NUMERO: 683

DATA: 07/10/2013

A P P U N T I

STUDENTE: Taberna

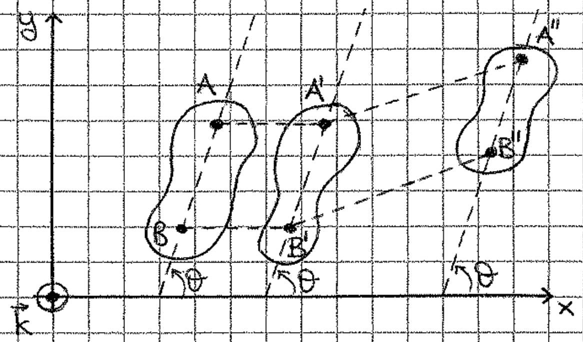
MATERIA: Meccanica delle Macchine
Prof. Eula

MECCANICA delle MACCHINE

G. Taberna

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 3 di 130

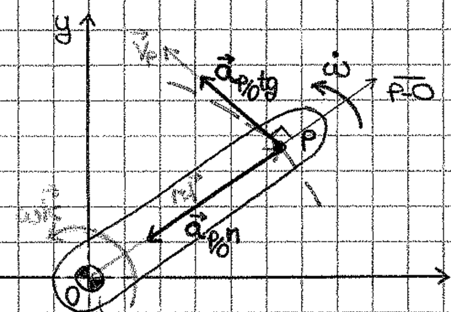
MOTO di TRASLAZIONE



$\theta = cost \Rightarrow \omega = 0 ; \dot{\omega} = 0$

$$\boxed{\begin{gathered}\vec{v}_A = \vec{v}_B \\ \vec{a}_A = \vec{a}_B\end{gathered}}$$

) MOTO ROTATORIO intorno a un PUNTO FISSO



cerniera fissa al telaio

$PO = r = cost$ $\quad v_O = 0 \quad a_O = 0$

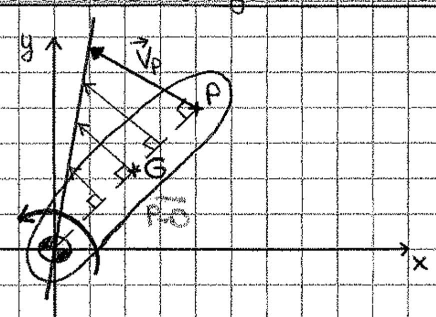
$$\vec{v}_P = \frac{d(r\vec{\lambda})}{dt} = \underbrace{\cancel{\frac{dr}{dt}}}_{r=cost}\vec{\lambda} + r\frac{d\vec{\lambda}}{dt} = r\left[\omega\vec{k}\wedge\vec{\lambda}\right] = \omega\vec{k}\wedge(r\vec{\lambda}) = \boxed{\omega\vec{k}\wedge(\overline{P-O}) = \vec{v}_P}$$

$$\vec{a}_P = \frac{d(r\omega\vec{\mu})}{dt} = \cancel{\frac{dr}{dt}}\omega\vec{\mu} + r\frac{d\omega}{dt}\vec{\mu} + r\omega\frac{d\vec{\mu}}{dt} = r\dot{\omega}\left[\vec{k}\wedge\vec{\lambda}\right] + r\omega\left[\omega\vec{k}\wedge\vec{\mu}\right] = \dot{\omega}\vec{k}\wedge(r\vec{\lambda}) + r\omega^2(-\vec{\lambda}) =$$

$$= \boxed{\dot{\omega}\vec{k}\wedge(\overline{P-O}) - \omega^2(\overline{P-O}) = \vec{a}_{P/O\,tg} + \vec{a}_{P/O\,n} = \vec{a}_P}$$

accelerazione centripeta $\vec{a}_{P/O\,n}$ sollecita fortemente il corpo anche quando $\dot{\omega} = 0$

stribuzione triangolare delle velocità:



$\vec{v}_P = \omega\vec{k}\wedge(\overline{P-O})$

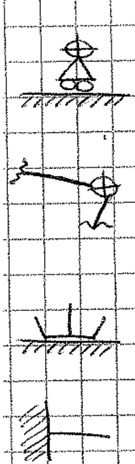
$\vec{v}_G = \omega\vec{k}\wedge(\overline{G-O})$

ENA CINEMATICA: è un insieme di più corpi rigidi connessi da vincoli

- SEMPLICE se ogni corpo rigido ha solo 1 o 2 coppie cinematiche (vincoli) (es. biella-manovella)
- COMPOSTA se esiste almeno un c.r. con 3 coppie cinematiche
- CHIUSA se tutti i c.r. hanno almeno 2 coppie cinematiche (es. biella-manovella)
- APERTA se esiste un corpo con 1 sola coppia cinematica (es. braccio umano)

CANISMO: è una catena cinematica con 1 corpo fisso detto TELAIO

NCOLI



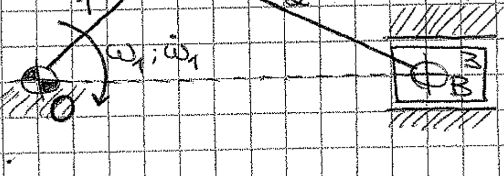
Simbolo	Nome	GdL	GdVincolo	
	CARRELLO	2	1	NO
	CERNIERA PIANA	1	2	NO
	PATTINO	1	2	NO
	INCASTRO	0	3	NO

LCOLO dei GdL di un meccanismo

FORMULA di GRÜBLER: $\boxed{x = 3(m-1) - 2C_1 - C_2}$

x = n° di GdL (motori necessari)
m = n° di corpi, compreso il telaio
C_1 = n° di vincoli a 1 GdL
C_2 = n° di vincoli a 2 GdL

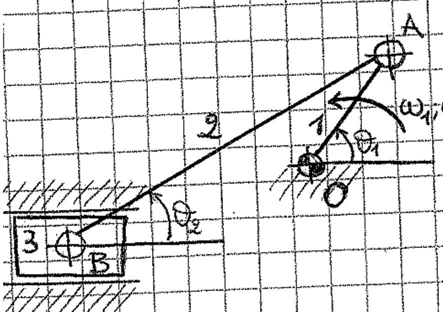
) Sistema biella-manovella:



$$\begin{cases} m = 4 \ (AO; AB; 3; \text{telaio}) \\ C_1 = 4 \ (O; A; B; \text{guida orizzontale}) \\ C_2 = 0 \end{cases}$$

$x = 3(4-1) - 2\cdot 4 - 0 = 1 \Rightarrow \underline{1\ GdL} \Rightarrow$ 1 solo dato di velocità

ES.1210 Sistema biella-manovella (corpi rigidi in movimento → MOTO SEMPLICE)



$n_1 = 1500$ giri/min $AB = 0{,}61m$

$\dot{\omega}_1 = 1000\, rad/s^2$ $\theta_2 = 30°$

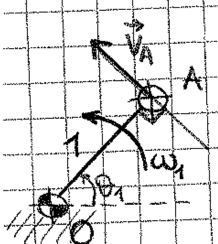
$OA = 0{,}21m$ $\theta_1 = 45°$

AO: manovella (= cost)
AB: biella (= cost)
B: piede di biella

[il m]eccanismo trasforma il moto circolare di AO in una traslazione alternata (o viceversa)

[Calc]olo dei GdL: $X = 3(m-1) - 2C_1 - C_2$ $m = 4$ (AO; AB; 3; telaio)
$C_1 = 4$ (O; A; B; // guida orizzontale)
$C_2 = 0$

$3(4-1) - 2\cdot 4 - 0 = 1 \Rightarrow$ 1GdL



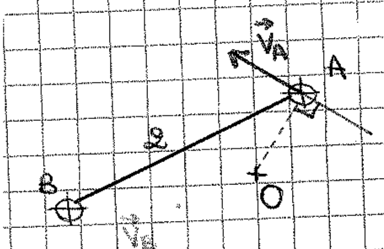
$\omega_1 = \frac{2\pi n_1}{60} = 157{,}07\, rad/s$

$\vec{V}_A = \cancel{\vec{V}_O} + \vec{V}_{A/O} = \omega_1 \vec{k} \wedge (\overline{A-O})$ M: $V_A = \omega_1 (AO) = 32{,}98 m/s$

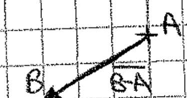
D: $\perp AO$

V: ω_1

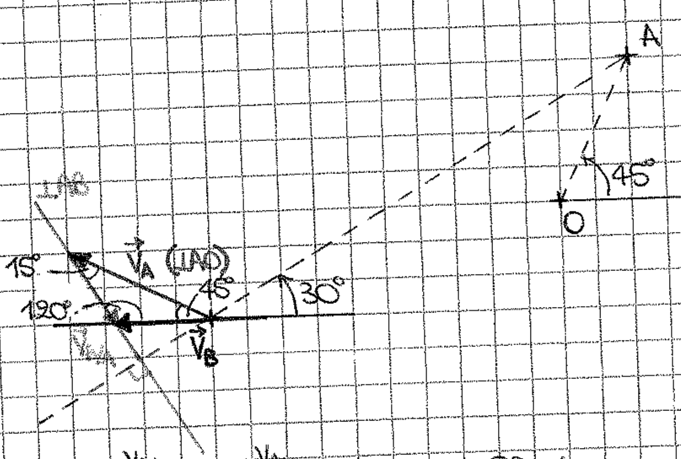
$[V]_O = 0$, $a_O = 0$



$\vec{V}_B = \vec{V}_A + \vec{V}_{B/A} = \vec{V}_A + \omega_2 \vec{k} \wedge (\overline{B-A})$

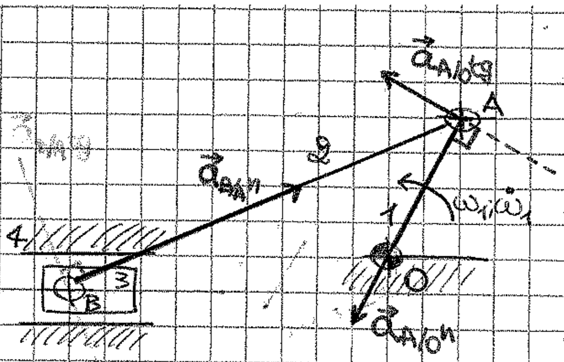


	$\vec{V}_B$	$\vec{V}_A$	$\vec{V}_{B/A}$
M	?	NOTA	$\omega_2 \cdot (AB) = ?$
D	orizz		$\perp AB$ (nota)
V	?		ω_2 ?



[T]EOR. dei SENI: $\frac{V_{B/A}}{\sin 45°} = \frac{V_A}{\sin 120°}$ $V_{B/A} = 26{,}93 m/s$

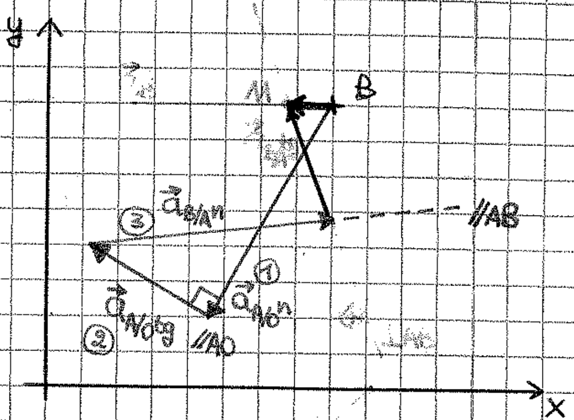
$\frac{V_B}{\ldots} = \frac{V_A}{\ldots}$ $V_B = 9{,}86 m/s$



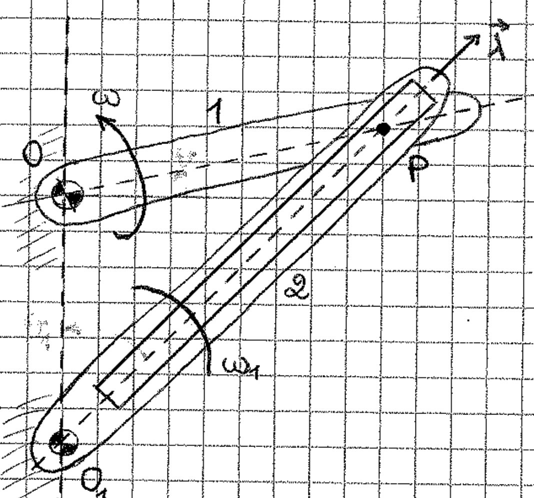
5

$\vec{a}_B = \vec{a}_A + \vec{a}_{BA^{tg}} + \vec{a}_{BA^n}$

1 2 3



RCIZIO Guida di Fairbain o GLIFO



PO = cost

$PO_1 \neq cost$

↓

MOTO COMPOSTO

$$\boxed{\vec{v}_{P_{assoluta}} = \vec{v}_{P_{relativa}} + \vec{v}_{P_{trascinamento}}}$$

$$\boxed{\vec{a}_{P_{assoluta}} = \vec{a}_{P_{relativa}} + \vec{a}_{P_{trascin}} + \vec{a}_{Co}}$$

→ accelerazione di Coriolis o complementare:

$$\boxed{\vec{a}_{Co} = 2\omega_{trasc}\vec{k} \wedge \vec{v}_{rel}}$$

12.03.13

$= 3(m-1)-2C_1-C_2 = 3(3-1)-2\cdot2-1 = 1 \Rightarrow \boxed{1GdL} \rightarrow$ 1 motore

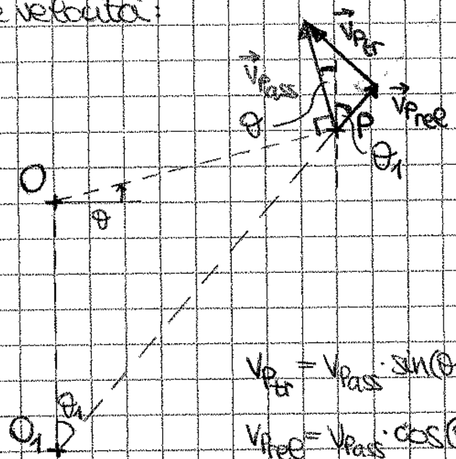
$=3$ (1; 2; telaio)
$=2$ (O; O_1)
$=1$ (P) $\rightarrow$ considero P come un perno

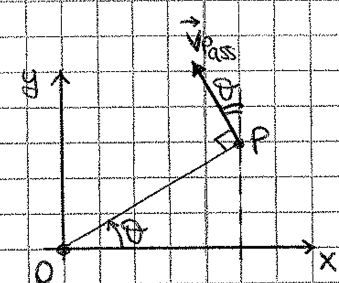
re $\quad x = 3(m-1)-2C_1-C_2 = 3(4-1)-2\cdot4-0 = 1 \Rightarrow \boxed{1GdL}$

Considero P come composizione di un perno montato su una slitta (corpo 3)

$m = 4$ (1; 2; 3 slitta; telaio)
$C_1 = 4$ (O; O_1; slitta 3; perno P)
$C_2 = 0$

truisco il triangolo delle velocità:



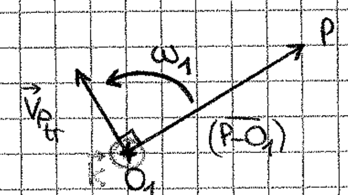


$v_{P_{tr}} = v_{P_{ass}} \cdot \sin(\theta+\theta_1) = \boxed{37{,}93\ m/s}$

$v_{P_{rel}} = v_{P_{ass}} \cdot \cos(\theta+\theta_1) = \boxed{27{,}91\ m/s}$

$\omega_{tr} = \omega_1 = \dfrac{v_{P_{tr}}}{PO_1} = \boxed{63{,}99\ rad/s}$

$_{tr} = \omega_1 \vec{k} \wedge (P-O_1)$



$\vec{a}_P = \vec{a}_{P_{ass}} = \cancel{\vec{a}_O} + \vec{a}_{P/O\,n} + \vec{a}_{P/O\,tg}$

$\vec{a}_{P_{ass}} = -\omega^2(P-O) + \underbrace{\dot{\omega}\vec{k} \wedge (P-O)}_{=0 \text{ perché } \omega = cost}$

$\omega^2 \cdot PO = 7394{,}7\ m/s^2$

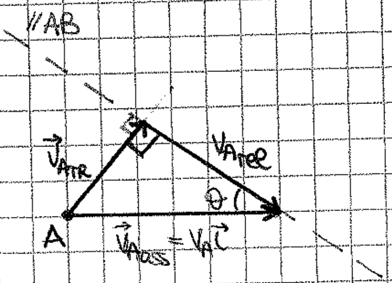
$// PO$

$P \rightarrow O$

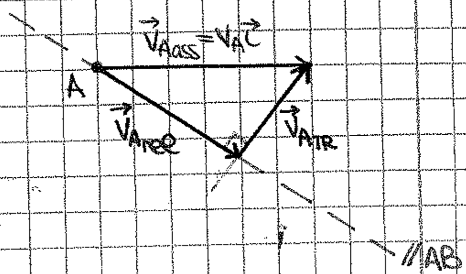
$= \vec{V}_{Aass} = \vec{V}_{Arel} + \vec{V}_{ATR}$

$= \pm V_{Arel}\vec{\lambda} + [\omega_1 \vec{k} \wedge (A-B)]_{TR}$

?	$\omega_1 AB = ?$
$// \vec{\lambda}$	$\perp AB$
?	ω_1) ?



oppure

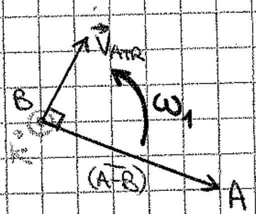


$_{TR} = \omega_1 \vec{k} \wedge (A-B)$

$V_{ATR} = V_{Aass} \sin\theta = 0{,}5\,m/s$

$V_{Arel} = V_{Aass} \cos\theta = \underline{0{,}86\,m/s}$

$\omega_1 = \frac{V_{ATR}}{AB} = \underline{1\,rad/s}$

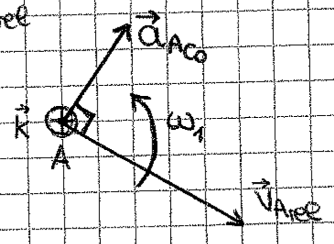


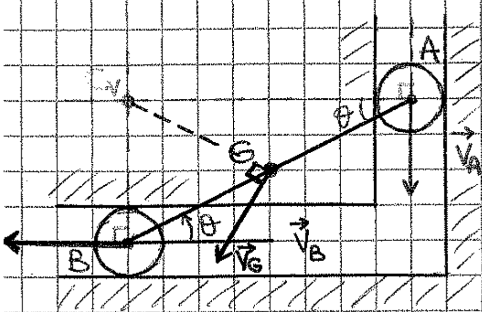
$_{ass} = \vec{a}_{Arel} + \vec{a}_{ATR} + \vec{a}_{ACo}$

$_{Co} = 2\omega_{TR}\vec{k} \wedge \vec{V}_{rel} = 2\omega_1 \vec{k} \wedge \vec{V}_{Arel}$

$2\omega_1 V_{Arel} = 1{,}73\,m/s^2$

$\perp V_{Arel}$



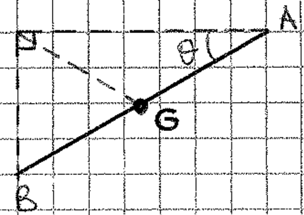


AB = 200 mm (= cost)

$V_A = 2 m/s$

$\theta = 30°$

$= \vec{V}_{C_v} + \omega \vec{k} \wedge (A - C_v)$, $\vec{V}_B = \vec{V}_{C_v} + \omega \vec{k} \wedge (B - C_v)$, $\vec{V}_G = \vec{V}_{C_v} + \omega \vec{k} \wedge (G - C_v)$



$= AB \cos\theta = 0,173 m$

$= AB \sin\theta = 0,10 m$

$= \frac{AC}{2}$

$_v = \sqrt{AG^2 + AC_v^2 - 2(AG)(AC_v)\cos\theta} = 0,0998 m$

$= \frac{V_A}{AC_v} = \underline{11,56 \ rad/s}$

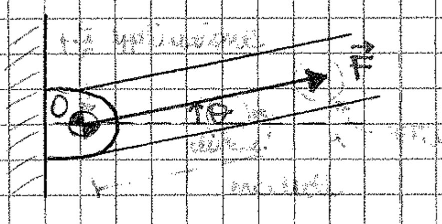
$= \omega(BC_v) = 1,156 m/s$

$= \omega(GC_v) = \underline{1,154 m/s}$

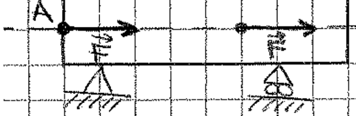
13.03.13

ORZA

...ttore applicato — M, D, V, punto di applicazione



CIPIO di TRASMISSIBILITÀ di una forza (nei corpi rigidi)



retta di azione di $\vec{F}$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 17 di 130

SISTEMI EQUIVALENTI

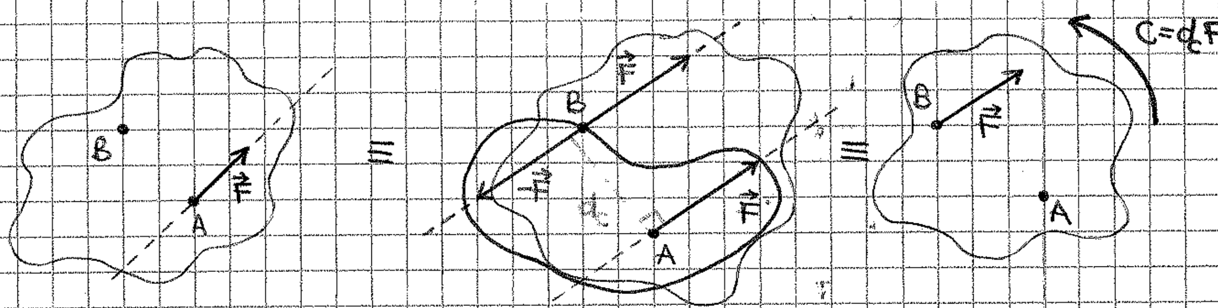
- hanno uguale risultante
- hanno uguale momento risultante

$\Rightarrow$ IDENTITÀ o EQUIVALENZA tra due sistemi

SISTEMI IN EQUILIBRIO

- $\vec{R}=0$
- $\vec{M}_R=0$

TRASPORTO DI UNA FORZA fuori dalla sua retta di azione



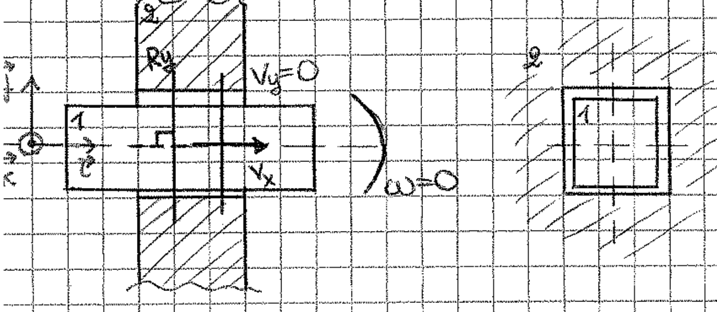
Se una forza $\vec{F}$ viene portata fuori dalla sua retta di azione, devo aggiungere un MOMENTO DI TRASPORTO: $C=d_cF$

TIPI di FORZE

1) Forze concentrate
2) Forze distribuite
3) Forze esterne: pesi e inerzie (compaiono anche sull'assemblato)
4) Forze interne: reazioni vincolari che nascono nei vincoli e sono sempre incognite

REAZIONI VINCOLARI: sono forze e coppie scambiate nei vincoli; sono incognite e nascono nelle direzioni in cui il vincolo impedisce il moto.

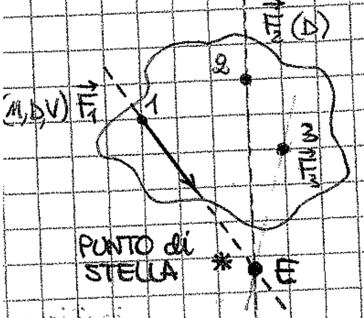
a) COPPIA PRISMATICA (pattino → solo traslazione)



$$\begin{cases} V_x \neq 0 \\ V_y = 0 \\ \omega = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} R_x = 0 \\ R_y \neq 0 \\ M_i \neq 0 \end{cases}$$

reazioni del vincolo senza attrito

2 soggetto a 3 forze



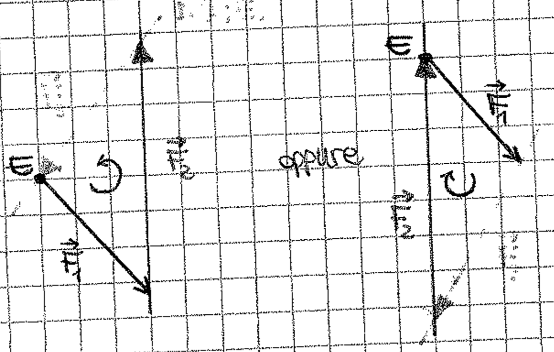
• EQUILIBRIO della ROTAZIONE $\Rightarrow \sum_{i=1}^{n} \vec{M}_{i_F} = 0$

$\vec{M_0} = \vec{r} \wedge \vec{F}$, $M_0 = bF$ $b \perp F$ (b rispetto al polo O)

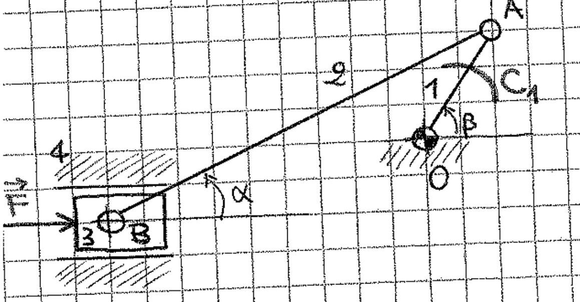
E) $\underbrace{F_1 \cdot b_E}_{=0} + \underbrace{F_2 \cdot b_E}_{=0} + \underbrace{F_3 \cdot b_E}_{=0} = 0$ perchè $b_E = 0$

• EQUILIBRIO della TRASLAZIONE $\Rightarrow \sum_{i=1}^{n} \vec{F_i} = \vec{R_F} = 0$

Traccio il triangolo delle forze $(\vec{F_1} + \vec{F_2} + \vec{F_3} = 0)$



...MPIO Sistema biella-manovella

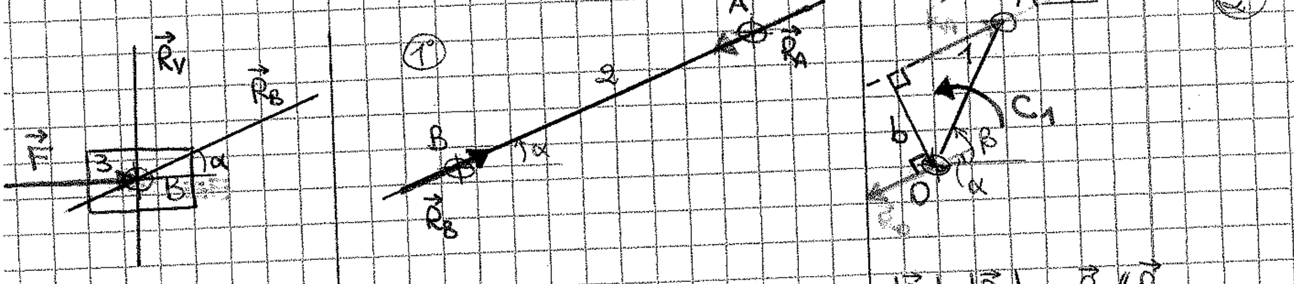


Noti: OA, AB, α, β

$\vec{F}$ nota, $C_1 = ?$

TRASCURIAMO I PESI

...cciamo i diagrammi di corpo libero di 1-2-3; lavoriamo con $\vec{R_A}, \vec{R_B}, \vec{R_0}$ risultanti:



$\vec{F}$: M,D,V
$\vec{F} \rightarrow \vec{R_V}$: D ⊥ moto
$\vec{R_B}$: punto B
... regola

...raccio il triangolo delle forze per determinare versi e moduli

ASTA SCARICA: le reazioni vincolari seguono la retta congiungente gli estremi

$\vec{R_B}$ cambia verso per il principio di azione-reazione

$|\vec{R_A}| = |\vec{R_B}|$

$|\vec{R_A}| = |\vec{R_0}|$, $\vec{R_0} \parallel \vec{R_A}$

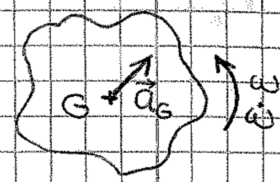
$C_1 = R_A b$ $\quad C_1 - R_A b = 0$

La coppia di forze genera un momento orario $\Rightarrow C_1$ deve essere antioraria

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 21 di 130

nei corpi rigidi
$\sum_{i=1}^{n} \vec{F}_{est_i} = m\vec{a}_G$: EQUILIBRIO alla TRASLAZIONE
$\sum_{i=1}^{n} \vec{M}_{est_i} = I_G\dot{\vec{\omega}}$: EQUILIBRIO alla ROTAZIONE

momento di inerzia del baricentro



I:
- I_G: momento d'inerzia di massa $[kg\,m^2]$
- I_A: momento d'inerzia di area $[m^4]$

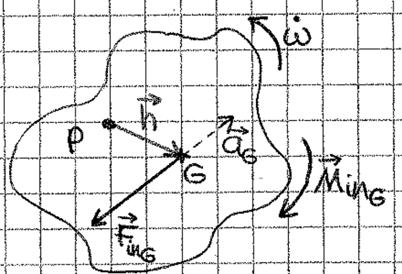
zioni di INERZIA: sono sempre opposte alle accelerazioni

$$\boxed{\begin{array}{ll} \vec{F}_{in_G} = -m\vec{a}_G \rightarrow [N] & \text{FORZA di inerzia} \\ \vec{M}_{in_G} = -I_G\dot{\vec{\omega}} \rightarrow [Nm] & \text{COPPIA di inerzia} \end{array}}$$

$$\sum_{i=1}^{n} \vec{F}_{est_i} + \vec{F}_{in_G} = 0$$

$$\sum_{i=1}^{n} \vec{M}_{est_i} + \vec{M}_{in_G} = 0$$

quilibrio rispetto a un altro punto:



$$P \begin{cases} \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_{est_i} + \vec{F}_{in_G} = 0 \\ \sum_{i=1}^{n} \vec{M}_{est_i} + \vec{M}_{in_G} + \underline{\vec{h} \wedge \vec{F}_{in_G}} = 0 \end{cases}$$

EQUAZIONI CARDINALI della DINAMICA

piano:

$$P \begin{cases} x\vec{i} \xrightarrow{+} & \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_{est_{ix}} + \vec{F}_{in_{Gx}} = 0 \\ x\vec{j} \uparrow + & \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_{est_{iy}} + \vec{F}_{in_{Gy}} = 0 \\ P \circlearrowleft^{+} & \underbrace{\sum_{i=1}^{n} \vec{M}_{est_i}}_{F \cdot b} + \underbrace{\vec{M}_{in_G}}_{I_G\dot{\omega}} + \underbrace{b_{in} \vec{F}_{in_G}}_{b_{in} \perp F_{in_G}} = 0 \end{cases}$$

→ 2 eq. scalari di equilibrio alla TRASLAZIONE

→ 1 eq. scalare di equilibrio alla ROTAZIONE

CENTRO di un corpo rigido nel piano

ISTEMA DISCRETO : n masse

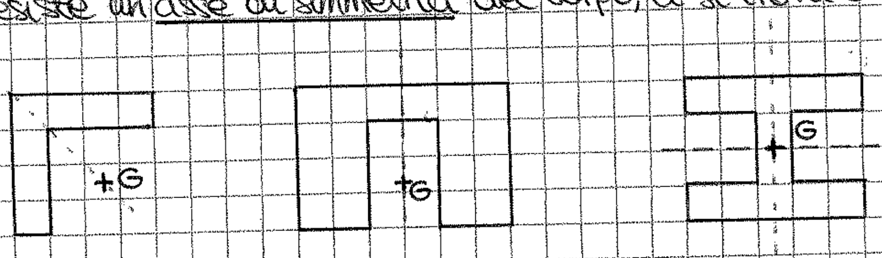
$$\begin{cases} x_G = \dfrac{\sum_{i=1}^{n} x_i m_i}{M} \\ y_G = \dfrac{\sum_{i=1}^{n} y_i m_i}{M} \end{cases} \quad \text{con } M = \sum_{i=1}^{n} m_i$$

SISTEMA CONTINUO

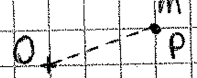
ρ = densità = $\dfrac{dm}{dV}$ (costante per nostra ipotesi)

$$\boxed{\begin{aligned} x_G &= \frac{\int_M x\,dm}{M} = \frac{\int_V (\rho dV) x}{M} \\ y_G &= \frac{\int_M y\,dm}{M} = \frac{\int_V (\rho dV) y}{M} \end{aligned}}$$

esiste un asse di simmetria del corpo, lì si trova G :



MENTO di INERZIA



$I_O = m(\overline{PO})^2$ [kgm²]

SISTEMA DISCRETO

$$I_O = \sum_{i=1}^{n} m_i (\overline{P_i O})^2 = \sum_{i=1}^{n} m_i r_i^2$$

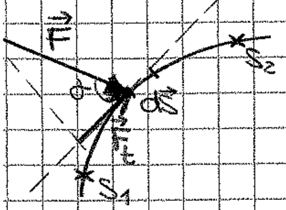
SISTEMA CONTINUO

$\rho = \dfrac{dm}{dV} = \text{cost}$

$$\boxed{I_O = \int_M r^2\,dm = \int_V r^2 [\rho dV]}$$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 25 di 130

[LAV]ORO di una FORZA



$$dL = \vec{F} \times d\vec{S} = F dS \cos\alpha = [F\cos\alpha] dS = F_t dS \begin{cases} >0 \text{ concordi} \\ <0 \text{ discordi} \end{cases}$$

$$\boxed{L = \int_{S_1}^{S_2} \vec{F} \times d\vec{S} = \int_{S_1}^{S_2} F_t \, dS \qquad L_c = \int_{\theta_1}^{\theta_2} M \, d\theta}$$

[J = Joule]

[PO]TENZA

$P = \dfrac{dL}{dt}$ [W = Watt] $\rightarrow = J/s$

$$\boxed{P_F = \frac{dL}{dt} = F_t \frac{dS}{dt} = F_t \cdot v \qquad P_C = \frac{dL_c}{dt} = M \frac{d\theta}{dt} = M \cdot \omega}$$

$$P_{tot} = F_t v + M\omega$$

[REN]DIMENTO

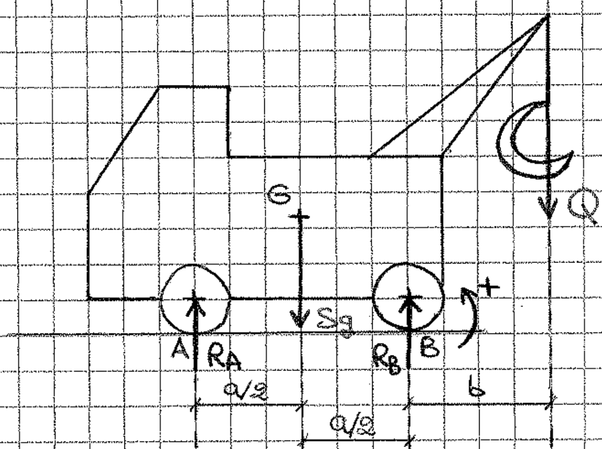
$$\text{entrante (motrice)} \xrightarrow{P_e} \boxed{\text{SISTEMA}} \xrightarrow{P_u} \text{uscente (utile)}$$

$\text{SISTEMA} \rightarrow P_{dissipata}$

$$\boxed{\eta = \frac{P_u}{P_e} \leq 1}$$

[ES]EMPIO ESERCITAZIONE 2, es. 3

[St]atica di un carro attrezzi



$\overset{+}{\rightarrow}$ $0=0$ equil. orizzontale

$+\uparrow$ $+R_A + R_B - S_g - Q = 0$ equil. verticale

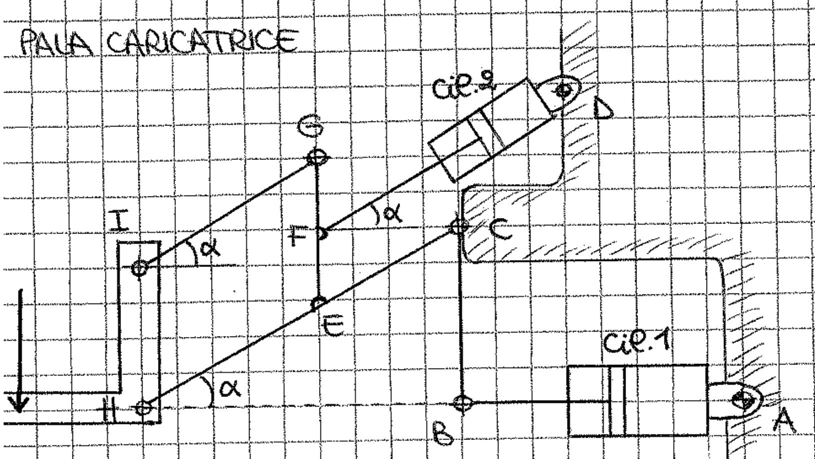
$\curvearrowright^{+}$ $+S_g \dfrac{a}{2} - R_A \cdot a - Q \cdot b = 0$ equil. alla rotazione

$$\begin{cases} Q = 4t \\ R_A = 4{,}59t \\ R_B = 19{,}41t \end{cases} \qquad \begin{cases} Q' = 6t \\ R'_A = 1{,}89t \neq 0 \text{ : no ribaltamento} \\ R'_B = 24{,}11t \end{cases}$$

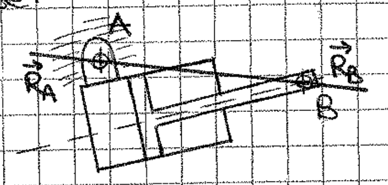
$$Q_{LIMITE} = S_g \cdot \frac{a}{2b} \qquad (\underline{R_A = 0})$$

20.03.13

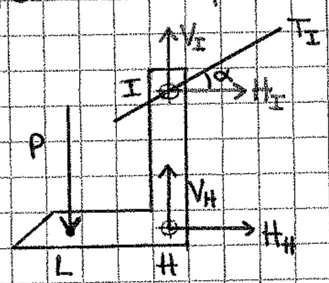
PALA CARICATRICE



cilindri sono sempre considerati ASTE SCARICHE; potrebbero non essere vincolati lungo l'asse:



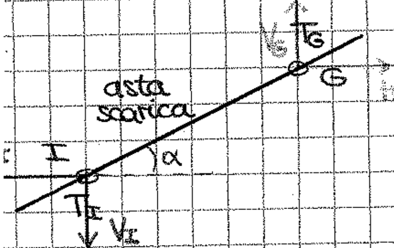
diagrammi di corpo libero:



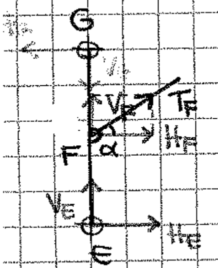
$$\begin{cases} \vec{i} \xrightarrow{+} & H_I + H_H = 0 \\ \vec{j} \; +\uparrow & V_I + V_H - P = 0 \\ H \; + \circlearrowleft & -H_I(\overline{HI}) + P(\overline{LH}) = 0 \\ & V_I = H_I \cdot tg\alpha \end{cases}$$

3 equazioni ma 4 incognite → cerco informazioni sui corpi collegati alla pala

$$\begin{cases} H_I = 26224\,N \\ V_I = 15140\,N \\ V_H = 44860\,N \\ H_H = -26224\,N \end{cases}$$

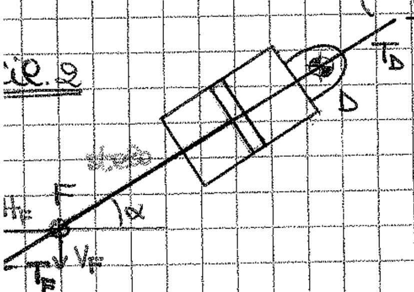


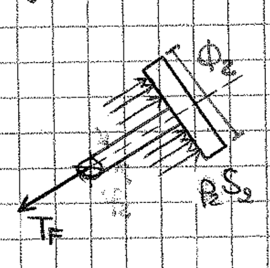
$$\begin{cases} \xrightarrow{+} & -H_I + H_G = 0 \\ +\uparrow & -V_I + V_G = 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} H_G = 26224\,N \\ V_G = 15140\,N \end{cases}$$



$$\begin{cases} \xrightarrow{+} & -H_G + H_F + H_E = 0 \\ +\uparrow & -V_G + V_F + V_E = 0 \\ E \circlearrowleft & H_G(\overline{EG}) - H_F(\overline{EF}) = 0 \\ & V_F = H_F \, tg\alpha \end{cases} \qquad \begin{cases} H_F = 52448\,N \\ V_F = 30280\,N \\ V_E = -15140\,N \\ H_E = -26224\,N \end{cases}$$

cil. 2





$$S_2 = \frac{\pi\left[\Phi_2^2 - \varphi_2^2\right]}{4}$$

$$T_F = p_2 S_2 = \sqrt{V_F^2 + H_F^2}$$

$$\rightarrow p_2 = \frac{T_F}{S_2} = 7139690{,}74\,Pa = 71{,}39\,bar$$

moto uniformemente accelerato: $x(t)=\cancel{x_0}+\cancel{v_0 t}+\frac{1}{2}\ddot{x}t^2 \;\to\; \boxed{x_{AB}=\frac{1}{2}\ddot{x}(t^*)^2}$

$v(t)=\cancel{v_0}+\ddot{x}t \;\to\; \boxed{v_B=\ddot{x}t^*}$

$t^*=\frac{v_B}{\ddot{x}}$, $x_{AB}=\frac{1}{2}\ddot{x}\left[\frac{v_B}{\ddot{x}}\right]^2=\frac{1}{2}\ddot{x}\frac{v_B^2}{\ddot{x}^2}=\frac{1}{2}\frac{v_B^2}{\ddot{x}} \Rightarrow \boxed{v_B=\sqrt{2x_{AB}\ddot{x}}}$

) $\overset{+}{\nearrow} x$ $\quad T_D-m_1\ddot{x}-m_1 g\sin\alpha=0$

) $\overset{+}{\nearrow} x$ $\quad T_E+T_N-T_D=0 \Rightarrow T_D=2T_E=2T_N$

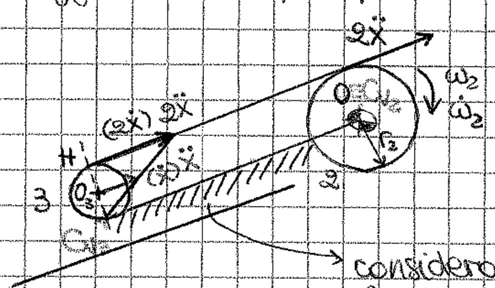
$O_3 \circlearrowleft^{+}$ $\quad T_N(\cancel{r_3})-T_E(\cancel{r_3})=0 \Rightarrow \boxed{T_N=T_E}$ vera quando
- ∄ $C_{esterne}$
- ∄ inerzie
- ∄ attriti e rigidezze della fune

!

) $O \circlearrowleft^{+}$ $\quad I_O\dot{\omega}_2+T_E r_2-F r_2=0$

o 3 incognite e solo 2 equazioni: devo trovare un'eq. che leghi $\dot{\omega}_2$ e $\ddot{x}$

omportamento puleggia-ramo di fune fissa:



considero come un piano su cui rotola la puleggia 3 (rotolamento puro)

$2\ddot{x}=r_2\dot{\omega}_2 \qquad \dot{\omega}_2=\frac{2\ddot{x}}{r_2}$

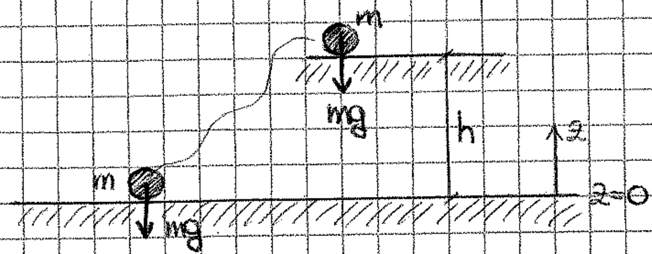
$T_D-m_1\ddot{x}-m_1 g\sin\alpha=0$

$I_O\left[\frac{2\ddot{x}}{r_2}\right]+\left(\frac{T_D}{2}\right)r_2-Fr_2=0 \qquad I_O=I_{G_2}=\frac{m_2 r_2^2}{2}$

$$\ddot{x}=\frac{2F-m_1 g\sin\alpha}{m_1+4\frac{I_O}{r_2^2}}=\frac{2F-m_1 g\sin\alpha}{m_1+4\left[\frac{m_2 r_2^2}{2}\right]\frac{1}{r_2^2}}=\ddot{x}=4{,}69\,m/s^2$$

$v_B=\sqrt{2x_{AB}\ddot{x}}=\boxed{4{,}33\,m/s}$

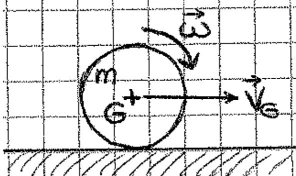
ORO della FORZA PESO



$$L_{F_{peso}} = -\int_0^h mg\,dz = -mgh$$

$$E_{p_g} = -L_{F_{peso}} = mgh$$

ERGIA CINETICA



$$E_c = \frac{1}{2} m v_G^2 + \frac{1}{2} I_G \omega^2$$

NCIPIO di CONSERVAZIONE dell'ENERGIA

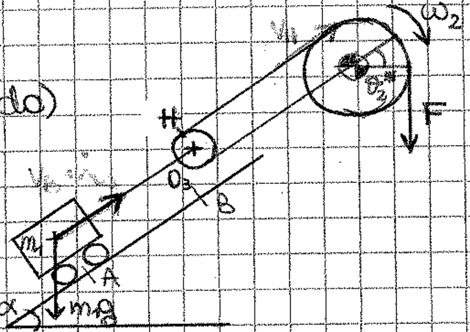
$$L_{F_{est}} + L_{F_{int}} = \Delta E_{cin} + \Delta E_{p_g} + \Delta E_{p_{el}}$$

attrito

no F peso (espressa in ΔE_{p_g})

no F inerzia (espressa in ΔE_{cin})

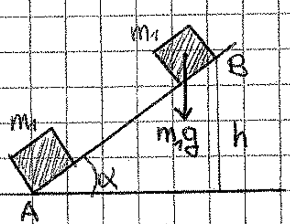
) (2° metodo)



$v_A = 0 \quad v_B = ?$

$AB = 2m$

est $\Rightarrow F \rightarrow L_{est} \Rightarrow F \cdot \theta_2^* \cdot r_2 \; (= M \cdot \theta_2^*)$



$h = AB \cdot \sin\alpha$

$$\Delta E_{p_g}: \begin{cases} E_{p_gA} = 0 \\ E_{p_gB} = m_1 g h \end{cases} \qquad \Delta E_{cin}: \begin{cases} E_{cin_A} = 0 \quad (v_A = 0) \\ E_{cin_B} = \frac{1}{2} m_1 v_B^2 + \underbrace{\frac{1}{2} I_o \omega_2^2}_{\text{rotaz } ②} \end{cases}$$

$$F \cdot \theta_2^* r_2 = \left(\frac{1}{2} m_1 v_B^2 + \frac{1}{2} I_o \omega_2^2\right) + (m_1 g h)$$

$$v_H = 2 \dot{x}_{O_3} = \omega_2 r_2 \quad , \quad \boxed{2(AB) = \theta_2^* \cdot r_2}$$

un sistema isolato si ha $\sum_{i=1}^{n} \vec{M}_{est_i} = 0 \Rightarrow \frac{d\vec{K}_G}{dt} = 0$

$\vec{K}_G = cost$: PRINCIPIO di CONSERVAZIONE del MOMENTO della Q. di MOTO

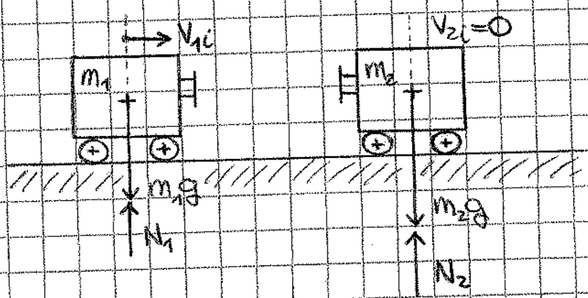
NA PRINCIPALE di INERZIA

na terna di simmetria dove lungo un asse si ha I_{MAX} e lungo l'altro I_{MIN}

tale terna è fissata nel baricentro, è una terna centrale di inerzia

la terna centrale di inerzia è $[\vec{\lambda}; \vec{\mu}; \vec{\nu}]$

$\Rightarrow \vec{K}_G = I_\lambda p \vec{\lambda} + I_\mu q \vec{\mu} + I_\nu r \vec{\nu}$ $\quad \begin{cases} p = \vec{\omega} \times \vec{\lambda} \\ q = \vec{\omega} \times \vec{\mu} \\ r = \vec{\omega} \times \vec{\nu} \end{cases}$

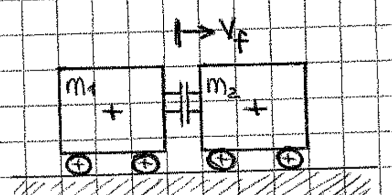


$\vec{F}_{est} = 0 \rightarrow \frac{d\vec{Q}}{dt} = 0 \Rightarrow$ CONSERVAZIONE q. di moto : $Q_i = Q_f$

$\left.\begin{array}{l} \vec{Q}_i = m_1 \vec{V}_{1i} \\ \vec{Q}_f = m_1 \vec{V}_{1f} + m_2 \vec{V}_{2f} \end{array}\right] \; Q_i = Q_f \Rightarrow m_1 V_{1i} = m_1 \underset{?}{V_{1f}} + m_2 \underset{?}{V_{2f}}$

URTO ELASTICO : i due carrelli all'istante finale sono separati

$E_{cin_i} = E_{cin_f} \rightarrow \frac{1}{2} m_1 V_{1i}^2 = \frac{1}{2} m_1 \underset{?}{V_{1f}^2} + \frac{1}{2} m_2 \underset{?}{V_{2f}^2}$: CONSERVAZIONE dell'energia (no dissipazione)



$\left.\begin{array}{l} \vec{Q}_i = m_1 \vec{V}_{1i} \\ \vec{Q}_f = (m_1 + m_2) \vec{V}_f \end{array}\right] \; Q_i = Q_f \Rightarrow m_1 V_{1i} = (m_1 + m_2) V_f \qquad V_f = \frac{m_1}{m_1 + m_2} V_{1i}$

URTO ANELASTICO, con dissipazione di energia:

$\Delta E_{cin} = E_{cin_f} - E_{cin_i} = \frac{1}{2}(m_1 + m_2) V_f^2 - \frac{1}{2} m_1 V_{1i}^2$

c) : principio di CONSERVAZIONE dell'ENERGIA

$$\underset{0}{\cancel{L_{est}}} + \underset{0}{\cancel{L_{int}}} = \Delta E_{cin} + \Delta E_{pg}$$

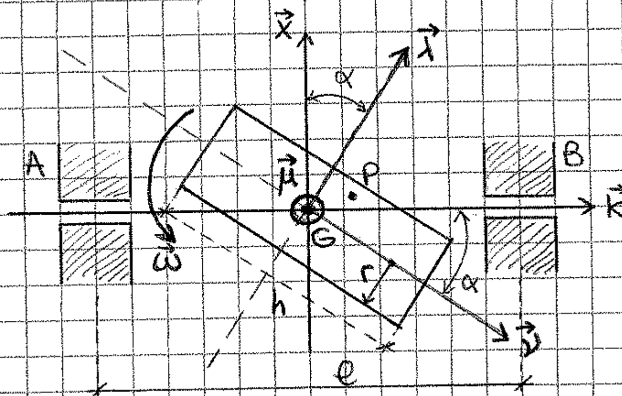
$$\Delta E_{cin} = \underbrace{\frac{1}{2}(m_1+m_2)\overset{0}{\cancel{V_c^2}}}_{c)} - \underbrace{\frac{1}{2}(m_1+m_2)V_f^2}_{b)}$$

$$\Delta E_{pg} = \underbrace{(m_1+m_2)gh}_{c)} - \underbrace{0}_{b)} = (m_1+m_2)gL(1-\cos\theta)$$

$$\frac{1}{2}\cancel{(m_1+m_2)}V_f^2 = \cancel{(m_1+m_2)}gL(1-\cos\theta) \qquad V_f = \sqrt{2gL(1-\cos\theta)} = \boxed{1,41\ m/s}$$

$$\rightarrow \boxed{V_i = 709,41\ m/s}$$

$$\Delta E_{cin} = \underbrace{\frac{1}{2}(m_1+m_2)V_f^2}_{b)} - \underbrace{\frac{1}{2}m_1 V_i^2}_{a)} = \boxed{15067,9\ J}$$



27.03.13

$\alpha = 1°$ costante

$\omega = \frac{2\pi n}{60} = 157,08$ rad/s (costante)

$\vec{F}_{inG}$; $\vec{M}_{inG} = ?$

$$m = \overbrace{[(\pi r^2)h]}^{V}\rho = 275,6\,kg$$

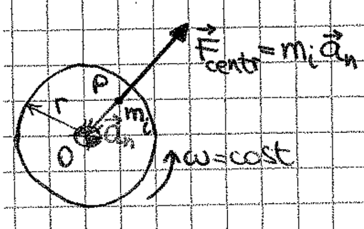
$\vec{F}_{inG}$: $\omega = cost$ $\quad \dot\omega = 0$

$\Downarrow$

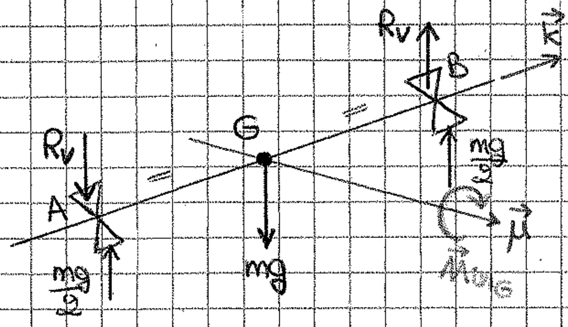
nasce l'accelerazione centripeta o normale $\vec{a}_n = -\omega^2(P-G)$

$\vec{a}_{tg} = \dot\omega \vec{k} \wedge (P-G) = 0$

$\Rightarrow$ esiste la FORZA di INERZIA CENTRIFUGA !



I rotori devono essere equilibrati alla forza centrifuga, altrimenti questa potrebbe vincere la forza di aggregazione e il sistema esploderebbe

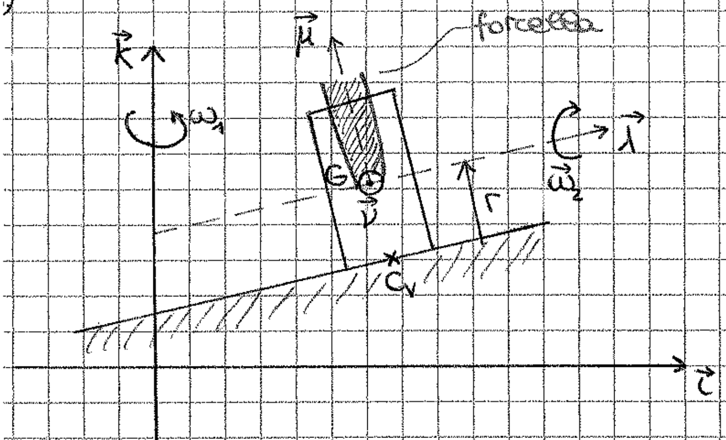


Nascono le reazioni vincolari R_V per contrastare la rotazione dovuta a $\vec{M}_{in_G}$: le due R_V formano una coppia

$$R_V = \frac{M_{in_G}}{\ell} = \frac{M_{in_G}}{AB} = 3014\,N$$

A: $-R_V + \frac{mg}{2} = \boxed{R_A = -1662N}$

B: $R_V + \frac{mg}{2} = \boxed{R_B = 4366N}$



$\vec{\omega}_{ass} = \vec{\omega}_{rel} + \vec{\omega}_{tR} = -\omega_2 \vec{\lambda} + \omega_1 \vec{k}$

$\frac{d\vec{K}_G}{dt} \rightarrow \frac{d\vec{\lambda}}{dt}; \frac{d\vec{\mu}}{dt}; \frac{d\vec{\nu}}{dt}$

$[\vec{\lambda}, \vec{\mu}, \vec{\nu}]$ in G $\Rightarrow$ riferita alla forcella $\rightarrow$ sistema facilitato che risente solo di ω_1

$\frac{d\vec{\lambda}}{dt} = \vec{\omega}_{ass} \wedge \vec{\lambda} = \vec{\omega}_1 \wedge \vec{\lambda}$

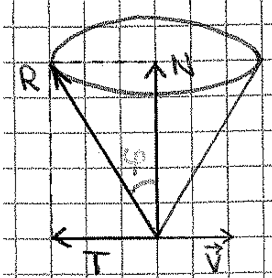
05.04.13

ATTRITO

1) attrito STATICO o di ADERENZA

2) attrito RADENTE o di STRISCIAMENTO (attrito al perno)

3) attrito VOLVENTE



$T = tg\varphi N \rightarrow \boxed{tg\varphi = f}$

$\varphi = \widehat{N;R}$ angolo di attrito di strisciamento

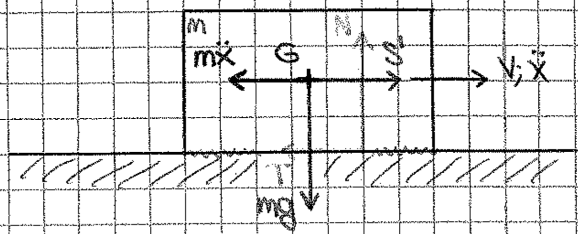
CONO di ATTRITO di STRISCIAMENTO (modello geometrico)

$T = fN$

$f = tg\varphi$

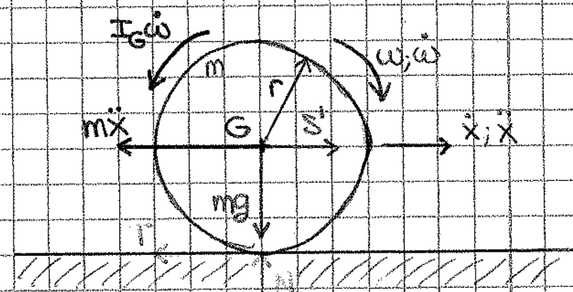
) $v \neq 0$ (strisc.) $\Rightarrow$ $v \neq cost$

S' azione motrice $\neq T \rightarrow$ azione resistente



se $v \neq cost \Rightarrow$ c'è $\ddot{x} \Rightarrow S' \neq T$ $\begin{cases} S' < T \rightarrow \ddot{x} < 0 \\ S' > T \rightarrow \ddot{x} > 0 \end{cases}$

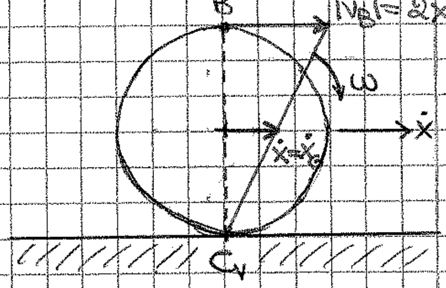
RUOTA CONDOTTA O TRASCINATA



$$\left.\begin{array}{l} \rightarrow\ S' - m\ddot{x} - T = 0 \\ \uparrow\ N - mg = 0 \\ )^{+}\ I_G\dot{\omega} - Tr = 0 \end{array}\right\} \text{3 eq, 4 incognite}$$

RUOTA
I) 1GdL se $\dot{x}$ e ω ($\ddot{x}$ e $\dot{\omega}$) sono legate $\Rightarrow$ PURO ROTOLAMENTO $\rightarrow$ ADERENZA
II) 2GdL se $\dot{x}$ e ω ($\ddot{x}$ e $\dot{\omega}$) sono indipendenti $\Rightarrow$ NO PURO ROTOL. $\rightarrow$ STRISCIAMENTO

I)



$\vec{\dot{x}}_G = \vec{\dot{x}}_{C_v} + \omega\vec{k} \wedge (G - C_v) \Rightarrow \dot{x}_G = \omega r$

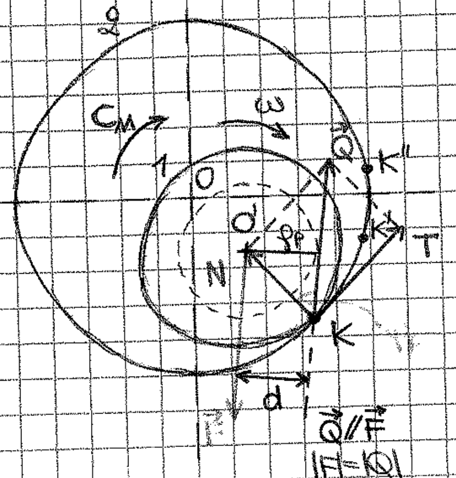
$\vec{\dot{x}}_B = \vec{\dot{x}}_{C_v} + \omega\vec{k} \wedge (B - C_v) \Rightarrow \dot{x}_B = \omega(2r)$

CONDIZIONE di PURO ROTOLAMENTO:

$\dot{x}_G = \dot{x} = \omega r \longrightarrow$ in G: $\ddot{x}_G = \ddot{x} = \dot{\omega} r$

$\Rightarrow 4^a$ eq.: $\begin{cases} \ddot{x} = \dot{\omega} r \text{ (in puro rotolamento)} \\ T \leq f_a N \end{cases}$

...ITO AL PERNO



1: perno
2: boccola

F = carico sul perno

$\rho_p = d$ = distanza di Q da O'

$\varphi_p = \arctan f_p \Rightarrow N\hat{;}Q$

f_p = coeff. di attrito al perno

$\vec{Q} // \vec{F} \Rightarrow \vec{Q}$ tg. al cerchio di attrito

...rimane alla distanza ρ_p da O' $\Rightarrow$ $\boxed{\rho_p = r_p \sin\varphi_p}$

... = O'K = raggio del perno

... è la reazione vincolare in O'

...ante la rotazione ω si genera una $\vec{Q}$ tg. al cerchio di attrito al perno di
...ggio ρ_p $\rightarrow$ ATTRITO NEI VINCOLI DI CERNIERA

...NDIZIONI di attrito al perno

... $\vec{Q}$ tg al cerchio di attrito

...) $\vec{Q}$ opposta a $\vec{\omega}$

...) $\vec{Q}$ deve rispettare l'equilibrio del perno $[\vec{Q} // \vec{F};\ |\vec{Q}| = |\vec{F}|]$

...OCEDIMENTO

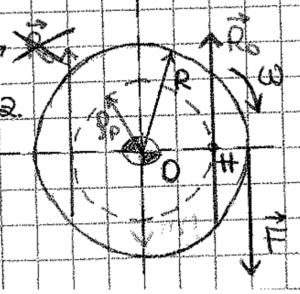
...) Separare le parti del sistema

2) Tracciare il cerchio di attrito sulla cerniera

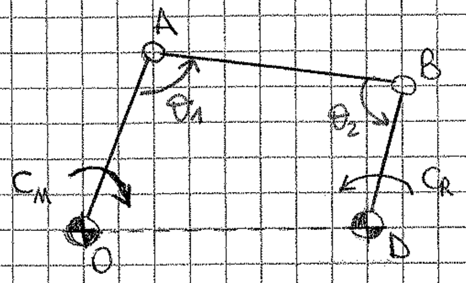
3) Stabilire D, V di $\vec{Q}$ in base alle 3 condizioni

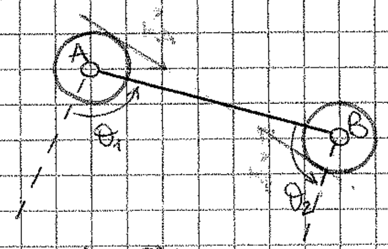
$\vec{Q}$ è la reazione vincolare nella cerniera e segue l'attrito al perno
L'attrito al perno non sposta da O' né peso né inerzie

...condiz. 2)

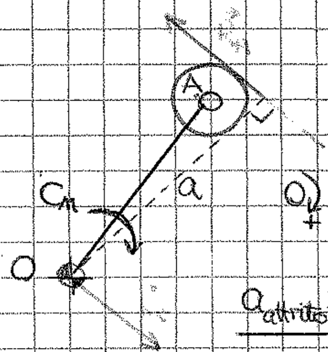


UADRILATERO ARTICOLATO con attrito in A e B





$|\vec{R}_A| = |\vec{R}_B|$

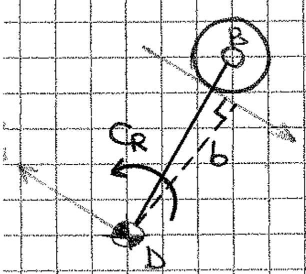


$\vec{R}_O // \vec{R}_A$

$|R_O| = |R_A|$

O) $C_M - R_A a = 0$

$a_{attrito} > a_{ideale}$!



$\vec{R}_B // \vec{R}_D$

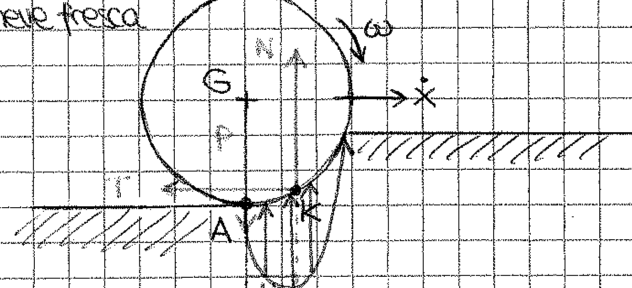
$|\vec{R}_B| = |\vec{R}_D|$

D) $C_R - R_B b = 0$

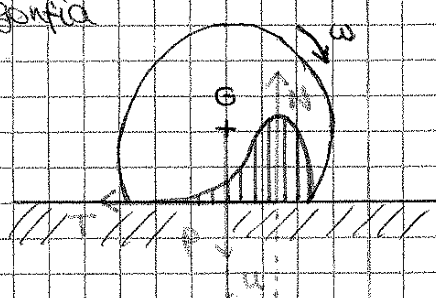
$b_{attrito} < b_{ideale}$!

) ATTRITO VOLVENTE (resistenza al rotolamento)

ruota su neve fresca



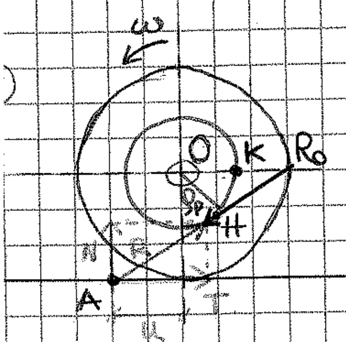
Es. ruota sgonfia



. si sposta nel senso del moto di u = parametro di attrito volvente

G) $Nu = Tr \Rightarrow T = \left(\frac{u}{r}\right)N = f_v N$

f_v: coeff di attrito volvente



Invece di considerare H come punto di contatto con il cerchio di attrito, approssimo e considero il punto K (sull'asse della cerniera)

$\rho_p = r_p \sin\varphi_p$, $\varphi_p = \arctan f_p$

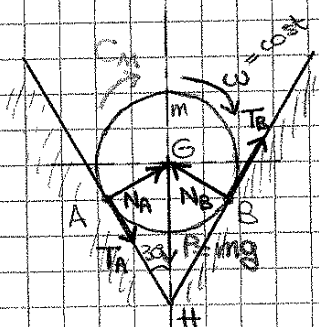
$\rho_p = 0{,}00294\,m$, $\varphi_p = 11{,}3°$

$N(u+\rho_p) = T\,r$ (4) $\left(r = \frac{d}{2}\right)$

$\tan\beta = \dfrac{(\ell-a)(u+\rho_p)}{r(a+u) - h(u+\rho_p)} = 0{,}0496 \rightarrow \boxed{\beta = 2{,}84°}$

$= Q\,\dfrac{a+u}{\cos\beta(\ell+u) + \sin\beta(h)} = \boxed{444{,}66\,N}$

10.04.13



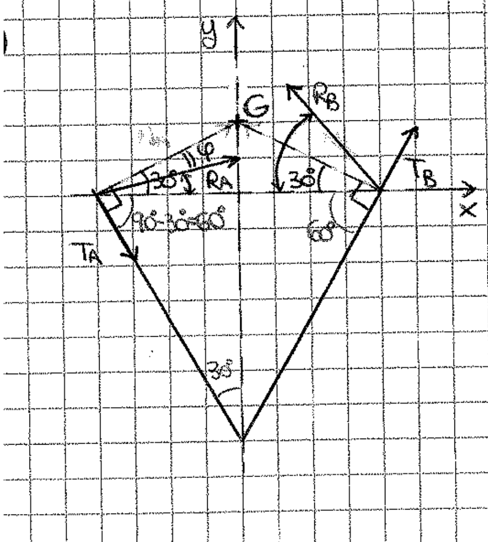
$d = 30\,mm$
$n = 100\ \frac{giri}{min}$
$\theta = 30°$
$m = 100\,kg$
$\rho_i = 0{,}2\,m$: raggio di inerzia

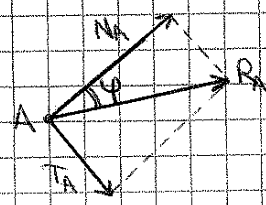
$\begin{cases} f = 0{,}25 \\ \varphi = 14° \end{cases}$

$\boxed{J_G = m\rho_i^2} = 4\,kg\,m^2$

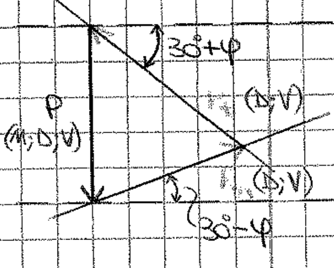
il rullo ruota → si genera strisciamento in A e B

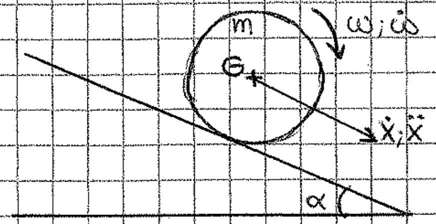
! $\left[\begin{matrix} N_A \neq N_B \\ T_A \neq T_B \end{matrix}\right.$ se $\omega = 0$: $N_A = N_B$ $(T=0)$ per simmetria $\Big]$





$\begin{cases} T = R\sin\varphi \\ N = R\cos\varphi \end{cases}$

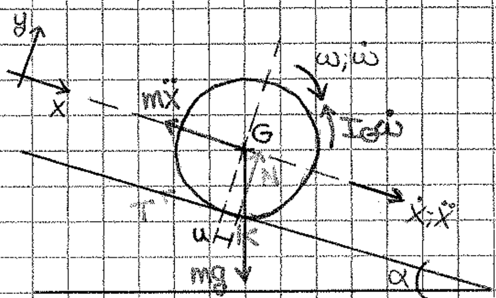




$d = 1m$
$m = 10000 kg$
$f_a = 0{,}20$
$f = 0{,}15$
$u = 2cm$
$s = 200m$

a) $\alpha = 10°$
b) $\alpha = 45°$

$I_G = \frac{mr^2}{2} = 1250 kg\,m^2$



$+\nearrow \quad N - mg\cos\alpha = 0 \quad (1)$

$\overset{+}{\searrow} \quad -m\ddot{x} + mg\sin\alpha - T = 0 \quad (2)$

$G\circlearrowright^{+} \quad I_G\dot{\omega} - Tr + Nu = 0 \quad (3)$

in K < puro rotol. (aderenza) → $\ddot{x} = r\dot{\omega}$, $T \leq f_a N$
striciamento → $T > f_a N \rightarrow T = fN$, $\ddot{x} \neq r\dot{\omega}$] (4) ?

$\alpha = 10°$

$\ddot{\theta} = 1{,}75 \, rad/s^2$
$N = 96.609{,}64 N$
$f_a N = 19.321{,}9 N$
$T = 8.284{,}88 N < f_a N \Rightarrow \exists$ puro rotolamento: $\ddot{x} = r\ddot{\theta} = 0{,}875 m/s^2$

$\alpha = 45°$

$\ddot{\theta} = 8{,}88 \, rad/s^2 \Rightarrow$ NO (ipotizzavo aderenza)
$N = 69.367{,}17 N$ ✓
$f_a N = 13.873{,}4 N$
$T = 24.967{,}17 N > f_a N \Rightarrow \begin{cases} T = fN \\ \ddot{x} \neq r\ddot{\theta} \end{cases}$
↳ preliminare, riferita all'ipotesi di aderenza
ricalcolo con $T = fN$:

$\ddot{\theta} = 3{,}05 \, rad/s^2$

$\ddot{x} = \frac{mg\sin\alpha - T}{m} = 5{,}89 m/s^2$

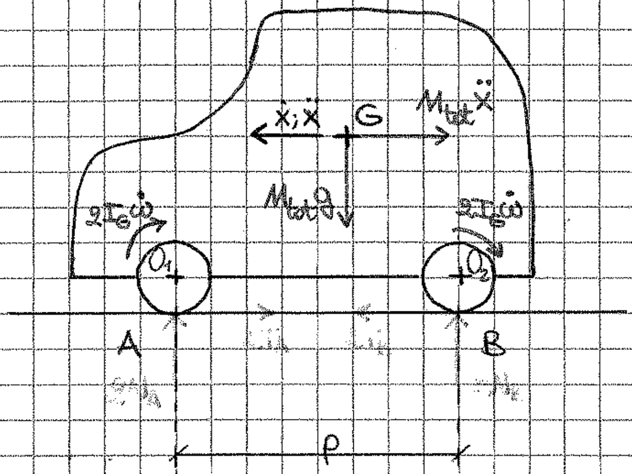
$T = fN = (0{,}15)(69.367{,}17 N)$

$x(t) = x_0 + \dot{x}_0 t + \frac{1}{2}\ddot{x}t^2 \qquad 200m = \frac{1}{2}\ddot{x}(t^*)^2 \qquad t^* <$ a) $\boxed{21{,}3 s}$ b) $\boxed{8{,}24 s}$

$\theta(t) = \frac{1}{2}\ddot{\theta}t^2 \qquad \theta = \frac{1}{2}\ddot{\theta}(t^*)^2$

$\frac{\theta}{2\pi} <$ a) $\boxed{63{,}68 \text{ giri}}$ b) $\boxed{16{,}48 \text{ giri}}$

ESERCITAZIONE 4, es. 5



$M_{tot} = 1360\,kg$
$P = M_{tot}\,g = 13341,6\,N$
$p = 2,3\,m$
$r = 0,325\,m$
$x_G = 1,30\,m$
$z_G = 0,72\,m$
$f = 0,2$
$f_a = 0,55$
$m_r = q = 10\,kg$
$\rho_i = 0,2\,m$

(Ruote motrici posteriori)

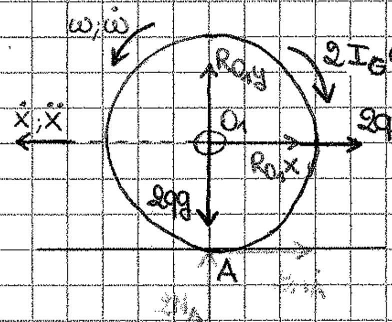
$C_{max} = ?$ $\ddot{x}_{max} = ?$

$R_A, R_B = ?$

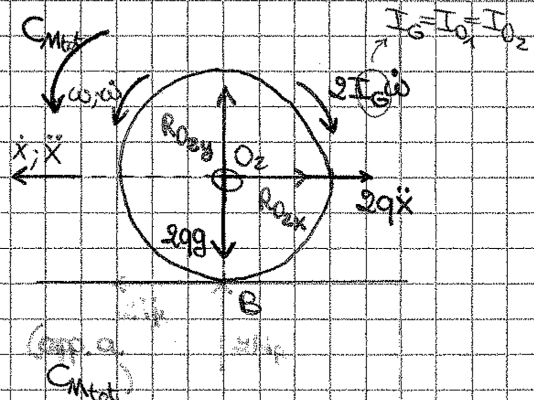
Chiedere $\ddot{x}_{max}$ significa cercare la condizione di aderenza limite.

$I_G = \rho_i^2\, q = 0,4\,kgm^2$ (ruota)

ASSALE ANTERIORE



ASSALE POSTERIORE



$O_1)^{+}$ $2I_G\dot{\omega} - 2T_A r = 0$ (1)

$O_2)^{+}$ $2I_G\dot{\omega} + (2T_B)r - C_{Mtot} = 0$ (2)

$\Rightarrow$ $T_B = f_a N_B$ (aderenza limite) (3)

$\Rightarrow$ $\ddot{x}_{max} = r\dot{\omega}_{max}$ (puro rotolamento) (4)

$+\uparrow$ $2N_A + 2N_B - M_{tot}\,g = 0$ (5)

$\overset{+}{\rightarrow}$ $2T_A - 2T_B + M_{tot}\ddot{x} = 0$ (6)

$A)^{+}$ $(-M_{tot}g)x_G - (M_{tot}\ddot{x}_{max})z_G + 2N_B p - 4I_G\dot{\omega} = 0$ (7)

$\ddot{x}_{max} = 3,66\,m/s^2$
$\dot{\omega}_{max} = 11,26\,rad/s^2$
$T_A = 13,86\,N$
$T_B = 2502,66\,N$
$N_B = 4550,29\,N$
$N_A = 2120,51\,N$
$C_{Mtot\,max} = 1635,73\,Nm$
$C_{Mmax\,ruota} = \dfrac{C_{Mtot\,max}}{2} = 817,868\,Nm$

$+\uparrow \quad -Q+R\cos(\alpha+\varphi)=0$

$\overset{+}{\rightarrow} \quad R_1-R\sin(\alpha+\varphi)=0$

$Q=R\cos(\alpha+\varphi)$

(1) $\begin{cases} +\uparrow \quad R_2-R\cos(\alpha+\varphi)=0 \\ \overset{+}{\rightarrow} \quad R\sin(\alpha+\varphi)-F=0 \end{cases}$

$F=R\sin(\alpha+\varphi)$

$\frac{\cancel{R}}{\cancel{R}}\,\frac{\sin(\alpha+\varphi)}{\cos(\alpha+\varphi)} \qquad F=\frac{C}{r}=Q\,tg(\alpha+\varphi) \rightarrow \boxed{C=rQ\,tg(\alpha+\varphi)}$

$=\frac{P_u}{P_e}=\frac{Qv}{C\omega} \qquad \eta=\frac{Qv}{Fv'}$

$v=v'\,tg\alpha$

$\boxed{\eta=\frac{Q}{F}\cdot\frac{v}{v'}=\frac{tg\alpha}{tg(\alpha+\varphi)}}$ → dipende dalla geometria (α) e dai materiali a contatto (φ)

CONTATTI ESTESI

pressione uniforme — ipotesi dell'usura ⊛

IPOTESI DELL'USURA: il volume di materiale asportato nell'unità di tempo per attrito è proporzionale al lavoro fatto dalle forze di attrito nella stessa unità di tempo

$\Rightarrow \quad dV=\left(\frac{dh}{dt}\right)dA=K\,\frac{dL_T}{dt}$

$\frac{dh}{dt}=\delta$ (spessore asportato) — K: cost. di proporzionalità

$dT=f\,dN=f(p\cdot dA)$

$\delta\cdot dA=K\left[dT\,\frac{ds}{dt}\right]$

$\delta\,\cancel{dA}=K\left[(f\,p\,\cancel{dA})\,v_{rel}\right]$

p: pressione di contatto

IPOTESI DELL'USURA/IPOTESI DI REYE: $\boxed{\delta=Kfpv_{rel}}$ $\boxed{dV=\delta\,dA=Kfp\,dA\,v_{rel}}$

FRENI

1) FRENO A PATTINO AD ACCOSTAMENTO RIGIDO (Hp. usura)

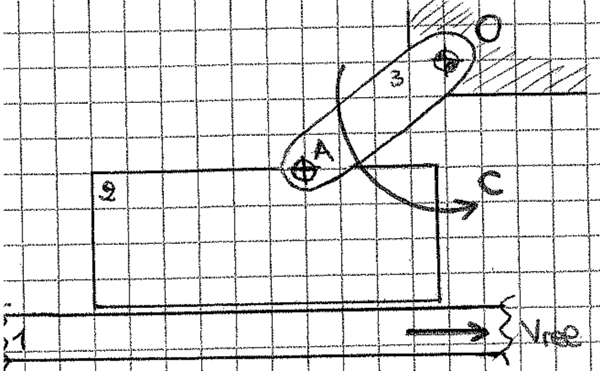
2) FRENO A PATTINO AD ACCOSTAMENTO LIBERO (Hp. usura)

3) FRENO A TAMBURO (O A CEPPO) AD ACCOSTAMENTO RIGIDO (NO Hp. usura)

4) FRENO A TAMBURO (O A CEPPO) AD ACCOSTAMENTO LIBERO (NO Hp. usura)

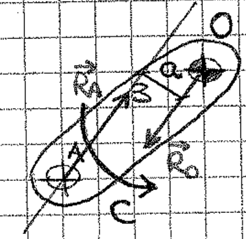
5) FRENO A DISCO: (Hp. usura)
- ad accostamento rigido
- ad accostamento semirigido
- ad accostamento libero

RENO A PATTINO AD ACCOSTAMENTO LIBERO → 2GdL



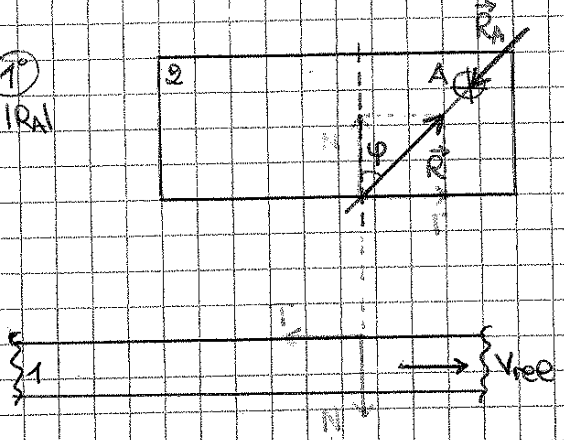
1: nastro
2: pattino
3: leva

2° no asta scarica



1°

$|R|=|R_A|$



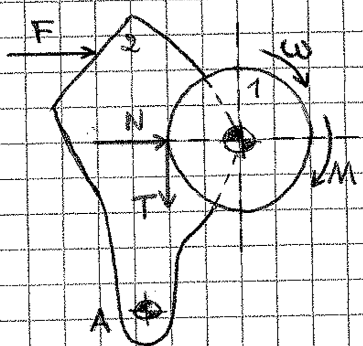
$|R|=|R_A|=|R_O|$ $\quad$ $O)^* \quad C-R_A a=0$

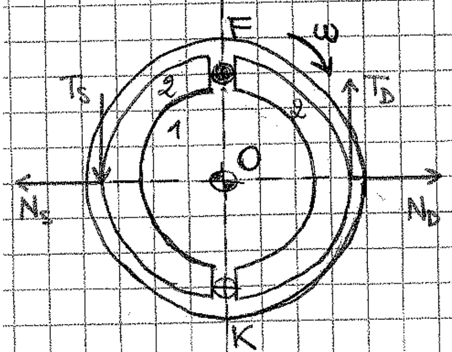
$$R=\frac{N}{\cos\varphi}=\frac{T}{\sin\varphi}$$

FRENO A TAMBURO AD ACCOSTAMENTO RIGIDO

1: tamburo
2: leva

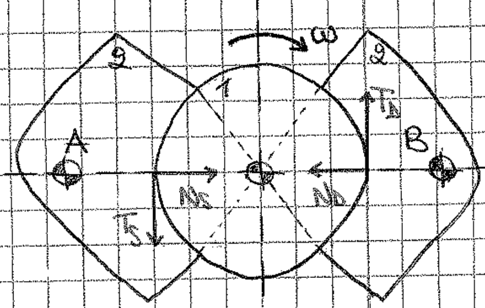
CEPPO ESTERNO





1: tamburo
2: ceppi

CEPPI INTERNI

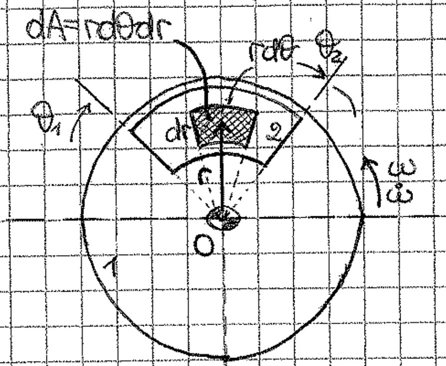


1: tamburi
2: ceppi

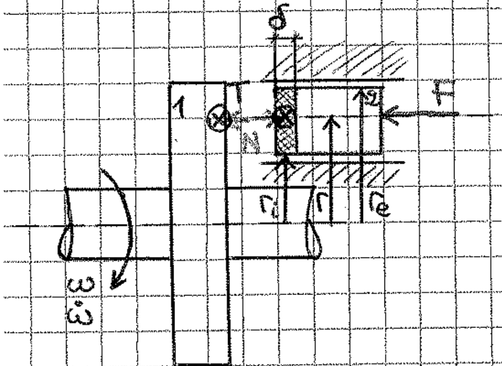
CEPPI ESTERNI

17.04.13

) FRENO A DISCO AD ACCOSTAMENTO RIGIDO



1: disco
2: pastiglia



δ = spessore di materiale asportato

Assumiamo δ = cost

Hp. usura: $dV = \delta \cdot dA = k(fp\,dA)\,v_{rel} \rightarrow \delta = kfp(\omega r)$ $\quad (r_i \le r \le r_e)$

cost — costante istante per istante!

$p = \dfrac{k'}{r}$ — p_{max} a r_i, p_{min} a r_e

$$F = N = \int_A p\,dA = \int_{r_i}^{r_e}\int_{\theta_1}^{\theta_2}\left[\frac{k'}{r}\right][r\,d\theta\,dr] \qquad \boxed{F = k'(r_e - r_i)(\theta_2 - \theta_1)}$$

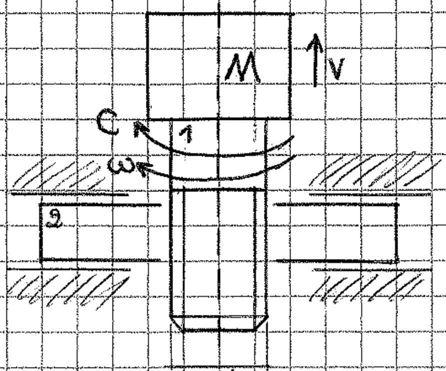
$$M_{fren} = \int_A (dT)\,r = \int_A (f\,dN)\,r = \int_A (fp\,dA)\,r = \int_{r_i}^{r_e}\int_{\theta_1}^{\theta_2}[fp\,r\,dr\,d\theta]\,r = \int_{\theta_1}^{\theta_2} d\theta \int_{r_i}^{r_e} f\frac{k'}{r} r^2\,dr =$$

$$= fk'\left[\frac{r_e^2 - r_i^2}{2}\right][\theta_2 - \theta_1] = fk'\left[\frac{r_e + r_i}{2}\right][r_e - r_i](\theta_2 - \theta_1) = f\,F\underbrace{\left(\frac{r_e + r_i}{2}\right)}_{\text{raggio medio}}$$

$$\boxed{M_{fren} = fF\left(\frac{r_e + r_i}{2}\right)}$$

ESERCITAZIONE 4

1)

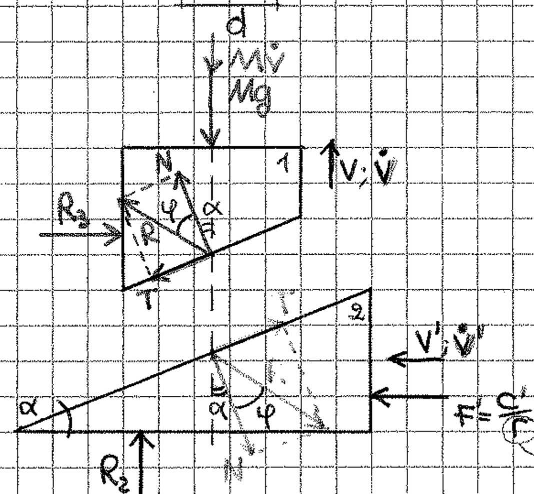


1: vite
2: madrevite

$M = 100\,kg$
$d = 30\,mm$
$\alpha = 3°$
$\begin{cases} f = 0{,}1 \\ \varphi = 5{,}7° \end{cases}$

?C ?$\dot{v}$ $C' = 5Nm > C$

2)



$$\begin{cases} +\uparrow & -Mg + R\cos(\alpha+\varphi) = 0 \rightarrow R = \frac{Mg}{\cos(\alpha+\varphi)} \\ \xrightarrow{+} & R_3 - R\sin(\alpha+\varphi) = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} +\uparrow & R_2 - R\cos(\alpha+\varphi) = 0 \\ \xrightarrow{+} & R\sin(\alpha+\varphi) = F = \frac{C}{r} \rightarrow C = Rr\sin(\alpha+\varphi) = Mgr\,tg(\alpha+\varphi) \end{cases}$$

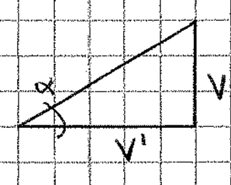
$F' = \frac{C'}{r}$, $r = \frac{d}{2}$

$\boxed{C = 2{,}25\,Nm}$

3) Aggiungere parti in verde

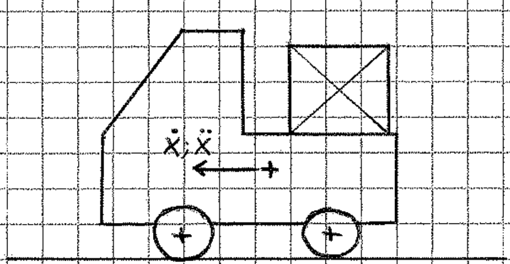
$$\begin{cases} +\uparrow & -Mg - M\dot{v} = R\cos(\alpha+\varphi) \\ \xrightarrow{+} & F' = \frac{C'}{r} = R\sin(\alpha+\varphi) \end{cases}$$

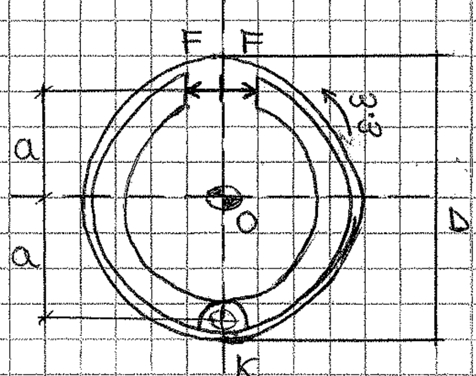
$$\dot{v} = \frac{\frac{C'}{r} - Mg\,tg(\alpha+\varphi)}{M\,tg(\alpha+\varphi)} = \boxed{11{,}95\,m/s^2}$$



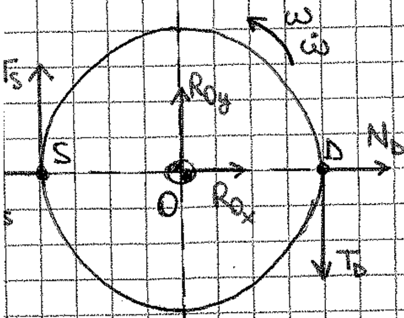
$$\eta = \frac{(Mg)v}{C\left(\frac{v'}{r}\right)} = \frac{Mgv}{F \cdot v'} \qquad v' = v\,tg\alpha \rightarrow \eta = \frac{tg\alpha}{tg(\alpha+\varphi)} = \boxed{0{,}34}$$

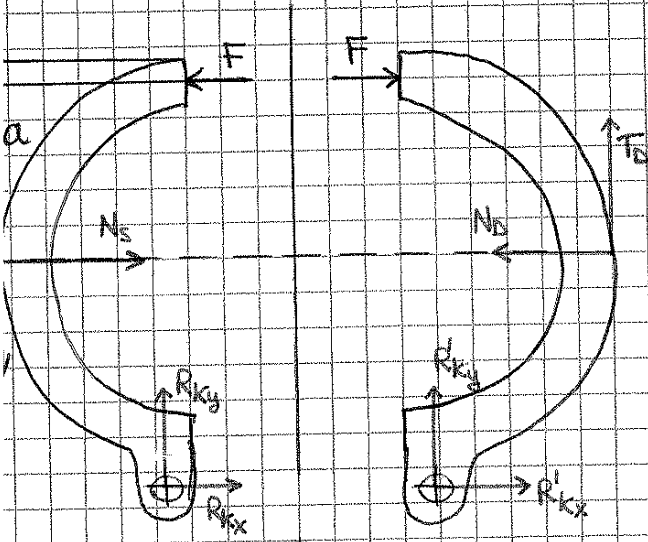
ESERCITAZIONE 5, es. 1





FRENI A TAMBURO AD ACCOST. RIGIDO a ceppi interni → NO Hp. usura





$$M_{fr} = (T_S + T_D)\,r$$

$$K')\quad F(2a) - N_S a + T_S r = 0$$

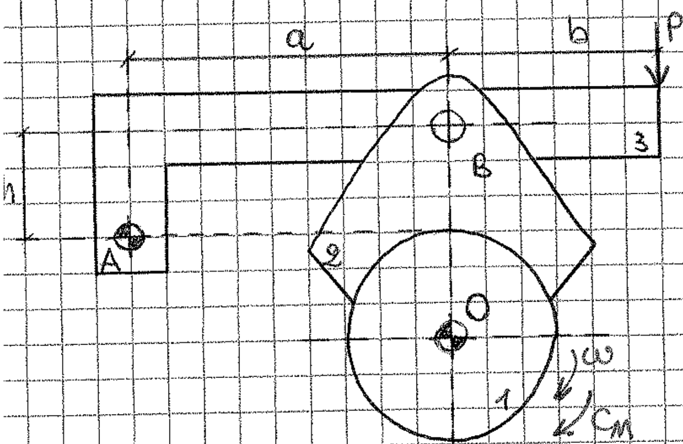
$$K'')\quad -F(2a) + T_D r + N_D a = 0$$

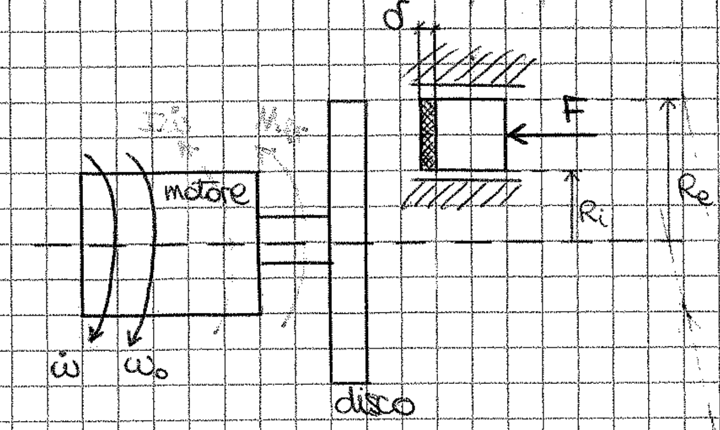
$$T_S = f N_S$$

$$T_D = f N_D$$

$$= F\,\frac{2af}{a - rf} \qquad T_D = F\,\frac{2af}{rf + a} \quad \Rightarrow \quad F = M_{fr}\,\frac{a^2 - r^2 f^2}{4a^2 f r} = \underline{6875\,N}$$

19.04.13





$n = 1500$ giri/min

$\omega_0 = \frac{2\pi n}{60} = 157{,}07$ rad/s

$t^* = 10$ s (tempo di frenata)

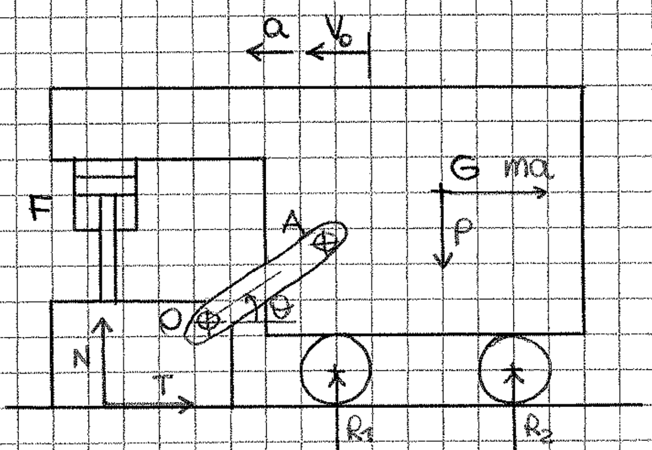
p. usura: $dV = \delta \cdot dA = k\underbrace{(dT)(\omega r)}_{\frac{dL_{Fattr}}{dt}}$ $\qquad \delta \cdot dA = k(fp\,dA)(\omega r)$ cost, cost. istante per istante

$\Rightarrow p = \frac{K'}{r}$

$M_{fr} = fF\frac{(R_e+R_i)}{2} = -I\dot{\omega}$ momento d'inerzia del disco: $I = m \cdot \rho_i^2 = 9\ kgm^2$

$0 = \omega_0 + \dot{\omega} t^* \qquad \dot{\omega} = -\frac{\omega_0}{t^*} = -15{,}7\ rad/s^2$

$M_{fr} = 141{,}37\ Nm \Rightarrow \boxed{F = 2692{,}79\ N}$



$V_0 = 60\ km/h \qquad a = -3\ m/s^2$

$f = 0{,}19 \qquad \varphi = 10{,}76°$

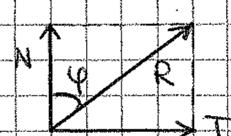
$m = 1500\ kg \qquad \theta = 30°$

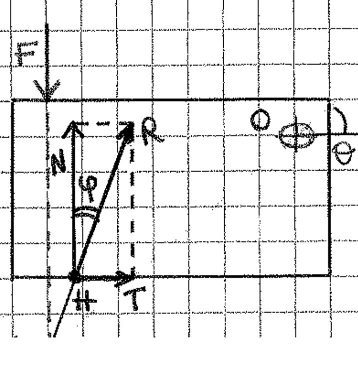
$v(t) = V_0 + at \rightarrow 0 = V_0 + at^* \qquad t^* = -\frac{V_0}{a} = \boxed{5{,}56\ s}$ tempo di frenata

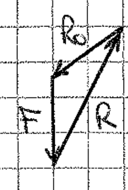
$x^*(t^*) = \underbrace{x_0}_{=0} + V_0 t^* + \frac{1}{2}at^{*2} = \boxed{46{,}31\ m}$

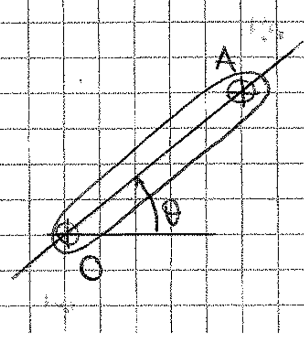
$\xrightarrow{T}$ $T + ma = 0 \qquad T = 4500\ N$

$N = \frac{T}{f} = 23684{,}21\ N \qquad R = \frac{N}{\cos\varphi} = 24108{,}08\ N$









$$F_T - \cancel{T} - dT + \cancel{T} = 0$$

$$F_N - T\frac{d\theta}{2} - \cancel{dT\frac{d\theta}{2}} - T\frac{d\theta}{2} = 0$$

$$F_T = f\,dF_N$$

$$= dT = f\,dF_N = f\,[T\,d\theta]$$

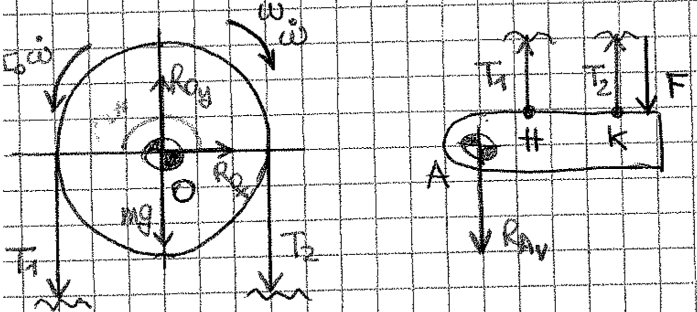
$$_N = 2T\frac{d\theta}{\cancel{2}}$$

$$T = fT\,d\theta$$

$$\int^{T_2} \frac{dT}{T} = \int_0^{\theta^*} f\,d\theta \qquad \ln\frac{T_2}{T_1} = f\theta^* \qquad \boxed{\frac{T_2}{T_1} = e^{f\theta^*}}$$

coeff. di attrito di strisciamento

: angolo di avvolgimento ≡ <u>angolo di strisciamento</u>



! <u>$T_1 > T_2$ (perchè T_1 è opposta a ω)</u>

$$(T_2 - T_1)\frac{d}{2} - I_O\dot{\omega} = 0$$

$$T_1 + T_2 - F - R_{AV} = 0 \qquad \frac{T_1}{T_2} = e^{f\theta^*}$$

M_f perchè sono le altre tensioni (T_1 e T_2) che generano il mom. frenante
sono equivalenti, ne metto una sola

<u>ESSIBILI</u>

CINGHIE < PIANA / TRAPEZIA / DENTATA

) FUNI

) CATENE

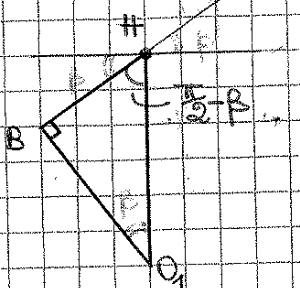
<u>NTAGGI</u>
- trasmettono con l'aderenza → INNESTI DI SICUREZZA
- trasmettono anche su grandi distanze
- smorzano le vibrazioni

<u>ANTAGGI</u>
- rapporto di trasmissione <u>non</u> costante
- capacità di carico limitata dall'aderenza

23.04.13

$= \pi - 2\beta$

$= \pi + 2\beta$



$= r_2$

$BO_1 = r_1$

$= CO_2 - CZ = r_2 - r_1$

$O_2 :\quad ZO_2 = O_1O_2 \sin\beta \Rightarrow r_2 - r_1 = a \sin\beta \qquad \beta = \arcsin\left[\frac{r_2 - r_1}{a}\right]$

interasse

dei FLESSIBILI CON $v \neq 0$

$\frac{-qv^2}{-qv^2} = e^{f\theta_1^*} \rightarrow \frac{T_2}{T_1} \simeq e^{f\theta_1^*}$ (approssimazione, in caso la massa non sia nota)

T_1

massa cinghia

velocità cinghia

θ_1^* = angolo di strisciamento sulla puleggia motrice [rad]

f per cinghia piana

$\frac{f}{\sin\gamma}$ per cinghia trapezia (γ: semiangolo di apertura)

$, \theta_{2ad}$: angoli di aderenza → trasmettono il moto

θ_2^* : angoli di strisciamento → nasce strisciamento e si genera una variazione di tensione nella cinghia ($T_1 \neq T_2$)

$= \theta_{1ad} + \theta_1^*$

$= \theta_{2ad} + \theta_2^*$

...istono due condizioni limite:

ADERENZA TOTALE $\Rightarrow \theta_{1av} = \theta_{1ad}$ (caso ideale)

STRISCIAMENTO TOTALE $\Rightarrow \theta_{1av} = \theta_1^*$, si ha perdita di trasmissione del moto (caso pericoloso)

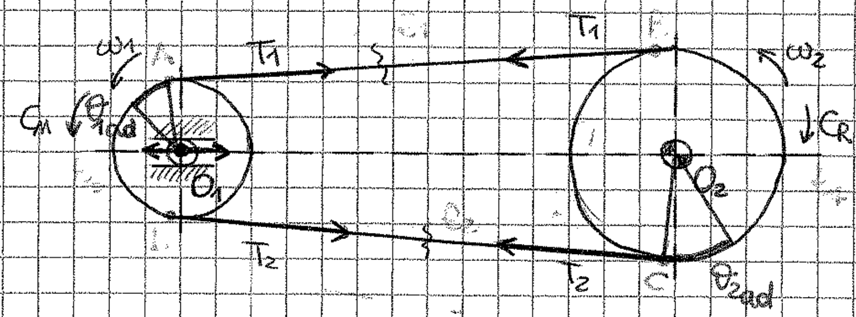
...NDIMENTO:

$= \frac{P_u}{P_e} = \frac{C_R \omega_2}{C_M \omega_1} = \frac{C_R}{C_M \cdot i}$ con $i = \frac{\omega_1}{\omega_2}$ rapporto di trasmissione

$i \simeq \frac{r_2}{r_1}$

...ormule approssimate, in realtà η e i dipendono dalla tensione della cinghia

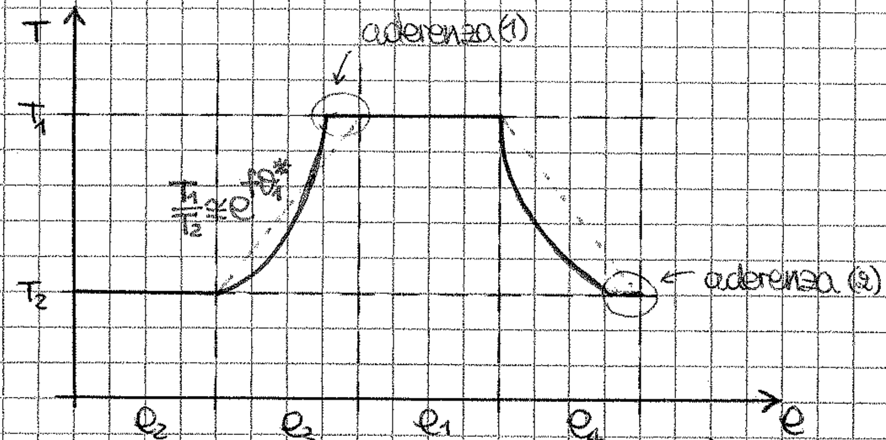
3) FORZAMENTO INIZIALE



$T_1 > T_2$

n O_1 c'è ad esempio un sistema vite-madrevite

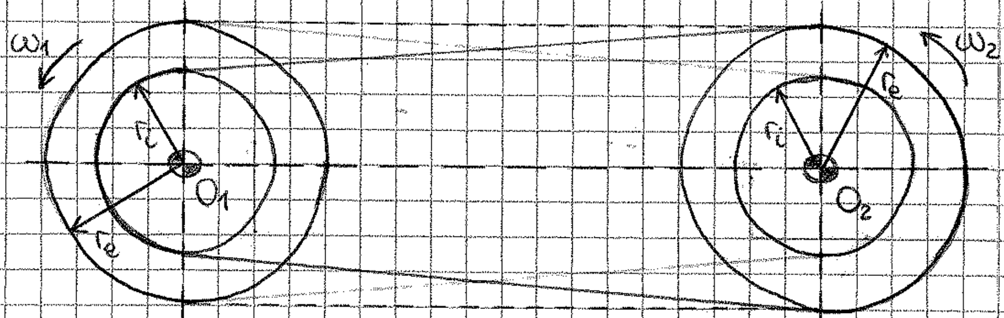
$AB = \ell_1$ $DC = \ell_2$
$BC = \ell_4$ $AD = \ell_3$



Ip. variazione lineare da T_2 a T_1 e da T_1 a T_2 $\Rightarrow$ $T_0 = \frac{T_1 + T_2}{2}$

T_0 = forzamento iniziale (fissato a cinghia ferma)

ARIATORE DI VELOCITÀ



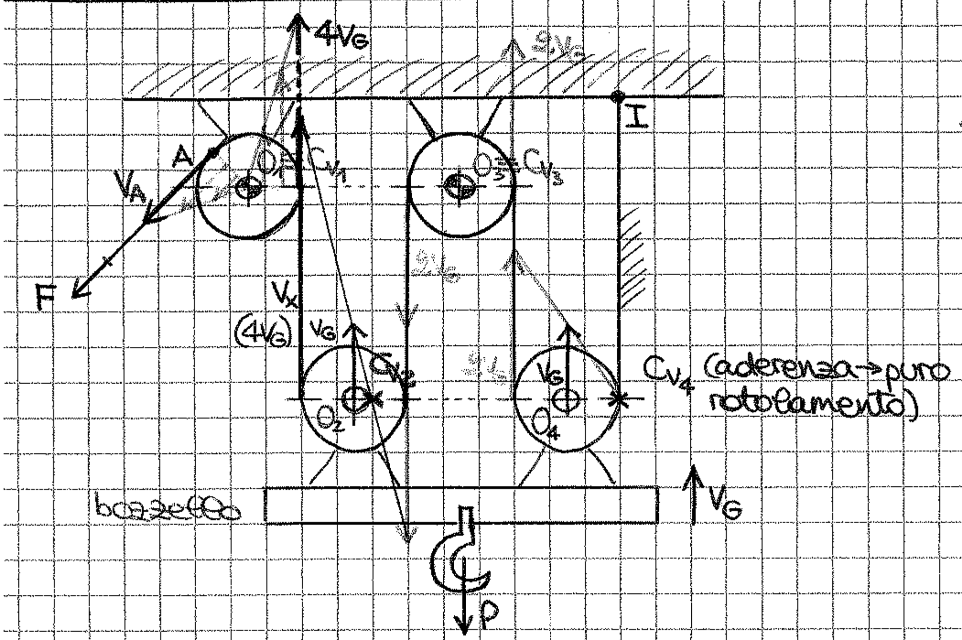
- $i = \frac{\omega_1}{\omega_2} \cong \frac{r_e}{r_i} > 1$

- $i = \frac{\omega_1}{\omega_2} \cong \frac{r_i}{r_e} < 1$

30.04.13

PARANCO DI SOLLEVAMENTO

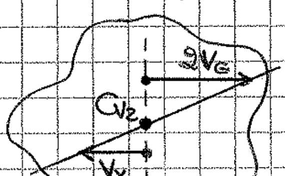
1,3: pulegge fisse
2,4: pulegge mobili

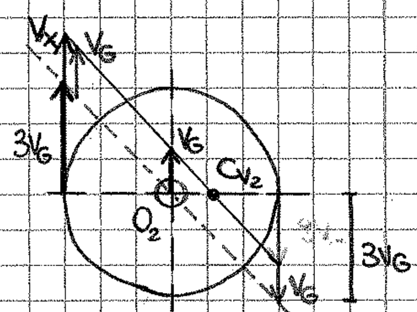


ANALISI CINEMATICA: $V_A \leftrightarrow V_G$?

Parto dalla pul. 4: considero la fune come un piano su cui scorre la puleggia; ipotizzo di avere aderenza

Pul. 2:





Traccio il triangolo delle velocità facendolo passare per O_2; riesco così a trovare V_x

$$V_x = 3V_G + V_G = 4V_G$$

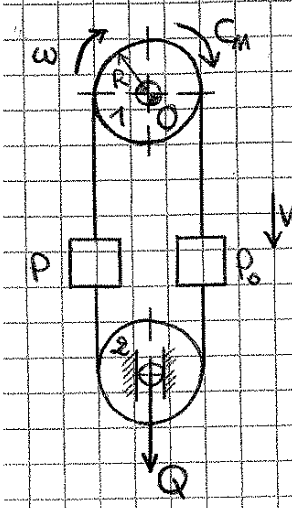
$\Rightarrow V_A = 4V_G$

In generale: $n = 4$ (n° di rami di fune applicati al bozzello)

$$\boxed{V_A = nV_G}$$

ERCITAZIONE 6

ASCENSORE



$e = 3mm$ $\quad f = 0,25$ $\quad V = 0,6 m/s$

$e_1 = 5mm$ $\quad m_P = 600kg$ $\quad \omega = cost$

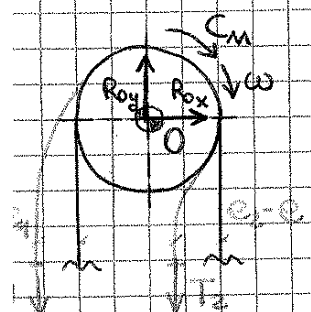
$e_2 = 7mm$ $\quad m_{P_0} = 300kg$

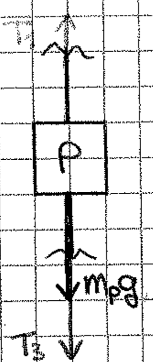
$R = 300mm$ $\quad m_Q = 1500kg$ $\quad C_M, \theta_1^* ?$

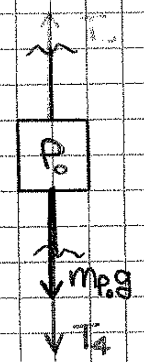
P_0 : contrappeso

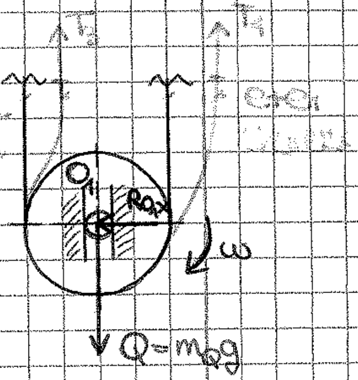
Q : TENDITORE

$V_{salita} = V_{discesa}$ perchè la fune è inestendibile









$+ \quad C_M + T_2(R-(e_2-e)) - T_1(R+e+e_1) = 0$

$T_1 = m_P g + T_3$

$T_2 = m_{P_0} g + T_4$

$T_3 + T_4 - Q = 0$

$T_4(R+e+e_1) - T_3(R-(e_2-e)) = 0$

$\omega R \rightarrow \omega = 2 rad/s$ vale perchè supponiamo l'aderenza fune-puleggia

$= 13389,6N$

$= 10154,3N$

$= 7503,6N$

$_4 = 7211,3N$

$_M = 118,32Nm$ $\rightarrow$ $P_M = C_M \omega = 236,6W$

trovare θ_1^*, scrivo l'equazione dei flessibili riferita sempre alla pul. motrice:

$\frac{T_1 - qv^2}{T_2 - qv^2} = e^{f\theta_1^*}$ $\quad \frac{T_1}{T_2} = e^{f\theta_1^*} \rightarrow \underline{\theta_1^* = 1,1 rad}$

massa del flessibile (trascurata)

$R_H + R_K = (m + m_c + m_p)g + m_p\ddot{x}$ → $\boxed{R_H = 967{,}78N}$

$R_H L - mg(L-b) - m_c g b - m_p(g+\ddot{x})\left(b - \frac{d_t}{2}\right) + I_{O_1}\dot{\omega}_1 + I_{O_2}\dot{\omega}_2 = 0$ $\boxed{R_K = 5906{,}18N}$

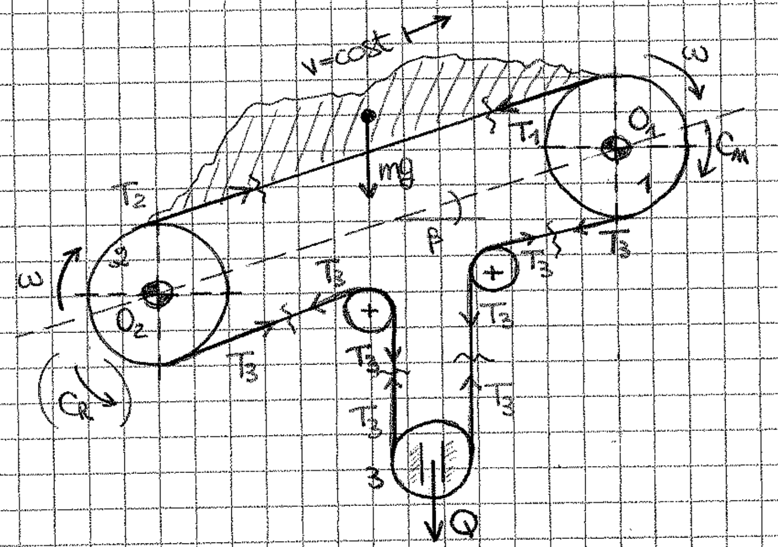
ei flessibili $\begin{cases} \frac{T_1}{T_2} = e^{f'\theta_1^*} \\ (T_1 - T_2) = 4762N \end{cases}$ $f' = \frac{f}{\sin\gamma}$ perchè cinghia trapezia

$= \frac{\theta_{1avv}}{2}$

$= \pi - 2\beta = 2{,}72\,rad$, $\beta = \arcsin\left(\frac{R_2 - R_1}{i}\right) = 12{,}02°$ → $\theta_1^* = 1{,}36\,rad$

$= 7322N$ → $T_0 = \frac{T_1 + T_2}{2} = \boxed{4941N}$
$= 2560N$

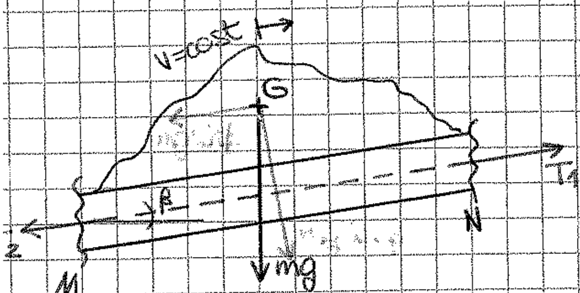
03.05.13



$m/L = 20kg/m$
$\theta_1 = 200° = 3{,}49\,rad$
$f = 0{,}4$
$v = 1{,}5m/s$
$d = 0{,}6m$
$L = O_1O_2 = 20m$
$\beta = 12°$
$C_R = 0$ → no perdita dissipativa

P_M, Q_{min}?

sioni uguali solo se ∄: attrito al perno
inerzie
C_{est}
e_2, e_1 (rigidezza della fune)] !

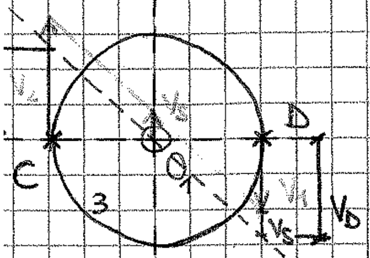


$m = \left(\frac{m}{L}\right)L = 20\frac{kg}{m} \cdot 20m = 400kg$

Il carico produce una variazione di tensione

$\eta = \frac{P_u}{P_m} \cong 1$ → $P_u \cong P_m$
perchè non c'è dissipazione

$P_u = (mg\sin\beta)v = \underline{1223{,}77(W) \cong P_m}$



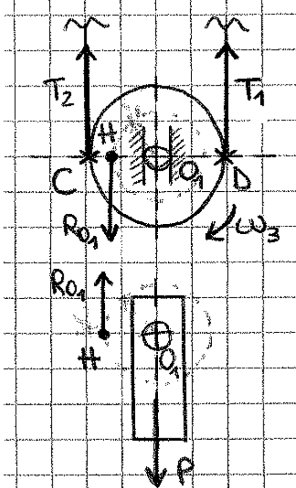
Distribuzione simmetrica di velocità → $V_C = V_D$

$V_C = V_2 - V_s$, $V_D = V_1 + V_s$

→ $V_2 - V_s = V_1 + V_s$ $\qquad V_s = \frac{V_2 - V_1}{2} = \boxed{0{,}0785\, m/s}$

quilibri

! Dalla sbarretta posso capire il verso di R_{O_1}, ma solo dalla puleggia capisco se è a destra o sinistra

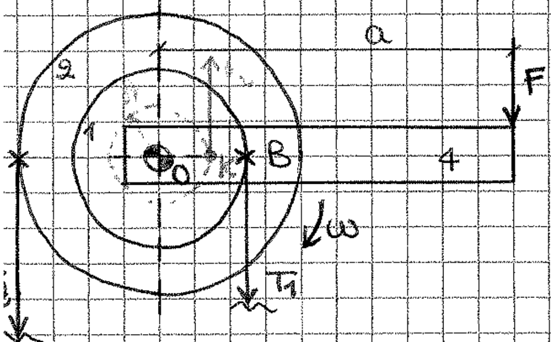


$\rho_p = r_p \sin\varphi = 0{,}00796 m$

$T_1 \neq T_2$ perchè c'è attrito al perno!

$+\uparrow \; R_{O_1} = P$

$$\begin{cases} +\uparrow \; T_2 + T_1 - R_{O_1} = 0 \\ H) \; T_1\left(\frac{d_3}{2} + \rho_p\right) - T_2\left(\frac{d_3}{2} - \rho_p\right) = 0 \end{cases} \qquad \begin{matrix} T_1 = 2365N \\ T_2 = 2539{,}26N \end{matrix}$$

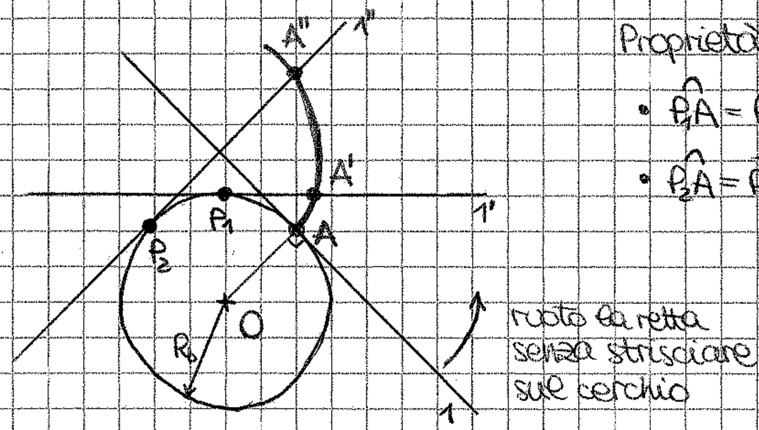


$K) \; -F(a - \rho_p) + T_2\left(\frac{D}{2} + \rho_p\right) - T_1\left(\frac{d}{2} - \rho_p\right) = 0$

$\boxed{F = 407{,}93N}$

$\eta = \frac{P_u}{P_e} = \frac{P \cdot V_s}{\underbrace{(F \cdot a)}_{C_M}\omega} \cong \boxed{0{,}6}$

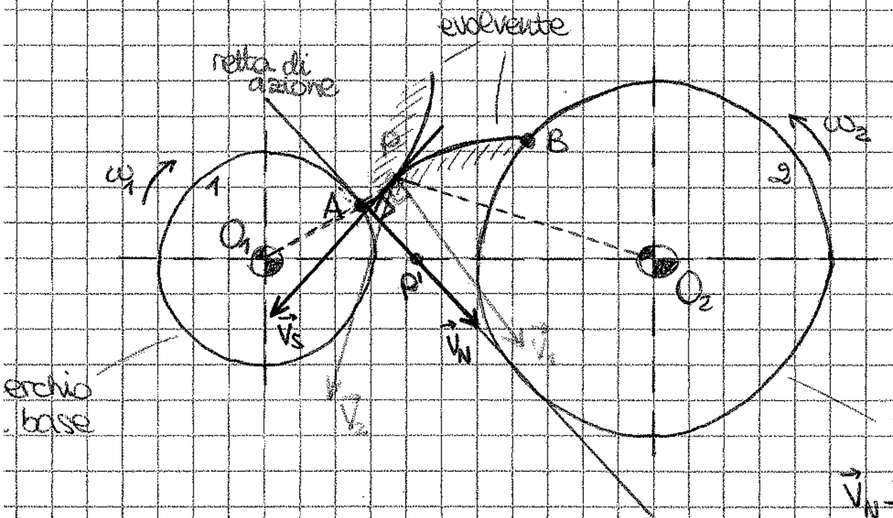
COSTRUZIONE DELL'EVOLVENTE DI CERCHIO



Proprietà:

- $\widehat{P_1A} = \overline{P_1A'}$
- $\widehat{P_2A} = \overline{P_2A''}$

Da un punto di vista cinematico, i profili ad evolvente di cerchio sono PROFILI CONIUGATI → presentano strisciamento



la tg al cerchio di base è ⊥ al profilo del dente

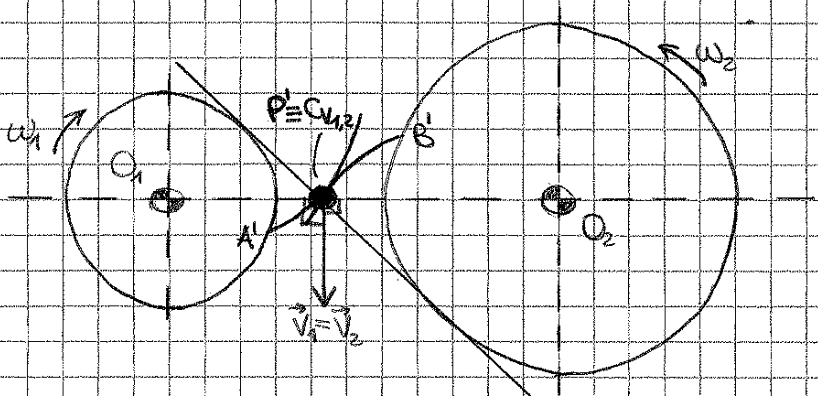
$\vec{V}_1 \perp \overline{PO_1}$

$\vec{V}_2 \perp \overline{PO_2}$

$\vec{V}_N$: componente di vel. ⊥ ai profili

$\vec{V}_S$: vel di strisciamento tra i profili

$\vec{V}_N \perp$ profili ⇒ deve essere uguale sulle due ruote



$C_{v1,2}$: centro di istantanea rotazione nel moto relativo tra le due ruote

$V_1 = V_2 = \omega_1 r_1 = \omega_2 r_2$

$\vec{V}_{strisciamento} = \vec{V}_1 - \vec{V}_2 \rightarrow 0$

I cerchi di base sono di costruzione dell'evolvente di cerchio e sono tg alla retta di azione

I cerchi primitivi sono tg in C_{V12} ; rotolano senza strisciare

: ANGOLO DI PRESSIONE
: circonferenza di troncatura esterna
: " " " interna

$= \text{modulo} = \frac{p}{\pi}$ [mm]

= passo (sulla circonferenza primitiva)

$z_1 = 2\pi r_1$ $\begin{cases} z_1 = \text{n° denti ruota 1} \\ r_1 = \text{raggio primitivo} \end{cases}$ $pz_2 = 2\pi r_2$ $\boxed{pz = 2\pi r}$

$_{12} \Rightarrow$ puro rotolamento $\Rightarrow v_1 = v_2 = \omega_1 r_1 = \omega_2 r_2$

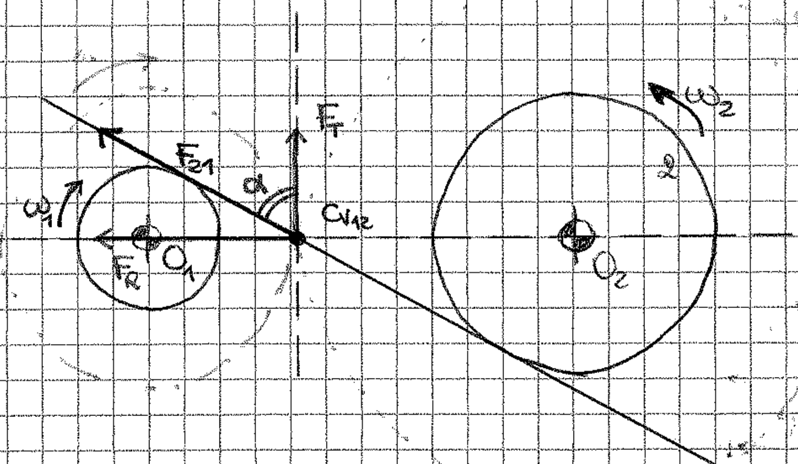
$= \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{r_2}{r_1} = \frac{z_2}{z_1}$

$= \frac{p}{\pi} = \frac{2\pi r}{z\pi} = \frac{2r}{z}$ $\boxed{m = \frac{p}{\pi} = \frac{2r}{z}}$ modulo importante per il dimensionamento del dente

= addendum [mm] = m

= dedendum [mm] = 1,25m $d > a$ per evitare che il dente dell'altra ruota si pianti nel vano e crei interferenza

$\boxed{r_{b1} = r_1 \cdot \cos\alpha}$

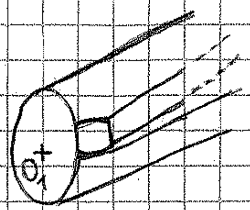


F_{21}: forza complessivamente scambiata tra i denti

F_T: componente tg ai cerchi primitivi $\rightarrow$ $\boxed{F_T = F_{21}\cos\alpha = \frac{C_m}{r_1}}$

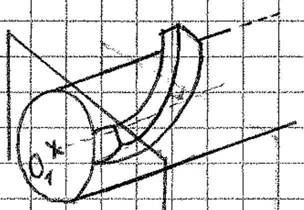
F_R: componente radiale $\rightarrow$ $\boxed{F_R = F_{21} \cdot \sin\alpha}$

Ruota cilindrica a denti diritti



Dente // all'asse

Ruota cil. a denti elicoidali



piano frontale

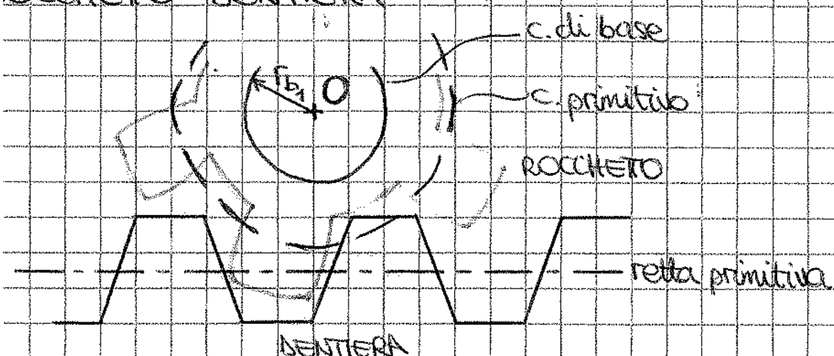
Vantaggi: elimina rumorosità, ingrana meglio

- piano frontale ⊥ asse → m, α
- piano normale ⊥ dente → m_n, α_n

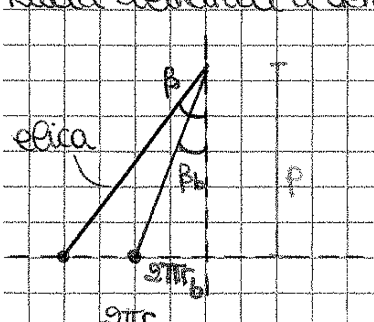
Il dimensionamento del dente viene fatto rispetto al piano normale

08.05.13

ROCCHETTO - DENTIERA



Ruota cilindrica a denti elicoidali



p = passo

β = angolo di inclinazione dell'elica sul cilindro primitivo

r = raggio primitivo

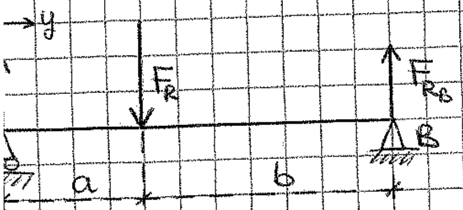
β_b = angolo di inclinazione dell'elica sul cilindro di base

r_b = raggio di base

$$p = \frac{2\pi r}{tg\beta} = \frac{2\pi r_b}{tg\beta_b} = \frac{2\pi \overbrace{r\cos\alpha}^{r_b}}{tg\beta_b}$$

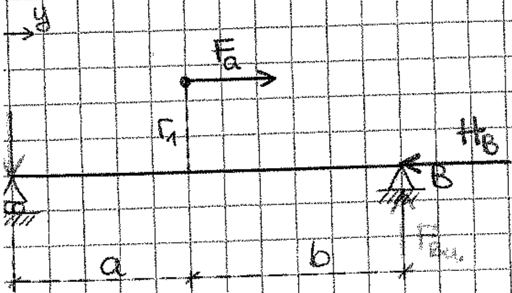
α: angolo di pressione

$$\boxed{tg\,\beta_b = tg\beta \cdot \cos\alpha}$$



$F_{RB} = F_R \frac{a}{a+b}$ componenti radiali

$F_{RA} = F_R \frac{b}{a+b}$



H_B: reazione assiale a F_a

F_a, H_B creano una coppia bilanciata dalla coppia radiale F_{Aa}, F_{Ba}

$F_a r_1 - F_{Ba}(a+b) = 0$

$-F_{Aa}(a+b) + F_a r_1 = 0$

$F_{Ba} = F_a \frac{r_1}{a+b}$

$F_{Aa} = F_a \frac{r_1}{a+b}$

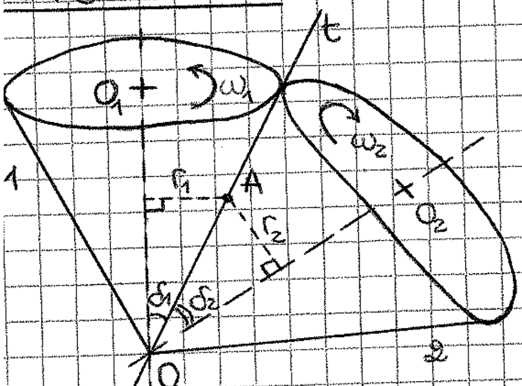
$H_B = F_a$

10.05.13

...ME:

- esercizio numerico
- meccanismo da mettere in equilibrio (regole grafiche)
- domanda di teoria

...OTE CONICHE



- coni primitivi (1,2)
- t = asse di ist. rotazione nel moto relativo $\rightarrow \omega_1 r_1 = \omega_2 r_2$
- r_1, r_2 = raggi primitivi
- δ_1, δ_2 = semiangoli di apertura dei coni primitivi

$\overline{OA} = \frac{r_1}{\sin\delta_1} = \frac{r_2}{\sin\delta_2}$

Rapp. di trasmissione: $i = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{r_2}{r_1} = \frac{z_2}{z_1} = \frac{\sin\delta_2}{\sin\delta_1}$

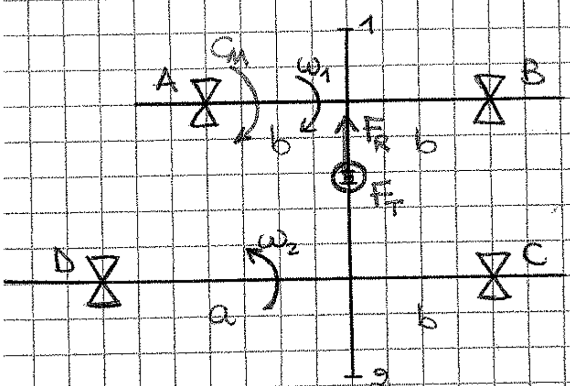
$r_2 = i r_1 = \boxed{175mm}$

$z_2 = i \cdot z_1 = 17,5 \Rightarrow \boxed{18}$ approssimo all'intero superiore!

$a = r_1 + r_2 = \boxed{275mm}$

$O_1 \curvearrowright_+ \quad C_M = F_{21} \cdot r_1 = \frac{\omega_1}{\omega_1}$ $\qquad C_M = 29Nm,\ \boxed{F_{21} = 309N}$

$= \frac{P_u}{P_e} = \frac{C_R \omega_2}{C_M \omega_1} = \frac{C_R}{C_M \cdot i} \cong 1 \rightarrow C_R = \eta i C_M = 50,75Nm$



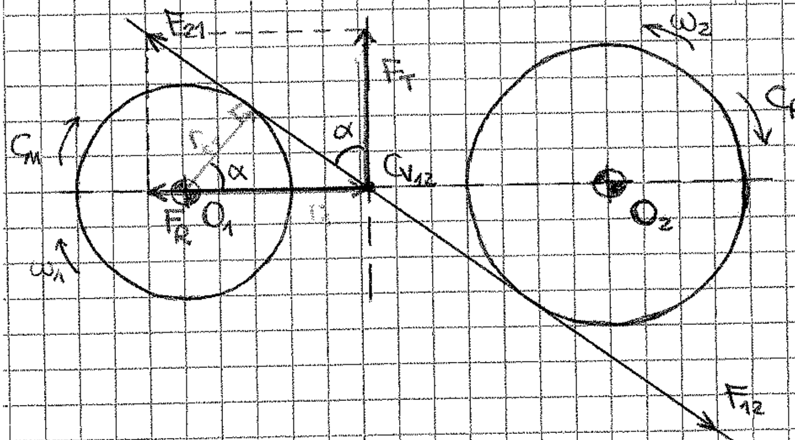
$C_M = 30Nm$ $\qquad a = 100mm$
$\eta = 1$ $\qquad b = 50mm$
$z_1 = 13$ $\qquad \omega_1 = 20rad/s$
$i = \frac{\omega_1}{\omega_2} = 3$
$m = 4mm$
$\alpha = 20°$

$z_2, r_1, r_2, C_R, F_{12}, R_C, R_D$?

$= \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{z_2}{z_1} = 3 \rightarrow z_2 = i \cdot z_1 = \boxed{39}$

$m = \frac{2r_1}{z_1} = \frac{2r_2}{z_2} \rightarrow r_1 = \boxed{26mm},\ r_2 = \boxed{78mm}$

$= \frac{C_R}{C_M i} \rightarrow \boxed{C_R = 90Nm}$



$F_{21} = \frac{C_M}{r_{b1}} = \frac{C_M}{r_1 \cos\alpha} = 1227,89N$

$F_T = F_{21} \cos\alpha = 1153,84N$

$F_R = F_{21} \sin\alpha = 419,96N$

$C \begin{cases} F_{TC} = 769,22N = F_T \left(\frac{a}{a+b}\right) \\ F_{TD} = 384,61N = F_T \left(\frac{b}{a+b}\right) \end{cases} D$

$C \begin{cases} F_{RC} = 279,97N = F_R \left(\frac{a}{a+b}\right) \\ F_{RD} = 139,98N = F_R \left(\frac{b}{a+b}\right) \end{cases} D$

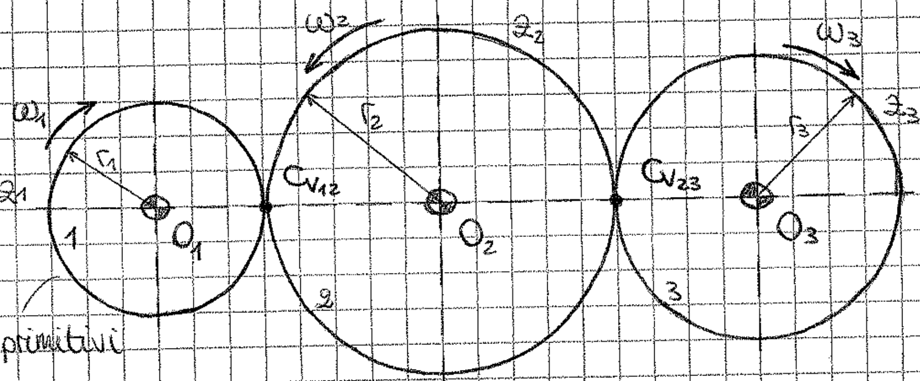
...TISMI: più di due ruote in presa

14.05.13

- ...rotismi ordinari
- ...rotismi epicicloidali

...TISMI ORDINARI

...DL → le ruote ruotano tutte SOLO intorno al proprio albero



...OTE ESTERNE → inversione di velocità

...opo: avere ω_1 e ω_3 concordi → si aggiunge la ruota 2 ("RUOTA OZIOSA")

...pporto di trasmissione: $\boxed{i_{1,3} = \frac{\omega_1}{\omega_3} = i_{1,2} \cdot i_{2,3}} = \left(\frac{\omega_1}{\cancel{\omega_2}}\right) \cdot \left(\frac{\cancel{\omega_2}}{\omega_3}\right)$

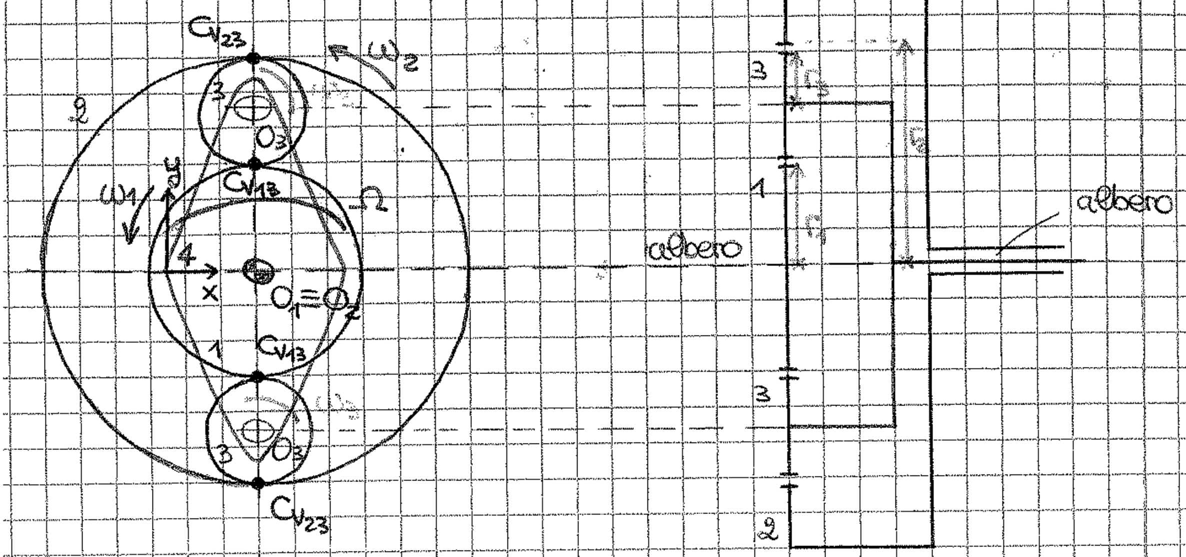
$i_{1,3} = \left(-\frac{r_2}{r_1}\right)\left(-\frac{r_3}{r_2}\right) = \left(-\frac{z_2}{z_1}\right)\left(-\frac{z_3}{z_2}\right)$

$\boxed{i_{1,3} = \frac{\omega_1}{\omega_3} = \frac{r_3}{r_1} = \frac{z_3}{z_1}} > 0 \Rightarrow \omega_1, \omega_3$ concordi

...questo caso devo ...plicitare il segno! →
- "−" : RUOTE ESTERNE (ω_1 e ω_2, ω_2 e ω_3 discordi)
- "+" : RUOTE INTERNE (ω concordi)

$i =$
- $\frac{\omega_1}{\omega_2} \rightarrow$
  - senza segno
  - il segno è contato solo nel valore numerico
- $\frac{r_2}{r_1} = \frac{z_2}{z_1} \rightarrow$ devo usare il segno "−" o "+" nell'espressione letterale

OTISMO EPICICLOIDALE



NOTE:

1 = solare
2 = corona
3 = satelliti o planetari
4 = portatreno o portasatelliti (non è una ruota, è un braccio legato ai satelliti, cioè alle ruote 3)
↳ solo nei rotismi epicicloidali!

) Per stabilire se il rotismo è epicicloidale, cerco il portatreno

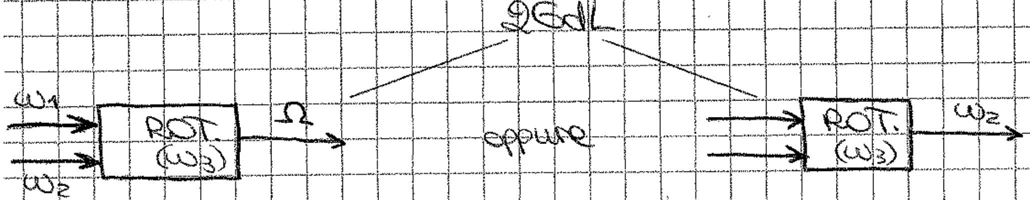
) Identifico le ruote (solare, satelliti, corona)

NZIONAMENTO:

OT. ORDINARIO → ha ruote solo a 1GdL (rotazione solo intorno al loro albero)

OT. EPICICLOIDALE → ha anche ruote a 2GdL (satelliti)

ruotano intorno al proprio centro — ruotano intorno all'asse del rotismo

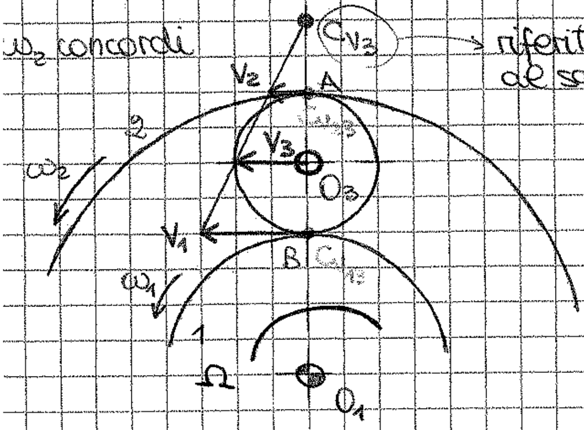


- Senza fare calcoli, non posso stabilire a priori il segno di ω_3 e Ω
- ω_3 non si vede dall'esterno: l'uso dei satelliti serve per avere 2GdL, cioè due velocità in ingresso

...lcolo di Ω tramite un procedimento cinematico sul satellite 3

...ω_2 concordi

C_{v_3} → riferito solo al satellite!



$V_1 = \omega_1 r_1$

$V_2 = \omega_2 r_2$

$AO_3 = O_3B = r_3$

$$V_3 = \frac{V_1+V_2}{2} = \frac{\omega_1 r_1 + \omega_2 r_2}{2}$$

→ media aritmetica di V_1 e V_2

...petto a O_1 ho: $V_3 = \Omega(r_1 + r_3)$

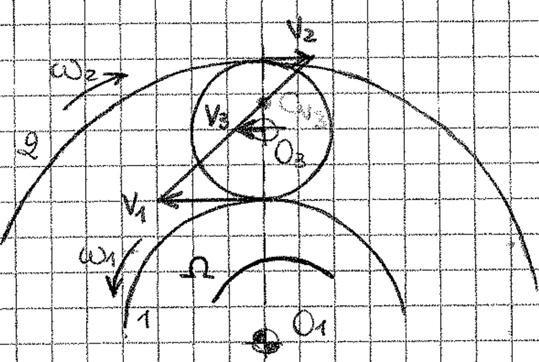
$$r_2 = 2r_3 + r_1 \rightarrow r_3 = \frac{r_2 - r_1}{2}$$

$$\rightarrow V_3 = \Omega\left[r_1 + \frac{r_2-r_1}{2}\right] = \Omega\left[\frac{2r_1 + r_2 - r_1}{2}\right] = \Omega\left(\frac{r_1+r_2}{2}\right)$$

$$= \frac{V_1+V_2}{2} = \frac{\omega_1 r_1 + \omega_2 r_2}{2} = \Omega\left[\frac{r_1+r_2}{2}\right] \rightarrow \Omega = \frac{\omega_1 r_1 + \omega_2 r_2}{r_1 + r_2} = \frac{\omega_1 z_1 + \omega_2 z_2}{z_1 + z_2}$$

$r \propto z$

...ω_1, ω_2 discordi



Ottengo un'altra espressione per Ω...

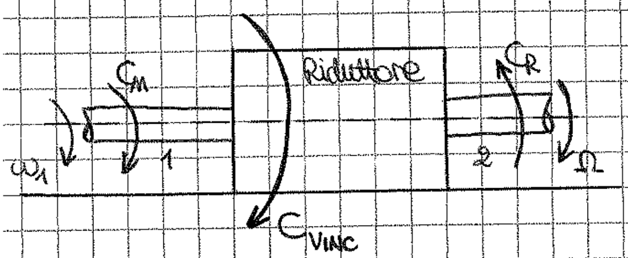
$\frac{R}{2\cos\alpha}$

$\left[\cancel{2}r_1 \cancel{\cos\alpha}\,\frac{R}{\cancel{2}\cancel{\cos\alpha}}\right] i$

$= 2(r_1+r_3)R = 2\left[r_1+\frac{r_2-r_1}{2}\right]R = \cancel{2}\,\frac{r_1+r_2}{\cancel{2}}\,R$

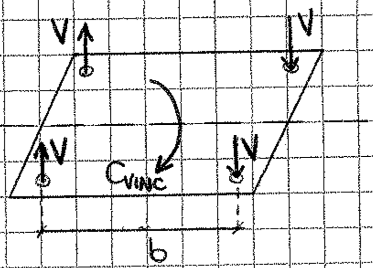
$r_2 = r_1 + 2r_3$

$r_3 = \frac{r_2-r_1}{2}$



C_{VINC}: coppia di reazione vincolare sul telaio

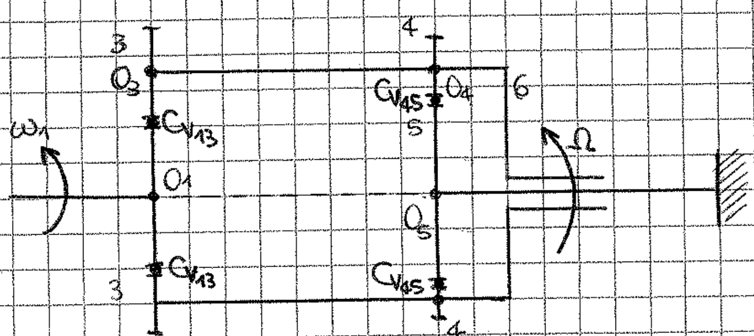
$C_{VINC} = C_M + C_R$



$C_{VINC} = 2Vb$

...DUTTORE EPICICLOIDALE MULTIPLO

...evato i, con minimo ingombro



1,5: solari
3,4: satelliti
6: portatreno

1,3 } ruote esterne
4,5 }

$\omega_5 = 0$

$\omega_3 = \omega_4$ altrimenti l'albero va in torsione

$i_{RID} = \frac{\omega_1}{\Omega}$

$i_{15} = i_{Rotismo} = \left(\frac{\omega_1-\Omega}{\cancel{\omega_3-\Omega}}\right)\left(\frac{\cancel{\omega_3-\Omega}}{\omega_5-\Omega}\right) = \left(-\frac{z_3}{z_1}\right)\left(-\frac{z_5}{z_4}\right)$

$\omega_5 = 0$

$r_1+r_3 = r_4+r_5 \rightarrow z_1+z_3 = z_4+z_5$

IONI TRASMESSE:

$\Omega = \frac{\omega_1+\omega_2}{2}$ vel. del portatreno

$C_1+C_2+C=0$ equilibrio delle coppie

$C_1\omega_1+C_2\omega_2+C\Omega=0$ equil. delle potenze

→ coppia di reazione sul telaio (portatreno)

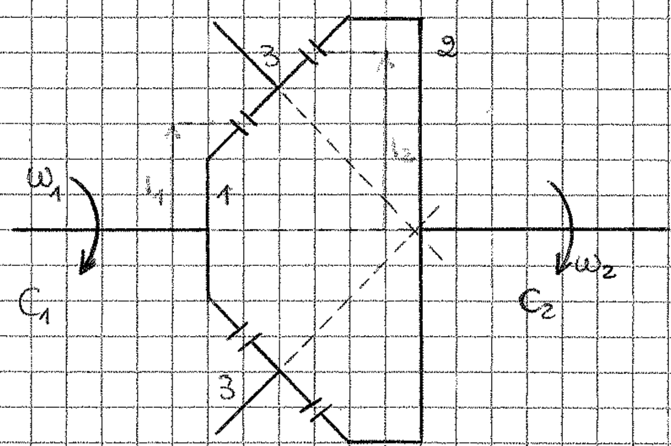
$C=-C_1-C_2$

$C\Omega=-C_1\omega_1-C_2\omega_2$ → $(-C_1-C_2)\Omega=-C_1\omega_1-C_2\omega_2$

$-C_1\frac{\omega_1+\omega_2}{2}-C_2\frac{\omega_1+\omega_2}{2}=-C_1\omega_1-C_2\omega_2$ $C_1(\cancel{\omega_1}-\omega_2)=C_2(\cancel{\omega_1}-\omega_2)$

$\boxed{C_1=C_2=C/2}$: PARTITORE di COPPIA

FFERENZIALE ASIMMETRICO



$r_1\neq r_2 \to z_1\neq z_2$
$\to \omega_1\neq\omega_2$
$\to C_1\neq C_2$

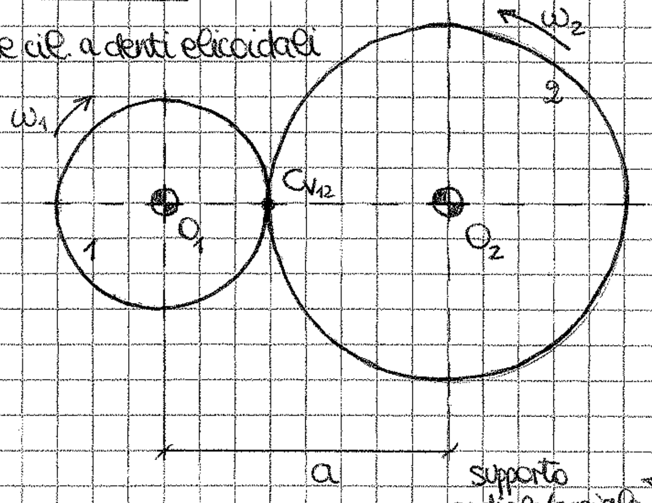
$\Omega=\frac{\omega_1 z_1+\omega_2 z_2}{z_1+z_2}$

$\frac{C_1}{C_2}=\frac{z_1}{z_2}=\frac{r_1}{r_2}$

17.05.13

ERCITAZIONE 7

) Ruote cil. a denti elicoidali



$\alpha_n=20°$
$m_n=2{,}75mm$
$i=\omega_1/\omega_2=2$
⊛ $\beta\cong 12°$
$P_n=1CV=735W$
$\omega_1=720\cdot\frac{2\pi}{60}=75{,}4 rad/s^2$
$a=155mm=O_1O_2$
$L=76mm$

z_1, z_2, Fesatta, Reaz, F scambiata?