NUMERO: 688 DATA: 07/10/2013

A P P U N T I

STUDENTE: Iannizzi

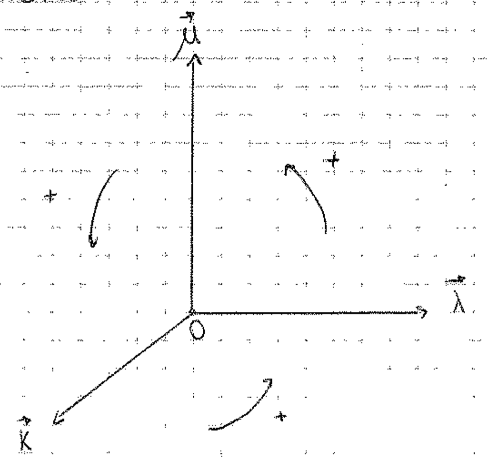
MATERIA: Meccanica delle Macchine
Prof. Eula

Richiamo vettoriale 5/03/13

Derivata di un vettore rotante nel piano:

$$\frac{d(r\vec{\lambda})}{dt} = \omega\vec{k} \wedge (r\vec{\lambda})$$ ω = velocità di rotazione di $r\vec{\lambda}$ nel piano

Terna destrorsa

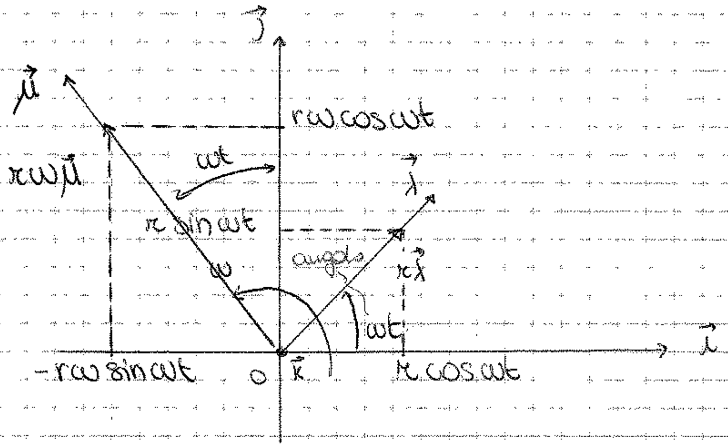


$$\begin{cases} \vec{\lambda} \wedge \vec{\mu} = \vec{k} \\ \vec{\mu} \wedge \vec{k} = \vec{\lambda} \\ \vec{k} \wedge \vec{\lambda} = \vec{\mu} \end{cases}$$

oppure

$$\begin{cases} \vec{\lambda} \wedge \vec{k} = -\vec{\mu} \\ \vec{k} \wedge \vec{\mu} = -\vec{\lambda} \\ \vec{\mu} \wedge \vec{\lambda} = -\vec{k} \end{cases}$$

Riprendiamo la derivata



prendo un secondo vettore ortogonale

$-r\omega \sin\omega t$ derivata di $r\cos\omega t$

$r\omega\cos\omega t$ derivata di $r\sin\omega t$

Quindi se le proiezioni del secondo sono le derivate delle proiezioni del primo, otteniamo:

$$\underbrace{\frac{d(r\vec{\lambda})}{dt}}_{3} = r\omega\vec{\mu} = r\omega[\vec{k} \wedge \vec{\lambda}] =$$

vettore velocità $= \underset{1}{\omega\vec{k}} \wedge \underbrace{(r\vec{\lambda})}_{2 \text{ vettore posizione}}$

sono 3 vettori

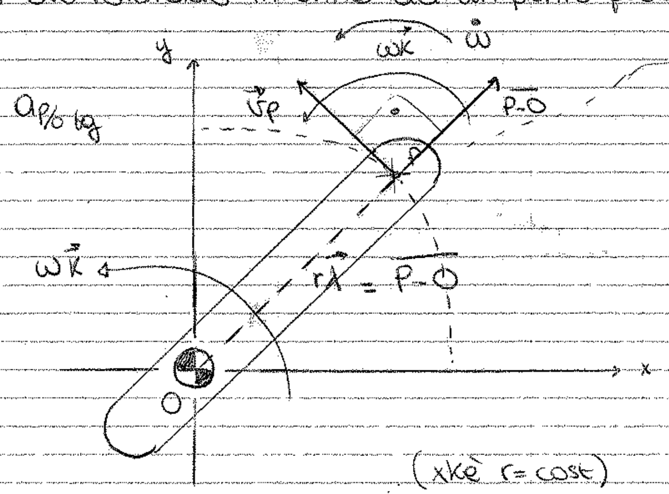
Quindi per la velocità non avremo più $\frac{dx}{dt}$, bensì il prodotto esterno con il vettore posizione

Nel piano derivare un vettore rotante $r\vec{\lambda}$ significa:

1) ruotarlo di 90° nel senso di ω

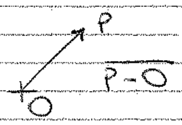
2) prendere il vettore derivato con modulo pari al primo $\times\ \omega$

2) Moto rotatorio intorno ad un punto fisso



= cerniera fissa al telaio

$PO = r = cost$



$$\vec{v}_P = \frac{d(r\vec{\lambda})}{dt}$$

(xkè r = cost)

DIM:

$$\vec{v}_P = \frac{d(r\vec{\lambda})}{dt} = \cancel{\frac{dr}{dt}}\vec{\lambda} + r\frac{d\vec{\lambda}}{dt} = r\left[\omega\vec{k}\wedge\vec{\lambda}\right] = \omega\vec{k}\wedge(r\vec{\lambda}) =$$

formula iniziale

devo però aggiungere $\vec{\mu}$ $\vec{k}$ $\vec{\lambda}$ che sono mobili

$$= \omega\vec{k}\wedge\boxed{(\overline{P-O})} = \vec{v}_P$$

P = p.to di cui calcolo la velocità

O = p.to fisso $v_O = 0$

$$\vec{a}_P = \frac{d(r\omega\vec{\mu})}{dt} = \cancel{\frac{dr}{dt}}\omega\vec{\mu} + r\frac{d\omega}{dt}\vec{\mu} + r\omega\frac{d\vec{\mu}}{dt} = r\dot{\omega}\left[\vec{k}\wedge\vec{\lambda}\right] + r\omega\left[\omega\vec{k}\wedge\vec{\mu}\right] =$$

$$= \dot{\omega}\vec{k}\wedge\left[r\vec{\lambda}\right] + r\omega^2\left[-\vec{\lambda}\right] = \dot{\omega}\vec{k}\wedge(\overline{P-O}) - \omega^2(\overline{P-O})$$

$a_O = 0$

Ricapitolando:

$$\vec{v}_P = \omega\vec{k}\wedge(\overline{P-O})$$

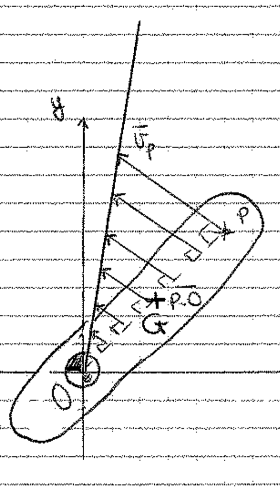
tangenziale centripeta

$$\vec{a}_P = \dot{\omega}\vec{k}\wedge(\overline{P-O}) - \omega^2(\overline{P-O}) = a_{P/O\,tg} + a_{P/O\,P}$$

sollecitazioni elevate perchè abbiamo ω^2. Sempre diretta dal punto al centro di curvatura. La prendiamo con il segno meno

Ciò che ci interessa nel moto è v_P, $a_{P/O\,tg}$, $a_{P/O\,n}$

Particolarità:



Distribuzione triangolare delle velocità

G = baricentro

$$\vec{v}_P = \omega\vec{k}\wedge(\overline{P-O})$$

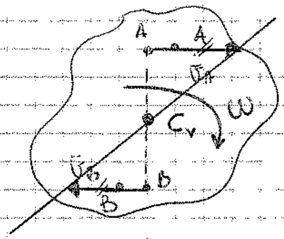
$$\vec{v}_G = \omega\vec{k}\wedge(\overline{G-O})$$

Posso calcolare le velocità solo se posso calcolare i vettori posizione

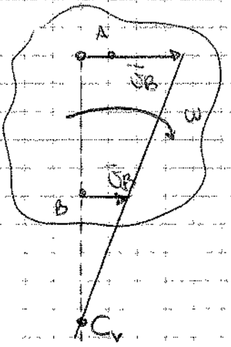
CASO (B)

$\bar{v}_A \parallel \bar{v}_B$ → ho bisogno di modulo, direzione e verso.

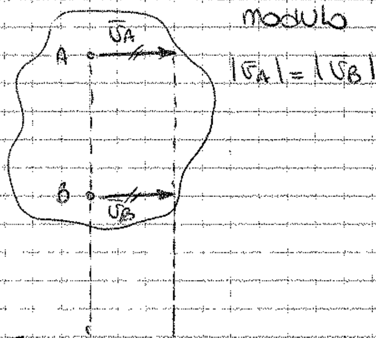
Velocità discordi



Velocità concordi



Velocità concordi e = in modulo



C_v dentro la distanza $\overline{AB}$
la velocità angolare è la stessa. le formule sono con le precedenti

Il corpo subisce una traslazione
le due rette sono // e il
C_v è all'∞. $\nexists\, \omega$

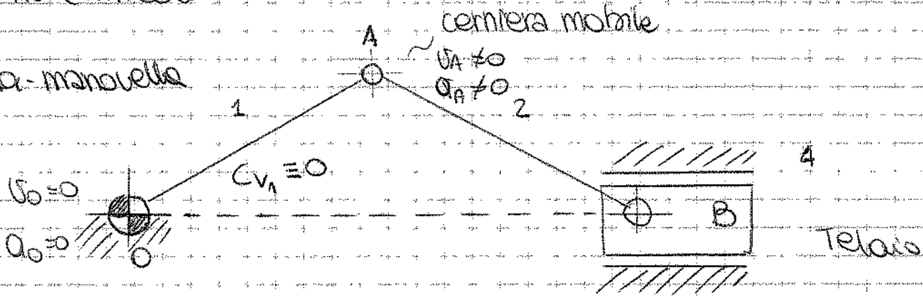
Questo metodo vale solo per le velocità, in quanto il C_v ha accelerazione $\neq 0$.

VINCOLI

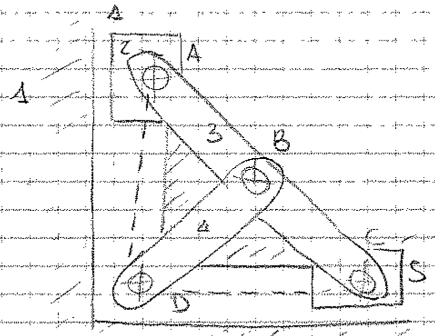
a) Catena cinematica: insieme di più corpi rigidi connessi da vincoli.

b) Catena cinematica semplice: se ogni corpo rigido ha solo 1 o 2 coppie cinematiche (vincoli)

biella-manovella



c) Catena cinematica composta: se $\exists$ almeno un C.R con 3 coppie cinematiche



$C_V \equiv O$

2,5 pattini

1 telaio

3,4 bielle

d) Catena cinematica chiusa: ⇒ x esp. biella - manovella
tutti i C.R. hanno almeno 2 coppie cinematiche.

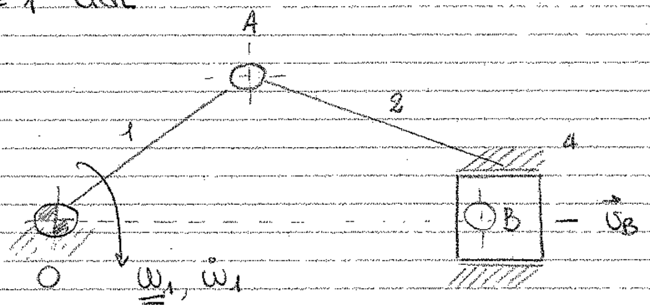
e) Catena cinematica aperta: braccio umano, $\exists$ 1 corpo con una sola coppia cinematica

es:

$C_1 = 4$ (O, A, B, guida orizz.) $\quad C_2 = 0$
↳ trave gerata

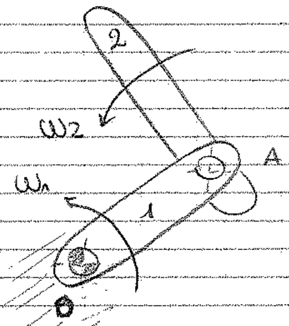
$\Rightarrow X = 3(4-1) - 2 \cdot 4 - 0 = 9 - 8 = 1$

$X = 1$ GdL



1 GdL = 1 dato solo nell'es.
Ruota A attorno ad O e B si muove di moto rettilineo alternato. Basta un ingresso per ottenere l'uscita.

ES:

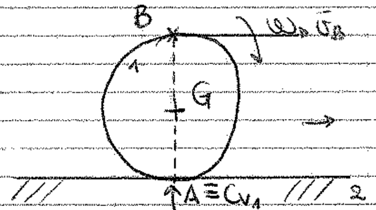


$X = 2$ GdL

Dati nel problema = 2, ci danno 2 velocità
2 motori = 2 mov. indipendenti

Gradi di libertà dicono il numero di motori necessari per muovere il meccanismo

RULLO SU 1 PIANO



1 = Rullo libero (non incernierato)
2 = piano fisso

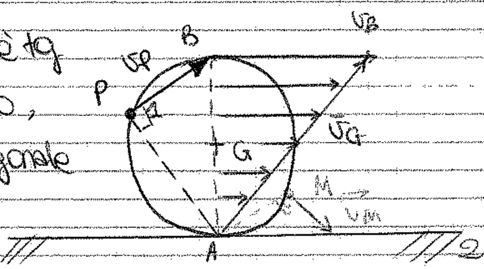
puro rotolamento $\Rightarrow v_{relativa\ 1/2} = 0$

1 GdL $\Rightarrow$ rotazione

∄ strisciamento

$\vec{v}_{A1} = \vec{v}_{A2} \Rightarrow v_{A2} = 0 \rightarrow v_{A1} = 0$ nel p.to di contatto

v_P non è tg al disco, ma ortogonale a PC_{V_1}



$\vec{v}_G = \cancel{\vec{v}_{C_{V_1}}}^{0} + \omega \vec{k} \wedge (\overline{G - C_{V_1}})$

$\vec{v}_B = \cancel{\vec{v}_{C_{V_1}}}^{0} + \omega \vec{k} \wedge (\overline{B - C_{V_1}})$

$BC_{V_1} = d =$ 2 raggio $= 2\, GC_{V_1}$ (↳ diametro)

$v_B = 2 v_G$

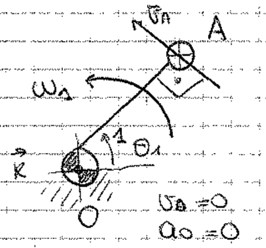
de ad un pattino → 4 (O, A, B, ⊥ guida oriz.)

$C_2 = 0$

$X = 3(4-1) - 2(4) - 0 = 9 - 8 = 1$ ok!

Conviene sempre partire dall'elemento del quale si hanno info. Quindi partiamo 1:

AO



$v_O = 0$
$a_O = 0$

ω_1 non è espressa esplicitamente, ma ci danno velocità espresse in giri al minuto. Non usare MAI i giri/minuto

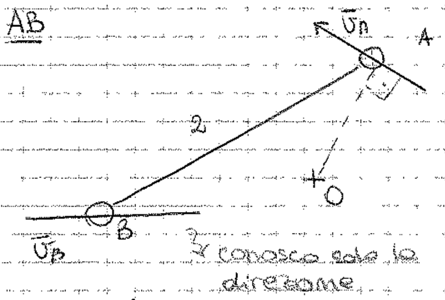
$n_1 \rightarrow \quad \omega_1 = \frac{2\pi n}{60} = 157{,}07 \ \frac{rad}{s}$

$\vec{v}_A = \underset{0}{\vec{v}_O} + \vec{v}_{A/O}$ Formula fondamentale della cinematica

$\vec{v}_A = \vec{v}_{A/O} = \omega_1 \vec{k} \wedge (\overline{A-O})$ vettore $\perp \vec{k}$ e $\perp AO$

$$\begin{cases} \text{Modulo}: & v_A = \omega_1 AO = 32{,}98 \ m/s \\ \text{Direzione}: & (\perp \vec{k}) \perp AO \\ \text{Verso}: & \curvearrowleft \omega_1 \end{cases}$$

AB



La $\vec{v}_A$ rimane invariata.

$v_B \neq 0$ perché non è una cerniera fissa.

$\vec{v}_B = \vec{v}_A + \vec{v}_{B/A} = $ F.F.C

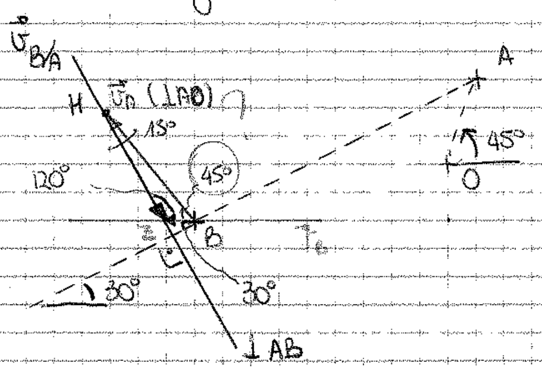
$= \underset{\neq}{\vec{v}_A} + \underline{\omega_2 \vec{k} \wedge (\overline{B-A})}$ ω_2 è incognita

$\neq$: noto in M D V
— : conosco solo D

	$\vec{v}_B$	$= \vec{v}_A$	$+ \ \omega_2 \vec{k} \wedge (\overline{B-A})$
M	?	✓	$\omega_2 AB = ?$
D	orizz	✓	$\perp AB$ (nota) ✓
V	?	✓	ω_2) ?

Con questi dati posso trovare tutto!

Tracciamo triangolo delle velocità



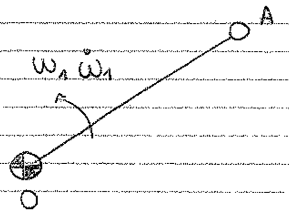
Parto da dove calcolare qlcs (B) e disegno ciò che conosco ($\vec{v}_A$)

Prolungo AB e traccio ⊥ AB

Il triangolo è HZB e qui dobbiamo scrivere la relazione

$\vec{v}_B = \vec{v}_A + \omega_2 \vec{k} \wedge (\overline{B-A})$ →

Ora dobbiamo trovare le accelerazioni



Teorema di Rivals

$$\bar a_A = \cancel{\bar a_O}^{\,0} + \bar a_{A/O\,tg} + \vec a_{A/O\,n}$$

$$\bar a_A = \underbrace{\dot\omega_1 \vec k \wedge (\overline{A-O})}_{\text{tangenziale}} \underbrace{- \omega_1^2 (\overline{A-O})}_{\text{normale/centripeto}}$$

M	$\dot\omega_1\, AO = 210\ m/s^2$	$\omega_1^2\,(AO) = 5180{,}91\ m/s^2$
D	$\perp AO$	$/\!/\ AO$
V	$\dot\omega_1$ ↶	$A \to O$

Di solito $\dot\omega$ sono sempre incognite

3/03/13

AB: Applichiamo di nuovo Rivals

$$\bar a_B = \vec a_A + \vec a_{B/A\,tg} + \vec a_{B/A\,n} = \bar a_A + \dot\omega_2 \vec k \wedge (\overline{B-A}) - \omega_2^2 (\overline{B-A})$$

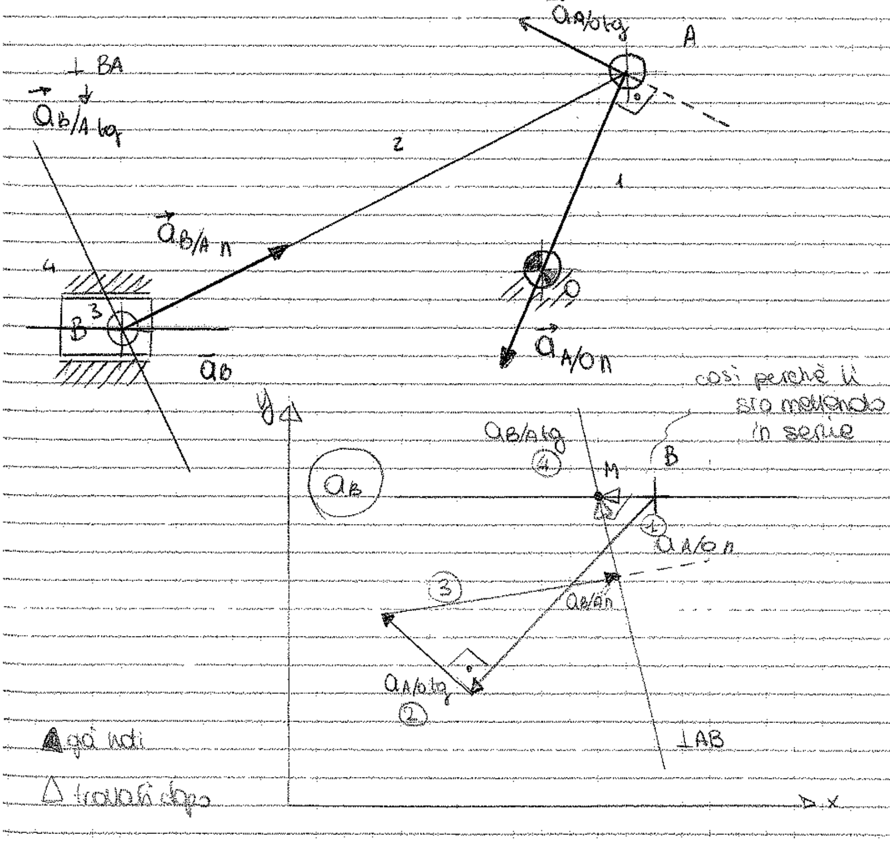
$\perp \vec k$, $\perp BA$ — i prodotti danno sempre la D

accelerazione centripeta del corpo 2

Risente della guida che lo obbliga a traslare

	$\vec a_B$	$\vec a_A$	$\dot\omega_2 \vec k \wedge (\overline{B-A})$	$\omega_2^2 (\overline{B-A})$
M	?	✓	?	$1192{,}26\ m/s^2$
D	orizz	✓	$\perp BA$	lungo AB
V	?	✓	?	$B \to A$

Ora possiamo trovare tutto! :)



Per calcolare le incognite dobbiamo costruire un poligono con i vettori accelerazione.
Graficamente "$\vec a_B$ è somma degli altri 4 vettori", dobbiamo dire questo.
$\bar a_B$ è la risultante, gli altri dobbiamo metterli in serie
Ordine:

1) $\bar a_{A/O\,n}$
2) $\bar a_{A/O\,tg}$
3) $a_{B/A\,n}$
4) $\bar a_{B/A\,tg}$
5) $\vec a_B$

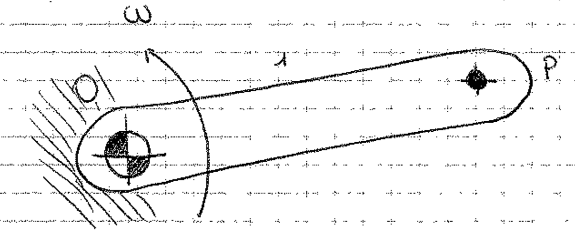
L'ordine è arbitrario
Il poligono mi consente di calcolare i versi delle incognite.
La risultante deve avere verso opposto

2) Moto relativo: traslazione di P lungo λ: $\pm\ v_{P_{rel}}\ \vec{\lambda}$

Nel corpo in cui abbiamo individuato il moto relativo sempre troviamo il moto di trascinamento.

3) Moto di trascinamento: rotazione di 2 intorno ad O_1

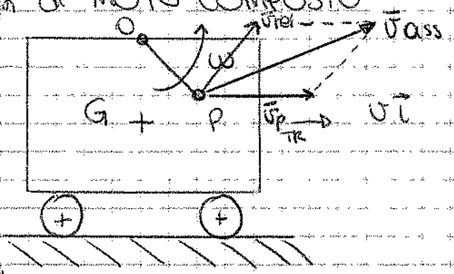
Disegniamo il corpo 1.



La somma del relativo e del trascinamento di 2 viene scambiato ad 1. Tutti e due i moti. Quindi il moto assoluto è dove NON c'è il moto relativo.
L'assoluto è la composizione dei 2 moti nel corpo dove i 2 moti non ci sono.

1) Moto assoluto: rotazione di P intorno ad O.

*Esempi di MOTO COMPOSTO



PO = cost

- Moto relativo: rotazione di P intorno ad O (ω
- Moto di trascinamento: togliendo O, P può solo traslare con il carrello. Quindi traslazione lungo $\vec{i}$
- Moto assoluto di P: composizione dei 2.

Nei dati mi devono dare 2 velocità

Torniamo a GLIFO:

$$\vec{v}_{P_{rel}} = \pm\ v_{P_{rel}}\ \vec{\lambda}$$

$$\vec{v}_{P_{TR}} = \underbrace{\cancel{\vec{v}_{O_1}}^{\,0} + \omega_1 \vec{k} \wedge (P-O_1)}_{\text{moto di trascinamento}} \quad \text{FFC}$$

$$\vec{v}_{P_{ass}} = \vec{v}_O + \underset{\omega_{ass}}{\omega \vec{k}} \wedge (P-O)$$

$$\vec{v}_{P_{ass}} = \omega \vec{k} \wedge (P-O) = \vec{v}_{P_{rel}}\,\vec{\lambda} + \overset{trasc.}{\left(\omega_1 \vec{k} \wedge (P-O_1)\right)}$$

DATI
$\omega = 157$ rad/s $OP = 0{,}3$ m $O_1O = 0{,}4$ m $\theta_1 = 26{,}38°$
$\dot{\omega} = 0$ $O_1P = 0{,}6$ m $\theta = 27{,}27°$

	$\omega \vec{k} \wedge (P-O)$	$\vec{v}_{P_{rel}}\,\vec{\lambda}$	$\omega_1 \vec{k} \wedge (P-O_1)$
M	$\omega PO = 47{,}1$ m/s	?	?
D	$\perp PO$	lungo PO_1	$\perp PO_1$
V	ω ↻	?	?

È un caso che moto relativo e moto di trascinamento siano ortogonali.

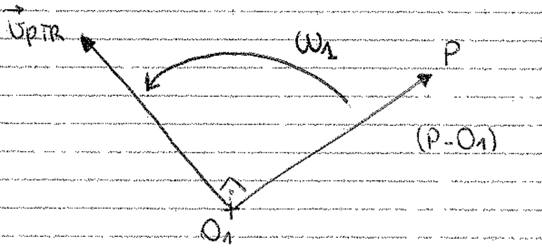
$\bar{v}_{P_{TR}} = \bar{v}_{P_{ass}} \sin(\theta + \theta_1) = 37,93 \text{ m/s}$

$\bar{v}_{P_{rel}} = \bar{v}_{P_{ass}} \cos(\theta + \theta_1) = 27,91 \text{ m/s}$

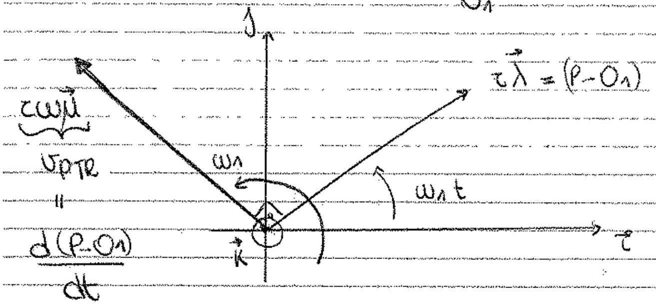
Resta da calcolare ω_1:

$\omega_1 = \dfrac{v_{P_{TR}}}{PO_1} = 63,22 \text{ rad/s} = \omega_{TR}$ Calcoliamo ora il verso di ω_1

Dobbiamo esprimere $\underline{\underline{v_{P_{TR}}}} = \underline{\underline{\omega_1 \vec{k}}} \wedge \underline{\underline{(P-O_1)}}$



ω_1 può essere solo antioraria perchè ruotando di 90° $(P-O_1)$ devo ottenere $\vec{v}_{P_{TR}}$ con QUEL verso



$r\omega\vec{\mu} = \bar{v}_{P_{TR}} = \dfrac{d(P-O_1)}{dt}$

ruoto di 90° rispetto ad ω derivata

Ora ci dobbiamo occupare delle accelerazioni:

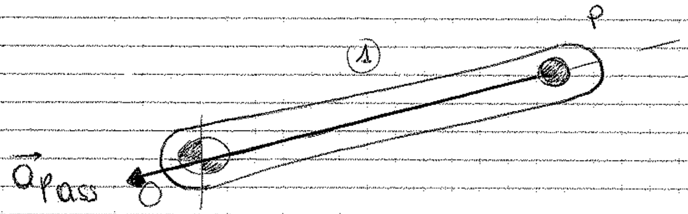
(1) $\bar{a}_P = \bar{a}_{P_{ass}} = \cancel{\vec{a}_O}^{\,0} + \vec{a}_{P/O_n} + \vec{a}_{P/O_{tg}}$ Ricorda: i numeri vanno sostituiti solo alla fine.

$\bar{a}_{P_{ass}} = -\omega^2 (P-O) + \dot{\omega}\vec{k} \wedge \cancel{(P-O)}^{\,0}$ $\omega = \text{cost} \rightarrow \dot{\omega} = 0$

M $\omega^2 PO = 7394,7 \text{ m/s}^2$

D lungo PO;

V $P \rightarrow O$



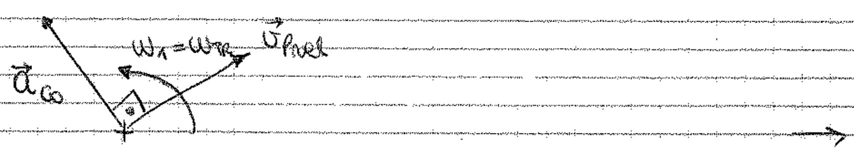
CORPO (2)

$\bar{a}_{P_{ass}} = \underset{\downarrow}{\bar{a}_{P_{rel}}} + \underset{\downarrow}{\bar{a}_{P_{TR}}} + \bar{a}_{CO} = \pm a_{P_{rel}} \vec{\lambda} + \left[\cancel{\vec{a}_{O_1}}^{\,0} + \dot{\omega}_1 \vec{k} \wedge (P-O_1) - \omega_1^2 (P-O_1)\right]_{TR} +$

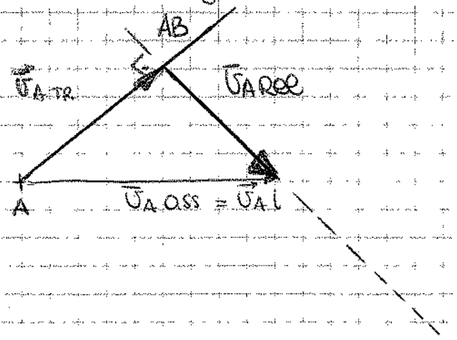
è una traslaz. rotaz. intorno O_1 $+ 2\underset{\omega_{TR}}{\omega_1} \vec{k} \wedge \vec{v}_{P_{rel}}$

	$\vec{a}_{P_{ass}}$	$\pm a_{P_{rel}} \vec{\lambda}$	$\dot{\omega}_1 \vec{k} \wedge (P-O_1)$	$\omega_1^2 (P-O_1)$	$2\omega_1 \vec{k} \wedge \vec{v}_{P_{rel}}$
M	V	?	?	$\omega_1^2 PO_1 = 2398 \text{ m/s}^2$	$2\omega_1 v_{P_{rel}} = 3528,9$
D	V	$// PO_1$ $(//\lambda)$	$\perp PO_1$	$// PO_1$	$\perp v_{P_{rel}}$
V	V	?	$(\dot{\omega}_1)$?	$P \rightarrow O_1$	*

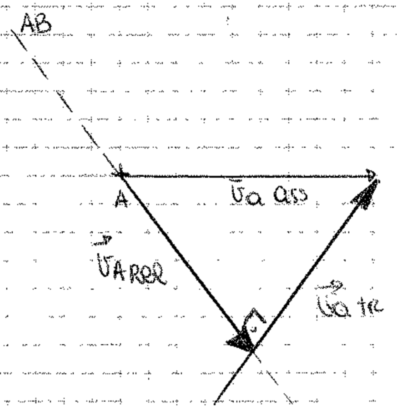
* Regola della mano dx

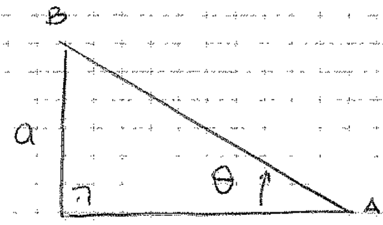


Possiamo costruire il triangolo delle velocità:



Oppure:





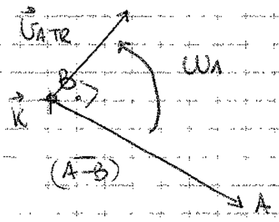
$AB = \dfrac{a}{\sin\theta} = 0{,}5\ m$

$v_{a\,TR} = v_{A\,ass} \sin\theta = 0{,}5\ m/s$

$v_{a\,rel} = v_{A\,ass} \cos\theta = 0{,}86\ m/s$

$\omega_1 = \dfrac{v_{ATR}}{AB} = 1\ rad/s$

$\underline{\underline{v}}_{A\,TR} = \omega_1 \vec{k} \wedge \underline{\underline{(A-B)}}$



Prendo $(A-B)$ in modo da trovare il verso di v_{ATR}

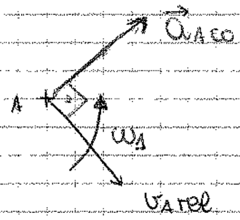
$\bar{a}_{A\,ass} = \bar{a}_{A\,rel} + \bar{a}_{A\,TR} + \vec{a}_{co}$

$\bar{a}_{A\,co} = 2\,\omega_{TR} \vec{k} \wedge \vec{v}_{A\,rel} = 2\,\omega_1 \vec{k} \wedge \vec{v}_{A\,rel}$

M $\quad 2\omega_1 v_{A\,rel} = 1{,}73\ m/s^2$

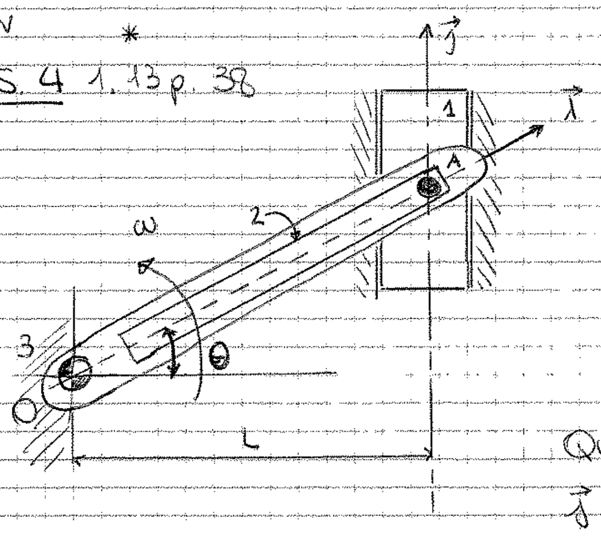
D $\quad \perp \vec{v}_{A\,rel}$

V $\quad *$



*

ES. 4 1.13 p. 38



$= \omega = 1\ rad/s$

$\dot{\omega} = 0$

$L = 200\ mm$

$\theta = 0°,\ 30°$

Questo è un GLIFO. 1 = slitta che trasla lungo $\vec{j}$. Perno A trasla lungo $\vec{\lambda}$ in 2 e può ruotare intorno a O con velocità ω.

Il Cv si trova, quando le velocità non sono //, come intersezione delle ortogonali alle velocità

$\bar{v}_A = \cancel{\bar{v}_{Cv}}^{\,0} + \omega \vec{k} \wedge (A - Cv) \Rightarrow \omega = \dfrac{v_A}{ACv} = 11{,}56 \text{ rad/s}$

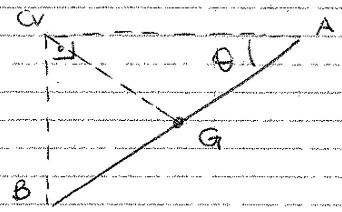
$\bar{v}_B = \cancel{\bar{v}_{Cv}}^{\,0} + \omega \vec{k} \wedge (B - Cv) \Rightarrow v_B = \omega(BCv) = 1{,}156 \text{ m/s}$

$\bar{v}_G = \cancel{\bar{v}_{Cv}}^{\,0} + \omega \vec{k} \wedge (G - Cv) \Rightarrow v_G = \omega(GCv) = 1{,}154 \text{ m/s}$

$ACv = AB\cos\theta = 0{,}173 \text{ m}$

$BCv = AB\sin\theta = 0{,}10 \text{ m}$

$AG = \dfrac{AB}{2}$

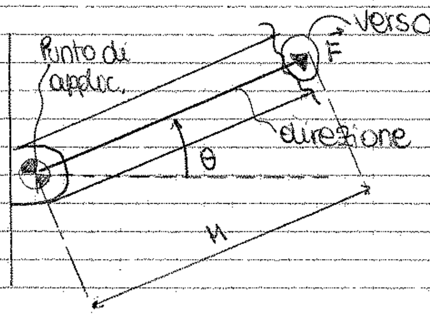


$GCv = \sqrt{AG^2 + ACv^2 - 2(AG)(ACv)\cos\theta} = 0{,}0998 \text{ m}$

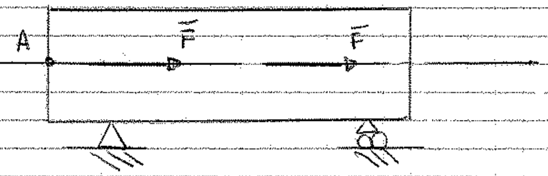
→ teorema di Carnot

FORZA 13/03/13

Vettore applicato ⇒ M D V punto di applicazione

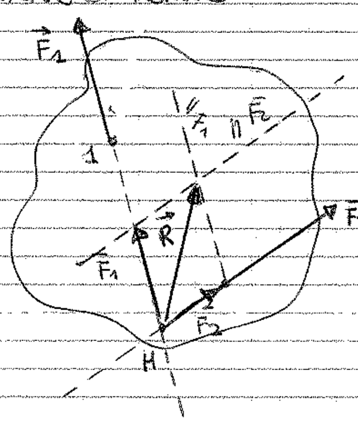


Nel CR ⇒ PRINCIPIO di TRASMISSIONE di 1 FORZA



retta di azione di $\vec{F}$

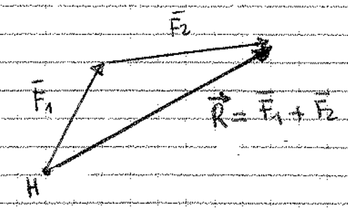
COMPOSIZIONE di FORZE



identità

$R = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$

Prolunghiamo le rette d'azione di $\vec{F}_1$ e $\vec{F}_2$ e l'incontro è un vertice del parallelogramma. Tracciamo le // e la diagonale è la risultante $\vec{R}$.



Il sistema equivalente:

Il simbolo '≡' significa identità o equivalenza tra i 2 sistemi
$C = d_c F$ identità (o applico C o applico $d_c F$)

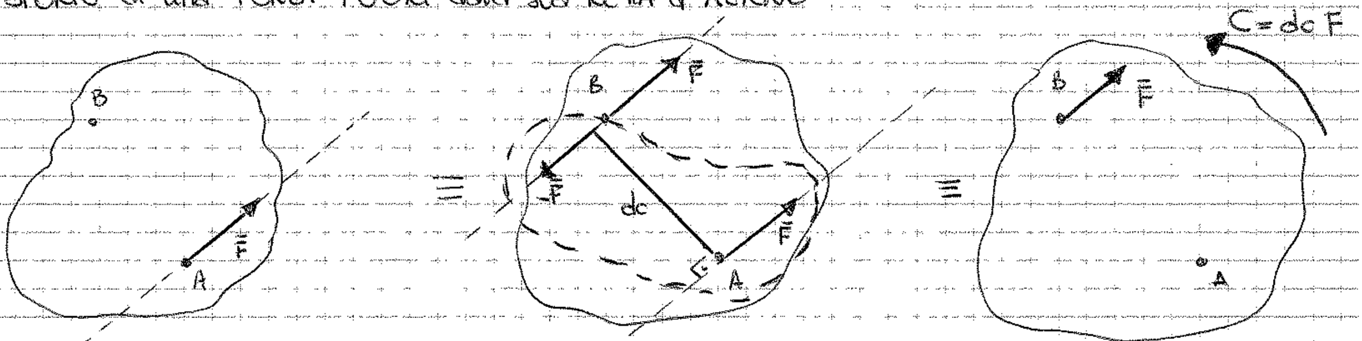
SISTEMI EQUIVALENTI

Due sistemi sono equivalenti se hanno:
- uguale risultante
- momento risultante

SISTEMI in EQUILIBRIO

Due sistemi sono in equilibrio se hanno:
- Risultante = 0
- momento Risultante = 0

TRASPORTO di una FORZA FUORI dalla sua RETTA d'AZIONE



Voglio F in B. Allora...

Traccio 2 vettori in B uguali ed opposti sulla // alla retta in A
Nel tratteggio → ho trovato un braccio della coppia...

Ho una forza in B e in A non ho più nulla perché è diventata la coppia c.

Se una forza F viene portata fuori dalla sua retta d'azione, devo aggiunger un momento di trasporto ⇒ $C = d_c F$.

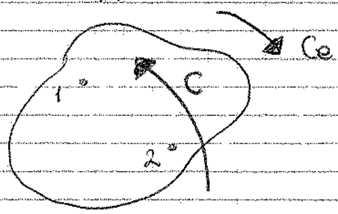
TIPI di FORZE

1) Forze concentrate: applicate in un p.to
2) Forze distribuite: es: carico della neve sul tetto
3) <u>Forze esterne</u>: pesi e inerzie. Compaiono anche sull'assemblato.
4) <u>Forze interne</u>: scambiate nelle parti interne ⇒ Reazioni vincolari che nascono nei vincoli e sono sempre delle incognite.

REAZIONI VINCOLARI

Sono forze e coppie scambiate nei vincoli; sono incognite e nascono nelle direzioni in cui il vincolo impedisce il moto.

M	$\lvert\vec{F}_1\rvert = \lvert\vec{F}_2\rvert$	formano una coppia di forze opposta a Ce
D	$\vec{F}_1 \parallel \vec{F}_2$	$\parallel$
V	opposte	



EQUILIBRIO: $F_1 - F_2 = 0$

$\Rightarrow \vec{R}_F = 0$ (equilibrio alla traslazione)

2) $Ce = F_1 b$ ⇝ F_1 ed F_2 generano una coppia che contrasta Ce x avere l'eq.

$Ce - F_1 b = 0 \Rightarrow \sum \vec{M}_{RF} = 0 \Rightarrow$ equilibrio alla rotazione

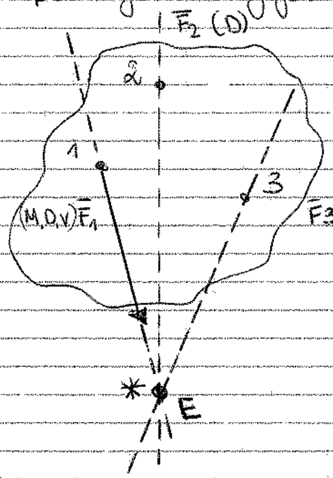
$Ce - C = 0$

Equivalenza:

$C = F_1 b \quad \lvert F_1\rvert = \lvert F_2\rvert$ L'equilibrio è tra tutte le forze che agiscono sul sistema.

↳ identità

3) Corpo rigido soggetto a 3 forze



Prolungo retta d'azione della nota fino ad incontrare la retta d'azione dell'altra. Il punto d'incontro si chiama PUNTO DI STELLA. La forza incognita deve passare x 3 e per * ⇒ x avere l'equilibrio alla rotazione

Eq. alla rotazione ⇒ $\sum_{i=1}^{N} \vec{M}_{ip} = 0$

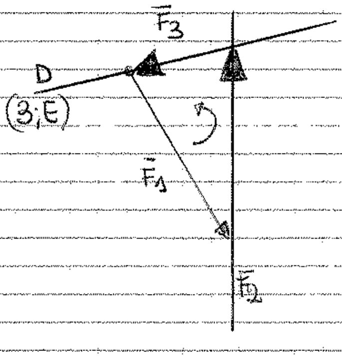
$\vec{M}_O = \vec{r} \wedge \vec{F} \qquad M_O = bF \qquad b \perp F$, b rispetto ad O (non è un vett libero)

Perché faccio passare tutto x il p.to di stella (≡E)?

E) $F_1 \cancel{b_E} + F_2 \cancel{b_E} + F_3 \cancel{b_E} = 0$ Se tutte le forze convergono in unico p.to i loro momenti sono nulli perché i bracci sono nulli.

Conosco 2 direzioni e un vettore è tutto noto. Per eq. alla trasla devo avere:

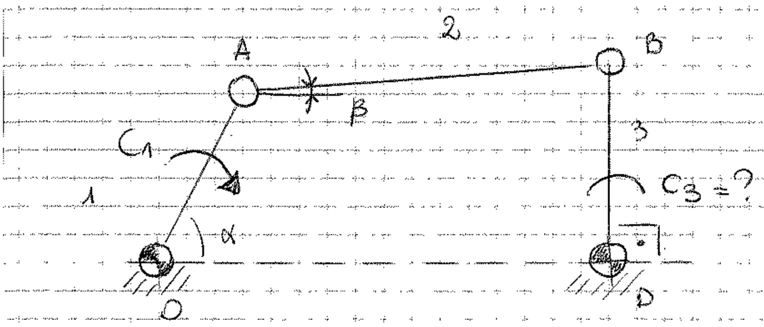
$\sum_{i=1}^{N} \vec{F}_i = 0 = \vec{R}_F$ e quindi devo tracciare il triangolo: $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = 0$

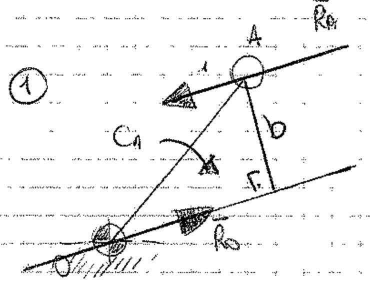


A questo p.to ho trovato i versi incogniti. Posso anche farlo in senso orario e ottengo lo stesso risultato.

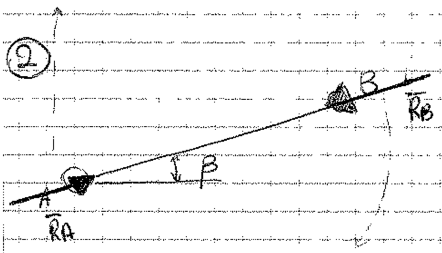
$C_1 = R_A b \rightarrow C_1 - R_A b = 0 \rightarrow$ Eq. alla rotazione
$\overline{R_A} - \overline{R_O} = 0 \rightarrow$ Eq. alla traslazione.

ESEMPIO

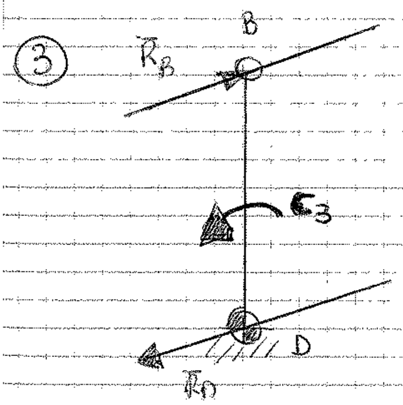




2 Forze e 1 coppia. Ma non so nulla sulle forze ⇒ guardo il corpo 2
$\overline{R_A} \parallel \overline{R_O}$ $|\overline{R_A}| = |\overline{R_O}|$ $C_1 = R_A b$



Asta scarica:
$|\overline{R_A}| = |\overline{R_B}|$



$\overline{R_B}$ conosciuto ~~segno~~ ⇒ determino il verso di C_3.
$\overline{R_B} \parallel \overline{R_D}$
$|\overline{R_B}| = |\overline{R_D}|$

$C_3 = R_B b_3$

3 LEGGI della DINAMICA (o di Newton) 19/03/13

1°) Una particella resta a riposo o in moto rettilineo uniforme se $\overline{R_F} = 0$

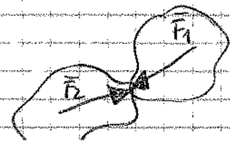
2°) L'accelerazione di una particella è $\propto$ alle $\sum_{i=1}^{n} \overline{F_{est}}$

$$\sum \overline{F_{est}} = m\vec{a}$$

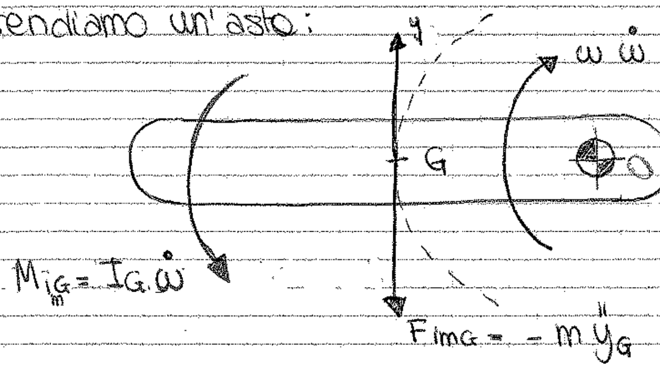
$\overline{a}$ = accelerazione di una particella

m = massa della particella [kg], inerzia o resistenza della particella a cambiare la sua $\overline{v}$.

3°) Principio di azione - reazione: $|\overline{F_1}| = |\overline{F_2}|$



Prendiamo un'asta:



$I_G = \frac{ml^2}{12}$ [$kg\,m^2$] l = lungh asta

Ora supponiamo che ruoti:

Equilibrio alla traslazione

. . . .

Equilibrio alla rotazione

Meglio farlo attorno ad un p.to di vincolo. Devo cercare di semplificarmi le equazioni.

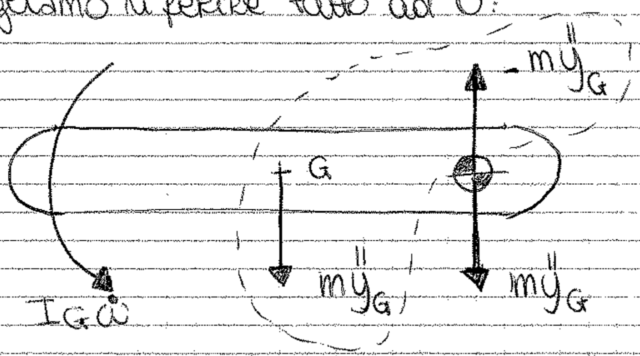
$\circlearrowleft^{+}_{O} \;\dots + \underbrace{(m\ddot{y}_G)(GO) + I_G\dot{\omega}}_{\text{im } G} + \dots$

Attenzione: non devo cambiare il mom d'inerzia rispetto al baricentro.

$I_G\dot{\omega} \Rightarrow$ vettore libero

$\exists$ un mom d'inerzia rispetto ad O ma $I_O \neq \frac{ml^2}{12}$

Se vogliamo riferire tutto ad O:



? $I_O \neq I_G$

Queste due azioni vanno sempre insieme!! (a meno che sia un p.to o non posso trovare I_G)

L'accelerazione non varia, ma devo spostare la forza fuori dalla sua retta d'azione.

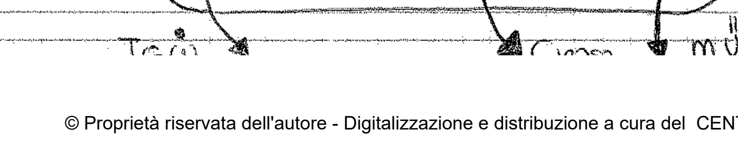
I 2 vettori cerchiati vanno a formare una coppia di trasporto:

$$C_{trasporto} = (m\ddot{y}_G)(GO) = \dot{\omega}\left[m(GO)^2\right]$$

$$\vec{\ddot{y}}_G = \vec{a}_{bg_G} = \cancel{\ddot{a}_O} + \dot{\omega}k \wedge (\overline{G-O})$$

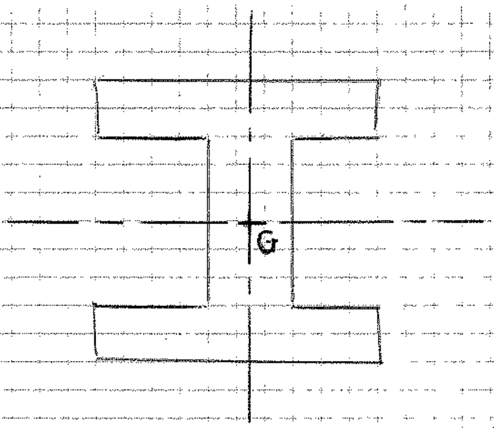
$$M \quad \ddot{y}_G = \dot{\omega}\,GO \;(*)$$

Dobbiamo costruire un sist equivalente:



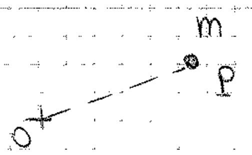
Ho due contributi di coppia che posso sommare.

→



MOMENTO DI INERZIA / come è distribuita la massa di un corpo o di un sist.

Viene fatto o rispetto ad un p.to o rispetto ad un asse



$$I_O = m(PO)^2 \quad [Kg\,m^2]$$

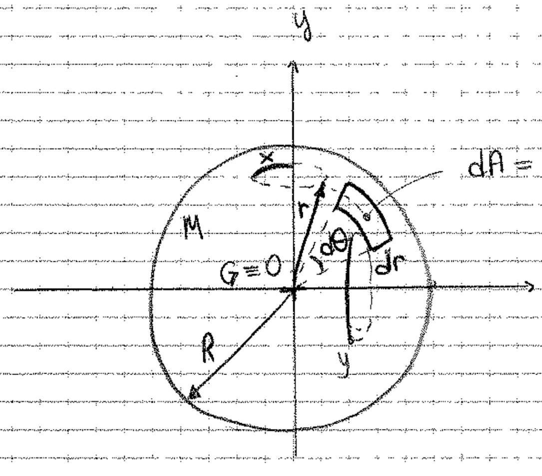
1) Sistema di N corpi (discreto)

$$I_O = \sum_{i=1}^{N} m_i (P_i O)^2 = \sum_{i=1}^{N} m_i r_i^2$$

2) Sistema continuo (C.R.)

$$\rho = \frac{dm}{dV} = cost \qquad I_O = \int_M r^2\,dm = \int_V r^2 [\rho\,dV]$$

ESEMPIO: disco sottile (h piccolo)



$dA = dr\,[r\,d\theta]$

$0 < r \le R$

$0 \le \theta \le 2\pi$

Posso calcolare 2 tipi di momenti.
1) Momento di inerzia assiale (O)
2) Momenti di inerzia diametrali

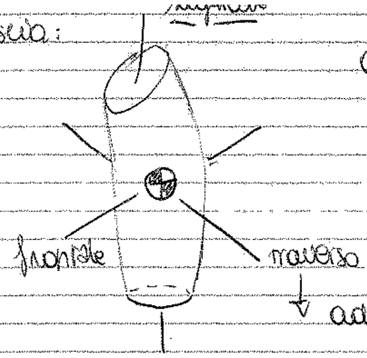
1) MOMENTO DI INERZIA ASSIALE (O)

$$I_O = \int_V r^2 [\rho\,dV] = \int_A r^2 \Big[\rho\,\underbrace{h\,dA}_{dV}\Big] = \rho h \int_0^R r^2 [r\,dr] \int_0^{2\pi} d\theta =$$

$I_O \,/\!/\, I_G$

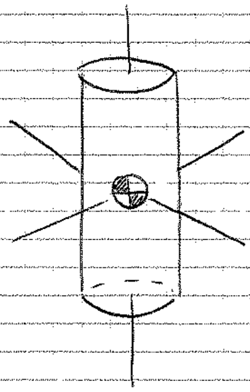
$$= \rho h \left[\frac{R^4}{4}\right] 2\pi = \Big[\overbrace{\rho\,\underbrace{h\,\pi R^2}_{A}}^{M}\Big] \frac{R^2}{2} = \boxed{\frac{MR^2}{2} = \text{mom. assiale del disco}}$$

Coscia:



dobbiamo ricordarci i piani

Non ho $I_x = I_y$



↓ adduzione / abduzione

Piano sagittale più frequente: sagittale e frontale

Intorno ad x e y non ho la medesima forma.

Devo opportunamente prendere i piani necessari

Esistono delle norme che regolano le lunghezze antropometriche.

↓ Tabella divisa per nazioni, età, peso, etc...

PERCENTILE: distribuzione gaussiana.

10 percentile DONNA (donna + piccola)

÷

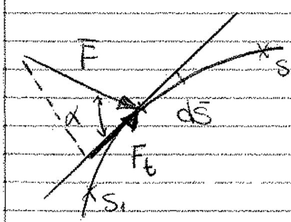
90/95 percentile UOMO (l'uomo alto)

DT = deviazione tipica calcolabile dal 99%ile e 50%ile.

Le macchine ospedaliere partono dai 16/18 anni in poi. Per i bambini ci sono macchine apposta.

Attenzione alle misure! Controllare sempre che tutto torni.

LAVORO di una FORZA



$$dL = \bar{F} \times d\bar{s} = F ds \cos\alpha \quad [J = \text{joule}]$$

$$L = \int_{s_1}^{s_2} \bar{F} \times d\bar{s}$$ Il lavoro dipende dal percorso.

$$dL = F ds \cos\alpha = [F\cos\alpha]\, ds = F_t \cdot ds$$

> 0 concordi

< 0 discordi

$$L = \int_{s_1}^{s_2} \bar{F} \times d\bar{s} = \int_{s_1}^{s_2} F_t\, ds$$

LAVORO di una COPPIA

$$L_c = \int_{\theta_1}^{\theta_2} M\, d\theta$$

POTENZA

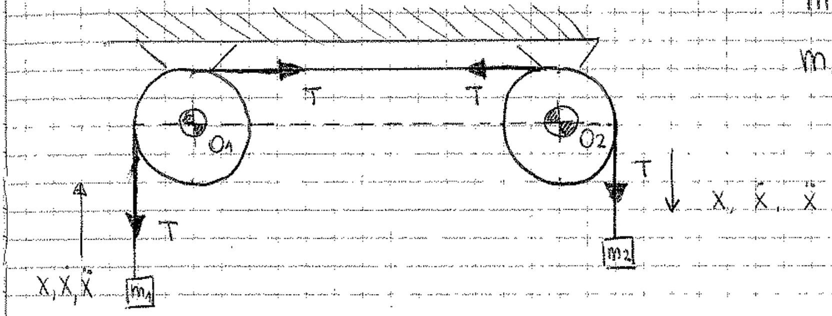
$$P = \frac{dL}{dt} \quad [W = \text{watt}] \qquad P_F = \frac{d}{dt} = F_t \frac{ds}{dt} = F_t v$$

W = J/s

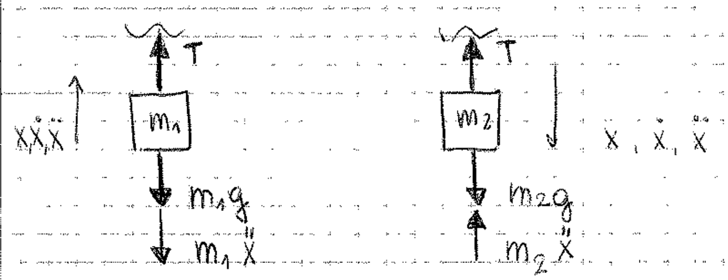
EQUILIBRIO DINAMICO

$m_1 = 150\ kg$ $\qquad \ddot{x} = ?$

$m_2 = 200\ kg$



Immaginiamo di tagliare le funi:



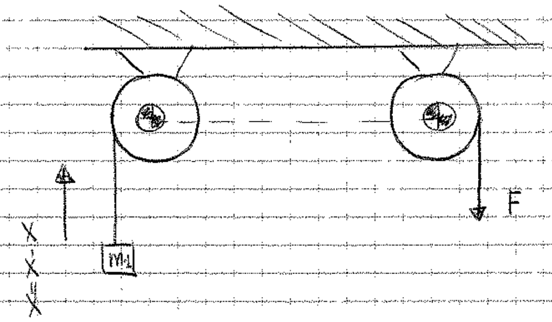
(m1) (m2) Due eq. verticali

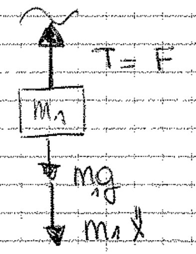
$\uparrow^+ \ T - m_1 g - m_1 \ddot{x} = 0 \qquad \uparrow^+ \ T - m_2 g + m_2 \ddot{x} = 0$

Vogliamo ricavare $\ddot{x}$:

$$\ddot{x} = g \frac{m_2 - m_1}{m_2 + m_1} = 1{,}4\ m/s^2$$

Se al posto di m_2 applico una forza $F = m_2 g = 1962\,N$





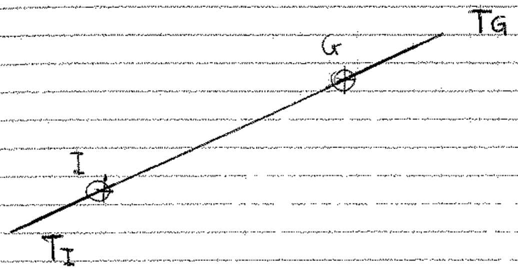
$\uparrow^+ \ F - m_1 g - m_1 \ddot{x} = 0$

$\ddot{x} = \dfrac{F - m_1 g}{m_1} = 3{,}27 \dfrac{m}{s^2}$

$\ddot{x}$ > di quello precedente.

Se applichiamo una $F = m_2 g$, in un sistema così riesco a tirare su m_1 più velocemente. Con F non ho inerzia, xkè non ho una massa, ma solo una forza.

⚠ Il sistema potrebbe avere una resa ≠ a seconda che io abbia una massa o una forza.



Riportiamo questa retta / direzione sulla pala. ⊛

$H_I = 26'224\ N$

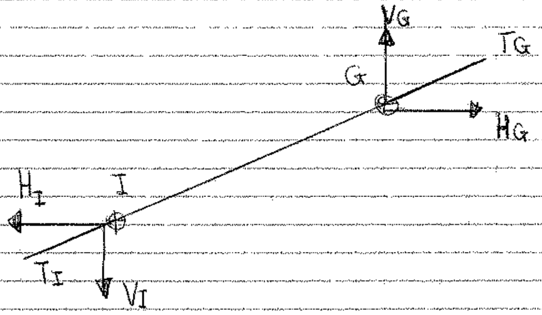
$H_H = -26'224\ N$ → il verso ipotizzato è sbagliato.

$V_H = 44'860\ N$

$V_I = 15'140\ N$

Nonostante H_H sia nell'altro verso non cambio il diagramma perchè altrimenti creo pasticci.

Sul secondo corpo non posso più scegliere H_I e V_I con verso arbitrario, perchè
1) le ho già calcolate
2) devo mantere il principio di azione-reazione.

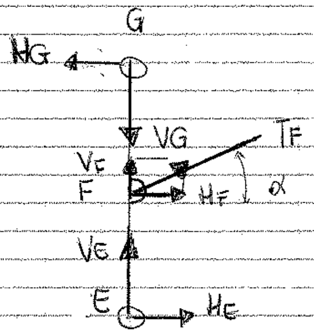


$$\begin{cases} \xrightarrow{+} & -H_I + H_G = 0 \\ \uparrow + & -V_I + V_G = 0 \end{cases}$$

$H_G = 26'224\ N$

$V_G = 15'140\ N$

Consideriamo l'altro pezzo di struttura:



$$\begin{cases} \xrightarrow{+} & -H_G + H_F + H_E = 0 \\ \uparrow + & -V_G + V_F + V_E = 0 \\ \overset{+}{E} & H_G(EG) - H_F(EF) = 0 \\ & V_F = H_F \operatorname{tg}\alpha \end{cases}$$

$H_F = 52'448\ N$

$V_F = 30'280\ N$

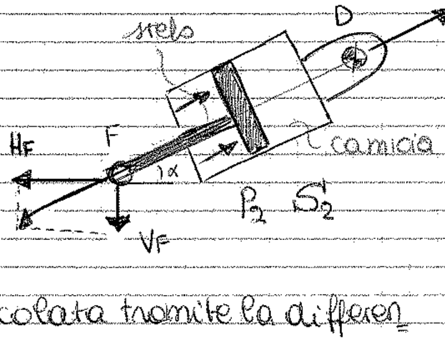
$V_E = -15'140\ N$

$H_E = -26'224\ N$

Troviamo anche il verso di T_F.

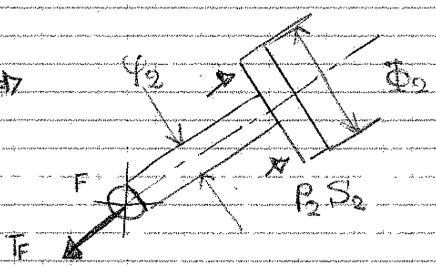
Di nuovo ci manca un'equazione

In F ho il cilindro 2 che è un'asta carica:



⇒

Siamo in trazione.

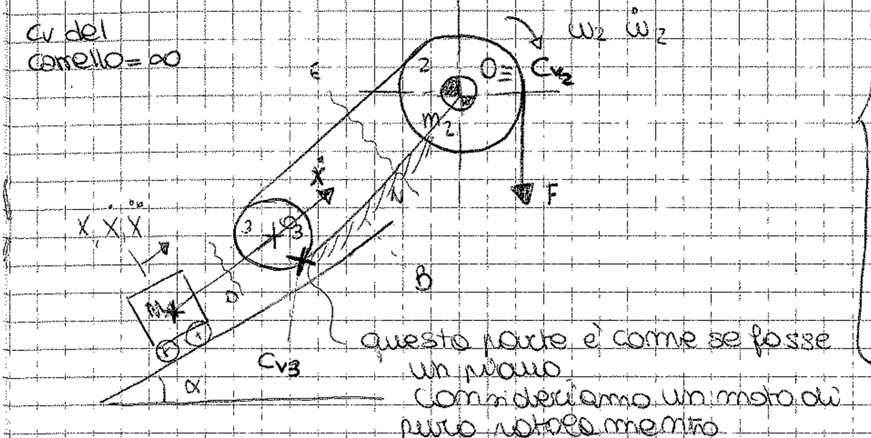


S_2 calcolata tramite la differenza tra le due aree delle camere:

$$S_2 = \frac{\pi\left[\Phi_2^2 - \varphi_2^2\right]}{4}$$

→

ESERCIZIO 5 esercitazione 2 — 22/03/13



$m_1 = 50$ kg

$m_2 = 4$ kg

m_3 e attriti trascurati

$v_i = \dot{x}_i = 0 = \dot{x}_A$

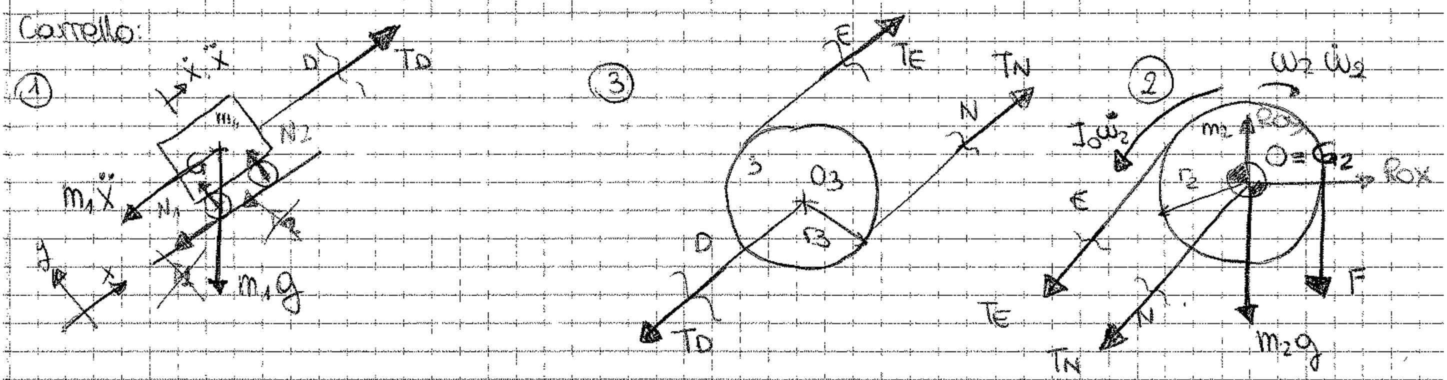
$\alpha = 30°$

$F = 250$ N

AB = 2m

v_B?

Carrello:



Abbiamo solo rotazione del baricentro.

Tutte queste azioni si vedrebbero anche sul complessivo.

Tensioni (forze interne) che si vedono solo spezzando la struttura.

Attribuiamo versi arbitrari

T_1 e T_2 non vengono considerate in quanto legate all'attrito e noi non consideriamo l'attrito stesso.

$$x(t) = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2}\ddot{x}t^2 \qquad \text{moto unif. accel.}$$

$x(t) = x_{AB}$, $x_0 = 0$, $v_0 = v_A = 0$

$$x_{AB} = \frac{1}{2}\ddot{x}t^{*2}$$

t^* non lo conosco, ma è ben definito in quanto conosco lo spazio percorso.

Non basta questa formula. Devo usare anche la formula del moto unif. accelerato in termini di velocità

$$v(t) = v_0 + \ddot{x}t \qquad v_0 = 0$$

$$v_B = \ddot{x}t^*$$

il tempo impiegato è lo stesso ⇒ spazio percorso è lo stesso

$$t^* = \frac{v_B}{\ddot{x}} \Rightarrow x_{AB} = \frac{1}{2}\ddot{x}\left[\frac{v_B}{\ddot{x}}\right]^2 = \frac{1}{2}\frac{v_B^2}{\ddot{x}},$$

→

$$T_0 - m_1 \ddot{x} - m_1 g \sin\alpha = 0$$

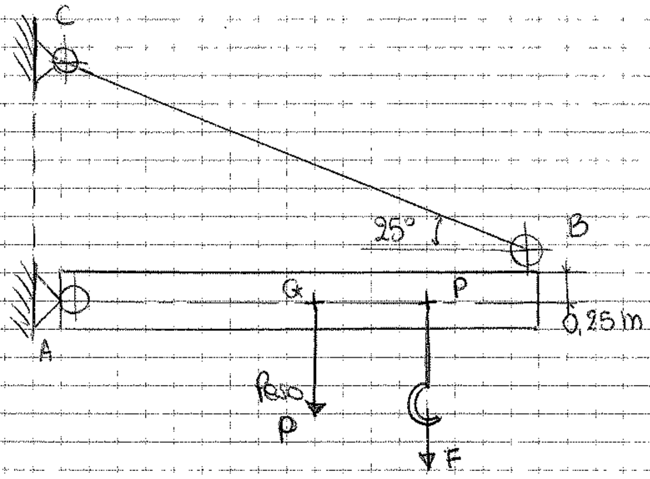
$$O) \quad I_0 \left(\frac{2\ddot{x}}{r_2}\right) + \underbrace{\left(\frac{T_0}{2}\right)}_{T_E} r_2 - F r_2 = 0$$

$$I_0 = I_{G_2} = \frac{m_2 r_2^2}{2}$$

$$\ddot{x} = \frac{2F - m_1 g \sin\alpha}{m_1 + 4\frac{I_0}{r_2^2}} = \frac{2F - m_1 g \sin\alpha}{m_1 + \frac{4}{r_2^2}\left(\frac{m_2 r_2^2}{2}\right)} = \frac{2F - m_1 g \sin\alpha}{m_1 + 2 m_2} = 4.69\ m/s^2$$

$$v_B = \sqrt{2 x_{AB} \ddot{x}} = 4,33\ m/s \quad \checkmark$$

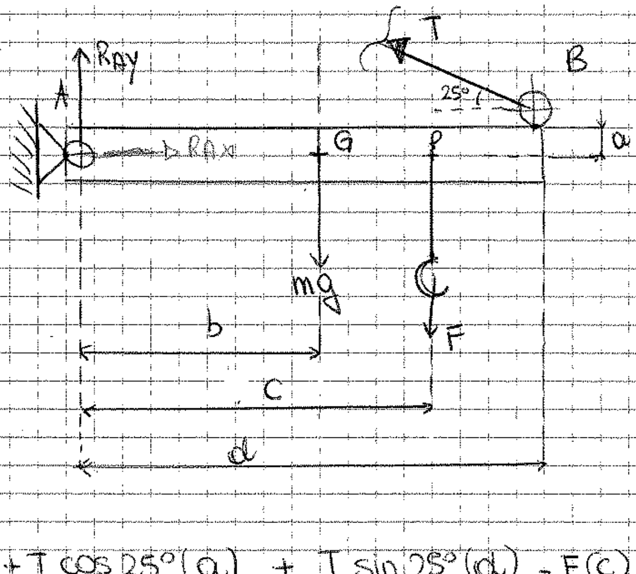
ES. 2 esercitazione 2



$$\begin{cases} m_{TRAVE} = 95 \cdot 5 = 475\ kg \\ F = 10\ KN \\ P = mg = 4660 N \end{cases}$$

$$\begin{cases} T = ? \\ R_A = ? \end{cases}$$

Diagramma di corpo libero



$a = 0,25 m$

$b = 2,5 - 0,12 = 2,38\ m$

$c = 3,5 - 0,12 = 3,38\ m$

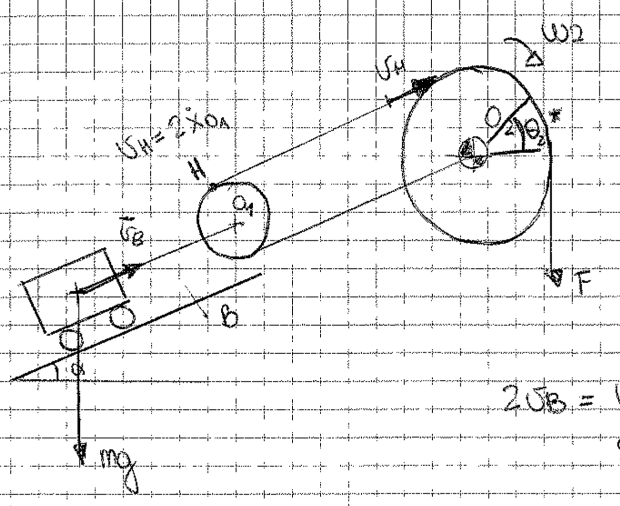
$d = 5 - 0,12 = 4,88 m$

$$A) \quad + T\cos 25°(a) + T \sin 25°(d) - F(c) - mg(b) = 0$$

$$T = 19{,}61\ KN$$

$$\xrightarrow{+} \quad R_{Ax} = T \cos 25° = 17.77\ KN \qquad \uparrow^{+} \quad R_{Ay} = mg + F - T\sin 25° = 6,37 N$$

Riprendiamo l'es del carrello:



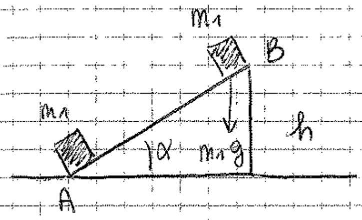
$$\begin{cases} v_A = 0 \\ AB = 2m \end{cases} \qquad v_B = ?$$

Con questo tipo di dati possiamo usare il teorema della conservazione.

$$2 v_B = v_H = 2\dot{x}_{O_1} = \omega_2 r_2$$

$$2(AB) = \theta_2^* r_2 \quad \text{SPAZIO PERCORSO}$$

$$F_{est} \Rightarrow F \Rightarrow L_{F_{est}} = F\,\theta_2^*$$



$$h = AB \sin\alpha$$

$$\Delta E_{pg} \begin{cases} E_{pg_A} = 0 & (i) \\ E_{pg_B} = m_1 g h & (f) \end{cases}$$

$$\Delta E_{cin} \begin{cases} E_{cin_A} = 0 & (i) \\ E_{cin_B} = \underbrace{\frac{1}{2} m_1 v_B^2}_{\text{carrello}} + \underbrace{\frac{1}{2} I_O \omega_2^2}_{\text{Rotazione della puleggia 2}} & (f) \end{cases}$$

Vedo mov carrello + rotazione puleggia (2).

Ora applichiamo la conservazione:

$$\underbrace{F(\theta_2^*) r_2}_{\text{COPPIA x SPOSTAM. ANGOLARE}} = \Delta E_{cin} + \Delta E_{pg}$$

$$F(\theta_2^*) r_2 = \frac{1}{2} m_1 v_B^2 + \frac{1}{2} I_O \omega_2^2 + m_1 g h$$

$$F\left(\frac{2AB}{r_2}\right) r_2 = \frac{1}{2} m_1 v_B^2 + \frac{1}{2} I_O \left(\frac{2 v_B}{r_2}\right)^2 + m_1 g h$$

Quindi l'unica incognita è v_B.

$$F\left(\frac{2AB}{\cancel{r_2}}\right)\cancel{r_2} = \frac{1}{2} m_1 v_B^2 + \frac{1}{\cancel{2}}\left(\frac{m_2 \cancel{r_2^2}}{\cancel{2}}\right)\left(\frac{\cancel{4} v_B^2}{\cancel{r_2^2}}\right) + m_1 g h$$

$$v_B = 4{,}19 \text{ m/s}$$

Abbiamo ottenuto lo stesso risultato precedente.

Trasliamo i termini costanti:

$$\overline{K}_P = \sum_{i=1}^{n} \left[r_i^2 m_i \omega \right] \left[\vec{\lambda} \wedge \vec{\mu} \right]$$

$$\vec{\lambda} \wedge \vec{\mu} = \vec{\nu}$$

$$\overline{K}_P = \sum_{i=1}^{n} (m_i r_i^2)\, \omega \vec{\nu} \qquad (\perp \text{ piano})$$

$\overline{K}_P = I_P \omega \vec{\nu}$ nel piano con $P \equiv G$

$$\overline{K}_G = I_G \omega \vec{\nu}$$

TEOREMA DEL MOMENTO della QUANTITÀ di MOTO

$$\overline{K}_G = I_G \omega \vec{\nu}$$

$$\overline{M}_{in_G} = - I_G \dot{\vec{\omega}} = - \frac{d\overline{K}_G}{dt}$$

$$\sum_{i=1}^{n} \overline{M}_{est_i} + \overline{M}_{in_G} = 0$$

$$\sum_{i=1}^{n} \overline{M}_{est_i} = - \overline{M}_{in_G} = + \frac{d\overline{K}_G}{dt}$$

Se in un sist isolato si ha:

$$\sum_{i=1}^{n} \overline{M}_{est_i} = 0 \Rightarrow \frac{d\overline{K}_G}{dt} = 0$$

$\boxed{\overline{K}_G = \text{cost}}$ Principio della conservazione del momento della quantità di moto

TERNA PRINCIPALE di INERZIA

È una terna di simmetria dove lungo un asse si ha un momento d'inerzia max e lungo l'altro un momento d'inerzia minimo.

Se tale terna è fissata nel baricentro è una terna centrale di inerzia

Se fissiamo la terna centrale di inerzia in $[\vec{\lambda}, \vec{\mu}, \vec{\nu}] \Rightarrow$

$$\Rightarrow \overline{K}_G = I_\lambda p \vec{\lambda} + I_\mu q \vec{\mu} + I_\nu r \vec{\nu}$$

$p =$ componente della velocità angolare lungo $\vec{\lambda} \rightarrow p = \vec{\omega} \times \vec{\lambda}$

$q =$ // // // // // $\vec{\mu} \rightarrow q = \vec{\omega} \times \vec{\mu}$

$r =$ // // // // // $\vec{\nu} \rightarrow r = \vec{\omega} \times \vec{\nu}$

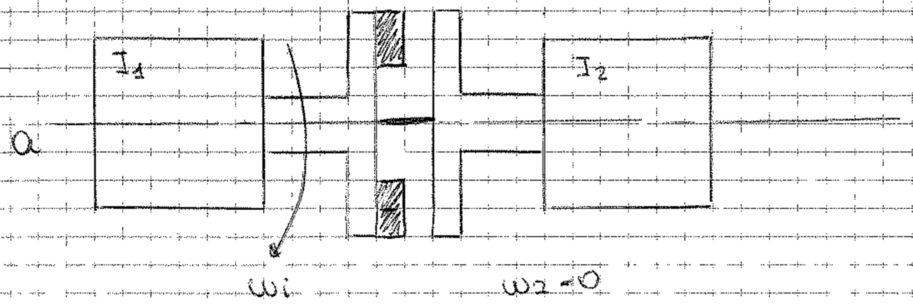
Però quando il sist cambia ⇒ l'Energia cinetica VARIA

$$\Delta E_{cin} = \Delta E_{kf} - \Delta E_{ki}$$

$$\Delta E_{cin} = \frac{1}{2}(m_1 + m_2) v_f - \frac{1}{2} m_1 v_{1i}$$

⇓ energia dissipata dall'urto tra i 2 carrelli

ESERCIZIO



≃ urto anelastico ⇒ la massa fin ≠ dall'iniziale.

$$a) \quad \sum_{i=1}^{n} \bar{M}_{est_i} = 0 \Rightarrow \frac{d\bar{K}_G}{dt} = 0 \quad \text{CONSERV. di } \bar{K}_G$$

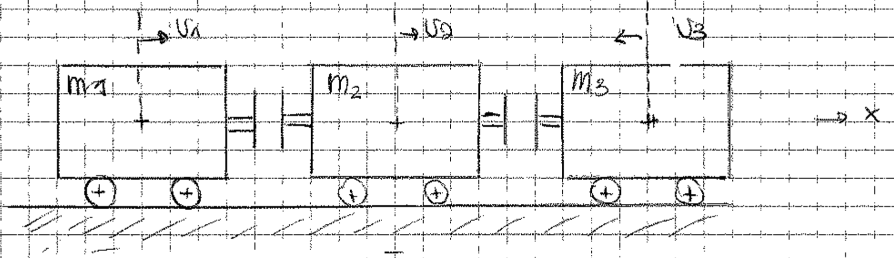
$$\left.\begin{array}{l} \bar{K}_{G_i} = I_1 \omega_i \\ \bar{K}_{G_f} = (I_1 + I_2)\omega_f \end{array}\right\}$$ Urto anelastico ⇒ dissipazione di energia cinetica

$$I_1 \omega_i = (I_1 + I_2)\omega_f \Rightarrow \omega_f = ?$$

$$\Delta E_k = \frac{1}{2}(I_1 + I_2)\omega_f^2 - \frac{1}{2} I_1 \omega_i^2$$

↓ calcolabile

ESERCIZIO



$$\sum F_{est_i} = 0 \Rightarrow \frac{d\bar{Q}}{dt} = 0 \quad \text{conservazione}$$

$m_1 = 65 \cdot 10^3$ kg $\quad v_1 = 2$ km/h (Trasforma in m/s)

$m_2 = 50 \cdot 10^3$ kg $\quad v_2 = 1$ km/h

$m_3 = 75 \cdot 10^3$ kg $\quad v_3 = 1.5$ km/h

v_f ⇒ a seguito di un urto anelastico

$$\begin{cases} Q_i = m_1 v_1 + m_2 v_2 - m_3 v_3 \\ Q_f = (m_1 + m_2 + m_3) v_f \end{cases}$$

$$\frac{1}{2}(m_1+m_2)v_f^2 = (m_1+m_2)gl(1-\cos\theta)$$

$$v_f = \sqrt{\frac{2(m_1+m_2)gL(1-\cos\theta)}{m_1+m_2}} = 1,41 \text{ m/s}$$

Trovato v_f, dalla (1) mi ricavo v_i

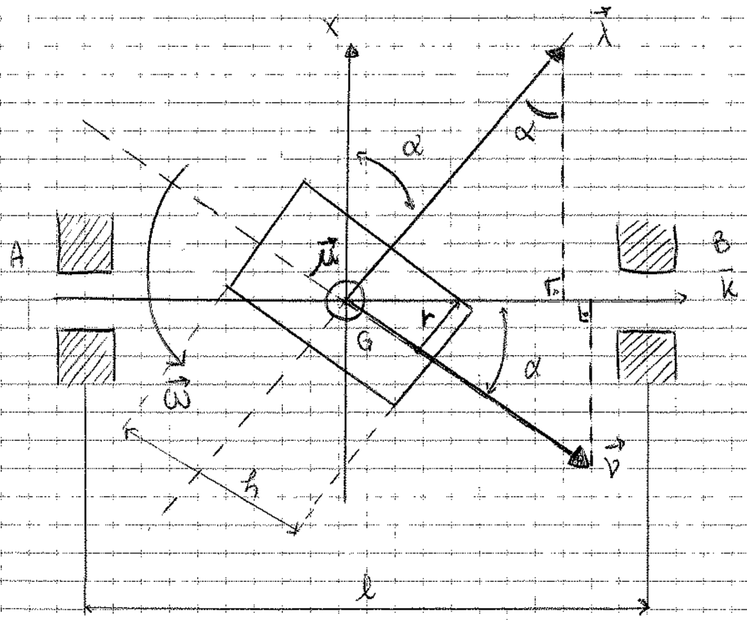
$$v_i = 709,41 \text{ m/s}$$

a) → b) urto anelastico ed energia dissipata.

$$\Delta E_k = \frac{1}{2}(m_1+m_2)v_f^2 - \frac{1}{2}m_1 v_i^2 = 15'067,9 \text{ J}$$

Questi esercizi sono dell'esercit. (3)

ESERCITAZIONE 3 — davanno (n) 27/03/13



$$\begin{cases} m = [(\pi r^2)h]\rho = 275,6 \text{ kg} \\ \alpha = 1° \text{ cost} \\ \omega = \frac{2\pi}{60} = 157,08 \text{ rad/s} \\ \omega = \text{cost} \end{cases}$$

$$\{\ \overline{F}_{inG},\ \overline{M}_{inG} = ?$$

1) Forza di inerzia

F_{inG} : $\omega = \text{cost}$ $\dot{\omega} = 0$

⇓

nasce cmq l'accelerazione centripeta $\vec{a}_n = -\omega^2(P-G)$

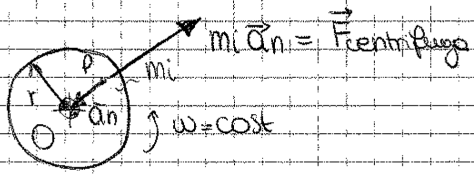
$\vec{a}_{tg} = \dot{\omega}k \wedge (P-G) = 0$

legata ad $\bar{a}_n$

⇓

esiste la forza di inerzia CENTRIFUGA

Se prendiamo un disco



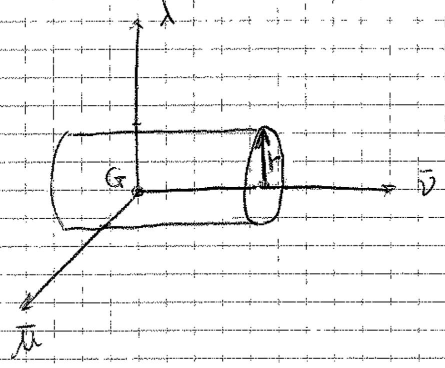
La forza centrifuga, se troppo elevata, può portare all'esplosione del materiale perché maggiore della forza di aggregazione della materia.

Supponiamo che tutta la massa sia visibile nel baricentro.

PG → 0 ⇒ equilibriamo le rotore in modo da avere la maggior parte della massa concentrata in G. In queste condizione, la forza d'iner

$$\frac{d\bar{K}_G}{dt} = \left[I_\lambda \omega \sin\alpha\right]\left[\omega\cos\alpha\right]\vec{\mu} + \left[I_\mu \omega\cos\alpha\right]\left[-\omega\sin\alpha\right]\vec{\mu}$$

$$\frac{d\bar{K}_G}{dt} = \left[I_\lambda \omega^2 \sin\alpha\cos\alpha\right]\vec{\mu} - \left[I_\mu \omega^2 \sin\alpha\cos\alpha\right]\vec{\mu}$$



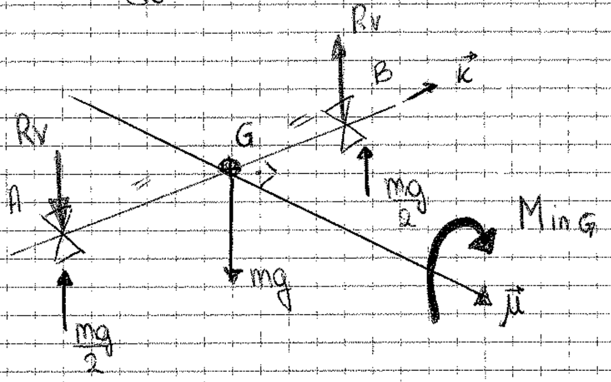
I_ν = mom di inerzia assiale = $\frac{mr^2}{2} = 3,1\ kg\,m^2$

I_λ = mom di inerzia diametrale = $\frac{m}{4}\left[r^2 + \frac{h^2}{3}\right] = 7,3\ kg\,m^2$

$\parallel$

I_μ

$$M_{inG} = -\frac{d\bar{K}_G}{dt} = -1808\,\bar{\mu}\,Nm$$



Le reazioni vincolari tendono a riequilibrare la coppia

Applichiamo il principio della sovrapposizione degli effetti

$$R_V = \frac{M_{inG}}{l} = 3014\ N$$

$+\uparrow$

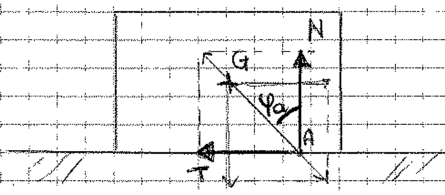
A: $-R_V + \frac{mg}{2} = R_A = -1662\ N$

B: $R_V + \frac{mg}{2} = R_B = 4366\ N$

ES:

→

$\bar{T}$ = componente tangenziale di attrito di aderenza ($v=0$). È una forza reattiva opposta alla possibile direzione di moto. Sono forze incognite, non lineari



ATTRITO
- opposto alla direzione del moto
- sono incognite
- fenomeno non lineare

$\bar{R}$ = reazione del terreno, è legata a N e T.

N e T sono qui legate dalla legge dell'attrito di aderenza ($v=0$):

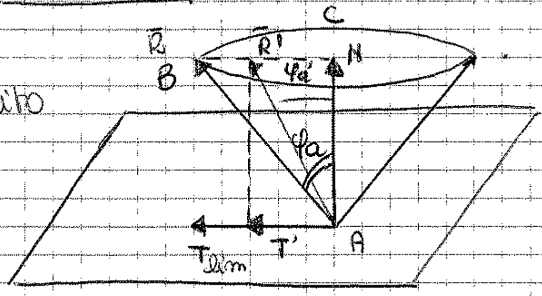
$T \leq f_a N$, dove f_a = coeff. di attrito di aderenza

f_a dipende dalla natura dei corpi a contatto e dallo stato delle superfici (ad esempio tra 2 corpi ci può essere del lubrificante). Alcuni materiali tendono a saldarsi, ad esempio alluminio - alluminio.

Posso definire anche l'angolo tra la normale e la risultante:

$\boxed{\varphi_a = N \hat{;} R}$ = angolo di aderenza

in 3D:
cono di attrito di aderenza (modello geometrico)



Cono di aderenza

$T \leq f_a N$

$T_{lim} = f_a N$

In $\hat{ABC}$

$T_{lim} = (tg\, \varphi_a) N$

$T_{lim} = f_a N$

$\Rightarrow \quad tg\, \varphi_a = f_a$

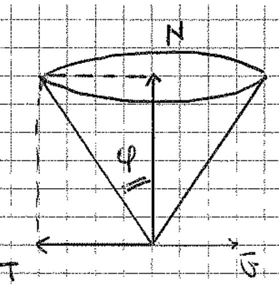
Aumentando S aumenta anche T. Con l'aumento di T arriviamo a T_{limite}.
Fino a qui la cassa è ancora ferma ($T_{lim} = f_a N$)
Superato il T_{lim} il terreno non riesce più a contrastare S per cui la cassa comincia a muoversi. Allora abbiamo...

2. ATTRITO DI STRISCIAMENTO

$T > T_{lim} \quad v \neq 0$

$\rightarrow$

$\bar{R}$ = generatrice del cono d'attrito

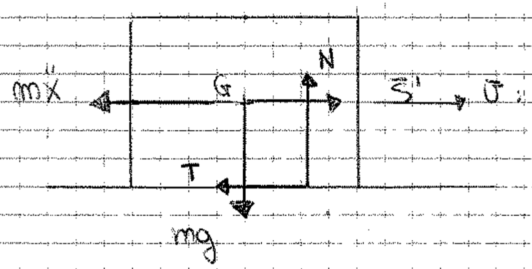


Cono di attrito di strisciamento (modello geometrico)

$\varphi = \operatorname{arctg}(f) \Rightarrow$ inclinazione di $\bar{R}$ rispetto alla normale al piano.

$[\varphi_A = \operatorname{arctg}(f_a)]$

Ora prendiamo il caso di velocità NON costante.



Se $\bar{v} \neq cost \Rightarrow \ddot{x} \Rightarrow S' \neq T$ → azione motrice minore della resistente: $S' < T \Rightarrow \ddot{x} < 0$

→ azione motrice maggiore della resistente $S' > T \Rightarrow \ddot{x} > 0$

Allora

S' = azione motrice $\neq$ da T = azione resistente

Rimane invariato:

$T = fN$

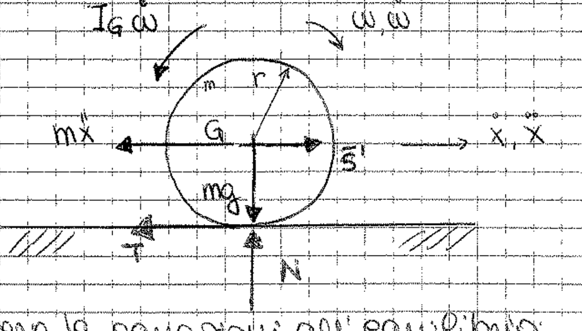
$f = tg\,\varphi$

Prima T aumentava con S (nell'aderenza)

Nel punto di strisciamento si genera sempre calore.

I coeff. di attrito dipendono anche dalla temperatura, ma non non consideriamo questo aspetto.

RUOTA CONDOTTA O TRASCINATA



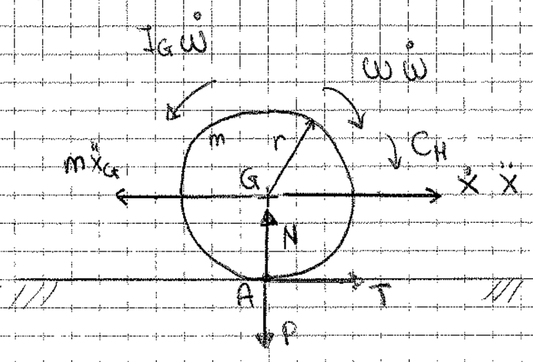
Deve essere studiato con 2 passi successivi e obbligatori.

Posso scrivere le equazioni all'equilibrio:

→

RUOTA MOTRICE

9/04/13



$\xrightarrow{+}$ $-m\ddot{x} + T = 0$

$+\uparrow$ $+N - P = 0$

$\overset{+}{\curvearrowleft} G)$ $I_G \dot{\omega} - C_M + Tr = 0$

Hp: se $A = C_v \Rightarrow$ puro rotolamento

$$\begin{cases} \dot{x} = r\omega \quad \ddot{x} = r\dot{\omega} \text{ in } G \\ T \leq f_a N \end{cases}$$

Se invece:

$T > f_a N \Rightarrow \ddot{x} \neq r\dot{\omega} \quad \dot{x} \neq r\omega$

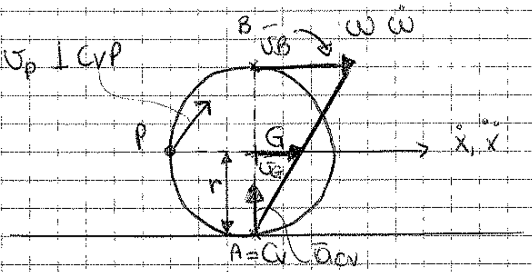
↳ no puro rotolamento

↳ attrito di strisciamento, 2 GdL

$T = fN$

A volte nei dati ci dicono già se c'è strisciamento o aderenza oppure danno f e non fa quindi semplifico la situazione

Precisazione:



1) Velocità: $\bar{v}_G = \cancel{\bar{v}_{cv}}^{0} + \omega \bar{k} \wedge (G - C_v)$

$|\bar{v}_G| = \omega (GC_v) = \omega r$

$\bar{v}_B = \bar{v}_{cv} + \omega \bar{k} \wedge (B - C_v)$

$|\bar{v}_B| = \omega (BC_v) = \omega (2\, GC_v) = \omega (2r)$

$v_B = 2 v_G$

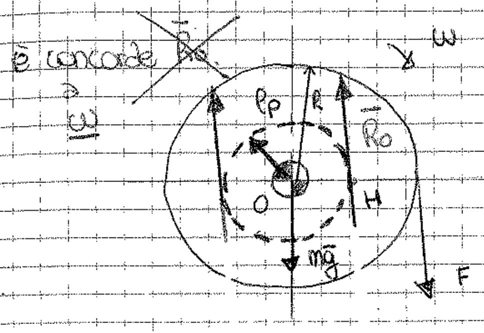
2) Accelerazioni: $\bar{a}_G = \cancel{\bar{a}_{cv}} + \dot{\omega} \bar{k} \wedge (G - C_v) \cancel{- \omega^2 (G - C_v)}$

il baricentro si sposta con accelerazione che rispetta Rivals ma $\bar{a}_{cv} \neq 0$

$\bar{a}_{cv} = \omega^2 (G - C_v) \Rightarrow$ per questo $\bar{a}_{cv}$ e $-\omega^2 (G - C_v)$ si elidono

1) Separare le parti del sistema
2) Tracciare il cerchio d'attrito sulle cerniere
3) Stabilire direzione e verso di $\overline{Q}$ in base alle 3 condizioni.

- $\overline{Q}$ è la reazione vincolare nella cerniera e segue l'attrito al perno
- L'attrito al perno non sposta da O' nè peso nè inerzie

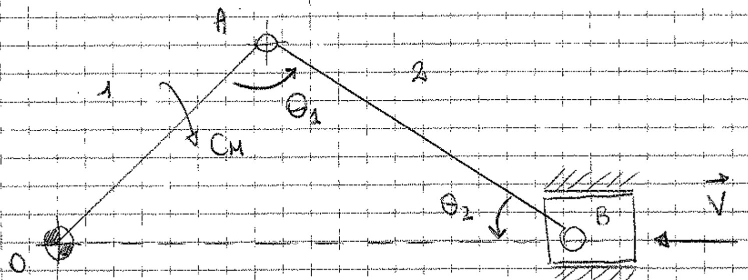


R = raggio del tamburo

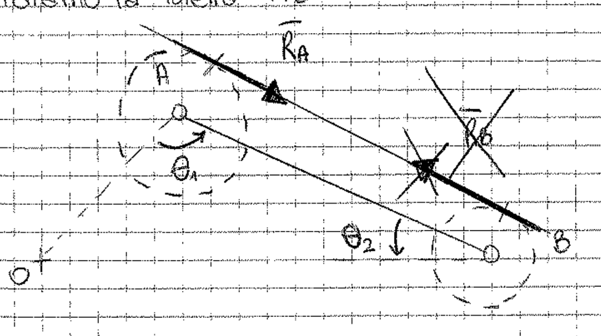
$\rho_p = r_p \sin \varphi_p$

Sistema biella - manovella

Con attrito in A e B



Prendiamo la biella AB

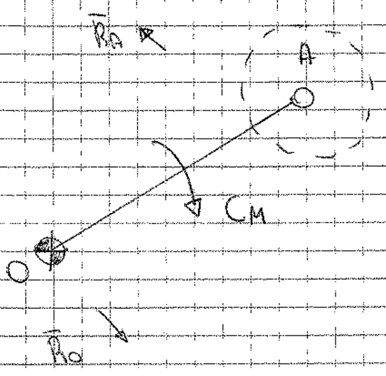


cerchi di attrito con raggio ρ_p

Qui R_A è diretta da A verso B

R_A deve essere opposta al moto (verso di apertura, θ_1) ⇒ ok!
R_B deve essere opposta a θ_2 → NO! in questo caso è concorde.

Manovella AO

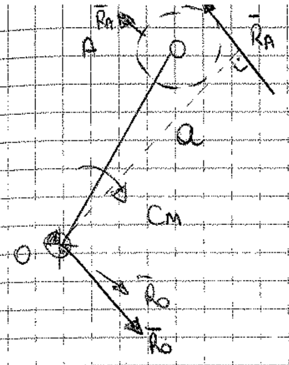


2ª regola : 2 Forze 1 COPPIA

$\overline{R}_A \parallel \overline{R}_0$

$\overline{R}_A$ opposta C_M

(2)



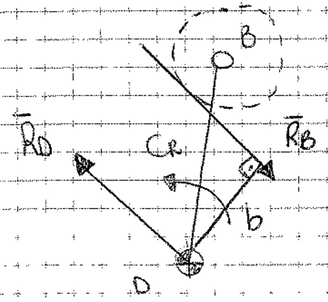
La direzione viene ricavata dalla prima parte della struttura

$\bar{R}_O \parallel \bar{R}_A$

$|R_O| = |R_A|$

$O)\; C_M - R_A a = 0$

(3)



$\bar{R}_B \parallel \bar{R}_D$

$|\bar{R}_B| = |\bar{R}_D|$

$D)\; C_R - R_B b = 0$

In assenza di attrito → a sarebbe più piccolo perchè R_A sarebbe più in A

con attrito → a è maggiore perchè devo vincere sia la coppia sia l'attrito.

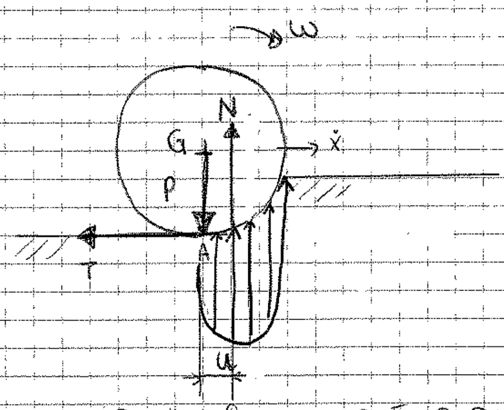
$a > a_i$
a_i ideale (senza attrito)

$\bar{R}_B$ trasmette il moto, $\bar{R}_D$ con $\bar{R}_B$ genero una coppia motrice → $b < b_i$

Il carico è movimentato se $R_B b$ dà una certa coppia motrice sul corpo 3.

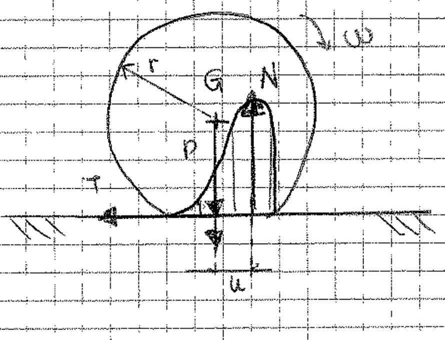
ATTRITO VOLVENTE (Resistenza al rotolamento)

Ad esempio una ruota in neve fresca.



N si sposta nel senso del moto di u
$\parallel$
parametro di attrito volvente

Quando ho una ruota leggermente sgonfia:

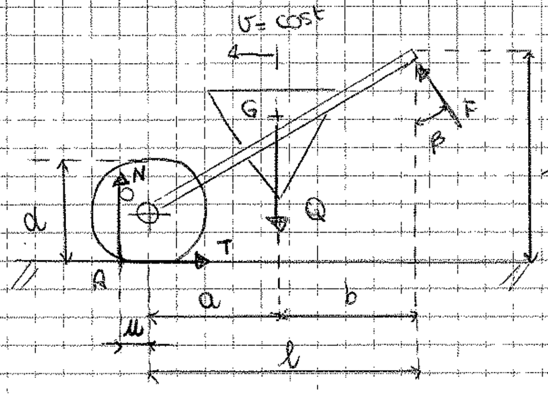


$G)\; Nu = Tr$

$$\boxed{T = \frac{u}{r} N = f_v N}$$

f_v = coeff. di attrito volvente.

ES 4



$Q = 784,8\ N$

$u = 10\ mm$

$O \begin{cases} d_p = 2r_p = 30\ mm \\ f_p = f = 0,2 \end{cases}$ attrito al perno

$l = 1,2\ m$

$a = 0,7\ m$

$b = 0,5\ m$

$d = 0,4\ m$

$h = 0,9\ m$

β, F ?

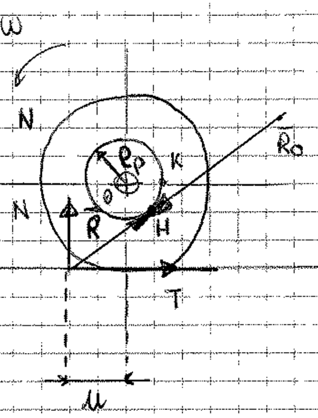
$N - Q + F\cos\beta = 0$

$T = F\sin\beta$

A: $-Q(a+u) + F\cos\beta\,(l+u) + F\sin\beta\,(h) = 0$

K: $N(u+\rho_p) = T \cdot r \qquad r = \text{raggio ruota} = \frac{d}{2}$

Dobbiamo x forza steccare la ruota x usare i concetti di attrito al perno.



Trascuriamo la massa della ruota.

1. $\bar{R}_o$ deve fare equilibrio con R
2. $\bar{R}_o$ tg al c. di attrito
3. $\bar{R}_o$ opposto ad ω.

Ok! :)

$\rho_p = r_p \sin\varphi_p = 0,00294\ m$

$\varphi_p = \operatorname{arctg} f_p = 11,3°$

Siccome il p.to di tangenza non si trova sull'asse, noi lo approssimiamo lì; tanto l'errore è minimo.

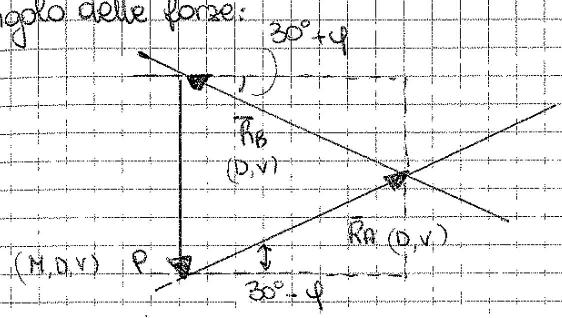
Adesso possiamo risolvere

$$\operatorname{tg}\beta = \frac{(l-a)(u+\rho_p)}{r(a+u) - h(u+\rho_p)}$$

$\operatorname{tg}\beta = 0,0496 \Rightarrow \beta = 2,84°$

$$F = Q\,\frac{(a+u)}{\cos\beta\,(l+u) + \sin\beta\,(h)} = 444,66\ N$$

Triangolo delle forze:



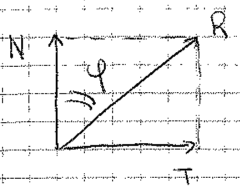
$\bar{R}_A + \bar{R}_B + P = 0 \qquad \sum_{i=1}^{n} \bar{F}_{esti} = 0$

$$\begin{cases} +\uparrow \quad -P + R_A \sin(30°-\varphi) + R_B \sin(30°+\varphi) = 0 \\ +\rightarrow \quad R_A \cos(30°-\varphi) - R_B \cos(30°+\varphi) = 0 \end{cases}$$

$R_A = 814{,}8\,N$

$R_B = 1088{,}88\,N$

In generale:



$T = R \sin\varphi$

$N = R \cos\varphi$

Equazione di mom rispetto a G:

$G \curvearrowright + \quad C_M - (T_A + T_B)\dfrac{d}{2} = 0$

$C_M - \dfrac{d}{2}(R_A + R_B)\sin\varphi = 0$

$\boxed{C_M = 6{,}9\,Nm}$ ✓

In questo sistema abbiamo:

- azione motrice: C_M
- " resistente: $C_R = (T_A + T_B)\dfrac{d}{2}$ nasce per attrito di strisciamento.
- inerzia: ∄ perché $\omega = cost$

$P_M = C_M \cdot \omega \qquad P_{diss} = C_R \cdot \omega$

Motrice → vincere l'attrito $\Rightarrow P_M = P_{diss} \Rightarrow C_M\,\omega = C_R\,\omega = P_{diss}$

$P_{diss} = 72{,}33\,W$

$1\,cal = 4{,}186\,J$

$P_{diss} = Q = 72{,}33 \cdot \dfrac{3600}{1000 \cdot 4{,}186} = 62{,}20\ Kcal/h$

(calore che si sviluppa x attrito)

$Watt = \dfrac{J}{s} = \left[\dfrac{1\,cal}{4{,}186}\right]\dfrac{1}{s} = \left[\dfrac{cal}{4{,}186}\right]\cdot\left[\dfrac{3600}{h}\right] \Rightarrow \left[\dfrac{cal}{4{,}186}\right]\left[\dfrac{3600}{h}\right]\cdot\dfrac{1}{1000} = kcal/h$

$$\begin{cases} N - mg\cos\alpha = 0 \\ -m\ddot{x} + mg\sin\alpha - T = 0 \\ J_G\dot{\omega} - Tr + Nu = 0 \end{cases}$$

Mi conviene fare eq. di mom. rispetto a G e non rispetto a K

in K:

→ puro rotolamento ⇒ $\ddot{x} = r\ddot{\theta}$ $T \leq f_a N$

→ strisciamento ⇒ $T > f_a N$ ⇒ $T = fN$
$\ddot{x} \neq r\dot{\omega}$

? Devo fare la discussione per entrambi gli angoli.

Da questo sistema: $\boxed{\alpha = 10°}$ PURO ROTOLAMENTO

$\ddot{\theta} = 1,75\ rad/s^2$ $(\dot{\omega})$

$N = 96\,609,64\ N$

$f_a N = 19\,321,9\ N$

$T = 8\,284,88\ N < f_a N$

∃ Puro rotolamento ⇒ $\ddot{x} = r\ddot{\theta} = 0,875\ m/s^2$

$\boxed{\alpha = 45°}$

$\ddot{\theta} = 8,88\ rad/s^2$ NON è VERA! ← perché parti dall' hp di aderenza

$N = 69\,367,17\ N = mg\cos\alpha$ sì

$f_a N = 13\,873,4\ N$ NON serve più

$T_a = 24\,967,17\ N > f_a N$
preliminare

strisciamento ⇒ $T = fN$
$\ddot{x} \neq r\ddot{\theta}$

$\alpha = 45°$ ⇒ ricalcolo con $T = fN$

$\ddot{\theta} = \dot{\omega} = 3,05\ rad/s^2$

$$\ddot{x} = \frac{mg\sin\alpha - T}{m} = 5,89\ m/s^2$$

$T = fN = (0,15)(69\,367,17\ N) =$

Il rullo percorre 200 m. Quanti giri fa?

$x(t) = \cancel{x_0} + \cancel{\dot{x}_0} + \frac{1}{2}\ddot{x}t^2$

$\underbrace{200\,m}_{s'} = \frac{1}{2}\ddot{x}t'^2$ → calcolo $t' = \sqrt{\frac{2s'}{\ddot{x}}} =$ 10°: $t' = 21,3\ s$; 45°: $t' = 8,24\ s$

$\theta(t) = \frac{1}{2}\ddot{\theta}t^2 =$ 10°: $\theta^*_{10°}/2\pi = 63,68$ giri ; 45°: $\theta^*_{45°}/2\pi = 10,18$ giri
a t'

$\bar{v}_A = \left[\omega \vec{k} \wedge (A-O)\right]_{rel} + \vec{v}$
$\parallel$
$\bar{v}_{ass}$

$\bar{v}_A = \omega \vec{k} \wedge (A-O) + \vec{v}$

M	ωAO = nota	nota x hp = 0,6 m/s
D	$\perp AO$	lungo x traslazione → +
V	ω ↺	

Nella Q il contributo di v_{rel} è zero perchè $\perp$ ad AO.

$Q_{ix} = m_1 v + m_2[v + \cancel{\omega AO \cos 90°}]$

$Q_{ix} = m_1 v + m_2 v$

$Q_{fx} = m_1 v' + m_2 v' - (\omega r \sin\theta) m_2$

$Q_{ix} = Q_{fx} \Rightarrow v' = 0,877 \text{ m/s} \quad (\theta = 60°)$

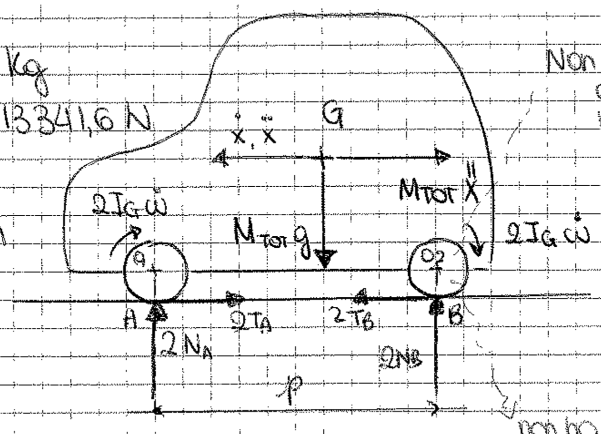
Vediamo cosa accade lungo y:

$$\begin{cases} Q_{iy_{m_1}} = m_1 \cdot 0 = 0 \\ Q_{iy_{m_2}} = \underbrace{m_2 \cdot 0}_{\text{trascinamento}} + m_2 \bar{v}_{rel} \end{cases}$$

$$\begin{cases} Q_{fy_{m_1}} = m_1 \cdot 0 = 0 \\ Q_{f m_2} = \cancel{m_2 \cdot 0} + m_2 v_{rel y} \end{cases}$$

Esercizio

$M_{tot} = 1360$ Kg
$P = M_{tot}\, g = 13341,6$ N
$p = 2,3$ m
$r = 0,325$ m
$X_G = 1,30$ m
$Z_G = 0,72$ m
$f = 0,2$
$f_a = 0,55$
$m_r = q = 10$ kg
$\rho_i = 0,2$ m
raggio inerzia



Non vedo la coppia motrice

non ho l'inerzia delle ruote

Motrici le ruote posteriori

$\{C_{M\,max} = ?,\ \bar{a}_{max} = ?\ R_A, R_B ?$ *

Sulla ruota:

$I_G = \rho_i^2\, q = 0,4$ Kg m^2

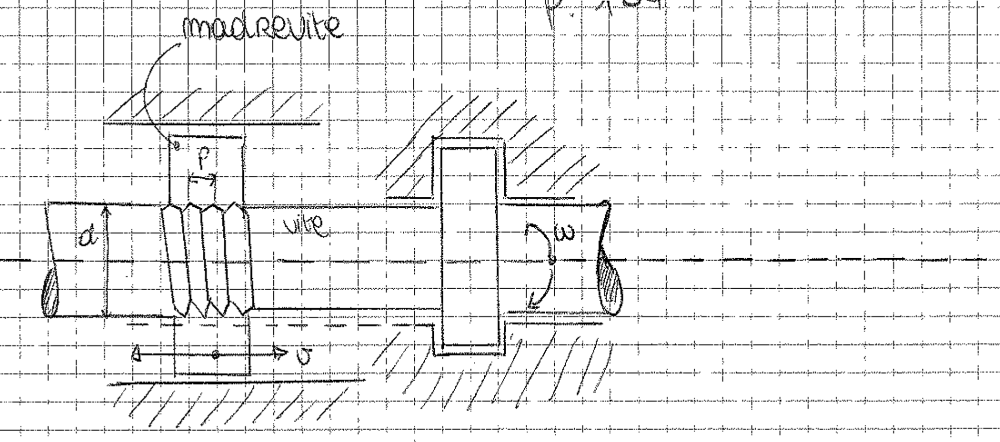
* quando ci chiedono $C_{M\,max}$ e $\ddot{x}_{max}$ ⇒ vuole dire chiedere ADERENZA LIMITE !!

In condizioni di Rototraslazione

$T = f_a N$

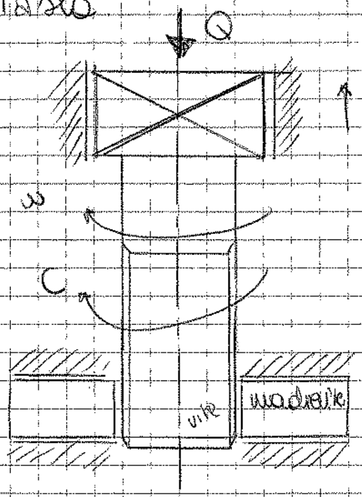
COPPIA ELICOIDALE 16/04/13

p. 164



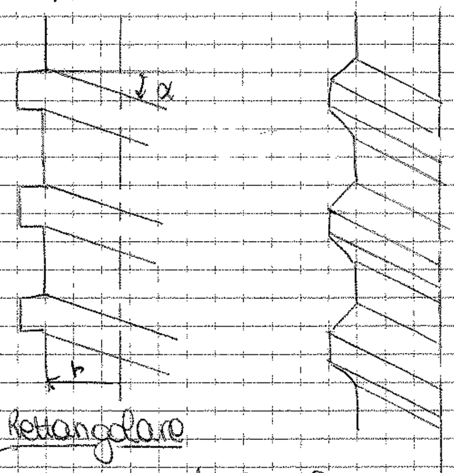
p = passo della filettatura
d = diametro medio della vite

La vite può ruotare mentre la madrevite ruotando intorno alla filettatura trasla



La madrevite può solo ruotare e mette in traslazione vertic. la vite.

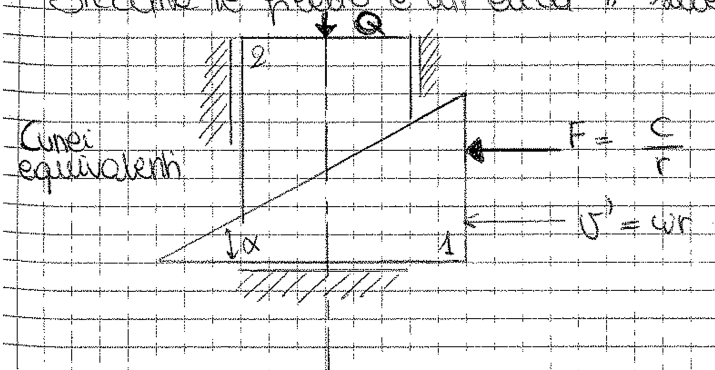
Profilo filetto:



Rettangolare
↳ useremo solo questo

trapezoidale

Siccome il filetto è un elica → sul piano diventa un piano inclinato.



1 madrevite
2 vite
Q = carico
r = raggio medio della vite

Dobbiamo spezzare il sistema:

CONTATTI ESTESI

Presuppongono 2 tipi di hp:

1) Pressione uniforme: in tutta la zona di contatto → stessa pressione
2) Usura

Hp: $\boxed{\text{Usura}}$ / $\boxed{\text{ipotesi di Reye}}$

Il volume di materiale asportato nell'unità di tempo x attrito è proporzionale al lavoro fatto dalle forze di attrito nello stesso unità di tempo.

δ = spessore mat. asportato

$$dV = \left(\frac{dh}{dt}\right) dA = \underbrace{K}_{\text{cost di proporzionalità}} \frac{dL_T}{dt}$$

lavoro fatto dalle forze d'attrito

$$\delta\, dA = K \left[dT \frac{ds}{dt} \right]$$

forza d'attrito

$$\delta \cancel{dA} = K \left[(f p \cancel{dA})\, v_{rel} \right]$$

p = pressione di contatto

$$\boxed{dT = f\, dN = f(p\, dA)}$$

L'attrito può essere utile → cinghia ferma sulla puleggia
freni → fermano l'auto.

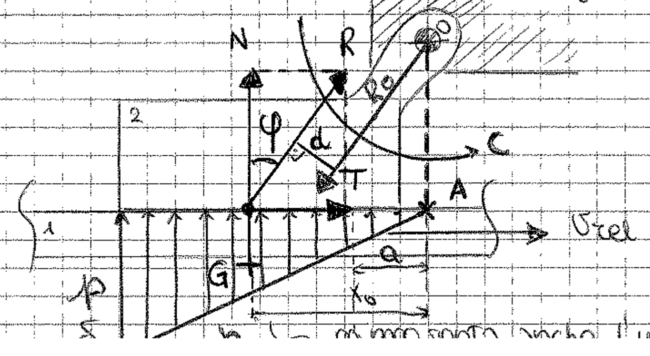
FRENI

I freni non sono solo sull'auto. Esistono vari tipi di freno:

1) FRENO a PATTINO ad ACCOSTAMENTO RIGIDO (Hp usura)
2) FRENO a PATTINO ad ACCOSTAMENTO LIBERO (Hp usura)
3) FRENO a TAMBURO (o a CEPPO) AD ACCOSTAMENTO RIGIDO (NO Hp usura)
4) FRENO a TAMBURO (o a CEPPO) AD ACCOSTAMENTO LIBERO (NO Hp usura)
5) FRENI a DISCO: → ACCOST. RIGIDO
   (Hp usura) → ACCOST. SEMIRIGIDO
   → ACCOST. LIBERO

1) Geometria del freno a pattino ad acc. rigido.

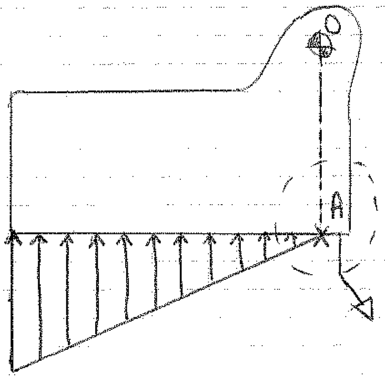
Anche le p hanno un loro baricentro G.



1: nastro
2: pattino

$\delta \equiv p$

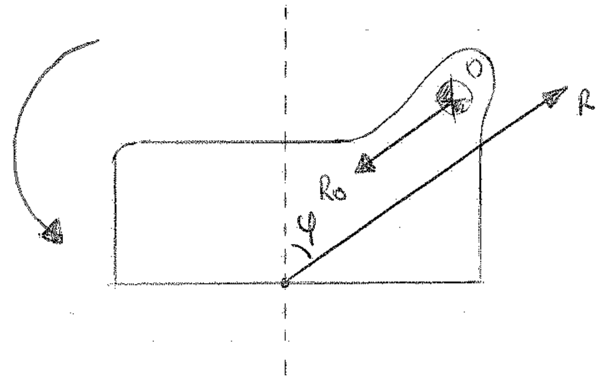
Se invece:



Pattino parzializzato

questo pezzo non lavora

Questa situazione rappresenta l'<u>autoimpuntamento</u>:



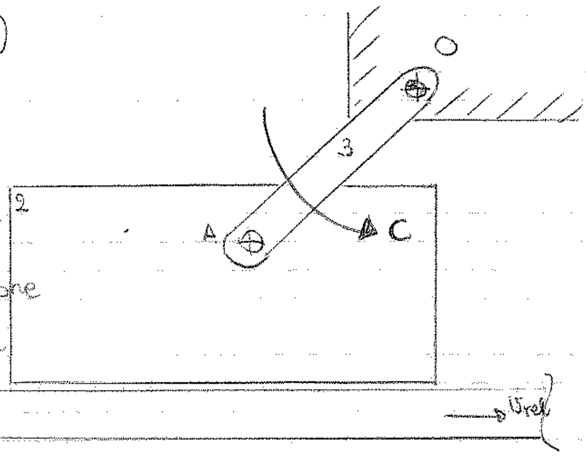
Si verifica autoimpuntamento quando R sta sotto R_O e x questo si genera una coppia opposta che fa sì che il pattino si schiacci

2) Freno a pattino ad acc. libero

1 : nastro

2 : pattino (2 GdL)

3 : leva



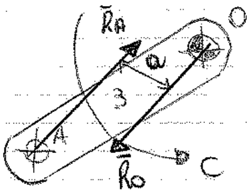
In questi casi, prima di applicare le hp e le pressioni è necessario spezzare la struttura.

1) Il pattino è sottoposto a due forze che devono essere uguali ed opposte e giacere sulla stessa retta d'azione

2) 2 forze: $\bar{R}$ delle forze di contatto e reazione della cerniera

3) $\bar{R}$ è inclinata di φ rispetto alla normale

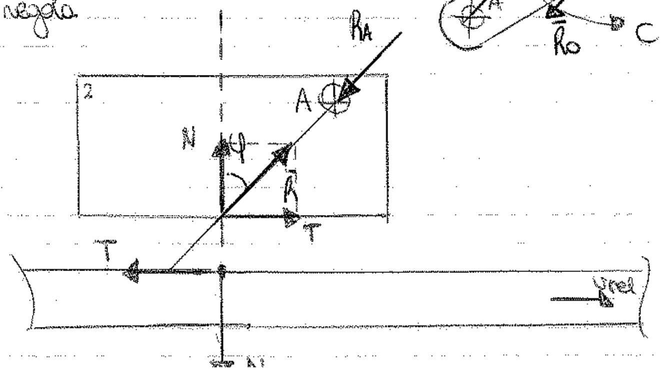
3 non è asta scarica avendo C applicata



2° regola

La vera T è sul nastro concorde a v.

1° regola



$$|\bar{R}| = |\bar{R}_A|$$

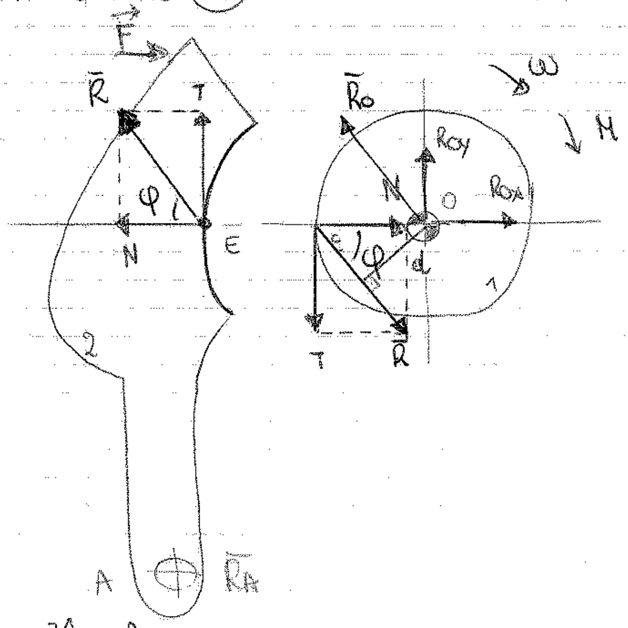
$$\circlearrowleft^{+}_{O} \quad C - R_A\, a = 0$$

$$|\bar{R}_A| = |\bar{R}_O|$$

$$|\bar{R}| = |\bar{R}_A| = |\bar{R}_O|$$

$$T = R\sin\varphi = \frac{C}{a}\sin\varphi \qquad R = N/\cos\varphi = T/\sin\varphi$$

Prendiamo (a)

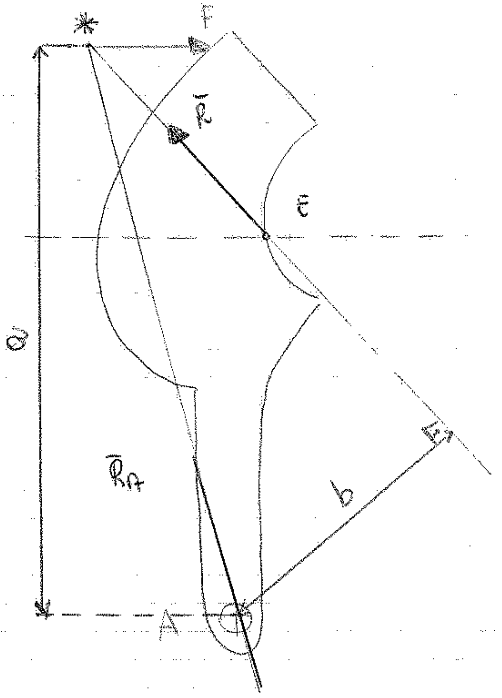


Sup. blu → sup. di contatto

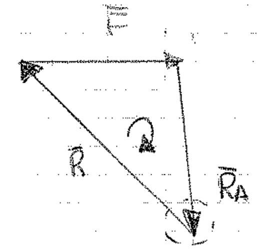
2° regola

Scegliamo di NON usare l'hp dell'usura, ma di ipotizzare che N e T siano applicate in E (asse orizzontale del tamburo e tangenti al tamburo)

3^ regola
↓
p.to di stella



Possiamo fare il triangolo: troviamo il verso di $\bar{R}_A$

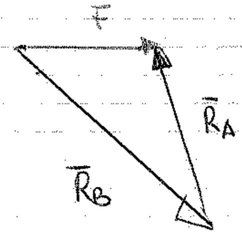


$$\bar{F} + \bar{R}_A + \bar{R} = 0$$

$O \circlearrowleft + \quad M - \bar{R}d = 0 \qquad \Rightarrow R$

$A \circlearrowleft + \quad Fa - Rb = 0 \qquad \Rightarrow F = \text{azione frenante}$

Triangolo:



RICORDA:
Quando c'è acc. libero
⇓
2 GdL
⇓
equilibri
R componente d'attrito

$O \circlearrowleft_+ \quad C_M - R\rho_T = 0$

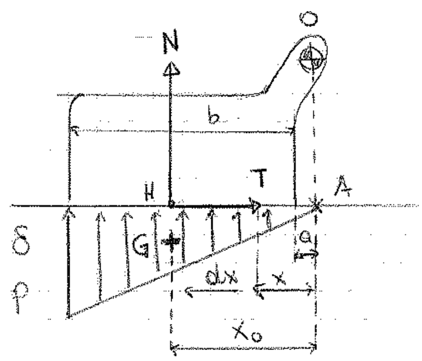
$|\bar{R}| = |\bar{R}_A|$

$B \circlearrowleft_+ \quad Fa - R_A b = 0$

17/04/13

Specificando:

Il pattino ruota intorno ad A e il diagramma è quello di figura.



$N = \int_A p\,dA$

⇓

$N x_0 = \int_A (p\,dA)\,x$

identità/equivalenza

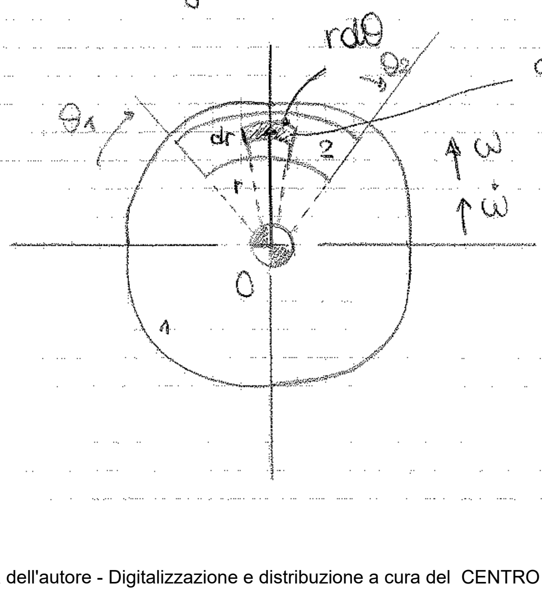
$N x_0 = \int_a^{a+b} p(\underbrace{dx \cdot 1}_{dA})\,x$

dA: sup di contatto su cui agiscono le pressioni

Ipotizzo di analizzare il pattino solo nel piano, quindi non consideriamo lo spessore (prendiamo = 1)

5) Freni a disco ad accostamento rigido

Studiamo solo acc. rigido

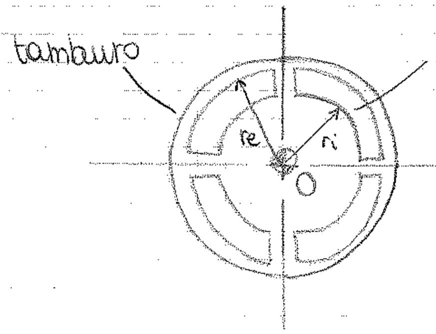


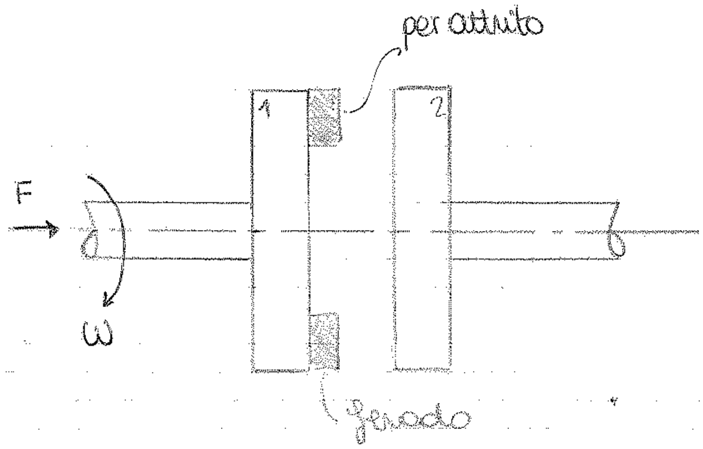
$dA = r\,d\theta\,dr$

$$= f \underbrace{k' \left(\frac{re + ri}{2}\right)\left(re - ri\right)\left(\theta_2 - \theta_1\right)}_{F} = F f \left(\frac{re + ri}{2}\right)$$

mom frenante → pressione della pastiglia sul disco.

FRIZIONE PIANA





Differenza rispetto al freno a disco: $\theta_2 - \theta_1 = 2\pi$

$F = k' 2\pi (re - ri)$ $\qquad p = \frac{k'}{r}$ (secondo hp usura)

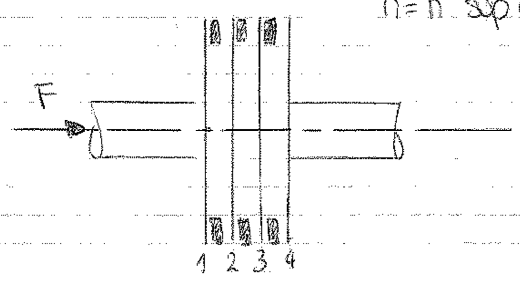
$$C_{frizione} = \int_A (dT) r = f\, 2\pi k' \left(\frac{re^2 - ri^2}{2}\right)$$

$$C_{frizione} = f \cdot F \left(\frac{re + ri}{2}\right)$$ coppia trasmessa dalla frizione in fase di strisciamento.

Le frizioni non solo piane:

- FRIZIONI PIANE MULTIPLE

$n = n°$ sup di contatto in questo caso $n = 3$



$$C_{friz} = n f F \left(\frac{re + ri}{2}\right)$$

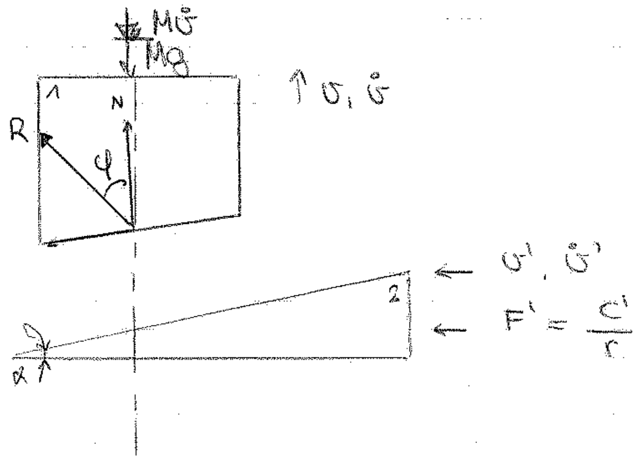
$$\begin{cases} +\uparrow & -Mg + R\cos(\alpha+\varphi) = 0 \quad \rightarrow \quad R = \dfrac{Mg}{\cos(\alpha+\varphi)} \\ \overset{+}{\rightarrow} & R_3 - R\sin(\alpha+\varphi) = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} +\uparrow & R_2 - R\cos(\alpha+\varphi) = 0 \\ \overset{+}{\rightarrow} & R\sin(\alpha+\varphi) = F = \dfrac{C}{r} \end{cases} \quad \Rightarrow \quad C = rF = rMg\,\frac{\sin(\alpha+\varphi)}{\cos(\alpha+\varphi)}$$

$$C = rMg\,tg(\alpha+\varphi) = 2{,}25\ Nm$$

Cosa accade se la coppia diventa $C' > C$

Ora nasce un'accelerazione $\dot{v}$ in 1



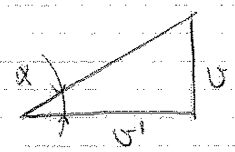
$\dot{v}$?

$$\begin{cases} +\uparrow & -Mg - M\dot{v} = R\cos(\alpha+\varphi) \\ \overset{+}{\rightarrow} & F' = \dfrac{C'}{r} = R\sin(\alpha+\varphi) \end{cases}$$

$$\dot{v} = \frac{C'/r - Mg\,tg(\alpha+\varphi)}{M\,tg(\alpha+\varphi)} = 11{,}95\ m/s^2$$

$v =$ cost

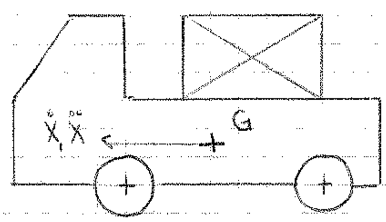
$$\eta = \frac{Mg\,v}{C\,(v'/r)} = \frac{Mg\,v}{F\cdot v'} = \frac{tg\,\alpha}{tg(\alpha+\varphi)} = 0{,}34 \quad \text{(basso xkè ho attrito)}$$

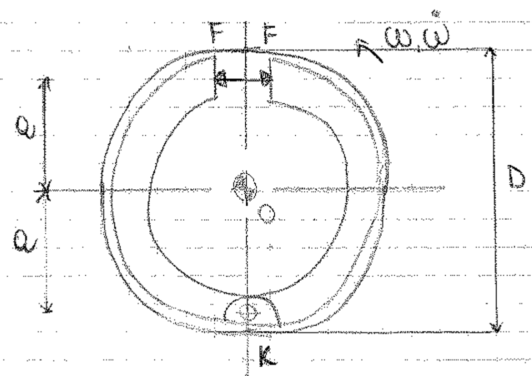


$v = v'\,tg\,\alpha$

ESERCIZIO: Freni a tamburo ad acc. rigido

$$\begin{cases} m = 3600\ kg \\ m_c = 400\ kg \\ f = 0{,}25 \\ d = 0{,}8\ m \\ D = 60\ cm \\ a = 20\ cm \\ \alpha \neq 90° \end{cases}$$





$$\begin{cases} \ddot{x} = -3\ m/s^2 \\ \dot{x}_0 = 50\ km/h \end{cases} \quad \begin{cases} t^*, s^* = ? \\ F_{a\,min} = ? \end{cases}$$

$$\begin{cases} \xrightarrow{+} \quad (m+m_C)\ddot{x} + T_{B\,tot} + \cancel{T_{A\,tot}} = 0 \\ +\uparrow \quad N_{A\,tot} + N_{B\,tot} - (m+m_C)g = 0 \end{cases}$$

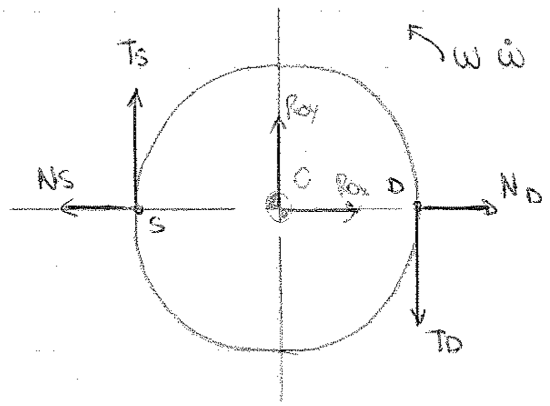
$$T_{B\,tot} = -(m+m_C)\ddot{x}$$

$$\overset{+}{O_2} \quad -C_{fr\,tot} + T_{B\,tot}\, r = 0$$

$$M_{fr\,tot} = 2400\ Nm \quad \text{(su singola ruota)}$$

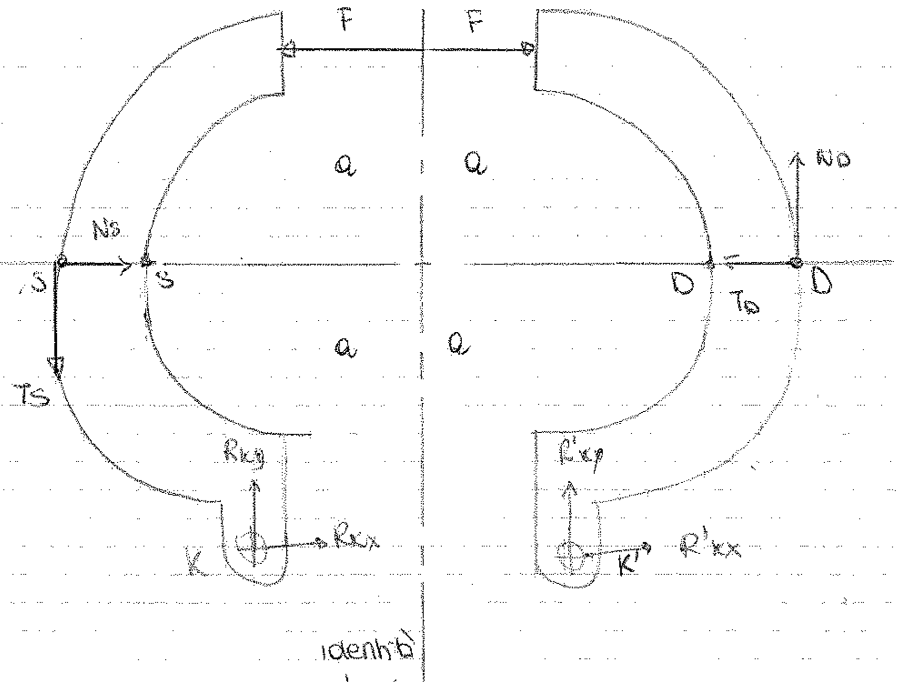
Ora devo applicarlo sul freno → D.C.L freno

Tamburo freno



Non applico M_{fr} xkè essendo dato dalle 2 T, quando serro i ceppi le sist frena grazie alle T. Quindi o metto T o metto M_{fr}.

D.C.L. ceppi

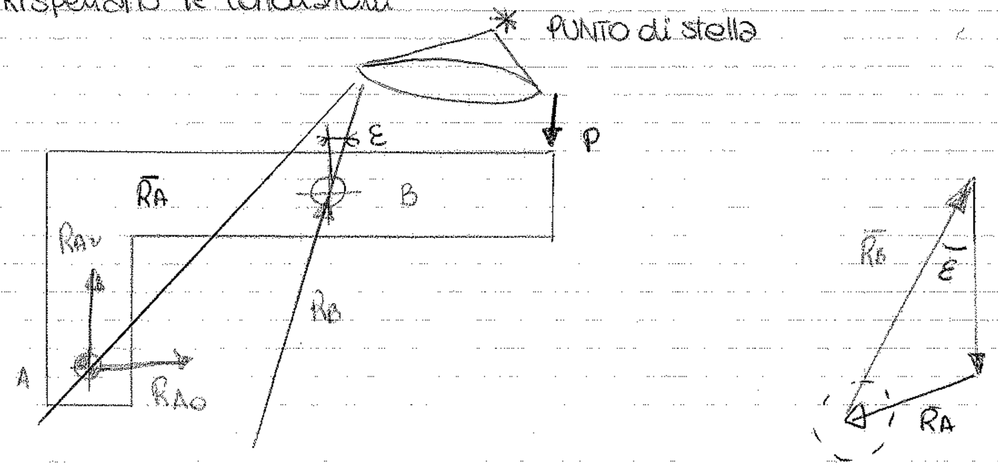


$$M_{fr} = 2400\ Nm \overset{\text{identità}}{=} (T_S + T_D)\, r$$

$$\overset{+}{K} \quad F\,2a - N_S a + T_S r = 0 \qquad T_S = f N_S$$

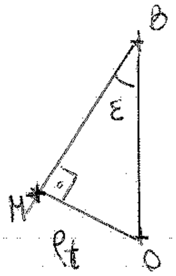
$$\overset{+}{K'} \quad -F\,2a + T_D r + N_D a = 0 \qquad T_D = f N_D$$

R_E ed R_O rispettano le condizioni



Ora dobbiamo trovare i valori numerici

Possiamo calcolare l'angolo $\varepsilon \rightarrow$ considero $B\hat{O}M$:



$$\overline{BO} = \overline{BH} + \overline{HO} = h + \frac{d}{2} = 0,16\,m$$

$$\rho_t = \overline{BO} \sin\varepsilon \rightarrow \varepsilon = 14,8°$$

Equilibrio:

$$\begin{cases} ① \; O\circlearrowright_+ \quad C_M - R_E \rho_T = 0 \\ ② \quad R_E = R_B = R_O \quad \text{(stanno formando una coppia)} \\ ③ \; A\circlearrowright_+ \quad P(a+b) - (R_B \cos\varepsilon)a + (R_B \sin\varepsilon)h = 0 \end{cases}$$

$R_B = 334,43\,N$ (da ③)

$R_B = R_E = R_O = 334,43\,N$

$C_M = R_E \rho_t = 13,71\,Nm$

Dalla leva 3:

$$\begin{cases} +\uparrow \; R_B \cos\varepsilon - R_{AV} - P = 0 \\ \stackrel{+}{\rightarrow} \; R_B \sin\varepsilon - R_{AO} = 0 \end{cases}$$

$$R_A = \sqrt{R_{AV}^2 + R_{AO}^2} = 240,88\,N$$

$v(t) = v_0 + at$

$0 = v_0 + at^*$

$\downarrow$

$t^* = -\dfrac{v_0}{a} = 5{,}56\ s$ tempo di frenatura

$x(t) = \cancel{x_0}^{\,0} + v_0 t^* + \dfrac{1}{2} a t^{*2} = 46{,}31\ m$ spazio di frenatura

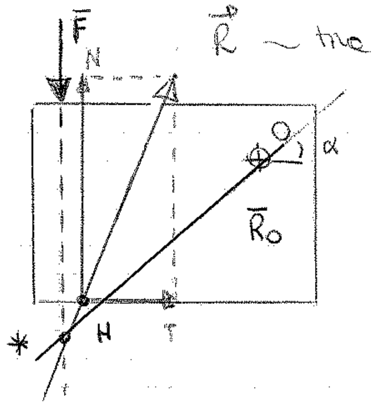
D.C.L. totale:

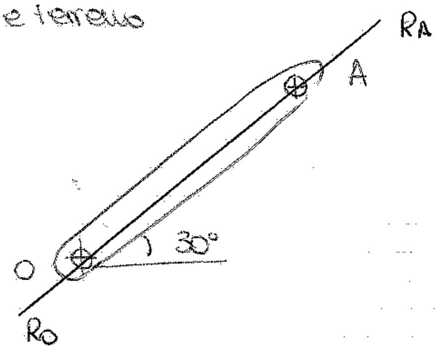
$\xrightarrow{+}\ T + ma = 0 \qquad T = -ma = 4500\ N$

$+\uparrow\ N = \dfrac{T}{f} = 23\,684{,}21\ N$

$R = \dfrac{N}{\cos\varphi} = 24\,108{,}08\ N$

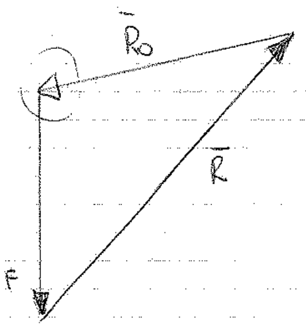
$\vec{R}$ ~ tra pattino e terreno





T = quando si muove il pattino (terreno fisso) T è opposta al moto

Triangolo delle forze



$$\begin{cases} \xrightarrow{+}\ R\sin\varphi = R_{O_o} = R_O\cos 30° \\ +\uparrow\ -F + R\cos\varphi - R_O\sin 30° = 0 \end{cases}$$

$R_O = 5197{,}31\ N$

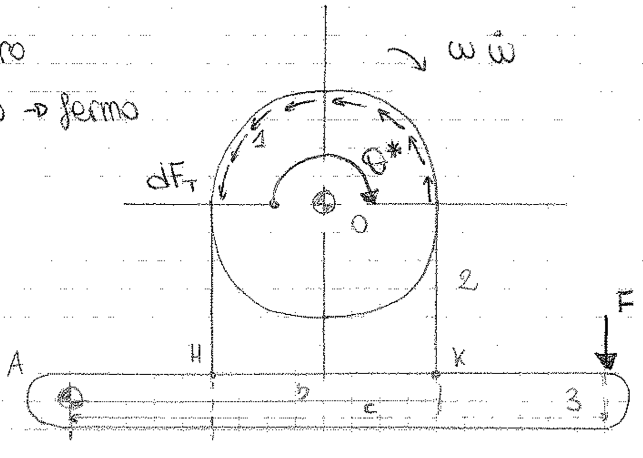
$F = 21085{,}63\ N$

ESERCIZIO: FRENO A NASTRO

1: tamburo

2: nastro $\rightarrow$ fermo

3: leva



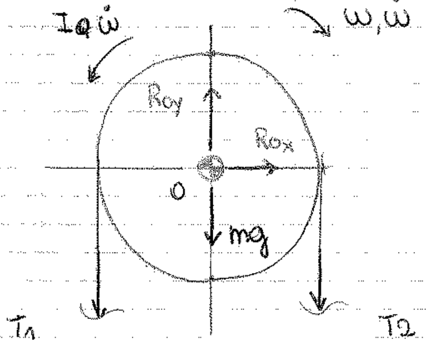
Quando il tamburo si ferma

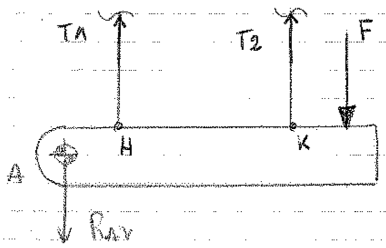
$\Downarrow$

dF_T diventano di aderenza

DCL

$T_1 > T_2$





Non c'è mom. frenante → sono T_1 e T_2 che generano il mom frenante.
Quindi o metto le tensioni o metto il mom fren.

$$O \curvearrowright + \quad (T_2 - T_1)\frac{d}{2} - I_O\dot{\omega} = 0$$

$$+\uparrow \quad T_1 + T_2 - F - R_{AV} = 0$$

$$\frac{T_1}{T_2} = e^{f\theta^*}$$

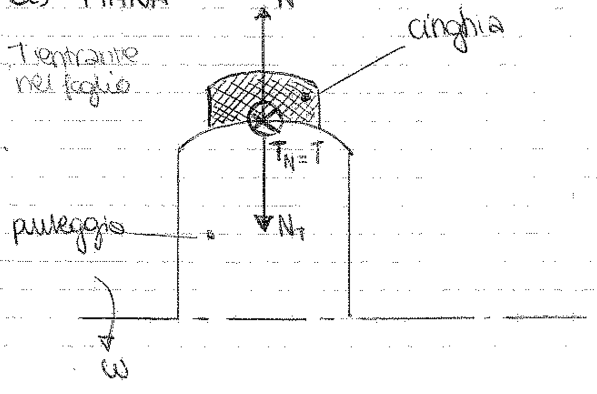
FLESSIBILI

1) Cinghie → piana, trapezia, dentata
2) Funi
3) Catene

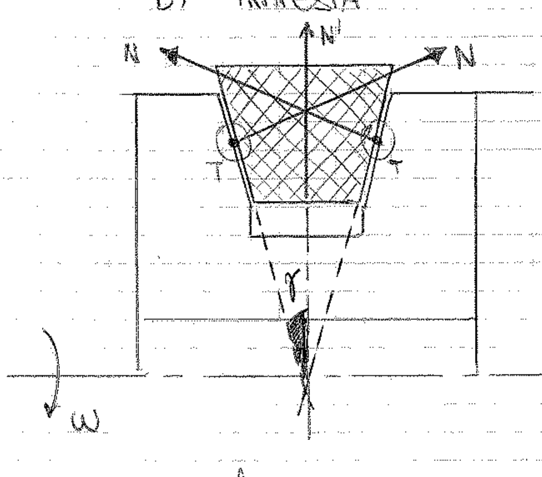
Vantaggi	Svantaggi
• Trasmettono x aderenza ⇒ INNESTI di SICUREZZA • Trasmettono, su grandi distanze • Smorzano le vibrazioni	• Rapporto di trasmissione NON costante • capacità di carico limitata dall'aderenza.

Tipologie di cinghie

a) PIANA



b) TRAPEZIA



$$T_{tot} = \frac{f}{\sin\gamma} N$$

Porto β in O_1 e traccio la parallela al ramo cedente.

$CO_2 = r_2$

$CZ = BO_1 = r_1$

$ZO_2 = CO_2 - CZ = r_2 - r_1$

$O_1\hat{Z}O_2 \Rightarrow \quad ZO_2 = O_1O_2 \sin\beta$

$$\Downarrow \qquad \Downarrow$$

$$r_2 - r_1 = a \sin\beta \qquad a = \text{interasse}$$

$$\beta = \arcsin\left[\frac{r_2 - r_1}{a}\right]$$

Equazione dei flessibili con $v \neq 0$

$$\frac{T_2 - qv^2}{T_1 - qv^2} = e^{f\theta_1^*}$$

$T_2 > T_1$

q = massa cinghia

v = velocità cinghia

θ_1^* = angolo di strisciamento sulla puleggia motrice

Qualora la massa non sia conosciuta, usiamo l'approssimazione del nastro:

$$\frac{T_2}{T_1} \simeq e^{f\theta_1^*}$$

$f =$ f cinghia piana; $\frac{f}{\sin\gamma}$ cinghia trapezia

γ = angolo di semiapertura cinghia trapezia

Dobbiamo, però, calcolare l'angolo θ_1^*.

θ_{1ad}, θ_{2ad} → angoli di aderenza ⇒ trasmettono il moto

θ_1^*, θ_2^* → angoli di strisciamento ⇒ nasce strisciamento e quindi si genera una variazione di tensione nella cinghia.

$$\boxed{\begin{array}{l} \theta_{1avv} = \theta_{1ad} + \theta_1^* \\ \theta_{2avv} = \theta_{2ad} + \theta_2^* \end{array}}$$

$T_1 \neq T_2$

Ci sono 2 condizioni limite:

a) ADERENZA TOTALE ⇒ $\theta_{1avv} = \theta_{1ad}$ CASO IDEALE

b) STRISCIAMENTO TOTALE ⇒ $\theta_{1avv} = \theta_1^*$ PERDITA di TRASMISSIONE del MOTO

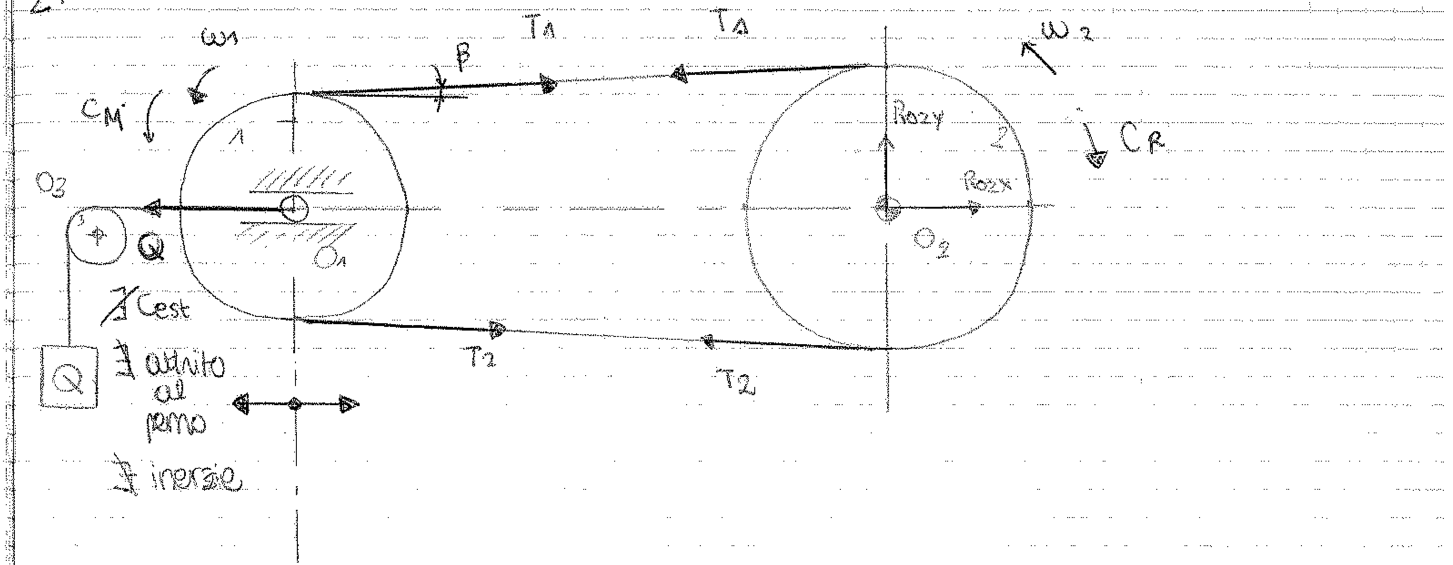
Riprendiamo il rendimento:

$$\eta = \frac{P_u}{P_e} = \frac{C_R\,\omega_2}{C_M\,\omega_1} = \frac{C_R}{C_M i}, \quad i = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \text{rapporto di trasmissione}$$

$$i \simeq \frac{r_2}{r_1}$$

η ed i dipendono dalla tensione della cinghia (no le formule approssimate)

2)

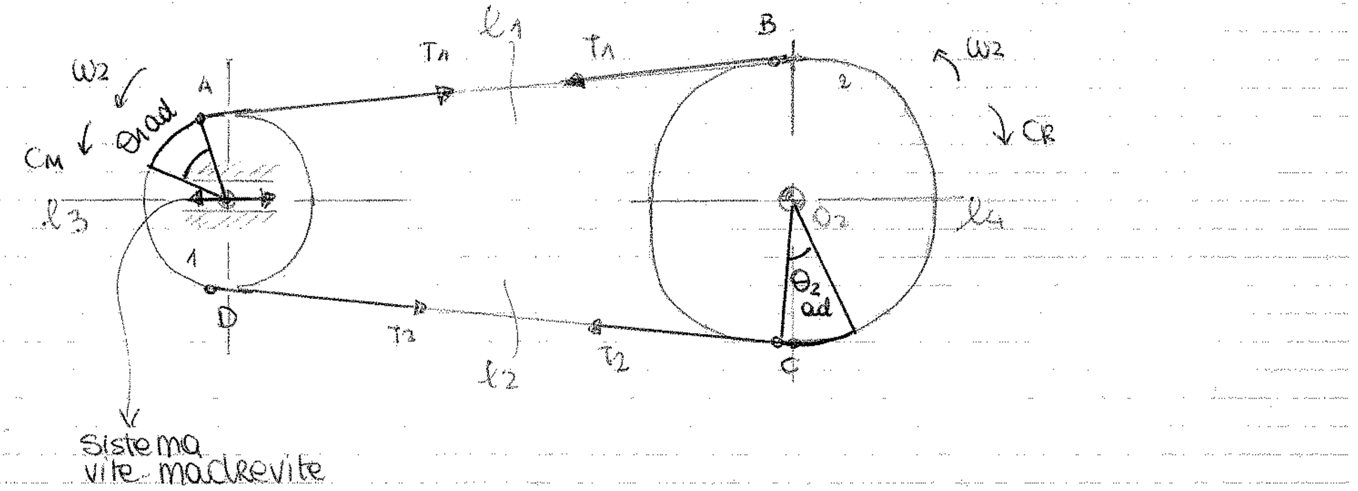


Equilibrio puleggia 1

$\xrightarrow{+}$ $(T_1 + T_2)\cos\beta = Q$

Passando attraverso le pulegge non ci devono essere coppie esterne, attrito al perno e inerzie.

3)



Questi sistemi possono nascere anche con la micro-meccanica.

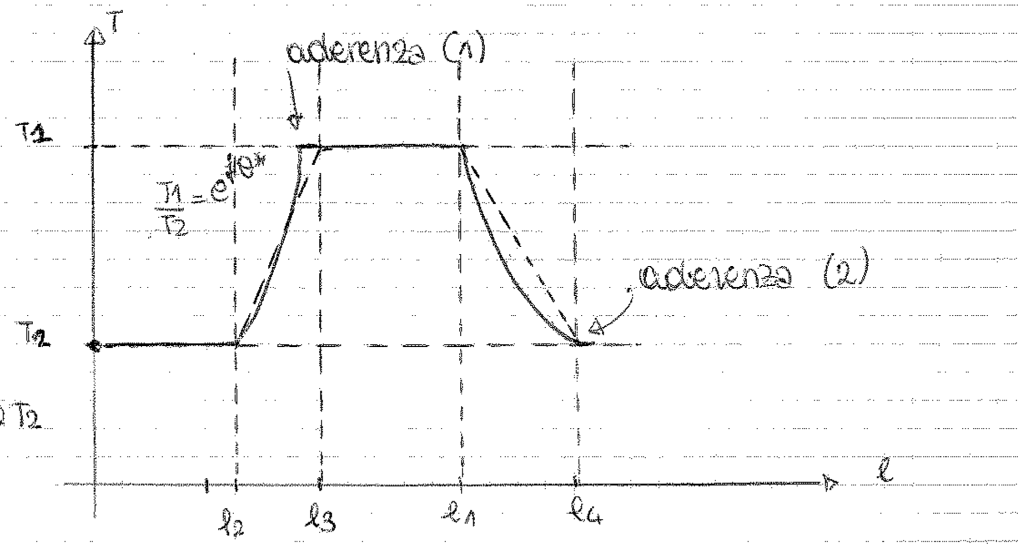
Se tracciamo l'andamento di T in dipendenza dalle lungh. della cinghia.

$AB = \ell_1$

$BC = \ell_4$

$DC = \ell_2$

$AO = \ell_3$



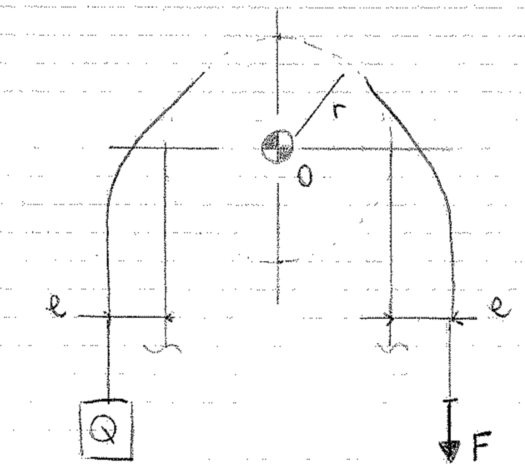
Hp: variazione lineare da T_2 a T_1 e da T_1 a T_2

$\Rightarrow T_0 = \dfrac{T_1 + T_2}{2}$

↓

forzamento iniziale (fissato a cinghia ferma)

a) Rigidezza elastica

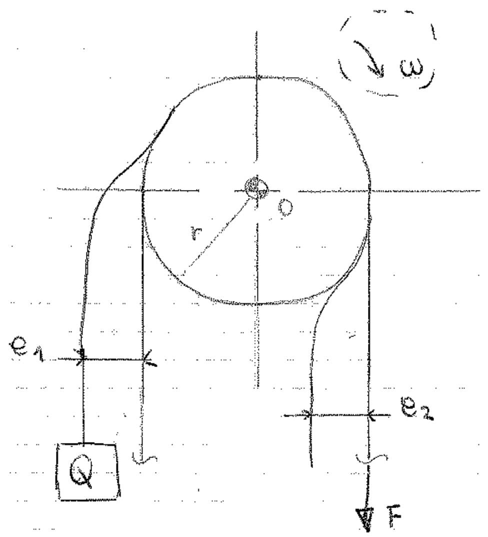


$O \circlearrowright^{+}$ $F(r+\cancel{e}) - Q(r+\cancel{e}) = 0$

il braccio non cambia rispetto alla situazione ideale:

$$F\cancel{r} - Q\cancel{r} = 0$$
$$\Downarrow$$
$$F = Q$$

b) Rigidezza anelastica

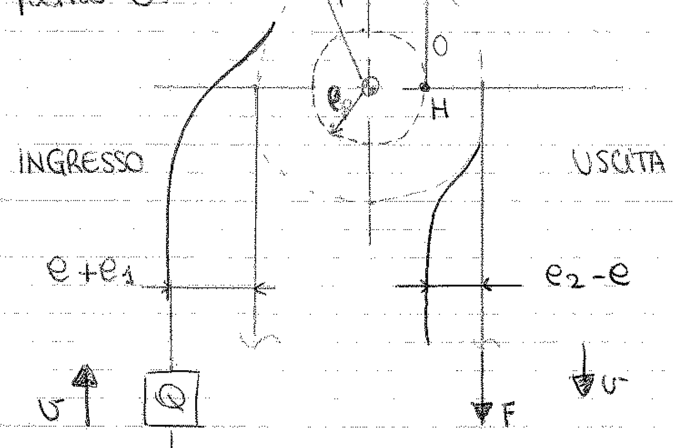


tutto è legato alla rotazione

Sov

c) CASO FINALE: Rig. elastica + Rig anelastica

CARRUCOLA con rigidezza fune e attrito al perno O



$e_2 > e$ ρ_p = raggio di attrito al perno

Se inverto ω, la situazione è opposta.

$H \circlearrowright^{+}$ $-Q[e+e_1+r+\rho_p] + F[r-(e_2-e)-\rho_p] =$

$$F = \frac{Q[e+e_1+r+\rho_p]}{[r-(e_2-e)-\rho_p]}$$

Ciò che è importante è ricavare il η. →