightarrow R(q_1, q_2, \dots q_m) \longleftrightarrow P(M(q_1), M(q_2), \dots)$$

esempio:

prendiamo il caso delle masse; il suo sistema empirico è così costituito:

$$\mathcal{L} = \langle Q, E, H, \circ \rangle$$

Q = tutte le possibili masse

E = equivalenti

H = heavier than

$\circ$ = componibili

CONDIZIONE DI UNICITÀ

Assegnato un sistema empirico esiste un solo modo per rappresentarlo? No, possiamo pensare a più modalità di misura che mi rappresentano lo stesso sistema empirico. Allora qual'è la relazione che lega queste diverse modalità di misure. Esistono delle trasformazioni, dette TRASFORMAZIONI AMMISSIBILI per passare da un operatore all'altro.

Le scale di misura sono classificabili in 5 categorie:
- scali nominali
- scale ordinali
- scale lineare d'intervallo
- scale logaritmiche di intervallo
- scale di rapporto

Su queste scale è possibile attuare trasformazione da una scala all'altra se è possibile rispettare tali condizioni di trasformazione:
- di similitudine
- di potenza
- lineari
- monotone crescenti
- permutazione (è possibile invertire gli elementi della trasformazione secondo un rapporto 1 a 1)

Si noti che le trasformazioni elencate crescono in complessità dall'alto verso il basso, e si noti inoltre che le une sono casi particolari della precedente.

⇒ Si conclude che le trasformazioni più complesse sono ammesse dalle scale più povere; viceversa le scale più ricche sostengono le trasformazioni meno severe.

SCALE NOMINALI

Sono una classificazione di categorie. Sono le più semplici e godono di un'unica proprietà che è l'equivalenza. Ammettono le trasformazioni più severe, cioè le permutazioni.

esempio:
un esempio di scala nominale è relazionare i soggetti in base alla nazione di nascita; i gradi militari; il sesso. Ogni soggetto ha un elemento che lo rappresenta: una nazionalità, un sesso, un grado militare.

$$\mathcal{L} = \langle Q, \sim \rangle$$

SCALE ORDINALI

Essa raggruppa un certo numero di categorie accumunate dalla relazione di ordinamento, proprietà aggiuntiva rispetto alle scale nominali. Sono ammesse tutte le trasformazioni tranne le permutazioni

esempio:
numeri civici, ordine di arrivo in una coda, scala di durezza in ambito ingegneristico.

Questa scala non garantisce l'equa distanza degli intervalli di una scala ⇒ esiste un ordinamento ma non vi è l'equidistanza delle tacche della scala.

La proprietà di ordinamento viene mantenuta qualsiasi trasformazione monotona crescente

$$\mathcal{L} = \langle Q, \sim, > \rangle$$

scale nominali

scale ordinali

scale d'intervallo

scale di rapporto

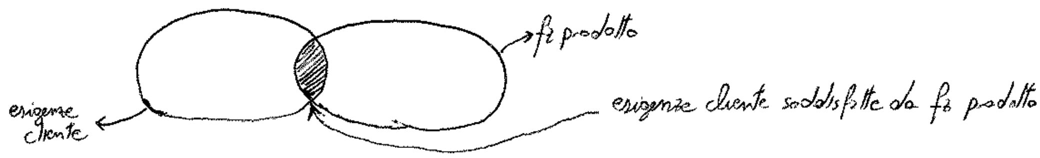
aumentano le trasformazioni consentite

aumentano le operazioni consentite

DEFINIZIONE DEI COSTRUTTI DI MISURA

Un costrutto è un'astrazione generata dalla percezione di un fenomeno. Per esempio l'immagine del marchio, l'intenzione di acquisto, posizionamento di un prodotto sul mercato.
Per rendere operativo il concetto di costrutto si possono usare due tecniche:
- la tecnica costitutiva definisce un costrutto mediante altri costrutti più semplici, per es il calcolo del volume si effettua attraverso lunghezza x larghezza x altezza.
- la tecnica operazionale definisce un iter per come effettuare la misura

Misurare un cliente significa capire, attraverso una misura, quello che lui percepisce rispetto a un prodotto o servizio.
Noi vorremmo la perfetta sovrapposizione tra esigenze del cliente e funzioni del prodotto:



Chi si occupa di qualità cerca di fare in modo che tali mondi siano il più possibile sovrapposti.
È quindi necessario capire cosa vuole il cliente e per far questo è necessaria una misurazione, ecco perché tanta importanza al concetto di misura.

Ma quando noi facciamo tale misurazione, stiamo misurando un oggetto o un soggetto? Vi sono due scuole di pensiero, la prima interessata alla misurazione degli oggetti e la seconda interessata ai soggetti. Esse utilizzano stessi dati e stessi strumenti ma letti in chiavi differenti, utilizzando i seguenti punti di vista:

- approccio centrato sullo stimolo: attribuisce la variazione sistematica delle risposte alle differenze esistenti tra gli oggetti.
- approccio centrato sul soggetto: attribuisce la variazione delle risposte alle differenze esistenti tra soggetti.
- approccio centrato sulle risposte: è un ibrido tra i due precedenti

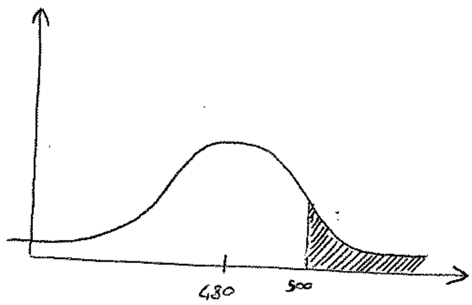
MISURE DELLE PRESTAZIONI E DELL'IMPORTANZA (vedi libro)

a) $H_0 = \begin{cases} \mu = 480 \text{ min} = 8h \\ \sigma = 75 \text{ min} \end{cases}$

se $\bar{X}_{40} \leqslant 500$ accetto l'ipotesi nulla

α = errore di rifiutare l'ipotesi nulla quando questa è vera = errore I specie = $\mathbb{P}(\bar{X}_{40} > 500 \mid H_0)$

graficamente:



(NB: questa è la distribuzione di $\bar{X}_{40} \sim N\left(\mu, \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$)

voglio sapere la probabilità di avere $\bar{X}_{40} > 500$

standardizzando $\mathbb{P}(\bar{X}_{40} > 500 \mid H_0) = \mathbb{P}\left(\underbrace{\frac{\bar{X}_{40} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}}}_{z} > \frac{500-480}{75/\sqrt{40}}\right) =$

$= \mathbb{P}(z > 1{,}687) = 1 - 0{,}9535 = 4{,}65\%$

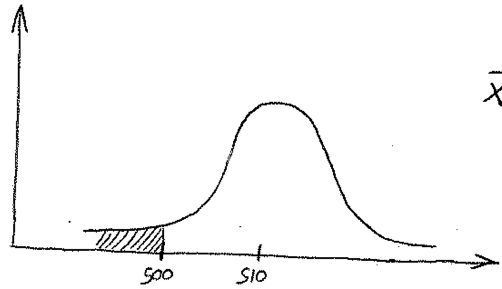
uso complementare perché le tavole mi danno opposto

b) per calcolare β = errore quando si accetta ipotesi nulla quando questa non sia vera = errore II specie.

$H_1 = \begin{cases} \mu = 510 \text{ min} \\ \sigma = 75 \text{ min} \end{cases}$

$\beta = \mathbb{P}(\bar{X}_{40} \leqslant 500 \mid H_1)$

graficamente:



$\bar{X}_{40} \sim N\left(510, 75/\sqrt{40}\right)$

$\mathbb{P}\left(\underbrace{\frac{\bar{X}_{40} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}}}_{z} \leqslant \frac{500-510}{75/\sqrt{40}}\right) = \mathbb{P}(z \leqslant -0{,}84) = 1 - 0{,}808 \simeq 0{,}20 \simeq 20\%$

non c'è sulle tavole. Uso il valore positivo e trovo il complementare

Costruzione del tetto della casa della qualitá

Consiste nel verificare con che grado due caratteristiche tecniche si proiettano l'una sull'altra, ossia vedere quanto due caratteristiche tecniche insistono sugli stessi requisiti.
Prendiamo una generica matrice delle relazioni:

$$R = \begin{bmatrix} \bullet & \odot & \\ \circ & & \odot \\ & \circ & \end{bmatrix}$$

trasformandola in una matrice binaria:

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

ora trasformiamo tale matrice in una matrice normalizzata:

$$N = \begin{bmatrix} 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} & 0 \\ 1/\sqrt{2} & 0 & 1 \\ 0 & 1/\sqrt{2} & 0 \end{bmatrix}$$

NB: per normalizzare una matrice sommo i vettori colonne, metto la somma sotto radice, e divido ogni vettore colonna per la radice di tale somma

i vettori colonna sono diventati versori, applicando così il prodotto vettoriale tra questi, ottenendo la matrice Q, matrice di tutti i versori proiettati sugli altri.

$$Q = N^T \cdot N$$

ogni elemento q_{ij} di questa matrice è pari a $q_{ij} = \vec{v}_i \cdot \vec{v}_j = \cos\theta$

Si ottiene quindi la matrice Q associata a R. Il progettista fissa una soglia K al di sopra della quale si definisce convenzionalmente la correlazione delle due caratteristiche tecniche. Si riporta quindi nel tetto i pallini in corrispondenza delle coppie in correlazione

MCDA

Useremo una modellizzazione che opera con una relazione S di surclassamento:

$$a\,S\,a' \Rightarrow a \text{ surclassa } a'$$

La relazione S è una relazione binaria che nasce dall'unione di relazione di indifferenza (I), relazione di preferenza stretta (P), relazione di preferenza debole (Q):

$$S = I \cup P \cup Q$$

Il test di non discordanza tenta di spiegare la condizione di veto. La condizione di veto si può verificare se

$$\begin{cases} g_j(a) \leq e \\ g_j(a') \geq e' \end{cases} \Rightarrow \text{questo significa che } a \text{ non comparabile ad } a'$$

$$a N a'$$

dati $(e, e') \in D_j = E_j \times E_j$

Qual'è il legame tra questa metodologia decisionale e il QFD?
Quando abbiamo visto il metodo del Q-bench i criteri erano le caratteristiche tecniche mentre le alternative erano i concorrenti. Il metodo MCDA ci permetterà di generare una gerarchizzazione delle caratteristiche senza applicare la conversione dei simboli in numeri, trasformando i requisiti in criteri e le alternative in caratteristiche tecniche.

PRIMA
criteri ⟶ caratteristiche tecn.
alternative ⟶ concorrenti

ORA
criteri ⟶ requisiti
alternative ⟶ caratteristiche tecn.

Prendendo in esame l'esempio mctita di pag 90 fig 5.3:

$g_1: a_4 > a_1 > a_2 \sim a_3 \sim a_5$ $\quad W_1 = 0{,}17$

$g_2: a_3 \sim a_5 > a_2 > a_1 \sim a_4$ $\quad W_2 = 0{,}25$

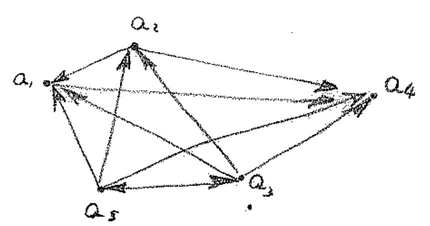
$g_3: a_3 \sim a_5 > a_2 > a_1 > a_4$ $\quad W_3 = 0{,}41$

$g_5: a_4 > a_1 > a_2 \sim a_3 \sim a_5$ $\quad W_4 = 0{,}17$

Ora per ogni coppia di alternative vado a verificare i test di concordanza e di non discordanza e successivamente vado a scegliere le alternative su grafo. In questo caso specifico, come in tutte le applicazioni in caso di progettazione, non vi sono condizioni di veto e quindi il test di non discordanza non viene applicato.
Per costruire il test di concordanza si utilizza la tabella illustrata a pag 121 tab 7.1.

vedi tabelle.

Costruita la tabella si va a costruire il grafo, introducendo un arco ogni qualvolta si presenta un surclassamento. Si ottiene come risultato:



tanto più $K \longrightarrow \emptyset$ tanto più questo grafo sarà completo.

NB: dove vi è una freccia a doppio senso non avviene il surclassamento. Non riesco quindi a definire una preferenza tra a_5 e a_3

Da questo grafo come si giunge all'ordinamento delle alternative?

INDICATORI DI PRESTAZIONE

Si usano in sostituzione ai casi in cui non so fare modelli. Essi inoltre, rispetto ai modelli, sono di semplice utilizzo e applicazione, ma a discapito di questo è che gli indicatori non considerano tutti gli aspetti del fenomeno.

La costruzione di un indicatore dipende dallo scopo, dalla complessità del fenomeno che osserva, dal ruolo che esso deve svolgere, ecc..., pretendendo che esso sia accurato, completo, riproducibile, efficace... Tutte queste caratteristiche hanno però un costo.

Una caratteristica essenziale per gli indicatori è la confrontabilità. Se manca la confrontabilità tra tali indici allora l'indice creato è del tutto inutile.

Anche il concetto di normalizzazione, spesso utilizzato come strumento per gli indici, è molto delicato.

Normalizzare significa trasformare linearmente certi valori in un intervallo 0,1. Vi sono varie forme differenti di normalizzazione:

a) y_i = valore normalizzato = $\dfrac{x_i - X_{min}}{X_{max} - X_{min}}$ (normalizzazione classica)

b) $y_i = \dfrac{x_i}{\max x_i}$

c) $y_i = \dfrac{x_i}{\sum_i x_i}$

d) $y_i = \dfrac{x_i}{\sqrt{\sum_i x_i^2}}$

Tornando ad analizzare la normalizzazione classica (a)): possiamo utilizzarla con valori provenienti da qualunque scala? Essa funziona sui dati di rapporto, su dati espressi su scale d'intervallo ma non su dati espressi su scale d'ordinamento e nominale.

Analizziamo ora questo aspetto: si prendono due dati x_1 e x_2 e si considerino i corrispettivi valori normalizzati y_1 e y_2. La seguente affermazione è vera?

$$\frac{X_2}{X_1} \stackrel{?}{=} \frac{y_2}{y_1}$$

Partiamo dalle variabili normalizzate:

$$\frac{y_2}{y_1} = \frac{\dfrac{X_2 - X_{min}}{X_{max} - X_{min}}}{\dfrac{X_1 - X_{min}}{X_{max} - X_{min}}} = \frac{X_2 - X_{min}}{X_1 - X_{min}}$$

$\Rightarrow$ l'affermazione prima enunciata non è verificata.

Una prima classificazione tra indicatori viene fatta tra indicatori BASIC o DERIVED. Il primo si ottiene direttamente dall'osservazione del sistema reale empirico; il secondo è la composizione di più indicatori basic.

Costruiamo come esempio un indice di criticità. Questo indice di criticità vuole indicare la misura del manifestarsi di un guasto:

frequenza con cui si verifica il guasto

$$IP = f \cdot g$$

indice di gravità del guasto

indice di criticità

vedere § cap. 4.4 libro sugli indicatori pag 77-88

LA CONDIZIONE DI UNICITÀ

Assegnato un obbiettivo di rappresentazione esiste un unico modo per rappresentarlo?

vedere § cap. 3 libro indicatori pag 65-

INDICATORE DI BORDA

Si occupò dei sistemi elettorali. Egli definisce che per ciascuna linea, il valore corrisponde alla somma delle rispettive posizioni nelle graduatorie viste:

$$I_B(x) = \sum_{i=1}^{m} I_i(x)$$

La vincitrice è la linea con il minore punteggio complessivo:

$$I_B(x^*) = \min_{x \in A} \{ I_B(x) \}$$

Questo indicatore considera solo l'ordinamento all'interno degli ordini, senza però considerare le distanze all'interno degli ordini.

INDICATORE DI CONDORCET

Anziché osservare l'ordine, egli confronta a coppie le alternative.

$$I_C(x) = \min_{y \in A/\{x\}} \# \{ i : x P_i y \}$$

Esercizio: (vedere libro esercizi)

OEE = overall equipment efficiency

$$A = \frac{\text{tempo di marcia}}{\text{tempo produzione}} \cdot 100 \qquad B = \frac{\text{pezzi prodotti}}{\text{pezzi potenziali}} \cdot 100 \qquad \in [0,1]$$

$$C = \frac{\text{pezzi conformi}}{\text{pezzi prodotti}} \cdot 100$$

Si vogliono aggregare questi 3 indicatori insieme:

I proposta : $OEE_1 = A \cdot B \cdot C$

II proposta : $OEE_2 = \frac{A+B+C}{3}$

Quale è corretta? Questi due indici godono delle proprietà di compensazione? E nel caso questo sia vero quanto vale il tasso di sostituzione?

$OEE_1 \in [0,1]$

$OEE_2 \in [0,1]$

Per rispondere alle domande consideriamo: di calcolare il tasso di sostituzione tra A e B nei due casi:

$OEE_2 \Rightarrow$
$$A = 3OEE_2 - B - C$$
$$dA = -dB$$
$$\Delta A = -\Delta B$$

$OEE_1 \Rightarrow$
$$A = \frac{OEE_1}{B \cdot C}$$
$$dA = \frac{OEE_1}{B^2 \cdot C} \cdot dB$$
$$dA = \frac{ABC}{B^2 \cdot C} dB \Rightarrow dA = -\frac{A}{B} dB \Rightarrow \Delta A = -\frac{A}{B} \Delta B$$

il tasso di sostituzione dipende dal punto di lavoro?

Il punto di lavoro è il seguente; si considerino:

$A = 70\% \qquad B = 30\% \qquad C = 80\%$

calcoliamo il tasso di sostituzione quando A varia dell'un percento $\Rightarrow \Delta A = 1\%$, In tal caso se fossimo nel caso di OEE_2 $\Delta B = -1\%$. Nel caso OEE_1 ΔB dipende dai valori assoluti dei 3 parametri:

$$\Delta B = -0{,}43\%$$

Se cambia il punto di lavoro per l'indice 1 il valore di ΔB cambia; per l'indice 2 invece non cambia.

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 37 di 101

STRUMENTI DEL QUALITY MANAGEMENT

- CHECK SHEET: moduli in formato tabulari per la raccolta dati relativi a un processo.

- STEM AND LEAF PLOT: una delle tipologie di rappresentazione dei dati è quello stem and leaf plot, che raggruppa i dati per decine (o per altre frazioni) definendo così una rappresentazione visiva. Rispetto a una rappresentazione standard con istogramma si ha il vantaggio di non perdere informazioni. Lo svantaggio è che siamo vincolati all'ampiezza fissa delle classi, non siamo noi a deciderla come accade per gli istogrammi.
Un esempio di stem and leaf plot:

15 11 7 18 21 23 25 35 12 14 24 41 39

0	7
1	1 2 4 5 8
2	1 3 4 5
3	5 9
4	1

- ISTOGRAMMA: si caratterizza per i suoi diagrammi a barre. Si può scegliere il numero e l'ampiezza delle classi. Per definire l'ampiezza solitamente si considera:

$$A = \frac{\text{val. max} - \text{val. min}}{\#\ \text{classi identificate}}$$

Le frequenze assolute rappresentano il numero di volte che si presenta un fenomeno in una data classe; da queste si ottiene poi la frequenza relativa.
Con le frequenze relative si possono ricavare l'altezza di ciascun rettangolo dell'istogramma dividendo la frequenza relativa, appunto, per l'ampiezza A dell'intervallo. Il valore è confrontabile con una distribuzione gaussiana.

- DIAGRAMMA DI CONCENTRAZIONE: strumento grafico utile ad identificare tutte le difettosità. Esso è un disegno del prodotto dove vengono evidenziate le aree in cui si sono concentrati i difetti.

- DIAGRAMMA DI PARETO: diagramma a barre i cui dati sono disposti per categorie in ordine di accadimento. Gli eventi vengono disposti dal più frequente a meno frequente. Sul diagramma spesso viene anche rappresentata la cumulata.

- DIAGRAMMA CAUSA-EFFETTO (O ISHIKAWA): serve a canalizzare le cause di difettosità.

- SCATTER DIAGRAM: è un plot a due dimensioni. Esso è utile a definire eventuali relazioni tra dati eventi/elementi. Evidenzia la correlazione e vi è una potenziale dipendenza (ma non è detto).

- CARTE DI CONTROLLO: una caratteristica viene misurata e poi plottata in una serie temporale, dove vengono determinati dei limiti di controllo.

- FLOW CHART: sequenza delle operazioni di un processo

2) Vengono prodotte 3 tipologie differenti di miscele per caffè. Viene operato un sondaggio su 48 soggetti. Ad essi viene richiesto di fare una comparazione a coppie. Il risultato è la seguente tabella delle frequenze:

tipi di caffè	1	2	3
1	24	12	44
2	36	24	30
3	4	18	24

Si costruisce la scala con proprietà d'intervallo relativa alla caratteristica aroma del caffè.

⇒ si costruisce la matrice delle proporzioni (P):

0.5	0.25	0.92
0.75	0.5	0.63
0.08	0.37	0.5

⇒ Per ottenere un ordinamento preliminare si fa una somma per riga ⇒ 1,67 / 1,88 / 0,95

⇒ dall'ordinamento preliminare ottenuto si ricava che nell'ordine 2, 1, 3 sono più probabili ad essere preferiti. Dalla matrice di partenza si deve operare un'inversione (di righe e colonne) che mi proponga la seguente situazione, che rispecchia il risultato ottenuto dall'ordinamento preliminare prima ottenuto:

tipo di caffè	3	1	2
3	0.5	0.08	0.37
1	0.92	0.5	0.25
2	0.63	0.75	0.5

Ora ricavo la matrice Z con $P(z_{ij}) = 1 - p_{ij}$: ⊛

⊛ NB: se si volesse mantenere $P(z_{ij}) = p_{ij}$ allora bisognerebbe poi sommare, e ricavare i valori di scala e la scala traslata, non per colonne ma per riga.

0	1,41	0,34
-1,41	0	0,68
-0,34	-0,68	0

da cui:

somme	-1,75	0,73	1,02
val. di scala	-0,58	0,24	0,34
scala traslata	0	0,82	0,92

⇒ Risulta quindi confermato l'ordinamento 2, 1, 3. È evidente inoltre che la tipologia 3 è largamente peggiore rispetto alle altre 2.

$\Rightarrow$ la trasformazione (i) non è ammissibile per scale ordinali.

SCALE D'INTERVALLO (i): $\phi(x) = \alpha x + \beta$

Anche in questo caso si potrebbe procedere con un controesempio numerico. Ma con le scale d'intervallo si può procedere anche in modo meno empirico:

$$\Rightarrow \sum \frac{(\alpha M_a + \beta)}{n} \overset{?}{=} 2 \sum \frac{(\alpha M_b + \beta)}{m}$$

$$\sum \frac{(\alpha M_a)}{n} + \sum \frac{\beta}{n} \overset{?}{=} 2 \sum \frac{(\alpha M_b)}{m} + 2 \sum \frac{\beta}{m}$$

$$\alpha \frac{\sum M_a}{n} + \frac{\cancel{n}\beta}{\cancel{n}} \overset{?}{=} 2\alpha \frac{\sum M_b}{m} + 2\frac{\cancel{m}\beta}{\cancel{m}}$$

$$\alpha \mu(A) + \beta \overset{?}{=} 2\alpha \mu(B) + 2\beta$$

essendo che $\mu(A) = 2\mu(B) \quad \Rightarrow \quad \beta \neq 2\beta$

$\Rightarrow$ l'enunciato non è ammissibile per le scale d'intervallo.

Senza effettuare alcun calcolo aggiuntivo, è verificato che i è ~~non~~ ammissibile su scale di rapporto poiché ponendo $\beta = \emptyset$ l'uguaglianza è vera.

$\boxed{ii}$.

$$S(A) > S(B)$$

$$\left[\frac{\sum (M_a - \mu(A))^2}{n-1}\right]^{1/2} > \left[\frac{\sum (M_b - \mu(B))^2}{m-1}\right]^{1/2}$$

– SCALE DI INTERVALLO (ii):

$$\left[\frac{\sum \left(\alpha M_a + \beta - [\alpha \mu(A) + \beta]\right)^2}{n-1}\right]^{1/2} \overset{?}{>} \ldots$$

$$\alpha \left[\frac{\sum (M_a - \mu(A))^2}{n-1}\right]^{1/2} > \alpha \left[\frac{\sum (M_b - \mu(B))^2}{m-1}\right]^{1/2}$$

$\Rightarrow$ la veridicità dell'enunciato è mantenuta in quanto è la stessa relazione moltiplicata per uno stesso valore $\alpha > \emptyset$. Essendo ammissibile su una scala di intervallo lo è anche su una scala di rapporto.

ii solo x rapporto

CAMPIONAMENTO IN ACCETTAZIONE

↳ vedere l'intro su dispense centro stampa

CURVA OPERATIVA CARATTERISTICA

Esempio:

Ci viene consegnato un lotto con numerosità $N=10$ da cui vengono estratti $n=3$ elementi, con regola di campionamento $c=1$ (significa che io accetto il lotto se il numero di difettosi è pari a $\emptyset$ o 1). $p=1\%$.

⇒ è un caso di applicazione di una distribuzione di probabilità ipergeometrica:

$$p(x) = \frac{\binom{D}{x}\binom{N-D}{n-x}}{\binom{N}{n}}$$

Vi sono alcune considerazioni da fare su tale distribuzione.

x può assumere qualunque valore? x può assumere tutti valori interi compresi tra $\emptyset$ e $\min(D, n)$.

Tale distribuzione sarà caratterizzata dai seguenti parametri:

$$\mu = n\frac{D}{N} \qquad \sigma^2 = n\cdot\frac{D}{n}\left(1-\frac{D}{n}\right)\left(\frac{N-n}{N-1}\right)$$

Quando $n/N \leq 1/10$ questa distribuzione tende a una distribuzione binomiale, con $p = D/N$.

Tornando al nostro esempio, quanto vale la probabilità di accettazione? Noi non conosciamo D ma possiamo definirla come Np, di seguito a quello che abbiamo detto prima:

$$P_a = \frac{\binom{Np}{0}\binom{N-Np}{n-0}}{\binom{N}{n}} + \frac{\binom{Np}{1}\binom{N-Np}{n-1}}{\binom{N}{n}}$$

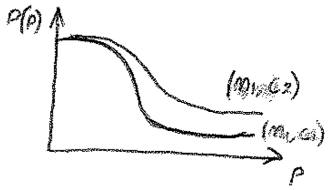
Possiamo andare a raffigurare questa curva sul piano di accettazione P-P_a come segue:

(all'aumentare della probabilità di trovare elementi difettosi, diminuisce la probabilità di accettazione)

Che effetti hanno i parametri N, n, c sulle curve caratteristiche?

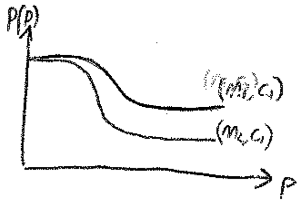
Fissiamo il valore di N:

1) $n_1 = n_2$
$c_1 < c_2$



$\Rightarrow$ La curva (n_1, c_1) è più selettiva di (n_1, c_2)

2) $n_1 < n_2$
$c_1 = c_2$



$\Rightarrow$ La curva (n_2, c_1) è più selettiva di (n_1, c_1)

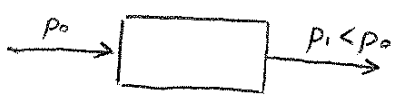
Se entrambi i parametri differissero, il parametro che ha la dominanza è n.
Per $c=0$ le curve operative non assumono cambio di concavità; la concavità è sempre rivolta verso l'alto.

L'effetto che ha N sull'andamento della curva è molto ridotto.

Solitamente non è posto $c=0$ perché vi sono varie ragioni: per una ragione psicologica nel senso che il trovare una singola difettosità non compromette il lotto. Per ragioni più pratiche se io fisso il passaggio di curve per un punto, maggiori valori di c implicano un aumento anche del valore di n.

LA FRAZIONE MEDIA DI ELEMENTI DIFETTOSI (AOQ)

AOQ significa average outgoing quality.



dove p_0 è la difettosità in entrata e p_1 è la difettosità in uscita.

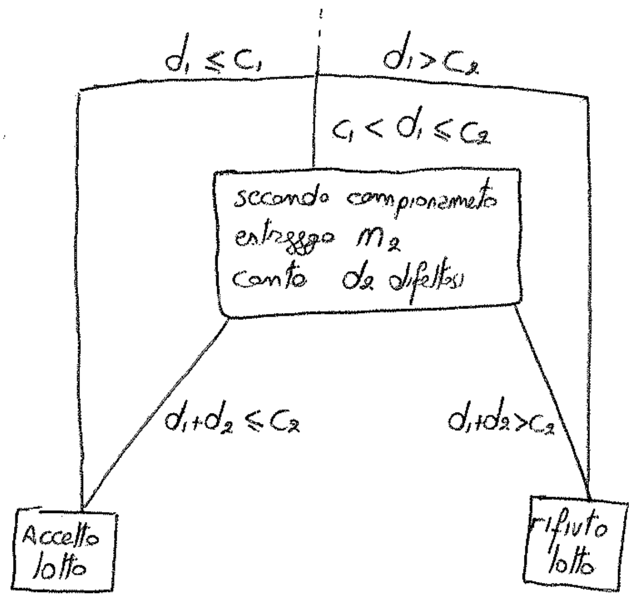
Come posso costruire un sistema di controllo con queste caratteristiche?
Per esempio si consideri la seguente situazione:

lotti in ingresso (difettosità p_0) $\longrightarrow$ CONTROLLO ACCETTAZIONE
- NON ACC. $\longrightarrow$ controllo a tappeto: sostituzione di tutti i campioni difettosi ($p_0 = 0$)
- ACC. $\longrightarrow$ sostituzione dei pezzi difettosi nel campione ($p_0 \neq 0$)

$\longrightarrow$ lotti in uscita $\xrightarrow{p_0 > p_1}$

$$p_1 = AOQ = E(D)/N$$

Un piano doppio si caratterizza da una coppia di valori (n_1, c_1) (n_2, c_2) N. Il piano doppio si articola partendo da un lotto pari a N, da cui estraggo un campione pari a n_1. Conto i difettosi. L'accettazione o il rifiuto avviene in due mosse:



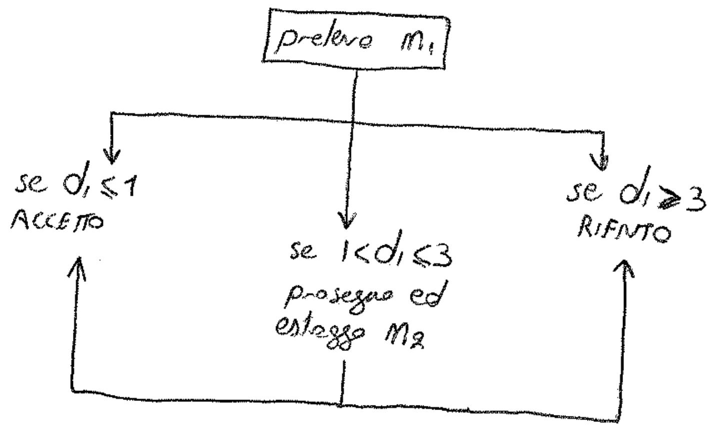
$c_1 < c_2$

⇒ si noti che nel campionamento doppio non implica per forza due campionamenti. Può succedere che il lotto venga accettato/rifiutato già alla prima mossa. Ma perché complicare il piano singolo in doppio? Campionare in due passaggi permette di avere un numero di campioni inferiori rispetto al campionamento singolo.

- Per esempio:

prendiamo un campionamento doppio con i seguenti valori.

$n_1 = 50 \quad c_1 = 1 \qquad n_2 = 100 \quad c_2 = 3$



⇒ se va male estraggo 150 campioni; altrimenti potrei anche solo estrarre un campione pari a n_1. Nel caso di piano singolo avrei dovuto estrarre molti più campioni.

TEST DEL χ^2

Il test del χ^2 ci permette di verificare se una distribuzione assomigli ad una normale. In realtà, in via del tutto generale, il test del χ^2 serve a verificare una qualsiasi distribuzione non solo normale.

Il χ^2 è una distribuzione continua che nasce dalla somma di più normali standard (z), al quadrato. Cioè se $Y = \sum_{i=1}^{n} z_i^2$ con $z \sim N(0,1)$, allora Y si distribuisce come una χ^2.

Il test del χ^2 si sviluppa come segue: suddiviso per classi la mia popolazione, allora

$$\boxed{\chi^2_{(gdl)} = \sum_i^n \frac{(f_{oss_i} - f_{att_i})^2}{f_{att_i}}}$$

dove $f_{oss\,i}$ = frequenza osservata della i-esima classe
$f_{att\,i}$ = frequenza attesa dell'iesima classe
gdl = gradi di libertà pari a $n-1$

ESERCIZIO:

Ci sono 4 macchinari in parallelo. A valle di questi vi è un controllo qualità che riscontra per ciascuna macchina un numero di difettosi

M1 = 26 M2 = 38 M3 = 62 M4 = 65

È ragionevole affermare che le 4 macchine abbiano le stesse frequenze di difettosità e che le differenze riscontrate possano essere imputate al caso? Oppure è più logico pensare che esse siano effettivamente diverse? Cioè, La distribuzione è uniforme?

⇒ l'ipotesi nulla è che le due macchine siano uguali. Ci aspetteremmo quindi di osservare il valore $E(\bar{x}) = \sum \frac{x_i}{n} = 47{,}75$, più o meno la variabilità naturale.

$$\chi^2_{(3)} = \sum \frac{(f_{oss_i} - f_{att_i})^2}{f_{att_i}} = \frac{(26 - 47{,}75)^2}{47{,}75} + \frac{(38 - 47{,}75)^2}{47{,}75} +$$

$$+ \frac{(62 - 47{,}75)^2}{47{,}75} + \frac{(65 - 47{,}75)^2}{47{,}75} = 22{,}38$$

Vado a controllare coi valori in tabella. Per $\alpha = 0{,}05 \Rightarrow \chi^2_{(3)} = 7{,}31$

$22{,}38 > 7{,}31 \Rightarrow$ rifiuto l'ipotesi nulla ⇒ la distribuzione non si può ritenere uniforme.

Dobbiamo anche considerare le due classi alle code che chiamiamo classe $\emptyset$ e 9.

$f_{att_\emptyset} = 0,96$ $\quad$ $f_{att_9} = 1,66$

Avendo ora frequenze attese e frequenze osservate per ogni classe possiamo ricavare il χ^2_{calc}:

$$\chi^2_{calc} = \sum_i \frac{(f_{oss_i} - f_{att_i})^2}{f_{att_i}} = 4,64$$

Andiamo a confrontare questo valore con il valore del χ^2 in tabella ($\alpha = 0,05$)

$$4,64 \overset{?}{\leq} \chi^2_{(9;0,05)}$$

$\chi^2_{(9;0,05)} = 16,92$ $\Rightarrow$ non vi sono evidenze per rifiutare l'ipotesi nulla. La distribuzione si può ritenere normale.

$\Rightarrow$ se $\boxed{\chi^2_{(calcolato)} \leq \chi^2_{(n-1,\alpha)}}$ allora l'ipotesi nulla è accettata, cioè la distribuzione è da ritenersi normale

Curve di Tipo-A e di Tipo-B

OC → TIPO A = curve che riguardano lotti singoli
OC → TIPO B = curve che riguardano treni di lotti

Definiamo due tipi di curve caratteristiche discriminabili secondo il criterio appena detto.

Partiamo dal considerare le curve di tipo B, e sono le curve caratteristiche viste finora.
Le curve di tipo A si presenta invece quando non ho un treno di lotti, ma si ha per esempio nel caso di un fornitore che compra le sue forniture una volta ogni tanto o per la prima volta. In tal caso accettare una proporzione di lotti non è accettabile. In tal caso la probabilità d'accettazione è la proporzione dei campioni estratti dallo stesso lotto che andrò ad accettare. Cambia il significato di P_a, cambia il significato di $\tilde{p}$ (predefinito), ma non cambia la raffigurazione. La distribuzione che rappresenta le curve di tipo A è l'ipergeometrica. La differenza sta nel fatto che in tipo B descrivo un processo, in A un singolo lotto. → nel caso delle curve di tipo B la distribuzione atta a rappresentarla è la BINOMIALE

esempi:

Supponiamo di avere un piano di campionamento con le seguenti caratteristiche

$N=8 \qquad n=4 \qquad c=0$

cerchiamo la curva caratteristica in funzione di tali difettosità:

p	tipo A	tipo B
0,125	0,5	0,58
0,250	0,21	0,31
0,375	0,07	0,15
0,500	0,01	0,06

$P_a(0{,}125)$ per una curva di tipo A, utilizzo una distribuzione ipergeometrica (essendo $n/N \geq 1/10$ non è buona l'approssimazione binomiale:

$$P_a(0{,}125) = \frac{\binom{1}{0}\binom{8-1}{4}}{\binom{8}{4}} = 0{,}5$$

⇒ analogamente: $P_a(0{,}250) = 0{,}21$; $P_a(0{,}375) = 0{,}07$; $P_a(0{,}5) = 0{,}01$

I calcoli per le curve di tipo B si riconducono a una distribuzione binomiale:

$$P_a(0{,}125) = \binom{n}{0} p^0 (1-p)^{4-0} = 0{,}58$$

e stesso calcolo per gli altre difettosità.

⇒ Nel caso in cui l'approssimazione dell'ipergeometrica per le curve di tipo A non è riconducibile alla binomiale i valori sono simili ma non uguali, con tipo A < tipo B per trovare il massimo:

$$\frac{dAOQ}{dp} = \frac{N-n}{N} \cdot \frac{d\left[\left((1-p)^5 + 5p(1-p)^4\right)p\right]}{dp}$$

$$p^* = 0{,}276$$

$$AOQL = 0{,}155$$

PIANO DOPPIO DI CAMPIONAMENTO

$$P_a = \underbrace{\mathbb{P}(d_1 \leq c_1 | n_1)}_{} + \underbrace{\sum_{d_1=c_1+1}^{c_2} \mathbb{P}(d_2 \leq c_2 - d_1 | n_2)}_{}$$

$$P_a = \sum_{i=0}^{c_1} \frac{\binom{N-Np}{n_1-i}\binom{Np}{i}}{\binom{N}{n_1}} + \sum_{h=c_1+1}^{c_2} \frac{\binom{N-Np}{n_1-h}\binom{Np}{h}}{\binom{N}{n_1}} \cdot \left[\sum_{j=0}^{c_2-h} \frac{\binom{N-Np-n_1-h}{n_2-j}\binom{Np-h}{j}}{\binom{N-n_1}{n_2}}\right]$$

La precedente espressione è valida per curve di tipo A. Per curve di tipo B, l'espressione si semplifica come segue:

$$P_a = \sum_{i=0}^{c_1} \binom{n_1}{i} p^i (1-p)^{n_1-i} + \sum_{h=c_1+1}^{c_2} \binom{n_1}{h} p^h (1-p)^{n_1-h} \left[\sum_{j=0}^{c_2-h} \binom{n_2}{j} p^j (1-p)^{n_2-j}\right]$$

Per costruire la curva operativa si prende in esempio un piano così costituito:

$N = 1000 \quad n_1 = 40 \quad n_2 = 40$

$c_1 = 2 \quad c_2 = 3$

⇒ scriviamo P_a come segue indipendentemente dall'utilizzo la curva di tipo A o B. È l'espressione generale su cui si applica poi un caso o l'altro.

indica l'estrazione

$$P_a = \mathbb{P}_0^{(1)} + \mathbb{P}_1^{(1)} + \mathbb{P}_2^{(1)} + \mathbb{P}_3^{(1)} \cdot \mathbb{P}_0^{(2)}$$

indica il # di difetti che posso avere

Le condizioni imposte per definire il passaggio delle curve operative per due punti, vista nel caso di campionamento semplice, non è più possibile. È necessario inserire due condizioni aggiuntive, del tipo esposte di seguito:

$$P_a = \frac{C^{990}_{36}\cdot C^{10}_{0}}{C^{1000}_{36}} + \frac{C^{990}_{35}\cdot C^{10}_{1}}{C^{1000}_{36}}\cdot\left[\frac{C^{955}_{59}\cdot C^{9}_{0}}{C^{964}_{59}} + \frac{C^{955}_{58}\cdot C^{9}_{1}}{C^{964}_{59}} + \frac{C^{955}_{57}\cdot C^{9}_{2}}{C^{964}_{59}}\right] +$$

$$+ \frac{C^{990}_{34}\cdot C^{10}_{2}}{C^{1000}_{36}}\cdot\left[\frac{C^{956}_{59}\cdot C^{8}_{0}}{C^{964}_{59}} + \frac{C^{956}_{58}\cdot C^{8}_{1}}{C^{964}_{59}}\right] + \frac{C^{990}_{33}\cdot C^{10}_{3}}{C^{1000}_{36}}\cdot\frac{C^{957}_{59}\cdot C^{7}_{0}}{C^{964}_{59}}$$

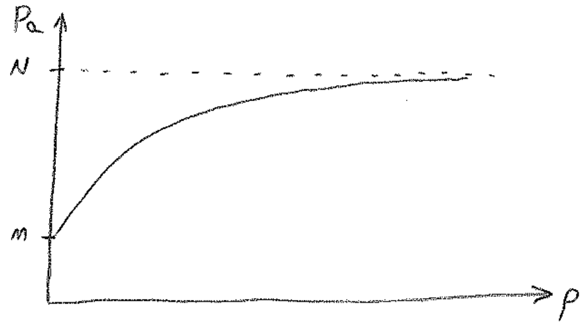
NB: si noti nuovamente che per valori di p per cui Np non è numero intero, per esempio 0,0133 essendo la distribuzione discreta.

INDICI PER I PIANI D'ACCETTAZIONE

$\boxed{ATI}$ = average total inspection. Esso rappresenta il numero medio di unità ispezionate in seguito a due possibilità: il primo ispeziono solo n (cioè accetto il lotto); la seconda invece ispeziono N (cioè rifiuto il lotto e lo rivedo tutto), cioè in caso di ispezione con rettifica.

$$\boxed{ATI} = E[x] = nP_a + N(1-P_a) = \boxed{n + (N-n)(1-P_a)}$$ piano singolo

come si comporta ATI al variare di p?



esempio:

$N = 500 \quad n = 10 \quad c = 2 \quad p = 0{,}2 \quad ATI = ?$

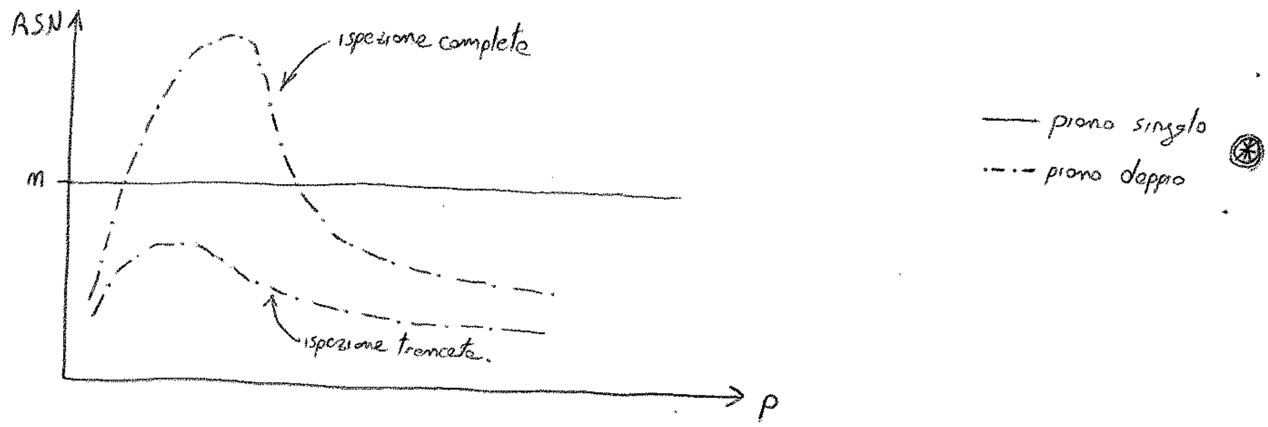
$n/N \leq 1/10$ ⇒ considero la dist. binomiale

$$\Rightarrow P_a = \sum_{i=0}^{c}\binom{n}{i}p^i(1-p)^{n-i} = 0{,}678$$

$ATI = n + (N-n)(1-P_a) = 168$ ← l'interpretazione di tale risultato indica che su 500 oggetti, mediamente ne controllo 168

- **ASN** = average sample number. Non considera l'ispezione con rettifica, ma solo senza rettifica, ciò significa che arriva un lotto, lo accetto o lo rifiuto senza rettificarlo.

Da un punto di vista grafico avrò questi andamenti:



$$\boxed{ASN} = E[x] = \underbrace{n_1 \cdot P(d_1 \leq c_1) + n_1 \cdot P(d_1 > c_2)}_{\text{probabilità di estrarre solo } n_1} + \underbrace{(n_1 + n_2)\, P(c_1 < d_1 \leq c_2)}_{\text{prob. di estrarre anche } n_2} =$$

$$= n_1 P(d_1 \leq c_1) + n_1 P(d_1 > c_2) + n_1 P(c_1 < d_1 \leq c_2) + n_2 \cdot P(c_1 < d_1 \leq c_2)$$

$$= \boxed{n_1 + n_2 \cdot P(c_1 < d_1 \leq c_2)}$$

Questo è l'andamento della curva ASN per un'ispezione completa. Vi sono formule statistiche che permettono di definire l'andamento della curva ASN per un'ispezione troncata, ma noi non le tratteremo.

⊛ si noti che per i piani di campionamento singoli l'ASN è costante e pari a n.
Per i piani di campionamento doppi, invece, l'ASN può assumere due andamenti distinti a seconda dello scenario in cui ci troviamo: ispezione completa o ispezione troncata.
Per ispezione troncata si intende quando già al primo campionamento il valore dei difettosi trovati (d) è maggiore di c_2. In tal caso siamo certi che il lotto verrà scartato e quindi è inutile continuare nell'ispezione.
Ma è corretto compiere il troncamento già al primo campionamento? Troncare al primo campionamento, sebbene sembrerebbe logico, non è sempre buono. Questo perché prima interrompo l'ispezione, peggiore sarà la stima di difettosità del mio lotto.
Per questo si è deciso che il primo campione lo si ispeziona tutto e il troncamento si potrà effettuare a partire dal secondo campionamento.

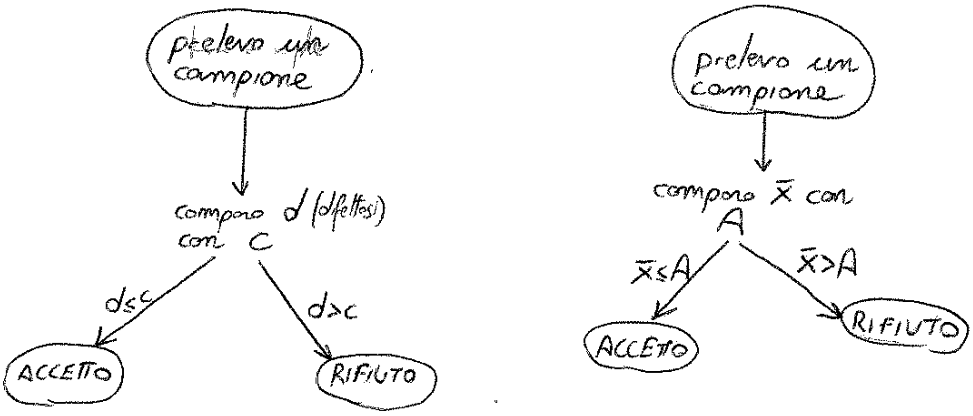
Questi sono i piani CSP-1. Esistono versioni più morbide di questi due piani definite CSP-2. Queste prevedono di iniziare come al solito con un campionamento a tappeto fino all'i-esimo lotto. Si passa quindi al campionamento frazionato su f lotti/elementi. Se trovo un difettoso continuo a campionare nel frazionato e verifico di non trovare difettosi nei K = i lotti/elementi successivi. Se trovo difettosi torno a campionare a tappeto, altrimenti continuo nel frazionato.

Piani di Campionamenti per Variabili

Finora abbiamo visto piani di campionamento che elementi che potevano assumere solamente due stati (accettare/non accettare). Ora andremo a lasciare il campionamento per attributi, per definire piani per elementi che possono essere misurati su una scala di rapporto o d'intervallo.

Uno dei benefici di tali piani è la possibilità di impiegare campioni meno numerosi. Vi è però un prezzo da pagare legato ad alcuni svantaggi. Gli svantaggi sono i seguenti:

- è necessario conoscere la distribuzione statistica della caratteristica in ispezione. Solitamente le distribuzioni che fanno uso di tale tipo di campionamento sono di tipo normale. Ammetteremo quindi d'ora in poi che tutte le caratteristiche in esame saranno distribuite normalmente.
- richiede l'uso di un piano per ciascuna caratteristica d'interesse.
- può capitare di scartare un lotto anche se nel mio campione n non sono presenti elementi difettosi.



Ora per calcolare la curva caratteristica, segue i seguenti passaggi, calcolando:

- il legame con z_U noto p, $\Phi(z_U) = 1 - p$ (dalle tabelle)
- il legame con z_A noto z_U, $z_A = z_U - K$
- noto z_A, ricavo $\bar{z}_A$ $\bar{z}_A = z_A \cdot \sqrt{n}$
- ricavo la probabilità di accettazione $P_a = \Phi(\bar{z}_A)$ (dalle tabelle)

esempio:

$n = 4$ $K = 2$ $p = 0{,}15\%$

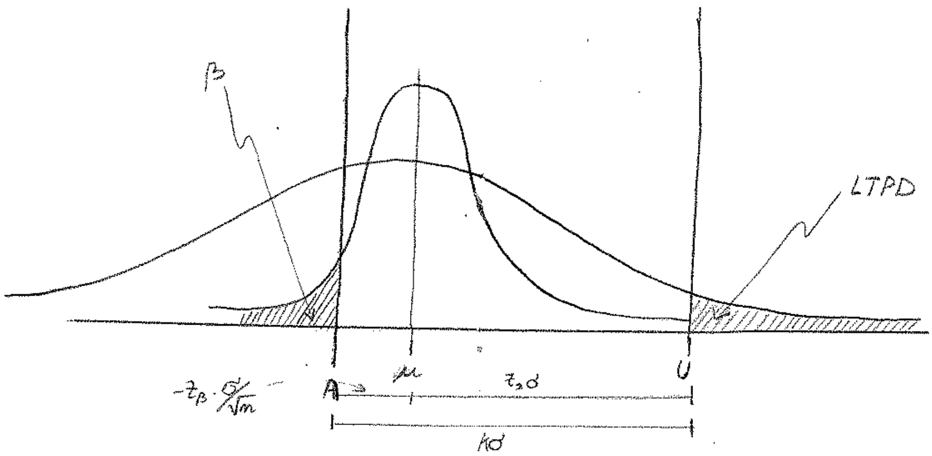
- $\Phi(z_U) = 1 - 0{,}0015 \Rightarrow z_U = 3$
- $z_A = 3 - 2 = 1$
- $\bar{z}_A = 1 \cdot \sqrt{4} = 2$
- $\Phi(\bar{z}_A) = \Phi(2) = 0{,}977$

Esistono due approcci che possono essere utilizzati nel campionamento per variabili: il metodo K (caratterizzato dai parametri K, n) e il metodo m (caratterizzati dai parametri m, n dove m rappresenta una difettosità). Il primo gioca quindi sulla distanza tra A e U, l'altro invece sulla difettosità che noi vorremmo.
Introducendo questo argomento si è parlato di $\bar{x}$. Il metodo $\bar{x}$ è un sotto-caso del metodo K.

METODO K:

- si preleva un campione n
- calcolo un valore $\bar{x}$
- calcolo $z_U = \dfrac{U - \bar{x}}{\sigma}$
- se $z_U \geq K$ accetto
- se $z_U < K$ rifiuto

per il committente:



NB: A è a sx di μ perché sono nella condizione di accettare da parte del committente una fornitura non buona con un rischio β. Nell'immagine prima avevo invece il fornitore che si vedeva rifiutare una fornitura buona con un rischio 1−α.

Ora con questi dati devo ricavare n e K; come si opera? Considero:

$$\begin{cases} z_1\sigma = K\sigma + z_{1-\alpha}\cdot\sigma/\sqrt{n} \\ z_2\sigma = K\sigma - \left(-z_\beta\cdot\sigma/\sqrt{n}\right) = K\sigma + z_\beta\cdot\sigma/\sqrt{n} \end{cases}$$

$$(z_1 - z_2)\sigma = \sigma/\sqrt{n}\cdot\left(z_{1-\alpha} - z_\beta\right)$$

$$\Rightarrow\quad n = \left(\frac{z_{1-\alpha} - z_\beta}{z_1 - z_2}\right)^2 \quad ; \quad K = \left(\frac{z_{1-\alpha}\cdot z_2 - z_\beta\cdot z_1}{z_{1-\alpha} - z_\beta}\right)$$

esempio:

sia $F(0{,}5\%; 0{,}95)$ e $C(3\%; 0{,}05)$

Andiamo a calcolarci i vari valori di z:

$z_{1-\alpha} = 1{,}65$

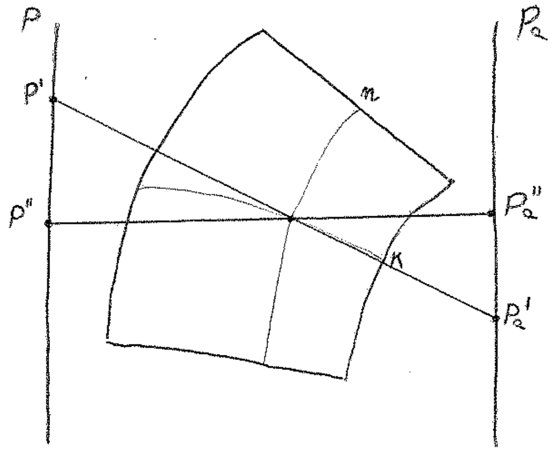
$z_\beta = -1{,}65$

z_1 = è il valore che deduco dalla quantità $\phi^{-1}(1-AQL) = \phi^{-1}(1-0{,}005) = 2{,}58$ $(z_1 = z_{1-AQL})$ $(z_2 = z_{1-LTPD})$

$z_2 = \phi^{-1}(1-LTPD) = 1{,}89$

$$n = \left(\frac{1{,}65+1{,}65}{2{,}58-1{,}89}\right)^2 = 23 \qquad K = \frac{1{,}65\cdot 1{,}89 + 1{,}65\cdot 2{,}58}{1{,}65+1{,}65}$$

Il metodo visto per costruire la curva operativa per i piani di campionamento per variabili non è l'unica via possibile. Per costruire la curva operativa di tali piani di campionamento si può utilizzare anche il nomogramma di Jacobson:



(n, K)

determinati n e K posso imporre un valore di P o P_a e si ricava il corrispettivo facendo passare una retta per il punto già trovato. È un modo più approssimativo rispetto al metodo analitico.

NORMA MIL-STD 105 E (per attributi)

Essa è da considerarsi come un sistema di piani di campionamento. Essa è una raccolta di piani di campionamento e schemi di campionamento. Essa prevede piani di campionamento di 3 tipi (semplici, doppi e multipli) e prevede anche 3 tipi di controllo (normale, ridotto e rinforzato). Basata sull'indice AQL.

All'inizio il fornitore è messo in condizione di normalità. Un lotto è spedito. Se 2 su 5 lotti consecutivi sono respinti, allora passa allo stato di rinforzo. In questo stadio se fornisce 5 lotti consecutivi accettati allora ritorna allo stato normale.
Ma può anche succedere che in condizione di normalità, se il fornitore fornisce 10 lotti consecutivi buoni può passare allo stato ridotto. Si ritorna in condizioni normali se un lotto viene respinto, produzione irregolare, un lotto non è accettato né respinto e altri tipi di condizione.

NORMA MIL-STD 414 (per variabili)

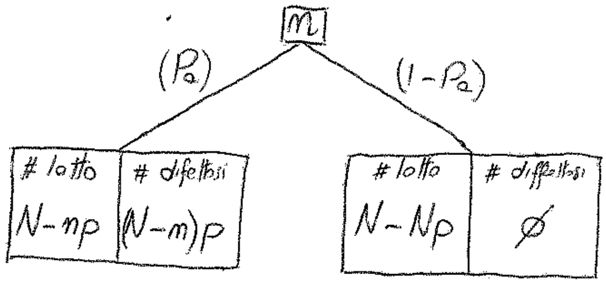
Anch'essa basata sull'AQL ed è una raccolta di piani di campionamento.
Ipotizza una distribuzione normale per la caratteristica in esame. Permette l'uso di 3 forme di variabilità:

- σ noto
- stima con S
- stima con $\overline{R}$ (range medio)

(si veda in dettaglio su libro)

b. nel caso in cui non si avesse rettifica:

in uscita:



$$AOQ = \frac{P_a(N-n)p + \emptyset \cdot (1-P_a)}{P_a(N-np)+(1-P_a)(N-Np)} = 0{,}01837$$

L'ATI invece non cambia.

2) Si consideri il piano con $n=50$; $N=1500$; $c=\emptyset$.

a. se $p=0{,}02$, quanto vale P_a?

b. si consideri il piano di campionamento doppio con $n_1=50$; $c_1=\emptyset$; $n_2=50$; $c_2=1$ come cambia la probabilità di accettazione? Si calcoli l'ASN.

c. se nel piano singolo iniziale si effettuasse un'ispezione con rettifica, si calcoli i valori di ATI, AOQ e AOQL.

a. $$P_a = \binom{50}{0} 0{,}02^0 (1-0{,}02)^{50} = 36{,}42\%$$

b. $$P_a = P_0^{(1)} + P_0^{(1)} P_0^{(2)} + P_0^{(1)} P_1^{(2)} = 13{,}53\%$$

$$ASN = n_1 + n_2 (c_1 < d_1 \leq c_2)$$

$$(c_1 < d_1 \leq c_2) = 1 - \left[P(d_1 > c_2) + P(d_1 \leq c_1)\right] = 68{,}6$$

c. $$AOQ = \frac{(N-n)p \cdot P_a}{N} = \frac{(1500-50)\cdot 0{,}02 \cdot 36{,}42\%}{1500} = 0{,}00704$$

$$ATI = n P_a + N(1-P_a) = 50 \cdot 0{,}3642 + 1500(1-0{,}3642) = 971{,}95$$

CARTE DI CONTROLLO

VARIABILITÀ:

Di fronte alla variabilità che si presenta al verificarsi di ogni fenomeno, si risponde con due azioni che definiscono il valore nominale e un range di variabilità o spazio di tolleranza.

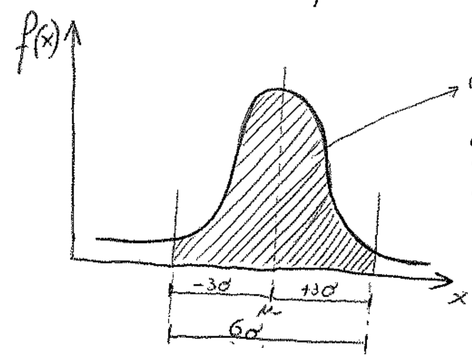
La variabilità naturale è la tendenza del processo a realizzare, sotto condizioni operative normali, prodotti differenti dagli obbiettivi preposti.

Nel processo sono presenti due attori: il progettista, che definisce la tolleranza di specifica; e il processista invece risponde con una tolleranza naturale. La condizione ideale sarebbe che tolleranza specifica e tolleranza naturale fossero "accordate". Cosa si intende per "accordate" si vedrà.

Definire una tolleranza di specifica significa definire un intervallo in cui i valori compresi sono ammessi. Per tolleranza naturale invece si intende un'espressione di variabilità che rappresenta i migliori sforzi per eliminare o minimizzare le cause di variazione non desiderata, cioè ripulire il processo da tutte quelle grandezze che lo disturbano lasciandolo con solo quello che è detto "rumore bianco". Come definiamo la tolleranza naturale (T.N.)?

$$TN = 6 \cdot \sigma$$

Questa definizione nasce dal fatto che molti processi possono essere rappresentati da una distribuzione normale, così definita:



è stata definita storicamente la variabilità come $\pm 3\sigma$ perché in questo intervallo la probabilità che un fenomeno si presenti è pari al 99,7%

Ma è possibile parlare di tolleranza naturale in quei fenomeni non gaussiani? La variabilità naturale è solo un indicatore della dispersione di una distribuzione, ed essendo σ calcolabile per ogni distribuzione, la variabilità naturale può essere calcolata, certo però le caratteristiche che valevano per una distribuzione normale si perdono.

Una legge più flessibile mi porta a considerare che se $\sigma_I = \sqrt{\sigma_A^2 + \sigma_B^2 + \sigma_C^2}$ allora, applicando questa legge alle tolleranze nominale:

$$TN_I = \sqrt{TN_A^2 + TN_B^2 + TN_C^2}$$

$$\Rightarrow TN_I = \pm 0{,}00229$$

Si noti come ragionare in forma additiva comporti una sovrastima della tolleranza naturale rispetto alla logica appena vista.

Supponiamo ora di avere un budget di tolleranze assegnate a priori. Come posso ripartire questa tolleranza sui componenti assemblati? Posso spostare le tolleranze nel seguente modo:

A $\pm 0{,}002$ cm contro $\pm 0{,}001$

B $\pm 0{,}002$ cm contro $\pm 0{,}0005$

C $\pm 0{,}002$ cm invariato

$\Rightarrow$ fare questa modifica mi conviene perché aumento la tolleranza ammissibile, ottengo un rilassamento delle tolleranze. Ma dove pago lo scotto di questo beneficio? Alcuni componenti escono fuori dal range di tolleranza TN_I. Esempio:

$$\begin{aligned} A &= 1{,}000 - 0{,}002 \\ B &= 0{,}500 - 0{,}002 \\ C &= 2{,}000 - 0{,}002 \\ \hline & 3{,}500 - 0{,}006 = 3{,}494 \overset{!}{<} 3{,}4965 = 3{,}500 - 0{,}0035 \end{aligned}$$

NB: si è assunto per semplicità il caso in cui si calcola TN_I con un metodo additivo

NB: TN calcolata con metodo additivo

limite inferiore di tolleranza

con quale probabilità questo avviene con una probabilità pari a:

$$TN_I = \pm 0{,}0035$$

$$\sigma_I = 0{,}0035/3 = 0{,}00116$$

3σ, $TN = 6\sigma$ ma si è diviso per 3 in quanto sto considerando un solo estremo

$$P(I \leq 3{,}4965) = P\left(z \leq \frac{3{,}4965 - 3{,}500}{0{,}00116}\right) = P(z \leq -3) \simeq 0{,}15\%$$

La problematiche del comportamento delle tolleranze sono dunque due:

- fissata TN determinare quella delle singole parti
- fissata TN delle parti determinare quella complessiva

CARTE DI CONTROLLO:

Sono uno strumento in uso con processi di grandi proporzioni. Nel tempo si sono comunque evolute anche carte per processi di piccole dimensioni.
Esse consentono di rilevare le tolleranze naturali (TN), in particolare il valore centrale e i limiti di controllo. Inoltre permettono di controllare il processo in modo continuativo. Vi sono quindi due momenti di utilizzo delle carte di controllo, la fase d'impianto e la fase di controllo.

Da un punto di vista statistico, le carte di controllo sono un test d'ipotesi. Consideriamo che una distribuzione in funzione della variabile x, del parametro θ e del tempo t. Una carta di controllo ci permette di verificare che tale funzione rimanga invariata nel tempo:

$$f(x,\theta,0) \longrightarrow f(x,\theta,t) \quad \forall\, t=1,2,\dots,n$$

La costruzione parte dal definire i limiti di controllo, linee di demarcazione tra regione di accettazione e rifiuto. Si parte dalle condizione d'impianto al momento t_0.

Come si scelgono i limiti di controllo? La convenzione per definirle parte da un modello di carattere generale riportato di seguito:

$$\begin{cases} UCL = \mu_w + L\sigma_w \\ CL = \mu_w \\ LCL = \mu_w - L\sigma_w \end{cases}$$

dove L è un numero che va definito, non è stabilito a priori. Solitamente $L=3$. L si fissa in modo tale da controllare l'errore di prima specie α. Se voglio ridurre α considero L più grande. Allora perché ci si ferma a 3? Perché aumentando eccessivamente L, aumento β. Il compromesso ragionevole è posizionare quindi $L=3$.

Possiamo dividere le carte di controllo in due famiglie: carte per variabili e carte per attributi.

Carte di controllo

- PER VARIABILI
  - media
    - carte per valore medio ($\bar{X}$)
    - carte per valore singolo (X)
  - disp
    - carte per range (R)
    - carte per scarto quad. medio (S)
    - carte per varianza (S^2)
- PER ATTRIBUTI
  - difettosi
    - carte per % difettosi (P)
    - carte per # difettosi (np)
  - difetti
    - carte # difetti per campione (C)
    - carte # di difetti per unità di campione (U)

NB: limiti di specifica visti prima sono diversi dai limiti di controllo per le carte

Estraggo un primo campione e misuro la grandezza x:

$$
\begin{array}{l|ll}
\text{I° camp) } x_{11}, x_{12}, x_{13}, \dots, x_{1m} & \bar{X}_{I} & R_{I} \\
\text{II camp) } x_{12}, x_{22}, x_{23}, \dots, x_{2m} \Rightarrow & \bar{X}_{II} & R_{II} \\
\text{III camp) } x_{13}, x_{23}, x_{33}, \dots x_{3m} & \bar{X}_{III} & R_{III} \\
\vdots & \vdots &
\end{array}
$$

carta $\bar{x}$ tende a calcolare la variabilità tra campioni

carta R tende a calcolare variabilità nel campione

vado ora a calcolare:

$$UCL = \mu + L\sigma_{\bar{x}}$$
$$CL = \mu$$
$$LCL = \mu - L\sigma_{\bar{x}}$$

che in questo caso diventa $\Rightarrow$

3 se è una dist normale

$$UCL = \mu + z_{\alpha/2} \cdot \sigma/\sqrt{m}$$
$$CL = \mu$$
$$LCL = \mu - z_{\alpha/2} \cdot \sigma/\sqrt{m}$$

per la carta R quindi avremo:

$$UCL_R = \bar{R} + 3\sigma_R$$
$$CL_R = \bar{R}$$
$$LCL_R = \bar{R} - 3\sigma_R$$

dove $\bar{R} = \sum_{i}^{k} R_i / K$, ma σ_R? Si consideri come si compone il range. Si assume la funzione del range standardizzato $W = R/\sigma$, essa dipende da m. Questa funzione ha l'andamento di una dist. normale standardizzata con $\mu = 0$ e $\sigma = 1$. Vediamo come si comporta il range se estraggo da tale distribuzione un campione $m = 2$. Ottengo una distribuzione asimmetrica sempre positiva. Più m cresce più questa distribuzione tende a divenire simmetrica, ma non attorno a $\emptyset$.

$\Rightarrow$ per valori piccoli il range tende a non essere simmetrica, tende ad esserlo per campioni più numerosi.

Si osserva che $E(W) = E\left(\frac{R}{\sigma}\right) = \frac{E(R)}{\sigma}$

il valore atteso $E(W)$ è un parametro noto chiamato $d_2(m)$, funzione di m. Si trovano sulle tabelle.

$$\Rightarrow \frac{E(R)}{\sigma} = d_2 \Rightarrow \sigma = \frac{\bar{R}}{d_2}$$

Per quanto riguarda la varianza:

$$V(W) = V\left(\frac{R}{\sigma}\right) = \frac{V(R)}{\sigma^2}$$

$$\sigma_W^2 = \frac{\sigma_R}{\sigma} = d_3(m)$$

$$\Rightarrow \sigma_R = d_3 \sigma$$

Andando a rappresentare il nostro caso notiamo che la carta R non rivela particolari anomalie. L'andamento della carta $\bar{x}$ è più travagliato, esso è evidentemente non in controllo, per varie ragioni: i punti sembrano manifestare una ciclicità e una pendolazione, ed inoltre 7/10 punti fuori dai limiti. Il rischio di prima specie che avevamo assunto affinché il processo sia comunque in controllo anche se alcuni punti fuori dai limiti era solo 3/1000.

Ma come faccio a sapere se i punti trovati sulla carta siano casuali? È necessario fare un test di randomness. Vedremo come.

Riassumendo il processo di costruzione delle carte $\bar{x}-R$:

1) definire un # di campioni tra 20 e 25 con numerosità n tra 3 a 5
2) ogni punto fuori controllo deve essere esaminato, individuate le cause assegnabili al suo fuori controllo e lo rimuovo
3) se non riesco a trovarne le cause ho due possibilità: toglierli come se ne avessi trovato le cause oppure mantenerlo come se fosse parte di quel ~~rischio~~ di 3/1000 punti non in controllo fisiologici

Tornando a parlare dei <u>test di casualità delle sequenze</u>, ve ne sono varie:

- test delle sequenze (Run Test)
- test punti di svolta (Turning Point Test)
- altri....

Vediamo come funziona il secondo di questi. Un punto di svolta si definisce tale se i valori adiacenti sono entrambe maggiori o minori di lui.
Esiste un teorema che dice che un andamento casuale dei punti all'interno di una sequenza segue un andamento gaussiano tale che:

$$E(S) = \frac{2}{3}(K-2)$$

$$V(S) = \frac{16K-29}{90}$$

con K = # punti della sequenza

inoltre ci permette di definire i limiti di fiducia dei punti di svolta, definiti come:

$$\text{limite inferiore} = \frac{2}{3}(K-2) - z_{1-\alpha/2}\sqrt{\frac{16K-29}{90}}$$

$$\text{limite superiore} = \frac{2}{3}(K-2) + z_{1-\alpha/2}\sqrt{\frac{16K-29}{90}}$$

ricavate tali grandezze si possono ricavare i limiti delle carte.
Per la carta S vale:

$$UCL_S = \bar{S} + 3\sigma_S = \bar{S} + 3\sigma\sqrt{1-c_4^2} = \bar{S} + 3\frac{\bar{S}}{c_4}\sqrt{1-c_4^2} = \overbrace{\left(1+\frac{3}{c_4}\sqrt{1-c_4^2}\right)}^{B_4}\bar{S} = B_4\bar{S}$$

$$CL_S = \bar{S}$$

$$LCL_S = \bar{S} - 3\sigma_S = B_3\bar{S}$$

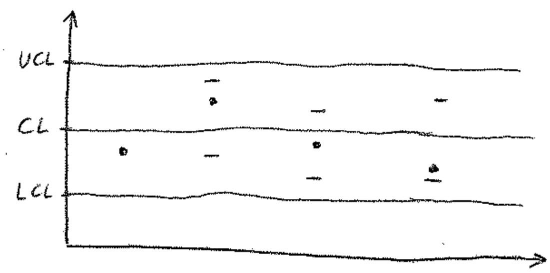
per la carta $\bar{X}$ invece, vale:

$$UCL_{\bar{x}} = \bar{\bar{x}} + 3\sigma_{\bar{x}} = \bar{\bar{x}} + 3\,\sigma/\sqrt{n} = \bar{\bar{x}} + \overbrace{3\,\frac{\bar{S}}{c_4}\cdot\frac{1}{\sqrt{n}}}^{A_3} = \bar{\bar{x}} + A_3\bar{S}$$

$$CL_{\bar{x}} = \bar{\bar{x}}$$

$$LCL_{\bar{x}} = \bar{\bar{x}} - 3\sigma_{\bar{x}} = \bar{\bar{x}} - A_3\bar{S}$$

Queste considerazioni valgono per campioni tutti della stessa numerosità. Se la numerosità dei campioni fosse diversa, i limiti rimangono sostanzialmente invariati, con un unica accortezza. Mentre nel caso con numerosità uguale i limiti sono costanti, nel caso appena sollevato ogni campione avrà limiti propri, in quanto i parametri visti variano in funzione di n; solo il limite centrale rimane costante:



Inoltre il calcolo di $\bar{\bar{x}} = \sum_i^k \bar{x}_i / k$ non è più valida essendo i campioni composti da una numerosità differente. Si adopererà una media pesata:

$$\bar{\bar{x}} = \frac{\sum_i^k \bar{x}_i \cdot n_i}{\sum_i^k n_i}$$

stesse considerazioni valgono per il calcolo di $\bar{S}$. Il calcolo si modifica in questo modo:

$$\bar{S} = \sqrt{\frac{\sum_i^k (n_i - 1) S_i^2}{\sum_i^k n_i - k}}$$

Utilizzando questi nuovi valori di $\bar{\bar{x}}$ e $\bar{S}$ costruisco i limiti per ciascun punto utilizzando i relativi valori dei parametri, funzioni di n. Otterrò quindi carte con limiti variabili.

ESERCITAZIONE CARTE DI CONTROLLO

1) Si vuole sviluppare una carta di controllo $\bar{x}-R$. Si osservano 30 campioni ognuno di dimensione $n=6$. Si conosce:

$$\sum_i^n \bar{x}_i = 12870 \qquad \sum_i^n R_i = 1350$$

a. si calcolino i limiti della carta R.
b. si assuma che il processo sia in controllo. Si calcolino i parametri μ e σ.
c. se il processo è normalmente distribuito e si hanno dei limiti di specifica pari a 440 ± 40, il processo è in grado di soddisfarle? Si indichi la percentuale di non conformità.
d. A parità di varianza quale valore dovrebbe assumere la media per minimizzare la percentuale di non conformità?

a. $\bar{R} = \frac{1350}{30} = 45$

$$UCL_{\bar{R}} = \bar{R} \cdot D_4 = 45 \cdot 2{,}004 = 90{,}18$$
$$CL_{\bar{R}} = \bar{R} = 45$$
$$LCL_{\bar{R}} = \bar{R} \cdot D_3 = 45 \cdot \emptyset = \emptyset$$

b. $\mu = \bar{\bar{x}} = 12870/30 = 429$

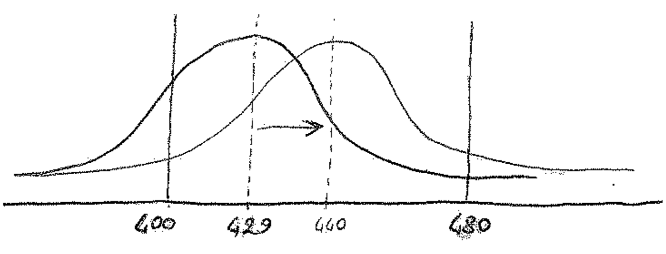
$$\sigma = \bar{R}/d_2 = 45/2{,}534 = 17{,}76$$

c. per poter dire se è in grado di soddisfarle si ricorre alla capacità di processo (non ancora vista a lezione).

$$P(x<400) + P(x>480) = P\left(z < \frac{400-429}{17{,}76}\right) + P\left(z > \frac{440-429}{17{,}76}\right)$$

$$\Rightarrow 0{,}0516 + 0{,}0021 = 0{,}0537 = 5{,}37\%$$

d. 440, ovvero la media tra i due limiti di specifica. In questo modo si minimizzerebbero le code.



© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 85 di 101

a. $\bar{R} = 8{,}91$

$$\sigma = \frac{\bar{R}}{d_2} = \frac{8{,}91}{2{,}97} = 3$$

$$P(\bar{x} > 363) + P(\bar{x} < 357) = P\left(z > \frac{363-360}{3/\sqrt{9}}\right) + P\left(x < \frac{357-360}{3/\sqrt{9}}\right)$$

perché ci si è chiesta un'analisi specifica su $\bar{x}$, e non sul processo.

$$\Rightarrow 0{,}15\% + 0{,}15\% = 0{,}3\%$$

b.

$$1\% = 2\,P(\bar{x} > UCL) \Rightarrow P(\bar{x} > UCL) = 0{,}5\%$$

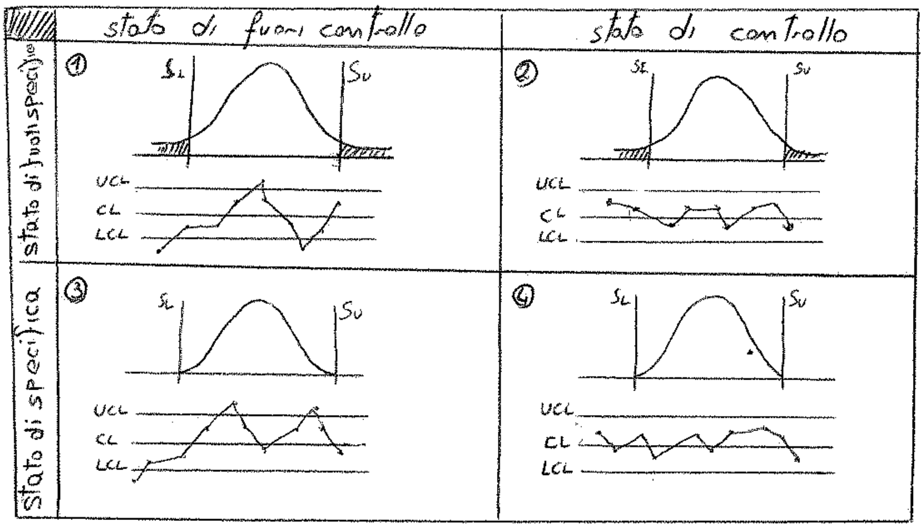
$$\Rightarrow P(z > z_0) = 0{,}5\% \Rightarrow z_0 = 2{,}58$$

$$\Rightarrow \frac{UCL - 360}{1} = 2{,}58$$

$$UCL = 360 + 2{,}58 = 362{,}58$$

$$LCL = 360 - 2{,}58 = 357{,}62$$

Si vuole ora definire un confronto tra STATO DI CONTROLLO e STATO DI SPECIFICA. Il fatto che un processo sia in controllo non implica che sia in specifica e viceversa. Si osservi lo schema che segue:



Lo scenario ④ è quello auspicato. Il passaggio dallo scenario ① e ③ allo scenario ideale ④ risulta essere facile poiché basta intervenire sulle cause di fuori controllo. Il caso più critico è il ② poiché è necessario cambiare il processo.

CARTE DI CONTROLLO PER ATTRIBUTI

Esse vengono applicate in tutte quelle applicazioni in cui l'output di un processo può essere definito solo da due stati possibili (buono, non buono per esempio).
Esse hanno un certo numero di vantaggi: costi di messa a punto inferiore rispetto a quelle per variabili, numerosità dei campioni grandi, facilità di comprensione e d'interpretazione.

CARTE p

Considerano la percentuale di prodotti difettosi. Hanno origine dalla distribuzione binomiale infatti si parte dal prendere in considerazione n oggetti e per ciascuno se ne definisce lo stato che essi assumono.

$$P(x) = \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x}$$

il cui valore atteso e varianza della distribuzione binomiale:

$$E(x) = np \qquad V(x) = np(1-p)$$

Ma io non sto cercando la probabilità di trovare x difettosi, ma sto cercando la percentuale di difettosi. Non sto cercando x, ma n/x:

$$\Rightarrow \; E\left(\frac{x}{n}\right) = \frac{1}{n} E(x) = p$$

$$V\left(\frac{x}{n}\right) = \frac{1}{n^2} \cdot V(x) = \frac{np(1-p)}{n^2} = \frac{p(1-p)}{n}$$

Quando i campioni hanno numerosità variabile nel caso di carte p, ho tre possibilità d'intervento:

- limiti variabili:

$$UCL_p = p + 3\sqrt{\frac{p(1-p)}{n_i}}$$

$$CL_p = p$$

$$LCL_p = p - 3\sqrt{\frac{p(1-p)}{n_i}}$$

⇒ cioè i limiti variano per ogni punto, in base alle numerosità del campione relativo.

- $\bar{n}$ costante, qualora la numerosità non fosse troppo differente tra i campioni
- carte standardizzate

<u>esempio</u>:

Supponiamo di analizzare un processo prelevando campioni di numerosità variabile con un totale di controllati pari a 2450 e una numerosità di difettosi pari a 234. Numero campioni 25. Per il momento calcoliamo $p = \frac{\#\text{difettosi}}{\#\text{controllati}} = 234/2450 = 0{,}096$, anche se questo metodo, come vedremo in seguito non è corretto. (tralasciamo al momento $p = \Sigma p_i / K$).
Utilizzando il primo metodo, la mia carta si presenterà con i seguenti limiti, che variano in funzione di n_i di ciascun campione:

$$UCL_p = 0{,}096 + 3\sqrt{\frac{0{,}096(1-0{,}096)}{n_i}}$$

$$CL_p = 0{,}096$$

$$LCL_p = 0{,}096 + 3\sqrt{\frac{0{,}096(1-0{,}096)}{n_i}}$$

Seguendo invece il secondo metodo, si va a definire un valore $\bar{n}$ di numerosità costante così definito:

$$\bar{n} = \frac{\sum_i^K n_i}{K}$$

questo metodo è idoneo se e solo se la numerosità dei campioni è molto simile. Nel nostro caso $\bar{n} = 2450/25 = 38$. Vado a definire i limiti della carta utilizzando il valore di n costante appena definito:

$$UCL_p = 0{,}096 + 3\sqrt{\frac{0{,}096(1-0{,}096)}{38}}$$

$$CL_p = 0{,}096$$

$$LCL_p = 0{,}096 - 3\sqrt{\frac{0{,}096(1-0{,}096)}{38}}$$

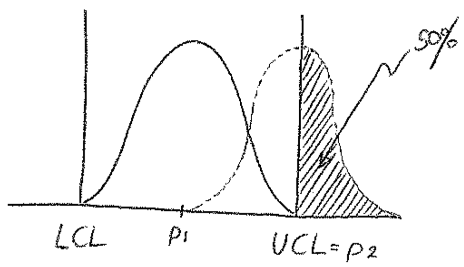
Con questo metodo semplifico il processo di calcolo delle carte di controllo, ma pago questa semplificazione con il presentarsi del rischio di interpretare non correttamente ciascun punto.

PROGETTO DI UNA CARTA DI CONTROLLO PER ATTRIBUTI

Gli elementi progettuali di una carta sono 3: calcolo dei limiti (operazione appena conclusa di vedere); definire la numerosità del campione n; definire la frequenza f di campionamento.
Affronteremo nel seguito solo il calcolo di n.
Esistono diversi approcci che noi vedremo.

1) APPROCCIO DI DUNCAN

il campione deve essere dimensionato in modo da avere il 50% di probabilità di avere una deriva del processo pari a una quantità predefinita.
Graficamente questo significa:



ho un processo inizialmente centrato in p_1. Esso deriva verso p_2, il quale corrisponde a UCL, con una probabilità pari al 50%.

$$p_2 = UCL_p$$

$$\Rightarrow p_2 = UCL_p = p_1 + 3\sqrt{\frac{p_1(1-p_1)}{n}}$$

$$\Rightarrow \underbrace{(p_2 - p_1)}_{\delta} = 3\sqrt{\frac{p_1(1-p_1)}{n}}$$

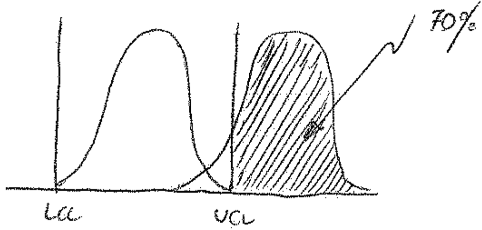
$$\Rightarrow \boxed{\delta^2 = 9\,\frac{p_1(1-p_1)}{n}} \qquad \Rightarrow \quad n = 9 \cdot \frac{p_1(1-p_1)}{\delta^2}$$

esempio:

ho un processo inizialmente centrato in $p_1 = 0{,}01$. Esso deriva in $p_2 = 0{,}05$ con una probabilità del 50%.

$$\Rightarrow n = 9 \cdot \frac{0{,}01(1-0{,}01)}{(0{,}05-0{,}01)^2} \cong 56$$

Questo principio di Duncan non vale se la probabilità è diversa dal 50%. Per esempio per la probabilità del 70%.



come fare in tale caso?

Per le scale di rapporto:

$$\frac{\alpha SV_A}{\alpha SP_A} \overset{?}{>} \frac{\alpha SV_B}{\alpha SP_B} \Rightarrow \frac{SV_A}{SP_A} > \frac{SV_B}{SP_B}$$

ESERCIZIO 2 (piani di campionamento):

Usare il monogramma di Larson affinché un piano di campionamento singolo abbia una curva operativa passante per i seguenti punti:

$p_1 = 1{,}5\%$ $\quad P_{a1} = 95\%$

$p_2 = 1{,}3\%$ $\quad P_{a2} = 5\%$

a) avendo determinato n e c, si ricalcolino le probabilità di accettazione per p_1 e p_2

b) il piano di campionamento singolo viene esteso a uno doppio con le seguenti caratteristiche:

$n_1 = n_2 = n$

$c_1 = c \qquad c_2 = c+1$

Si valutino la P_a e i due valori di p. Si stimi l'ASN

a) $n = 40 \qquad c = 2$

$P_{a1} = P(d=0) + P(d=1) + P(d=2) = 97{,}78\%$ (con binomiale)

$P_{a2} = 9{,}3\%$

$\Rightarrow$ i valori di P_a cambiano rispetto alla consegna iniziale. Questo perché lo strumento di Larson è uno strumento approssimato.

b) $n_1 = n_2 = 40 \qquad c_1 = 2 \qquad c_2 = 3$

$ASN_{p1} = 40{,}9$

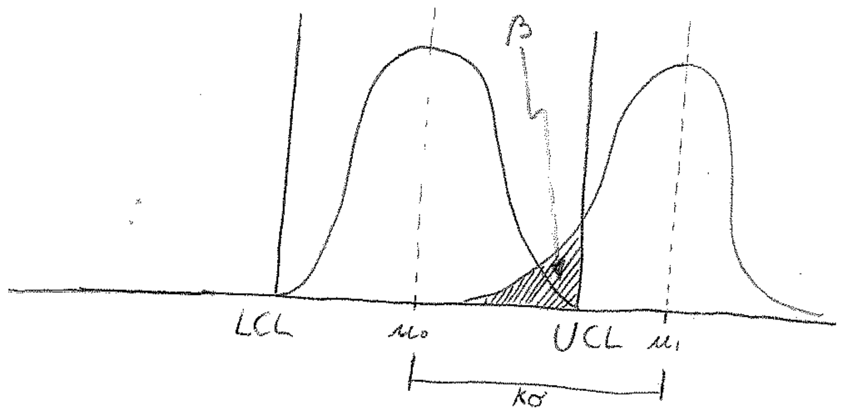
$ASN_{p2} = 76{,}3$

$P_a = P_{aI} + P_{aII}$

P_{aI} = calcolata al punto sopra

P_{aII} = ...

graficamente possiamo tradurre quanto descritto sopra:



$$\Rightarrow \beta = \phi(UCL) - \phi(LCL)$$

$$= \phi\left(\frac{UCL-\mu_1}{\sigma/\sqrt{n}}\right) - \phi\left(\frac{LCL-\mu_1}{\sigma/\sqrt{n}}\right)$$

$$= \phi\left(\frac{\mu_0 - 3\sigma/\sqrt{n} - \mu_0 - \sigma K}{\sigma/\sqrt{n}}\right) - \phi\left(\frac{\mu_0 - 3\sigma/\sqrt{n} - \mu_0 - K\sigma}{\sigma/\sqrt{n}}\right)$$

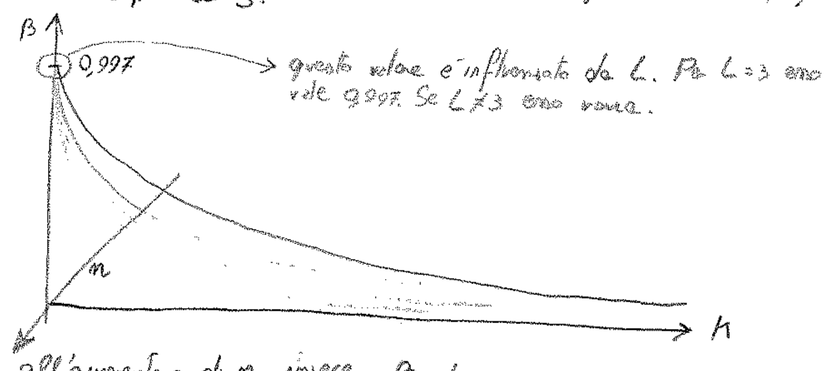
$$= \phi\left(\frac{3\sigma/\sqrt{n} - \sigma K}{\sigma/\sqrt{n}}\right) - \phi\left(\frac{-3\sigma/\sqrt{n} - K\sigma}{\sigma/\sqrt{n}}\right)$$

$$= \phi\left(3 - K\sqrt{n}\right) - \phi\left(-3 - K\sqrt{n}\right)$$

$\Rightarrow$ genericamente, per $L \neq 3$:

$$\beta = \phi\left(L - K\sqrt{n}\right) - \phi\left(-L - K\sqrt{n}\right)$$

andando a costruire le curve di β in funzione di K, ipotizzando un valore di n costante e L costante pari a 3:



all'aumentare di n, invece, β diviene sempre più piccolo

esempio:

se $L=3$ $K=2$ $n=5$

$$\Rightarrow \beta = \phi\left(3 - 2\sqrt{5}\right) - \phi\left(-3 - 2\sqrt{5}\right) \Rightarrow \text{utilizzando le tabelle } \beta \cong 7\%$$