



Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino

Appunti universitari

Tesi di laurea

Cartoleria e cancelleria

Stampa file e fotocopie

Print on demand

Rilegature

NUMERO: 646

DATA: 07/10/2013

APPUNTI

STUDENTE: Presti

MATERIA: Fisica II + Esercizi

Prof.

Il presente lavoro nasce dall'impegno dell'autore ed è distribuito in accordo con il Centro Appunti.

Tutti i diritti sono riservati. È vietata qualsiasi riproduzione, copia totale o parziale, dei contenuti inseriti nel presente volume, ivi inclusa la memorizzazione, rielaborazione, diffusione o distribuzione dei contenuti stessi mediante qualunque supporto magnetico o cartaceo, piattaforma tecnologica o rete telematica, senza previa autorizzazione scritta dell'autore.

**ATTENZIONE: QUESTI APPUNTI SONO FATTI DA STUDENTIE NON SONO STATI VISIONATI DAL DOCENTE.
IL NOME DEL PROFESSORE, SERVE SOLO PER IDENTIFICARE IL CORSO.**

FISICA 2

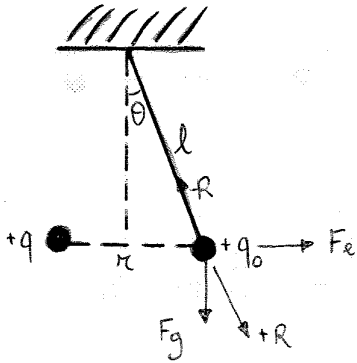
libro = "ELEMENTI di FISICA" Mazzoldi, Nigro, Voci

ARGOMENTI:

- ELETTROMAGNETISMO**
- cap 1: Forza e campo elettrostatico (pag 1);
 - cap 2: Lavoro elettrico e potenziale elettrostatico (pag 4);
 - cap 3: Legge di Gauss (pag 8);
 - cap 4: Conduttori, dielettrici, em elettrostatica (pag 10);
 - cap 5: Corrente elettrica (pag 14);
 - cap 6: Campo e forza magnetica (pag 17);
 - cap 7: Sorgenti del campo magnetico, Ampère, proprietà magnetiche della materia (pag 19);
 - cap 8: Campi elettrici e magnetici variabili nel tempo (pag 22);
 - cap 9: Oscillazioni elettriche, correnti alternate (pag 25);
 - cap 10: Onde elettromagnetiche (pag 28);
- ONDE**
- cap 11: Riflessione e rifrazione della luce (pag 32);
 - cap 12: Ottica geometrica (pag 35);
 - cap 13: Interferenza (pag 39);
 - cap 14: Diffrazione (pag 41);
 - cap 15: Proprietà corpuscolari e ondulatorie della radiaz e della materia (pag 44);
 - cap 16: Onde meccaniche (pag 47).

esempi visti:

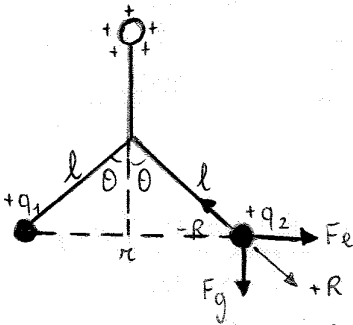
1) MISURA della CARICA ELETTRICA



$$\tan \theta = \frac{F_e}{F_g} = \frac{q q_0}{4\pi \epsilon_0 r^2} \cdot \frac{1}{mg} \Rightarrow \theta$$

$$\text{se } \theta < 10^\circ = 0,1745 \text{ rad} \Rightarrow \theta = \frac{q q_0}{4\pi \epsilon_0 r^2}$$

2) ELETTROSCOPIO per determinare la carica q conoscendo theta



$$r = 2l \sin \theta$$

$$\tan \theta = \frac{F_e}{F_g} = \frac{q_1 q_2}{4\pi \epsilon_0 (2l \sin \theta)^2} \cdot \frac{1}{mg} = \frac{q^2}{4\pi \epsilon_0 (2l \sin \theta)^2 mg}$$

$$\Rightarrow q = 2l \sin \theta \sqrt{4\pi \epsilon_0 mg \tan \theta}$$

LEGGE di COULOMB = stabilisce l'intensità di F tra due cariche q_1 e q_2 piccole nel vuoto a dist r;

$$F = k \frac{q_1 q_2}{r^2}$$

forza elettrica \propto al prodotto delle cariche
 \propto inverso \propto al quadrato della dist
 \propto cost k

$$\vec{F}_{12} = k \frac{q_1 q_2}{r^2} \vec{u}_{12} \text{ forma vettoriale}$$

k = cost che dipende dalle udm e dal mezzo in cui le cariche sono immerse, di natura isolante ("dielettrico")

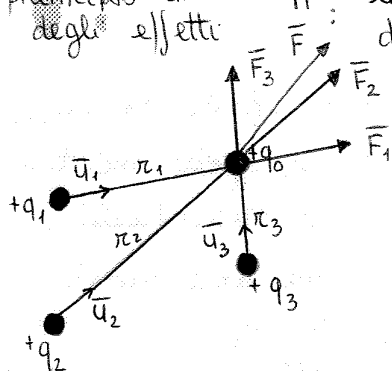
$$\rightarrow k = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2}$$

$$\epsilon_0 = \frac{1}{4\pi k} = 8,85 \cdot 10^{-12} \frac{\text{C}^2}{\text{Nm}^2} \text{ cost dielettrica (o permittivita') del vuoto}$$

NB: 1C = carica trasportata da una corrente di 1A in 1s : **1C = 1A · 1s**

(essendo $e = 1,6022 \cdot 10^{-19} \text{C} \Rightarrow 1\text{C} = 6,27 \cdot 10^{18} e$)

* principio di sovrapposizione: le forze elettriche agenti su una carica q_0 degli effetti dovute alle cariche circostanti si sommano come vettori:



$$\vec{F} = \sum \frac{q_0 \cdot q_i}{4\pi \epsilon_0 r_i^2} \vec{u}_i \quad [\text{N}]$$

\Downarrow CAMPO ELETTROSTATICO (by cariche ferme) $[\frac{\text{N}}{\text{C}}] = [\frac{\text{V}}{\text{m}}]$

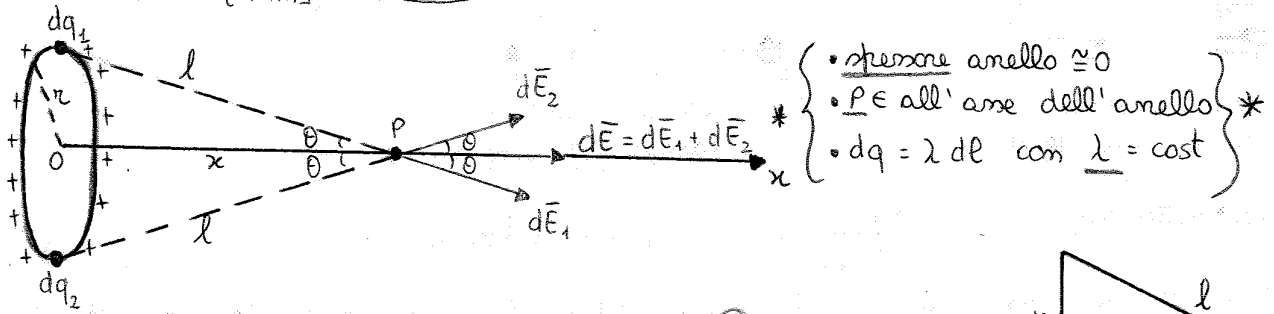
prodotto in un punto P da un sys di cariche ferme e' definito come "la forza elettrostatica risultante F che agisce su una carica di prova q_0 posta in P e divisa per la carica q_0 stessa" nel vuoto

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0}$$

$$\vec{E} = E(\vec{r}) = \vec{E}(x, y, z)$$

q_0 = carica di prova

densità di carica lineare: $\lambda = \frac{dq}{dl}$ [C/m], raggio π uniformemente carico, sul suo asse



- spessore anello $\cong 0$
- $P \in$ all'asse dell'anello
- $dq = \lambda dl$ con $\lambda = \text{cost}$

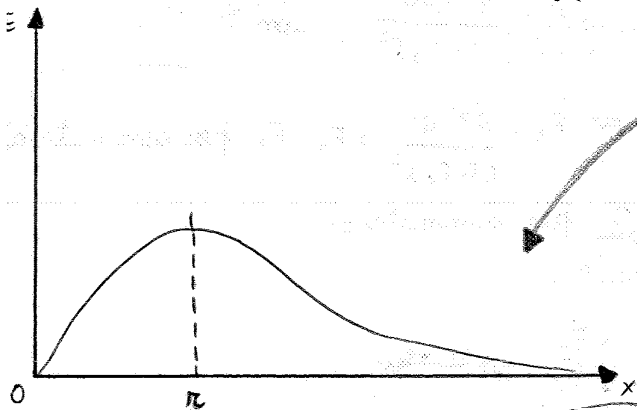
$$dE_1 = \frac{dq_1}{4\pi\epsilon_0 l^2} \Rightarrow dE_{1,x} = dE_1 \cos\theta = \frac{dq_1}{4\pi\epsilon_0 l^2} \cos\theta$$

$$= \frac{\lambda dl}{4\pi\epsilon_0 (\pi^2 + x^2)} \cdot \frac{x}{\sqrt{\pi^2 + x^2}} = \frac{\lambda dl x}{4\pi\epsilon_0 (\pi^2 + x^2)^{3/2}}$$

il modulo E e' l' \int esteso a tt l'anello di $dE_{1,x}$:

$$E = E_x = \int_0^l \frac{\lambda dl x}{4\pi\epsilon_0 (\pi^2 + x^2)^{3/2}} = \frac{\lambda x}{4\pi\epsilon_0 (\pi^2 + x^2)^{3/2}} \int_0^l dl$$

$$= \frac{\lambda x}{4\pi\epsilon_0 (\pi^2 + x^2)^{3/2}} \cdot 2\pi\pi = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{x}{(\pi^2 + x^2)^{3/2}} = E$$

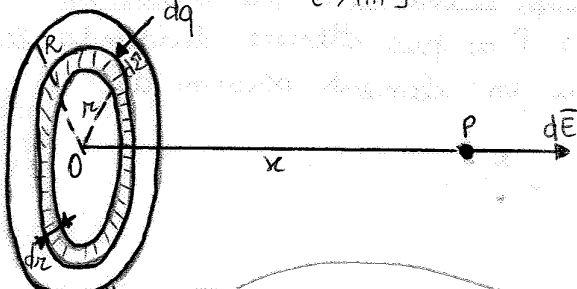


- $x \ll \pi$: $E \propto x$
- $x \gg \pi$: $E \propto \frac{x}{x^3} = \frac{1}{x^2}$

per simmetria al centro dell'anello il campo e' nullo, in P il campo decresce allontanandoci

densità di carica superficiale: $\sigma = \frac{dq}{dS}$ [C/m²]

voglio il campo di un anello carico uniformemente di raggio π sul suo asse



- corona circolare tra r e $r+dr$
- superf $dS = 2\pi r dr$
- $dq = \sigma dS = \sigma 2\pi r dr$: $\sigma = \text{cost}$
- $P \in$ asse

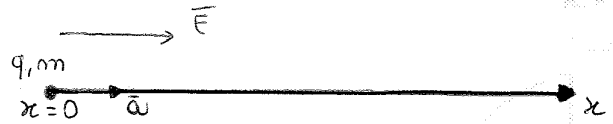
$$E = \int dE = \int_0^R \frac{\sigma dS}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{x}{(\pi^2 + x^2)^{3/2}} = \int_0^R \frac{\sigma 2\pi r dr}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{x}{(\pi^2 + x^2)^{3/2}} = \int_0^R \frac{\sigma 2\pi r dr}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{x}{(\pi^2 + x^2)^{3/2}}$$

$$= \int_0^R \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \cdot \frac{x r dr}{(\pi^2 + x^2)^{3/2}} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} x \int_0^R \frac{\pi}{(\pi^2 + x^2)^{3/2}} dr = \frac{\sigma x}{2\epsilon_0} \left[-\frac{1}{\sqrt{\pi^2 + x^2}} \right]_0^R$$

$$= \frac{\sigma x}{2\epsilon_0} \left(-\frac{1}{\sqrt{R^2 + x^2}} + \frac{1}{x} \right) = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \left(1 - \frac{x}{\sqrt{R^2 + x^2}} \right) = E$$

MOTO di UNA CARICA in UN CAMPO ELETTROSTATICO UNIFORME → equidistanti

Ip : carica puntiforme q , di massa m ,
lasciata in quiete in $x=0$,
in una zona in cui è presente
 $E =$ uniforme,
// e concorde all'asse x



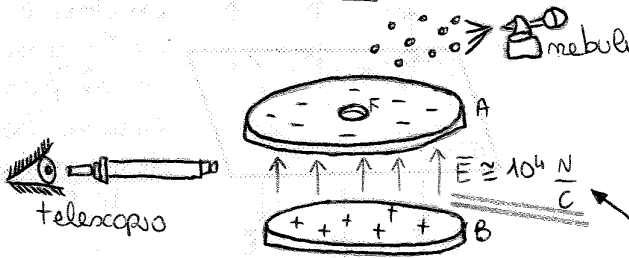
$x=0: x_0=0, v_0=0, a_0 = \text{cost}$

$\vec{F} = q\vec{E} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = \frac{q}{m}\vec{E}$ integrando trovo $\left\langle \frac{v}{x} \right\rangle \Rightarrow$ se E è unif $\Rightarrow a = \text{cost}$ moto rettilineo unif accelerato

$$\begin{cases} x(t) = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 = \frac{qE}{2m} t^2 \\ v(t) = v_0 + at = \frac{qE}{m} t \\ 2a(x-x_0) = v^2 - v_0^2 \end{cases}$$

$W_{0,x} = \Delta E_k \Rightarrow \frac{1}{2} m v^2 - \frac{1}{2} m v_0^2 = qEx: qE \frac{qE}{2m} t^2 = \frac{1}{2} m \left(\frac{qE}{m} t \right)^2$
(la variaz dell' em cinetica equivale al lavoro della carica)

ESPERIENZA di MILLIKAN → determinazione della carica elementare



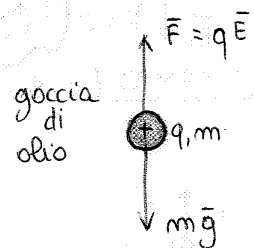
- 2 dischi: dist $< 10^{-2}$ m;
- $E \approx 10^4$ N/C, (ordine) NB
- $F =$ forellino;
- olio nebulizzato con uno spruzzatore;
- telescopio per osservare il moto verticale delle gocce di olio nebulizzato;
- il H è termostato x evitare moti convettivi nell'aria

$\vec{E} = 0$: $m'a = m'g - 6\pi\eta r v$ eq moto di una goccia: $m =$ massa goccia
 $m'g = (\rho - \rho_a) \frac{4}{3} \pi r^3 g$ $\rho =$ dens olio
 $\rho_a =$ dens aria
 $m'g =$ forza peso agente sulla goccia
 $\eta =$ viscosità
 $r =$ raggio della goccia
corretta per la spinta idrostatica

2 regime: qnd la resist dell'aria = forza peso corretta:
 $v_0 = \frac{m'g}{6\pi\eta r} = \frac{2(\rho - \rho_a) g r^2}{9\eta}$ e il moto è rettilineo e uniforme
vta' di caduta

$\vec{E} \neq 0$: $m'a = m'g - qE - 6\pi\eta r v$ legge del moto

2 regime: $v_1 = \frac{m'g - qE}{6\pi\eta r} = v_0 - \frac{qE}{6\pi\eta r}$ vta' di caduta



• vta' limite $\begin{cases} v = v_1 \\ a = 0 \end{cases}$

• con $m = \rho V$: $0 = (\rho - \rho_a) \frac{4}{3} \pi r^3 g - 6\pi\eta r v_1 - qE$
 $\Rightarrow q = \frac{1}{E} \left[(\rho - \rho_a) \frac{4}{3} \pi r^3 g - 6\pi\eta r v_1 \right]$ carica

⇒ carica "quantizzata" = multiplo della carica elementare
• in un sys isolato la carica tot è cost

UNO DI UNA LARICA: CONSERV DELLA ENERGIA

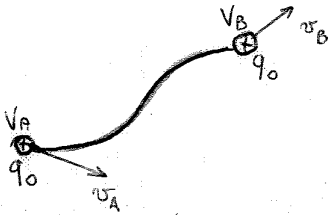
carica puntiforme q_0
 in moto in un campo E.S. : moto by forze conservative \Rightarrow conservi em totale

$$\begin{cases} W = -\Delta U_e \text{ potenziale} \\ W = \Delta E_k \text{ cinetica} \end{cases} \Rightarrow \Delta E_k + \Delta U_e = 0 \Rightarrow \boxed{E_k + U_e = \text{cost}} \Rightarrow \frac{1}{2} m v^2 + q_0 V = \text{cost}$$

"durante il moto della particella l' em tot, somma dell' em cinetica e potenziale rimane cost"

* campo by carica puntiforme: $\frac{1}{2} m v^2 + \frac{q_0 q}{4\pi\epsilon_0 r} = \text{cost} \Rightarrow \frac{1}{2} m (v_B^2 - v_A^2) = -\frac{q_0 q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r_B} - \frac{1}{r_A} \right)$

"quando una particella carica viene accelerata guadagna E_k e perde la stessa quantita' di em potenziale: $E_{\text{tot}} = \text{cost}$ "



$$\frac{1}{2} m (v_A^2 - v_B^2) = q_0 (V_B - V_A)$$

- carica positiva e' accelerata se $V_A > V_B$;
- carica negativa e' accelerata se $V_A < V_B$;
- $V_A = V_B$: $\cancel{}$ effetto complessivo: $\cancel{}$ accel o decel;

* campo uniforme (modulo, direz e verso cost) concorde con asse z:

$$V_B - V_A = - \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{s} = - \int_A^B \vec{E} \cdot (dx\vec{i} + dy\vec{j} + dz\vec{k}) = - \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{z} = -E(z_B - z_A) + \text{cost}$$

$$\Rightarrow V_A = -E z_A + \text{cost}$$

$$V_B = -E z_B + \text{cost}$$

$$\Rightarrow \boxed{V(z) = -Ez + \text{cost}}$$

"il potenziale ha lo stesso valore in tt i punti di un piano \perp alla direz del campo"

$$\Rightarrow \frac{1}{2} m (v_B^2 - v_A^2) = q_0 E (z_B - z_A)$$

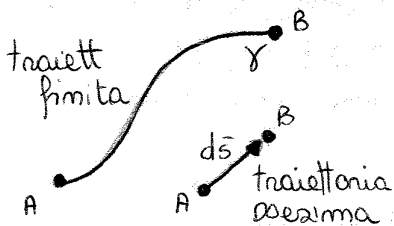
ELETTRONVOLT

$e \Delta V = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 1 \text{ V} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$ em cinetica qnd una carica viene accel dalla ddp di 1V

$1 \text{ eV} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J} \Rightarrow 1 \text{ J} = 6,25 \cdot 10^{18} \text{ eV}$

CAMPO = GRADIENTE DEL POTENZIALE

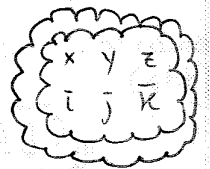
1) coordinate cartesiane: $d\vec{s}$ = vettore spostamento coesimmo



$$V_B - V_A = - \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{s} : dV = -\vec{E} \cdot d\vec{s}$$

$$\left. \begin{aligned} \vec{E} &= E_x \vec{i} + E_y \vec{j} + E_z \vec{k} \\ d\vec{s} &= dx \vec{i} + dy \vec{j} + dz \vec{k} \end{aligned} \right\} \vec{E} \cdot d\vec{s} = E_x dx + E_y dy + E_z dz$$

$$* dV = \frac{\partial V}{\partial x} dx + \frac{\partial V}{\partial y} dy + \frac{\partial V}{\partial z} dz, \quad V = V(x, y, z)$$



$$\Rightarrow \begin{cases} E_x = -\frac{\partial V}{\partial x} \\ E_y = -\frac{\partial V}{\partial y} \\ E_z = -\frac{\partial V}{\partial z} \end{cases}$$

alz locale $\Rightarrow \boxed{\vec{E} = -\vec{\nabla} V}$

"il campo \vec{E} e' il gradiente del potenziale" (in ogni punto)

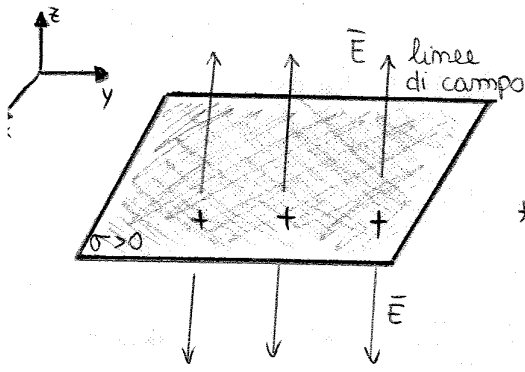
$$\Rightarrow V_B - V_A = - \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{s} = \int_A^B \vec{\nabla} V \cdot d\vec{s} \quad \text{teorema del gradiente}$$

$$\underline{\underline{\vec{\nabla} = \frac{\partial}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial}{\partial z} \vec{k}}}$$

operatore gradiente (coord cartesiane)

3) TRA DUE PIANI INDEFINITI CARICHI: modello di CONDENSATORE PIANO

a) caso: 1 piano caricato positivamente:



$E = \sigma / 2\epsilon_0, V = V(x, y, z) = ?$

$* E_x = 0, E_y = 0, E_z = \begin{cases} \sigma / 2\epsilon_0 & z > 0 \\ -\sigma / 2\epsilon_0 & z < 0 \end{cases}$

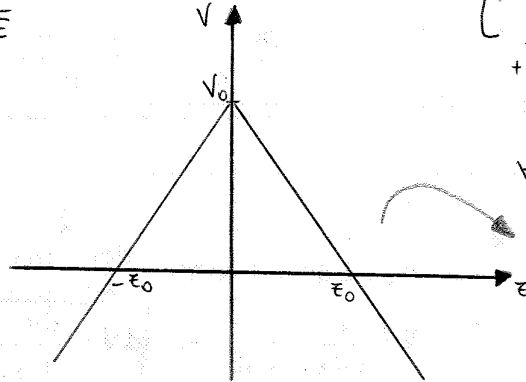
$** \frac{\partial V}{\partial x} = 0, \frac{\partial V}{\partial y} = 0, \frac{\partial V}{\partial z} = \begin{cases} -\sigma / 2\epsilon_0 & z > 0 \\ \sigma / 2\epsilon_0 & z < 0 \\ V_0 & z = 0 \end{cases}$

$\Rightarrow \begin{cases} V(z) = V_0 - \frac{\sigma}{2\epsilon_0} z & z > 0 \\ V(z) = V_0 + \frac{\sigma}{2\epsilon_0} z & z < 0 \end{cases}$

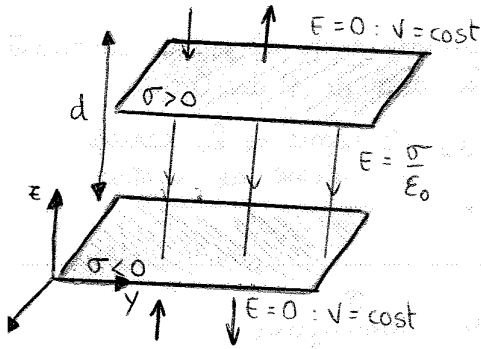
+ $z_0 e^{-z_0}$: non hanno signif fisico; se vario V_0 , vario;

$\forall V_0$ il potenziale va a $-\infty$;

NB: se fosse stato caricato negativamente \Rightarrow il grafico era al contrario!



b) caso: 1 piano \oplus , 1 piano \ominus a distanza "d" tra piani //:



$E_{int} = \sigma / \epsilon_0, V = V(x, y, z) = ?$

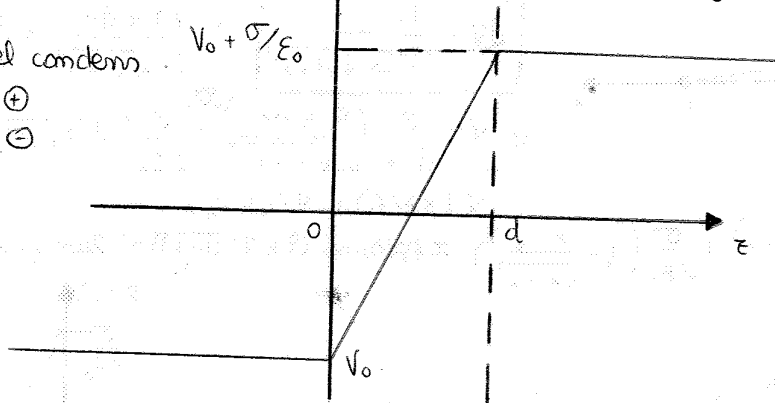
$* E_x = 0, E_y = 0, E_z = \begin{cases} 0 & z < 0 \\ -\sigma / \epsilon_0 & 0 < z < d \\ 0 & z > d \end{cases}$

$** \frac{\partial V}{\partial x} = 0, \frac{\partial V}{\partial y} = 0, \frac{\partial V}{\partial z} = \begin{cases} V_0 & z < 0 \text{ (cost)} \\ -\sigma / \epsilon_0 & 0 < z < d \\ V_0 + \sigma / \epsilon_0 & z > d \text{ (cost)} \end{cases}$

$V_0 = V(z=0)$

$\Delta V = V_+ - V_-$ ai capi del condenn.
 V_+ carico \oplus
 V_- carico \ominus

$W = V(z=d) - V(z=0)$
 $= \frac{\sigma}{\epsilon_0} d = E \cdot d$
 $E = \text{cost}$



SUPERFICIE EQUIPOTENZIALE = superf dello spazio tridimensionale nei cui punti il potenziale ha lo stesso valore $V(x, y, z) = \text{cost}$

- rappresenta graficamente l'andamento del potenziale elettrostatico \Rightarrow struttura del campo E.
- per 1 punto passa 1 sola superf equipot;
- E e' in ogni punto \perp ad una superf equipot: $\Rightarrow E_x = 0, E_y = 0 \Rightarrow E = E_z \bar{u}$ ($x, y \in$ piano, $z \perp$ piano) e' diretto verso valori decrescenti di V;
- si infittiscono la' dove E ha > intensita'

aso: carica puntiforme: eq superf equip: $V(r) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r} \Rightarrow r = \text{cost}$



$V = \text{cost} \Rightarrow$ sono superf sferiche concentriche con centro nella carica & linee di forza = semirette uscenti dalla carica \oplus

campo elettrostatico e potenziale

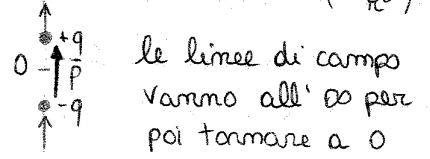
$$E_r = -\frac{\partial V}{\partial r} = \frac{2p \cos \theta}{4\pi \epsilon_0 r^3}, \quad E_\theta = -\frac{1}{r} \frac{\partial V}{\partial \theta} = \frac{p \sin \theta}{4\pi \epsilon_0 r^3} \Rightarrow \vec{E} = E_r \vec{u}_r + E_\theta \vec{u}_\theta \text{ con } \vec{u}_r \perp \vec{u}_\theta$$

$$= \frac{p}{4\pi \epsilon_0 r^3} (2 \cos \theta \vec{u}_r + \sin \theta \vec{u}_\theta) \sim \frac{1}{r^3}$$

⇒ il campo di dipolo ($\sim \frac{1}{r^3}$) → 0 più velocemente di quello di una carica puntiforme ($\sim \frac{1}{r^2}$)

$\theta = 0$:

$$\begin{cases} E_r = P / 2\pi \epsilon_0 r^3 \\ E_\theta = 0 \end{cases}$$



$\theta = \pi$:

$$\begin{cases} E_r = -P / 2\pi \epsilon_0 r^3 \\ E_\theta = 0 \end{cases}$$

$\theta = \pi/2$:

$$\begin{cases} E_r = 0 \\ E_\theta = \frac{P}{4\pi \epsilon_0 r^3} \end{cases}$$

dalla parte positiva &

$\theta = 3\pi/2$:

$$\begin{cases} E_r = 0 \\ E_\theta = -\frac{P}{4\pi \epsilon_0 r^3} \end{cases}$$

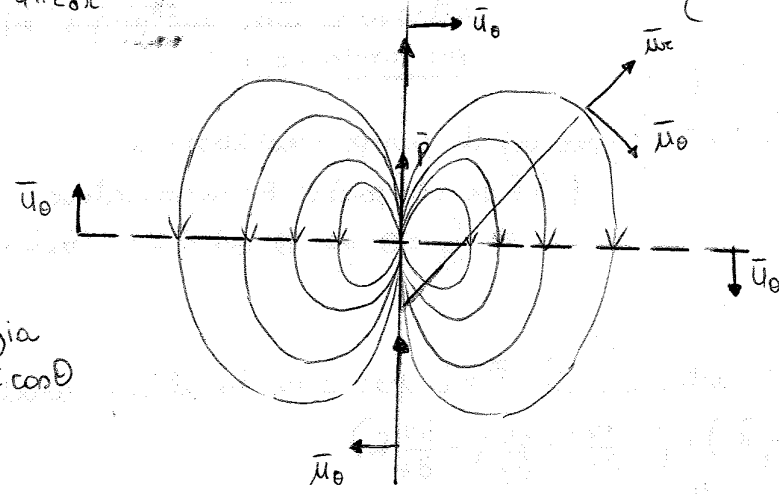
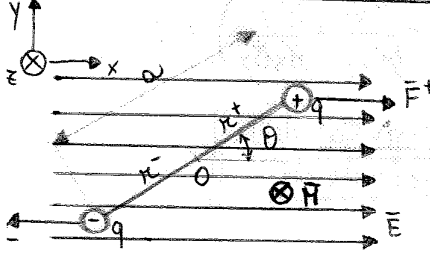


figura da immaginare in 3D:
tutte le linee escono da +q e entrano in -q

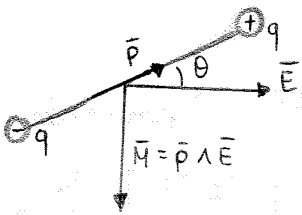
$J = -\vec{p} \cdot \vec{E}$ energia
 $= -pE \cos \theta$

dipolo in campo E.S. uniforme



$\vec{F}^+ = q\vec{E}$
 $\vec{F}^- = -q\vec{E}$ } costituiscono una coppia ⇒ risultante = 0:
 $\vec{F}^+ + \vec{F}^- = q\vec{E} - q\vec{E} = 0$

momento meccanico : $\vec{M} = \vec{r}_+ \wedge \vec{F}_+ + \vec{r}_- \wedge \vec{F}_- = \vec{r}_+ \wedge q\vec{E} + \vec{r}_- \wedge (-q\vec{E}) =$
 $= q(\vec{r}_+ - \vec{r}_-) \wedge \vec{E} = \vec{p} \wedge \vec{E}$



il \vec{M} tende a far ruotare p fino a portarlo // e concorde a \vec{E}

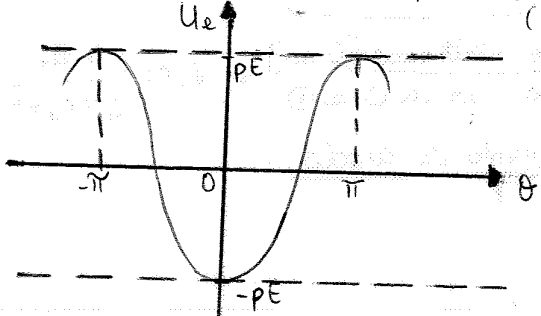
⇒ $M_z = pE \sin \theta$

(asse z ⊥ a \vec{E})
⇒ M_z è ⊥ a \vec{E} con verso σ : entrante / uscente

$M_z = -\frac{dU_e}{d\theta}$

momento d'inerzia risp a z
 $U_e = -pE \cos \theta = -\vec{p} \cdot \vec{E}$ in potenziale E.S. (prod scalare)

regola mano DX :
⊙ antioraria : segno di z ⊕
⊙ oraria : segno di z ⊖

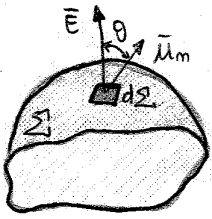


LEGGE di GAUSS

cap 3

8

"campo centrale" (\vec{E}) = $f(q, r)$ dipende cioè solo dall'intensità delle cariche e dalla loro distanza dal campo E.S.



$\vec{\mu}_m$ = vettore normale alla superf $d\Sigma$
 \vec{E} by sys di cariche

$d\phi(\vec{E}) = \vec{E} \cdot \vec{\mu}_m \cdot d\Sigma = E \cos\theta d\Sigma$

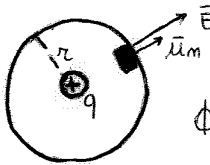
$\phi(\vec{E}) = \int_{\Sigma} \vec{E} \cdot \vec{\mu}_m \cdot d\Sigma$ [V.m]

se Σ = superf chiusa \oint_{Σ}

\int_{Σ} = \int di superf: cie
 entrante: se \vec{E} punta all'interno
 $\phi < 0$: ($E \cdot \mu_m < 0$)
 uscente: se \vec{E} punta all'esterno
 $\phi > 0$ ($E \cdot \mu_m > 0$)
 ϕ entrante = ϕ uscente $\Rightarrow \phi(\vec{E}) =$

$\phi(\vec{E}) = \oint \vec{E} \cdot \vec{\mu}_m \cdot d\Sigma = \frac{1}{\epsilon_0} \sum_i q_i^{int}$ legge di Gauss "il flusso del campo ES prodotto da un sys di cariche attraverso una superf chiusa e' = alla somma algebrica delle cariche elettriche contenute all'INTERNO della superf divisa per ϵ_0 "
 (indipendentemente da come q_i^{int} sono disposte)
 ϵ_0 = permittivita' dell'aria

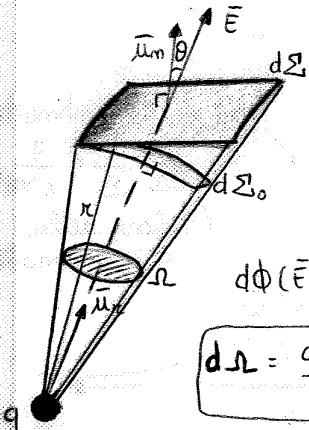
giustificazione immediata: \vec{E} by carica puntiforme



$\vec{E} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \vec{u}_r$

$\phi(\vec{E}) = \oint \vec{E} \cdot \vec{\mu}_m d\Sigma = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \oint \vec{u}_r \cdot \vec{\mu}_m d\Sigma = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \oint d\Sigma \cos\theta = \frac{q}{\epsilon_0}$
 $d\Sigma = 4\pi r^2$
 $\cos\theta = 1$ (sono // $\Rightarrow \cos\theta = 1$)

dim legge di Gauss:



- \vec{E} = by carica puntiforme q;
- $d\Sigma_0$ = proiezione di $d\Sigma$ nel piano \perp a \vec{u}_r ;
- $d\Sigma \perp \vec{\mu}_m$, $d\Sigma_0 \perp \vec{u}_r$;

$d\phi(\vec{E}) = \vec{E} \cdot \vec{\mu}_m \cdot d\Sigma$ con $\vec{E} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \vec{u}_r$ e $u_r \cdot u_m = 1$
 $d\Sigma \cdot \cos\theta = d\Sigma_0$

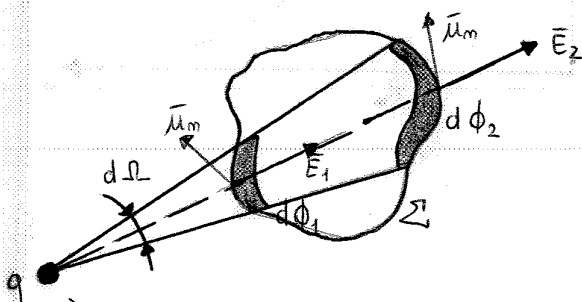
$d\phi(\vec{E}) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \vec{u}_r \cdot \vec{\mu}_m \cdot d\Sigma = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} u_r \cdot u_m \cdot \cos\theta d\Sigma = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \cdot d\Sigma_0$

$d\Omega = \frac{d\Sigma_0}{r^2}$ "angolo solido" (= cost, $\forall d\Sigma$ prendi cioè anche per $r < \sigma$)
 \hookrightarrow come se esistesse con vertice un q: $\phi(\vec{E}) = \text{cost} \int d\Sigma$

\Rightarrow "il flusso di \vec{E} by carica puntiforme q, dipende solo dall'angolo solido e NON dalla superf me' dalla sua dist da q"

$d\phi(\vec{E}) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} d\Omega \rightsquigarrow \phi(\vec{E}) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \int d\Omega$ flusso totale

- a) carica interna alla superf: $\Omega = 4\pi$: $\phi = q/\epsilon_0$; (4π) = angolo giro in 3D
- b) carica esterna alla superf: $\phi(\vec{E}) = \oint \vec{E} \cdot \vec{\mu}_m d\Sigma = 0$



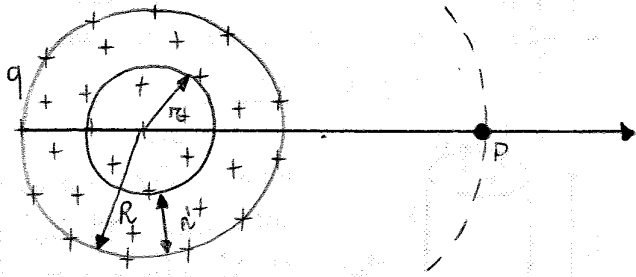
\Rightarrow un flusso sarà entrante e uno uscente \Rightarrow risultante = 0

c) se sono presenti più cariche: $\phi(\vec{E}) = \oint_{\Sigma} \vec{E} \cdot \vec{\mu}_m d\Sigma = \frac{1}{\epsilon_0} \int_{\tau_{\Sigma}} \rho d\tau$ con τ_{Σ} = volume delimitato da Σ
 e se a priori posso scegliere una superf chiusa $\Rightarrow \phi(\vec{E}) = \oint_{\Sigma} \vec{E} \cdot \vec{\mu}_m d\Sigma = \frac{1}{\epsilon_0} \int_{\tau_{\Sigma}} \rho d\tau$

9) SFERA con DISTRIBUZIONE UNIFORME nel suo VOLUME

9)

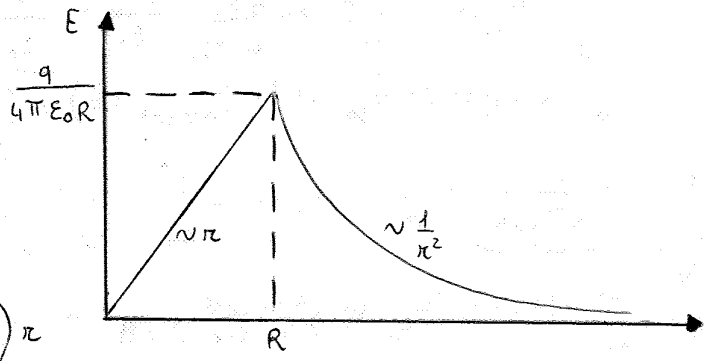
$\Sigma_1 =$ superf arbitraria di Gauss



$r \geq R$: uguale a prima : $E(r) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$
 $r < R$: $\rho = \frac{dq}{d\tau} = \frac{q}{\frac{4}{3}\pi R^3}$ dens carica volumetrica

$$q_{int} = \int_{\Sigma_2} \rho d\tau = \rho \tau_{int} = \frac{q}{\frac{4}{3}\pi R^3} \cdot \left(\frac{4}{3}\pi r^3\right) = q \frac{r^3}{R^3}$$

$$\Rightarrow E \cdot 4\pi r^2 = \frac{q_{int}}{\epsilon_0} = \frac{q}{\epsilon_0} \cdot \frac{r^3}{R^3} \Rightarrow E = \left(\frac{q}{4\pi\epsilon_0 R^3}\right) r$$



$$V(r) - V(R) = \int_{int}^{superf} \vec{E} \cdot d\vec{s} = \int_r^R E dr' \quad \text{per } [E(r < R)]$$

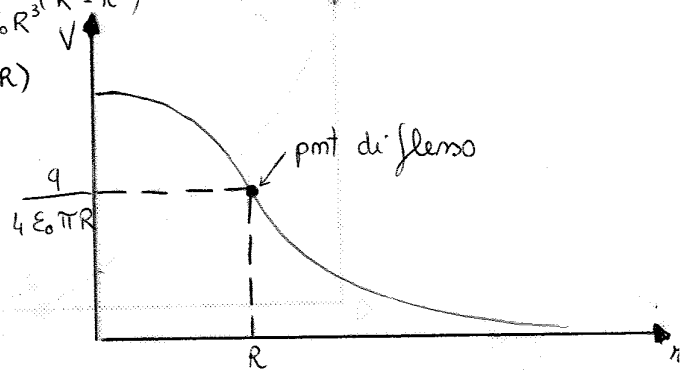
$$= \int_r^R \frac{q}{4\pi\epsilon_0 R^3} r' dr' = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 R^3} \cdot \frac{1}{2} r'^2 \Big|_r^R$$

$$= \frac{q}{4\pi\epsilon_0 R^3} \cdot \frac{1}{2} (R^2 - r^2) \Rightarrow V(r) = V(R) + \frac{q}{8\pi\epsilon_0 R^3} (R^2 - r^2)$$

$r \geq R$: $V(r) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r}$, $V(R) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 R}$: $V(r) = V(R)$

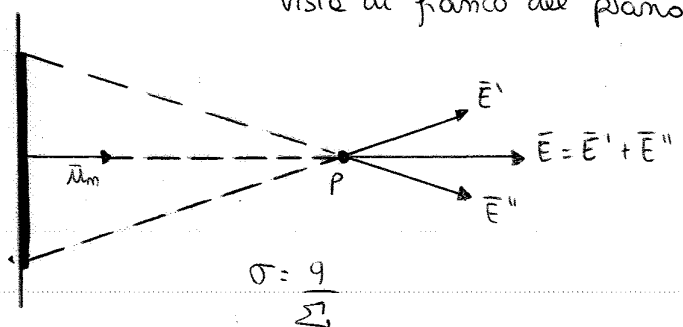
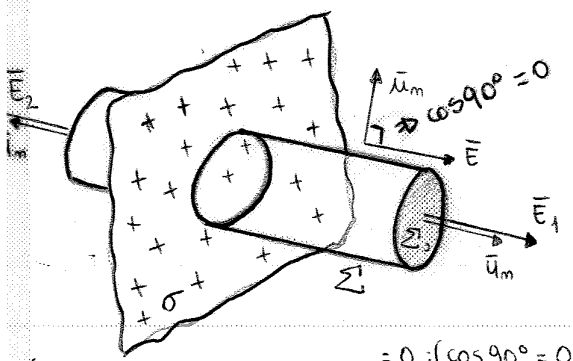
(∇ cost additive perche' ho gia' propagato all' ∞)

$r > R$: $V(r) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 R} + \frac{q}{8\pi\epsilon_0 R} - \frac{q r^2}{8\pi\epsilon_0 R^3} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 R} \left(3 - \frac{r^2}{R^2}\right)$



PIANO UNIFORMEMENTE CARICO : generazione di un campo \vec{E} by carica distribuita con densita' superf σ ;

viste di fianco del piano



$$\oint_{\Sigma} \vec{E} \cdot \vec{u}_m \cdot d\Sigma = \int_{superf} \vec{E} \cdot \vec{u}_m \cdot d\Sigma + \int_{basi} \vec{E} \cdot d\Sigma = E \cdot 2\Sigma_0$$

$= 0 : (\cos 90^\circ = 0)$

$$\oint (\vec{E}) = \frac{q}{\epsilon_0} = \frac{\sigma \Sigma_0}{\epsilon_0} \quad \text{con } \sigma = \frac{q}{\Sigma_0} \Rightarrow 2E \Sigma_0 = \frac{\sigma \Sigma_0}{\epsilon_0} \Rightarrow \boxed{E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}}$$

CONDUTTORI, DIELETRICI, E.N.E.S.

cap 4

10

CONDUTTORI: nel loro interno sono verificate particolari condizioni per cui è possibile il moto di alcune delle cariche che li costituiscono

consideriamo il "conduttore in equilibrio elettrostatico": $E_{int} = 0$ all'interno

⇒ conseguenze di tale proprietà:

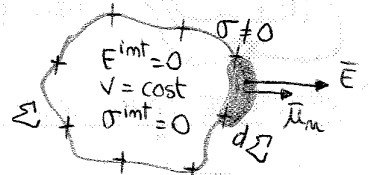
a) $V = cost$ \forall pnt interno, o uno interno e uno sulla superf

(dim: $V(P_2) - V(P_1) = - \int_{P_1}^{P_2} E \, ds = 0 \Rightarrow V(P_2) = V(P_1) = V_0, E = 0$ int)

⇒ la superf del conduttore è EQUIPOTENZIALE (⇒ $E \perp$ alla superf)

b) $\sigma_{int} = 0$: la carica si dispone sulla superf esterna; con dens superf σ che dipende dalla forma del conduttore

(dim: $div \vec{E} = \vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho_{int}}{\epsilon_0}, \vec{E}_{int} = 0 \Rightarrow \rho_{int} = 0$); $\sigma = \frac{dq}{d\Sigma}$

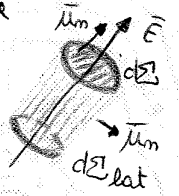


c) $\vec{E} = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \vec{u}_m$ teorema di Coulomb, \vec{u}_m = versore normale alla superf del conduttore

(dim: $\phi(\vec{E}) = \oint_{\Sigma} \vec{E} \cdot \vec{u}_m \, d\Sigma = E \, d\Sigma_{base} = \frac{q_{int}}{\epsilon_0} = \frac{dq}{\epsilon_0} = \frac{1}{\epsilon_0} \sigma \, d\Sigma \Rightarrow E = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \vec{u}_m$)

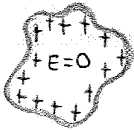
- il verso è uscente se la σ è positiva, entrante se negativa;

- σ è > dove la superf è < (es: punte); ⇒ linee di campo più fitte;



esempi visti:

1) CONDUTTORE CARICO E ISOLATO

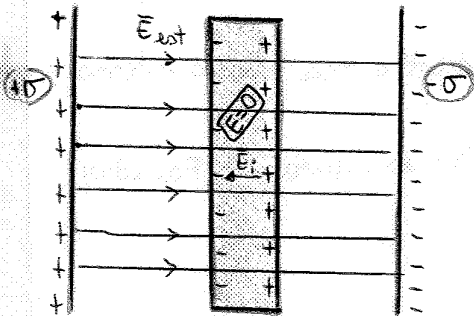


ha una distrib di carica superf tale che $E_{int} = 0 \forall$ sia la forma del condutt

[! : se sferico ⇒ la carica è distribuita uniformemente sulla superf

$\sigma = \frac{q}{4\pi R^2} = cost$ ⇒ se toglgo una carica dalla superf, le altre si ridistribuiscono uniformi su tt la superf

2) INTRODUZIONE DI UNA LAMINA CONDUTTR PIANA IN \vec{E} UNIFORME by 2 PIANI as



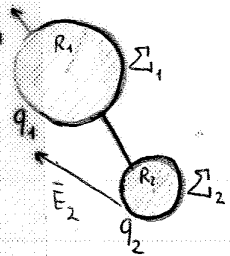
\vec{E}_i = campo E.S. indotto; voglio $E = 0$ nel conduttore:

$(\vec{E}_{ext} + \vec{E}_i = 0)$ equilibrio con $E_{ext} = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \Rightarrow |E_i| = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$

⇒ si ha una distr di carica elettrica indotta sulla superf del conduttore che si sovrappone a quella eventualmente già presente

"induzione elettrostatica"

3) 2 SFERE CONDUTTRICI collegate da un lungo FILO CONDUTTORE



NB: ponendo a contatto 2 o più conduttori, per es collegandoli con un filo conduttore, si costituisce un unico corpo conduttore in equil. E.S.

⇒ $E = 0$ vale ovunque e $V = cost$ (i condutt a contatto hanno $= V$);

$q_{tot} = q = q_1 + q_2$ poiché $q_{fibo} \cong 0$

$V = cost \Rightarrow V_1 = \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0 R_1} = V_2 = \frac{q_2}{4\pi\epsilon_0 R_2} \Rightarrow \begin{cases} \frac{q_1}{R_1} = \frac{q_2}{R_2} \\ q = q_1 + q_2 \end{cases}$

$q_1 = q \frac{R_1}{R_1 + R_2}$

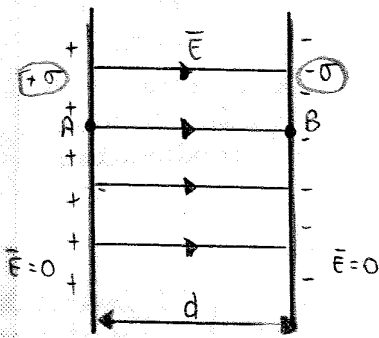
$q_2 = q \frac{R_2}{R_1 + R_2}$

$\sigma_1 = \frac{q_1}{4\pi R_1^2}, \sigma_2 = \frac{q_2}{4\pi R_2^2} \Rightarrow \frac{\sigma_1}{\sigma_2} = \left(\frac{R_2}{R_1}\right)^2 \frac{q_1}{q_2}$ con $E \propto \sigma \Rightarrow \frac{E_1}{E_2} = \frac{R_2}{R_1}$: la densità di carica e E_{superf} sono > dove < è il raggio di curvatura (punte)

CONDENSATORE = sys di due conduttori tra i quali c'è un'isolante e.s. complessa, $q_{tot} = 0$ "armature" = i due conduttori; ("accumulatore di cariche elettriche") (11)

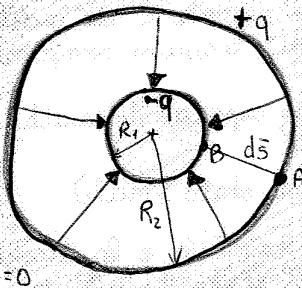
capacità: $C = \frac{q}{\Delta V}$, $\pm q$ = carica presente sulle armature $[\text{F}] = \text{farad} = \left[\frac{\text{C}}{\text{V}}\right]$

a) CONDENSATORE PIANO



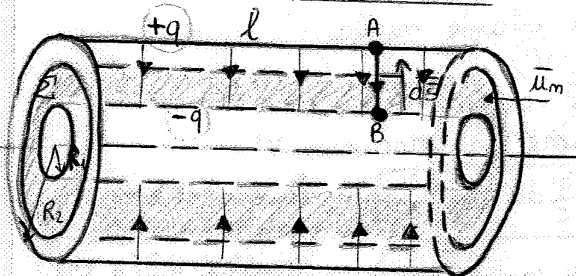
VALIDO per TUTTI (a, b, c):
 "armature" = 2 conduttori piani e //, distanti d e di area S $R_2 > R_1$
 σ uniforme $\left\{ \begin{array}{l} +q \\ -q \end{array} \right.$
 $\vec{E} = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$ campo del condensatore piano (interno)
 $\Delta V = V_+ - V_- = V_A - V_B = - \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{s} = - \int_A^B E \cdot d\vec{s} = E \cdot d$
 $\Delta V = E \cdot d = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \cdot d = \frac{q}{S} \cdot \frac{d}{\epsilon_0}$
 $\Rightarrow C = \frac{q}{\Delta V} = \frac{S \epsilon_0}{d}$
 NB ⊕ attenta al segno di E se preso da A a B o viceversa
 $\epsilon_0 = 8,86 \cdot 10^{-12} \frac{\text{F}}{\text{m}}$

b) CONDENSATORE SFERICO



A (parte ⊕), B (parte ⊖)
 2 superf sferiche concentriche $\left\{ \begin{array}{l} \text{cond sferico } R_1: -q \\ \text{condutt sferico cavo } R_2: +q \end{array} \right.$ $R_1 < R_2$
 $E(r) = \frac{q}{4\pi \epsilon_0 r^2}$, $\vec{E} = -E(r) \vec{u}_r$
 $\Delta V = V_+ - V_- = V_A - V_B = - \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{s} = - \int_A^B E \cdot d\vec{s} = E \cdot r$
 $\Delta V = - \int_{R_1}^{R_2} E(r) dr = - \frac{q}{4\pi \epsilon_0} \int_{R_1}^{R_2} \frac{1}{r^2} dr = \frac{q}{4\pi \epsilon_0} \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$
 $\Rightarrow C = 4\pi \epsilon_0 \frac{R_1 R_2}{R_2 - R_1}$
 ! segno di E a seconda degli estremi di integrazione!

c) CONDENSATORE CILINDRICO "caso assiale"



"armature" = 2 porzioni di superf cilindriche coassiali, una di raggio R_1 e l'altra $R_2 > R_1$, aventi stessa lunghezza $l \gg R_1, R_2$
 $\Phi_{\Sigma}(\vec{E}) = \oint_{\Sigma} \vec{E} \cdot \vec{u}_m \cdot d\Sigma = \frac{q_{int}}{\epsilon_0}$ con $q_{int} = -q$
 $\oint_{\Sigma} \vec{E} \cdot \vec{u}_m \cdot d\Sigma = \oint_{\Sigma_{lat}} + \oint_{\Sigma_{basi}} = 0$ ($\cos 90^\circ = 0$)
 sulla superf laterale \vec{u}_m e' ant // a \vec{E} : stessa direz e verso opposto: $\oint_{\Sigma_{lat}} \neq 0$

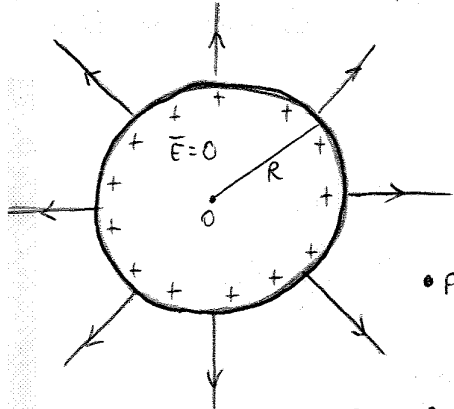
sta l
 ose:
 $\Phi_{\Sigma} = -E(r) \cdot 2\pi r l = -\frac{q}{\epsilon_0} \Rightarrow E(r) = \frac{q}{2\pi \epsilon_0 l r}$: $R_1 < r < R_2$
 $\Delta V = V_+ - V_- = V_A - V_B = - \int_B^A \vec{E} \cdot d\vec{s} = \int_B^A E(r) dr = \frac{q}{2\pi \epsilon_0 l} \int_{R_1}^{R_2} \frac{dr}{r}$
 con $\left\{ \begin{array}{l} \vec{E} = -E(r) \vec{u}_r \\ d\vec{s} = dr \cdot \vec{u}_r \end{array} \right. \Rightarrow \Delta V = \frac{q}{2\pi \epsilon_0 l} \ln \frac{R_2}{R_1} \propto q$

$\Rightarrow C = \frac{q}{\Delta V} = \frac{2\pi \epsilon_0 l}{\ln \frac{R_2}{R_1}}$

! segno di E a seconda degli estremi di integrazione!

2) CONDUITTORE SFERICO, raggio R e carica q

(12)



$$E_{est} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} : r \geq R$$

$$E_{int} = 0 : r < R \text{ (interno)}$$

$$V = V(R) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 R}$$

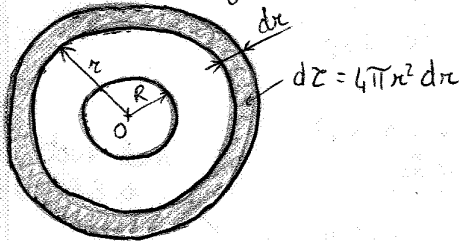
$$\rho = \frac{q}{V} = 4\pi\epsilon_0 R \quad \left(\lim_{R_2 \rightarrow \infty} 4\pi\epsilon_0 \frac{R_1 R_2}{R_2 - R_1} = 4\pi\epsilon_0 R_1 \right)$$

calcolo U_e : 1) $U_e = \frac{q^2}{2C} = \frac{q^2}{2(4\pi\epsilon_0 R)} = \frac{q^2}{8\pi\epsilon_0 R}$

2) $U_e = \int_{R^3} u_e d\tau$ con $R^3 = \text{spazio}$: $u_e = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2 = \frac{q^2}{32\pi\epsilon_0 r^4} : r \geq R$

$$u_e = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2 = 0 : r < R$$

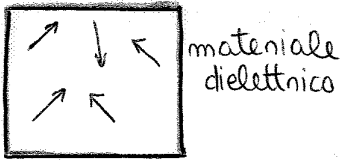
in coordinate sferiche:



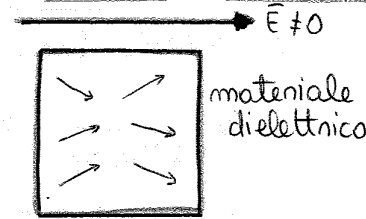
$$U_e = \int_{R^3} u_e d\tau = \int_R^\infty u_e(r) 4\pi r^2 dr = \frac{q^2}{8\pi\epsilon_0} \int_R^\infty \frac{dr}{r^2} = \frac{q^2}{8\pi\epsilon_0 R}$$

2) molecole: $\langle \vec{p} \neq 0 \rangle$ (hanno momento di dipolo intrinseco) es H_2O, NH_3 (13)

se $\vec{E} = 0$:
i dipoli sono orientati
a caso by agitazione termica
 $\Rightarrow \langle \vec{p} \rangle = 0$ valore medio



se $\vec{E} \neq 0$: ("polarizzazione x orientamento")
i dipoli si dirigono
verso la direz del campo ("parziale")
 $\Rightarrow \langle \vec{p} \rangle \neq 0$ e $\langle \vec{p} \rangle \parallel \vec{E}$



il grado di allineamento
se:
• T
• intensità di \vec{E}

POLARIZZAZIONE del DIELETRICO (C/m^2)

Applicazione di un campo elettrostatico a un dielettrico

\Rightarrow ciascuno atomo o molecola acquista ...

... $\langle \vec{p} \rangle \parallel \vec{E}$ // e concorde

lunghezza dt

- nell'intorno di un punto O ;
- contiene N atomi (o molecole); \Rightarrow
- $n = m$ atomi o molecole per ud volume
- $\langle \vec{p} \rangle =$ valore medio del momento di dipolo

$$\vec{P} = \frac{\vec{P}}{\tau} = \frac{N \langle \vec{p} \rangle}{\tau} = n \cdot \vec{p}$$

vettore polarizzazione (= momento di dipolo x ud volume)

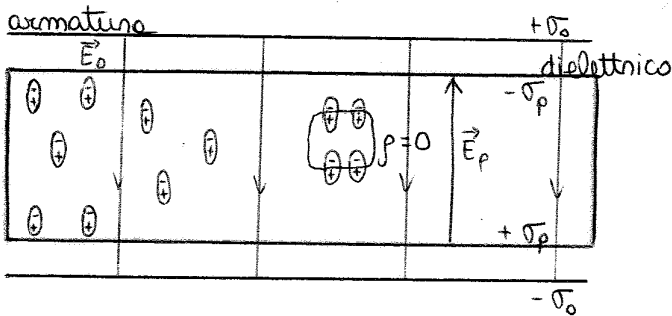
$\vec{P} = \epsilon_0 \chi \vec{E}_{est}$ con $\chi =$ suscettività elettrica, (\cong predisposizione di un materiale alla polarizz.) numero puro
 $= \epsilon_0 (\kappa - 1) \vec{E}$

DIELETRICO IN UN CAMPO \vec{E} UNIFORME (CONDENSATORE PIANO)

polarizzato uniformemente:

$\vec{P} = \text{cost}$ in \forall i punti della lastra

$\rho =$ densità di carica

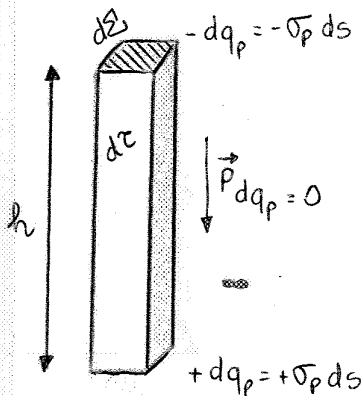


\rightarrow il dielettrico si polarizza:

- si accumulano sulle estremità le cariche $+\sigma_p$ e $-\sigma_p$; ($\sigma_p < \sigma_0$) (\neq : condutt $\sigma_p = \sigma_0$ "induzione comple")
- all'interno $\rho_{int} = 0$
- $\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}_p \Rightarrow E = E_0 - E_p$ campo totale $< E_0$

* spessore coesimo del materiale dielettrico:

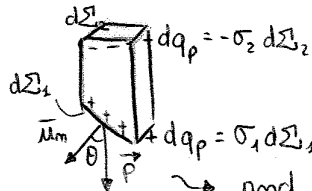
voglio valutare il momento di dipolo



$dq_p h = \sigma_p d\Sigma_1 h = P d\Sigma_1 \Rightarrow \sigma_p = P$

e cioè $\sigma_p = P \cdot \vec{\mu}_m$

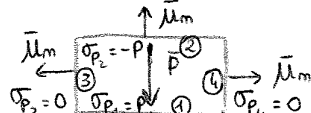
"la densità superficiale delle cariche di polarizzazione è uguale alla componente di P lungo la normale alla superficie"



\Rightarrow quindi $\vec{\mu}_m$ non è $\parallel \vec{P}$ ($\vec{\mu}_m =$ versore normale) : $d\Sigma_1 = \frac{d\Sigma_2}{\cos \theta}$

$P d\Sigma_2 = \sigma_1 \frac{d\Sigma_2}{\cos \theta}$

$\sigma_1 = P \cos \theta = \vec{P} \cdot \vec{\mu}_m = P \mu_m \cos \theta \Rightarrow \sigma_p = \vec{P} \cdot \vec{\mu}_m$



LA CORRENTE ELETTICA: da V_{max} a V_{min} [cap 5] (14)

VELOCITA': in un conduttore in equilibrio E.S.:

da V_{max} a V_{min} \approx moto delle cariche positive

se $\vec{E} = 0$:
 $\vec{v}_{m} = \frac{1}{N} \sum_i \vec{v}_i = 0$ v_{m} media

(il moto degli elettroni liberi è disordinato: la v_{m} media dei portatori di carica $e^- = 0$)

se $\vec{E} \neq 0$:
 $\vec{v}_d = \frac{1}{N} \sum_i \vec{v}_i \neq 0$ v_d di deriva

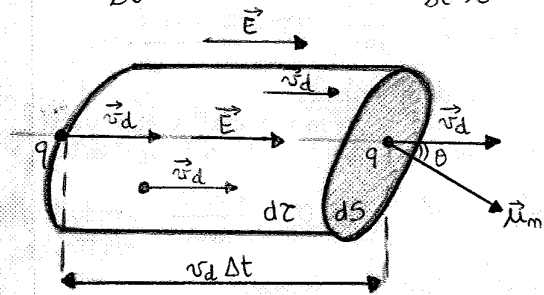
E è dovuto alla ddp ($\Delta V = V_1 - V_2$)
 \Rightarrow conduzione elettrica
 forza elettrica: $F = eE$

genera corrente elettrica

per avere $\Delta V = cost$ devo collegare gli estremi del conduttore ad un generatore di forza elettromotrice (p.e.m.)

CORRENTE [A] = carica elettrica che attraversa il conduttore in Δt : $[A] = \left[\frac{C}{S} \right]$

$i = \Delta q / \Delta t$ media; $i_{ist} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \Delta q / \Delta t$ istantanea



sez^{me} di un conduttore:

- $x = v_d \Delta t$ spazio percorso dalla carica;
- $dV = dS \cdot v_d \Delta t$ volume del cilindroide;
- $m = n$ portatori di carica per ud volume;
- $\vec{u}_m = 1$ a dS ;

① $\Delta q = m q_0 dz = m q_0 dS v_d \Delta t$ differenza di carica;

② $di = \frac{\Delta q}{\Delta t} = m q_0 dS v_d = \int \vec{u}_m dS$ intensità di corrente elementare;

con $\vec{j} = m q_0 \vec{v}_d$ vettore densità di corrente [A/m^2];

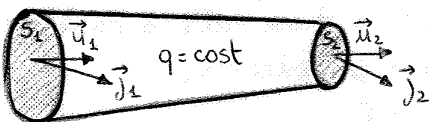
③ $i = \int_S di = \int_S \vec{j} \cdot \vec{u}_m dS$ intensità di corrente = "flusso del vettore \vec{j} attraverso S ";

se \vec{j} è uniforme $\Rightarrow \vec{u}_m \parallel \vec{j} \Rightarrow i = j \cdot S$

NB: densità di corrente = corrente che attraversa ud superf^{ie} perpendicolare alla direz del moto delle cariche

corrente stazionaria:

conduttore troncoconico pag 100



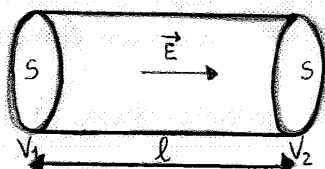
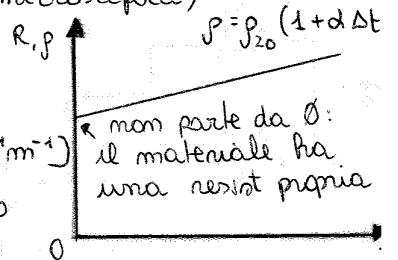
se l'intensità di corrente attraverso due sez di un conduttore è lo stesso

④ $\vec{j} = \sigma \cdot \vec{E}$ legge di Ohm della conduttività elettrica (legge empirica, microscopica)

σ = conduttività del materiale (conduttore)
 \Rightarrow diagramma con una retta uscente dall'origine = $f(\text{materiale}, T)$, si dice che $\vec{v}_d \propto \vec{E}$

⑤ $\vec{E} = \rho \vec{j}$ con $\rho = \frac{1}{\sigma}$ resistività [$\Omega \cdot m$] \Rightarrow conducibilità $\frac{1}{\rho} = \sigma$ [$\Omega^{-1} m^{-1}$]

na voglio det Ohm in forma macroscopica: by conduttore cilindrico



$V_1 > V_2$ $\int_1^2 \vec{E} \cdot d\vec{s}$

$\Delta V = V_1 - V_2 = E \cdot l = \rho j \cdot l = \rho \frac{i}{S} l = Ri \Rightarrow$ ⑥ $\Delta V = Ri$ legge di Ohm (macroscopica) x i conduttori metallici

⑦ $dW = dq \cdot V = i \cdot dt \cdot V \Rightarrow W = \int dW \Rightarrow W = Ri^2 t$ se $i = cost$

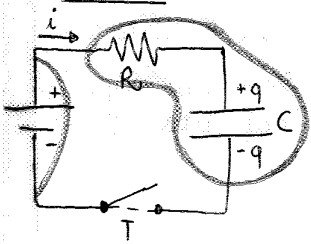
lavoro by \vec{E} di dq attraverso ΔV per vincere la R del conduttore vs moto elettroni

⑧ $P = \frac{dW}{dt} = V \cdot i = Ri^2$ potenza elettrica [Watt]
 effetto Joule \approx di riscaldamento

SUPERCONDUTTORI: al di sotto di una certa $T_{critica}$ ($q \ll k$) la resistività \approx annulla

CIRCUITI RC : carica e scarica di un condensatore by resistenza

1) CARICA



$t < 0$: T è aperto \Rightarrow non circola corrente nel circuito e il condensatore è scarico

$t = 0$: T è chiuso \Rightarrow il generatore inizia a prelevare cariche dai conduttori connessi al polo negativo e a portarle al polo positivo: sulle armature compaiono le cariche $+q$ e $-q$

\leadsto il processo continua fino a quando la carica del condensatore raggiunge il valore massimo ($q_0 = CV_0$) asintoticamente, a cui corrisponde la ddp tra le armature pari a $V_0 (= \mathcal{E} = f.e.m.)$

per t generico:

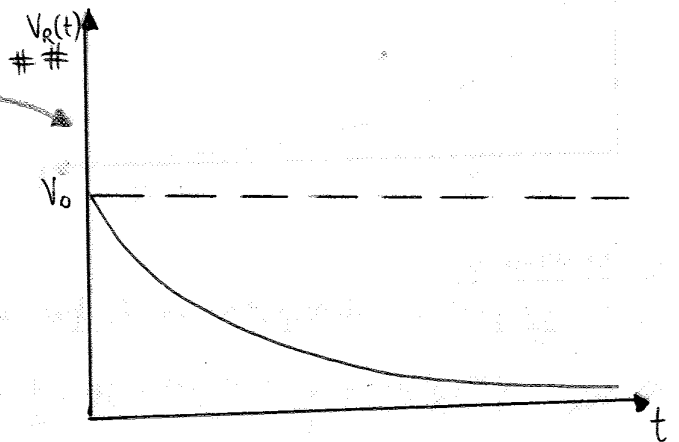
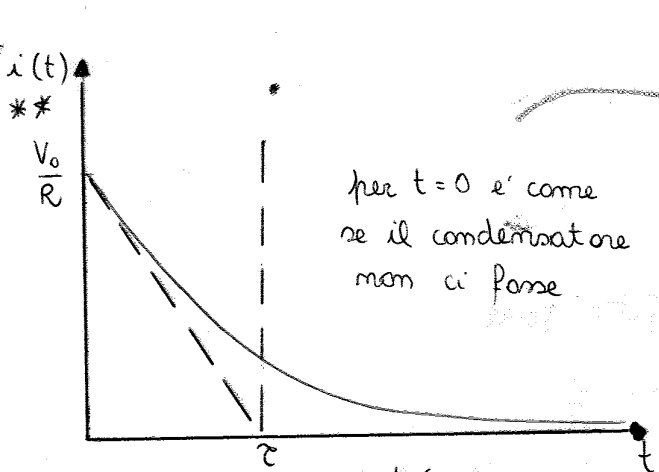
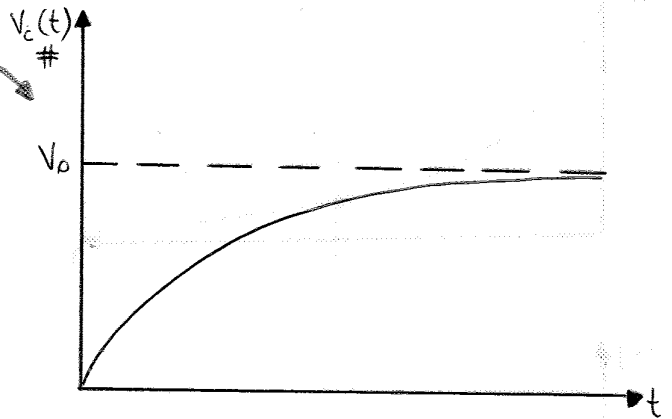
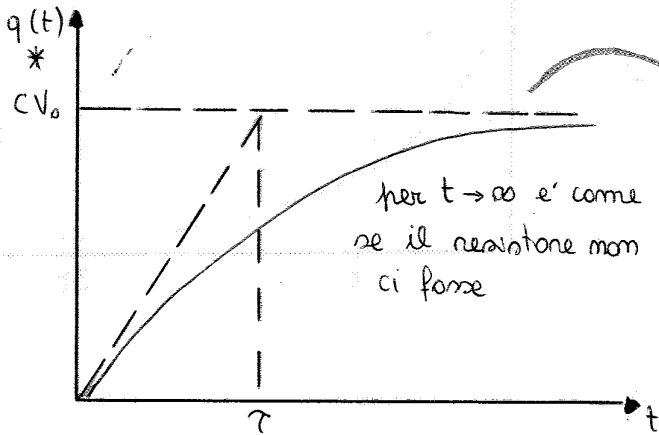
$$V_0 = Ri + \frac{q}{C} = R \frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} \Rightarrow R \frac{dq}{dt} = V_0 - \frac{q}{C} \Rightarrow * \frac{dq}{q - CV_0} = - \frac{dt}{RC} * \quad \text{con } \tau = RC \quad \text{cost di tempo del condensatore [s]}$$

integro tra $t=0 (\Rightarrow q=0)$ e t generico ($\Rightarrow q$)

$$\int_0^q \frac{dq}{q - CV_0} = - \frac{1}{\tau} \int_0^t dt \Rightarrow \ln \left(\frac{q - CV_0}{-CV_0} \right) = - \frac{t}{\tau}$$

esplicito $q(t)$: * $q(t) = CV_0 (1 - e^{-t/\tau})$ \rightarrow $V_C(t) = \frac{q(t)}{C} = V_0 (1 - e^{-t/\tau})$ #

** $i(t) = \frac{dq}{dt} = \frac{V_0}{R} e^{-t/\tau}$ \rightarrow $V_R(t) = Ri(t) = V_0 e^{-t/\tau}$ ##



bilancio energetico: $P_{gen} = \frac{dW_{gen}}{dt} = V_0 \frac{dq}{dt} = V_0 i$ fornita dal generatore V_0 , $= P_R + P_C$

$P_R = Ri^2$ dissipata in R per effetto Joule

$P_C = \frac{dU_C}{dt} = \left(\frac{d}{dt} \right) \frac{q^2}{2C} = \frac{q}{C} \frac{dq}{dt} = \frac{q}{C} i$ fornita al condensatore } potenze associate

LEGGI DI KIRCHHOFF

nodo = punto in cui convergono almeno 3 conduttori, sono collegati by...

ramo = in cui possono esserci componenti attivi (generatori) e passivi (resistori), fuo' appartenenza a più...

maglie = cammini chiusi, costituiti da più rami

a) **I LEGGE (dei nodi)** : $\sum_k i_k = 0$ "la somma algebrica delle correnti che confluiscono in un nodo è nulla"
 (conservazione della carica elettrica o corrente elettrica)

$i_k < 0$ uscente
 $i_k > 0$ entrante

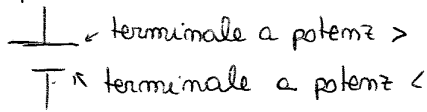
- versi correnti: arbitrarie
- N nodi, N-1 indipendenti

$M = L - (N - 1)$ m correnti indipendenti $\leq N - 1$ condizioni

b) **II LEGGE (delle maglie)** : $\sum_k R_k i_k = \sum_l \mathcal{E}_l$ "la somma algebrica delle f.e.m. dei rami è uguale alla somma dei prodotti $R_k i_k$ "

• fissa un verso di percorrenza della maglia:

- * $R_k i_k$ è \oplus se il verso di i_k è concorde con il verso di percorrenza della maglia;
- * \mathcal{E}_l è \oplus se il verso di percorrenza della maglia è ^{concorde con} quello che va dal terminale a potenziale più basso a quello a potenziale più alto

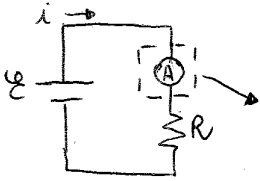


signif fisico = la diff di potenziale della maglia deve essere = 0

STRUMENTI di MISURA

AMPEROMETRO = misura la corrente \Rightarrow lo montiamo in serie alla resistenza

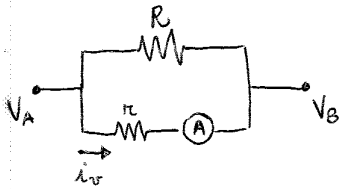
NB: lo strumento reale ha una resist interna



$\Rightarrow i = \frac{U}{r + R} < \frac{U}{R} = i_0$: r deve essere molto piccola!

VOLTMETRO = misura la tensione \Rightarrow lo montiamo in // alla resistenza

anche qui l'ampmetro ha una resist : $V_A - V_B = r \cdot i_v = i_v \cdot R_{eq}$

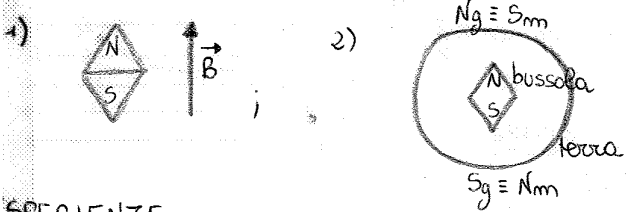


$R_{eq} = \frac{R \cdot r}{R + r}$: r deve essere molto grande!
 (lim $R_{eq} = R$)

CHIMPO MAGNETICO e FORZA MAGNETICA

magneti" e le parti in cui si localizza la proprietà di attrazione = "poli" del magnete:

- poli dello stesso segno si respingono, ≠ si attraggono;
- \exists un monopolo magnetico: se è di piccole dim = "ago magnetico";
- si presentano a coppie: Nord e Sud, \oplus e \ominus = "dipolo magnetico";



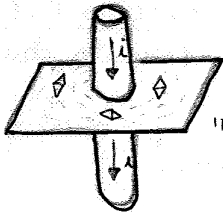
Nord geogr \equiv Sud magn
Sud geogr \equiv Nord magn

campo magnetico = generato da un sys di cariche in moto
"B" = [T]

$$T = \frac{N}{cm/s} = \frac{N}{Am} = \frac{kg}{As^2}$$

SPERIMENTI

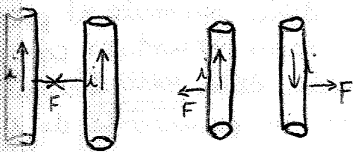
a) Oersted: un ago magnetico, posto in prossimità di un filo percorso da corrente, tende ad assumere una ben definita posizione di equilibrio;



ponendosi su un piano \perp al filo percorso da corrente, della limatura di ferro si osserva che i grani si addensano lungo circonferenze con centro il filo

"il filo percorso da corrente produce un campo magnetico B e l'ago e i grani di limatura di ferro si orientano // mente al campo magnetico esistente nel punto in cui sono posti"

b) filii percorsi da corrente:



filii percorsi da corrente con stesso verso si attraggono, verso \neq si respingono

by Ampere: "attrae/repuls = manifestazione delle interaz tra cariche in movimento"

FORZA di LORENTE

particella m, q in B

se ferma $\Rightarrow \exists F$: l'interaz magnetica si manifesta solo tra cariche in moto

se ha \vec{v} rispetto al sys di riferimento solidale alle sorgenti di B...

$$\vec{F} = q \vec{v} \wedge \vec{B}$$

forza di Lorente by \vec{B}
"def del campo magnetico"

\vec{F} elettrostatica $\parallel \vec{E}$: $w = -q \Delta V$
 \vec{F} magnetica $\perp \vec{B}$: $w = 0$ *

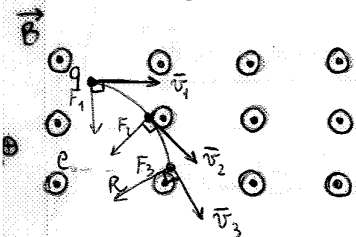
$$F = qv \sin \theta$$

\vec{F} è \perp al piano definito da $(\vec{v}$ e $\vec{B}) \Rightarrow w = 0 : \vec{F} \perp \vec{v} \Rightarrow E_k = \text{cost}$

$E_k = \text{cost} \Rightarrow \Delta E_k = \frac{1}{2} m (v_f^2 - v_i^2) = 0 \Rightarrow$ "qmd una particella carica si muove in \vec{B} , la sua v ta' cambia in direz ma non in modulo" **

MOTO di UNA PARTICELLA CARICA in \vec{B}

• campo magnetico uniforme: $\theta = \frac{\pi}{2}$



q carica \oplus , $a = v^2/R$

$|\vec{v}_1| = |\vec{v}_2| = |\vec{v}_3|$ poiche' \vec{F} è solo centripeta

traiettoria circolare (arco di circonferenza): $R = \text{cost}$ raggio di curvatura
 \Rightarrow moto circolare uniform accelerato

$$F = qvB = ma = m \frac{v^2}{R} \Rightarrow R = \frac{mv^2}{qvB} = \frac{mv}{qB}$$

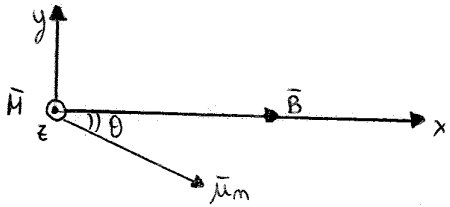
$$T = \frac{2\pi R}{v} = 2\pi \frac{m}{qB} \text{ periodo, } \nu = \frac{1}{T} \text{ frequenza}$$

$$q\vec{v} \times \vec{B} = m\vec{a} \times \vec{v} = -m\vec{v} \times \vec{a} \text{ fermimi vettorig}$$

$$\omega = \left\langle \frac{2\pi}{T} \right\rangle = \frac{qB}{m} \Rightarrow \vec{\omega} = \frac{q\vec{B}}{m} \text{ vta' angolare, } \parallel \vec{B}$$

$q < 0 \Rightarrow$ stesso verso di \vec{B}

b) $\theta < 0$



equilibrio

$$M_z = \vec{m} \times \vec{B} \cdot \vec{m} \theta$$

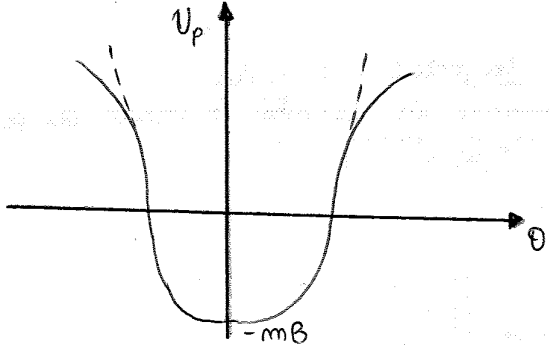
$$M_z = I_z \alpha = I_z \frac{d^2\theta}{dt^2} \Rightarrow I_z \frac{d^2\theta}{dt^2} + mB \sin\theta = 0$$

per piccole oscillazioni: $\sin\theta \approx \theta$

$$\Rightarrow \frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{mB}{I_z} = 0 \quad \text{e} \quad \frac{d^2\theta}{dt^2} + \omega^2\theta = 0 \quad \text{con} \quad \omega = \sqrt{\frac{mB}{I_z}} \text{ pulsazione}$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{I_z}{mB}} \text{ cic}$$

c) V corpo che ruota attorno ad un'asse:

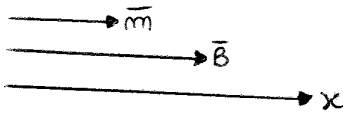


$$M_z = -\frac{dU_p}{d\theta} = -mB \sin\theta \quad \text{componente del momento}$$

con $U_p = -\vec{m} \cdot \vec{B} = -mB \cos\theta$ in potenziale magnetico

per piccole oscillazioni: $U_p \approx \cos\theta + \frac{1}{2}k\theta^2$ con $k = mB$

d) $\vec{m} \parallel \vec{B} : \theta = 0$



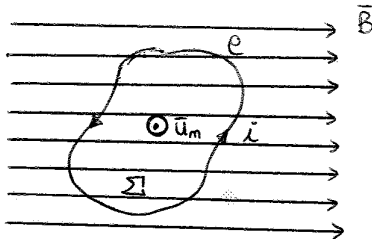
$$U_p = -\vec{m} \cdot \vec{B} = -mB \cos\theta$$

$$F_x = -\frac{dU_p}{dx} = \frac{d}{dx} mB = m \frac{dB}{dx}$$

tale forza tende a spostare il dipolo elettrico:

- nel verso in cui $\vec{B} \nearrow$ ($\frac{dB}{dx} > 0$) se \vec{m} e' concorde con \vec{B} ;
- nel verso in cui $\vec{B} \searrow$ ($\frac{dB}{dx} < 0$) se \vec{m} e' discorde con \vec{B} ;

SPIRA RIGIDA PIANA IRREGOLARE in \vec{B} UNIFORME



$i = \text{cost}$ lungo la spira

$$\vec{m} = i \cdot S \cdot \vec{u}_m$$

$$\vec{F} = 0$$

$$\vec{M} = \vec{m} \wedge \vec{B}$$

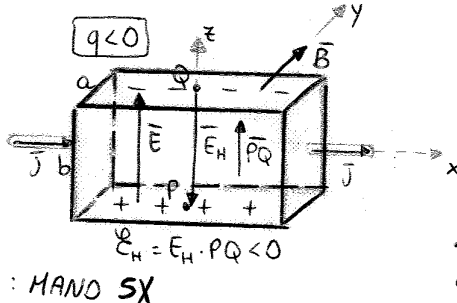
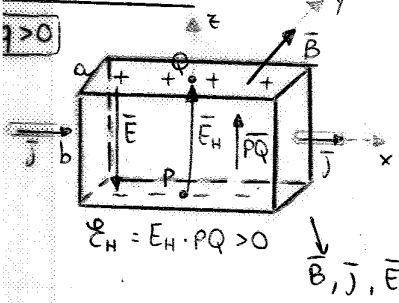
C = contorno del circuito

Σ = superf generica = suddivisibile in tanti piccoli circuiti rettangolari percorsi dalla stessa corrente i e concordamente orientati

$$dU_p = -d\vec{m} \cdot \vec{B} = -\vec{B} \cdot \vec{u}_m d\Sigma = -i d\phi(\vec{B}) \quad \text{in potenziale del generico circuito di area } d\Sigma$$

$$= -i \int_{\Sigma} \vec{B} \cdot \vec{u}_m d\Sigma \Rightarrow dW = -dU_p = i d\phi(\vec{B})$$

EFFETTO HALL (trasversale)



\vec{j} = uniforme

\vec{B} = uniforme $\perp \vec{j}$ e concorde asse z

\vec{F}_L = forza di Lorentz

\vec{F}_E = forza by \vec{E} , forza E.S.

- conduttori a forma di nastro sottile
- $\Sigma = a \cdot b$ sez conduttore;
- percorso da i : concorde con asse x;

$$= \frac{1}{\Sigma} \vec{u}_x = \frac{i}{ab} \vec{u}_x = m q v_d$$

$= q \vec{v}_d \wedge \vec{B}$ by \vec{B} , agisce su ogni portatore di carica

$$\Rightarrow \vec{E}_H = \frac{F_L}{q} = \vec{v}_d \wedge \vec{B}$$

campo elettromotore (o di Hall)

- non conservativo;

- tende ad accumulare cariche di segno opposto sulle due facce I a E_H (asse z)

$q > 0$: \vec{E}_H concorde con asse z

$q < 0$: \vec{E}_H discorde con asse z

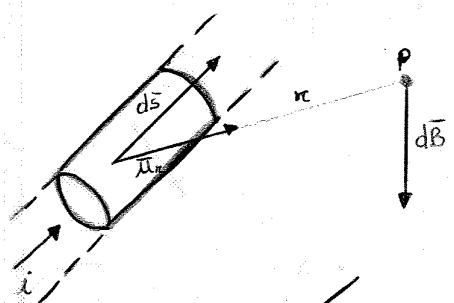
SORGENTI del CAMPO MAGNETICO, LEGGE di AMPÈRE, PROPRIETA' MAGNETICHE della MATERIA

cap 7

19

LEGGE di LAPLACE

esprime il campo magnetico prodotto da un tratto elementare $d\vec{s}$ di filo, percorso da i , in un pnt P distante r dall'elemento di filo



$$d\vec{B} = k_m i \cdot \frac{d\vec{s} \wedge \vec{u}_r}{r^2} = k_m \frac{i ds}{r^2} \vec{u}_t \wedge \vec{u}_r$$

$$k_m = 10^{-7} \frac{Tm}{A} = 10^{-7} \frac{H}{m}$$

$$k_m = \frac{\mu_0}{4\pi} \Rightarrow \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{H}{m} \text{ permeabilità magm del vuoto}$$

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 i}{4\pi} \frac{d\vec{s} \wedge \vec{u}_r}{r^2} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{i ds}{r^2} \vec{u}_t \wedge \vec{u}_r \text{ l'orientaz di } \vec{B} \text{ e' by } \vec{u}_t$$

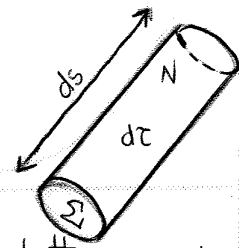
$k_m = \text{cost} = \rho$ (mezzo materiale)
 \vec{u}_r : versore della direz orientata da $d\vec{s}$ a P ;
 \vec{u}_t : versore tg al filo per cui $d\vec{s} = ds \vec{u}_t$

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 i}{4\pi} \oint \frac{d\vec{s} \wedge \vec{u}_r}{r^2} \text{ legge di Ampere-Laplace}$$

campo prodotto da 1 carica

$i = j \Sigma = m q v_d \Sigma$
 $d\vec{s} = m q v_d \Sigma d\vec{s} = m q v_d d\vec{z}$
 $d\vec{s} = N q v_d$

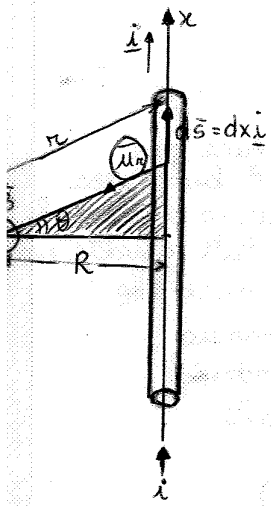
- v_d della carica
- $d\vec{s} = ds \vec{u}_r$
- $v_d = v_d \vec{u}_r$
- com: - $d\vec{z} = \Sigma ds$ volume
- Σ = sez conduttore
- $N = m$ tot di cariche nel conduttore = $m \cdot d\vec{z}$



$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} N q \frac{v_d \wedge \vec{u}_r}{r^2} \Rightarrow \vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} q \frac{v_d \wedge \vec{u}_r}{r^2} \text{ per una carica } (N=1)$$

PRODOTTI da CIRCUITI PARTICOLARI

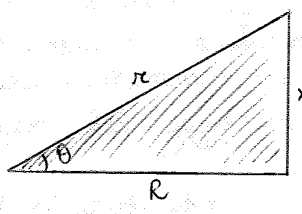
1) FILO RETTILINEO: Biot-Savart: \vec{B} by filo molto lungo percorso da i a dist r dal filo (infinito)



- Verso di $d\vec{B}$: regola mano dx, uscente dal foglio;
- tra $d\vec{s}$ e $\vec{u}_r = \theta + \frac{\pi}{2}$;

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 i}{4\pi} \frac{d\vec{s} \wedge \vec{u}_r}{r^2} = \frac{\mu_0 i}{4\pi} \frac{\sin(\theta + \frac{\pi}{2}) dx}{r^2} = \frac{\mu_0 i}{4\pi} \frac{\cos\theta dx}{r^2}$$

NB: $d\vec{s} \wedge \vec{u}_r = |dx \vec{i}| \cdot |\vec{u}_r| \sin(\theta + \frac{\pi}{2}) = \sin(\theta + \frac{\pi}{2}) dx$



$R = \pi \cos\theta \Rightarrow \frac{1}{r^2} = \frac{\cos^2\theta}{R^2}$
 $\frac{x}{R} = \text{tg}\theta \Rightarrow dx = \frac{R}{\cos^2\theta} d\theta$ NB

$$\Rightarrow dB = \frac{\mu_0 i}{4\pi} \cos\theta \frac{\cos^2\theta}{R^2} \frac{R}{\cos^2\theta} d\theta = \frac{\mu_0 i}{4\pi R} \cos\theta d\theta$$

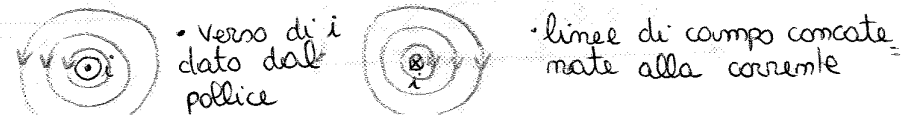
$$\Rightarrow B' = \int dB = \frac{\mu_0 i}{4\pi R} \int_{90^\circ}^{0^\circ} \cos\theta d\theta = \frac{\mu_0 i}{4\pi R} \text{ per meta' filo} \Rightarrow B = 2B' = \frac{\mu_0 i}{2\pi R}$$

$$B = \frac{\mu_0 i}{2\pi R} \text{ legge di Biot-Savart}$$

$R = \text{dist dal filo}$

"il campo magnetico di un filo indefinito rettilineo dipende solo dalla dist (R) dal filo, in modo inverso alle sue linee sono anc concentriche al filo"

Verso di percorrenza: MANO DX
 • movimento dita = senso di curvola delle linee di campo

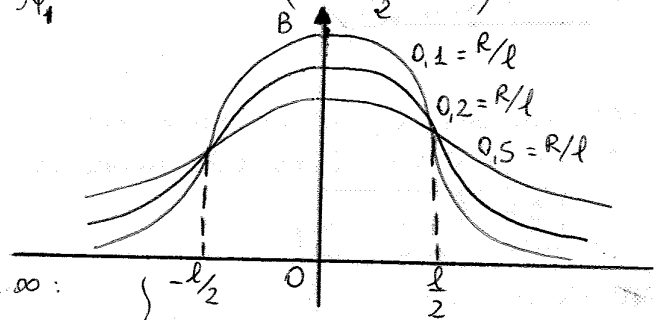


$dB = \frac{\mu_0 i a}{2\pi^3} \cdot (m dx)$ campo di una spira circolare, per $m dx$ spire
 SOLENOIDE con $r^2 = a^2 + x^2 \Rightarrow (a^2 + x^2)^{3/2} = r^3$

$\Rightarrow dB = \frac{\mu_0 m i a^2}{2} \cdot \frac{2\pi m^3 \varphi}{a^3} \left(-\frac{a}{r m^3 \varphi}\right) d\varphi$ apparentemente non dipende da a
 $= -\frac{\mu_0 m i}{2} 2\pi m \varphi d\varphi \Rightarrow B = \int dB = -\frac{\mu_0 m i}{2} \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} 2\pi m \varphi d\varphi = \mu_0 m i \left(\frac{\cos \varphi_2 - \cos \varphi_1}{2}\right)$

$\cos \varphi_2 = \frac{l(2-x_p)}{\sqrt{a^2 + (\frac{l}{2} - x_p)^2}} \Rightarrow f(a)$

$\cos \varphi_1 = -\cos(\pi - \varphi_1) = -\frac{l/2 + x_p}{\sqrt{a^2 + (\frac{a}{2} + x_1)^2}}$



la dipendenza da a ricompare solo se $l \gg a$, lunghezza ∞ :

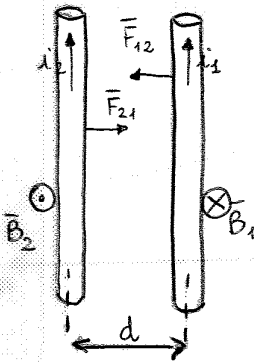
$\left\{ \begin{array}{l} \varphi_2 = 0, \varphi_1 = \pi \\ \cos \varphi_2 = 1, \cos \varphi_1 = -1 \end{array} \right\} \Rightarrow B = \mu_0 i m$ $l \gg a$
 $l \rightarrow \infty \Rightarrow f(a)$

NB: se $\nearrow \frac{R}{l} \Rightarrow$ la \downarrow di \bar{B} e' + lenta
 ($B_\infty = \mu_0 m i$)

DEFINIZ di AMPÈRE

2) fili rettilinei molto lunghi; //, indefiniti, lunghezza $l_1 = l_2 = l$ abbastanza vicini;

percorsi da i_1 e i_2 equiverse (forza attrattiva), altrimenti (repulsiva) ciascun filo risente della \vec{F} by \vec{B} dell'altro filo ($\vec{B} \perp \vec{F}$)



$\vec{F}_{12} = i_2 \cdot \vec{l}_2 \wedge \vec{B}_1 \Rightarrow F_{12} = i_2 l_2 B_1 = i_2 l_2 \cdot \frac{\mu_0 i_1}{2\pi d} = \frac{\mu_0 i_1 i_2 l_2}{2\pi d}$
 $\vec{F}_{21} = i_1 \cdot \vec{l}_1 \wedge \vec{B}_2 \Rightarrow F_{21} = i_1 l_1 B_2 = i_1 l_1 \cdot \frac{\mu_0 i_2}{2\pi d} = \frac{\mu_0 i_1 i_2 l_1}{2\pi d}$ } $\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$

$\frac{|\vec{F}|}{l} = \frac{\mu_0 i_1 i_2}{2\pi d}$ per vd lunghi

com $F = \frac{\mu_0 i_1 i_2 l}{2\pi d}$ forza tra 2 fili

$\frac{\mu_0 i_1 i_2 l}{2\pi d} = F$ com:

- $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H/m}$
- $i_1 = i_2 = 1 \text{ A}$
- $l = d = 1 \text{ m}$

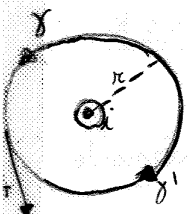
$\Rightarrow F = 2 \cdot 10^{-7} \text{ N}$

" Per l'intensità = 1A quella corrente che circola in 2 fili rettilinei //, distanti $d = 1 \text{ m}$ e lunghi $l = 1 \text{ m}$ che da luogo ad una forza di $2 \cdot 10^{-7} \text{ N}$ "

definizione di AMPÈRE

LEGGE di AMPÈRE

1) FILO INDEFINITO RETTILINEO *circonferenza: \vec{B} e $d\vec{l}$ sono // e concordi

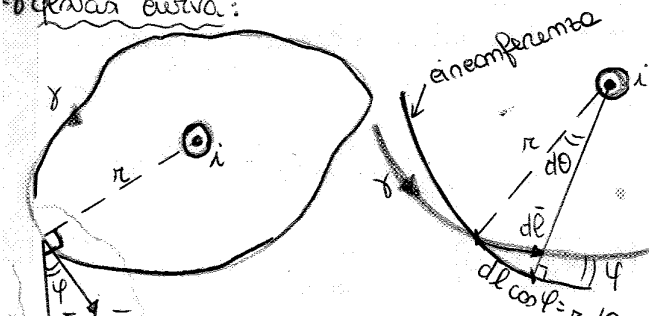


$\gamma \curvearrowright : \oint_{\gamma} \vec{B} \cdot d\vec{l} = \oint_{\gamma} \left(\frac{\mu_0 i}{2\pi r} \vec{u}_r\right) \cdot (d\vec{l} \cdot \vec{u}_r) = \frac{\mu_0 i}{2\pi r} \oint_{\gamma} dl = \frac{\mu_0 i}{2\pi r} \cdot 2\pi r = \mu_0 i$

$\gamma' \curvearrowright : \oint_{\gamma'} \vec{B} \cdot d\vec{l} = \oint_{\gamma'} \left(\frac{\mu_0 i}{2\pi r} \vec{u}_r\right) \cdot (d\vec{l} \cdot \vec{u}_r) = -\mu_0 i$

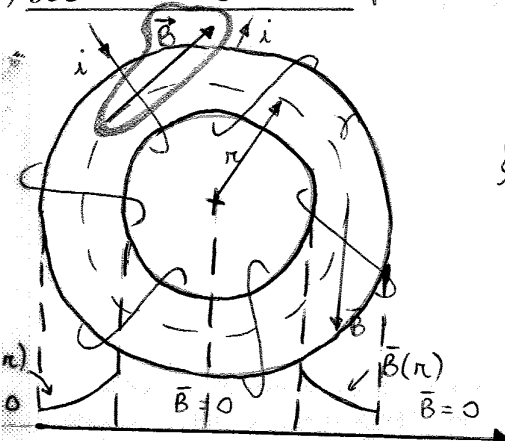
NB: $\vec{u}_r \perp \gamma$
 $\vec{u}_\theta \perp \pi(B)$

qualcuna curva:



* $d\vec{l} \cos \varphi = r d\theta$
 * $\vec{u}_r \cdot \vec{u}_\theta = |\vec{u}_r| \cdot |\vec{u}_\theta| \cos \varphi$
 \vec{B} e $d\vec{l}$ non sono più // e concordi.
 $\oint_{\gamma} \vec{B} \cdot d\vec{l} = \oint_{\gamma} \left(\frac{\mu_0 i}{2\pi r} \vec{u}_\theta\right) \cdot (d\vec{l} \cdot \vec{u}_r) = \frac{\mu_0 i}{2\pi} \oint \frac{\cos \varphi dl}{r}$
 $= \frac{\mu_0 i}{2\pi} \oint_{\gamma} \frac{r d\theta}{r} = \frac{\mu_0 i}{2\pi} \cdot 2\pi = \mu_0 i$

SOLENOIDE TOROIDALE percorso da i



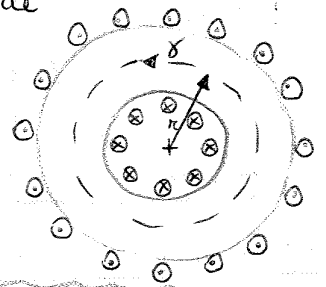
Nipine percorse da i , avvolte sul toroide

$B = B(r)$

$\oint \vec{B} \cdot d\vec{e} = \mu_0 i_{com} \quad \text{con } i_{com} = Ni$
 $\text{e } \oint \vec{B} \cdot d\vec{e} = B \cdot 2\pi r$

$\Rightarrow B(r) = \frac{\mu_0 Ni}{2\pi r}$

$\forall \delta$ interna o esterna al toroide $\Rightarrow \oint = 0$ poiché $\vec{B} = 0$



PROPRIETA' MAGNETICHE della MATERIA: materiali se sottoposti all'azione di un campo magnetico diventano a loro volta sorgenti di \vec{B} .

$B_0 = \mu_0 m_i$ campo nel solenoide vuoto e indefinito con $H = m_i$

$B_0 = \mu_r$ campo nel solenoide pieno di materiale:

- omogeneo = densità = cost, $\mu_r = \text{cost} \forall \text{pnt}$
- isotropo = omogeneo in tt le direzioni

- μ_r = permeabilità magnetica relativa
- μ_0 = " " nel vuoto [H/m]
- $\mu = \mu_0 \cdot \mu_r =$ " " assoluta [H/m]
- $\Rightarrow \mu_r$ ADIMENSIONALE!

$B = \mu_r B_0 =$

$= \mu_r \mu_0 m_i = \mu H \rightsquigarrow$ x generalità al posto di μ_0 metterò μ .

$\chi_m = B - B_0 = (\mu_r - 1) B_0 = \chi_m B_0 = \mu_0 \chi_m H$ variaz del campo magnetico

$\chi_m = \mu_r - 1$ suscettività magnetica (m puro)

$H = m_i$ campo magnetizzante (= by correnti di conduzione), [H] = [A/m]

$\vec{M} = \chi_m H = \chi_m m_i = (\mu_r - 1) m_i$ vettore di magnetizzazione [M] = [A/m]

$B = B_0 + B_m = \mu_0 (H + M) = \mu_0 m_i + \mu_0 \chi_m m_i$ campo magnetico con:

correnti di conduzione correnti Amperiane

SOLENOIDE

DIAMAGNETICI:

$\mu_r < 1$; $\chi_m < 0$; $|\chi_m| \ll 1$

correnti amperiane: contributo opposto a B_0
 \vec{H} opposta a \vec{H} (\Rightarrow opposte a qll di conduzione)

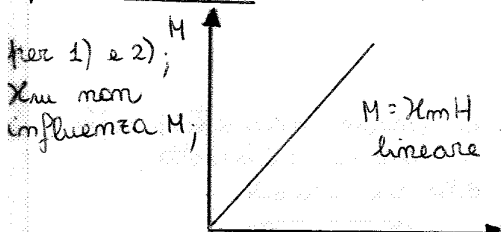
PARAMAGNETICI:

$\mu_r > 1$; $\chi_m > 0$; $|\chi_m| \ll 1$

correnti amperiane: equivale a conduzione
 gli effetti magnetici si sommano: \vec{H} concia a \vec{H}

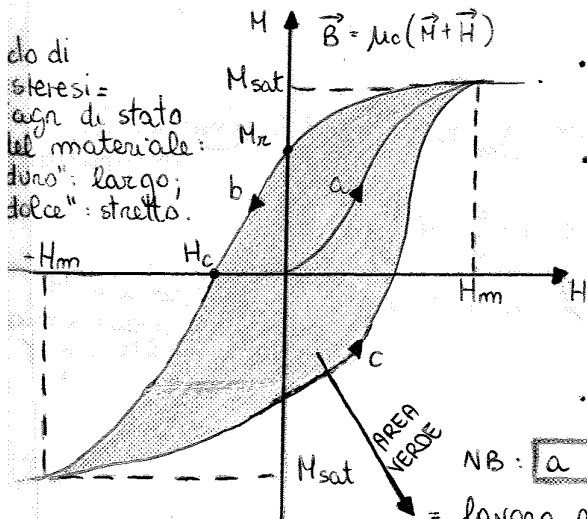
$\chi_m = \frac{Cp}{T}$

I legge di Curie
 p = densità
 T = temp [K]
 C = cost di Curie



FERROMAGNETICI:

$\mu_r, \chi_m \gg 1$ ($10^3 - 10^4$) \rightsquigarrow non hanno comportamenti lineari:



do di isteresi = ogni di stato del materiale: duro: largo; dolce: stretto.

- curva a: parto da $\vec{H} = 0$ a campo nullo fino ad una magnetizzazione max (M_{sat}) a H_m ;
- curva b: spegnendo il campo si nota che il materiale, anche in assenza di correnti e' magnetizzato (M_r = magn residua): e' un "magnete permanente"; per smagnetizzarlo non basta un campo nullo, ma ce ne vuole uno < 0 : (H_c = campo coercitivo) $\Rightarrow H < 0$
- curva c: riaccendo il campo...

NB: $a \neq b \neq c$ by M_r e H_c che influenzano tali curve!

= lavoro necessario per compiere un ciclo

CAMPI ELETTRICI e MAGNETICI
VARIABILI NEL TEMPO

EMERSON: un campo magnetico variabile nel tempo genera un campo elettrico non conservativo che in opportuni dispositivi può dar luogo a una forza elettromotrice e ad una corrente in un circuito chiuso

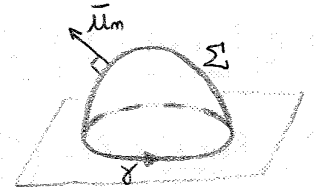
MAXWELL: dimostra che un campo elettrico variabile nel tempo dà origine ad un campo magnetico ⇒ campo elettrico e campo magnetico variabili non possono esistere separatamente: "campo elettromagnetico"

LEGGE di FARADAY (o Neumann, o Henry-Lenz) CIRCUITAZIONE

"dato un circuito γ , più in generale, una linea dello spazio chiusa, e dato un suo verso di percorrenza, la sua circuitazione sarà data da:

$$\oint_{\gamma} \vec{E}_i \cdot d\vec{s} = - \frac{d}{dt} \int_{\Sigma} \vec{B} \cdot \vec{u}_m d\Sigma \quad \forall \Sigma \text{ tale che } \partial\Sigma = \gamma$$

(\vec{u}_m verso by regola della mano destra firmato il verso di percorrenza di γ)



⇒ la variazione del flusso magnetico concatenato a Σ (linea chiusa) dà origine ad un E_i : elettrico indotto

LEGGE di FARADAY dell'INDUZIONE ELETTROMAGNETICA FEM INDOTTA

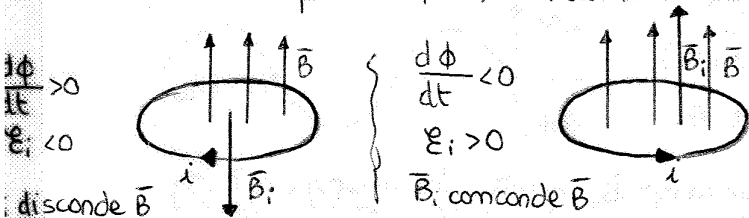
"ogni qualvolta il flusso del campo magnetico $\Phi(\vec{B})$, concatenato con un circuito varia nel tempo, si ha nel circuito una forza elettromotrice indotta, data dall'opposto della derivata del flusso nel tempo"

$$\mathcal{E}_i = - \frac{d\Phi(\vec{B})}{dt} \quad [V] \Rightarrow i = \frac{\mathcal{E}_i}{R} = - \frac{1}{R} \cdot \frac{d\Phi(\vec{B})}{dt} \quad \text{con } [\Phi(\vec{B})] = T \cdot m^2 = [Wb \text{ (Weber)}]$$

LEGGE di LENZ: spiega il "meno": (analisi della conservazione dell'energia)

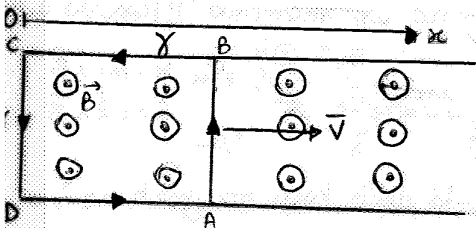
"l'effetto della fem indotta è sempre tale da opporsi alla causa che l'ha generata"

⇒ la fem è tale da produrre una corrente indotta i i cui effetti magnetici si oppongono alle variazioni di flusso $\Phi(\vec{B})$ concatenato col circuito stesso.

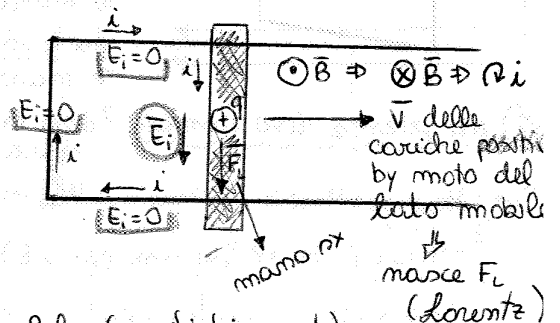


\vec{B}_i rispetto a i by MANO DX
 \vec{B} è uguale sempre: (ha già direzione e verso)
• se $\Phi(\vec{B}) \uparrow$: imposto \vec{B}_i discorde a \vec{B} e by mano dx emerge
• se $\Phi(\vec{B}) \downarrow$: imposto \vec{B}_i concorde a \vec{B} .

esempio visto: CIRCUITO RETTANGOLARE con 1 LATO MOBILE, IMMERSO IN \vec{B} UNIFORME \perp PIANO



$S = l \cdot x$ superficie
 $\gamma = ABCD$
 \vec{B} : uniforme
AB si muove // circuito chiuso



$$\Phi(\vec{B}) = \int \vec{B} \cdot \vec{u}_m dS = \int B dS = BS \quad \text{flusso di } B \text{ concatenato con } \gamma$$

$$\mathcal{E}_i = - \frac{d\Phi}{dt} = - B l \frac{dx}{dt} = - B l v \Rightarrow \text{by Faraday mi aspetto } \mathcal{E}_i = - B l v \text{ (verifichiamo!)}$$

$$E_i = \frac{F_L}{q} = \vec{v} \wedge \vec{B} \quad \text{campo indotto (elettromotore)}$$

$$\oint_{\gamma} \vec{E}_i \cdot d\vec{\ell} = \int_A^B + \int_B^C + \int_C^D + \int_D^A = \int_A^B \vec{E}_i \cdot d\vec{\ell} = - \mathcal{E}_i l = - v B l \quad \text{ho verificato Faraday (unico contributo: lato mobile } v \neq 0)$$

$$i = \frac{\mathcal{E}_i}{R_{tot}} = - \frac{v B l}{R_{tot}} \quad \text{corrente che circola in } \gamma$$

E_i è dato da \vec{F}_L che ha verso opposto a $BA(x)$

CORRENTI DI FUOCO (o parassitarie)

- si manifestano anche quando una massa metallica si muove in \vec{B} cost;
- sono dovute alla forza di Lorentz sugli elettroni;
- by legge di Ohm l'effetto rallenta il moto in \vec{B} ; (attrito elettromagnetico)

esempio: piastrina metallica sottesa ad una sbarretta, viene fatta oscillare e entrare e uscire da una regione in cui agisce $\vec{B} \perp$ piastrina

⇒ la piastrina viene frenata qnd entra e qnd esce da tale regione: le variaz di flusso danno luogo a correnti che si oppongono a tali variazioni
NB: se si praticano tagli nella piastra, si interrompe la circolazione delle correnti indotte e l'effetto frenante è molto ridotto

MISURE di \vec{B} : legge di Faraday

$$\mathcal{E} = \frac{q}{R} = -\frac{1}{R} \frac{d\Phi(\vec{B})}{dt} \Rightarrow q = \int_{t_i}^{t_f} i dt = -\frac{1}{R} \int_{t_i}^{t_f} \frac{d\Phi(\vec{B})}{dt} dt \Rightarrow q = -\frac{\Delta\Phi(\vec{B})}{R}$$

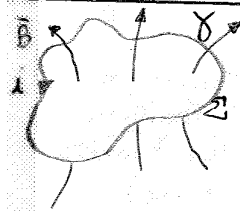
$\Delta\Phi(\vec{B}) = \Phi_1 - \Phi_2$
carica totale circolata (legge di Faraday)

"metodo per la misura dell'intensità di \vec{B} "

es: \vec{B} e bobina patta con N spire di area Σ , $\perp \vec{B}$ uniforme:

$$\left. \begin{aligned} \Phi_1 &= N B \Sigma, \text{ attraverso la bobina} \\ \Phi_2 &= 0 \text{ dove } B=0 \end{aligned} \right\} q = \frac{\Phi_1}{R} = \frac{N \Sigma B}{R} \Rightarrow B = \frac{qR}{N \Sigma}$$

AUTOINDUZIONE



un circuito di forma qualunque percorso da corrente ⇒ produce \vec{B}

AUTOFLUSSO = il flusso di tale \vec{B} concatenato col circuito stesso

$$\Phi(\vec{B}) = \int \left(\oint \frac{\mu_0 i}{4\pi} \frac{d\vec{s} \wedge \vec{r}}{r^2} \right) \cdot \vec{u}_m d\Sigma \quad \forall \Sigma \text{ che abbia il circuito as contorno}$$

$$\Phi(\vec{B}) \propto i \Rightarrow \Phi = L \cdot i$$

L coeff di autoinduzione (o induttanza)

$$[L] = \frac{Wb}{A} = \frac{Vs}{A} = \Omega s$$

se $i \neq \text{cost}$: $\mathcal{E}_i = -\frac{d\Phi}{dt} = -L \frac{di}{dt}$ fem indotta (vs verso di i)

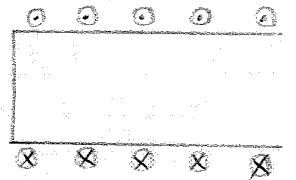
• f (forma del circuito: = cost se indeform propri magn del mezzo)

esempio visto: INDUTTANZA di UN SOLENOIDE RETTILINEO e INDEFINITO

$$B = \mu_0 \mu_r m_i = \mu m_i \text{ con } m = N/l$$

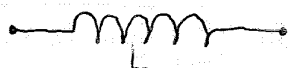
$$\Phi = N \phi_1 = NBS = N(\mu m_i)S = \mu m^2 l i S = L i \Rightarrow L = \mu m^2 S l$$

visto che è indefinito: $\frac{L}{l} = \mu m^2 S$ per ud lunghezza



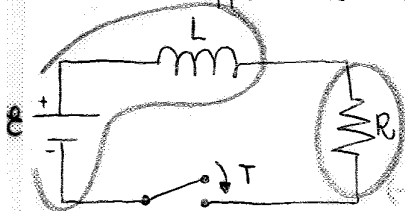
NB

INDUTTORE



CIRCUITI RL (Resistivi - Induttivi)

L : impedisce alla corrente di \nearrow o \searrow istantaneamente poiché la variaz genera una fem che si oppone alla variaz stessa



$$\mathcal{E} + \mathcal{E}_i = R i : \mathcal{E} - L \frac{di}{dt} = R i \Rightarrow \mathcal{E} = L \frac{di}{dt} + R i$$

separo le variabili e integro:

$$\frac{di}{\mathcal{E} - R i} = \frac{dt}{L} \Rightarrow \ln(\mathcal{E} - R i) = -\frac{R}{L} t + \text{cost}$$

$$\Rightarrow \mathcal{E} - R i = A e^{-Rt/L} = A e^{-t/\tau}$$

con $\tau = \frac{L}{R}$ cost di tempo

e A = cost di integrazione da determinare in base alle condiz iniziali

le condizioni al contorno le uso solo per trovare A che poi sostituisco nell'eq

INDUZIONE MUTUA: interazione tra due circuiti attraversati da correnti +

(24)

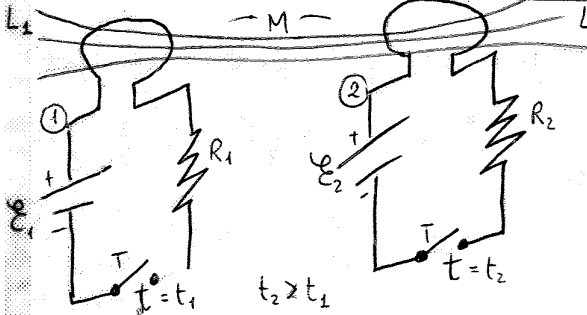
$\Phi_{1,2} \propto i_1$: $\Phi_{1,2} = M_{1,2} \cdot i_1$ di 1 attraverso 2
 $\Phi_{2,1} = M_{2,1} \cdot i_2$ di 2 attraverso 1
 $\Rightarrow \Phi_{1,2} = M i_1$ e $\Phi_{2,1} = M i_2$

$M_{1,2} = \frac{\Phi_{1,2}}{i_1} = \frac{\Phi_{2,1}}{i_2} = M_{2,1} = M$ coeff di mutua induzione $[H]$
 $= \frac{Wb}{A}$

M ≠ 0: i 2 circuiti si dicono "accoppiati": sono completamente caratterizzati da loro R, loro induttanza e M

$\mathcal{E}_2^{(1)} = -\frac{d}{dt}(\Phi_{1,2}) = -\frac{d}{dt}(M \cdot i_1) = -M \frac{di_1}{dt}$ fem indotta su 2 by 1
 $\mathcal{E}_1^{(2)} = -M \frac{di_2}{dt}$ fem indotta su 1 by 2

ENERGIA MAGNETICA di CIRCUITI ACCOPPIATI

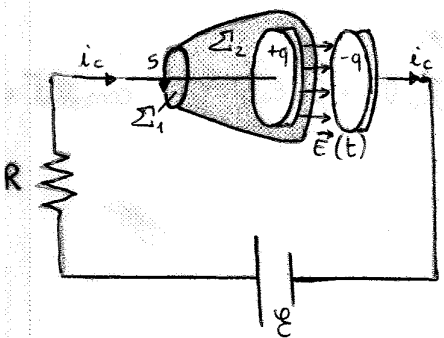


- $t < t_1$: T1 aperto ($i_1 = 0$), T2 aperto ($i_2 = 0$);
- $t_1 < t < t_2$: T1 chiuso (i_1 a regime), T2 aperto ($i_2 = 0$):
 $U_1 = \frac{1}{2} L_1 i_1^2$ by generatore di ①;
- $t > t_2$: T1 chiuso (i_1 invariata), T2 chiuso (i_2 a regime):
 $U_2 = \frac{1}{2} L_2 i_2^2$ by generatore di ②;

anche un'energia magnetica associata ai 2 circuiti dovuta alla loro interazione: qst perché il generatore di ① dovendo lavorare vs la forza elettromotrice di mutua induzione causata dalla variaz di i_2 spende:

$U_{1,2} = \ominus \int \mathcal{E}_1^{(2)} i_1 dt = - \int -M \frac{di_2}{dt} i_1 dt = M i_1 \int_0^{i_2(t=\infty)} di_2 = M i_1 i_2$ (con $M = M_{2,1} = M_{1,2}$)
 $\Rightarrow U_m = U_1 + U_2 + U_{1,2} = \frac{1}{2} L_1 i_1^2 + \frac{1}{2} L_2 i_2^2 + M i_1 i_2$ en tot nel circuito (en magnetica di 2 circuiti accoppiati)

EQGE di AMPÈRE-MAXWELL

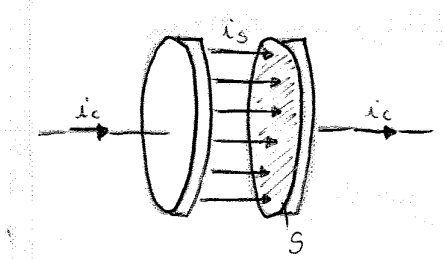


processo di carica di un condensatore piano by generatore:
 Σ_1 e Σ_2 poggiano entrambe su s (= linea concatenata al filo)

- Σ_1 : $i_{conc} = i_c$: stazionarietà;
- Σ_2 : $i_{conc} = 0$: non è più verificata la condiz di stazionarietà; $i_c = i_{conduzione}$ entra nella superf chiusa Σ_2 ma non esce!

$\Rightarrow \oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 i_c$ non è valida $\forall \Sigma$ che pogg' su s!

cio' ha portato Maxwell a "correggere" la legge di Ampere (circuitalità): def'me una corrente di spostamento i_s all'interno del condensatore, legata alla variazione del campo elettrico \vec{E} interno allo stesso



$i_s = \epsilon_0 \frac{d\Phi(\vec{E})}{dt} = i_c$ i_c attraverso i fili
 i_s tra le armature del condensatore
 \downarrow dim:
 $\vec{E} = \frac{\sigma}{\epsilon_0} = \frac{q}{S \epsilon_0} \Rightarrow q = E S \epsilon_0$
 $i = \frac{dq}{dt} = S \epsilon_0 \frac{dE}{dt} \Rightarrow i_s = \epsilon_0 \frac{d\Phi(\vec{E})}{dt}$

$i = i_c + i_s$ soddisfa la condiz di stazionarietà;
 i_s non è collegata a nessun moto di carica;

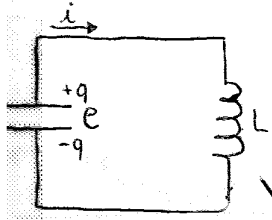
$\Rightarrow \oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 (i_c + i_s) = \mu_0 (i_c + \epsilon_0 \frac{d\Phi(\vec{E})}{dt})$ legge di Ampere-Maxwell: prodotti sia dalle correnti di conduzione che da variaz temporali di campo elettrico
 $[\mu_0 \epsilon_0] = (\frac{m}{s})^{-2}$
 $\mu_0 \epsilon_0 = \frac{1}{c^2} \Rightarrow c = \sqrt{\frac{1}{\mu_0 \epsilon_0}} = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$

OSCILLAZIONI ELETTRICHE.
CORRENTI ALTERNATE

cap 9



CIRCUITO LC IDEALE (senza termini dissipativi): e' sede di un'oscillaz elettrica permanente ("cineuto oscillante")



$q(t=0) = q_0$

$V_0 = q_0/c$

$t=0$: connessione e a L $\Rightarrow \mathcal{E}_L = -L \frac{di}{dt}$ fem di autoinduzione

e $V_c = q/c$

tolgo le cariche da e

$\frac{q}{c} - L \frac{di}{dt} = 0$ con $i = \ominus \frac{dq}{dt}$ (e' \oplus quando q tra le armature \searrow)

$\frac{dq^2}{dt^2} + \frac{q}{c} = 0 \Rightarrow \frac{d^2q}{dt^2} + \frac{q}{LC} = 0 \Rightarrow \begin{cases} \frac{d^2q}{dt^2} + \omega^2 q = 0 \\ q(t=0) = q_0 \\ \frac{dq}{dt} \Big|_{t=0} = -i(t=0) = 0 \end{cases}$ con $\omega = \sqrt{\frac{1}{LC}}$ pulsazione propria $\Rightarrow T = \frac{1}{\nu} = 2\pi\sqrt{LC}$
con $\nu = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$

$q(t) = A \cos(\omega t + \varphi)$

impongo le condiz iniziali: $q(t=0) = A \cos \varphi = q_0$

cond iniz $\frac{dq}{dt} \Big|_{t=0} = -\omega A \sin \varphi = 0$

2 possibilità

$\varphi = 0$: $A = q_0$ e $q(t) = q_0 \cos(\omega t)$

$\varphi = \pi$: $A = -q_0$ e $q(t) = -q_0 \cos(\omega t)$

carica $q(t)$

$i(t) = -\frac{dq}{dt} = \omega q_0 \sin(\omega t)$ svolgo i calcoli per $\varphi = 0$

$q(t)$ e $i(t)$ sono in quadratura di fase: $\Delta\varphi = \frac{\pi}{2}$

$V_c = V_c = \frac{q}{c} = \frac{q_0}{c} \cos(\omega t)$

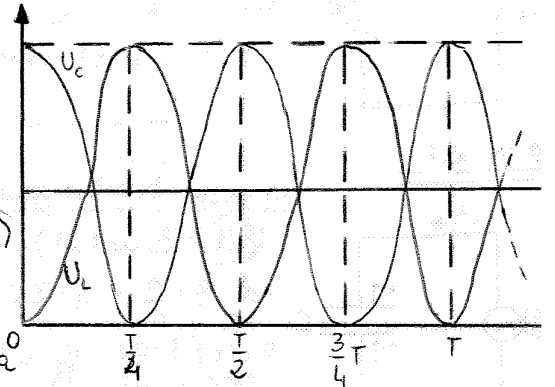
Tensione $V_c = V_c$

$\frac{q^2}{2c} = \frac{q_0^2}{2c} \cos^2(\omega t) = U_c$

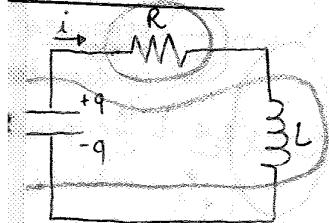
energie U_c e U_L

$U_L = \frac{1}{2} L i^2 = \frac{1}{2} L (\omega q_0)^2 \sin^2(\omega t) = \frac{1}{2} L \cdot \frac{1}{LC} q_0^2 \sin^2(\omega t) = \frac{q_0^2}{2c} \sin^2(\omega t)$

$U_c + U_L = \frac{q_0^2}{2c} [\cos^2(\omega t) + \sin^2(\omega t)] = \frac{q_0^2}{2c} = \text{cost} = \frac{1}{2} L i_0^2$ conserva



CIRCUITO RLC



$i = \ominus \frac{dq}{dt}$ (tolgo le cariche da c)

$t=0$: passa corrente $\Rightarrow \mathcal{E}_L = -L \frac{di}{dt}$ fem di autoinduzione

$\frac{q}{c} - L \frac{di}{dt} = Ri \Rightarrow \frac{d^2q}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{dq}{dt} + \frac{1}{LC} q = 0$ con $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ e $\frac{1}{\delta} = \frac{2L}{R}$ cost di tempo

γ^{-1} determina la rapidità con cui $i \rightarrow 0$

$\Rightarrow \frac{d^2q}{dt^2} + 2\gamma \frac{dq}{dt} + \omega_0^2 q = 0$ eq differenziale di II grado

$\lambda^2 + 2\gamma\lambda + \omega_0^2 = 0 \Rightarrow \lambda = -\gamma \pm \sqrt{\gamma^2 - \omega_0^2}$

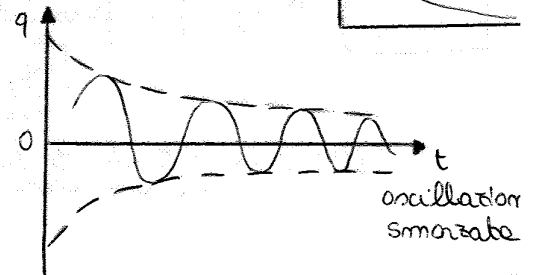
$\gamma \geq \omega_0$, $\omega_0^2 = 1/LC$, $R^2 \geq 4L/C$: SMORZAMENTO FORTE: $q(t) = A e^{-\gamma + \sqrt{\gamma^2 - \omega_0^2} t} + B e^{-\gamma - \sqrt{\gamma^2 - \omega_0^2} t}$

esponenziale decrescenti

(NB $\gamma = \omega_0$): SMORZAMENTO CRITICO: $q(t) = e^{-\gamma t} (at + b)$: radicando = 0

$\gamma < \omega_0$, $R^2 < 4L/C$: SMORZAMENTO DEBOLE

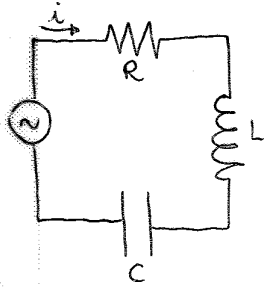
$\lambda = -\gamma \pm i \sqrt{\omega_0^2 - \gamma^2} = -\gamma \pm i\omega \Rightarrow q(t) = A e^{-\gamma t} \cos(\omega t + \varphi)$
 $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \gamma^2} < \omega_0$



$\gamma = \frac{R}{2L}$ resistenza critica

$\tau = \frac{2\pi}{\omega}$ pseudoperiodo

COLLEGAMENTO IN SERIE RLC



ci sono 2 tipologie di risoluzione...

$\underline{\underline{e(t) = E_0 \cos(\omega t + \varphi)}}$

RISOLUZIONE ANALITICA : $e(t) = V_R + V_L + V_C$

$e(t) = E_0 \cos(\omega t + \varphi)$

$i(t) = i_0 \cos(\omega t)$

$V_R(t) = R i(t) = R i_0 \cos(\omega t)$

$V_L(t) = L \frac{di}{dt} = -\omega L i_0 \sin(\omega t)$

$V_C(t) = \frac{i_0}{\omega C} \sin(\omega t)$

$e(t) = V_R(t) + V_L(t) + V_C(t)$

le lascio perché in seno e coseno senza trasformarle

$E_0 \cos(\omega t + \varphi) = R i_0 \cos(\omega t) - \omega L i_0 \sin(\omega t) + \frac{i_0}{\omega C} \sin(\omega t)$

I) $E_0 \cos(\omega t + \varphi) = E_0 \cos \varphi \cos(\omega t) - E_0 \sin \varphi \sin(\omega t)$

II) $R i_0 \cos(\omega t) + i_0 \left(\frac{1}{\omega C} - \omega L \right) \sin(\omega t) \quad \forall t$

$E_0 \cos \varphi \cos(\omega t) - E_0 \sin \varphi \sin(\omega t) = R i_0 \cos(\omega t) + i_0 \left(\frac{1}{\omega C} - \omega L \right) \sin(\omega t) \quad \forall t$

$\left\{ \begin{aligned} E_0 \cos \varphi &= R i_0 \\ E_0 \sin \varphi &= \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right) i_0 \end{aligned} \right.$

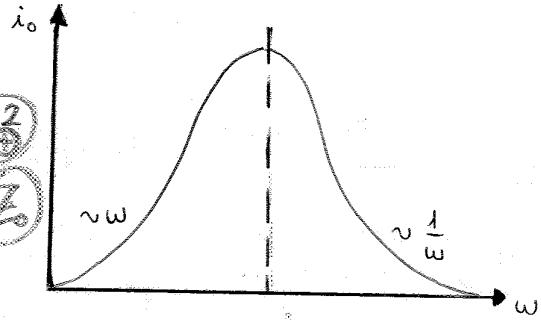
FENOMENO della RISONANZA: "la **corrente** in RLC e' **max** quando la pulsazione della Fem applicata al sys e' = a quella propria del circuito (lo sfasamento tra $i(t)$ e $e(t)$ e' = 0"; tale fenomeno e' piu' accentuato al \downarrow di R del circuito.

$\tan \varphi = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}$ (tgφ)

$E_0^2 = i_0^2 \left[R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2 \right] \Rightarrow i_0 = \frac{E_0}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2}}$

$E_0 = E_0 i_0 \Rightarrow E_0(\omega) = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2}$

impedenza del circuito RLC



max: $\omega \rightarrow 0^+ : z(\omega) \approx \frac{1}{\omega C} \Rightarrow i_0 = \frac{E_0}{z} \approx \omega C E_0$

$\omega \rightarrow +\infty : z(\omega) \approx \omega L \Rightarrow i_0 = \frac{E_0}{z} \approx \frac{E_0}{\omega L}$

max di $i_0 \Rightarrow$ min di $z(\omega)$

CONDIZIONE di RISONANZA
 $\omega_{max} = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \omega_0$
 e $z = R$ (minimo) ho la \downarrow risp max del sys

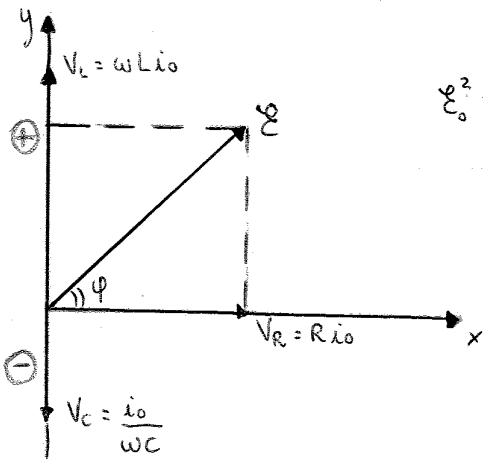
$e(t)$ e $i(t)$ sono in fase

METODO dei FASORI di FRESNELL : x sommare o sottrarre oscillazioni armoniche con ω o freq :

- $x(t) = A \cos(\omega t + \varphi)$;
- fasori = vettori rotanti;
- devo avere o tt semi o tt esemi;

$\left\{ \begin{aligned} e(t) &= E_0 \cos(\omega t + \varphi) \\ V_R(t) &= R i_0 \cos(\omega t) \\ V_L(t) &= \omega L i_0 \cos(\omega t + \frac{\pi}{2}) \\ V_C(t) &= \frac{i_0}{\omega C} \cos(\omega t - \frac{\pi}{2}) \end{aligned} \right.$

le voglio sommare \Rightarrow trasformo tt in esemi



$E_0^2 = (R i_0)^2 + \left(\omega L i_0 - \frac{i_0}{\omega C} \right)^2 = i_0^2 \left[R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2 \right]$

NB: valido solo se la freq delle varie grandezze armoniche e' la stessa

$$M = \frac{\Phi_{p \rightarrow s}}{i_p} = \frac{B_p S N_p}{i_p} = \frac{\frac{\mu_0 \mu_r}{l} \cdot N_p \cdot N_s S}{i_p} = \mu_0 \mu_r N_p N_s S \Rightarrow M = \sqrt{L_p L_s} \text{ mutua induttanza} \quad (27)$$

$$\left. \begin{aligned} \mathcal{E} - N_p \frac{d\phi_1}{dt} &= 0 \\ -N_s \frac{d\phi_1}{dt} &= R i_s \end{aligned} \right\} \text{eq. alle maglie} \quad \left\{ \begin{aligned} V_p &= -N_p \frac{d\phi_1}{dt} \\ V_s &= -N_s \frac{d\phi_1}{dt} \end{aligned} \right. \Rightarrow \frac{V_s}{V_p} = \frac{N_s}{N_p} \text{ rapporto di trasformazione}$$

$N_s > N_p$: transf in salita
 $N_s < N_p$: " in discesa

* $P_s = P_p$ la potenza dissipata al primario deve = qll dissipata al secondario

$$i_p V_p = V_s i_s \Rightarrow \frac{i_s}{i_p} = \frac{V_p}{V_s} = \frac{N_p}{N_s} \text{ (la resist sul secondario deve essere abbastanza piccola risp a i')}$$

occorre quantificare quanto detto:

$$\mathcal{E} - L_p \frac{di_p}{dt} - M \frac{di_s}{dt} = 0 \Rightarrow -\frac{di_p}{dt} = \frac{M}{L_p} \frac{di_s}{dt} - \frac{\mathcal{E}}{L_p}$$


$$-L_s \frac{di_s}{dt} - M \frac{di_p}{dt} = R i_s \quad \Rightarrow -L_s \frac{di_s}{dt} + \frac{M^2}{L_p} \frac{di_s}{dt} - \frac{M}{L_p} \mathcal{E} = R i_s$$

o che $M^2 = L_p L_s$, $L_p = \mu_0 \mu_r \frac{S}{l} N_p^2$, $M = \mu_0 \mu_r \frac{S}{l} N_p N_s \Rightarrow \frac{M}{L_p} = \frac{N_s}{N_p}$

$$\Rightarrow -\frac{N_s}{N_p} \mathcal{E} = R i_s \Rightarrow i_s = -\frac{\mathcal{E}}{R} \cdot \frac{N_s}{N_p} \text{ come se al } \textcircled{3} \text{ avessimo un generatore di f.e.m.}$$

$$\textcircled{P} \frac{di_p}{dt} = -\frac{M}{L_p} \frac{di_s}{dt} + \frac{\mathcal{E}}{L_p} = \left(\frac{N_s}{N_p}\right)^2 \frac{1}{R} \frac{d\mathcal{E}}{dt} + \frac{\mathcal{E}}{L_p}$$

com $R \rightarrow 0 \Rightarrow$ il primo termine e' dominante risp al secondo

$$\Rightarrow \frac{di_p}{dt} = \left(\frac{N_s}{N_p}\right)^2 \frac{1}{R} \frac{d\mathcal{E}}{dt} \Rightarrow i_p = \left(\frac{N_s}{N_p}\right)^2 \frac{\mathcal{E}}{R} \Rightarrow$$


avremo al \textcircled{P} una $Req = \left(\frac{N_s}{N_p}\right)^2 \cdot R$

$$\Rightarrow i_p = -i_s \frac{N_s}{N_p} \Rightarrow \left| \frac{i_s}{i_p} \right| = \frac{N_p}{N_s} \text{ vale solo se } R \text{ e' mlt piccola}$$

notte: $\frac{1}{R} \frac{d\mathcal{E}}{dt} \left(\frac{N_s}{N_p}\right)^2 \gg \frac{\mathcal{E}}{L_p}$: $\mathcal{E} = \mathcal{E}_0 \cos(\omega t)$ $\Rightarrow \frac{1}{R} \omega \mathcal{E}_0 \left(\frac{N_s}{N_p}\right)^2 \gg \frac{\mathcal{E}_0}{L_p} \Rightarrow R \ll \omega L_p \cdot \left(\frac{N_s}{N_p}\right)^2$
 $\frac{d\mathcal{E}}{dt} = -\omega \mathcal{E}_0 \sin(\omega t)$ $Req \ll X_p$

sono contenute nelle eq di Maxwell con $\rho = \mathbf{j} = 0$ nel vuoto. il campo elettrico $\vec{E}(x,t)$ e il campo magnetico $\vec{B}(x,t)$ risultano cost nel piano yz $\forall t$.
 1. $\oint \vec{E} \cdot \vec{u}_m d\Sigma = 0$ 3. $\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = -\frac{d\Phi(\vec{B})}{dt}$
 2. $\oint \vec{B} \cdot \vec{u}_m d\Sigma = 0$ 4. $\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \epsilon_0 \mu_0 \frac{d\Phi(\vec{E})}{dt}$

risultano cost nel piano yz $\forall t$.
 $\Rightarrow \vec{E} = \vec{E}(x,t)$ e $\vec{B} = \vec{B}(x,t)$

finando la prima condiz per le onde piane (transversalita' risp alla direz di propagazione)
 $\Rightarrow \vec{E}(x,t) \cdot \vec{e}_x = 0$ e $\vec{B}(x,t) \cdot \vec{e}_x = 0$ (devono necessariamente avere componenti nulla risp all'asse x)

ragioniamo su 3. (Faraday):
 $\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = 0$
 1. $\vec{E}(x,t) = E_y(x,t)\vec{u}_y + E_z(x,t)\vec{u}_z$
 2. $\vec{B}(x,t) = B_y(x,t)\vec{u}_y + B_z(x,t)\vec{u}_z$
 $\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = 0 \rightarrow \frac{\partial E_x}{\partial x} = 0 = \frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} + \frac{\partial E_z}{\partial z}$
 $\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 \rightarrow \frac{\partial B_x}{\partial x} = 0 = \frac{\partial B_x}{\partial x} + \frac{\partial B_y}{\partial y} + \frac{\partial B_z}{\partial z}$

ragioniamo su 4. (Ampere - Maxwell):
 $\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$
 $\vec{\nabla} \times \vec{B} = \epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$
 x: $\frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_z}{\partial z} = -\frac{\partial B_x}{\partial t}$
 y: $\frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_x}{\partial z} = -\frac{\partial B_y}{\partial t}$
 z: $\frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_y}{\partial x} = -\frac{\partial B_z}{\partial t}$

$\Rightarrow \frac{\partial E_x}{\partial x} = \frac{\partial E_x}{\partial t} = 0 \Rightarrow E_x = \text{cost}$ e $\rho = 0$ (Z cariche) $\Rightarrow E_x = 0$
 $\frac{\partial B_x}{\partial x} = \frac{\partial B_x}{\partial t} = 0$ e $\mathbf{j} = 0 \Rightarrow B_x = 0$
 la transversalita' delle onde elettrom e' imitata nelle eq di Maxwell

cerco di eliminare E_z :
 $\frac{\partial E_y}{\partial x} = -\frac{\partial B_z}{\partial t} \xrightarrow{\frac{\partial}{\partial x}} \frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} = -\frac{\partial^2 B_z}{\partial x \partial t}$
 $\frac{\partial B_z}{\partial x} = -\epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial E_y}{\partial t} \xrightarrow{\frac{\partial}{\partial t}} \frac{\partial^2 B_z}{\partial x \partial t} = -\epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2 E_y}{\partial t^2}$
 $\Rightarrow \frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} = \epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2 E_y}{\partial t^2}$ (valida anche per E_x, B_x, B_y)

in generale si ha dunque: $\frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 E_z}{\partial z^2} = \epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2 E_y}{\partial t^2}$
 $\Delta E_y = \epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2 E_y}{\partial t^2}$ * operatore laplaciano

$\Rightarrow f = f(x,t)$: $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 f}{\partial t^2}$ eq. delle onde piane
 $f = f(x,y,z,t)$: $\Delta f = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial z^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 f}{\partial t^2}$ eq. delle onde o di d'Alembert
 * considero anche y e z

$c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} = 2,99792 \cdot 10^8 \text{ m/s}$ vta' di ogni componente di \vec{E} e \vec{B} ,
 = vta' luce nel vuoto;

$f(x,t) = f_1(x-vt) + f_2(x+vt)$ soluzione generale, con f_1 e f_2 arbitrarie

dim: $\frac{\partial^2 f_1}{\partial x^2} = f_1''(x-vt)$
 $\frac{\partial^2 f_1}{\partial t^2} = \frac{\partial}{\partial t} \cdot \frac{\partial f_1}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t} (-v f_1'(x-vt)) = -v \frac{\partial}{\partial t} f_1'(x-vt) = (-v)(-v) f_1''(x-vt) = v^2 f_1''(x-vt)$
 $\Delta f = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 f_1}{\partial t^2} \Rightarrow f_1''(x-vt) = \frac{1}{v^2} \cdot f_1''(x-vt) \cdot v^2$ ok! risultato analogo con

ma nel vuoto, ma in un mezzo omogeneo e isotropo:

$$\left. \begin{aligned} \epsilon_0 &\longrightarrow \epsilon = \epsilon_0 \epsilon_r \\ \mu_0 &\longrightarrow \mu = \mu_0 \mu_r \end{aligned} \right\}$$

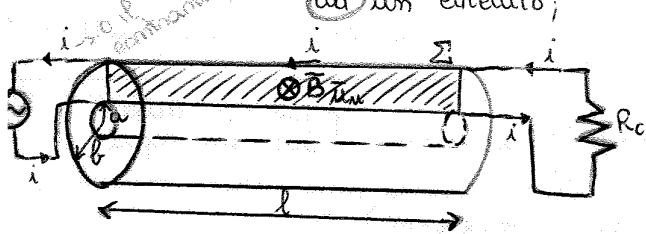
$$v^2 = \frac{1}{\epsilon \mu} = \frac{1}{\epsilon_0 \epsilon_r \mu_0 \mu_r} = \frac{c^2}{\epsilon_r \mu_r} \Rightarrow v = \frac{c}{\sqrt{\epsilon_r \mu_r}} = \frac{c}{m}$$

v: velocità di propagazione, $c = \sqrt{\frac{1}{\epsilon_0 \mu_0}}$

$m = \sqrt{\epsilon_r \mu_r}$ indice di rifrazione assoluto = $f(\text{mezzo}, \omega)$

dielettrico ideale: $m = \sqrt{\epsilon_r} > 1$

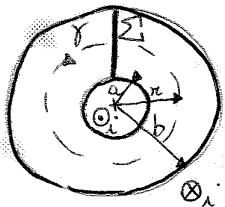
CAVO COASSIALE = cilindro usato per propagare il segnale elettrico/magnetico da generatore ad un circuito;



b : raggio cilindro esterno;
 a : " " interno;
 Σ : superf. chiusa entro cui calcolo il flusso Φ ;
 \rightarrow ha contemporaneamente un comportamento induttivo e capacitivo

capacitivo $C \propto l$: $C = \frac{2\pi\epsilon_0}{\ln(b/a)} l \propto l$: $C_l = \frac{C}{l} = \frac{2\pi\epsilon_0}{\ln(b/a)}$ capacità per vd lunghezza

induttivo $L \propto l$: $L = \frac{\Phi}{i}$ induttanza e $\Phi = \int_{\Sigma} \vec{B} \cdot \vec{u}_m d\Sigma$



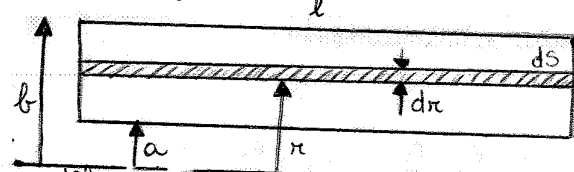
γ = linea di campo

$B = B(\pi)$, $\oint_{\gamma} \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \mu_0 i_{\text{comp}}$

$B(\pi) 2\pi\pi = \mu_0 i \Rightarrow *B(\pi) = \frac{\mu_0 i}{2\pi\pi}$

flusso lungo dr :

per calcolare il flusso considero una striscia lunga l e larga dr :



$*ds = l dr$ piccola parte di Σ

$*d\Phi = B(\pi) ds = B(\pi) l dr = \frac{\mu_0 i}{2\pi\pi} l dr$

$\Phi = \int_a^b d\Phi = l \frac{\mu_0 i}{2\pi} \int_a^b \frac{dr}{r} = l \frac{\mu_0 i}{2\pi} \ln\left(\frac{b}{a}\right)$

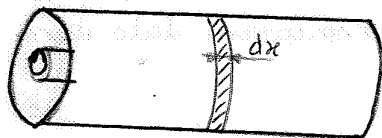
una del cavo coassiale

$\Rightarrow L = \frac{\Phi}{i} = l \frac{\mu_0}{2\pi} \ln\left(\frac{b}{a}\right) \propto l$

$L_l = \frac{L}{l} = \frac{\mu_0}{2\pi} \ln\left(\frac{b}{a}\right)$ induttanza per vd lunghezza

$C_l \cdot L_l = \epsilon_0 \mu_0 = \frac{1}{c^2}$ propagazione onde elettromagnetiche

flusso lungo dx :



$dV = L_p dx \frac{\partial i}{\partial t} \Rightarrow \frac{\partial V}{\partial x} = L_p \frac{\partial i}{\partial t}$

$dq = C_l dx V$ carica nel condensatore

$di = \frac{\partial}{\partial t} dq = C_l dx \frac{\partial V}{\partial t} \Rightarrow \frac{\partial i}{\partial x} = C_l \frac{\partial V}{\partial t}$ e $\frac{\partial V}{\partial x} = L_l \frac{\partial i}{\partial t}$

$\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} = \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial V}{\partial x} = L_l \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial i}{\partial t} = L_l \frac{\partial}{\partial t} \frac{\partial i}{\partial x} = L_l \frac{\partial}{\partial t} (C_l \frac{\partial V}{\partial t}) = L_l C_l \frac{\partial^2 V}{\partial t^2} \Rightarrow \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 V}{\partial t^2}$

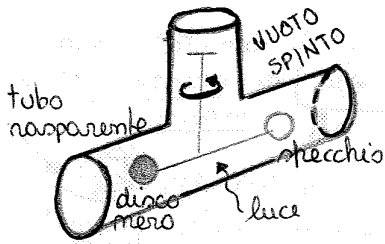
$\frac{\partial^2 i}{\partial x^2} = \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial i}{\partial x} = C_l \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial V}{\partial t} = C_l \frac{\partial}{\partial t} \frac{\partial V}{\partial x} = C_l L_l \frac{\partial^2 i}{\partial t^2} \Rightarrow \frac{\partial^2 i}{\partial x^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 i}{\partial t^2}$

generalmente qst cavo e' riempito con materiale dielettrico non magnetico:

$(\Rightarrow \mu_r = 1)$

$C_l = \frac{2\pi\epsilon_0 \epsilon_r}{\ln(b/a)}$ e $C_l L_l = \epsilon_0 \epsilon_r \mu_0 = \frac{\epsilon_r}{c^2}$ e $v = \frac{c}{\sqrt{\epsilon_r}} = \frac{c}{m} < c$

DIFFERENZA DI FASE: l'azione della pressione di radiazione induce un movimento



- tubo trasparente in cui è praticato un vuoto spinto;
- agli estremi dell'asta sono fissati: un disco nero assorbente (meno) e un disco riflettente (specchio);

se illuminiamo il sys con un'onda luminosa si osserva una rotazione nel verso indicato: la pressione sullo specchio è $>$ che sul disco nero

$$P_{\text{ass}} = \frac{I}{c} \text{ (meno)}$$

$$P_{\text{rifl}} = \frac{2I}{c} \text{ (riflett)}$$

NB: se ci fosse aria o altro gas, la rotazione avverrebbe in senso contrario il disco nero che assorbe energia, si riscalda e cede calore al gas che lo circonda \Rightarrow viti che esercitano sul disco nero una press $>$ di quella esercitata sul disco speculare in cui l'assorbimento di energia dell'onda è ≈ 0

POLARIZZAZIONE delle ONDE ELETTROMAGNETICHE PIANE

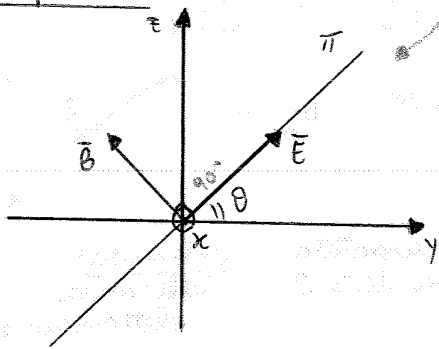
LINEARE (o RETTILINEA): la direzione di polarizzazione \vec{u} , ovvero il piano di polarizzazione in cui giace \vec{E} forma con il piano (x, y) , quindi con l'asse y , l'angolo $\theta = \text{cost}$ nel tempo.

$$\vec{E}(x, t) = E_{y0} \cos(kx - \omega t) \vec{j} + E_{z0} \cos(kx - \omega t) \vec{k}$$

$$\vec{B}(x, t) = -\frac{E_{z0}}{c} \cos(kx - \omega t) \vec{j} + \frac{E_{y0}}{c} \cos(kx - \omega t) \vec{k}$$

- $E_{y0} = 0$: polarizz. lineare nel piano xz
- $E_{z0} = 0$: polarizz. lineare nel piano xy

nel piano π :



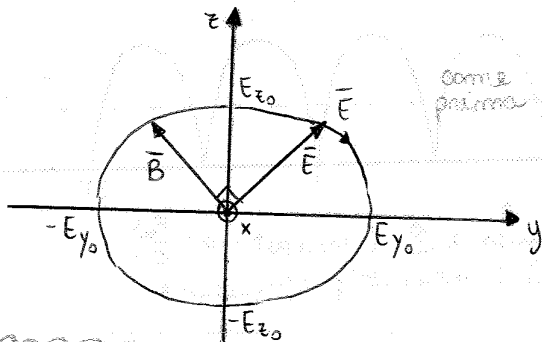
\vec{E} giace sempre nel piano di polarizzazione parallelo per l'asse x , forma θ col piano xy e oscilla con ampiezza:

* $E_0 = \sqrt{E_{y0}^2 + E_{z0}^2}$ ampiezza di oscillazione

* $\forall t \quad \frac{E_z(x, t)}{E_y(x, t)} = \tan \theta \quad (\text{cost } \theta)$

* $\varphi = 0$: $\begin{cases} E_{y0} = E_0 \cos \theta \\ E_{z0} = E_0 \sin \theta \end{cases}$

ELLITTICA (è un particolare di polarizz. circolare): se rappresento su un piano i due campi $\varphi = -\pi/2$ si ottiene un'ellisse



$\vec{E}(x, t) = E_{y0} \cos(kx - \omega t) \vec{j} + E_{z0} \sin(kx - \omega t) \vec{k}$

$\vec{B}(x, t) = -\frac{E_{z0}}{c} \sin(kx - \omega t) \vec{j} + \frac{E_{y0}}{c} \cos(kx - \omega t) \vec{k}$

$|\vec{E}| = \sqrt{E_y^2 + E_z^2}$: - varia tra E_{y0} e E_{z0} ,
- direzione di \vec{E} cambia lungo x , descrivendo un giro completo su una dist $= \lambda$

$\frac{E_y^2(x, t)}{E_{y0}^2} + \frac{E_z^2(x, t)}{E_{z0}^2} = 1$

se $E_{y0} = E_{z0}$: circonferenza, $|\vec{E}| = \text{cost}$, $E_0 = \text{ampiezza}$

E_{y0} e E_{z0} = semiasse dell'ellisse descritta dalla punta di \vec{E} al passare del tempo;

$\varphi = \text{cost}$ con valori qualsiasi: l'ellisse ha assi inclinati rispetto agli assi coordinati;

SPETTRO DELLE ONDE ELETTROMAGNETICHE

freq $\nu =$ scala di λ ; \Rightarrow freq = m oscillaz al sec = cost: determina le proprietà fisiche dell'onda
 lunghez d'onda $\lambda =$ scala di ν ($\lambda = c/\nu$); varia se l'onda attraversa un materiale e ν varia;
 = successione di bande con zone di separazione non nette, anzi con sovrapposizioni;
 = onde periziane, microonde, infrarosso, visibile, ultravioletto, raggi X, raggi γ ;

ONDE HERZIANE ($3 \cdot 10^6 \geq \lambda \geq 0,3$)m, ($10^2 \leq \nu \leq 10^9$)Hz

by dispositivi elettronici (es: circuiti oscillanti)
 = "onde radio" o "radiofreq"

MICROONDE ($0,3 \geq \lambda \geq 3 \cdot 10^{-3}$)m, ($10^9 \leq \nu \leq 10^{11}$)Hz

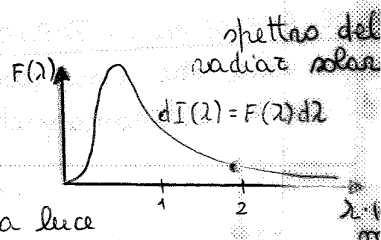
by dispositivi elettronici
 x comunicazioni e sistemi radar

INFRAROSSO ($10^{-3} \geq \lambda \geq 0,78 \cdot 10^{-6}$)m, ($3 \cdot 10^{11} \leq \nu \leq 3,8 \cdot 10^{14}$)Hz

by corpi caldi
 se assorbite da un corpo causano \nearrow di temp
 x terapie fisiche, fotografia infrarossa, spettroscopia vibrazionale

LUCE VISIBILE ($0,78 \cdot 10^{-6} \geq \lambda \geq 0,38 \cdot 10^{-6}$)m, ($3,8 \cdot 10^{14} \leq \nu \leq 7,9 \cdot 10^{14}$)Hz

= banda di freq cui è sensibile l'occhio
 by processi in cui vengono eccitati elettroni + esterni agli atomi
 colori by \neq lunghez d'onda: l'occhio ha la max sensibilità per la luce
 giallo-verde con $\lambda \cong 0,56 \cdot 10^{-6}$ m



ULTRAVIOLETTO ($0,38 \cdot 10^{-6} \geq \lambda \geq 6 \cdot 10^{-10}$)m, ($7,9 \cdot 10^{14} \leq \nu \leq 5 \cdot 10^{17}$)Hz

by sole = sorgente di radiaz ultraviolette
 risultati = abbronzatura della pelle: l'interazione della radiaz ultravioletta con le molecole dei primi strati della pelle si trasforma in melanina.

RAGGI X ($6 \cdot 10^{-10} \geq \lambda \geq 6 \cdot 10^{-12}$)m, ($5 \cdot 10^{17} \leq \nu \leq 5 \cdot 10^{19}$)Hz

by decelerazione degli elettroni di alta energia che bombardano un bersaglio metallico;
 x indagini radiografiche, l'assorbimento nei vari tessuti è \neq , x terapie antitumorali

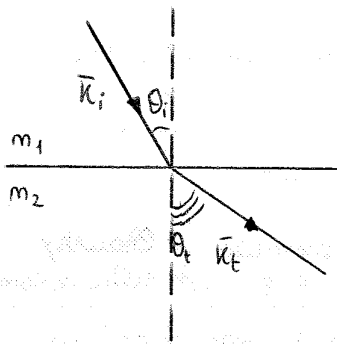
RAGGI γ ($\lambda \leq 10^{-10}$)m, ($\nu \geq 3 \cdot 10^{18}$)Hz

by processi nucleari (es: decadimenti radioattivi, reazioni tra nuclei...)
 l'emissione (intensità) può essere molto elevata: seri pbm in organismo vivente

$$\frac{\sin \theta_i}{\sin \theta_t} = \frac{m_2}{m_1}$$

$\theta_t < \theta_i$ se $m_2 > m_1$: nell'attraversamento della superf. di separaz. la direz. di propagaz. dell'onda passa a avvicinarsi alla normale della superf. cie

$\theta_t > \theta_i$ se $m_2 < m_1$: CASO LIMITE



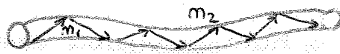
al crescere di θ_i , θ_t che cresce più rapidamente, raggiunge ad un certo punto $\frac{\pi}{2}$ in corrispondenza di $\theta_i = \theta_0$:

$$\theta_i = \theta_0 = \text{angolo limite} \rightarrow \theta_t = \frac{\pi}{2}$$

$$m_1 \sin \theta_i = m_2 \sin \theta_t$$

$$m_1 \sin \theta_0 = m_2 \Rightarrow \sin \theta_0 = \frac{m_2}{m_1} < 1$$

un esempio è la fibra ottica:



con $m_2 < m_1$ (anche curva \Rightarrow molto lunga)

$$m_1 \sin \theta_i = m_2 \sin \theta_t$$

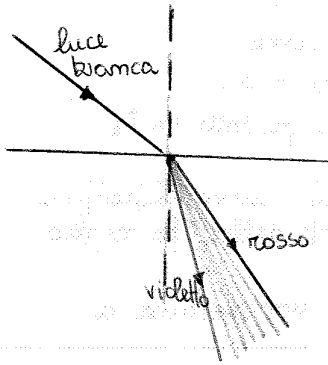
↑ tale che $\theta_t > \theta_i$

per valori $\theta_i > \theta_0$: θ_t reali: l'onda rifratta non si forma

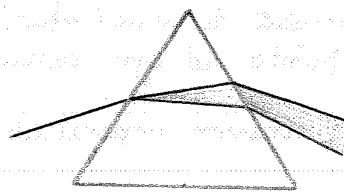
\Rightarrow riflessione totale

DISPERSIONE della LUCE in un MEZZO TRASPARENTE

luce bianca: contiene più lunghezze d'onda \Rightarrow ad ogni angolo θ_i corrispondono più θ di rifraz. (θ_t)



luce riflessa = ancora bianca,
luce trasmessa = serie di raggi di colore \neq ognuno con il proprio θ_t
"dispersione della luce"

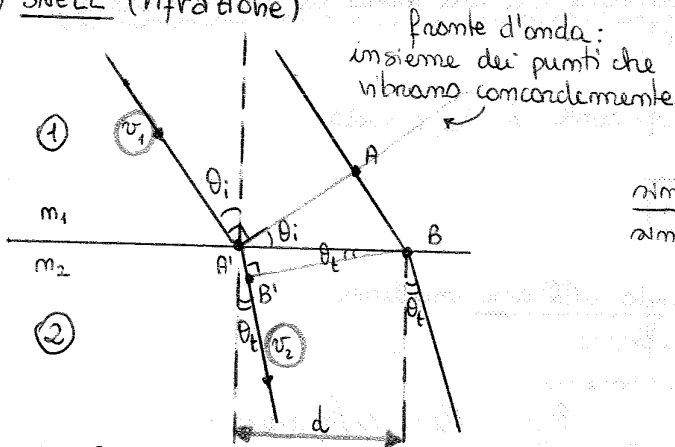


prisma = lastro di mater. trasparenz. a facce piane
 d = ang. di apertura del prisma;
 δ = ang. di deviazione (tra direz. entrante & uscente)
varia con θ_i ;

\rightarrow moto d., la misura di m è ricondotta alla misura di δ_m = ang. di deviaz. minima.

DEDUZIONE delle LEGGI di RIFLESSIONE e RIFRAZIONE da HUYGENS-FRESNEL

1) SNELL (rifrazione)

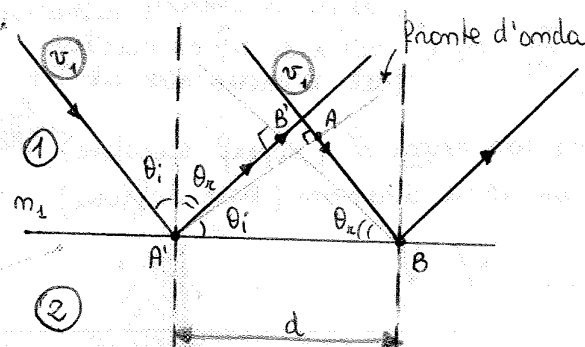


fronte d'onda: insieme dei punti che vibrano concordemente

$$\left. \begin{aligned} \overline{AB} &= v_1 \Delta t & \overline{A'B'} &= v_2 \Delta t \\ d &= \overline{A'B} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \begin{aligned} \overline{AB} &= d \sin \theta_i \\ \overline{A'B'} &= d \sin \theta_t \end{aligned}$$

$$\frac{\sin \theta_i}{\sin \theta_t} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{c/m_1}{c/m_2} = \frac{m_2}{m_1}$$

2) $\theta_i = \theta_r$ (riflessione)



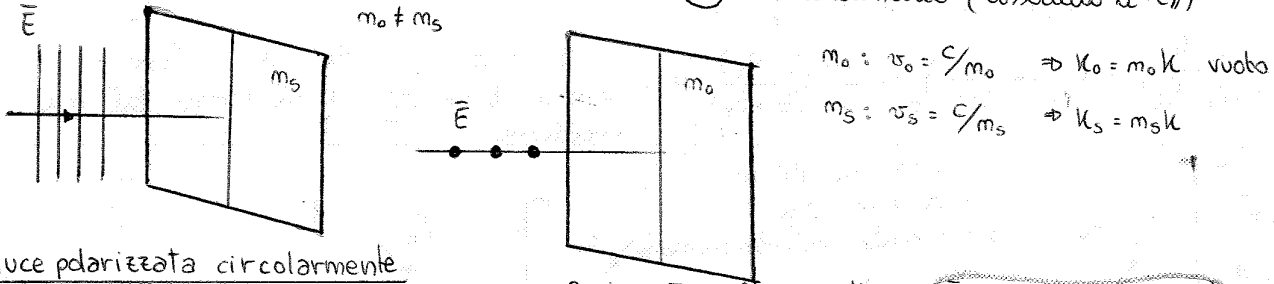
$$\left. \begin{aligned} \overline{AB} &= d \sin \theta_i = v_1 \Delta t \\ \overline{A'B'} &= d \sin \theta_r = v_1 \Delta t \end{aligned} \right\} \Rightarrow \theta_i = \theta_r$$

DIFFRAZIONE DELLA LUCE PER ASSORBIMENTO SELETTIVO

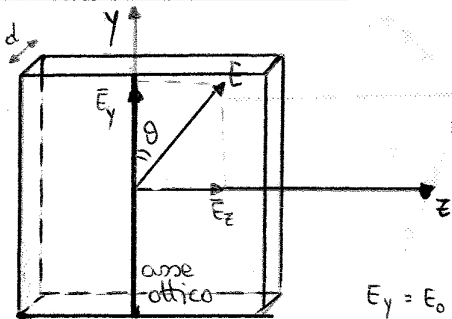
quando la luce attraversa un materiale trasparente, $\gamma \vec{E}$ può eccitare gli elettroni legati alle molecole che
 < assorbono energia (assorbimento)
 < successivamente la riemettono (riemissione)...

.. la propagazione avviene \rightarrow per sostanze amorfe: in tt le direzioni (= ISOTROPIA)
 \rightarrow per sostanze non amorfe: in una direzione privilegiata: ASSE OTTICO (parlo ora di qst sostanze)

BIRIFRANGENZA: la vta di propagazione dell'onda e' \neq a seconda della direz di \vec{E} della luce,
 \parallel o \perp rispetto all'asse ottico \Rightarrow essendo $v = \frac{c}{n}$ \Rightarrow
 \exists 2 n (indici di rifrazione): $(m_o) =$ ordinario (associato a \vec{E}_\perp)
 $(m_s) =$ straordinario (associato a \vec{E}_\parallel)



luce polarizzata circolarmente



θ tra \vec{E} e l'asse ottico; $\vec{E} = E_o \sin(\kappa x - \omega t)$
 lamina L di cristallo monoaassico (non dicroico),
 ha indici di rifraz m_o e m_s ,
 sta nel piano yz ,
 il suo asse ottico e' \parallel asse y ;
 un fascio di luce polarizzata rettilineamente (by polarizzatore)
 si propaga lungo z e incide sulla lamina;

$E_y = E_o \cos\theta \sin(\kappa x - \omega t)$ e $E_z = E_o \sin\theta \sin(\kappa x - \omega t)$

l'attraversamento della lamina produce tra le due onde una differenza di fase:

$\Delta\varphi = (\kappa_s - \kappa_o)d = \kappa(m_s - m_o)d = \frac{2\pi}{\lambda}(m_s - m_o)d$ differenza di fase

polarizz. circolare: $\left\{ \begin{array}{l} \Delta\varphi = \frac{\pi}{2} \\ \theta = \frac{\pi}{4} \end{array} \right\}$; $d = \frac{\lambda}{4(m_s - m_o)} \Rightarrow E_y = \frac{E_o}{\sqrt{2}} \sin(\kappa x - \omega t)$
 con ampiezza $E_o/\sqrt{2}$
 $E_z = \frac{E_o}{\sqrt{2}} \sin(\kappa x - \omega t + \frac{\pi}{2}) = \frac{E_o}{\sqrt{2}} \cos(\kappa x - \omega t)$

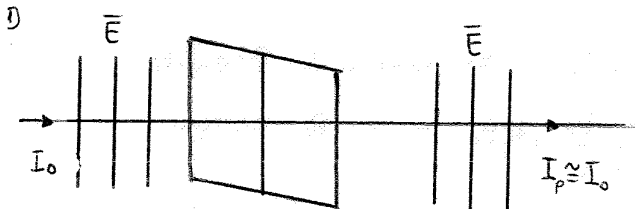
$I_i = I_t = \frac{1}{2} c \epsilon_o \epsilon_o^2$: la lamina ha cambiato stato di polarizzazione, senza assorbire energia

DICROISMO: proprietà che possono avere le sostanze birifrangenti.

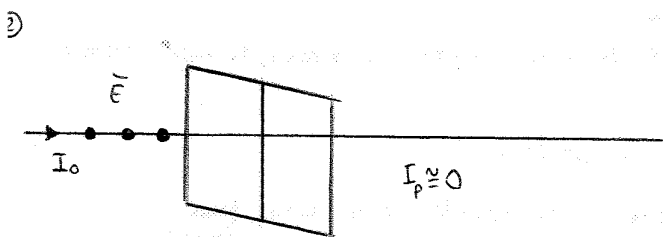
ASSORBIMENTO: "l'assorbimento della luce da parte della sostanza dipende dalla polarizzazione della luce"

luce polarizzata:

$\vec{E} \parallel$ asse di trasmissione



$\vec{E} \perp$ asse di trasmissione: la luce che attraversa il Polaroid e' = 0

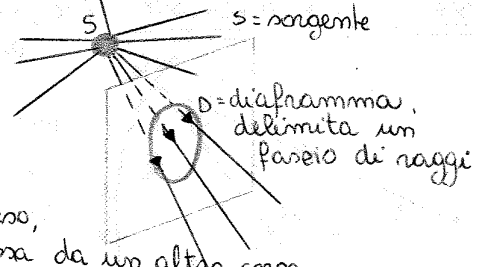


"assorbimento selettivo", piccolo

\rightarrow l'onda riflessa \perp al piano di incidenza e I_{ref} non viene trasmessa all'occhio:
 applicazione: occhiali con lenti polaroid

OTTICA GEOMETRICA = formazione di immagini [cap 12]

propagazione della luce in un mezzo trasparente omogeneo e isotropo:
 OMOGENEO = densità cost, $n = \text{cost}$ in ogni punto,
 ISOTROPO = comportamento della luce $e' = \text{in tt le direzioni}$;



DEFINIZIONI

OGGETTO = dal p.d.v. di uno strumento ottico e' un corpo, puntiforme o esteso, che emette luce direttamente o la diffonde da un altro corpo;
 RAGGI = semirette uscenti dalla sorgente, disegnano il percorso seguito dalla luce;
 IMMAGINE = riproduzione di un oggetto data dalla luce che lo colpisce, e' prodotta dal fatto che i raggi possono convergere in una figura (immagine)

- "reale": se i raggi si incontrano fisicamente nei suoi punti, se tale immagine si forma indipendentemente dall'osservazione;
- "virtuale": se per essa passano i prolungamenti dei raggi, se la sua presenza si manifesta solo by occhio o altri sys ottici

STRUMENTO STIGMATICO = quando i raggi uscenti da un punto dell'oggetto si incontrano in un solo punto dell'immagine (e' stigmatico rispetto a qll coppia di punti = "punti coniugati");

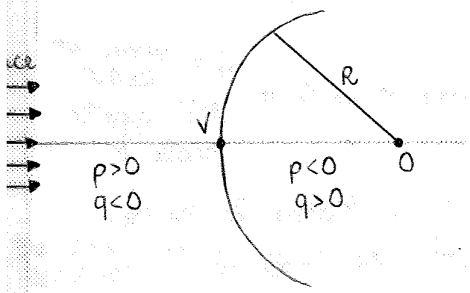
STIGMATISMO = condizione essenziale per una buona definizione dell'immagine: difficile da ottenere perche' l'immagine in un punto e' quasi sempre estesa (no puntiforme)
 \rightarrow buona approssimazione by I_p : si considerano fasci di raggi di piccola apertura e parassiali = vicini all'asse dello strumento ottico e formanti con questo angoli molto piccoli

SUPERFICI che incontra la luce:

- "specchi" (o ^{superf}catottriche): su esse avviene solo riflessione, (acromatiche per natura);
- "diottri" (o ^{superf}diottriche): su cui avviene la trasmissione della luce da un mezzo all'altro; possono essere piane, sferiche, converg o divergenti; sys non stigmatico \Rightarrow difetto intrinseco = "cromatismo" che puo' essere corretto con una opportuna successione di superf diottriche;

CONVENZIONI nella COSTRUZIONE di IMMAGINI

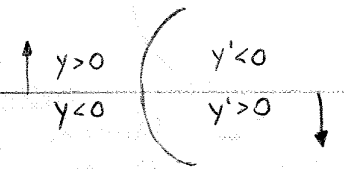
p : fino una superf di discontinuita', catottrica o diottrica; tale superf nell'immagine e' sferica con $V = \text{vertice}$. (= superf \perp asse ottico del sys \equiv asse di simmetria);
 $O = \text{centro di curvatura}$;



- la luce incidente viene da sx ;
- distanza p , oggetto P da V : $\begin{cases} > 0 \text{ se l'oggetto e' a } sx \text{ di } V, \\ < 0 \text{ se l'oggetto e' a } dx \text{ di } V, \end{cases}$
- distanza q , immagine Q da V : $\begin{cases} > 0 \text{ se l'immagine e' a } dx \text{ di } V \\ < 0 \text{ se l'immagine e' a } sx \text{ di } V \end{cases}$
- raggio di curvatura R : $\begin{cases} > 0 \text{ se } O \text{ e' a } dx \text{ di } V, \\ < 0 \text{ se } O \text{ e' a } sx \text{ di } V \end{cases}$
- gli angoli - a sx di V sono > 0 se considerati nel verso \odot a partire dall'asse
 \ a dx di V sono > 0 se \ominus

• le distanze y e y' dall'asse:

- se si tratta di oggetti $\begin{cases} \text{sono } > \text{ per punti al di sopra dell'asse} \\ \text{sono } < \text{ per punti al di sotto dell'asse} \end{cases}$
- se si tratta di immagini vale il contrario

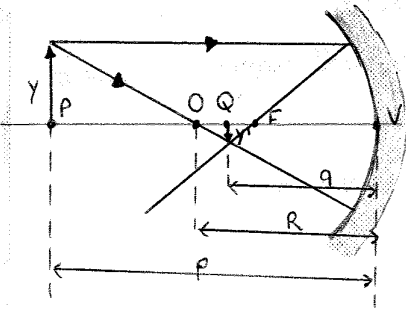


IMMAGINAMENTO TRASVERSALE

$$I = \frac{y}{y'} = \frac{y}{PP'}$$

$$I = \frac{R-q}{p+R} = \frac{q-p}{f} = \frac{q}{p}$$

che ad ogni piano ne fa corrispondere un altro con rapporto di similitudine (I); "aplanatico" non alla coppia di piani"



Riassumendo:

- lo specchio concavo dà di figure contenute in un piano un'immagine contenuta in un altro;
- l'immagine reale è capovolta e rimpicciolita se il piano in cui sta la figura è a distanza da V più di f;
- l'immagine virtuale è dritta e ingrandita se la figura sta tra F e V.

PECCHIO SFERICO CONVESSO

$f > 0$ e $p > 0$ e $q > 0$ e $f < p$

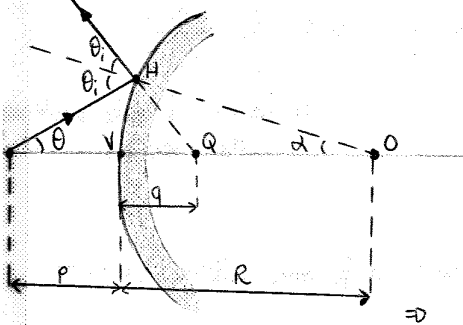
$f > 0$, l'immagine si forma sempre dietro lo specchio (poiché $q > 0$ sempre) e' sempre virtuale e dritta; \Rightarrow per essa passano i prolungamenti di raggi riflessi e non i raggi stessi; ha centro di curvatura a dx del vertice ($\Rightarrow R > 0$)

da $\Delta PHQ \sim \Delta PHO$: $\theta' - \theta = 2\alpha \rightarrow \frac{1}{p} - \frac{1}{q} = -\frac{2}{R}$ eq per lo specchio sferico convesso

se $p \rightarrow +\infty$: i prolungamenti dei raggi riflessi dallo specchio passano \forall per F, $f = \frac{R}{2} = q$ distanza focale

$$\Rightarrow \frac{1}{p} - \frac{1}{q} = -\frac{1}{f}$$

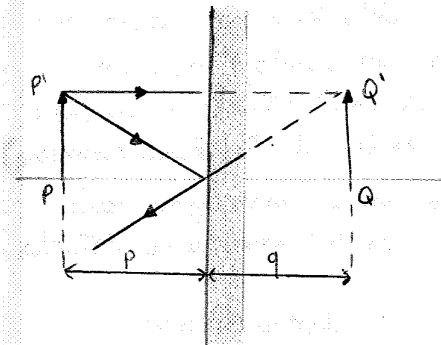
risultati analoghi allo specchio sferico concavo, (ma qui R e $f > 0$), anche per la costruzione dell'immagine QQ' di un piccolo oggetto PP' posto lontanamente all'asse e anche per l'ingrandimento trasversale stessa formula ed $e' < 0$ e $|I| < 1$.



Riassumendo:

uno specchio convesso dà di figure contenute in un piano un'immagine contenuta in un altro; l'immagine è sempre virtuale, dritta e rimpicciolita

PECCHIO PIANO: caso limite dello specchio sferico concavo (o convesso): $R \rightarrow \infty$, anche il fuoco va all' ∞ ;



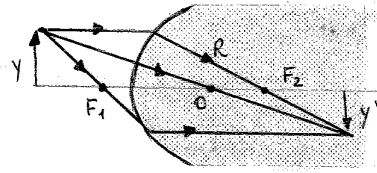
- l'oggetto è sempre tra F e V; $p = q$ eq specchio piano
- l'immagine si forma dietro lo specchio in posizione simmetrica a quella dell'oggetto, di cui conserva le dimensioni ($I = -1$);
- è stigmatico e aplanatico e acromatico (unico strumento ad averle 1 e 3)
- l'approssimazione parassiale;

l'immagine virtuale dritta ("speculare") ha la dx scambiata con la sx (come mai riflessi in uno specchio)

potere diottrico $< 0 \Rightarrow$ il diottrico è "divergente"

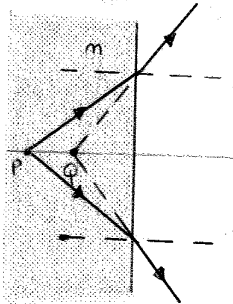
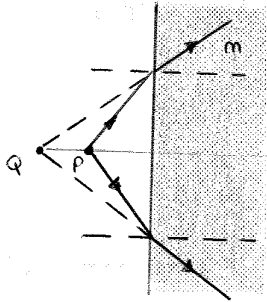
occhi: anteriori $\left\{ \begin{array}{l} \text{reali (1) e (4)} \\ \text{e posteriori} \end{array} \right\}$ a seconda che le rispettive distanze focali sono $\left\{ \begin{array}{l} > 0 \text{ (1) e (4)} \\ < 0 \text{ (2) e (3)} \end{array} \right.$
 virtuali (2) e (3)

ingrandimento trasversale: $I = \frac{y'}{y} = \frac{p_1}{p - p_1} = \frac{q - p_2}{f_2} = \frac{m_1 q}{m_2 p}$



ANO con $R \rightarrow \infty$, $q = -\frac{m_2}{m_1} p$ eq del diottrico piano

un oggetto reale dà sempre un'immagine virtuale, della stessa altezza dell'oggetto, non ingrandita ($I = -1$)

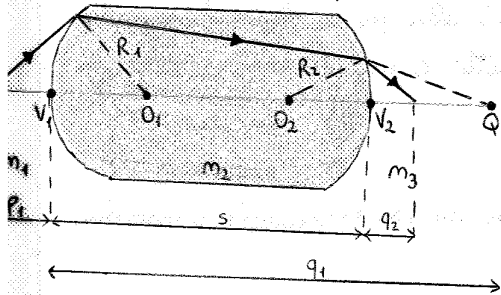


formazione dell'immagine di P (punto)

LENTI SOTTILI

superfici diottriche aventi lo stesso asse individuano 3 regioni distinte:

1) luce proveniente da ∞ si propaga nel I mezzo con m_1 , viene trasmessa dal primo diottrico e attraversa il mezzo con indice m_2 ;
 2) infine dopo la trasmissione al secondo diottrico, si propaga con indice di rifrazione m_3



"lente semplice" = blocco di materiale trasparente con indice m_2 , delimitato dalle due superf diottriche (Ip mostra: $m_1 = m_3$) \times il nostro studio

"sottile" = le superf diottriche sono molto vicine

= dist tra i vertici (spessore lente)

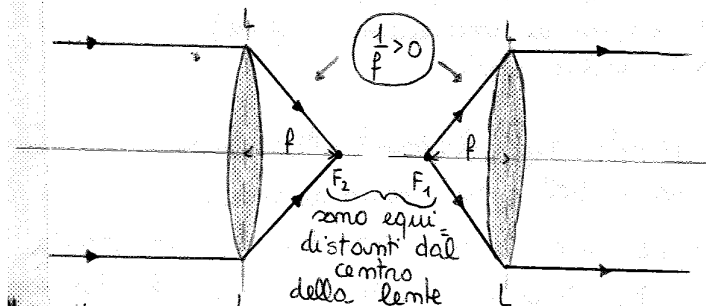
l'immagine data dal I diottrico funge da oggetto per il II

approssimazione parassiale: $\frac{m_1}{p_1} + \frac{m_2}{q_1} = \frac{m_2 - m_1}{R_1}$, $\frac{m_2}{p_2} + \frac{m_3}{q_2} = \frac{m_3 - m_2}{R_2}$, $p_2 = s - q_1$

se $m_1 = m_3$: $\frac{m_1}{p_1} + \frac{m_2}{q_2} = (m_2 - m_1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$

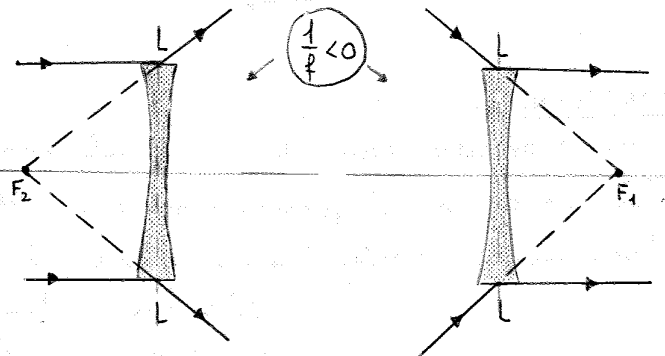
$\frac{1}{f} = \frac{m_2 - m_1}{m_1} \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) \Rightarrow f = \frac{m_1}{m_2 - m_1} \cdot \frac{R_1 R_2}{R_2 - R_1}$

eq dei costruttori di lenti
 distanza focale della lente (o "focale") $\Rightarrow \frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f}$ eq della lente sottile



l'oggetto è posto all' ∞ :
 l'immagine si forma in F_2 a dist f dal centro

l'oggetto è posto in F_1 , a dist f dal centro:
 l'immagine si forma all' ∞



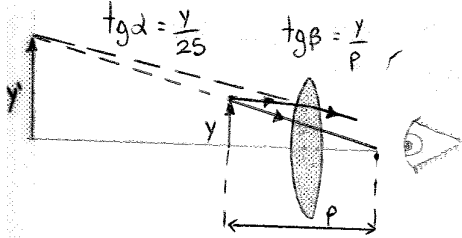
DOCUMENTI UTILI

LENTE D'INGRANDIMENTO = lente convergente con focale $f <$ della distanza del punto prossimo ($d = 25$ cm, ingrandimento visuale max) si ha quando la distanza p dell'oggetto dall'occhio è tale che l'immagine (virtuale) osservata dall'occhio si formi a distanza $q = -25$ cm, cioè sul punto prossimo

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{-25} = \frac{1}{f} \Rightarrow p = \frac{25f}{25+f}$$

$$V_{max} = \frac{tg\beta}{tg\alpha} = 1 + \frac{25}{f}$$

V_{max} = ingrandimento max
 $= m \Rightarrow m \times$ è l'ingrandimento



affinche' l'immagine si formi all'oc, cioè i raggi giungono all'occhio // mente, è conveniente che l'oggetto sia posto a dist $p \approx f$

$$\Rightarrow V = \frac{tg\beta}{tg\alpha} = \frac{25}{f} \text{ ingrandimento visuale}$$

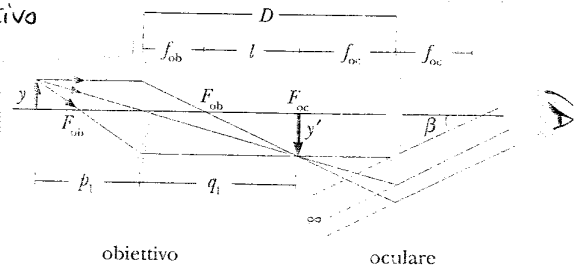
TELESCOPIO COMPOSTO : 2 lenti convergenti l'una di focale f_{ob} molto corta (obiettivo), l'altra f_{oc} (oculare) \Rightarrow l'immagine risulta ingrandita e capovolta

$$I_{ob} = \frac{y'}{y} = \frac{q_1 - f_{ob}}{f_{ob}} = \frac{l}{f_{ob}} \text{ ingrandimento trasversale dell'obiettivo}$$

$D = l + (f_{ob} + f_{oc})$ dist tra le lenti

l = lung' ottica tra il fuoco posteriore F_{ob} e anteriore F_{oc}

$$V = -\frac{l}{f_{ob}} \frac{25}{f_{oc}} \text{ ingrandimento visuale}$$



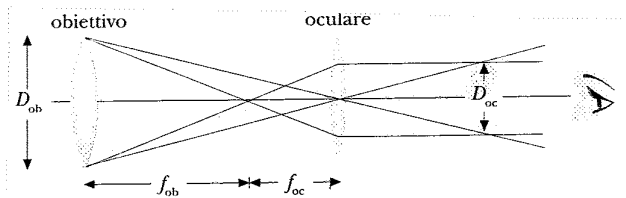
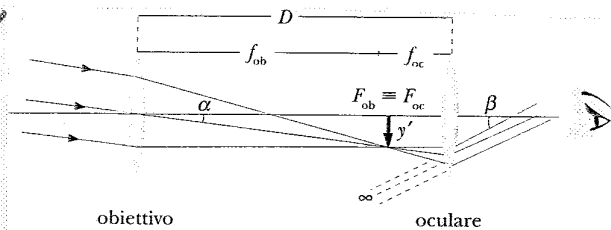
ANNOCCHIALE di KEPLERO \times osservare oggetti lontani; "condiz normale" : $D_{ob} = 100$ mm e $V = 40 \times$
 obiettivo = lente convergente, l'occhio vede l'immagine capovolta
 l'immagine si forma nel piano focale posteriore F_{ob} dell'obiettivo
 oculare = lente convergente,
 ha il fuoco anteriore $F_{oc} \equiv F_{ob}$

$l = f_{ob} + f_{oc}$ = lung' del cannocchiale (dist tra le due lenti)

= angolo sotto cui arriviamo i raggi all'obiettivo : $tg\alpha = y'/f_{ob}$

= angolo sotto cui l'immagine è vista dall'occhio rilassato : $tg\beta = -y'/f_{oc}$

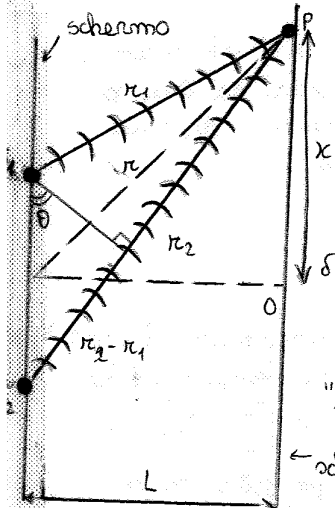
$$V = \frac{tg\beta}{tg\alpha} = -\frac{f_{ob}}{f_{oc}} = -\frac{D_{ob}}{D_{oc}} \text{ ingrandimento visuale con } \begin{cases} D_{ob} = \text{pupilla d'entrata, apertura obiettivo} \\ D_{oc} = \text{pupilla d'uscita, apertura oculare} \end{cases}$$



INTERFERENZA

cap 10
com stessa fase

Fenomeni in cui due onde luminose si sovrappongono in un punto dello spazio, (onde by sorgenti coerenti)



onde sferiche da due sorgenti S_1 e S_2 , armoniche e con stessa frequenza

$$E_1 = \frac{E_0}{\pi_1} \sin(kr_1 - \omega t + \varphi_1)$$

$$E_2 = \frac{E_0}{\pi_2} \sin(kr_2 - \omega t + \varphi_2)$$

onde luminose sferiche

$$\delta = (kr_2 - \omega t + \varphi_2) - (kr_1 - \omega t + \varphi_1) = k(r_2 - r_1) + (\varphi_2 - \varphi_1)$$

diff di fase in P

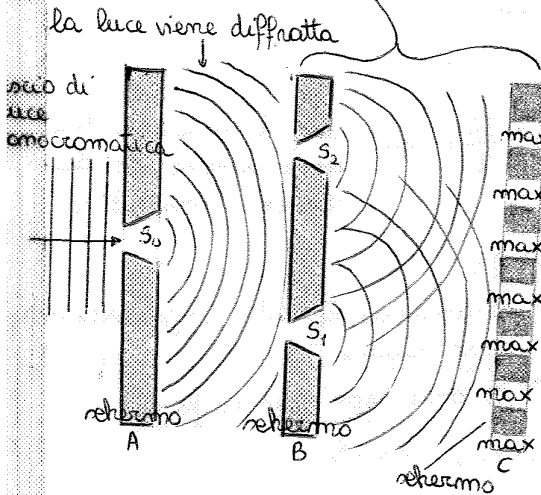
- $k(r_2 - r_1)$: by differenza dei percorsi;
- $\varphi_2 - \varphi_1$: differenza di fase intrinseca.

"sorgenti coerenti" = $\delta = \text{cost}$ in P (se $\delta = 0$ "rimozione")

le m aperture costituiscono un sys di sorgenti (di luce) coerenti. : RETICOLO

$$\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cdot \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

SPERIMENTO di YOUNG



- P = punto di sovrapposizione
- S_0 = sorgente primaria
- S_1 e S_2 = sorgenti coerenti armoniche

schermo C: frange di interferenza
d = dist tra le due sorgenti

chiare □: max intensità
scure ■: min intensità
la centrale è chiara MAX

$$* E_1 = \frac{E_0}{\pi_1} \sin(kr_1 - \omega t) \quad \text{e} \quad * E_2 = \frac{E_0}{\pi_2} \sin(kr_2 - \omega t)$$

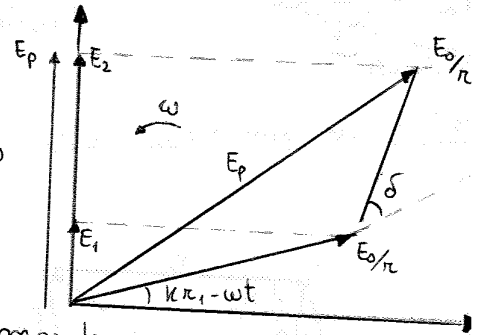
$$* \delta = k(r_2 - r_1) \text{ diff di fase tra le due onde}$$

$$\Rightarrow L \gg d, r_1, r_2 \gg d \Rightarrow \frac{1}{\pi_1} \approx \frac{1}{\pi_2} \approx \frac{1}{\pi} \quad \text{e} \quad r_2 - r_1 = d \sin \theta$$

$$\Rightarrow \delta = k d \sin \theta = \frac{2\pi}{\lambda} d \sin \theta \quad \text{con } k = \frac{2\pi}{\lambda} = m \text{ d'onde}$$

$$E_p = 2 \frac{E_0}{\pi} \sin(kr - \omega t) \cos \frac{\delta}{2}$$

by fasori (= vettori rotanti):
l'onda armonica $E_1 =$ vettore di modulo E_0/π che ruota intorno all'origine con vta ω : la sua proiezione sull'asse verticale da' istante per istante $E_1(t)$

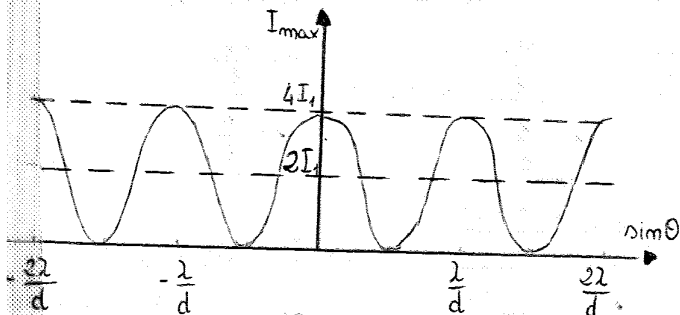


due onde E_1 e E_2 si sovrappongono in P e hanno stesso modulo e formano un angolo δ e' = alla loro diff di fase

$$I = 2I_1(1 + \cos \delta) = 4I_1 \cos^2 \frac{\delta}{2}$$

intensità luminosa in P by ciascuna sorgente con $I_1 = I_2$

$$I(\theta) = 4I_1 \cos^2 \frac{\pi d \sin \theta}{\lambda} \quad \text{con } \theta = \text{angolo di osservazione}$$



per $L \gg d, \theta$ piccolo: $\sin \theta \approx \tan \theta = x/L$

$$I(x) = 4I_1 \cos^2 \frac{\pi d}{\lambda} \frac{x}{L}$$

$$x = m \frac{\lambda}{d}, \quad x = m \frac{2L}{d} \quad \text{con } m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

$$x = (2m+1) \frac{\lambda}{2d}, \quad x = (2m+1) \frac{L}{d} \quad \text{con } m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

MASSIMI: di ampiezza $2E_0/\pi \Rightarrow I_p = 4I_1$ nei punti P dove:

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda} d \sin \theta = 2m\pi \Rightarrow d \sin \theta = m\lambda$$

con $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$

le 2 onde risultano in fase \Rightarrow "interferenza costruttiva"

MINIMI: ampiezza $E_0 = 0 \Rightarrow I_Q = 0$ nei punti Q dove:

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda} d \sin \theta = (2m+1)\pi \Rightarrow d \sin \theta = (2m+1) \frac{\lambda}{2}$$

con $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$

le 2 onde sono in opposizione di fase \Rightarrow "interferenza distruttiva"

MINIMI PRINCIPALI: quando la differenza di cammino di $\pm r(\theta)$ è pari a un numero intero di lunghezze d'onda (40)

$$\frac{N\pi d \sin\theta}{\lambda} = m'\pi \Rightarrow \sin\theta = m' \frac{\lambda}{Nd} \quad \text{con } m' = 1, 2, \dots, N-1, N+1, \dots, 2N-1, 2N+1, \dots$$

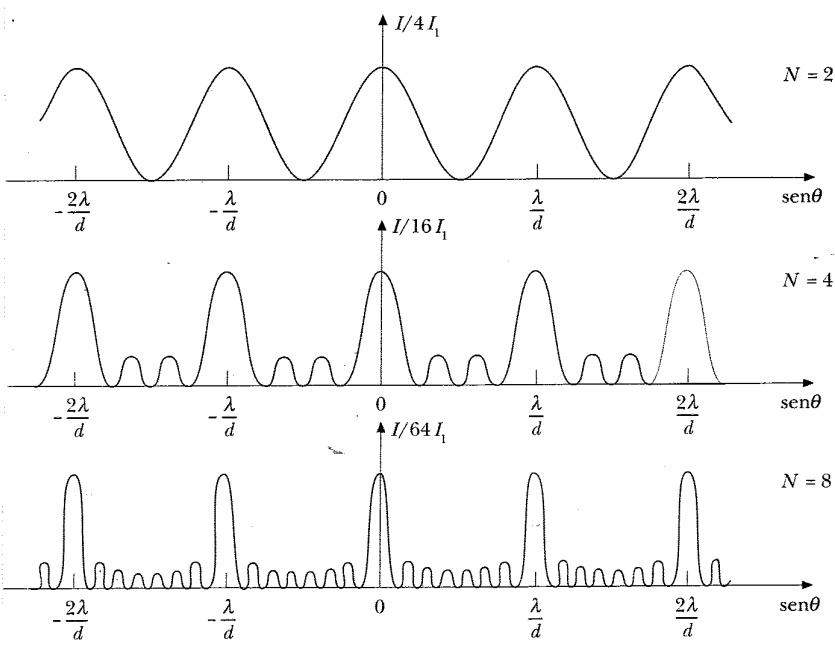
tra due max principali si trovano $N-1$ minimi
tra due minimi si formano:

MASSIMI SECONDARI: nelle direzioni per cui $\frac{N\pi d \sin\theta}{\lambda} = (2m''+1) \frac{\lambda}{2Nd}$

$$\Rightarrow \sin\theta = (2m''+1) \frac{\lambda}{2Nd} \quad \text{con } m'' = 1, 2, \dots, N-2, N+1, \dots, 2N-2, 2N+1, \dots$$

tra due massimi principali ci sono $N-2$ max secondari

$$I_{m''} = \frac{I_1}{\left[\sin \frac{(2m''+1)\pi}{2N} \right]^2} \quad \text{intensità dei max secondari}$$



- la direzione dei max principali verso la quale è concentrata la maggior parte della potenza emessa è determinata da λ/d e NON dipende dal m delle N sorgenti;
- l'intensità dei max principali dipende dal numero N delle sorgenti $I_{max} = N^2 I_1$;
- l'ampiezza angolare dei max principali \downarrow all' \uparrow di N .

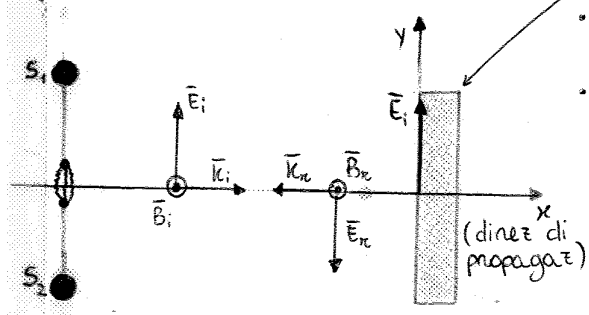
larghezza angolare del max principale

$$\left. \begin{aligned} \sin\theta_1 &= \frac{(m-1)\lambda}{Nd} \\ \sin\theta_2 &= \frac{(m+1)\lambda}{Nd} \end{aligned} \right\} \begin{aligned} \Delta\theta &= \theta_2 - \theta_1 \\ I_p &: \sin\theta \approx \theta \\ m=0 &: \theta_{max} = 0 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \Delta\theta = \frac{2\lambda}{Nd} \quad \text{del max centrale } (\theta=0)$$

$$\Delta\theta = \frac{1}{\cos\theta} \frac{2\lambda}{Nd} \quad \text{per } \theta \neq 0 \quad (\text{dist tra 2 min})$$

ONDE STAZIONARIE (esperienza di Hertz) lastra conduttrice



- 2 sfere conduttrici S_1 e S_2 sono collegate tramite filo conduttore a 2 sferette conduttrici: spinterometro;
- quando fermi ai capi di S_1 e S_2 raggiunge il valore della rigidità elettrica nell'aria \Rightarrow tra le 2 sferette scocca la nebulosa
- \Rightarrow durante la scarica:

$S_1 + S_2 + \text{spinterometro} + \text{filo conduttore} = \text{circuito oscillante LC}$: un dipolo elettrico oscillante (antenna) che emette un'onda e.m. $\Rightarrow \vec{E}_i$ e \vec{B}_i e $\vec{S}_i = \frac{1}{\mu_0} \vec{E}_i \wedge \vec{B}_i$ a $\approx 13\text{m}$ dal dipolo.

ma \vec{E}_i incide sulla lastra di conduttore ($x=0$) \Rightarrow ha origine \vec{E}_r tale che $\vec{E}_i + \vec{E}_r = 0$ $\forall t$ sulla superf. (\vec{E}_r si propaga in verso opposto a \vec{E}_i)

$E_i = E_0 \sin(kx - \omega t)$ onda incidente \rightarrow

$E_r = E_0 \sin(kx + \omega t)$ onda riflessa \leftarrow

$\Rightarrow E(x,t) = E_0 [\sin(kx - \omega t) + \sin(kx + \omega t)] = 2E_0 \sin kx \cos \omega t$ onda e.m. risultante

sulla superf del condutt si invertono \vec{E}_i e \vec{S}_r e NON $\vec{B}_i = \frac{E_i}{c} \vec{u}_i$: tale superf è max per \vec{B}_i

DIFFRAZIONE

[cap 14]

(4)

particolare fenomeno di interferenza che si verifica quando un'onda incontra nel suo percorso un ostacolo o un'apertura di dimensione confrontabile con la sua lunghezza d'onda λ ;

l'energia si ridistribuisce nei punti dello spazio \Rightarrow figure di diffrazione

1) DIFFRAZIONE di FRESNEL: la sorgente S e lo schermo C sono a distanza finita dall'apertura:

- i fronti d'onda non sono piani;
- i raggi che arrivano in P non sono //.

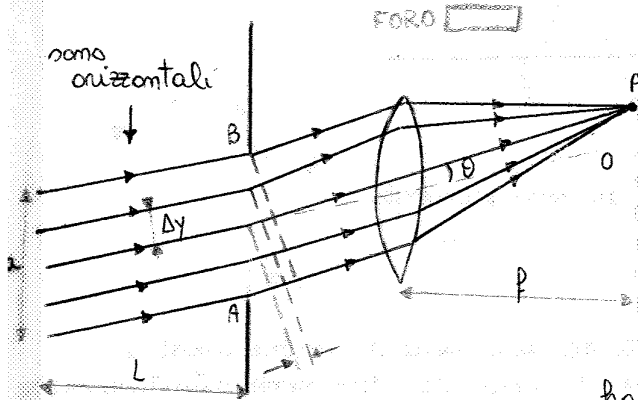
2) DIFFRAZIONE di FRAUNHOFER: la sorgente S e lo schermo C sono a grande distanza dall'apertura:

- i fronti d'onda che giungono nell'apertura e in P sono piani

Situazione realizzabile con due lenti:

- L_1 trasforma l'onda sferica da S in piano con il fronte d'onda che contiene l'apertura
- L_2 focalizza in un punto P i raggi provenienti dall'apertura secondo una stessa direzione.

PERE di FRAUNHOFER AD UNA FENDITURA RETTILINEA



- foro rettangolare in uno schermo opaco:
 - largh a
 - lungh $L \gg a$ "fenditura rettilinea ideale"
- si sviluppa ortogonalmente al disegno;
- è illuminata da un'onda piana di lungh λ , con il fronte d'onda // piano contenente la fenditura;
- "figura di diffrazione" = sullo schermo C nel piano focale di una lente convergente:

ha una frangia chiara centrale e di frange chiare laterali con intensità decrescente allontanandosi dal centro intervallate da frange scure: se $\downarrow a \Rightarrow$ frangia centrale si allarga.

fenditura divisa in N strisce: $\Delta y = a/N$

diff di fase in P tra due tratti successivi:

$$\delta = \Delta\phi = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta y \sin\theta$$

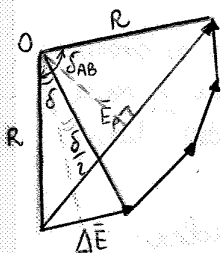
diff di fase max tra A e B:

$$\delta_{AB} = N\delta = \frac{2\pi}{\lambda} a \sin\theta \quad \text{max A-B}$$

largh di ciascuna che giunge da sorgente di onde secondarie e contribuisce con ampiezza ΔE al campo elettrico risult $E_p \rightarrow 0$ per $N \rightarrow \infty$

$\delta = 0 \Rightarrow$ max ampiezza E_{max}
 $\delta_{AB} = 2m\pi \Rightarrow E_R = 0$

metodo dei fasori: per calc l'ampiezza del campo elettrico risultante



N fasori che rappresentano le $\Delta E = N$ lati della poligonale regolare

$\delta =$ angolo formato da ciascun fasore e il successivo

$\delta_{AB} =$ diff di fase tra l'onda emessa da B e A

$\lim_{N \rightarrow \infty} \Delta y \rightarrow 0$: poligonale diventa un arco di circonferenza di raggio R e angolo al centro δ_{AB}

$\Rightarrow \Delta E = 2R \sin \frac{\delta_{AB}}{2}$
 $E_{max} = R \delta_{AB}$ lungh arco di circonferenza } $\Delta E = E_{max} \frac{\sin \delta_{AB}/2}{\delta_{AB}/2}$

intensità \propto ampiezza:

$= 0$ nei cosiddetti...

MINIMI di DIFFRAZIONE

quando $\frac{\delta_{AB}}{2} = \frac{\pi a \sin\theta}{\lambda} = m\pi$ $\sin\theta = m \frac{\lambda}{a}$ con $m = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$

MAX CENTRALE: tra 2 minimi che si hanno per $\sin\theta = \pm \frac{\lambda}{a}$ delimitano la striscia

DIETRE SPERIMENTAZIONE DI:

UN CANNOCCHIALE: $d_R = 1,22 \frac{\lambda}{D_{ob}}$, $p = \frac{1}{d_R}$ con $D_{ob} = \phi$ dell'obiettivo

UN MICROSCOPIO: $s = f d_R = 1,22 \lambda \frac{f}{D} = 0,61 \lambda \frac{f}{R}$ dist minima tra due punti distinguibili

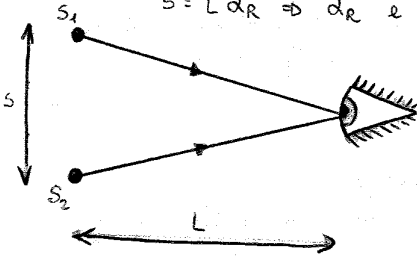
$s = \frac{0,61 \lambda}{\sin \phi} = \frac{0,61 \lambda_0}{m \sin \phi}$ con $\phi =$ angolo di accettazione dell'obiettivo ($\sin \phi = \frac{R}{f}$)
e $m \sin \phi = A_m =$ apertura numerica

$p_L = \frac{1}{s} = \frac{A_m}{0,61 \lambda_0}$ potere risolutivo lineare

OCCHIO UMANO: $L = 25 \text{ cm} =$ visione distinta

$s = L d_R \Rightarrow d_R$ e $p = 1/d_R$

con $s =$ dist minima tra due punti osservati a distanza $L = 25 \text{ cm}$ dall'occhio che vengono appena dis



RETICOLO di DIFFRAZIONE = sys di N fenditure, ciascuna di larghezza a , equispaziate di una distanza d

$d =$ passo del reticolo,

$L =$ lunghezza complessiva

\rightarrow se illuminato con luce di lunghezza d'onda λ ,

le N fenditure si comportano come N sorgenti coerenti di luce.

$\theta = 0$: le onde emesse dalle N fenditure sono in fase

$\delta = \frac{2\pi}{\lambda} d \sin \theta = 2m\pi$ $\sin \theta_m = \frac{m\lambda}{d}$, $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ direzioni dei max principali ($I = NI_1^2$)

$m = 0, \theta = 0$: max centrale (max di ordine 0)

$m = \pm 1$: i 2 max adiacenti al max centrale (max principali del I ordine)

$m = \pm 2$: max principali di II ordine, and so on...

condizione per l'ordine max per l'effetto dell'interferenza:

$$\sin \theta_m \leq 1, m \leq d/\lambda$$

se mi pongo nell'intorno del max centrale (anche nell'intorno di ciascun max principale) quando $N\delta = N \frac{2\pi}{\lambda} d \sin \theta = \pm 2\pi$ diff di fase tra la prima e la N -esima sorgente,

$$\text{e } \sin \theta = \pm \frac{\lambda}{Nd} = \pm \frac{\lambda}{L}$$

\Rightarrow gli N fasori formano una poligonale chiusa: $E_p = 0 \Rightarrow I = 0$

$\Delta(\sin \theta) = \pm \frac{\lambda}{Nd} = \pm \frac{\lambda}{L}$ dist angolare tra un max che si forma all'angolo per cui $\sin \theta_m = m \frac{\lambda}{d}$ e i minimi adiacenti

$$\frac{\lambda}{L} \ll 1: \Delta(\sin \theta) = \cos \theta_m \Delta \theta \Rightarrow \Delta \theta_m = 2\Delta \theta = \frac{2\lambda}{Nd \cos \theta_m} = \frac{2\lambda}{L \cos \theta_m}$$
 largh angolare di un max principal

(\rightarrow a parità di passo d , più largo è il reticolo, maggiore è il numero N delle fenditure, più stretti sono i max principali)

l'effetto della diffrazione è quello di far diminuire l'intensità I_1 di ciascuna fenditura all'aumentare di $\theta_m \Rightarrow$ l'intensità dei max principali di ordine $\pm 1, \pm 2, \dots$ risulta minore dell'intensità del max principale di ordine $m = 0, \theta = 0$.

\downarrow per finire l'intensità basta osservare che per θ_m :

$$\sin \theta_m = m \frac{\lambda}{d} \text{ e } \sin \theta_m = \frac{\lambda}{a} \text{ si avrebbe un max princ d'ordi e un min nullo di diffraz}$$

$$(I_1(\theta_m) = 0 \Rightarrow \text{intensità nulla})$$

$$I(m) = N^2 I_1(\theta_m) \text{ MAX}$$

SPETTRI a RIGHE (gas a press. man. inopp. evanesce): successione discreta di lunghezze d'onda (⇒ di righe spettrali);

caratteristiche delle sostanze eccitate che li emettono come anche gli a bande.

SPETTRI a BANDE: le righe sono addensate con continuità nell'intorno di certe lunghezze d'onda, formando delle bande di lunghezze d'onda tra loro separate;

SPETTRI CONTINUI (solidi e liquidi a T elevate): successione continua di lunghezze d'onda all'interno di un intervallo relativamente largo

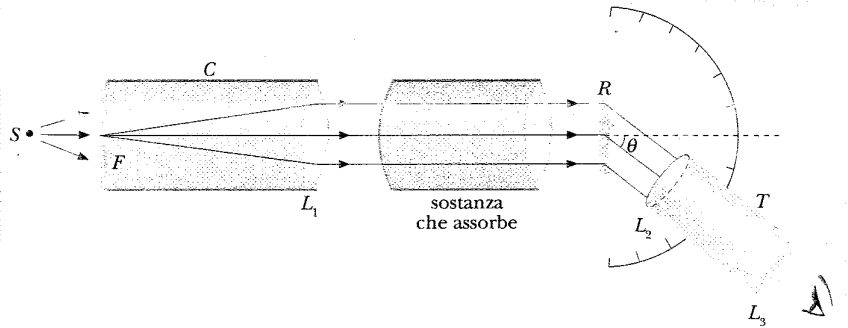
SPETTRI di ASSORBIMENTO → usati per il riconoscimento degli elementi

e esaminiamo la luce emessa da un filamento incandescente: striscia continua di colori dal violetto al rosso

interpongo tra la lampada e il tubo un recipiente di vetro trasparente riempito per esempio con vapori di sodio

lo spettro continuo colorato è solcato da 2 linee nere ("righe di assorbimento"):

il sodio ha assorbito le 2 lunghezze d'onda ⇒ interponendo varie sostanze si osserva ogni volta una serie ≠ di righe di assorbimento che nel loro complesso costituiscono uno spettro di assorbimento



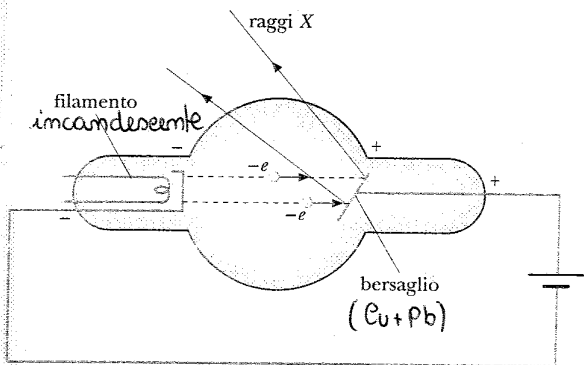
regola di Kirchhoff: "ogni sostanza" è in grado di assorbire le radiazioni che, nelle stesse condizioni, è capace di emettere;

righe di Fraunhofer = righe nere nello spettro di assorbimento solare rappresentano lo spettro di assorbimento dell'insieme degli elementi presenti sulla superficie solare (atmosfera) su un fondo continuo che corrisponde all'emissione di un corpo a T = 6000K

la radiazione assorbita dagli atomi della sostanza interposta viene diffusa in tutte le direzioni, indipendentemente dalla direzione di propagazione della luce incidente

DIFFRAZIONE di RAGGI X

raggi X: occupano la banda di radiaz. e.m. con lunghezze d'onda $\lambda < 10^{-9} m$



tubo di Coolidge = dispositivo per la produzione di raggi X: un fascio di elettroni emessi da un filamento incandescente viene accelerato da una d.d.p. tipicamente compresa tra 10 e 100kV e colpisce un bersaglio di materiale pesante (rame e piombo);

gli elettroni penetrando nei primi strati del bersaglio risentono dei fortissimi campi elettrici locali e subiscono notevoli decelerazioni

⇒ emissione di radiaz. e.m. (radiazione X o raggi X)

un reticolo cristallino in cui gli atomi sono disposti secondo strutture regolari con dist. reciproche $d \approx 2,8 \cdot 10^{-10} m$ molto piccole, costituisce un reticolo di diffrazione per raggi X che hanno lunghezze d'onda λ confrontabili con d:

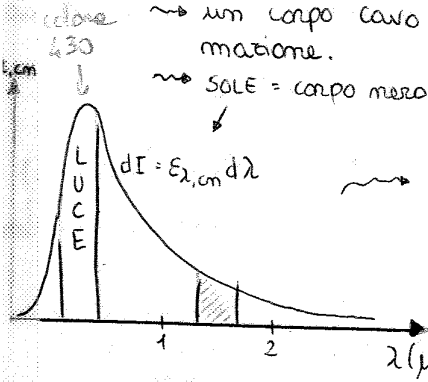
quando un fascio di raggi X incide sul cristallo, gli atomi diventano un sistema tridimensionale di sorgenti coerenti che diffondono raggi X in tutte le direzioni

della RADIAZIONE e della MATERIA

RADIAZIONI TERMICHE: qualsiasi corpo solido o liquido che si trovi ad una temp T , emette radiazioni e.m.; lo spettro di emissione appare continuo e $\uparrow T \rightarrow \uparrow$ Potenza emessa e \downarrow il valore medio delle λ contenute nello spettro di emissione $\rightarrow \uparrow$ valore delle ν ;

CORPO NERO: corpo ideale, ha la proprietà di assorbire completamente qualsiasi radiazione che lo colpisca (cioè non riflette la radiaz e.m. che lo colpisce);
 \rightarrow un corpo cavo mantenuto alla temp di equilibrio T lo rappresenta in buona approssimazione.

\rightarrow SOLE = corpo nero con $T_{superf} = 6000K$.



per un certo intervallo di lunghezze d'onda $d\lambda$, la quantità $dI(\lambda) = E_{\lambda,cm} d\lambda$, area sotto la curva, rappresenta l'energia emessa per un tempo e un'area cioè l'intensità riferita a quell'intervallo di lunghezze d'onda.

$E_{\lambda,cm}$ = potere emissivo specifico del corpo nero [W/m^2]

EGGE dei CORPI NERI

I di Stefan-Boltzmann: $E_{cm} = \int_0^{\infty} E_{\lambda,cm} d\lambda = \sigma T^4$ con $\sigma = 5,6705 \cdot 10^{-8} W/m^2 K^4$ = cost di Stefan;

II legge di Wien (dello spostamento): $\lambda_{max} T = 2,8978 \cdot 10^{-3} mK = 2,8978 \cdot 10^3 \mu m K$ lunghezza d'onda alla qd si ha il max di emissione di energia;

III legge di Wien: $(E_{\lambda,cm})_{max} = a T^5$ con $a = 1,287 \cdot 10^{-5} W/m^2 K^5$

IV di Kirchhoff sul potere emissivo di un corpo: $E = e E_{cm}$ con e = emissività = f (natura materiale, T, stato superf) < 1 sempre

EGGE di PLANCK

$E_{\lambda,T} = \frac{c_1}{\lambda^5} \frac{1}{e^{c_2/\lambda T} - 1}$ con $c_1 = 2\pi^5 c^2 h$ $c = 3 \cdot 10^8 m/s$
 $c_2 = hc/k_B$ $k_B = 1,38 \cdot 10^{-23} JK^{-1}$ cost di Boltzmann $\Rightarrow E_{\lambda,T} = \frac{2\pi^5 c^2 h}{\lambda^5} \frac{1}{e^{hc/k_B \lambda T} - 1}$
 $h = 6,626 \cdot 10^{-34} Js$

di Planck: • gli atomi che costituiscono le pareti delle cavità si comportano come oscillatori che emettono e assorbono energia;

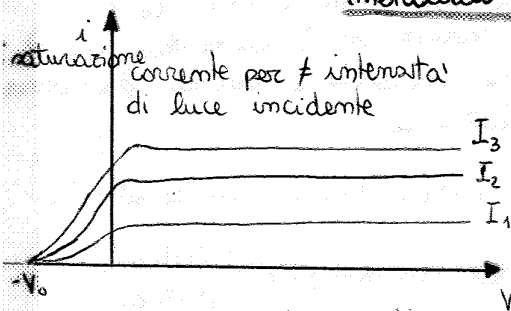
• l'energia di un oscillatore può assumere solo valori discreti $E_m = h \nu$ con ν = freq radiazione,

$m = m$ intero positivo (numero quantico),

h = cost opportuna ("di Planck").

"teoria quantistica": la radiaz e.m. all'interno della cavità è considerata come un gas di quanti, detti fotoni, descritto dalla statistica quantistica di Bose-Einstein

EFFETTO FOTOELETTRICO = processo in cui gli elettroni possono uscire da una superf metallica quando essa è colpita da luce di un'opportuna freq.



$-V_0$ = potenziale d'arresto (per il quale la corrente si annulla)
 \downarrow ad esso corrisponde

• $E_{k,max} = eV_0$ Em cinematica max con cui vengono emessi elettroni

• I varia da 0 ad un valore max = "eni di Fermi E_F "

(se $\uparrow I \Rightarrow \uparrow$ corrente di saturazione \Rightarrow vengono emessi più elettroni);

\propto Energia trasportata

superf. tempo

\propto N. Fotoni

superf. tempo

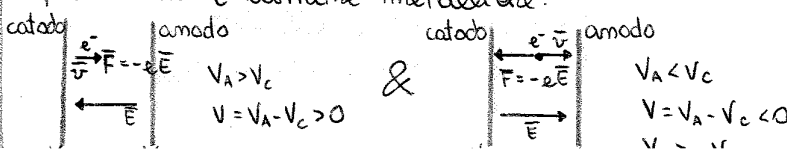
\propto N. Elettroni emessi

tempo

$\propto i$

Hertz osservò che tale effetto si aveva per: $\nu > \nu_0$ (= valore soglia, dipende dal materiale catodico)

prendendo 2 lammine metalliche:



$V_0 = W_e/h$

... serie Lyman ... $n_1 = 1, n_2 = 2, 3, 4, \dots$ righe cioè da maggiore freq (o λ) ben definite.

$\frac{1}{\lambda} = R_H \left(\frac{1}{m_1^2} - \frac{1}{m_2^2} \right)$ formula di Rydberg con $m_1, m_2 (m_1 > m_2)$ numeri interi

$R_H = 1,0967758 \cdot 10^7 \text{ mm}^{-1} = \text{cost di Rydberg}$ $U_e(V)$

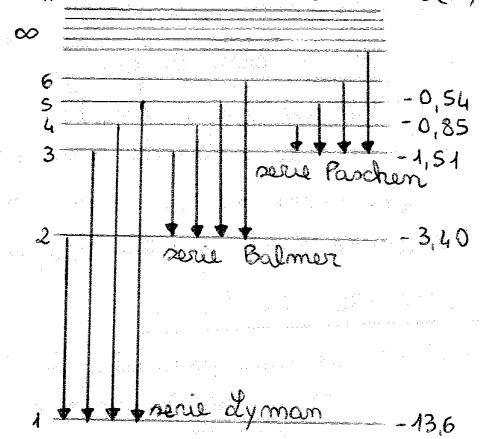
Lyman: $\frac{1}{\lambda} = R_H \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{m^2} \right) m = 2, 3, 4, \dots$ ultravioletto

Balmer: $\frac{1}{\lambda} = R_H \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{m^2} \right) m = 3, 4, 5, \dots$ visibile

Paschen: $\frac{1}{\lambda} = R_H \left(\frac{1}{3^2} - \frac{1}{m^2} \right) m = 4, 5, 6, \dots$ infrarosso

Brauer: $\frac{1}{\lambda} = R_H \left(\frac{1}{4^2} - \frac{1}{m^2} \right) m = 5, 6, 7, \dots$ infrarosso

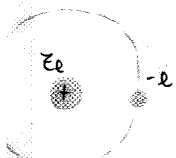
Pfund: $\frac{1}{\lambda} = R_H \left(\frac{1}{5^2} - \frac{1}{m^2} \right) m = 6, 7, 8, \dots$ infrarosso



modello nucleare dell'atomo...

1) RUTHERFORD:

- nucleo positivo praticamente puntiforme risp alle dimensioni dell'atomo (10^{-15} m contro 10^{-10} m), circondato da una nuvola negativa di elettroni;
- pensate in moto lungo orbite stazionarie intorno al nucleo;
- raggio $\approx 10^{-15} \div 10^{-14} \text{ m}$;
- massa nucleo \approx massa atomo;
- carica = $+Ze$

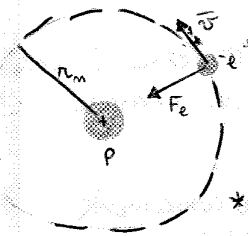


• se la traiettoria degli elettroni fosse una circonferenza, gli elettroni stessi, collimerebbero in quanto, essendo costantemente accelerati, consumerebbero la loro energia in poco tempo.

2) BOHR: appunto modifiche a Rutherford introducendo un'ipotesi quantistica

Solo alcune orbite sono permesse e soddisfanno una condizione di quantizzazione a formare un insieme discreto:

- su qst orbite l'elettrone non irradia;
- l'elettrone può transire tra 2 orbite emettendo o assorbendo un fotone di energia $\Delta E = h\nu$



elettrone che compie un'orbita circolare di raggio r attorno al protone
 $m_e v^2 = \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r^2}$ la forza coulombiana e la forza centripeta che mantiene l'elettrone nell'orbita circolare

$E = E_k + E_p = \frac{1}{2} m_e v^2 - \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r}$
 $E = -\frac{1}{2} \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r}$ ≤ 0 : sys "legato" > 0 : sys "libero" = non legato all'atomo
 quantizzazione del momento angolare dell'elettrone
 $L = m_e v r = m \frac{h}{2\pi}$ con $m = 1, 2, 3, \dots$
 con $h = \frac{h}{2\pi} = 1,055 \cdot 10^{-34} \text{ J s}$ cost di Planck ridotta

$r_m = \frac{4\pi\epsilon_0 \hbar^2}{m_e e^2} m^2 = 0,529 \cdot 10^{-10} \text{ m}^2, m = 1, 2, 3, \dots$ raggi delle orbite (m)

$U_m = -\frac{1}{2} \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r_m} = -\frac{1}{2} \frac{m_e e^4}{(4\pi\epsilon_0)^2 \hbar^2 m^2} = -\frac{2,176 \cdot 10^{-18} \text{ J}}{m^2} \Rightarrow U_m = -\frac{13,6}{m^2} \text{ [eV]}$ con $m = 1, 2, \dots$

- l'energia dell'elettrone e' quantizzata;
- in una situazione normale l'atomo e' nello stato fondamentale di $<$ energia: $m = 1$, cui corrisponde l'energia di legame $U_1 = -13,6 \text{ eV}$ che rappresenta anche l'energia minima che occorre fornire all'elettrone per portarlo all' ∞ (cui compete lo stato di max energia);
- raggio di Bohr = $r_1 = 0,529 \cdot 10^{-10} \text{ m}$ (nello stato fondamentale) $\approx 0,53 \text{ \AA}$
- dallo stato eccitato, l'atomo torna allo stato fondamentale in un tempo breve $\sim 10^{-9} \text{ s}$

$E_1 = -13,6 \text{ eV}$ en di ionizzazione dell'atomo di idrogeno

$\Delta p_y \Delta y \geq \hbar$
 altre componenti di $\Delta p_x, \Delta p_z$ e Δz con cui se ne misura contemporaneamente la quantità di moto non sono indipendenti poiché il loro prodotto non può essere $< \hbar$ con $\hbar = h/2\pi = 1,055 \cdot 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$
 principio di indeterminazione

QUADRONE di SCHRÖDINGER

FUNZIONE D'ONDA $\Psi(x, y, z, t)$: per rappresentare l'onda che descrive la particella, è tale che il valore medio del quadrato $|\Psi|^2$ dà la probabilità di trovare la particella all'istante t nell' intorno di un punto $P(x, y, z)$

la determinazione di Ψ per una particella avente un potenziale $E_p(x, y, z)$ avviene tramite la soluzione di un'equazione differenziale alla quale Ψ obbedisce...

Q di SCHRÖDINGER: valida per particelle non relativistiche

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \left(\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial z^2} \right) + E_p(x, y, z) \Psi = i \hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t}$$

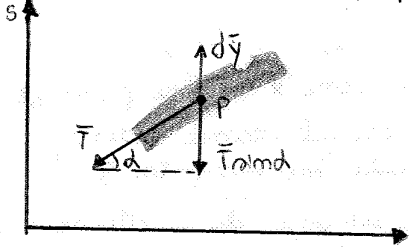
con i = unità immaginaria, m = massa particella

massa di un elemento $\Delta x = \rho \Sigma \Delta x$

$dm = \rho \Sigma dx = \rho \Sigma \frac{dx}{\cos \alpha} = \rho \Sigma dx = \rho_l dx$ massa dell'elem di corda dl
 con $\rho_l = dm/dx = \rho \Sigma$ densità lineare di massa
 $dF_y = dm \cdot a_y$ II legge dinamica
 $T \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} dx = \rho_l dx \cdot \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \Rightarrow \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = v^2 \frac{\partial^2 y}{\partial x^2}$ D'Alembert con $v = \sqrt{\frac{T}{\rho_l}}$ vta di propagazione
 = cost se corda omogenea ($\rho = \text{cost}$)
 e calibra (se corda $\Sigma = \text{cost}$)

TRASPORTO (propagazione) di ENERGIA

onda armonica che si propaga verso dx: $y(x,t) = A \sin(kx - \omega t)$



\bar{T} = forza esercitata su un elemento di corda concentrato in P
 by elemento immediatamente a dx;

$d\bar{y}$: spostamento trasversale infinitesimo;

$dW = \bar{T} \cdot d\bar{y}$ lavoro meccanico

membrando $\sin \alpha \approx \tan \alpha \approx \partial y / \partial x$:

$\bar{T} = -T \frac{\partial y}{\partial x} \frac{\partial y}{\partial t} = TA^2 \omega k \cos^2(kx - \omega t)$

* $\frac{\partial y}{\partial x} = kA \cos(kx - \omega t)$

* $\frac{\partial y}{\partial t} = -\omega A \cos(kx - \omega t) = -v_{max} \cos(kx - \omega t)$

potenza trasferita dall'onda all'elem di corda che acquista $v = \partial y / \partial t$

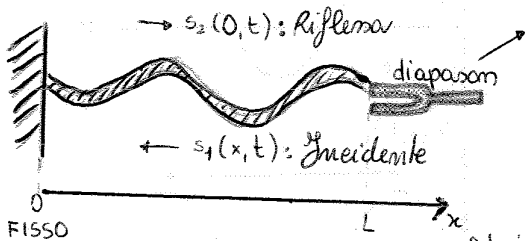
trasporto di energia e qnta' moto

$\bar{P} = \frac{1}{2} T \omega k A^2 = v_{mec} \cdot v$ sapendo che $\langle \cos^2 \theta \rangle = \frac{1}{2}$

$U_{mecc} = \frac{1}{2} dm v_{max}^2 = \frac{1}{2} \rho_l dx \omega^2 A^2$ energia meccanica dell'elemento di corda
 con $v_{max} = \omega A$

e $v_{gr} = \frac{dU_{mecc}}{dx}$ per vd lunghe (densità lineare)

ONDE MECCANICHE STAZIONARIE (in una corda tesa): by sovrapp di due onde armoniche di uguale A, uguale ω che si propagano con v in versi opposti.



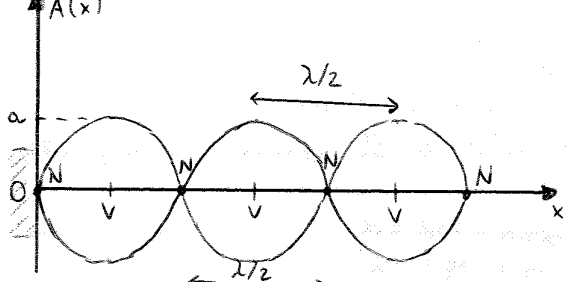
= sorgente di onde sonore sinusoidali nell'aria
 0, in qst caso, in una corda tesa fissata ad un'estremo
 $s_1(x,t) = a \sin(kx - \omega t)$ by diaphragm verso 0
 $s_2(0,t) = a \sin \omega t$ perturbazione in 0

il punto 0 deve essere fisso \Rightarrow la rzm del vincolo genera un'onda riflessa s_2 :

equilibrio: $s_1(x,t) + s_2(0,t) = 0 \Rightarrow s_2(0,t) = -a \sin \omega t$
 $\Rightarrow s_2(x,t) = a \sin(kx - \omega t)$ che si propaga verso x positivo

$s(x,t) = s_1(x,t) + s_2(x,t) = a[\sin(kx + \omega t) + \sin(kx - \omega t)] = 2a \sin kx \cos \omega t$ perturbaz complessiva

$A(x) = 2a \sin kx = 2a \sin \frac{2\pi}{\lambda} x$



eq onde stazionarie

VENTRI = max d'oscillazione nei punti $\sin kx = 1$:
 $kx = \frac{2\pi}{\lambda} x = (2m+1) \frac{\pi}{2}$, $x = (2m+1) \frac{\lambda}{4}$ $m = 0, 1, 2, \dots$

MODI = ampiezza dell'oscillaz = 0 : $\sin kx = 0$:
 $kx = \frac{2\pi}{\lambda} x = m\pi$, $x = m' \frac{\lambda}{2}$ $m' = 0, 1, 2, \dots$

RISONANZA: nel caso di coincidenza tra la freq del diaphragm e una delle freq $v_m = \frac{v}{\lambda_m} = \frac{v}{2L} m = v_m$

- la dist tra due ventri adiacenti e' $\lambda/2$;
- la dist tra due modi adiacenti e' $\lambda/2$;
- la dist tra un modo e un ventre adiacente e' $\lambda/4$;
- tt i punti tra 0 e $\lambda/2$ oscillano in fase, quelli tra $\lambda/2$ e λ sono anch'essi in fase, ma in opposizione ai precedenti e così via.

in ogni periodo T_0 la S si spostata di $v_s T_0$ che è $< \lambda_0$ poiché $v_s < v$,
 dist tra 2 fronti d'onda consecutivi è $\lambda_0 - v_s T_0$ e vicino a R i fronti sono più vicini tra loro;

$$\Rightarrow \lambda_R = \lambda_0 - v_s T_0 = \frac{v}{v_0} - \frac{v_s}{v_0} = \frac{v - v_s}{v_0}$$

$$v_R = \frac{v}{\lambda_R} = \frac{v}{v - v_s} v_0 > v_0$$

oppure: $(v_R) = \frac{N}{\Delta t} = \frac{v \Delta t}{\lambda_R \Delta t} = \frac{v}{\lambda_R} = \frac{v}{\lambda_0 - v_s T_0} = \frac{v}{v - v_s} v_0 > v_0$

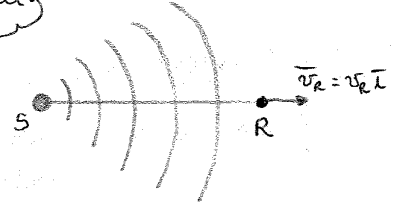
valida sia in caso di allontanamento ($v_s < 0, v_R < v_0$)
 che di avvicinamento ($v_s > 0, v_R > v_0$)

caso 3: S ferma e R in moto con v_R lungo la retta SR: R si avvicina a S

$\lambda_0 =$ dist tra 2 fronti d'onda,
 $N = \frac{(v - v_R) \Delta t}{\lambda_0}$ n° fronti d'onda che interessano R

$$\Rightarrow v_R = \frac{N}{\Delta t} = \frac{v - v_R}{\lambda_0} = \frac{v - v_R}{v} v_0 < v_0$$

- R si avvicina a S $\Rightarrow v_R > v_0$
- R si allontana da S $\Rightarrow v_R < v_0$



caso 3: S si muove con v_s e R con v_R : v^{rel} // tra loro: $\bar{v}_s = v_s \bar{t}$ e $\bar{v}_R = v_R \bar{t}$

$v - v_R = v^{rel}$ dell'onda relativa a R
 $\lambda_0 - v_s T_0 = (v - v_s) T_0 =$ dist tra i fronti d'onda

$$v_R = v_0 \frac{v}{v - v_s} + \frac{v - v_R}{v} v_0 = \frac{v - v_R}{v - v_s} v_0$$

S in moto
R in moto
R e S in moto

INTERFERENZA di ONDE SONORE ARMONICHE

2 onde armoniche di uguale v, λ, A che compiono percorsi \neq per raggiungere lo stesso punto P:

$$s_1(x, t) = A \sin(kx_1 - \omega t) \xrightarrow{\text{sovrapposizione}} s(x, t) = s_1(x, t) + s_2(x, t) = A [\sin(kx_1 - \omega t) + \sin(kx_2 - \omega t)]$$

$$s_2(x, t) = A \sin(kx_2 - \omega t)$$

by prostaferesi: $s(x, t) = 2A \cos k \frac{x_1 - x_2}{2} \sin [k \frac{(x_1 + x_2)}{2} - \omega t]$

$$s_0 = 2A \cos \frac{k(x_1 - x_2)}{2} = 2A \cos \frac{\varphi}{2}$$

ampiezza dell'onda = $f(\varphi)$

con $\varphi = (kx_1 - \omega t) - (kx_2 - \omega t) = k(x_1 - x_2)$ diff di fase

• $(s_0)_{max} = 2A$ quando le onde interferiscono costruttivamente: $\varphi = 2\pi m, x_1 - x_2 = m\lambda$ con $m = 0, 1, 2, \dots$
 cioè con le due onde in fase; $\Rightarrow I = 4I_1$ intensità dell'onda risultante

• $I = 0$ quando c'è interferenza distruttiva: $\varphi = (2m' + 1)\pi, x_1 - x_2 = (2m' + 1) \frac{\lambda}{2}$ con $m' = 0, 1, 2, \dots$
 $I_1 =$ della singola sorgente

IB: a parità di altre condizioni se $A \neq$ per le due onde:

$(s_0)_{max} = A_1 + A_2$ interf costruttiva,

$(s_0)_{min} = |A_1 - A_2|$ interf distruttiva,

$$I = I_1 + I_2 \pm 2\sqrt{I_1 I_2}$$

un dispositivo che produce l'interferenza di due onde sonore è il tubo di Guinckle