



Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino

Appunti universitari

Tesi di laurea

Cartoleria e cancelleria

Stampa file e fotocopie

Print on demand

Rilegature

NUMERO: 666

DATA: 07/10/2013

A P P U N T I

STUDENTE: Gotta

MATERIA: Geofisica Applicata

Prof. Godio

Il presente lavoro nasce dall'impegno dell'autore ed è distribuito in accordo con il Centro Appunti.

Tutti i diritti sono riservati. È vietata qualsiasi riproduzione, copia totale o parziale, dei contenuti inseriti nel presente volume, ivi inclusa la memorizzazione, rielaborazione, diffusione o distribuzione dei contenuti stessi mediante qualunque supporto magnetico o cartaceo, piattaforma tecnologica o rete telematica, senza previa autorizzazione scritta dell'autore.

**ATTENZIONE: QUESTI APPUNTI SONO FATTI DA STUDENTIE NON SONO STATI VISIONATI DAL DOCENTE.
IL NOME DEL PROFESSORE, SERVE SOLO PER IDENTIFICARE IL CORSO.**

GEOFISICA APPLICATA

Prof. Alberto Godio

Il corso affronta le principali metodologie di caratterizzazione di siti attraverso metodologie geofisiche integrate.

Gli obiettivi del corso sono:

- Fornire i principi dei metodi geofisici comunemente adottati nella caratterizzazione di siti per applicazioni in campo geologico-geotecnico e in campo ambientale.
- Definire i parametri fisici che si misurano.
- Modelli di correlazione tra i dati petrofisici e di dati idrogeologici.
- Definire i contesti applicativi.
- Limiti applicativi.

I contenuti delle lezioni sono:

- Definizione di geofisica applicata.
- Quale metodologie adottare in rapporto alle problematiche ambientali e geologico-tecniche.
- I parametri geofisici che si misurano.
- Le principali metodologie: principi di misura e acquisizione dati.
- Elaborazione, interpretazione e validazione delle misure geofisiche.
- Esempi applicativi

PRESENTAZIONE

Il corso si propone di definire gli aspetti pratico-operativi delle indagini geofisiche applicate all'ingegneria civile ed ambientale e illustrare i metodi interpretativi, con particolare riferimento alla caratterizzazione meccanica di rocce e terreni e all'utilizzo di metodologie elettriche ed elettromagnetiche per la caratterizzazione idrogeologica e il monitoraggio di siti contaminati.

CONOSCENZE E ABILITÀ DA ACQUISIRE

Lo studente dovrà maturare una competenza nel contesto delle applicazioni di indagini geofisiche convenzionali applicate ai diversi ambiti ingegneristici. Dovrà dimostrare abilità nel pianificare indagini geofisiche in molteplici ambiti geologici e morfologici, interpretare i risultati delle indagini e conoscere il significato dei parametri geofisici ricavati; dovrà altresì acquisire abilità nel confrontare i parametri geofisici con parametri geotecnici dei terreni e delle rocce e/o parametri idro-geochimici.

PREREQUISITI

Le conoscenze di base si riferiscono alle nozioni di geologia, idrogeologia e geofisica con riferimento alle proprietà petrofisiche dei suoli, il significato dei parametri idrogeologici (densità, porosità, contenuto idrico, permeabilità), alle proprietà geofisiche dei suoli e delle rocce (resistività elettrica, attributi sismici, parametri elettromagnetici) e di ingegneria ambientale e geotecnica (parametri meccanici).

Si richiedono nozioni di base relative alle modalità di acquisizione dei dati e i concetti di acquisizione ed elaborazione di segnali. Sono richieste conoscenze di base e capacità di utilizzo di strumenti informatici per l'elaborazione di dati geofisici delle esercitazioni di campo.

ORGANIZZAZIONE DEL CORSO

1. Introduzione alla geofisica applicata, metodologie geofisiche
2. Le metodologie sismiche, elettriche, elettromagnetiche
3. I parametri fisici e i modelli petrofisici
4. Presentazione di casi applicativi, validità e limiti
5. Presentazione di casi applicativi, validità e limiti

ETEROGENEITA'

L'eterogeneità è propria di tutti i parametri

- **Fisici:**
 - Conduttività idraulica, densità.
 - Porosità.
 - Parametri elastici.
 - Parametri geofisici.
- **Chimici:**
 - Coefficiente di partizione.
 - Cinetiche di assorbimento/desorbimento.
 - Coefficienti di reazione.
- **Biochimici:**
 - Distribuzione microbica.

INTRODUZIONE: SCALA E RISOLUZIONE

- Indagine dalla superficie:
 - Scala di indagine metrica o decametrica.
 - Risoluzione metrica o decametrica (solo talvolta submetrica – georadar).
- Indagine da aereo:
 - Scala regionale (chilometrica o più..).
 - Risoluzione decametrica.
- Indagini in foro:
 - Scala metrica o submetrica.
 - Risoluzione submetrica o decimetrica.

Se si desidera maggiore capacità risolutiva, si perde in profondità d'indagine.

Molti metodi hanno una capacità risolutiva che si perde con la profondità (ad esempio i metodi elettrici), poiché presentano un limite intrinseco alla diffusione del campo.

Viceversa, in altri metodi (ad esempio sismici e radar), la capacità risolutiva dipende dalla capacità di immettere energia ad alta frequenza e ad alta profondità, quindi in questo caso il limite è tecnologico.

RISOLUZIONE DEI METODI GEOFISICI



Le indagini geofisiche restituiscono una immagine della distribuzione del parametro fisico investigato (velocità onde sismiche, resistività elettrica, etc...) con una capacità risolutiva che dipende dalle proprietà fisiche del sottosuolo, dal metodo utilizzato e dalle modalità applicative del metodo.

La risoluzione della maggior parte dei metodi geofisici è legata alla lunghezza d'onda, cioè alla separazione nello spazio fra due eventi aventi la stessa fase, nell'ambito della propagazione di eventi ondosi. La lunghezza d'onda è legata alla frequenza (aspetto tecnologico) e alla velocità di propagazione (dipende dal mezzo) del fenomeno ondoso.

GEOFISICA APPLICATA: METODI E PARAMETRI

I metodi si basano sulla stima delle **variazioni spaziali e temporali** delle proprietà (non ha tanto interesse stimare il valore assoluto dei parametri):

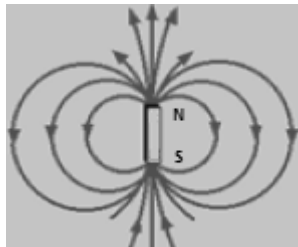
- **Magnetiche** (susceptività magnetica) nel contesto di indagini in discariche non controllate con presenza di materiali ferro-magnetici (fusti, scarti di fonderie etc.).
Nell'ambito della geologia, le variazioni delle proprietà magnetiche sono dovute alla presenza o meno di minerali ferro-magnetici. I metodi magnetici sono detti *naturali*, perché si basano sul campo magnetico terrestre.
- **Elettriche** (conducibilità/resistività elettrica), per la caratterizzazione idrogeofisica dei siti, individuazione zone sature, presenza di lenti argillose.
La conducibilità elettrica è la capacità del materiale di lasciarsi attraversare dalla corrente elettrica. La resistività elettrica, invece, è la resistenza opposta dal materiale al passaggio di corrente. Nell'ingegneria ambientale le metodologie elettriche sono quelle più usate, in quanto il parametro conducibilità è molto correlato alle proprietà idrodinamiche.
- **Elettromagnetiche** (conducibilità in funzione della frequenza, permittività dielettrica), mappatura su vasta scala (piccola profondità).
A basse frequenze si può studiare il parametro conducibilità in funzione delle varie frequenze. Usando altissime frequenze (radio $\approx 100\text{MHz}$, microonde $\approx \text{GHz}$) si parla del parametro permittività dielettrica.
N.B. La velocità delle onde elettromagnetiche in aria è $\approx 3 \cdot 10^8 \text{m/s}$, il che implica una lunghezza d'onda metrica.
- **Sismiche** (velocità e attenuazione delle onde P e S), per la caratterizzazione delle proprietà meccaniche dei siti (moduli di compressione e di taglio, coefficiente di Poisson).
Si sfruttano le onde elastiche, che si propagano nei materiali con velocità che dipende dalle proprietà meccaniche del suolo.
In aria le onde elastiche hanno velocità $\approx 330\text{m/s}$ e frequenza $\approx \text{KHz}$, quindi la lunghezza d'onda è decimetrica.
- **Termiche**, legate alla presenza di anomalie del campo termico locale.
Importante per lo sfruttamento di giacimenti geotermici.

CLASSIFICAZIONE DEI METODI GEOFISICI

Metodi naturali: sfruttano campi di forze naturali quali la gravità e il magnetismo della Terra.

- **Metodo gravimetrico:** studia le variazioni dell'accelerazione di gravità dovute a variazioni di densità della crosta terrestre.
Metodi legati alla prospezione su scala regionale, in ambito geologico e petrolifero.
 g varia soprattutto con la latitudine, perché con essa varia il raggio terrestre (anomalia normale). Il campo gravitazionale terrestre è monopolare, con le linee di flusso convergenti verso il polo.
- **Metodo magnetico:** analizza variazioni delle proprietà magnetiche delle rocce.

Il campo magnetico terrestre è dipolare.
Per questa ragione i metodi magnetici, per loro natura, sono più complessi di quelli gravimetrici.




Metodi artificiali: si basano sullo studio del comportamento del sottosuolo in seguito alla propagazione di campi artificiali (elettrici, elettromagnetici, elastici, etc.)

- **Metodo sismico.**
- **Metodo elettrico.**
- **Metodo elettromagnetico.**

PARAMETRI E RELAZIONI PETROFISICHE

Partendo dai parametri geofisici misurati, l'ultimo passaggio sarà, di volta in volta, correlarli alle proprietà fisiche dei suoli. Ciò si fa mediante *relazioni petrofisiche*.

Nei metodi elettrici elettromagnetici queste relazioni petrofisiche sono spesso di natura semiempirica; viceversa, nei metodi sismici esse sono fisicamente robuste.

Electrical Parameters		Soil/Rock Properties
Dielectric (radar)		Water Content
Conductivity (resistivity, ground conductivity)		Salinity, Texture/ Lithology
Induced polarisation (IP)		Texture/Lithology, Surface Chemistry
Spectral induced polarisation (SIP) $\sigma^*(f)$		Grain/Pore Size?

La polarizzazione indotta (IP) permette di spingersi fino alla scala dei pori, in condizioni particolari. Le metodologie sismiche permettono di risalire a densità e moduli meccanici.

POROSITA' E PROCESSI DIAGENETICI

Schopper (1982) identificò i seguenti stadi, corrispondenti ad un decremento della porosità intergranulare:

- **Impacchettamento:** le particelle debolmente sedimentate scivolano in posizioni più stabili sotto la pressione di uno strato di copertura crescente, formando maggiori contatti fra grano e grano (tipico delle sabbie). Si ha solamente una riorganizzazione dei grani.
- **Compattazione:** la porosità diminuisce a causa della deformazione dei grani, provocata da una maggiore pressione dovuta al carico litostatico, per cui i punti di contatto fra i grani gradualmente si trasformano in contatti quasi piatti (tipico di argille ed argilliti, costituite da minerali altamente deformabili).
- **Cementazione:** deposizione tra grano e grano di una matrice più fine che tende a riempire le zone di contatto, a costituire quasi un cemento (tipico di sabbie e arenarie). Si verifica a grandi profondità e influenza anche le caratteristiche meccaniche (coesione).

Questi meccanismi tendono, in linea di massima, a far decrescere la porosità all'aumentare della profondità.

RANGE OF POROSITY

La porosità delle rocce deve essere messa in relazione al territorio, alla formazione geologica e alla profondità e pertanto è difficile assegnare valori medi per le differenti formazioni.

I principali fattori che influenzano la porosità primaria sono:

- Proprietà geometriche del grano e del poro.
- Processi diagenetici, quantità di cemento.
- Profondità e pressione (che influenzano anche la porosità secondaria).

Una riduzione della porosità può essere osservata in accordo alla seguente sequenza:

- ↓
- Sedimenti marini molto porosi.
 - Sedimenti non consolidati.
 - Arenarie.
 - Rocce carbonatiche (calcare-dolomite).
 - Anidrite.
 - Rocce ignee fratturate e compatte.

DISTRIBUZIONE DELLA POROSITA' NELLE ROCCE SEDIMENTARIE

Le porosità delle formazioni in sottosuolo mostrano larghe variazioni:

- Carbonati (calcarei e dolomie): da 0 a 45%.
- Evaporiti (sale, anidrite, gesso, silvite, ecc.): porosità praticamente nulla.
- Arenarie consolidate: da 5 a 15%.
- Sabbie inconsolidate: 30% o più.
- Argille: la φ_t è spesso maggiore del 40%, mentre φ_e è praticamente nulla. Quindi le argille possono essere sature, ma con permeabilità nulla.

Molteplici sono i fattori che possono influenzare la porosità.

PROFONDITA' E PRESSIONE

Le influenze di profondità e pressione sulla formazione della porosità nelle rocce sono non lineari; la diminuzione della porosità all'aumentare di profondità e pressione può essere descritta con due modelli:

- Dipendenza logaritmica dalla profondità:

$$\varphi_z = \varphi_0 - A_1 \cdot \ln z$$

$$\varphi_p = \varphi_0 - A_2 \cdot \ln p$$

- Dipendenza esponenziale dalla profondità:

$$\varphi_z = \varphi_0 \cdot \exp -B_1 \cdot z$$

$$\varphi_p = \varphi_0 \cdot \exp -B_2 \cdot p$$

Dove A e B sono fattori empirici dipendenti dalla compressibilità della roccia.

LA DENSITA' DELLE ROCCE SEDIMENTARIE

Le densità dei sedimenti porosi sono influenzate sostanzialmente da composizione mineralogica (densità della matrice), porosità e composizione del contenuto dei pori (condizione di saturazione).

Dolomite	2.850 – 2.880	[kg/m ³]	}	Rocce consolidate e compatte
Calcere	2.700 - 2.720	[kg/m ³]		
Anidrite	2.800 - 3.000	[kg/m ³]		
Gesso	2.200 - 2.350	[kg/m ³]		
Arenaria	2.000 - 2.800	[kg/m ³]		
Argillite	2.250 - 2.800	[kg/m ³]	}	Alta variabilità, legata a porosità e saturazione
Sabbia	1.400 - 2.200	[kg/m ³] (dry sat.)		
Argilla	1.350 - 2.200	[kg/m ³]		

DENSITA' IN FUNZIONE DELLA PROFONDITA'

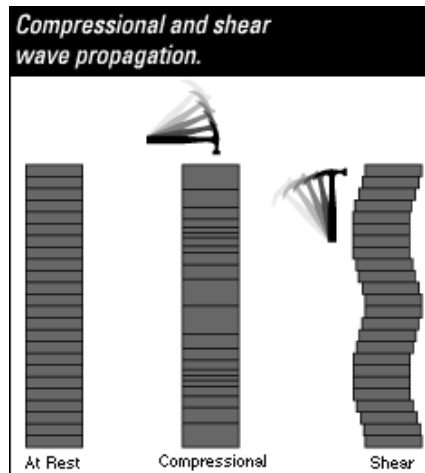
La funzione che lega la densità alla profondità è di tipo non lineare: con l'aumento della profondità la variazione relativa di densità diminuisce, come risultato della riduzione di compressibilità della roccia, la quale aumenta la sua compattazione.

Un approccio analitico semplice è descritto dalla seguente funzione:

$$d_z = d_{z_0} + A \cdot \ln\left(\frac{z}{z_0}\right)$$

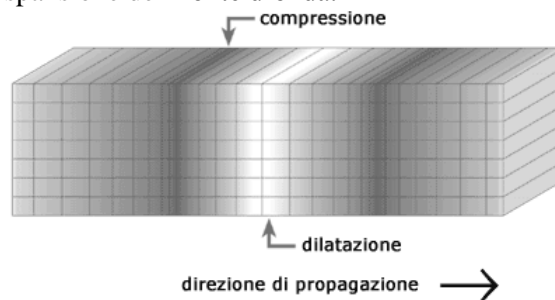
dove z è la profondità considerata, z_0 è la profondità superiore e A è un fattore empirico legato alla compressibilità della roccia.

ONDE DI COMPRESSIONE E TAGLIO



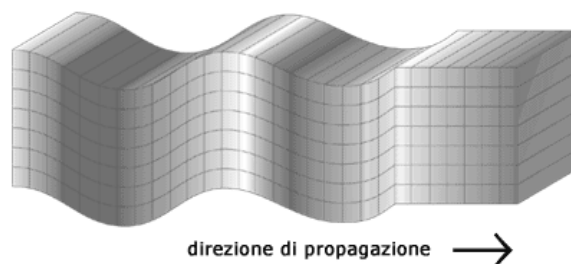
ONDE DI COMPRESSIONE (ONDE P)

Le onde di compressione (dette anche onde primarie, longitudinali o P) si trasmettono sotto forma di deformazioni di contrazione ed estensione del mezzo di propagazione e sono caratterizzate da vibrazioni polarizzate nella direzione di espansione del fronte d'onda.

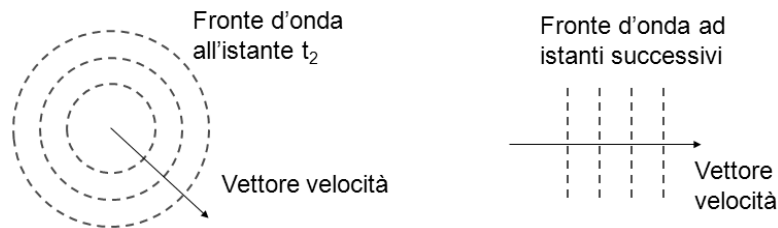


ONDE DI TAGLIO (ONDE S)

Le onde di taglio (dette anche onde secondarie, trasversali o S) si trasmettono con deformazioni tangenziali; le vibrazioni del terreno sono dirette perpendicolarmente alla direzione di propagazione. Se sono contenute nel piano verticale, le onde di taglio sono dette SV, se sono contenute nel piano orizzontale, sono dette SH.



PROPAGAZIONE ONDA SFERICA E ONDA PIANA



- **Onde sferiche:** si propagano in un mezzo omogeneo e isotropo per azione di una sorgente puntiforme.
- **Onde piane:** a grande distanza dalla sorgente, nei limiti di piccoli tratti, la propagazione delle onde sferiche può essere assimilata ad un'onda piana.

Le onde piane possono essere considerate tali quando la distanza tra sorgente e punto considerato è almeno pari a 10 volte la lunghezza d'onda.

EQUAZIONE DI UN'ONDA PIANA

La propagazione può essere descritta nel piano cartesiano x, t con una generica funzione:

$$G = f(x, t)$$

La funzione può essere scritta nella forma:

$$G = f(at - bx) \quad [1]$$

Differenziando due volte la relazione [1] si ottiene:

$$\frac{df}{dt} = a \cdot f'(at - bx)$$

$$\frac{d^2 f}{dt^2} = a^2 \cdot f''(at - bx)$$

E differenziando rispetto a x :

$$\frac{df}{dx} = b \cdot f'(at - bx)$$

$$\frac{d^2 f}{dx^2} = b^2 \cdot f''(at - bx)$$

Uguagliando i termini si ricava:

$$\frac{d^2 f}{dt^2} = \left(\frac{a}{b}\right)^2 \frac{d^2 f}{dx^2}$$

Oppure:

$$\frac{d^2 f}{dt^2} = v^2 \frac{d^2 f}{dx^2} \quad [2]$$

dove $v = \frac{a}{b}$

Siamo arrivati a definire l'equazione generica di onda piana in mezzo omogeneo, isotropo ed elastico.

L'equazione d'onda generica ricavata può essere generalizzata anche per un'onda sferica:

$$\frac{d^2 f}{dt^2} = v^2 \left(\frac{d^2 f}{dx^2} + \frac{d^2 f}{dy^2} + \frac{d^2 f}{dz^2} \right)$$

dove v è costante perché il materiale è omogeneo e isotropo.

Se $v = v(x, y, z)$, allora v deve entrare nei termini di derivazione rispetto a x , y e z .

VELOCITA' ONDA PIANA

Uguagliando la [4] con la [3] si ottiene:

$$\frac{d^2u}{dt^2} = v^2 \frac{d^2u}{dx^2}$$

Ovvero:

$$v = \left(\frac{E}{\rho} \right)^{0.5}$$

è la velocità di propagazione dell'onda, nel caso specifico dell'onda piana longitudinale.

Analogamente si può dimostrare che la velocità di propagazione delle onde trasversali è pari a:

$$v = \left(\frac{G}{\rho} \right)^{0.5}$$

dove G è il modulo elastico di taglio, espresso in Pa.

DENSITA' DI ENERGIA

Si considera un volume unitario dV , interessato dalla propagazione di un'onda piana con velocità v e sottoposto ad uno spostamento del centro di massa pari a u .

Nel caso di un'oscillazione armonica del tipo:

$$u = A \cos \omega t + \phi$$

la derivata rispetto al tempo è pari a:

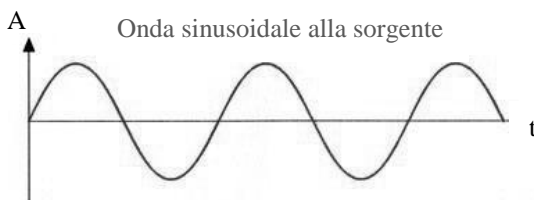
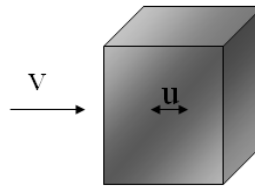
$$\frac{du}{dt} = A\omega \sin \omega t + \phi$$

L'energia cinetica è pari a:

$$E_c = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}\rho dV \left(\frac{du}{dt} \right)^2$$

da cui si ricava la densità di energia:

$$\frac{E_c}{dV} = \frac{1}{2}\rho\omega^2 A^2 \sin^2 \omega t + \phi$$



Frequenza angolare: $\omega = 2\pi f$ dove $\omega = \frac{rad}{s}$ e

$$f = Hz$$

ϕ è lo sfasamento rispetto alla sorgente.

Se applichiamo una perturbazione con una frequenza angolare ω , la densità di energia dell'onda è proporzionale a ω^2 . Ciò significa che i segnali con maggiore contenuto energetico sono quelli ad alta frequenza.

ENERGIA ASSOCIATA ALLA PROPAGAZIONE ONDOSI

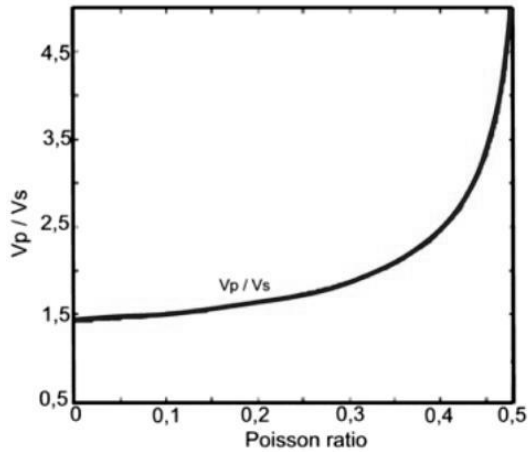
La **densità di energia** (E) è proporzionale al quadrato della frequenza dell'onda; teoricamente alle alte frequenze è associata una maggiore densità di energia.

Nel caso di eventi sismici naturali, le oscillazioni ad alta frequenza tendono ad essere maggiormente smorzate rispetto alle oscillazioni a bassa frequenza (effetto filtro delle formazioni geologiche).

Risolto pratico negativo: la capacità risolutiva dei metodi basati sulla propagazione ondosia è limitata proprio da questo fatto.

L'**intensità** è la quantità di energia che attraversa un'area unitaria, in modo perpendicolare alla direzione di flusso, nell'unità di tempo.

ANDAMENTO DEL RAPPORTO V_p/V_s IN FUNZIONE DEL COEFFICIENTE DI POISSON



Per materiali con ν prossimo a zero, $\frac{V_p}{V_s} \approx 1.5$ (rocce consolidate: dolomie, arenarie).

Per materiali con $\nu > 0.3$, il rapporto $\frac{V_p}{V_s}$ cresce molto rapidamente all'aumentare di ν (sabbie e ghiaie, soprattutto in condizioni sature).

VALORI DI RIFERIMENTO DI MODULO ELASTICO DI ROCCE NON CONSOLIDATE

Formazione	Descrizione	Estatico [MPa]	Edinamico [MPa]
Non-coesiva	Ghiaia	100 ... 200	300 ... 800
	Sabbia sciolta	40 ... 100	150 ... 300
	Sabbia addensata	80 ... 200	200 ... 500
Coesiva	Argilla compatta	10 ... 50	50 ... 500
	Argilla soffice	3 ... 6	30 ... 80

Moduli statici e dinamici per rocce non consolidate (dopo Schön, 1998)

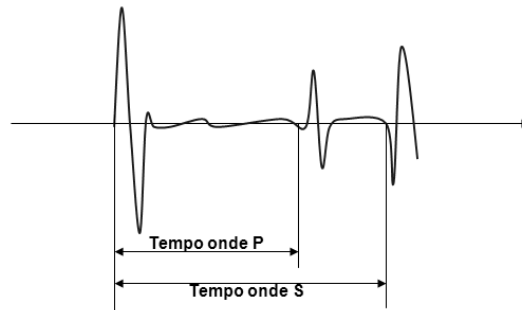
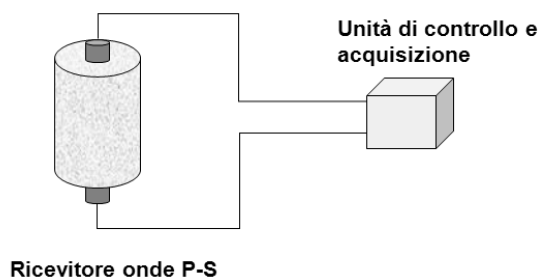
Le misure sismiche consentono di determinare indirettamente parametri elastici delle formazioni in condizioni indisturbate, nel campo di frequenza compreso tra pochi Hz fino ai MHz. Nelle misure in sito tali determinazioni avvengono usualmente nel campo delle basse frequenze e determinano una stima dei parametri elastici denominati **dinamici**.

Le prove geotecniche al contrario sono basate sul carico **statico** o **quasi-statico** e sulla misura della deformazione come funzione della pressione, in accordo con le leggi relative al comportamento elastico dei materiali. I parametri elastici statici includono le deformazioni non-elastiche (e.g. viscose) e le deformazioni di tipo elastico.

In generale i moduli determinati per via statica sono inferiori rispetto a quelli di tipo dinamico: solo per una roccia ideale i moduli determinati staticamente o dinamicamente si equivalgono.

MISURA DELLA VELOCITA' DELLE ONDE ELASTICHE IN LABORATORIO

Trasmittitore onde P e S con frequenza di 50 – 100 kHz



Si usano trasmettitori di tipo piezoelettrico, perché sono controllabili in termini di frequenza e sono miniaturizzabili.

VELOCITA' DELLE ONDE ELASTICHE IN ROCCE SEDIMENTARIE CONSOLIDATE

La composizione mineralogica ha un ruolo predominante per effetto dell'effettivo modulo elastico della roccia e per il contatto tra i grani e più in generale a causa delle condizioni di cementazione. Per certi tipi di rocce la porosità ha un effetto dominante.

Le evaporiti (ad esempio gessi), di composizione monomineralogica, sono da considerarsi pore-free. La velocità dipende dalle condizioni di pressione e profondità.

Per rocce a due o più minerali principali, equazioni "mixing rules" (medie geometriche o aritmetiche) forniscono una approssimazione accettabile dei valori di velocità.

Anidrite con 50 % di calcare	$V_p = 5600$ m/s
Anidrite con 50 % di gesso	$V_p = 5600$ m/s
Anidrite con 50 % di alite	$V_p = 4900$ m/s

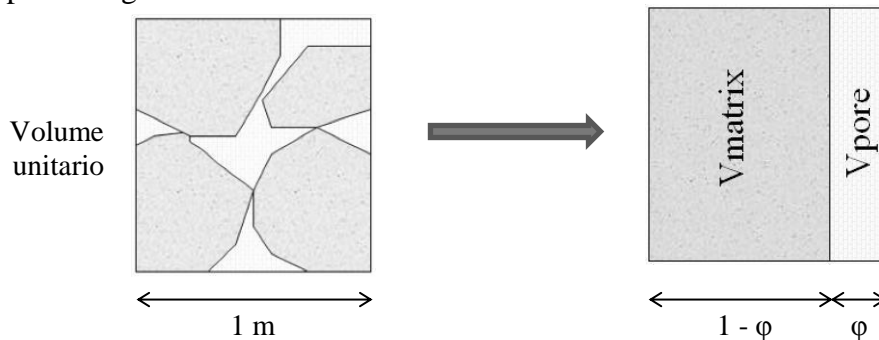
Le proprietà elastiche di rocce clastiche e carbonatiche sono principalmente controllate dalla porosità e dalla composizione della matrice.

La composizione della matrice influenza le condizioni di contatto tra i grani

$$V_p = \sqrt{\left(K + \frac{4}{3}\mu\right) / \rho}$$

dove $\mu = G$ è la costante di Lamè.

In generale, K , G e ρ sono riferiti al materiale come bulk, cioè costituito dalla matrice solida e dai pori. Notiamo quindi che ci può essere una notevole differenza tra il comportamento meccanico del singolo grano e quello di bulk. In questo contesto, l'*equazione di Willie*, o di *time average*, è l'espressione più semplice per calcolare il tempo complessivo di percorrenza usando il modello semplificato già introdotto:



L'*equazione di Willie* o *time average-equation* lega la velocità con la porosità; partendo dalla considerazione che il tempo totale di percorso t_{tot} è la somma del tempo di percorso nella matrice solida t_s e di quello nel fluido che occupa i pori t_f :

$$t_{tot} = t_s + t_f$$

l'equazione di Willie è:

$$\frac{1}{V_p} = \frac{\phi}{V_{Pf}} + \frac{1-\phi}{V_{Ps}}$$

dove V_p è la velocità delle onde di compressione della formazione, V_{Pf} è la velocità delle onde P della fase fluida e V_{Ps} è la velocità delle onde P della matrice solida.

In pratica, i tempi di percorso sono pesati sulle frazioni di volume del solido e del fluido.

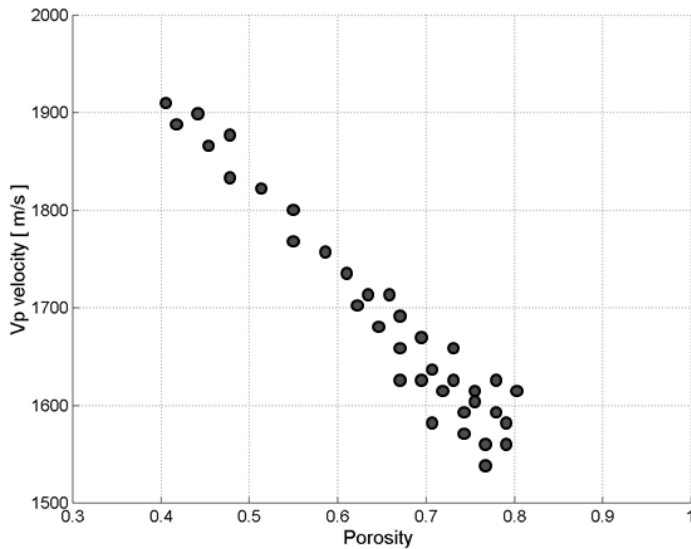
Se le rocce sedimentarie sono monomineralogiche, allora l'equazione di Willie si può applicare.

VELOCITA' DELLE ONDE ELASTICHE IN ROCCE SEDIMENTARIE CONSOLIDATE: INFLUENZA DEL CONTENUTO DEI PORI E SATURAZIONE

Le variazioni delle sostanze che riempiono i pori (fluidi, gas, miscele e sospensioni) influenzano la velocità delle onde elastiche secondo diversi effetti:

- Modifica delle proprietà elastiche e di densità dei pori.
- Modifica delle condizioni di contatto tra le particelle (ad esempio dissoluzione del cemento, ecc.).
- Effetto di interazione delle fasi fluido-gas-solido (tensioni capillari) e fenomeni di interfaccia solido-fluido.

ROCCE COESIVE (ARGILLE)



La velocità dipende dalla porosità:

- Argille asciutte: $200 - 500 \frac{m}{s}$
- Argille sature d'acqua: $1600 - 2000 \frac{m}{s}$

VELOCITA' DEI FLUIDI

I pori e le fratture delle rocce coesive contengono gas o fluidi (acqua, petrolio) o miscele di gas e fluidi. Il modulo elastico di gas e fluidi è generalmente inferiore rispetto al modulo dei minerali (materiale che costituisce la matrice della roccia serbatoio).

Il modulo di compressione K del fluido è correlato alla velocità delle onde di compressione dalla relazione:

$$V_p = \left(\frac{K_f}{d} \right)^{0.5}$$

- Acqua: 1480 – 1500 m/s (in funzione di Temperatura e Salinità)
- Petrolio: 1200 – 1300 m/s in funzione della composizione e densità

Le onde di taglio (onde S) non si propagano nei fluidi e nei gas.

PROPRIETA' ELASTICHE DEI GAS

La propagazione delle onde elastiche nei gas può essere considerata come un processo adiabatico, dove il valore di velocità dipende dal modulo di compressione del gas in condizioni adiabatiche (K_{ad}):

$$V_{p, gas} = \left(\frac{K_{ad}}{d_{gas}} \right)^{0.5} = \left(k \frac{p}{d_{gas}} \right)^{0.5} = \left(k \frac{RT}{M} \right)^{0.5}$$

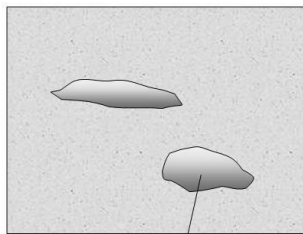
dove k è il rapporto del calore specifico a pressione costante (c_p) rispetto a quello a volume costante (c_v), p è la pressione del gas, $R=8,314$ J/ mol K, T è la temperatura in Kelvin.

Le proprietà elastiche dei gas sono inoltre influenzate dalla temperatura:

Aria:	263 m/s	T = 173 K
	332 m/s	T = 273 K
	390 m/s	T = 373 K

Anche per l'aria, quindi, V_p varia in funzione delle condizioni termodinamiche in maniera vistosa.

PROPRIETA' ELASTICHE DI MISCELE GAS/FLUIDO



Miscela di gas-fluido

Quando pori e fratture contengono una miscela di gas e fluidi (saturazione parziale), allora l'effetto sulle proprietà elastiche del mezzo dipendono da:

- Frazione di volume dei costituenti.
- Proprietà elastiche dei singoli costituenti la miscela.
- La distribuzione delle fratture e dei pori.

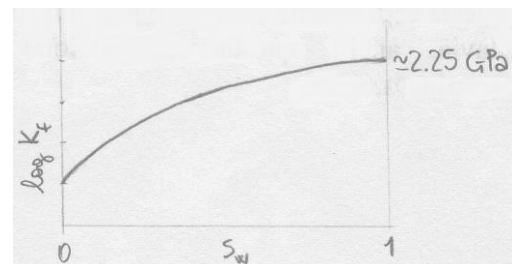
Le proprietà meccaniche cambiano con la S_w della miscela.

MODULO DI MISCELA DI GAS E FLUIDO

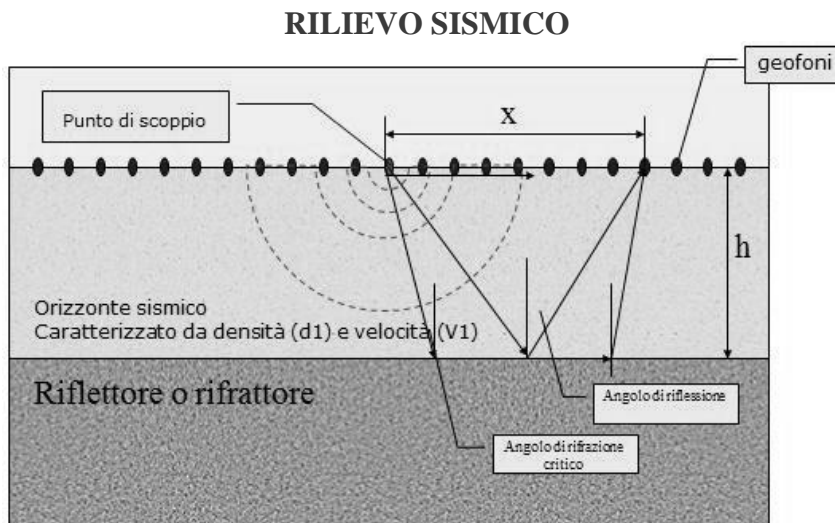
Legge di Wood:

$$\frac{1}{K_f} = \frac{S_w}{K_w} + \frac{S_g}{K_g}$$

dove K_f è il modulo di compressione del fluido (miscela), K_w è il modulo di compressione dell'acqua, K_g è il modulo di compressione del gas, S_w e S_g sono, rispettivamente, la saturazione in acqua e in gas. $1/K$ esprime la compressibilità.



CONCETTI DI SISMICA A RIFRAZIONE



Si utilizza un modello bidimensionale: la rappresentazione si ripresenta uguale a se stessa nella terza dimensione. Nelle indagini sismiche i parametri in gioco sono essenzialmente densità e velocità di propagazione delle onde elastiche. Le indagini sismiche si basano su uno schema semplice: c'è un punto di energizzazione, che determina la propagazione di onde che noi ammettiamo essere in *campo elastico* (ipotesi di base). Nella maggior parte dei casi abbiamo a che fare con un'energizzazione di tipo *impulsivo* (esplosivo o sistema meccanico).

Considereremo la propagazione di onde di *compressione* e di onde di *taglio* (più altre onde: onde di superficie). Quando energizziamo, si propagano entrambi i tipi di onda; le distinguiamo perché esse dipendono in maniera diversa dalle stesse proprietà.

In un materiale omogeneo e isotropo, le superfici che identificano i successivi fronti d'onda che vengono progressivamente raggiunti sono delle semisfere. Nel nostro modello bidimensionale noi apprezziamo solo le tracce che rappresentano le intersezioni tra tali superfici ed il piano verticale; tali tracce sono, dunque, delle semicirconferenze. In un mezzo omogeneo, lo spazio percorso dall'onda dipende solo dalla velocità di propagazione in quel mezzo.

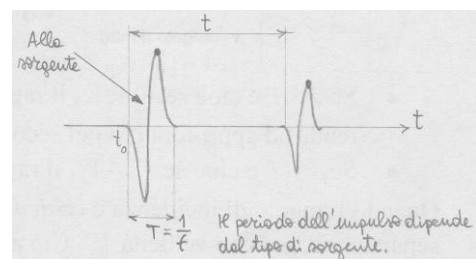
Riferiamoci ora solo alle onde P. Se immaginiamo di avere in superficie dei ricevitori, siamo in grado di misurare rispetto all'istante 0 e a diverse distanze il tempo di percorso delle onde P. Se ci limitiamo ad analizzare l'arrivo delle onde di compressione al primo ricevitore, dopo un certo intervallo di tempo arriverà un'onda simile a quella emessa dalla sorgente.

Osserviamo, però, una marcata attenuazione del picco; ciò dipende da due fenomeni:

- Il tempo trascorso dipende dalla distanza dalla sorgente e dalla velocità di propagazione.
- L'energia associata alla propagazione ondosa si *attenua* con la distanza, per due motivi:
 - L'energia si distribuisce su superfici sempre più ampie (fronti d'onda): *effetto geometrico*.
 - Nei materiali naturali c'è un notevole effetto legato alle attenuazioni di tipo *intrinseco*, dovuto all'attrito fra le particelle.

Semplificando un po' il problema, basterebbe misurare il Δt trascorso fra immissione dell'energia e captazione a un ricevitore e la distanza fra sorgente e ricevitore per determinare la velocità di propagazione; misurare l'attenuazione è leggermente più complicato, ma entrambe le grandezze sono legate a parametri intrinseci del materiale.

Se esiste una superficie riflettente, cioè un'interfaccia di separazione fra due materiali, subentrano altri fenomeni oltre alle *onde dirette*: si registrano arrivi ai ricevitori anche a causa di *riflessione* e *rifrazione* secondo angolo critico.



EQUAZIONE DEI TEMPI DI PERCORSO

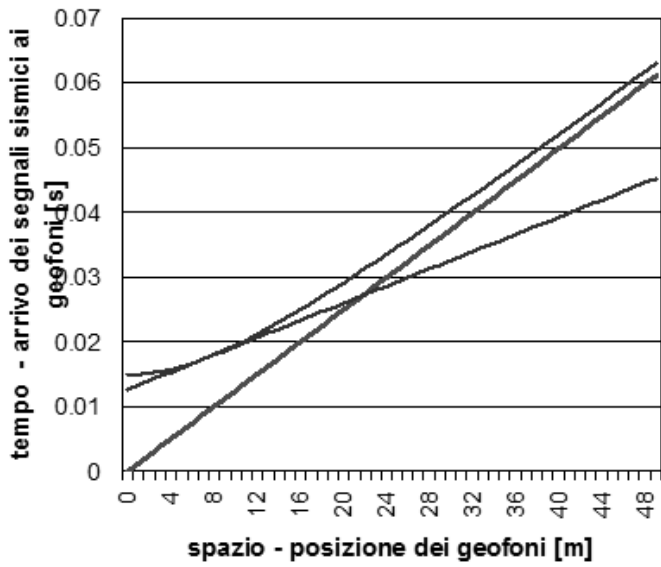
Onde dirette: $t_d = \frac{x}{V_1}$

Onde rifratte: $t_{rifratte} = \frac{x}{V_2} + \frac{2h \cos i_c}{V_1}$

Onde riflesse: $t_{riflesse} = \frac{2\sqrt{x/2^2 + h^2}}{V_1}$

$$h = \frac{1}{2} \sqrt{V_1^2 t^2 - x^2}$$

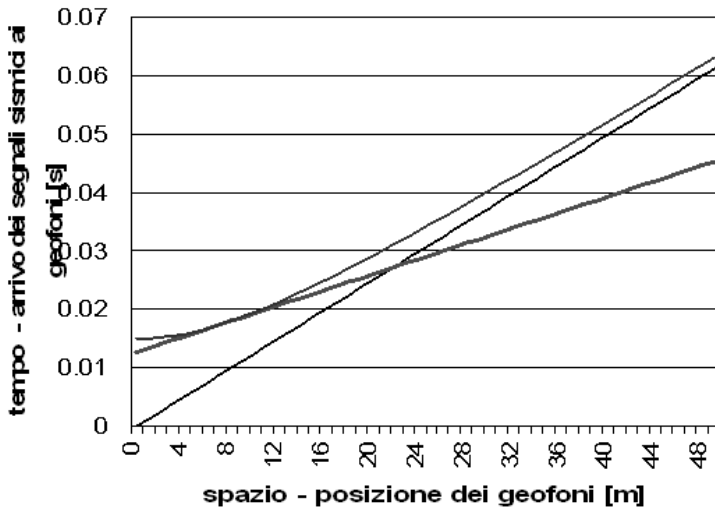
GRAFICI SPAZIO-TEMPO. ONDE DIRETTE



$$t_d = \frac{x_i}{V_1}$$

Retta passante per l'origine

GRAFICI SPAZIO-TEMPO. ONDE RIFRATTE



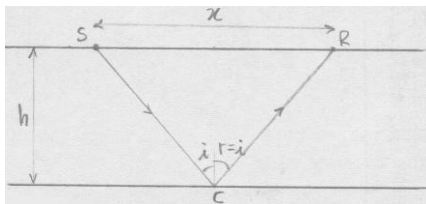
$$t_{rifratte} = \frac{x}{V_2} + \frac{2h}{V_1} \cos i_c$$

Questa equazione in un piano x,t è ancora una retta, con pendenza $\frac{1}{V_2}$ e intercetta, detta **tempo intercetto**, pari a $\frac{2h}{V_1} \cos i_c$.

Questo diagramma non è corretto, perché al di sotto della distanza critica x_{crit} la retta fisicamente non ha significato e quindi dovrebbe essere tratteggiata.

Per ricevitori vicini al punto di scoppio, il fenomeno che si osserva per primo è quello delle onde dirette. Al di là di un certo valore di distanza, detto **cross over distance COD**, tale che onde dirette e rifratte arrivano insieme, osserviamo che l'arrivo delle onde birifratte anticipa sempre quello delle onde dirette.

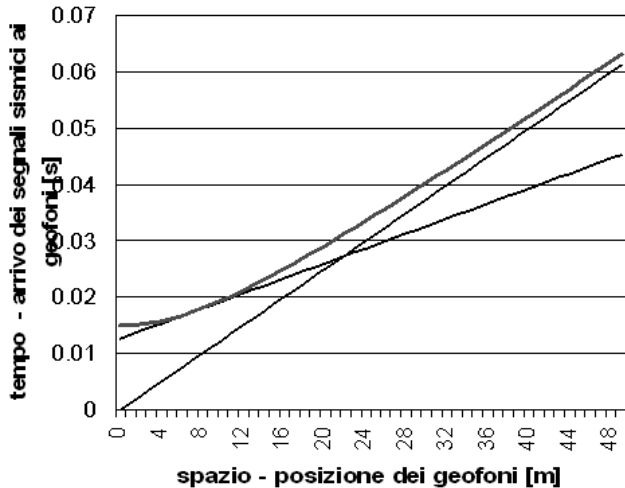
GRAFICI SPAZIO-TEMPO. ONDE RIFLESSE



Un generico raggio sismico con un certo angolo di incidenza viene riflesso secondo un angolo di riflessione uguale all'angolo di incidenza. Il tempo di percorso è:

$$t_{riflesse} = 2 \frac{SC}{V_1} \quad \text{dove} \quad SC = \sqrt{\left(\frac{x}{2}\right)^2 + h^2}$$

da cui si ricava l'equazione che indica la relazione tra spazio e tempo:



$$t_{riflesse}^2 V_1^2 = 4 \left[\frac{x^2}{4} + h^2 \right]$$

Si nota una correlazione lineare tra i quadrati dei tempi di arrivo e delle distanze; in un piano x,t questa è l'equazione di un'iperbole.

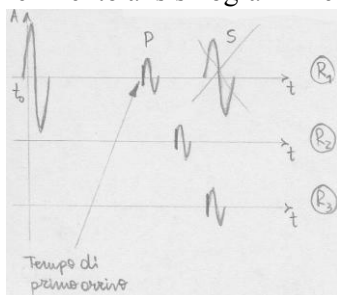
La riflessione vale sempre, per qualsiasi distanza tra sorgente e ricevitore.

In particolare, per $x=0$ si ottiene il vertice della parabola:

$$t_{riflesse} = \frac{2h}{V_1}$$

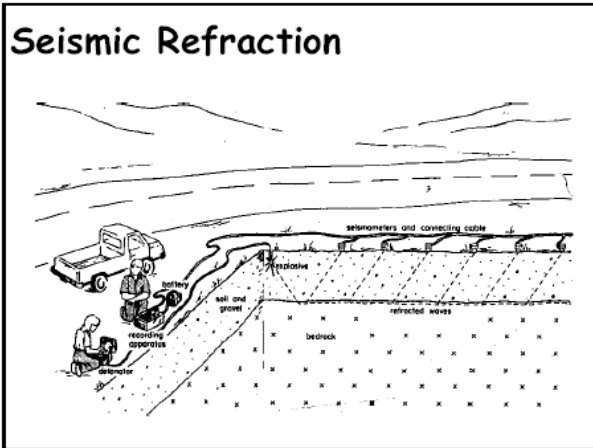
Si può poi dimostrare che l'equazione dei tempi di percorso delle onde dirette rappresenta l'asintoto dell'equazione delle onde riflesse.

Con riferimento ai sismogrammi e solo all'arrivo delle onde P, noi siamo in grado di stimare agevolmente i tempi di percorso o **tempi di primo arrivo**, in cui osserviamo un fenomeno impulsivo che si staglia rispetto al rumore di fondo. L'onda sarà diretta se il ricevitore è posto ad una distanza dalla sorgente $x < COD$, mentre l'onda sarà rifratta se il ricevitore è posto ad una distanza $x > COD$.



Non sarà mai possibile identificare come primo arrivo un fenomeno legato alla riflessione, perché l'iperbole è caratterizzata da tempi di percorso sempre maggiori di quelli delle onde dirette e rifratte.

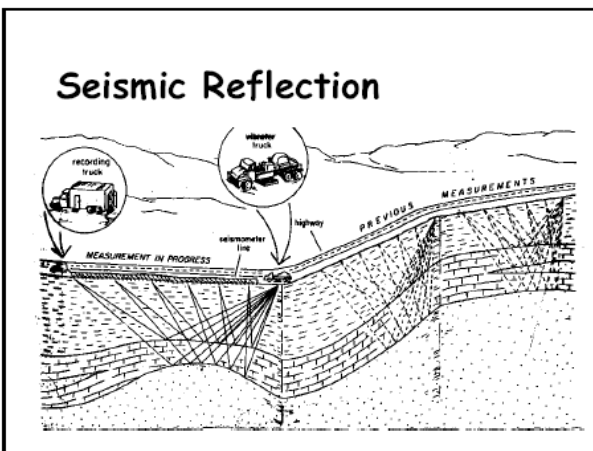
CONFRONTO FRA SISMICA A RIFRAZIONE E SISMICA A RIFLESSIONE



Utilizzata in geologia e ingegneria ambientale ed è adatta a ricavare informazioni in superficie.

Serve una certa distanza tra i geofoni per interpolare correttamente la retta delle onde rifratte. Tanto più aumenta la profondità h , tanto più aumenta lo spazio tra sorgente e ricevitori (cioè la lunghezza dello stendimento). Da questo punto di vista, la sismica a rifrazione presenta una logistica sfavorevole.

Serve uno stendimento lungo circa 100m per studiare una profondità di circa 10m.



Utilizzata in geologia strutturale e per il petrolio ed è adatta per ricavare informazioni in profondità.

E' sufficiente ubicare una serie di geofoni molto vicini alla sorgente, in cui non si ha praticamente sovrapposizione tra onde riflesse e onde rifratte. Inoltre, da un certo punto in poi i tempi di arrivo delle onde dirette vengono a confondersi con quelli delle onde riflesse e ciò inficerebbe lo studio.

Dunque, la sismica a riflessione presenta una logistica favorevole.

Serve uno stendimento lungo circa 1m per studiare una profondità di circa 1m.

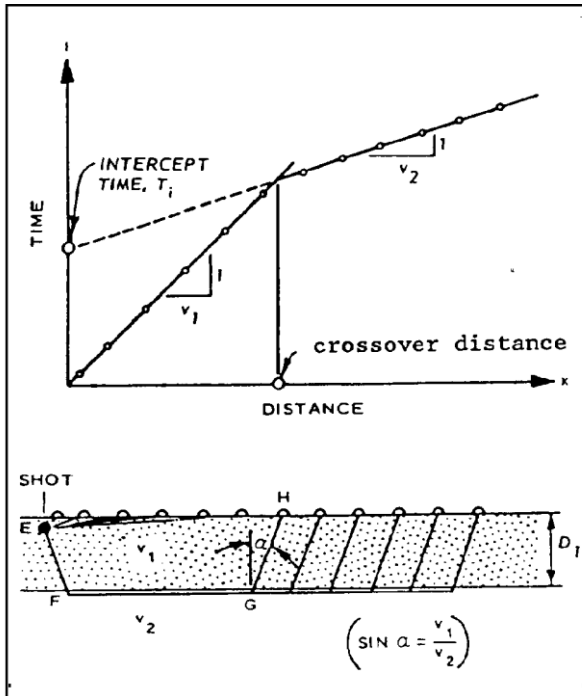
Ciò implica anche minori energie in gioco rispetto alla sismica a rifrazione; per contro, però, l'interpretazione è più complessa.

QUANDO SI ESEGUE IL RILIEVO SISMICO A RIFRAZIONE

Si esegue per determinare profondità di orizzonti lito-stratigrafici a ridotta profondità (pochi m fino a qualche decina di m) e per stimare la velocità del materiale di copertura e del substrato rifrattore.

Si ricavano i valori di velocità delle onde P e delle onde S a partire dalla stima dei tempi di percorso delle onde dirette e delle onde rifratte; noti i valori di densità dei materiali, si ricavano sezioni verticali di parametri meccanici dei materiali (moduli elastici).

COME SI RESTITUISCONO I DATI (CASO ORIZZONTE PIAN PARALLELO)



Dai sismogrammi si leggono i tempi di primo arrivo delle onde primarie (P) o secondarie (S).

Si riportano su un diagramma:

- Asse X: distanze punto di scoppio-geofono
- Asse Y: tempi di percorso

Cross-over distance: è la distanza alla quale si osserva uguale tempo di percorso tra le onde dirette e le onde rifratte.

Tempo intercetto: è il tempo sulla asse delle ordinate dell'intercetta della retta che interpola i tempi di primo arrivo delle onde rifratte.

L'inclinazione delle due rette individua il valore di velocità delle onde dirette e delle onde rifratte.

DETERMINAZIONE DELLA SPAZIATURA OTTIMALE TRA I GEOFONI ATTRAVERSO IL CONCETTO DELLA CROSS-OVER DISTANCE

La *cross-over distance* COD identifica sulla dromocrona il tempo al quale si osserva l'arrivo simultaneo delle onde dirette e rifratte (punto di ginocchio).

L'equazione analitica della COD si ricava uguagliando le equazioni di tempo di percorso delle onde:

$$\frac{COD}{V_1} = \frac{COD}{V_2} + \frac{2h \cos i_c}{V_1} \Rightarrow COD = 2h \frac{\sqrt{V_2 + V_1}}{\sqrt{V_2 - V_1}}$$

da cui si evince che la COD è legata ai parametri di modello.

Esempio: acquisizione con 24 ricevitori; spessore primo strato: 10 m; $V_1 = 1000 \frac{m}{s}$; $V_2 = 2000 \frac{m}{s}$.

$$COD = 2 \cdot 10 \cdot 3000^{0.5} / 1000^{0.5} = 20 \cdot 1.73 = 34.6m$$

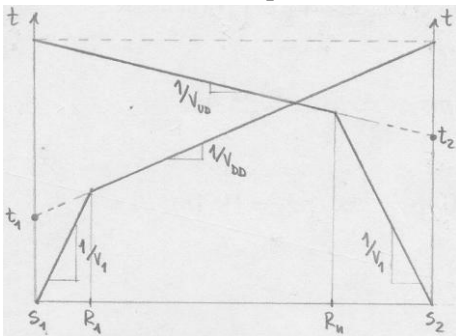
La spaziatura ottimale considera 4-5 ricevitori per osservare gli arrivi delle onde dirette; gli altri geofoni vanno disposti per osservare gli arrivi delle onde rifratte.

Nel caso in esempio, risulta che la spaziatura tra i geofoni è pari a $35/5 = 7$ m; la lunghezza totale dello stendimento è pari a $24 \cdot 7 = 168$ m (nell'ipotesi di offset scoppio-primo geofoni uguale alla spaziatura geofonica).

Notiamo, come già detto, il rapporto sfavorevole tra profondità di indagine e lunghezza dello stendimento.

In ogni caso, la COD può essere quindi usata per pianificare l'intervento.

Le dromocrone sono sempre identificate da rette.



Tutti i ricevitori posti tra S_1 e R_1 captano le onde dirette quando lo scoppio è S_1 .

Tutti i ricevitori posti tra S_2 e R_n captano le onde dirette quando lo scoppio è S_2 .

I tempi reciproci sono uguali perché il percorso è lo stesso.

Per costruzione, i due tratti di dromocrona che riguardano l'arrivo delle onde rifratte hanno inclinazioni diverse; essi sono inclinati secondo due velocità apparenti, dipendenti dall'inclinazione dello strato: **velocità down dip** V_{DD} e velocità up dip V_{UD} .

Si può dimostrare che:

$$V_{DD} = \frac{V_1}{\sin i_c + \varphi} \quad \text{e} \quad V_{UD} = \frac{V_1}{\sin i_c - \varphi}$$

Ricavando dal diagramma sperimentale V_{DD} , V_{UD} e V_1 , mettendo a sistema le due precedenti relazioni possiamo calcolare i_c e φ ; fatto ciò, possiamo ricavare V_2 tenendo conto che $\sin i_c = \frac{V_1}{V_2}$.

Le ultime due incognite da ricavare sono z_1 e z_2 .

Possiamo scrivere in un altro modo le equazioni di tempo di percorso delle onde rifratte:

$$t_{DD} = \frac{x}{V_{DD}} + t_1 \quad \text{relativamente al fenomeno down dip}$$

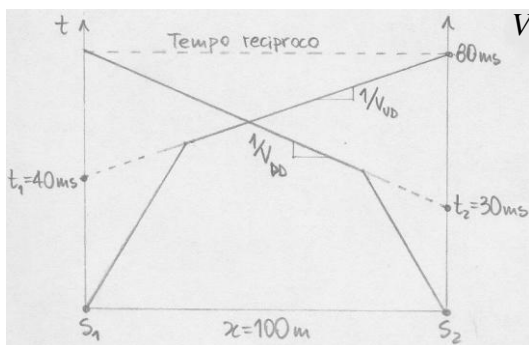
$$t_{UD} = \frac{x}{V_{UD}} + t_2 \quad \text{relativamente al fenomeno up dip.}$$

Si può dimostrare che i tempi intercetti hanno ancora una struttura simile a quella del caso di orizzonte pian parallelo:

$$t_1 = \frac{2z_1 \cos i_c}{V_1} \quad \text{e} \quad t_2 = \frac{2z_2 \cos i_c}{V_1}$$

Quindi possiamo usare il dato sperimentale di t_1 e t_2 per ricavare lo spessore dello strato 1 al di sotto dei due punti di scoppio, cioè per determinare z_1 e z_2 .

Esempio:



$$V_{DD} = \frac{x}{t_{reciproco} - t_2} = \frac{100}{80 - 30} \frac{m}{ms} = 2000 \frac{m}{s}$$

$$V_{UD} = \frac{x}{t_{reciproco} - t_1} = \frac{100}{80 - 40} \frac{m}{ms} = 2500 \frac{m}{s}$$

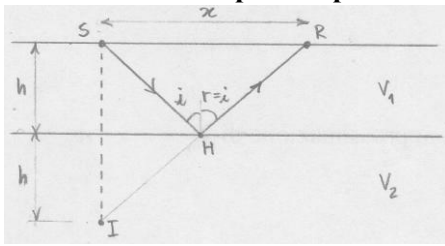
$$\begin{cases} V_{DD} = \frac{V_1}{\sin i_c + \varphi} \\ V_{UD} = \frac{V_1}{\sin i_c - \varphi} \end{cases}$$

In questo caso non risolviamo il sistema, ma facciamo una valutazione che conduce ad una interpretazione semplificata. Per piccole inclinazioni, cioè $\varphi \leq 10^\circ$, si può ipotizzare che il valore medio fra V_{DD} e V_{UD} sia rappresentativo del valore V_2 . Infatti V_{DD} rappresenta il limite inferiore e V_{UD} rappresenta il limite superiore di tale valore. Quindi, se $\varphi \leq 10^\circ$ si ha:

$$V_2 \approx \frac{V_{UD} + V_{DD}}{2}$$

RIFLESSIONE

1) Caso dell'orizzonte piano e parallelo.

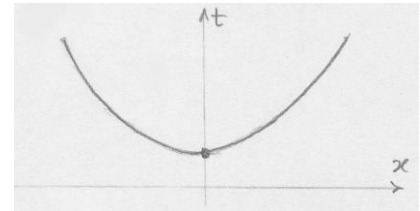


Introduciamo la teoria della sorgente immagine: consideriamo la sorgente e una sua immagine verticale posta specularmente ad essa rispetto all'interfaccia tra i due materiali. Con questa ipotesi, si può dimostrare che il percorso del raggio riflesso può essere agevolmente tracciato congiungendo la sorgente immagine al ricevitore (vedi figura a lato).

Dato che si ha $IR = SHR$, il tempo di percorso complessivo sarà $t^2 = \frac{x^2 + 4h^2}{V_1^2}$, da cui si può scrivere

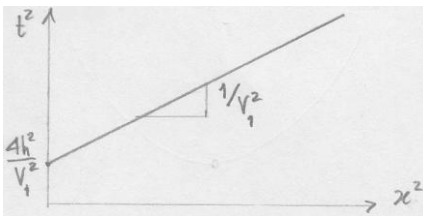
$V_1^2 t^2 = x^2 + 4h^2$ e si ottiene infine l'equazione canonica dell'iperbole:

$$\frac{V_1^2 t^2}{4h^2} - \frac{x^2}{4h^2} = 1$$



L'equazione può essere riscritta anche come:

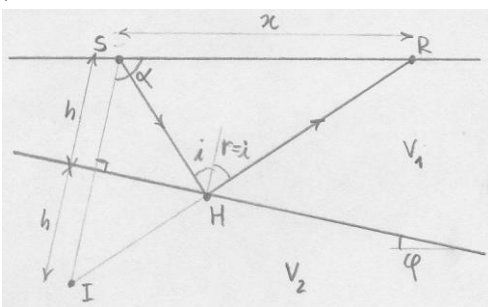
$$t^2 = \frac{x^2}{V_1^2} + \frac{4h^2}{V_1^2}$$



Quest'ultima espressione in un piano x^2, t^2 è l'equazione di una retta (vedi figura a lato).

In questo caso, l'interpretazione delle onde riflesse è agevole: dalla pendenza della retta ricaviamo V_1 e dall'intercetta otteniamo h .

2) Caso dello strato inclinato.



Anche in questo caso si usa la teoria della sorgente immagine per tracciare il percorso del raggio sismico riflesso, in maniera corretta e rapida (vedi figura a lato).

Con riferimento a questo schema, il tempo di percorso è un po' più complicato. Dato che $IR \equiv SHR$, dall'applicazione del teorema di Carnot sul triangolo SIR si ha

$$t^2 = \frac{x^2 + 4h^2 - 2 \cdot 2hx \cos \alpha}{V_1^2}$$

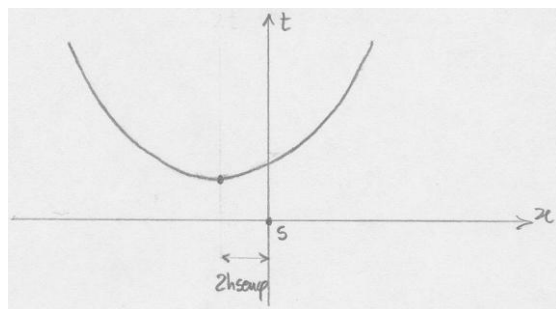
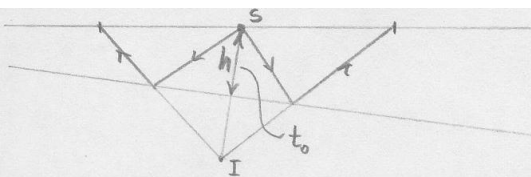
Si può dimostrare che $\cos \alpha = \cos\left(\frac{\pi}{2} + \varphi\right)$ e quindi si ottiene $V_1^2 t^2 = x^2 + 4h^2 - 4hx \cos\left(\frac{\pi}{2} + \varphi\right)$,

espressione che, applicando la trigonometria, diventa $V_1^2 t^2 = x^2 + 4h^2 + 4hx \sin \varphi$.

Si può dimostrare che quest'ultima espressione può essere scritta come l'equazione di un'iperbole nelle variabili x e t :

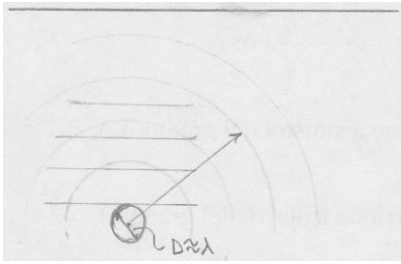
$$\frac{V_1^2 t^2}{2h \cos \varphi^2} - \frac{x + 2h \sin \varphi}{2h \cos \varphi^2} = 1$$

L'iperbole è traslata di una quantità $2h \sin \varphi$, legata all'inclinazione dello strato.



DIFFRAZIONE

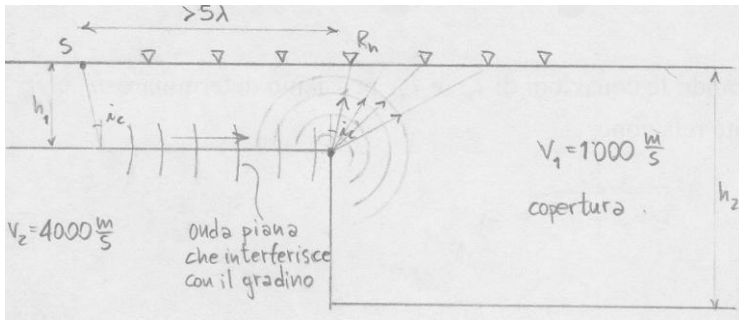
Un ultimo aspetto consiste nell'utilizzare la *sismica a diffrazione*, che sfrutta quei fenomeni in cui



discontinuità delle proprietà meccaniche del sottosuolo determinano zone sorgenti di nuove onde sismiche, le quali vengono irradiate in tutte le direzioni. L'oggetto deve avere dimensioni comparabili con la lunghezza d'onda del fenomeno ondoso che si sta propagando.

A distanza di qualche lunghezza d'onda dall'oggetto ($\approx 5\lambda$) si può applicare il principio di Huygens.

La sismica a diffrazione è adatta per studiare la presenza di un *gradino*.

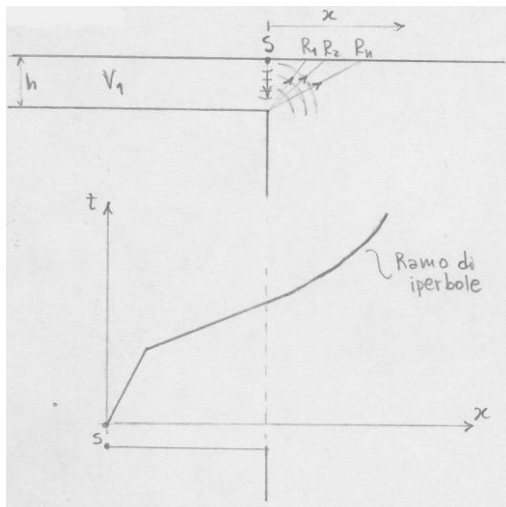


Lo spigolo del gradino si comporta come un punto di marcata discontinuità, che diventa un punto generatore di onde diffratte.

Finché i ricevitori sono ragionevolmente vicini alla sorgente, identifichiamo essenzialmente l'arrivo di onde dirette e criticamente birifratte, fino al generico ricevitore R_n disposto come in figura a lato.

Oltre tale ricevitore si capteranno come primi arrivi i fenomeni di diffrazione dalla discontinuità.

Con riferimento alla geometria rappresentata nella figura seguente, determiniamo l'equazione che descrive la diffrazione.



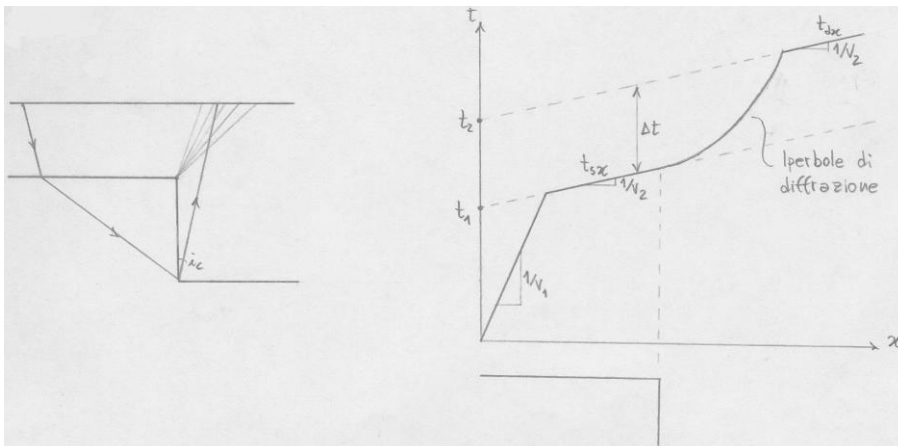
$$t = \frac{h + x^2 + h^2}{V_1}^{0.5}$$

Elevando tutto al quadrato si ottiene:

$$t^2 V_1^2 = [h + x^2 + h^2]^{0.5}$$

Rappresentando questa equazione in un piano x, t si ottiene ancora un'iperbole.

Osserveremo l'iperbole di diffrazione finché non arriva prima il raggio che compie il percorso rappresentato nella figura seguente (si ha di nuovo birifrazione), con dipendenza dai valori di velocità e dalla differenza tra h_1 e h_2 .



SISMICA: TECNICHE DI MISURA IN FORO

TECNICHE DI MISURA

INVASIVE. Prevedono l'utilizzo di fori in cui vengono posti i ricevitori:

- Cross-hole. Fanno riferimento a misurazioni tra foro e foro: la sorgente viene posta in un foro e il ricevitore in un altro foro, generalmente alla stessa profondità. Si determina la distribuzione delle velocità lungo la verticale.
- Down-hole. La sorgente è posta in superficie e i ricevitori in foro, a diverse profondità.
- Tomografie. Sono una combinazione di misure foro-superficie e permettono di determinare la distribuzione delle velocità nel piano verticale.

NON INVASIVE. Prevedono solo misure dalla superficie:

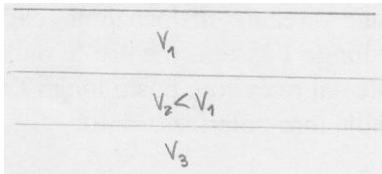
- Riflessione.
- Onde superficiali.
- Rifrazione.

DETERMINAZIONE DEI VALORI DI VELOCITA' IN SITO DOWN-HOLE/CROSS-HOLE TEST

I test di tipo down-hole e cross-hole sono metodi in situ per:

- Misurare le proprietà dinamiche del suolo o della roccia.
- Determinare le velocità delle onde P e delle onde S.
- Identificare la stratificazione del suolo.
- Determinare il modulo elastico.

La capacità risolutiva si spinge ad essere metrica o submetrica, a differenza delle misure sismiche a rifrazione in superficie.

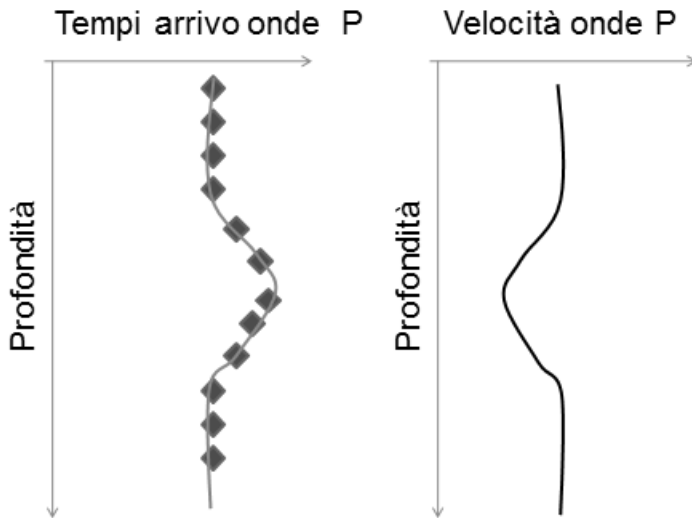


Inoltre, queste tecniche permettono di risolvere il problema dell'*inversione di velocità*, cosa che nella sismica a rifrazione non è possibile fare, perché dall'interfaccia tra gli strati 1 e 2 (vedi figura a lato) non si può avere il fenomeno della birifrazione secondo angolo critico.

PROVA CROSS-HOLE

La prova sismica cross-hole (CHT) consente di determinare i profili di velocità delle onde di volume in un terreno o in roccia attraverso la misurazione dei tempi di percorrenza di tali onde lungo percorsi sub-orizzontali compresi tra due o più fori di sondaggio.

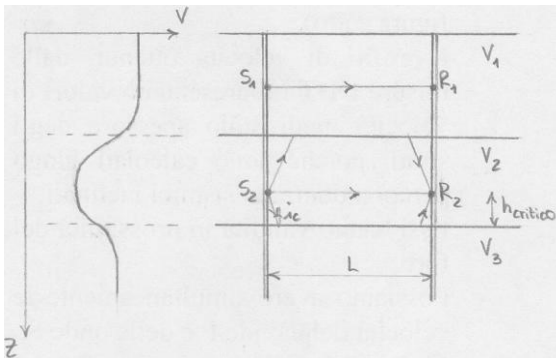
RISULTATI DELLA PROVA CROSS-HOLE



Si ricava il diagramma dei tempi di primo arrivo delle onde P (o onde S) per ogni posizione della coppia scoppio-ricevitore. Nell'ipotesi che i tempi di primo arrivo siano sempre relativi alla propagazione di onde dirette, nota la distanza tra i fori, si ricava il diagramma della velocità in funzione della profondità. Dunque il risultato è un profilo verticale di tempi di percorso di onde P e S e, successivamente, di velocità di percorso. Si ottiene un profilo di velocità apparente, soprattutto nelle zone di transizione: non c'è variazione repentina delle velocità, anche se le proprietà meccaniche variano repentinamente.

Quando c'è inversione di velocità non ci sono problemi, perché si misurano tempi di percorso quando sia sorgente che ricevitore si trovano in quello strato lento.

Si può presentare un problema, però, nel caso rappresentato nella seguente figura, dove $V_1 > V_2 < V_3$.



Quando la configurazione di misura è $S_1 \rightarrow R_1$ non ci sono problemi.

Quando, invece, la configurazione è $S_2 \rightarrow R_2$, potremmo anche avere un raggio sismico che è criticamente birifratto dall'interfaccia tra gli strati 1 e 2 o da quella tra gli strati 2 e 3. In questa condizione, non siamo mai certi che il tempo di primo arrivo captato dal ricevitore R_2 sia relativo ad un'onda diretta.

Esiste quindi un limite di capacità risolutiva nel determinare lo spessore di uno strato di inversione di velocità.

$h_{critico}$ è la distanza minima al di sotto della quale arriva prima l'onda birifratte rispetto a quella diretta; al di sotto di tale lunghezza non si possono avere informazioni sullo strato 2.

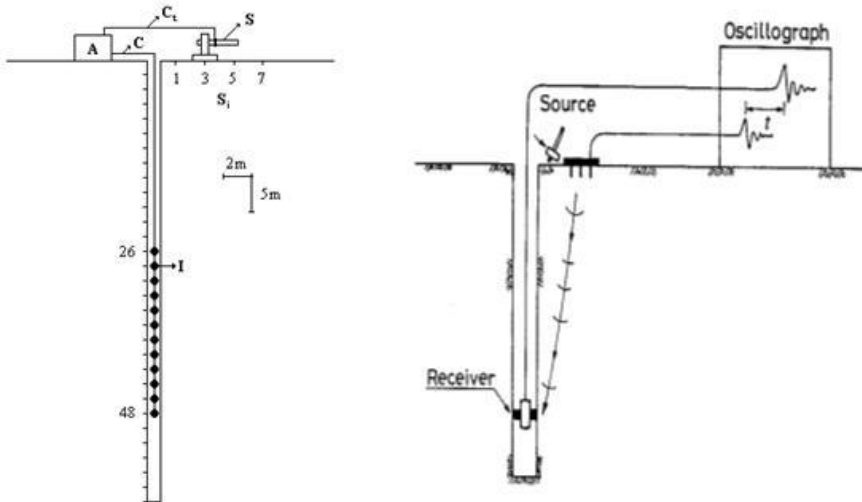
Per ricavare il valore di $h_{critico}$ è sufficiente uguagliare i tempi di arrivo delle onde dirette e delle onde rifratte:

$$t_{dirette} \equiv t_{rifratte} \Rightarrow \frac{L}{V_2} \equiv \frac{L}{V_3} + \frac{2h \cos i_c}{V_2}$$

da cui si ricava $h_{critico}$; esso è legato a i_c e al rapporto delle velocità.

Se la spaziatura tra le misure è minore di $h_{critico}$, quell'orizzonte non sarà messo in evidenza dalle misure.

CONFIGURAZIONE DELLA PROVA DOWN-HOLE

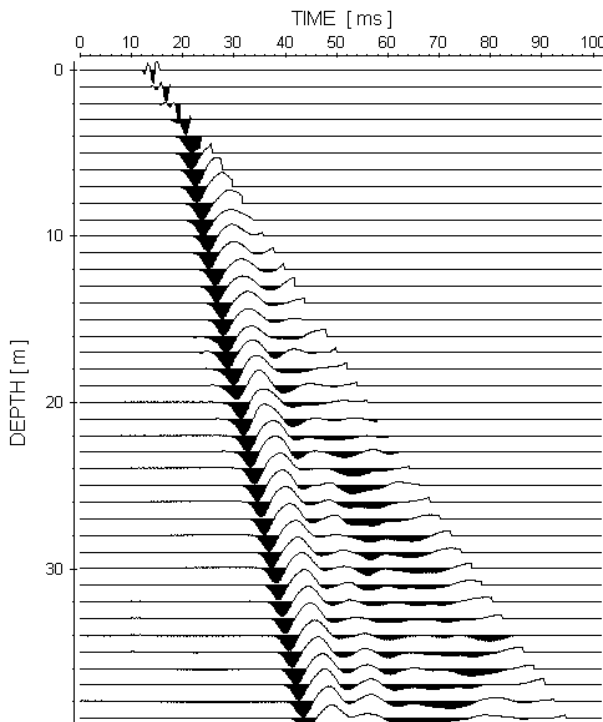


Si utilizzano perfori aventi lunghezza di qualche decina di metri. La sorgente è posta a boccaforo, con qualche accorgimento. Per migliorare la capacità di ricevere le onde S si usa una sorgente particolare, che di per sé provochi dislocazioni di taglio: essa è costituita da una piastra resa solidale al terreno e da una mazza con percussione tangenziale alla piastra. In questo modo si incrementa l'energia legata alle onde S.

Un'altra modalità di prova (vedi figura di sinistra) consiste nell'usare una stringa di ricevitori di tipo piezoelettrico, non triassiali. Essi sono sensibili a deformazioni di volume e, quindi, prevalentemente alle onde P. Il vantaggio è che si acquisiscono simultaneamente informazioni a diversa profondità; il limite è che tali trasduttori non sono sensibili al taglio e quindi non ci permettono di captare informazioni relative alla propagazione delle onde S. In questo caso il risultato è solo il profilo verticale di velocità delle onde P.

Tali ricevitori piezoelettrici sono detti **idrofoni**.

ACQUISIZIONE DI DATI CON STRINGA DI IDROFONI PER LA STIMA DELLA VELOCITA' DELLE ONDE P



Esempio di risultato ottenuto con stringa di geofoni.

PROFILI SISMICI VERTICALI (VSP) E TOMOGRAFIA SISMICA

PROFILI SISMICI VERTICALI VSP

Rilievi sismici con energizzazione in superficie (a bocca foro) e misure di diversi campi d'onda ad una serie di ricevitori posti in foro (distanza 1 metro nelle applicazioni geotecniche).

Obiettivo: caratterizzazione di dettaglio del profilo di velocità delle onde P e delle onde S per la caratterizzazione dei moduli elastici statici di rocce e terreni (nel campo geotecnico fino a circa 50 metri di profondità).

Strumentazione: sismografo multicanale

serie di ricevitori

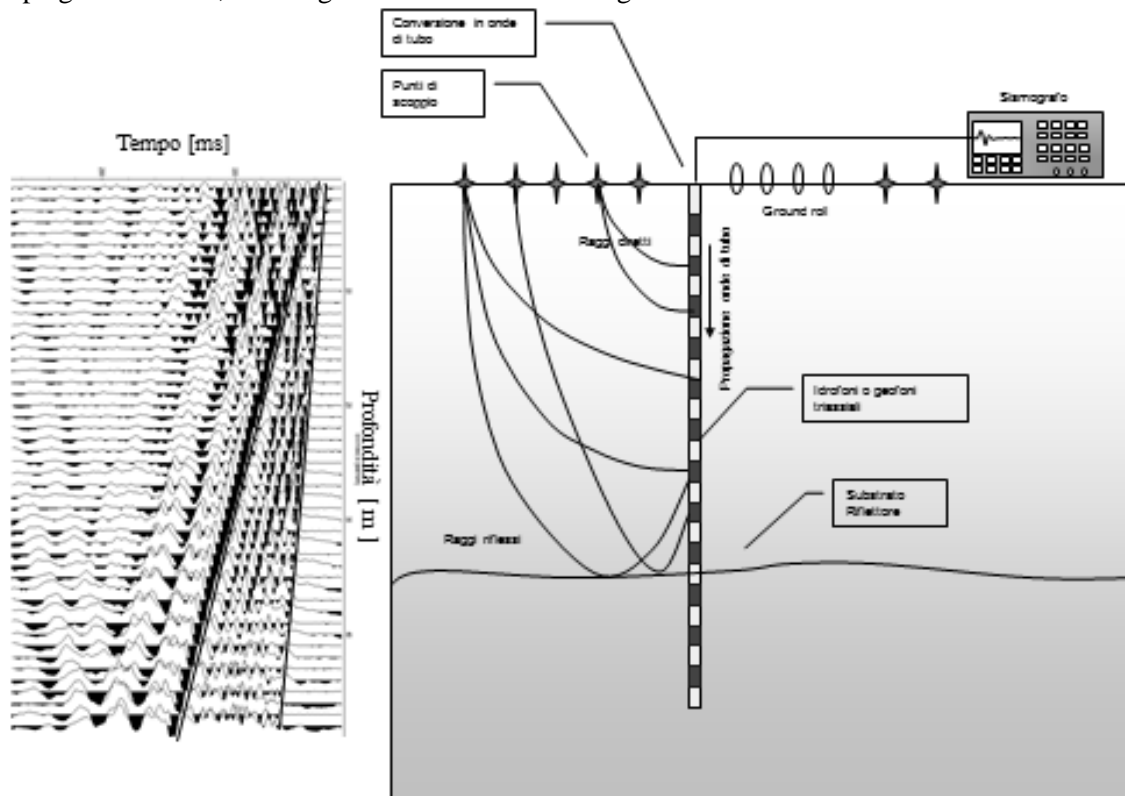
idrofoni in fori pieni di acqua

geofoni triassiali

per stima onde P e S

Si parte da una configurazione di tipo down-hole.

Se si impiegano idrofoni, si ottengono informazioni solo riguardo le onde P.



Se eseguiamo la prova con la sorgente posta a diverse distanze e ripetendo l'acquisizione, otteniamo informazioni aggiuntive circa le variazioni laterali delle velocità.

Se usiamo una stringa di idrofoni, la prova rimane piuttosto rapida.

PROPAGAZIONE DEI DIVERSI CAMPI D'ONDA

Onde P e Onde S: la propagazione avviene in ragione delle caratteristiche elastiche (modulo di elasticità e modulo di taglio, coefficiente di Poisson) del mezzo roccioso; l'ampiezza dell'onda sismica si attenua per effetto della dispersione geometrica (inverso della distanza dalla sorgente) e dell'attenuazione intrinseca dei materiali (attenuazione esponenziale).

Onde di Tubo: si propagano all'interno del foro come onde guidate dalla perforazione e dal rivestimento del pozzo e pertanto non sono attenuate per dispersione geometrica.

In fori senza rivestimento le onde di tubo si propagano a bassa frequenza.

Il valore di velocità delle onde di taglio può essere ricavato dalla stima delle velocità delle onde di Stoneley secondo la seguente correlazione, valida per basse frequenze:

$$c = \frac{V_f}{\sqrt{1 + \frac{\rho_f V_f^2}{\rho_s V_s^2}}}$$

dove c è la velocità delle onde di tubo, V_f è la velocità delle onde elastiche nel fluido (1500 m/s), V_s è la velocità delle onde di taglio della formazione e ρ_f e ρ_s sono le densità, rispettivamente, del fluido e della formazione.

Dato che $V_f = \sqrt{\frac{K}{\rho_f}}$, il termine $\rho_f V_f^2$ è uguale proprio al modulo di compressione del fluido.

Allo stesso modo, dato che $V_s = \sqrt{\frac{G}{\rho_s}}$, si ha che $\rho_s V_s^2 = G$.

Pertanto, la precedente espressione diventa:

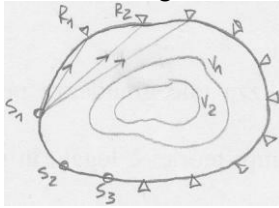
$$c = \frac{V_f}{\sqrt{1 + \frac{K_f}{G}}}$$

Quindi, c dipende dalle proprietà meccaniche di fluido e roccia. Se stimiamo c sperimentalmente, possiamo ricavare G direttamente, perché V_f e K_f sono note con sufficiente precisione: per l'acqua $V_f = 1500 \text{ m/s}$ e $K_f = 2.25 \text{ GPa}$.

In definitiva, è vero che con gli idrofoni non captiamo le onde S, ma captiamo fenomeni secondari guidati che sono legati alle proprietà meccaniche a taglio. Ciò è intimamente vero se la formazione è omogenea; viceversa, se la formazione è un mezzo poroso saturo, si può dimostrare che c è funzione di G_{bulk} e della conducibilità idraulica in condizioni sature, poiché si ha anche un fenomeno di squeeze dell'acqua all'interno dei pori.

ELABORAZIONE TOMOGRAFICA DEI DATI

L'elaborazione tomografica è un processo di acquisizione con tanti scoppi e tanti ricevitori che permette di

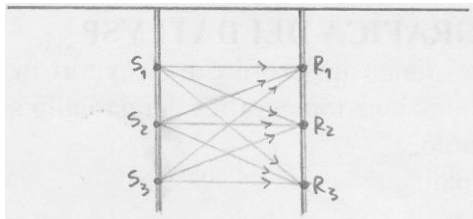


capire come varia il campo di velocità in una certa sezione.

Possiamo mettere insieme tutti i tempi di percorso (dati sperimentali) agli n ricevitori dagli m scoppi, con l'obiettivo di ricostruire la distribuzione della velocità all'interno della sezione investigata. Ciò può avvenire a diverse scale, da submetrica a chilometrica.

L'elaborazione tomografica è un processo che consente di ricostruire l'andamento di un certo parametro partendo dalle sue proiezioni su determinati piani. Le proiezioni sono le informazioni che abbiamo ai ricevitori, cioè i tempi di percorso; se abbiamo tante sorgenti, abbiamo tante proiezioni.

Dal punto di vista matematico, usiamo un modello basato su una geometria cross-hole semplificata per introdurre alcuni concetti. Per ora immaginiamo il materiale omogeneo (raggi rettilinei) e consideriamo raggi diretti.



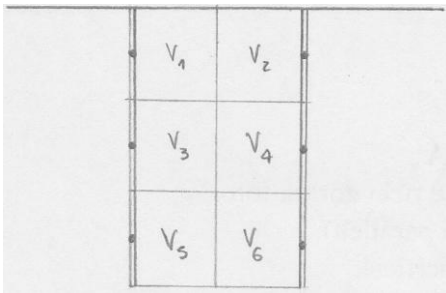
Il dataset sperimentale sarà composto da tutti i tempi di percorso.

Nel caso rappresentato a fianco:

3 scoppi }
3 ricevitori } 9 tempi sperimentali

Noi parleremo di **tomografia sismica per tempi di percorso**, per ora considerando raggi rettilinei.

Si usa il processo di **discretizzazione** del dominio di interesse in un grigliato, per approssimare l'andamento del parametro in questione.



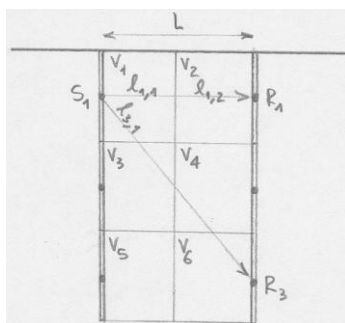
E' opportuno che il numero di celle non superi la metà del numero di dati sperimentali, poiché è opportuno che il numero delle incognite (velocità all'interno delle singole celle) sia minore del numero di dati sperimentali affinché l'elaborazione sia matematicamente robusta.

Immaginata una discretizzazione, si considera che i valori di velocità siano costanti all'interno di una cella e le variazioni si abbiano solo da cella a cella.

L'elaborazione tomografica si divide in due:

1. **Modello diretto.** A partire da un'ipotesi di distribuzione delle velocità V_1, \dots, V_n e nota una certa geometria, il modello diretto consente di ricavare i tempi di percorso **sintetici** o **teorici** dei raggi sismici.

Vediamo in cosa consiste partendo da un esempio.



Consideriamo i tempi di percorso dei raggi sismici che partono dalla sorgente S_1 e arrivano ai vari ricevitori:

$$t_{S1R1} = \frac{l_{1,1}}{V_1} + \frac{l_{1,2}}{V_2}$$

.....

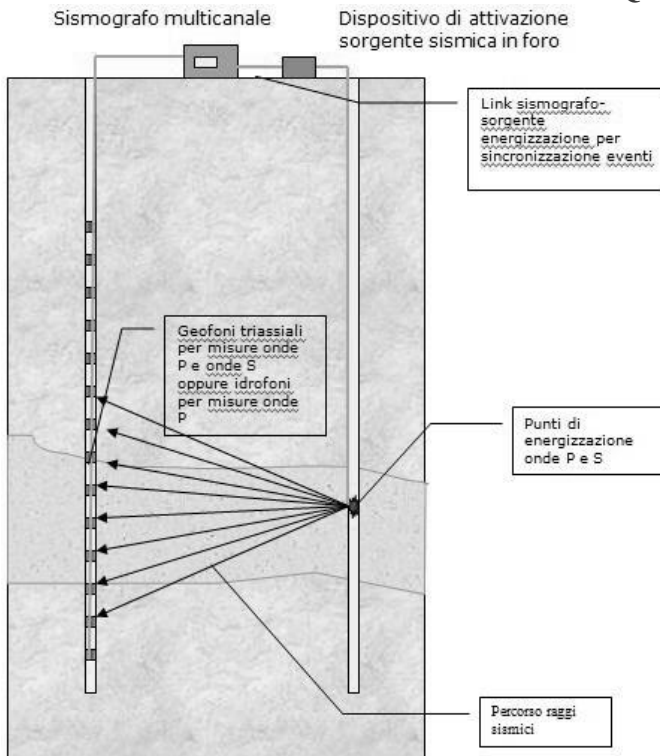
$$t_{S1R3} = \frac{l_{3,1}}{V_1} + \frac{l_{3,3}}{V_3} + \frac{l_{3,4}}{V_4} + \frac{l_{3,6}}{V_6}$$

dove $l_{i,j}$ è la lunghezza del percorso del raggio i nella cella j .

Si può scrivere il tempo di percorso in forma compatta per tutti i raggi sismici:

$$t_i = \sum_{j=1}^N \frac{l_{i,j}}{V_j} = \sum_{j=1}^N l_{i,j} \cdot S_j$$

TOMOGRAFIA: ACQUISIZIONE DEI DATI



Le **tomografie sismiche** in foro per caratterizzazione geologica tecnica utilizzano perforazioni di circa 30-50 metri di profondità con coppie di fori distanti circa 10 m -20 m tra loro.

I sensori posti in un primo foro con distanza di 1-2 metri possono essere geofoni triassiali (in grado di captare onde P e S) oppure stringhe di idrofoni (da usare quando il foro è riempito di acqua) in grado di rilevare onde P.

Le sorgenti di energizzazione sono di tipo meccanico (masse accelerate) oppure possono essere opportuni fucili sismici.

I punti di energizzazione sono disposti nel secondo foro, con interdistanza normalmente di circa 1-2 metri.

L'acquisizione dati prevede di registrare i segnali sismici provenienti dai diversi punti sorgente in tutti i punti prestabiliti dei ricevitori.

In questo modo si determina una copertura completa di informazioni (percorsi di onde sismiche) che ricoprono l'intera sezione tra i due fori.

L'elaborazione tomografica dei dati consente di

elaborare mappe di distribuzione del campo di velocità delle onde P e S nella sezione investigata.

Lo schema di acquisizione dati di tipo **cross-hole** prevede la sola acquisizione del percorso delle onde sismiche da un punto di scoppio in un foro ad un singolo ricevitore (geofono triassiale) posto nel secondo foro alla stessa quota del punto di scoppio. L'acquisizione dati si completa con una serie di misure del percorso delle onde sismiche tra punti di scoppio e ricevitore che vengono traslati lungo i due fori in modo da trovarsi sempre alla stessa quota (CHT).

Si ottengono profili verticali di velocità delle onde P e onde S come valore medio di velocità approssimativamente attribuibile alla quota della coppia scoppio-ricevitore.

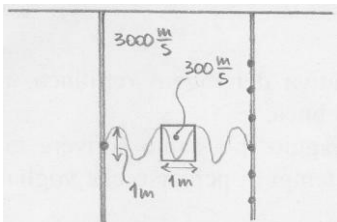
CONCETTO DI RISOLUZIONE IN TOMOGRAFIA

La tomografia è un processo di ricostruzione di un'immagine a partire dalle proiezioni dell'oggetto su uno o più piani.

Nella tomografia sismica le proiezioni sono i dati sperimentali puntuali (tempi di primo arrivo, ampiezze,...); le sorgenti di proiezione sono i punti di scoppio.

La disposizione e il numero finito delle sorgenti e dei ricevitori non consente di illuminare l'oggetto in modo completo; l'immagine proiettata è pertanto una rappresentazione non ben definita dell'oggetto.

La **risoluzione fisica** è legata alla lunghezza d'onda del fenomeno ondoso.



Le variazioni minime che possiamo cogliere nella distribuzione della velocità dipendono dalla lunghezza d'onda.

Consideriamo, ad esempio, una cavità posta nella sezione investigata; possiamo sperare di ottenere informazioni circa la sua presenza se e solo se la lunghezza d'onda è del suo stesso ordine di grandezza. Dobbiamo quindi usare alte frequenze per avere piccole lunghezze d'onda e, quindi, alta risoluzione.

La **risoluzione matematica** dipende da:

- Geometria e disposizione delle sorgenti e dei ricevitori.
- Dimensioni e disposizione delle celle.
- Processo di inversione dei dati.

La risoluzione matematica è la capacità degli algoritmi di ricostruire, a partire dalle proiezioni, le variazioni di proprietà fisica; essa dipende da come il sistema sorgenti-ricevitori è stato in grado di illuminare la sezione investigata e da come questa è stata discretizzata.

TOMOGRAFIA SISMICA: PROBLEMA INVERSO

Consiste nel risolvere il modello di velocità a partire dai dati sperimentali, ovvero a partire dai tempi di percorso dei raggi sismici. Si scrivono m -equazioni, ciascuna per ogni raggio sismico e si organizzano in formato matriciale:

$$\begin{bmatrix} L_{1,1} & \dots & L_{1,n} \\ L_{2,1} & \dots & L_{2,n} \\ \dots & & \\ L_{m,1} & \dots & L_{m,n} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} S_1 \\ \dots \\ S_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} t_1 \\ \dots \\ t_m \end{bmatrix} \quad \text{con:} \quad A = \begin{bmatrix} L_{1,1} & \dots & L_{1,n} \\ L_{2,1} & \dots & L_{2,n} \\ \dots & & \\ L_{m,1} & \dots & L_{m,n} \end{bmatrix} \dots s = \begin{bmatrix} S_1 \\ \dots \\ S_n \end{bmatrix} \dots t = \begin{bmatrix} t_1 \\ \dots \\ t_m \end{bmatrix}$$

dove A è la **matrice dei segmenti intercetti** in cui ciascun elemento rappresenta il percorso di ogni singolo raggio all'interno di una cella, s è il vettore delle lentezze (inverso delle velocità) di ogni cella e t è il vettore dei tempi.

Nella matrice A , la riga m contiene i singoli tratti dello scoppio m ; ad esempio, $L_{1,n}$ è il contributo del raggio 1 nella cella n . La matrice ha dimensione $m \cdot n$, dove m è il numero di prodotti scoppi-ricevitori e n è il numero di celle (pari al numero delle incognite). E' una matrice **sparsa**: ci sono tanti elementi nulli e pochi elementi significativi, disposti in maniera rada all'interno della matrice.

La scrittura riportata sopra costituisce un altro modo di formalizzare il problema diretto, ma può essere usata anche per il problema inverso, se nel vettore t mettiamo i tempi sperimentali e se la matrice s contiene le incognite. Il problema si riconduce a risolvere un sistema lineare di equazioni, in cui dobbiamo stimare le lentezze a partire dai tempi sperimentali e dalla matrice dei segmenti intercetti:

$$A \cdot s = t$$

dove s è il vettore delle incognite.

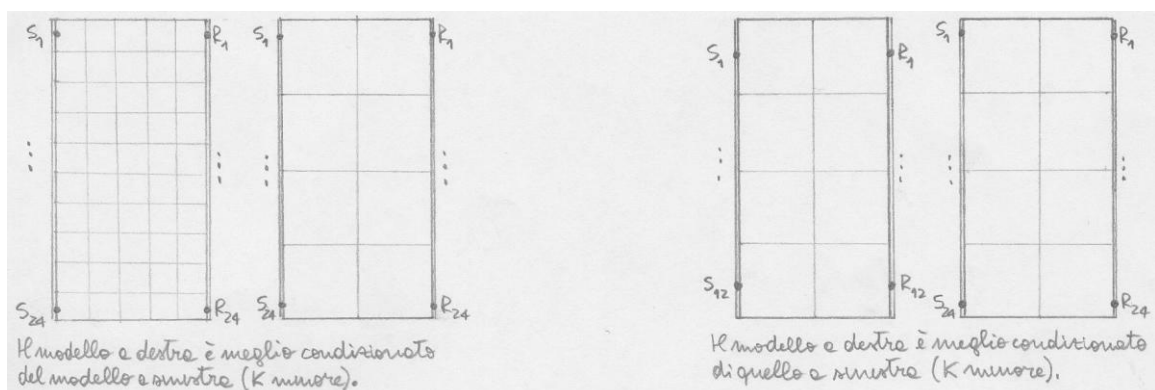
Vediamo quali sono le principali caratteristiche del problema:

- Il problema è **lineare**, grazie alle ipotesi semplificative fatte.
- Il sistema è normalmente **sovradeterminato**, cioè il numero delle incognite è minore rispetto al numero dei tempi di percorso (ciò è fatto volutamente, perché il problema è mal posto).
- Il problema è **mal posto**, cioè il numero di informazioni a disposizione e la loro distribuzione non è mai sufficiente per risolvere in maniera accurata le incognite.
- Il problema è **mal condizionato**, cioè anche piccole incertezze sperimentali del parametro misurato possono avere forti ripercussioni sul parametro che vogliamo ricostruire. In pratica, l'incertezza nella determinazione dei tempi sperimentali, seppur piccola, porta a grandi incertezze sul parametro da ricostruire.

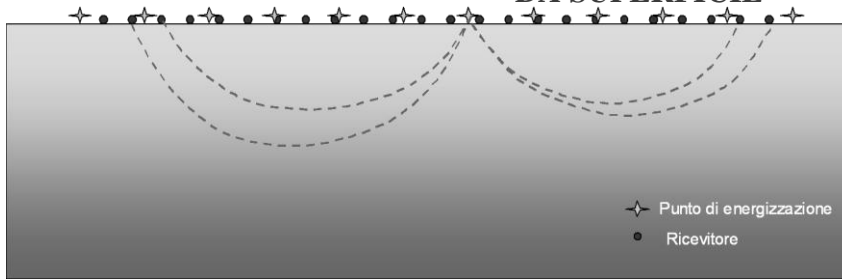
Dal punto di vista matematico, vuol dire che la distribuzione degli autovalori nella matrice A è tale per cui il **numero di condizione** K , cioè il rapporto fra autovalore massimo σ_{\max} e autovalore minimo σ_{\min} , è molto alto:

$$K = \frac{\sigma_{\max}}{\sigma_{\min}} \gg 1$$

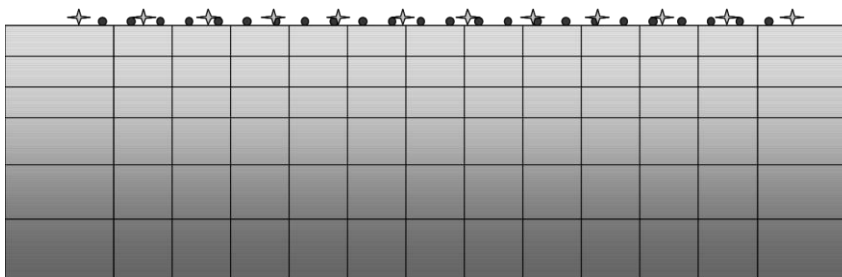
Tale rapporto dipende dalla geometria sperimentale (disposizione scoppi-geofoni) e dalla discretizzazione (vedi esempi sotto).



MODALITA' DI ACQUISIZIONE DELLA TOMOGRAFIA SISMICA A RIFRAZIONE DA SUPERFICIE

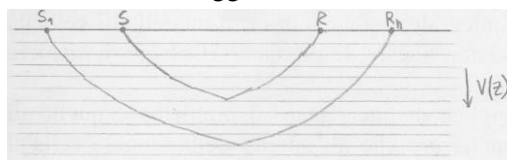


Si ipotizza un trend di velocità che aumenta con la profondità in modo da avere raggi continuamente rifratti.



L'elaborazione prevede la discretizzazione della sezione investigata in un numero di celle che deve essere inferiore a circa $\frac{1}{2}$ il numero delle misure disponibili.

La tomografia sismica da superficie è impiegata quando si hanno problemi topografici non lineari, prevede di predisporre scoppi e ricevitori in superficie e si basa sul fatto di avere un gradiente di velocità lungo la verticale (la velocità aumenta con la profondità); non possiamo partire da un modello omogeneo perché in tal caso non avremmo raggi sismici continuamente rifratti, cioè raggi sismici curvilinei.



E' come se avessimo tanti straterelli di spessore infinitesimo, aventi velocità crescenti con la profondità; all'interno di ogni straterello il percorso è circa rettilineo, ma sulla macroscale è curvilineo, cioè abbiamo una rifrazione continua.

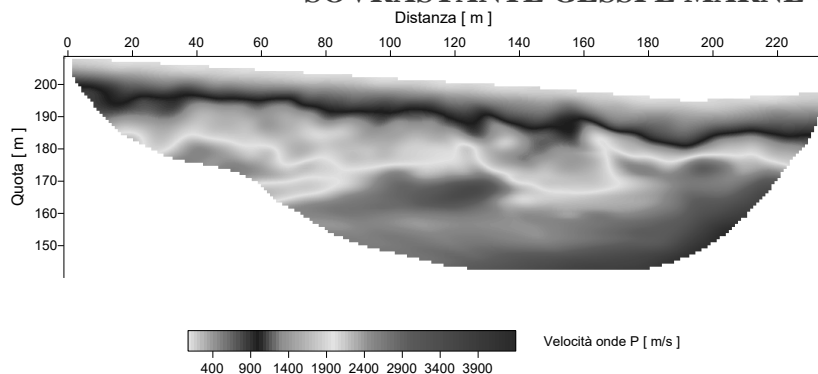
Maggiore è la distanza scoppi-ricevitori, tanto più il raggio sismico sarà rifratto da strati profondi; la massima profondità d'indagine dipende quindi dalla geometria di acquisizione (anche in questo caso la logistica è sfavorevole), ma dipende anche dal gradiente verticale di velocità.

A partire da una discretizzazione e da una geometria di acquisizione, risolviamo il problema diretto e quello inverso come nella tomografia di tipo cross-hole già vista.

La discretizzazione deve essere tale per cui il problema sia sovradeterminato, mentre il problema continua ad essere mal posto.

A differenza della tomografia di tipo cross-hole, in questo caso possiamo usare una discretizzazione con maglia non regolare, per migliorare il condizionamento del problema; è bene che le celle superficiali siano più piccole di quelle profonde, perché in superficie abbiamo più informazioni (la densità di informazioni decresce con la profondità). Lo svantaggio è che la capacità risolutiva decresce con la profondità.

TOMOGRAFIA SISMICA IN COPERTURA DI MATERIALE ARGILLOSO SOVRASTANTE GESSI E MARNE COMPATTE



La tomografia a rifrazione si utilizza in vari contesti, soprattutto in indagini perliminari alla costruzione di opere sotterranee o in contesti di cave per evidenziare lo spessore del materiale di copertura. Rispetto alla sismica a rifrazione classica, si ottengono immagini che tengono conto di variazioni di velocità sia verticali, sia laterali, con tutti i limiti di affidabilità, però, della elaborazione tomografica.

SOLUZIONE DEL PROBLEMA LINEARIZZATO

Poiché il percorso dei raggi dipende dalla distribuzione di velocità, il problema inverso deve essere risolto per approssimazioni successive (iterazioni) a partire da un modello iniziale (ipotizzato) di distribuzione di velocità; il problema lineare:

$$A \cdot s = t$$

$$A \cdot s + \Delta s = t_c + \Delta t$$

dove Δs è il vettore perturbazione rispetto al vettore iniziale delle lentezze, t_c è il vettore dei tempi calcolati a partire dalla distribuzione di velocità del modello iniziale e Δt è il vettore perturbazione sui tempi (differenza tra i tempi sperimentali e quelli calcolati).

Il problema si risolve pertanto considerando il problema equivalente che permette di trovare il vettore Δs che minimizza la differenza:

$$\Delta s \Rightarrow \|A \cdot \Delta s - \Delta t\| = \min$$

con $\Delta t = t_s - t_c$

Per poter tracciare inizialmente i raggi sismici dobbiamo ipotizzare un modello iniziale delle velocità, che può essere anche molto distante dal modello reale e che dovrà via via essere modificato per stimare correttamente quest'ultimo; quindi, il processo è iterativo.

Il problema è non lineare perché nell'espressione $s = A^T \cdot A^{-1} \cdot A^T \cdot t$, la matrice A dipende da $V_{x,z}$, quindi dobbiamo risolvere il problema per iterazioni successive.

Il procedimento da seguire è il seguente:

1. Si ipotizza un modello iniziale di velocità.
2. Si calcolano i raggi sismici e i tempi di percorso teorici (o sintetici) a partire dal modello di velocità.
3. Si confrontano i tempi teorici con i tempi sperimentali.
4. Se $\|t_{teorico} - t_{sperimentale}\| > \varepsilon$, cioè se lo scarto quadratico medio è maggiore di un prefissato valore di soglia, allora si ritorna al punto 1 cambiando il modello di velocità.

Se, invece, lo scarto quadratico medio è minore del valore di soglia, allora si interrompe il processo iterativo.

Il **valore di soglia** prefissato è riferito all'incertezza media sperimentale che possiamo avere nei dati. Operativamente, iterazione per iterazione si va a perturbare di piccole quantità i valori di lentezza, il che equivale a modificare anche i tempi di una piccola quantità: $A \cdot s + \Delta s = t_c + \Delta t$, fino a che $t_c + \Delta t$ non approssima al meglio i dati sperimentali; per fare ciò si usano algoritmi robusti e convergenti.

CONDUZIONE ELETTRICA NEI SUOLI E NELLE ROCCE

La corrente fluisce nei mezzi naturali secondo due meccanismi principali:

- **Conduzione metallica**, per la presenza di metalli nativi e minerali quali rame, grafite, ecc.
E' quasi sempre trascurabile, perché la presenza di metalli nativi è molto scarsa nei materiali da noi studiati.
- **Conduzione elettrolitica**: nelle rocce acquifere la conduzione elettrolitica ha un apporto predominante sulla conducibilità totale.

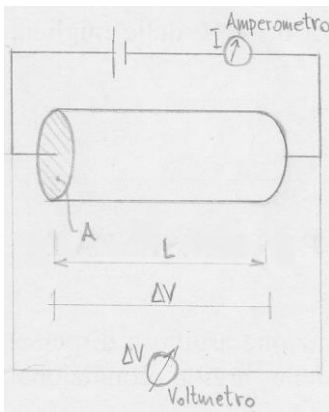
La corrente fluisce per mobilità e trasporto ionico attraverso i pori saturati in un fluido di un mezzo poroso; tale trasporto è pertanto tipico nei suoli e in tutti i mezzi geologici incoerenti che contengono una fase fluida.

La conducibilità di una roccia porosa varia con il volume totale e la disposizione dei pori e con la conducibilità elettrica ed il contenuto di fluido.

E' il meccanismo principale di trasporto della corrente nelle rocce che usualmente sono poco conduttive.

Dunque, la presenza di ioni in fase acquosa è responsabile del passaggio di corrente. Condizione fondamentale, quindi, è che la formazione contenga in qualche misura una saturazione acquosa. In generale, lo scheletro solido non è in grado di trasmettere la corrente, anche se non è sempre così.

LEGGE DI OHM



La **legge di Ohm** correla la resistenza elettrica R con la tensione ΔV osservabile alle due estremità del cilindro e con la corrente I che fluisce attraverso il cilindro:

$$R = \frac{\Delta V}{I} \quad [\text{Ohm}]$$

dove ΔV è espresso in Volt e I in Ampere.

La legge di Ohm esprime la resistenza che si manifesta all'interno del campione, quindi dipende anche dalla geometria e non esprime un parametro intrinseco, che invece è espresso dalla **resistività elettrica** ρ . Si ha:

$$\rho = R \frac{A}{L} \quad [\text{Ohm} \cdot \text{m}]$$

Ciò che vogliamo ricavare è ρ , misurate ΔV e I e note le caratteristiche geometriche del provino.

Il reciproco della resistività elettrica è la **conducibilità elettrica** σ :

$$\sigma = \frac{1}{\rho} = \frac{L}{R \cdot A} = \frac{I / A}{\Delta V / L} = \frac{J}{E} \quad [\text{S/m}]$$

dove J è la densità di corrente espressa in $[\text{A/m}^2]$ ed E è il campo elettrico espresso in $[\text{V/m}]$.

EFFETTI DI CONTAMINAZIONI DI IDROCARBURI CON ELEVATA PERMANENZA NEI SUOLI

- Il contributo della frazione solubile provoca un aumento della conducibilità elettrica.
- A lungo termine, si osserva un progressivo decremento della resistività elettrica per effetto di fenomeni di degradazione (rilascio di ioni cloro dei solventi clorurati, effetti di biodegradazione del benzene con aumento di ioni Fe e Mn).
- Modifica della capacità di scambio; variazioni della conducibilità elettrica dovuta ai potenziali di doppio strato.

In definitiva, si deduce che il comportamento degli idrocarburi è molto dipendente dal tempo.

RESISTIVITA' DELLE ROCCE

Table 1. Resistivities of some common rocks, minerals and chemicals.

Material	Resistivity ($\Omega \cdot m$)	Conductivity (Siemen/m)
Igneous and Metamorphic Rocks		
Granite	$5 \times 10^3 - 10^6$	$10^{-6} - 2 \times 10^{-4}$
Basalt	$10^3 - 10^6$	$10^{-6} - 10^{-3}$
Slate	$6 \times 10^2 - 4 \times 10^7$	$2.5 \times 10^{-8} - 1.7 \times 10^{-3}$
Marble	$10^2 - 2.5 \times 10^8$	$4 \times 10^{-9} - 10^{-2}$
Quartzite	$10^2 - 2 \times 10^8$	$5 \times 10^{-9} - 10^{-2}$
Sedimentary Rocks		
Sandstone	$8 - 4 \times 10^3$	$2.5 \times 10^{-4} - 0.125$
Shale	$20 - 2 \times 10^3$	$5 \times 10^{-4} - 0.05$
Limestone	$50 - 4 \times 10^2$	$2.5 \times 10^{-3} - 0.02$
Soils and waters		
Clay	1 - 100	0.01 - 1
Alluvium	10 - 800	$1.25 \times 10^{-3} - 0.1$
Groundwater (fresh)	10 - 100	0.01 - 0.1
Sea water	0.2	5
Chemicals		
Iron	9.074×10^8	1.102×10^7
0.01 M Potassium chloride	0.708	1.413
0.01 M Sodium chloride	0.843	1.185
0.01 M acetic acid	6.13	0.163
Xylene	6.998×10^{16}	1.429×10^{-17}

Per quanto riguarda le rocce ignee e metamorfiche, ci sono ampi range di variazione, in ragione del fatto che il materiale può presentarsi più o meno fratturato.

TEORIA E MODELLI DELLE PROPRIETA' ELETTRICHE DELLE ROCCE

- Modello di Archie per rocce sature.
- Modelli per rocce insature.
- Modelli che tengono conto della presenza di particelle di argilla e del contributo di tali particelle sulla conducibilità.

SIGNIFICATO DELL'ESPONENTE m

m è chiamato *esponente di cementazione*.

Si può notare (sperimentalmente) che l'esponente m ha un valore pari a 1.3 per le sabbie non consolidate ed un range di variazione compreso tra 1.8 e 2.0 per molte arenarie consolidate.

Sabbie non consolidate	$m=1.3$
Arenarie poco cementate	$m=1.5 \dots 1.7$
Arenarie moderatamente cementate	$m=1.8 \dots 1.9$
Arenarie molto cementate	$m=2.0 \dots 2.2$

Carbonati

Calcari gessosi	$m=1.7 \dots 1.8$
Calcari cristallini e granulari	$m=1.8 \dots 2.0$
Calcari con geodi	$m=2.1 \dots 2.6$

23/10/12

CORRELAZIONI TRA POROSITA', SATURAZIONE IN FLUIDO E CONDUCEBILITA' ELETTRICA NEI MEZZI POROSI

- Formazioni sature sabbioso-ghiaiose (legge di Archie):

$$\sigma_m = a \cdot \phi^m \cdot \sigma_f$$

- Formazioni non sature sabbioso-ghiaiose (legge di Archie):

$$\sigma_m = a \cdot \phi^m \cdot S_w^n \cdot \sigma_f$$

dove σ_m è la conducibilità elettrica del mezzo, σ_f è la conducibilità elettrica della fase fluida, ϕ è la porosità ed n , a e m sono parametri sperimentali, con:

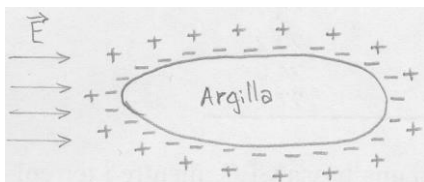
- $n \approx 2$ è detto *esponente di saturazione*.
- $0.5 \leq a \leq 2.5$
- $1.3 \leq m \leq 2.0$
- Suoli parzialmente saturi con componente argillosa (Rhoades, 1976):

$$\sigma_m = \sigma_f \cdot \theta \cdot a \cdot \theta + b + \sigma_s$$

dove σ_s è il contributo di conducibilità elettrica della frazione argillosa, a e b sono parametri sperimentali che dipendono dalla tessitura del suolo, mentre θ è il contenuto volumetrico di acqua, con $\theta = S_w \cdot \phi$.

Le prime due equazioni sono valide se si considera inerte lo scheletro solido.

Le argille, invece, sono caricate negativamente sulla loro superficie, per cui in generale non possono essere considerate inerti.



Se queste vengono a contatto con una fase fluida in cui sono disciolti degli ioni, i cationi in soluzione sono attratti dalle particelle di argilla e si forma un cosiddetto *potenziale di doppio strato*; questi deboli legami tendono ad essere influenzati dalla presenza di un campo elettrico \vec{E} e ciò fa sì che si dia un contributo alla conducibilità elettrica, secondo il meccanismo detto *conducibilità di superficie*.

Questa condizione è espressa dalla terza formula, secondo cui in generale la conducibilità del mezzo è data dalla somma di due contributi, uno legato alla circolazione elettrolitica (in forma polinomiale) e uno legato alle argille.

SABBIE CONTENENTI ARGILLE: MODELLO DI WAXMAN-SMITS

La conduzione elettrica della formazione possa essere rappresentata da due elementi resistivi in parallelo che rappresentano i due tipi di conducibilità elettrica $\sigma_{elettrolita}$ e $\sigma_{argilla}$.

$$\sigma_m = \frac{\sigma_f + \sigma_s}{F}$$

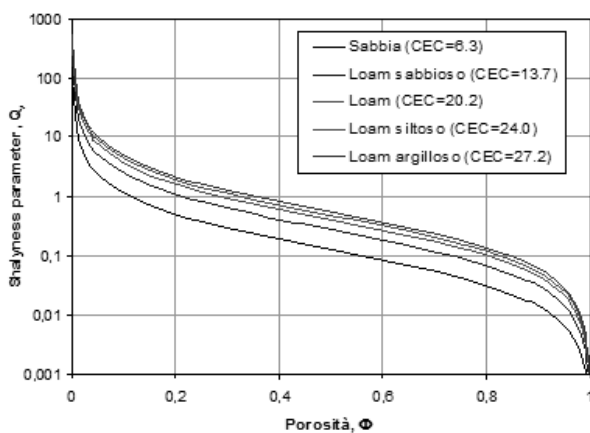
dove con σ_s si indica la conducibilità per fenomeni di interfaccia o **conducibilità di superficie**.

La formula è rigorosamente valida se il materiale è completamente saturo.

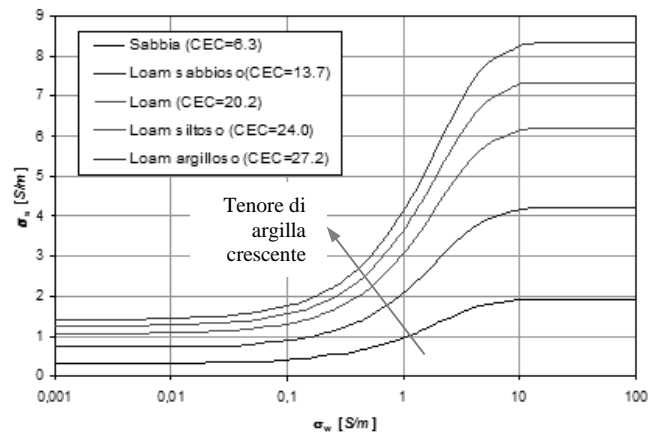
Secondo Waxman e Smits, la conducibilità di superficie dipende dalla **capacità di scambio cationico** secondo la relazione empirica:

$$\sigma_s = B \cdot Q_v$$

dove B è il termine che tiene conto della conducibilità di superficie e Q_v è il parametro di contenuto di argilla.



Shalyness parameter Q_v versus porosity for different CEC values - porosity $\phi = 0.2$; grain density $d_s = 2000 \text{ kg/m}^3$



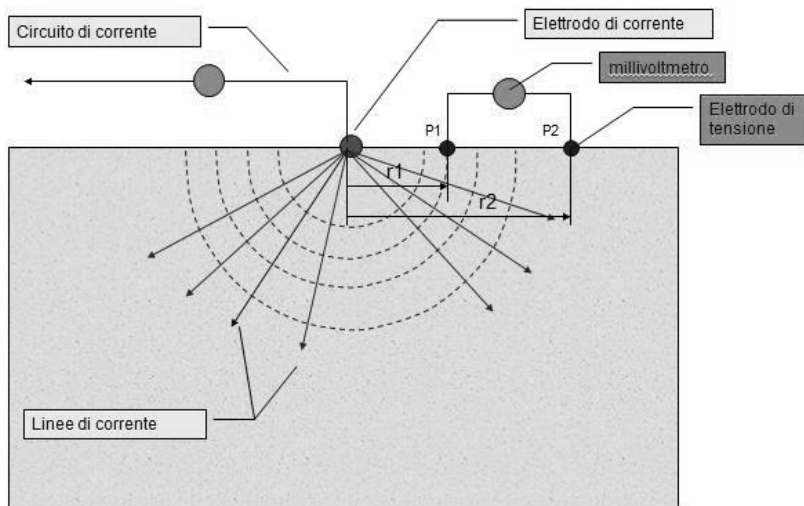
Surface conductivity σ_s versus conductivity of water σ_w for different CEC values - porosity $\phi = 0.2$; grain density $d_s = 2000 \text{ kg/m}^3$

Osservando il grafico di destra si può notare come la σ_s cambia anche al variare di σ_w . A parità di CEC, per piccoli valori di σ_w (acqua poco salina), σ_s rimane abbastanza costante al variare di σ_w ; quindi per bassi valori di salinità dell'acqua, prevalgono i fenomeni di conduzione elettrolitica e i fenomeni di superficie sono limitati. Da un certo punto in poi, a causa dell'incremento degli ioni disciolti nella fase fluida, si ha un andamento fortemente non lineare: in questo range si possono combinare gli effetti di conduzione elettrolitica e quelli di superficie. Quando $\sigma_w > 10 \text{ S/m}$ (fluido molto più salino dell'acqua di mare), ci sono talmente tanti ioni che questi finiscono col presentare una mobilità ridotta; quindi, si minimizza la possibilità di formazione di legami elettrochimici e la circolazione di superficie è quasi impedita.

I l'abbiamo immessa (è legata al generatore), V la possiamo misurare con un picchetto, anche in superficie, e, noto r , possiamo ricavare ρ .

Ancora una volta, ρ è funzione della geometria, di V e di I .

CASO DI DUE ELETTRODI DI POTENZIALE (MISURA DI DIFFERENZA DI POTENZIALE O DEL GRADIENTE)



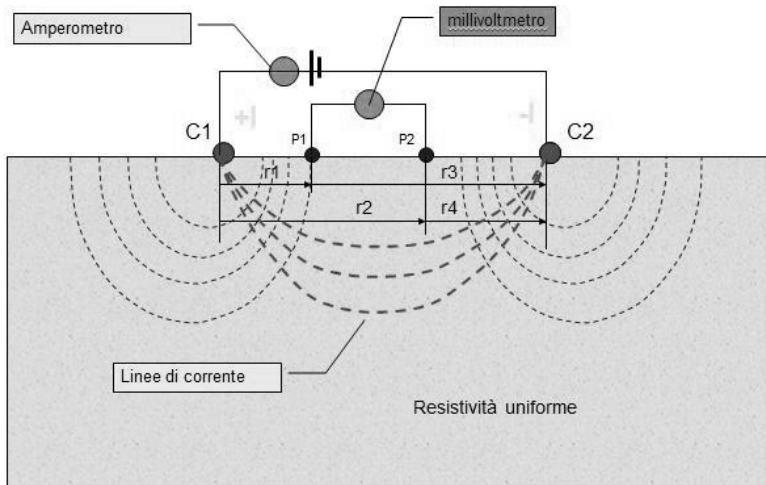
In realtà le cose sono più complicate di quanto appena visto, perché gli elettrodi sono 2 e anche il potenziale elettrico, per essere misurato, necessita di 2 elettrodi.

Vogliamo stimare la differenza di potenziale tra due punti P_1 e P_2 , immaginando che il circuito di misura sia costituito da due picchetti posti in superficie e da un voltmetro. Consideriamo ancora la presenza di un solo elettrodo di corrente.

Vale il principio di sovrapposizione degli effetti, tale per cui:

$$\Delta V = V_1 - V_2 = \frac{\rho I}{2\pi} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)$$

QUADRIPOLO ELETTRICO: DUE ELETTRODI DI CORRENTE E DUE ELETTRODI DI TENSIONE



Generalizziamo ulteriormente, considerando sia un elettrodi di immissione, sia un elettrodo di prelievo della corrente, posti vicini tra loro.

Dal punto di vista fisico, anche per un semispazio omogeneo, le superfici equipotenziali non sono più semisfere, ma si deformano a seconda di come sono fatte le linee di corrente, che ora sono delle curve; in ogni caso, le superfici equipotenziali continuano ad essere in ogni punto ortogonali alle linee di corrente.

C_1C_2 è detto **dipolo di corrente**, P_1P_2 è

detto **dipolo di potenziale**; tutto il dispositivo si compone quindi di 4 elettrodi, cioè 2 dipoli e si chiama **quadripolo**. Parleremo di diverse tipologie di quadripolo; la più comune è quella che ha il dipolo di potenziale interno al dipolo di corrente.

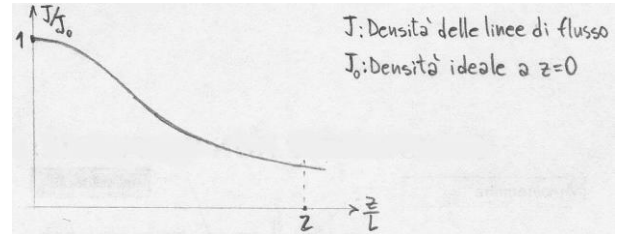
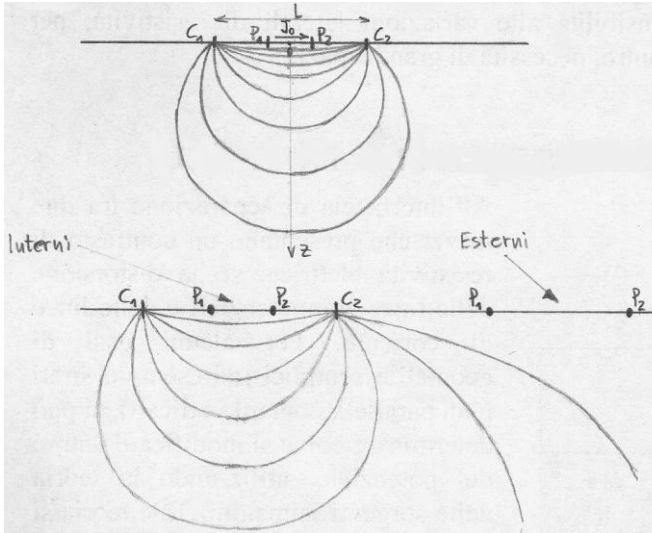
Nel caso del quadripolo, si può ancora ragionare come abbiamo visto prima, cioè applicando il principio di sovrapposizione degli effetti:

$$\Delta V = \Delta V_1 + \Delta V_2 = \frac{\rho I}{2\pi} \left[\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) - \left(\frac{1}{r_3} - \frac{1}{r_4} \right) \right]$$

A parità di geometria, il ΔV misurabile internamente è molto maggiore di quello misurabile esternamente, quindi i dispositivi esterni sono più soggetti a misure rumorose. Per contro, si può dimostrare che i dispositivi esterni sono più sensibili ad eventuali variazioni laterali di resistività. Viceversa, i dispositivi interni sono più robusti nelle misure di ΔV e più sensibili alle variazioni verticali di resistività.

Quindi, il tipo di dispositivo da impiegare dipende dall'obiettivo geologico dell'indagine.

Come si può evincere dalle seguenti figure, la densità di flusso è maggiore nella sezione superficiale; quindi, quando facciamo misure, siamo più sensibili a ciò che accade in superficie.



In linea teorica, le diverse configurazioni elettrode hanno sensibilità e capacità di penetrazione diverse (vedi figura a fianco).

Per la natura diffusiva del campo elettrico, la capacità risolutiva dei metodi elettrici tende a diminuire all'aumentare della profondità.

Le principali configurazioni usate sono:

- **Wenner Alpha.** E' un dispositivo interno, la cui simmetria è molto semplice. Con un elettrodo e un punto di misura avevamo visto che vale la relazione

$$V = \frac{\rho I}{2\pi r}$$

dove il termine $2\pi r$ rappresenta il **fattore geometrico** K . Quindi per il Wenner $K = 2\pi a$.

Dalle relazioni:

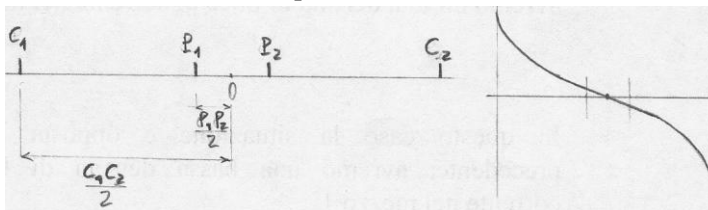
$$\Delta V = \frac{\rho I}{K} \Rightarrow \rho = K \frac{\Delta V}{I}$$

per il Wenner si ricava:

$$\rho = 2\pi a \frac{\Delta V}{I}$$

Il fattore geometrico K è facilmente ricavabile note le distanze fra gli elettrodi.

- **Schlumberger.** E' un dispositivo interno.



Rispettando la configurazione per cui

$$\frac{C_1 C_2}{2} \geq 4 \frac{P_1 P_2}{2},$$

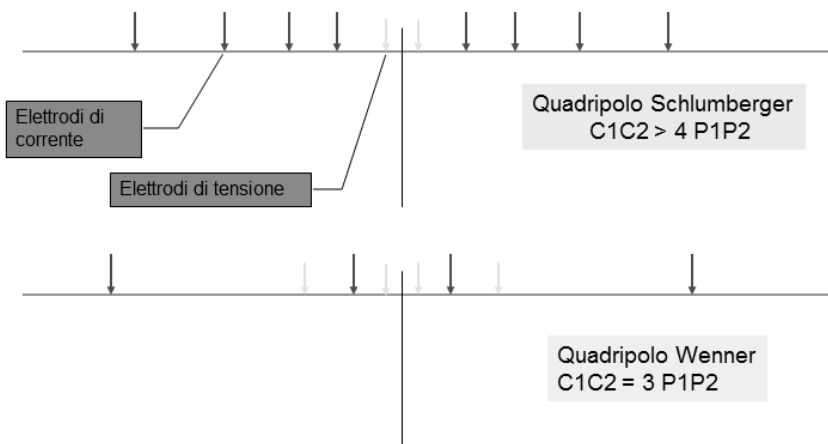
siamo certi di misurare il potenziale dove questo presenta un gradiente circa lineare.

A differenza del Wenner, in cui se aumentiamo l'apertura degli elettrodi di corrente dobbiamo aumentare anche quella degli elettrodi di potenziale al fine di mantenere costante la spaziatura, per lo Schlumberger non è così.

- **Dipolo-Dipolo.** E' un dispositivo esterno.



SONDAGGIO ELETTRICO VERTICALE PER RICOSTRUIRE LA STRATIGRAFIA DEL SOTTOSUOLO



L'obiettivo è quello di ricostruire l'elettrostratigrafia del sottosuolo, quindi le variazioni di resistività lungo la verticale. L'approccio considera un modello monodimensionale avente più strati paralleli alla superficie e orizzontalmente indefiniti, con resistività costante all'interno di ciascuno strato.

Conviene usare un quadripolo con elettrodi interni; i più usati sono il Wenner e lo Schlumberger.

Il sondaggio si esegue allargando gli elettrodi di corrente in maniera simmetrica rispetto al centro del quadripolo (nella configurazione Wenner contestualmente a ciò si allargano anche gli elettrodi di tensione); si pratica tale operazione perché, come già accennato, è l'unico modo per forzare le linee di corrente a fluire in profondità.

Lo Schlumberger consente di allargare gli elettrodi di corrente mantenendo inalterati quelli di tensione (logicamente molto comodo), fino a che il rapporto segnale/rumore non diventa tale da compromettere la lettura della differenza di potenziale (accuratezza della strumentazione: centinaia di μV). Infatti, considerando che la resistività ρ , costante per ciascuno strato, è data dall'espressione:

$$\rho = K \frac{\Delta V}{I},$$

allargando gli elettrodi di corrente e mantenendo invariati quelli di tensione, il fattore geometrico K aumenta e, quindi, contestualmente il rapporto $\Delta V / I$ diminuisce; avendo a disposizione un generatore che immette sempre la stessa corrente I , è ΔV a diminuire, perciò ci sarà una distanza oltre la quale il rumore di fondo rende inaccurata la lettura di ΔV . Potremmo pensare, allora, di aumentare la corrente I immessa, anche se non ci si può spingere troppo oltre per due ragioni:

- Problemi di sicurezza.
- I generatori portatili erogano una potenza di circa $250 W$, il che corrisponde a $1 \div 2$ Ampere.

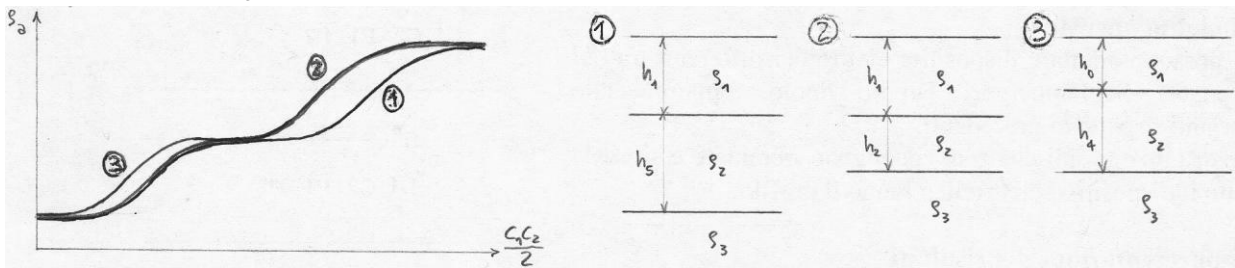
A quel punto potremmo pensare di allargare anche il dipolo di tensione, avendo cura di mantenere la disuguaglianza $C_1 C_2 \geq 4 \cdot P_1 P_2$.

In pratica, un SEV si realizza riportando i dati in una tabella del tipo seguente:

$C_1 C_2 / 2$	$P_1 P_2 / 2$	K	ΔV	I	$\rho = K \cdot \Delta V / I$
1	0.25				
1.25	0.25				
2.5	0.25				
3	0.25	K_3			
3	0.75	$K_4 < K_3$			
...	...				

Seguendo una progressione lineare nell'aumentare la spaziatura, sarà necessario eseguire una grande quantità di misure per ottenere informazioni a grande profondità; conviene seguire una progressione di tipo logaritmico. Secondo questo concetto, sarà opportuno riportare i risultati in un diagramma logaritmico.

L'utilizzo dei digrammi logaritmici presenta un notevole vantaggio: mantenendo inalterati i rapporti fra i valori di resistività, le variazioni degli spessori di strato si estrinsecano semplicemente come traslazioni delle curve; ciò ha permesso la realizzazione di curve campione. Questa caratteristica è rappresentata nella figura seguente, in cui si immagina che le resistività degli strati mantengano gli stessi rapporti, ad esempio $\rho_1 = 0.1 \cdot \rho_2 = 0.01 \cdot \rho_3$, mentre vengono fatti variare gli spessori degli strati:

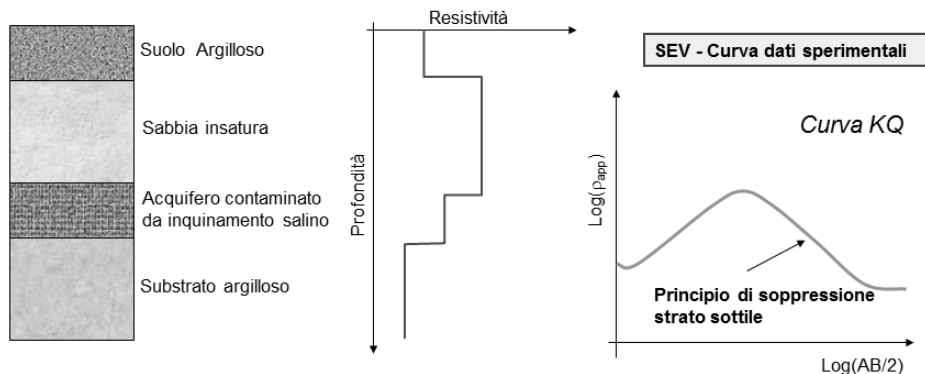


Interpretare le curve di resistività apparente ha l'obiettivo di ricostruire i parametri effettivi del modello di riferimento: $\rho_1, \rho_2, \rho_3, h_1$ e h_2 . Le procedure sono automatiche, una volta definito il modello rappresentativo dei dati sperimentali. La linea guida per identificare il numero di strati che possiamo inserire nel modello di riferimento dell'interpretazione è che esso sia pari al numero di flessi della curva più uno.

PROBLEMA DELL'INDIVIDUAZIONE DI UNO STRATO SOTTILE. PRINCIPIO DI SOPPRESSIONE

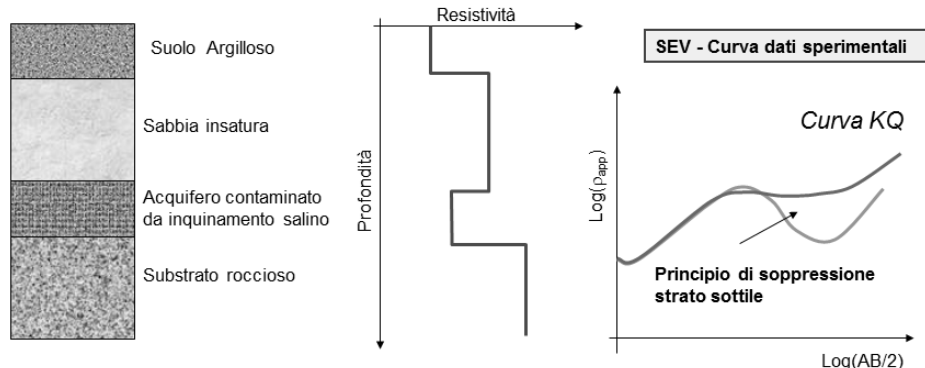
Consideriamo l'esempio di 4 strati, in cui $\rho_1 < \rho_2 > \rho_3 > \rho_4$. Se lo strato tre è sottile rispetto alla profondità a cui è situato (come ordine di grandezza, ha uno spessore pari a circa un decimo della profondità a cui si trova), è probabile che la curva di resistività apparente ρ_a sia del tipo rappresentato sotto, dove l'effetto

di ρ_3 si perde. Se lo spessore dello strato aumenta, il suo effetto inizia a vedersi nella curva. Questo è il **principio di soppressione** ed è un'ambiguità interpretativa legata alla scarsa capacità risolutiva del metodo.



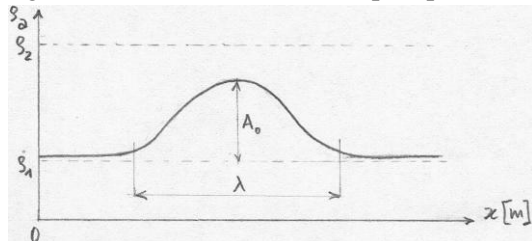
Analogamente a quanto appena visto, consideriamo il caso in cui $\rho_1 < \rho_2 > \rho_3 < \rho_4$ rappresentato nella seguente figura. Se lo strato 3 è molto sottile rispetto alla sua profondità, probabilmente si ottiene la curva

viola di resistività apparente, cioè anche in questo caso si perde l'informazione dello strato 3; viceversa, se il suo spessore è comparabile alla profondità a cui è situato, la curva probabilmente ricavabile è quella verde, cioè in tali condizioni l'effetto dello strato 3 è visibile.



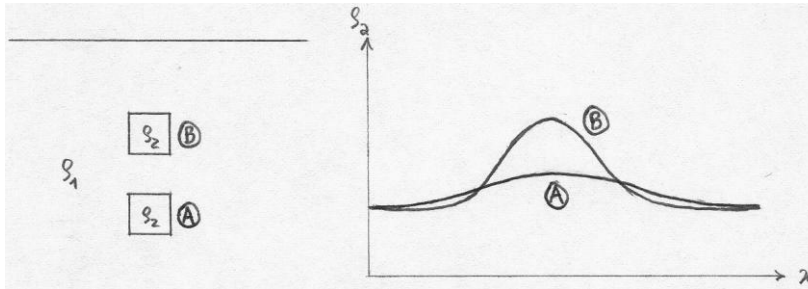
In generale, quindi, esistono diverse successioni di elettrostrati, ma il principio di soppressione può manifestarsi in tutte.

Il diagramma che si ottiene è del tipo riportato sotto.



La presenza di una variazione laterale di resistività determina un'anomalia rispetto al caso ideale. A grande distanza dall'anomalia, le linee di corrente sono poco perturbate dall'anomalia di resistività; man mano che la distanza dall'anomalia diminuisce, la perturbazione è sempre più rilevabile.

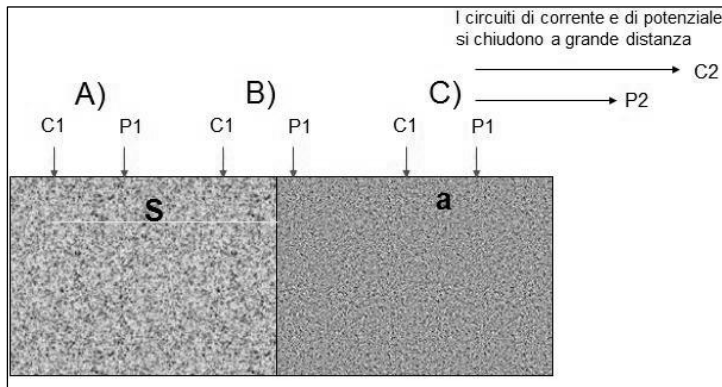
Si ammette che l'ampiezza A_0 del picco sia $A_0 = f \rho_1, \rho_2, h$ e l'apertura λ sia $\lambda = f h$.



Nella figura a fianco è rappresentato come varia la forma della curva di resistività apparente al variare della profondità a cui è situata l'anomalia, a parità di tutte le altre condizioni. Al diminuire della profondità, la curva presenta un'ampiezza maggiore e un'apertura minore.

L'obiettivo di un sondaggio elettrico orizzontale è stimare i parametri di modello, cioè, a partire dalla curva sperimentale, stimare il rapporto ρ_2 / ρ_1 e la profondità h a cui è situato il corpo.

ESEMPIO: CONTATTO VERTICALE CON CONFIGURAZIONE ELETTRODICA SEMI-WENNER



Il dispositivo semi-Wenner è una configurazione elettrodica con due soli elettrodi, uno di corrente e uno di potenziale, mentre gli elettrodi C_2 e P_2 sono posti a distanza infinita.

Trasliamo i due elettrodi C_1 e P_1 mantenendo inalterata la spaziatura.

I dati di geometria che ci servono sono:

- S , cioè la distanza tra l'elettrodo C_1 e la faglia.
- a , cioè la spaziatura tra C_1 e P_1 , mantenuta costante.

Si individuano tre possibili configurazioni degli elettrodi rispetto alla posizione del contatto:

A) Entrambi gli elettrodi a sinistra del contatto: $\frac{\rho_a}{\rho_1} = 1 + \left[\frac{ka}{2s - a} \right]$

B) Elettrodi a cavallo del contatto: $\frac{\rho_a}{\rho_1} = 1 + k$

C) Elettrodi a destra del contatto: $\frac{\rho_a}{\rho_1} \approx k^* \left[1 - \frac{ka}{2s + a} \right]$ con $k^* = \frac{1+k}{1-k}$

Il fatto che ρ_a sia divisa per ρ_1 serve solo per normalizzarla. k , invece, è il **coefficiente di riflessione**:

$$k = \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_2 + \rho_1}$$

Il potenziale nel punto P' (mezzo a resistività ρ_2) è dato da:

$$V_{P'} = \frac{I \cdot \rho_2}{4\pi} \cdot \left(\frac{1-k}{r_3} \right)$$

Questa espressione rappresenta il potenziale elettrico che ha potuto oltrepassare l'interfaccia semi-riflettente, quindi il termine $1-k$ è il coefficiente di trasmissione.

Nel punto A, ovvero un generico punto sulla superficie di separazione tra i due mezzi, vale la condizione al contorno per la quale il potenziale elettrico $V_P=V_{P'}$, e vale anche l'uguaglianza delle distanze $r=r_1=r_2=r_3$:

$$\begin{aligned} \frac{I \cdot \rho_1}{4\pi} \cdot \left(\frac{1}{r_1} + \frac{k}{r_2} \right) &= \frac{I \cdot \rho_2}{4\pi} \cdot \left(\frac{1-k}{r_3} \right) \Rightarrow \\ \frac{\rho_1}{\rho_2} \cdot \left(\frac{1+k}{r} \right) &= \left(\frac{1-k}{r} \right) \Rightarrow \\ \frac{\rho_1}{\rho_2} &= \left(\frac{1-k}{1+k} \right) \end{aligned}$$

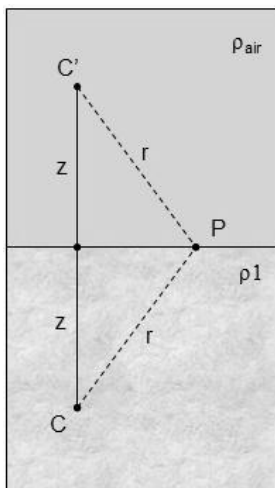
Da quest'ultima relazione si ricava l'espressione del **coefficiente di riflessione** k :

$$k = \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_2 + \rho_1}$$

Il valore di k è compreso tra -1 e +1.

Attraverso le formule di V_P e $V_{P'}$ e conoscendo i valori di ρ_1 e ρ_2 possiamo ricostruire l'andamento del potenziale (analiticamente) in ogni punto dei due materiali.

CASO PARTICOLARE: INTERFACCIA ARIA-TERRENO, ELETTRODO DI CORRENTE IN PROFONDITA' ED ELETTRODO DI POTENZIALE IN SUPERFICIE



Il potenziale nel punto P è dovuto alla sorgente C ed al contributo del punto immagine C':

$$V_P = \frac{I \cdot \rho_1}{4\pi} \cdot \left(\frac{1}{r} + \frac{k}{r} \right)$$

dove il coefficiente k è calcolato all'interfaccia tra aria e suolo:

$$k = \frac{\rho_{air} - \rho_1}{\rho_{air} + \rho_1} = \frac{\infty - \rho_1}{\infty + \rho_1} = 1$$

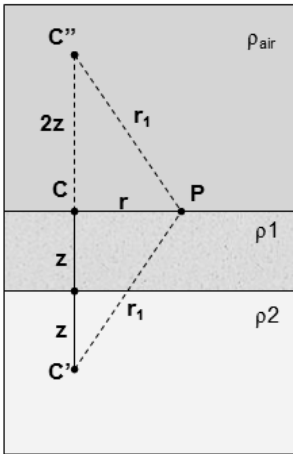
Tutta l'energia elettrica che si propaga dal punto C viene riflessa in profondità dalla superficie del suolo.

Il potenziale nel punto P diventa:

$$V_P = \frac{I \cdot \rho_1}{4\pi} \cdot \left(\frac{2}{r} \right) = \frac{I \cdot \rho_1}{2\pi r}$$

Quest'ultima relazione suggerisce il cosiddetto **principio di reciprocità**: se si immette corrente in un punto C e si misura il potenziale in un punto P si ottiene lo stesso valore che si otterrebbe invertendo gli elettrodi, cioè immettendo corrente nel punto P e misurando il potenziale nel punto C. Questo principio è utilizzato per verificare l'affidabilità dei dati sperimentali.

CASO DI ELETTROSTRATI ORIZZONTALI, CON UN ELETTRODO DI CORRENTE C E UN ELETTRODO DI POTENZIALE P POSTI IN SUPERFICIE



Si considera nel punto P l'effetto di ogni immagine successiva, rispetto all'interfaccia aria-primato e rispetto alla seconda interfaccia tra il primo e il secondo elettrostrato:

- 1) Potenziale in P dovuto alla sorgente C e al primo punto immagine C':

$$V' = \frac{I \cdot \rho_1}{2\pi} \cdot \left(\frac{1}{r} + \frac{k}{r_1} \right)$$

- 2) Si può dimostrare che il potenziale dovuto al secondo punto immagine C'' (sorgente immagine di C' rispetto all'interfaccia aria-terreno) è:

$$V'' = \frac{I \cdot \rho_1}{2\pi} \cdot \left(\frac{k \cdot k_a}{r_1} \right)$$

dove $k_a = 1$ è il coefficiente di riflessione alla superficie aria-terreno.

Applicando il principio di sovrapposizione degli effetti, segue che:

$$V' + V'' = \frac{I \cdot \rho_1}{2\pi} \cdot \left(\frac{1}{r} + \frac{2k}{r_1} \right)$$

N.B. Si richiede il contributo diretto. Si divide per 2π perché le superfici equipotenziali sono delle semisfere.

Dovremo poi considerare il contributo di una sorgente C''' immagine di C'' rispetto all'interfaccia tra lo strato 1 e lo strato 2 e così via; in pratica, ci sono infinite sorgenti immagine.

Sommando tutti i contributi delle infinite sorgenti immagine, si ottiene la formula generale:

$$V_P = V' + V'' + \dots = \frac{I \cdot \rho_1}{2\pi} \cdot \left(\frac{1}{r} + \frac{2k}{r_1} + \frac{2k^2}{r_2} + \dots + \frac{2k^m}{r_m} + \dots \right)$$

dove:

$$r_1 = \sqrt{r^2 + 2z^2}$$

si riferisce alla distanza del punto P dal primo punto immagine

$$r_2 = \sqrt{r^2 + 4z^2}$$

si riferisce alla distanza del punto P dal primo punto immagine

...

$$r_m = \sqrt{r^2 + 2mz^2}$$

si riferisce alla distanza del punto P da un generico punto immagine

La formula precedente può essere scritta in forma compatta:

$$V_P = \frac{I \cdot \rho_1}{2\pi} \cdot \left\{ \frac{1}{r} + 2 \sum_{m=1}^{\infty} \frac{k^m}{\sqrt{r^2 + 2mz^2}} \right\}$$

dove $V_P = V_{normale} + V_{perturbato}$, essendo $V_{normale} = \frac{I \cdot \rho_1}{2\pi} \cdot \left\{ \frac{1}{r} \right\}$ e $V_{perturbato} = \frac{I \cdot \rho_1}{2\pi} \cdot \left\{ 2 \sum_{m=1}^{\infty} \frac{k^m}{\sqrt{r^2 + 2mz^2}} \right\}$

La sommatoria è una serie convergente, perché il valore assoluto di k è minore di 1 e il denominatore tende ad aumentare con i termini della sommatoria.

Nel termine di potenziale perturbato $V_{perturbato}$ compare il valore di resistività ρ_2 del secondo strato.

L'espressione vale rigorosamente nella configurazione polo-polo; da questa configurazione si può ricavare l'espressione per le configurazioni più complicate.

Implementazione dello Script in Matlab

% Programma per calcolare la risposta teorica del dispositivo Schlumberger
 % con modello a due strati - Teoria della sorgente immagine.

% Ingresso dati.

L=logspace(0,3,28);

rho1=10;
 rho2=100;
 z=5;

% Variabile semiapertura elettrodi di corrente.
 % Progressione logaritmica di 28 punti da x=0m a x=1000m.
 % Resistività primo strato.
 % Resistività secondo strato.
 % Profondità interfaccia rho1 rho2.

% Calcolo.

k=(rho2-rho1)/(rho2+rho1);

% Coefficiente di riflessione.

m=[1:100];
 for i=1:length(L);
 Ds=sum(k.^m./(1+(2.*m*z/L(i)).^2).^1.5);
 rho_app(i)=rho1*(1+2*D_s);
 end

% m - vettore degli indici della sommatoria.
 % L - vettore predefinito dei punti di misura.
 % Comando di sommatoria.
 % Calcolo dei valori di resistività app.

% Restituzione risultati.

figure(1);
 plot(L,rho_app);

% Diagramma cartesiano su scala lineare
 % (non ha senso questo diagramma)

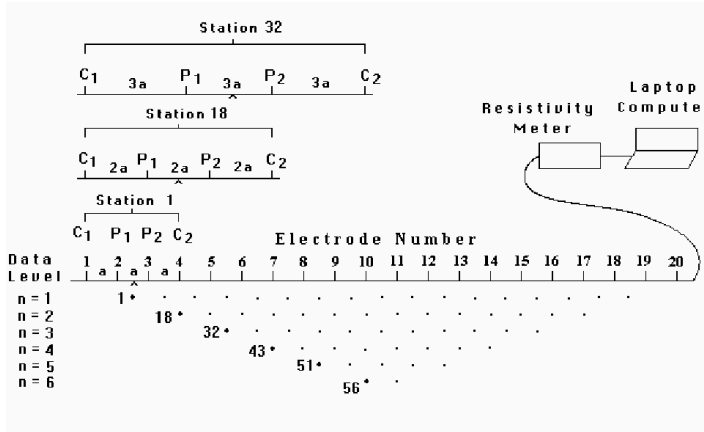
figure(2);
 loglog(L,rho_app,L,rho_app,'x');

% Diagramma su scala logaritmica.
 % Con questa sintassi si vede la rappresentazione
 % punto a punto (con delle crocette).

xlabel('semiapertura C1C2 [m]');

% Etichetta asse x.

COME SI REALIZZA UNA PSEUDOSEZIONE DI RESISTIVITA'



Gli elettrodi sono collegati con un cavo multipolare allo strumento di acquisizione, il quale svolge due ruoli:

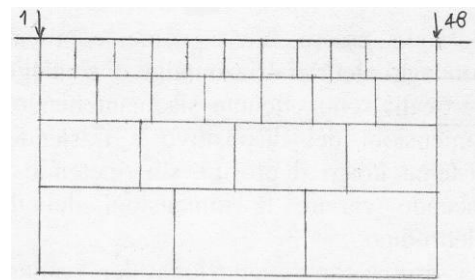
- Definire di volta in volta la funzione del singolo elettrodo, cioè definire la logica delle operazioni.
- Misurare ΔV e I , immagazzinare i dati e calcolare i valori di resistività apparente.

SCHEMA DELL'ELABORAZIONE DEI DATI DI TOMOGRAFIA ELETTRICA



I dati di ingresso sono i valori di resistività apparente ricostruiti in termini di pseudosezione.

In generale, nell'elaborazione tomografica, la parametrizzazione fa riferimento a quanto già visto per la tomografia sismica a rifrazione, con una discretizzazione in celle di dimensioni crescenti con la profondità:



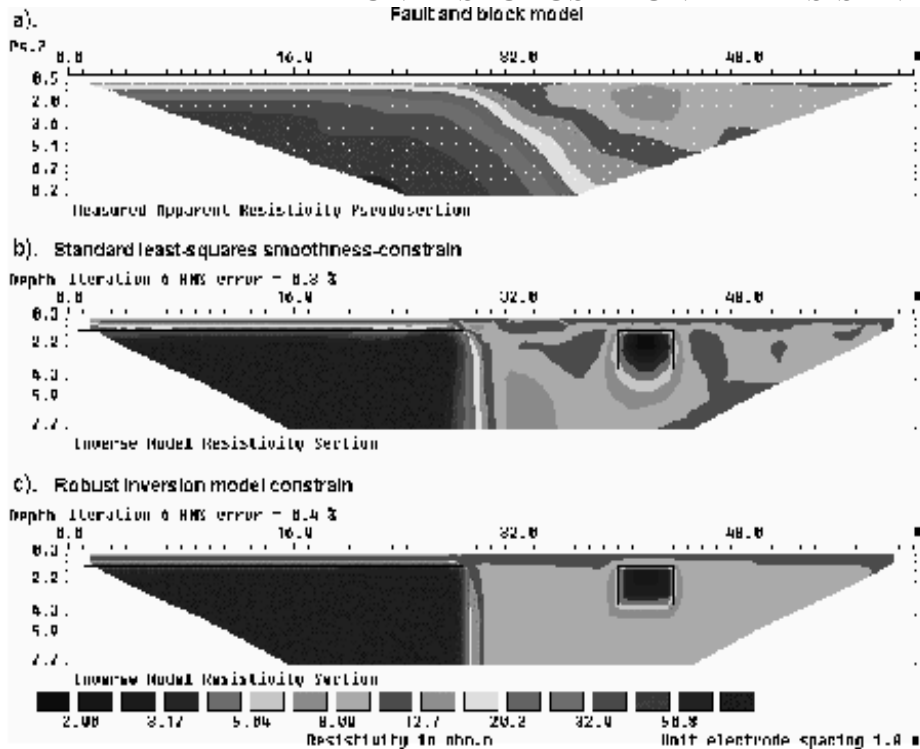
L'obiettivo finale è passare dalla resistività apparente a quella effettiva dei nodi della maglia; i parametri sono i valori di resistività effettiva ai nodi della maglia.

La densità di informazioni è molto maggiore in superficie che non in profondità, ecco perché la dimensione delle celle aumenta con la profondità.

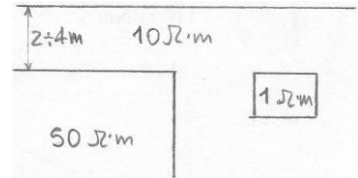
L'**inversione tomografica** è il cuore dell'elaborazione e prevede la soluzione del problema diretto e di quello inverso. Si parte da un modello iniziale di resistività (valutato con una conoscenza geologica ed idrogeologica a priori del sito). Si calcola una pseudosezione teorica di resistività apparente dal modello diretto; questa è confrontata con il dato sperimentale, per definire quanto il dato iniziale si avvicina a quello sperimentale. La soluzione finale viene raggiunta con un processo iterativo.

Il controllo della **qualità** dell'elaborazione prevede il calcolo dello scarto quadratico medio; la soluzione finale è quella che meglio approssima il dato sperimentale dal punto di vista statistico.

RISULTATO DELL'ELABORAZIONE TOMOGRAFICA DI UNA PSEUDOSEZIONE DI RESISTIVITA'



Esempio di dati sintetici. Il modello di riferimento è rappresentato nella seguente figura:



La *figura a)* rappresenta la pseudosezione di resistività ottenuta in campo con dispositivo dipolo-dipolo. L'immagine si presenta molto smoothed, con l'anomalia che si intravede appena; l'immagine è molto distorta e a bassa risoluzione.

La *figura b)* e la *figura c)* rappresentano le fasi

successive dell'elaborazione tomografica, che permettono di ottenere un'immagine il più possibile rappresentativa del sottosuolo.

TOMOGERAFICA ELETTRICA IN SITO INQUINATO DA IDROCARBURI

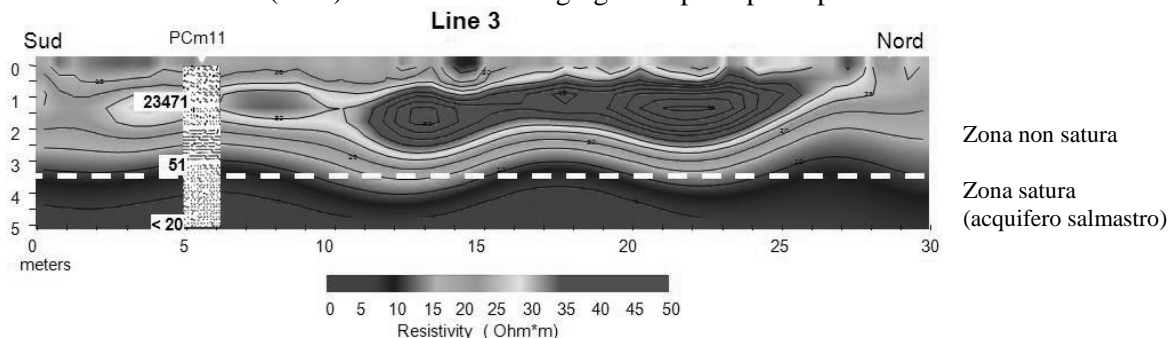
Esempio 1

Acquisizione dati: dispositivo multielettrodo con 32 elettrodi di misura con configurazione elettrodica tipo Wenner e Dipolo-Dipolo.

Strumentazione: ABEM Terraloc SAS 400 (Svezia).

Elaborazione dei dati: inversione mediante procedure tomografiche.

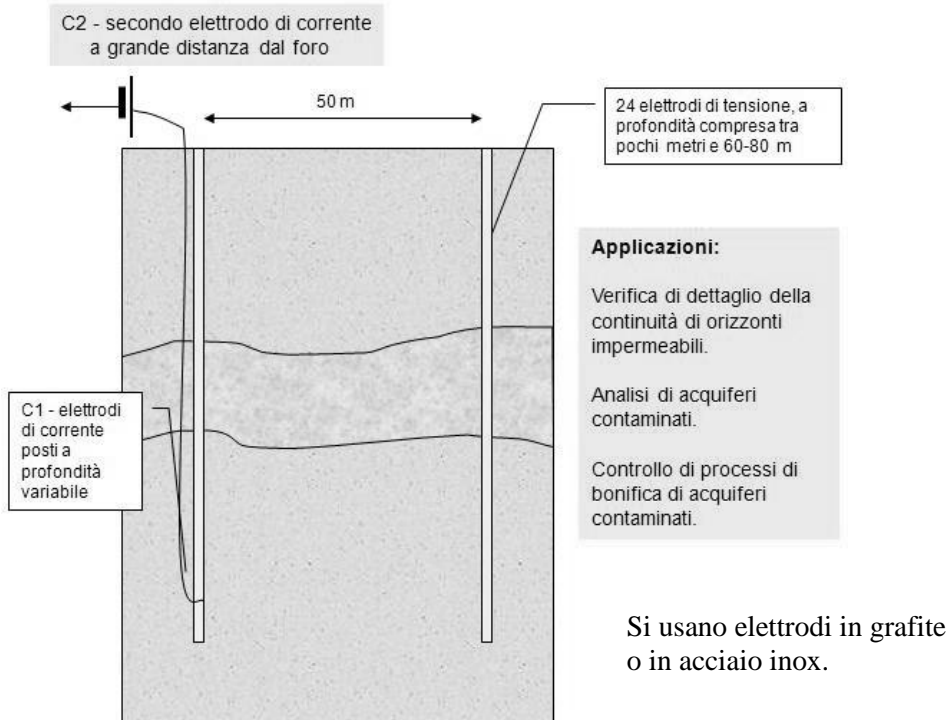
Correlazione con dati di pozzo: discreta correlazione tra i valori di massimo di resistività con le zone di maggiore concentrazione dell'idrocarburo inquinante, come evidenziato dal pozzetto PCm11 dove si riscontrano concentrazioni (TPH) di circa 23.000 mg/kg nella parte più superficiale.



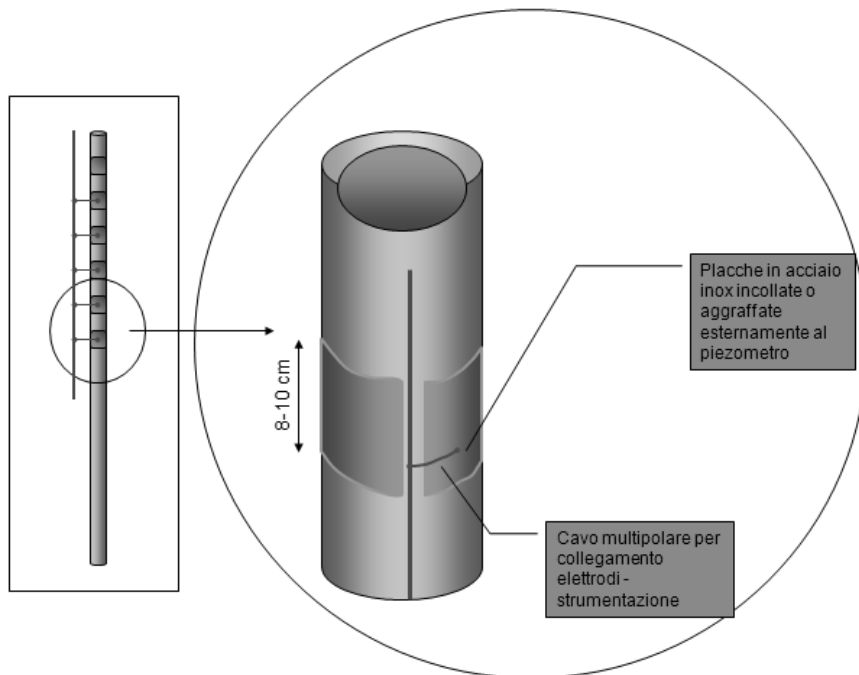
I contesti applicativi della tomografia elettrica sono ampi: caratterizzazione idrogeologica del sottosuolo, studio dello spessore delle coperture sui bedrock, individuazione di falde sepolte, caratterizzazione di suoli contaminati.

In questo esempio, la forte presenza di idrocarburi determina una notevole anomalia di resistività.

SCHEMA DI TOMOGRAFIA ELETTRICA IN FORO



SCHEMA DEGLI ELETTRODI PER OGNI SINGOLO PIEZOMETRO



ANALISI TIME LAPSE DEI DATI GEOELETTRICI

ANALISI TIME LAPSE

Significato: interpretare i dati di tomografia elettrica in termini di variazioni nel tempo della resistività di terreni e rocce. Tali variazioni sono associabili a variazioni di contenuto idrico e/o di temperatura.

Campi di applicazione:

- Idrologia/idrogeologia: per caratterizzare le variazioni di contenuto idrico correlabili alle dinamiche di infiltrazioni nei terreni non saturi (stima della conducibilità idraulica del non saturo).
- In campo ambientale: monitoraggio dell'iniezione di reagenti nella bonifica di suoli/acque, monitoraggio della continuità delle opere di bonifica (diaframmi, barriere permeabili reattive, ecc...)
- In campo geotermico: per monitorare anomalie di temperatura e/o eventuali variazioni nel tempo di campi geotermici a seguito del loro sfruttamento.

Modalità di esecuzione:

1. Realizzazione di tomografie ripetute nel tempo.
2. Interpretazione delle acquisizioni a tempi successivi riferita ad una acquisizione iniziale.
3. Conversione della variazione di resistività nel tempo in variazione di un altro parametro fisico (ad esempio contenuto in acqua).

ELABORAZIONE DEI DATI TIME LAPSE

Metodi:

- **Elaborazione qualitativa** mediante analisi delle differenze delle resistività apparenti (pseudo sezioni) acquisite a diversi istanti temporali.

Validità e limiti: rapida esecuzione anche in campo, valida per una valutazione preliminare delle variazioni del parametro fisico in esame, no valutazioni quantitative circa variazioni contenuto idrico

- **Elaborazione quantitativa.** Può essere condotta secondo due modalità:
 - Inversione tomografica delle singole acquisizioni e differenze dei valori di resistività rispetto ad una sezione di riferimento. In pratica, si inverte a tempi diversi e si fanno le differenze.
 - Inversione dei valori di differenze di resistività apparente (normalizzate):

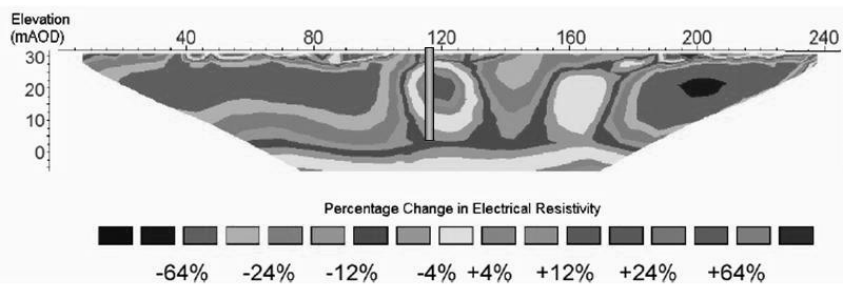
$$\Delta\rho_{eff, norm} = \frac{\rho_{t,1} - \rho_{t,0}}{\rho_{t,0}}$$

dove $\rho_{t,1}$ è il valore di resistività ad un generico istante, mentre $\rho_{t,0}$ è il valore di resistività al tempo di riferimento (valore iniziale).

In pratica se invertono le differenze normalizzate tra i valori di resistività apparente a tempi diversi. E' un metodo più robusto.

Validità e limiti: complessità elaborazione, necessità di dati molto accurati perché spesso le differenze sono di pochi punti percentuali, possibili valutazioni quantitative di variazioni di contenuto di acqua.

VARIAZIONE DI RESISTIVITA' IN SEGUITO A POMPAGGIO PER TRE MESI IN UN POZZO DI DISCARICA

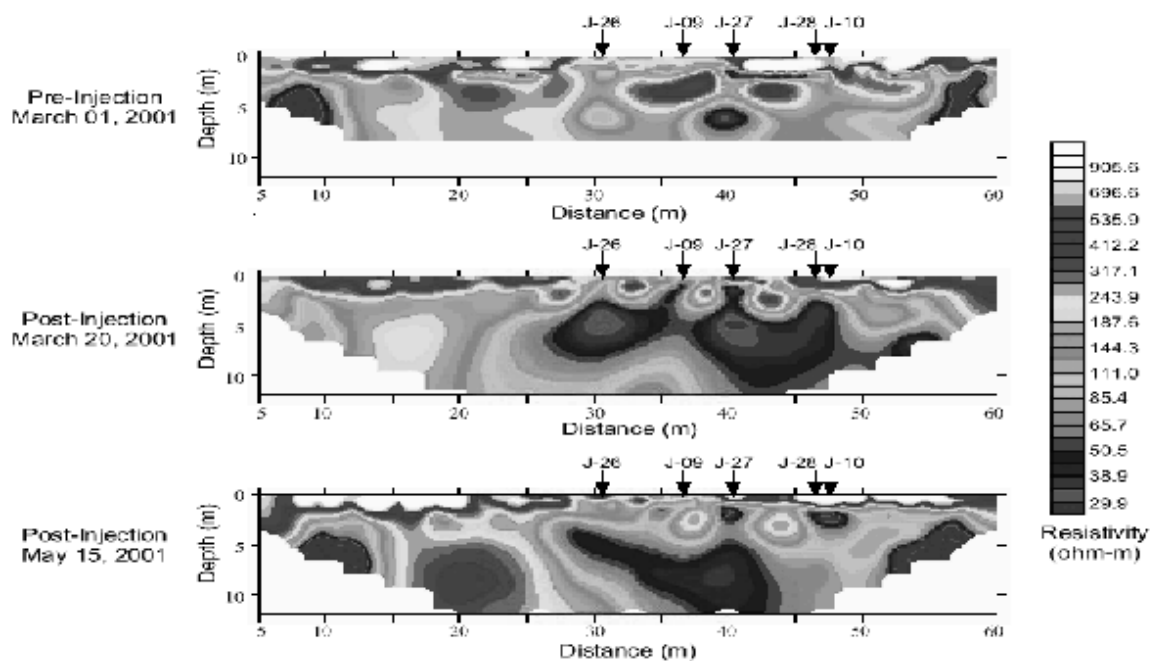


Esempio di tomografia elettrica time lapse.

L'obiettivo è stimare il raggio di influenza di un pozzo di emungimento per captare il percolato, il quale presenta resistività $\rho \approx 1 \Omega \cdot m$.

La zona di influenza determina, in percentuale, un incremento di resistività (cono di depressione), richiamando radialmente dell'altro fluido più conduttivo.

VERIFICA DELLA BONIFICA PER OSSIDO-RIDUZIONE DI CONTAMINANTE PCE



Iniezione di ferro e perossido di idrogeno per stimolare i processi di degradazione dei solventi clorurati (PCE). L'aumento di ioni cloro provoca marcate anomalie di conducibilità elettrica.

Questo esempio fa riferimento all'iniezione di reagenti (perossido di idrogeno) che stimolano la degradazione di un solvente clorurato, con rilascio di prodotti secondari. Ci si aspetta un incremento di alcuni ordini di grandezza degli ioni cloro nelle acque. Le frecce indicano i punti di iniezione.

L'acquisizione è avvenuta con elettrodi in superficie e dà informazioni sulle regioni di influenza delle iniezioni, ma non sulle variazioni di contenuto del PCE.

Osservando la figura relativa a 20 giorni dopo l'iniezione, la zona blu rappresenta la marcata anomalia di resistività ed evidenzia la profondità a cui effettivamente l'iniezione è efficace.

Nella figura relativa a 3 mesi dopo l'iniezione, l'anomalia permane, quindi la degradazione dell'inquinante continua.