NUMERO: 641

DATA: 07/10/2013

A P P U N T I

STUDENTE: Girardi

MATERIA: Meccanica delle Macchine + Esercizi
Prof. Eula

Derivata di un vettore

$$\underbrace{\frac{d(r\vec{\lambda})}{dt}}_{\text{vettore velocita'}} = \omega\vec{k} \wedge \underbrace{(r\vec{\lambda})}_{\text{vettore posizione}} = \vec{\omega} \wedge \vec{r} \rightarrow$$ Terna di vettori tra loro perpendicolari

---

CORPO RIGIDO

La distanza tra 2 punti qualsiasi non cambia.

- MOTO TRASLAZIONE → $\boxed{\vartheta = cost \quad \omega = 0 \quad \dot{\omega} = 0 \quad \vec{v}_A = \vec{v}_B \quad \vec{a}_A = \vec{a}_B}$

MOTO ROTATORIO (intorno ad un punto fisso) → $\boxed{\vec{v}_P = \vec{v}_O + \omega\vec{k} \wedge (P-O)}$

$$\boxed{\vec{a}_P = \vec{a}_{P_n} + \vec{a}_{P_{tg}} = -\omega^2 (P-O) + \dot{\omega}\vec{k} \wedge (P-O)}$$

Distribuzione triangolare delle velocita' → diminuiscono mano a mano che mi avvicino al punto fisso che ha velocita' = 0.

- MOTO ROTOTRASLATORIO → $\vec{v}_A = \vec{v}_B + \vec{v}_{A/B}$ → $\boxed{\vec{v}_A = \vec{v}_B + \omega\vec{k} \wedge (A-B)}$
  $\omega = 0$ → Traslazione
  $\vec{v}_B = 0$ → Rotazione

$\vec{a}_A = \vec{a}_B + \vec{a}_{A/B}$

$$\boxed{\vec{a}_A = \vec{a}_B + \dot{\omega}\vec{k} \wedge (A-B) - \omega^2 (A-B)}$$
$\omega = 0,\ \dot{\omega} = 0$ → Traslazione
$\vec{a}_B = 0$ → Rotazione

Teorema di Rivals

CENTRO DELLE VELOCITA'

$$\boxed{C_V \begin{cases} v_{CV} = 0 \\ a_{CV} \neq 0 \end{cases}}$$ → vale il teorema di Rivals.
$a_{CV} = 0$ → solo se c'e' un vincolo

$\boxed{v_A, v_B \text{ NON } //}$
↓
traccio le ⊥ alle direzioni delle velocita'. Il cv e' dove si incontrano.

$\boxed{v_A, v_B \ //}$ note in M, D, V
// e discordi → Cv e' INTERNO
// e concordi → Cv e' ESTERNO
// concordi e uguali → Cv e' all'INFINITO

PRINCIPIO DI TRASMISSIBILITÀ

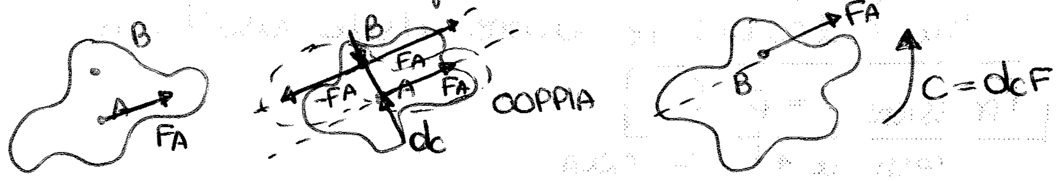
(di una forza lungo la sua retta di azione)

F può traslare lungo la sua direzione lontano dal suo punto di applicazione.

TRASPORTO DI UNA FORZA FUORI DALLA SUA RETTA DI AZIONE

↓

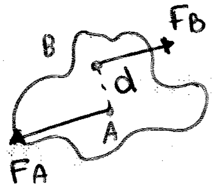
si genera un MOMENTO DI TRASPORTO ⇒ $\boxed{C = \underbrace{d_c}_{\text{braccio}} F}$



MOMENTO DI 1 FORZA:

$$\boxed{\vec{M_O} = \vec{r} \wedge \vec{F} = F \underbrace{r \operatorname{sen}\alpha}_{b}}$$

COPPIA DI FORZE:



D: $F_B \parallel F_A$
M: $|F_B| = |F_A|$ → mettono in rotazione il corpo
V: opposte

VETTORE LIBERO ← $\boxed{M_O = dF = C}$

EQUILIBRIO

1) 2 FORZE (cerniera normale) → M $|F_1| = |F_2|$
D $F_1 \parallel F_2$
V opposto

2) 2 FORZE + 1 COPPIA ESTERNA (cerniera fissa) → M $|F_1| = |F_2|$
↓(1 nota)
D $F_2 \parallel F_1$ + $C = C_e$
V opposto

3) 3 FORZE
→ 1 M, D, V
→ 1 D → PUNTO STELLA: intersezione direzioni note. Anche la 3° deve passarci
→ 1 ?

- Calcolo $\vec{M}$ rispetto ad E → braccio nullo → EQ. ROTAZIONE
- Triangolo delle forze → F_3 → Risultante = 0 → EQ. TRASLAZIONE

AZIONI DI INERZIA

$$\left.\begin{aligned}\vec{F}_{ING} &= -m\vec{a}_G \\ \vec{M}_{ING} &= -I_G\dot{\vec{\omega}}\end{aligned}\right\}$$ hanno sempre VERSI OPPOSTI rispetto a $\dot{\vec{\omega}}$ e $\vec{a}_G$

EQ. STATICO

$$\begin{cases}\sum_{i=1}^{N} \vec{F}_{i\,EST} = 0 \\ \sum_{i=1}^{N} \vec{M}_{i\,EST} = 0\end{cases}$$

SISTEMA EQUIVALENTE

se la RISULTANTE delle forze e la RISULTANTE dei momenti hanno lo stesso valore nei 2 sistemi

← EQ. DINAMICO

ho delle accelerazioni quindi delle INERZIE

$$G \rightarrow \begin{cases}\sum_{i=1}^{N} \vec{F}_{i\,est} + \vec{F}_{ING} = 0 \\ \sum_{i=1}^{N} \vec{M}_{i\,est} + \vec{M}_{ING} = 0\end{cases}$$

EQUAZIONI CARDINALI DELLA DINAMICA

$$P \rightarrow \begin{cases}\sum_{i=1}^{N} \vec{F}_{i\,est} + \vec{F}_{ING} = 0 \\ \sum_{i=1}^{N} \vec{M}_{i\,est} + \vec{M}_{ING} + \overline{PG} \wedge \vec{F}_{ING} = 0\end{cases}$$

BARICENTRO

→ Si trova lungo l'ASSE DI SIMMETRIA, se ne ho uno solo. All'INTERSEZIONE degli assi di simmetria se ne ho 2.

SIST. DISCRETO → $$\begin{cases}x_G = \dfrac{\sum x_i m_i}{M} \\ y_G = \dfrac{\sum y_i m_i}{M}\end{cases}$$

SIST. CONTINUO → $$\begin{cases}x_G = \dfrac{\int_M x\,dM}{M} = \dfrac{\overset{\text{COST.}}{\rho}\int_V x\,dV}{M} \\ y_G = \dfrac{\int_M y\,dM}{M} = \dfrac{\rho\int_V y\,dV}{M}\end{cases}$$

$$\rho = \frac{dM}{dV} = \text{COST.}$$

MOMENTO DI INERZIA

SISTEMA DISCRETO → $\boxed{\sum_{i=1}^{N} m_i r_i^2}$

SISTEMA CONTINUO → $\boxed{\int_M r^2\,dm = \rho\int_V r^2\,dV}$

$$I_{SBARRETTA} = \frac{ml^2}{12}$$

$$I_{DISCO} = \frac{MR^2}{2} \text{ (assiale)}$$

$$I_{DISCO} = \frac{MR^2}{4} = \frac{I_0}{2} \text{ (diametrale)}$$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 7 di 72

Lavoro

$\rightarrow dL = \vec{F} \times d\vec{s} = F ds \cos\alpha = F_T ds$, $(F_T = F\cos\alpha)$

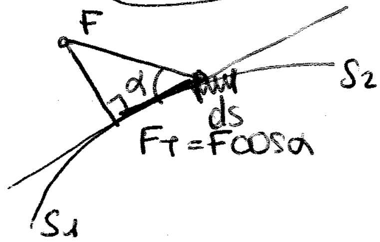
Il lavoro dipende dallo spostamento

$$\boxed{L = \int_{S_1}^{S_2} \vec{F} \times d\vec{s}}$$

→ $L > 0$ se sono concordi

→ $L < 0$ se sono discordi

JOULE



LAVORO DI UNA COPPIA: $\boxed{L = \int_{\vartheta_2}^{\vartheta_1} M d\vartheta}$

POTENZA

WATT

$$P = \frac{dL}{dt}$$

$$P_{FORZA} = F_T \cdot \frac{ds}{dt} = \boxed{F_T \cdot v = P_{FORZA}}$$

$$P_{COPPIA} = M \frac{d\vartheta}{dt} = \boxed{M \cdot \omega = P_{COPPIA}}$$

$$\boxed{P_{TOT} = P_{FORZA} + P_{COPPIA}}$$

RENDIMENTO

$$\boxed{\eta = \frac{P_{USCITA}}{P_{ENTRATA}} < 1}$$

$P_{USCITA} = P_{UTILE}$

$P_{ENTRATA} = P_{MOTRICE}$

LAVORO DI UNA MOLLA

$$\boxed{F_{MOLLA} = -Kx}$$

$$L_{MOLLA} = -\int_{x_1}^{x_2} (Kx)\,dx = \boxed{-\frac{1}{2}(x_2^2 - x_1^2) = L_{MOLLA}}$$

$$\boxed{L_{MOLLA} = -\Delta E_{P\,MOLLA} = \frac{1}{2}(x_2^2 - x_1^2)}$$

LAVORO FORZA PESO

$$L_{PESO} = -\int_0^h mg\,dz = \boxed{-mgh = L_{PESO}}$$

$$\boxed{L_{PESO} = -\Delta E_{P\,GRAVITAZIONALE} = mgh}$$

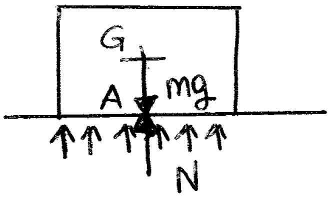
3

L'ATTRITO
→ forza incognita
→ non è lineare

1GdL

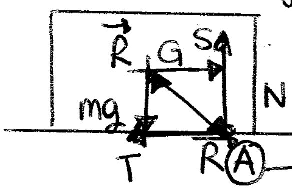
- **Attrito STATICO o di aderenza**

1)



$N = \int_A p\,dA$ → N è allineato con G

2) Applico una forza di trazione S, $\boxed{v=0}$



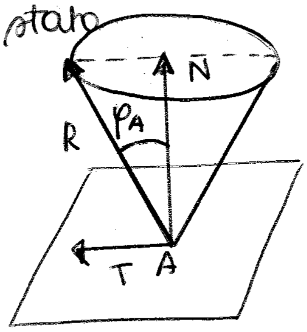
Il terreno reagisce con $\vec{R} = N + T$

A → NON è allineato con G come prima!

T = componente tangenziale di attrito statico
è una forza REATTIVA
verso opposto a quello di S, verso del possibile movimento

LEGGE DELL'ATTRITO STATICO (lega N e T)

$\boxed{T \leq f_a N}$ f_a = COEFFICIENTE ATTRITO STATICO
dipende dai corpi e dallo stato delle superfici.



$\boxed{\varphi_A = N \hat{,} R}$ → angolo di ADERENZA

$\boxed{T_{lim} = tg\,\varphi_A N}$

→ rappresentata dal CONO DI ATTRITO DI ADERENZA
Per tutti i valori interni al cono sono in condizioni di attrito statico: fino alla T_{lim}

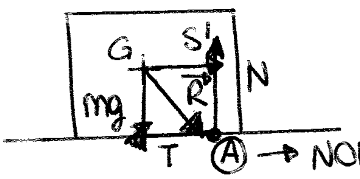
$\boxed{T_{lim} \leq f_a N}$ se $\boxed{T > T_{lim}}$ → $v \neq 0$ → ATTRITO DI STRISCIAMENTO

$T_{lim} = tg\,\varphi_A N$, $T_{lim} = f_a N$ $\boxed{f_a = tg\,\varphi_A}$

1GdL

- **Attrito di strisciamento o radente**

1) $\vec{v} \neq 0$ $\underline{\underline{v = COST}}$ $\boxed{S = T}$



Il terreno reagisce con $\vec{R} = N + T$

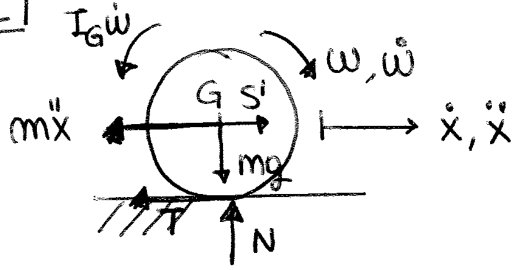
A → NON è allineato con G!

LEGGE DELL'ATTRITO DI STRISCIAMENTO

$\boxed{T = fN}$ N ⊥ al piano di scorrimento
T verso opposto a $\vec{v}$, // al piano di scorrimento
f = COEFFICIENTE ATTRITO RADENTE

RUOTA CONDOTTA O TRASCINATA (FORZA S')

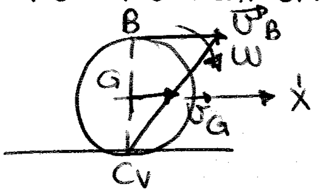
$\boxed{2 GdL}$



1GdL → $\omega, \dot x$ (e $\dot\omega, \ddot x$) sono LEGATE → attrito STATICO

2GdL → $\omega, \dot x$ (e $\dot\omega, \ddot x$) <u>non</u> sono LEGATE → attrito di strisciamento

PURO ROTOLAMENTO → ruota ma non trasla



↓ Distribuzione triangolare delle velocità

$|v_G| = \dot x$

$|v_B| = |2v_G| = 2\dot x$

4° equazione → $\begin{cases} \dot x = \omega r \text{ oppure } \ddot x = \dot\omega r \\ T \leq f_a N \end{cases}$

↳ se vale questa condizione posso usare come 4° eq. $\boxed{\dot x = \omega r}$

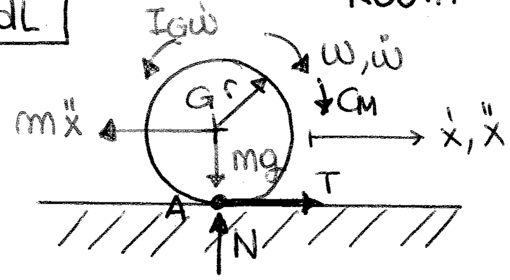
Altrimenti:

$T > f_a N$ → CONDIZIONE DI STRISCIAMENTO → $\boxed{T = Nf}$ 4° equazione

$\dot x \neq \omega r$ e $\ddot x \neq \dot\omega r$

RUOTA MOTRICE (COPPIA MOTRICE: C_M)

$\boxed{2GdL}$



$\boxed{A \equiv Cv}$

anziché una forza di trascinamento ho una <u>coppia MOTRICE</u> → C_M

↓

a cui è opposta T, la componente tg dell'attrito.

4° equazione:

se $\boxed{T \leq f_a N}$ → <u>ATTRITO STATICO</u>

PURO ROTOLAMENTO

$\dot x = \omega r$

$\ddot x = \dot\omega r$

$\boxed{1GdL}$

$\dot x$ e ω / $\ddot x$ e $\dot\omega$ sono legate

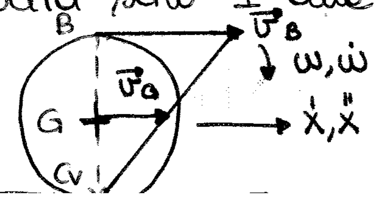
se $\boxed{T > f_a N}$ → <u>ATTRITO DI STRISCIAMENTO</u>

MOTO GENERICO

$T = fN$ $\boxed{2GdL}$

$\dot x$ e ω / $\ddot x$ e $\dot\omega$ <u>non</u> sono <u>legate</u>

Tutte le velocità sono ⊥ alle distanza del punto in cui si calcolano dal Cv.



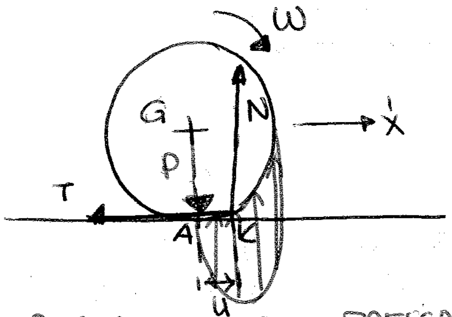
$\vec v_G = \omega \overline{GCv} = \omega r$

$\vec v_B = 2 v_G = \omega 2r$

ATTRITO VOLVENTE

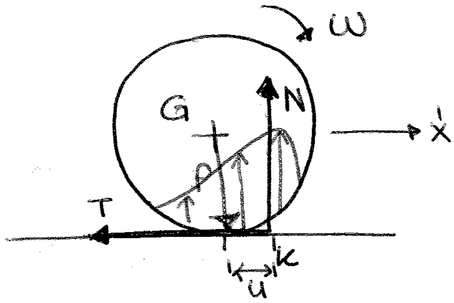
(solo x i corpi che RUOTANO)

ruota rigida
piano diformabile



RUOTA IN NEVE FRESCA

piano rigido
ruota deformabile



RUOTA SGONFIA

Le pressioni di contatto sono sbilanciate in avanti nel verso del moto.

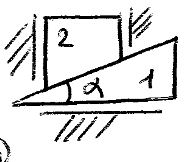
N e' spostata di $\boxed{u}$ → PARAMETRO DI ATTRITO VOLVENTE

$f_v = \frac{u}{r}$ → COEFFICIENTE DI ATTRITO VOLVENTE

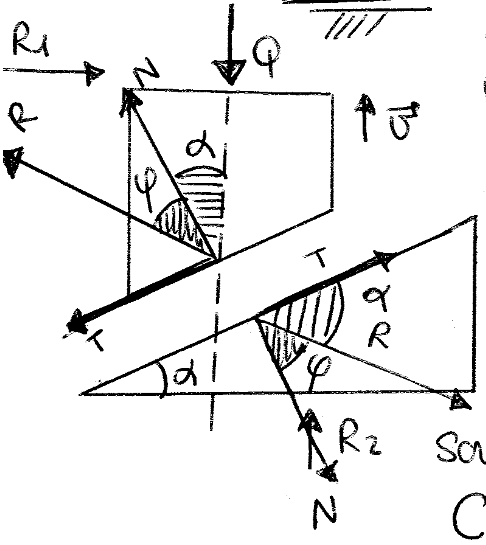
$$\boxed{T = f_v N}$$

COPPIA ELICOIDALE

Trasforma il moto di rotazione $\vec{\omega}$ in moto di traslazione $\vec{v}$ e viceversa
Per studiare il sistema vite - madrevite si usa il sistema dei CUNEI EQUIVALENTI.



1: madrevite
2: vite
Q: carico
α: angolo di inclinazione del filetto
φ: angolo di attrito di strisciamento



Devo calcolare la coppia C da applicare alla madrevite per far avanzare la vite a velocità $\vec{v}$ e far salire il carico.

← $F = \frac{C}{r}$

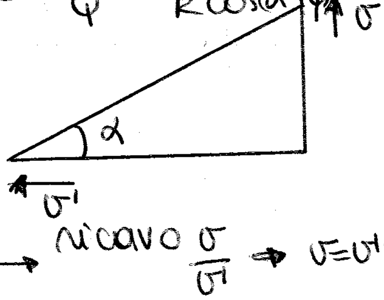
R_1: reazione vincolare della vite

← $\vec{v}' = \omega \cdot r$

R_2: reazione vincolare del piano sulla madrevite

Scrivo l'eq. → e ↑ di ① e ②: $\frac{F}{Q} = \frac{R \operatorname{sen}(\alpha+\varphi)}{R \cos(\alpha+\varphi)}$

$$C = r Q \operatorname{tg}(\alpha + \varphi)$$



RENDIMENTO

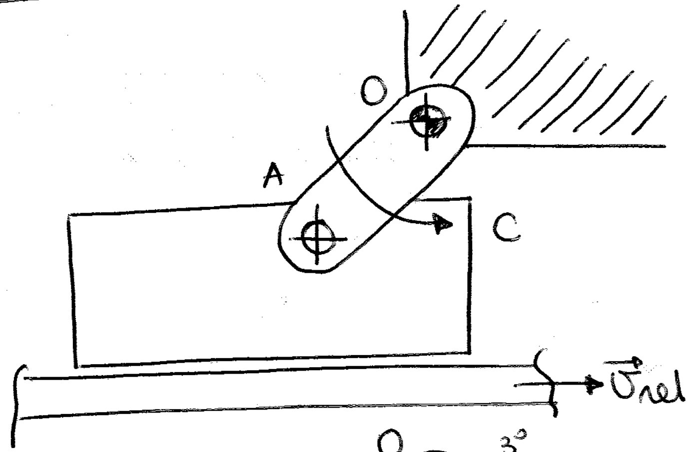
$\eta = \frac{P_u}{P_e} = \frac{Qv}{C \cdot \omega}$ → dato che conosco $\frac{Q}{F}$ → $\eta = \frac{Qv}{F \cdot v'}$ → ricavo $\frac{v}{v'}$ → $v = v' \operatorname{tg}\alpha$

$$\boxed{\frac{v}{v'} = \operatorname{tg}\alpha}$$

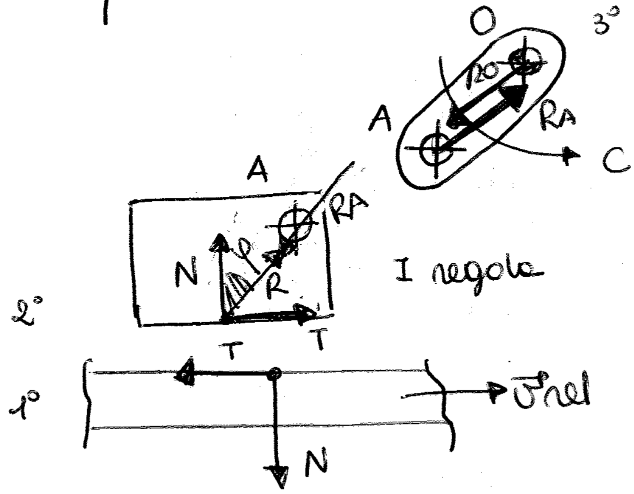
7

FRENO A pattino ad accostamento libero → 2 GdL

IPOTESI USURA



Non si può ricavare subito il diagramma delle pressioni → si calcola l'EQUILIBRIO spezzando la struttura.



II regola
d = distanza tra $\vec{R_O}$ e $\vec{R_A}$

Rotazione intorno alle cerniere fisse

$O)^{+}$ $C = R_A \cdot d$

$|R_A| = |R_O|$
$|R_A| = |R|$ → $|R_O| = |R|$

$$R = \frac{T}{\operatorname{sen}\varphi} = \frac{N}{\cos\varphi}$$

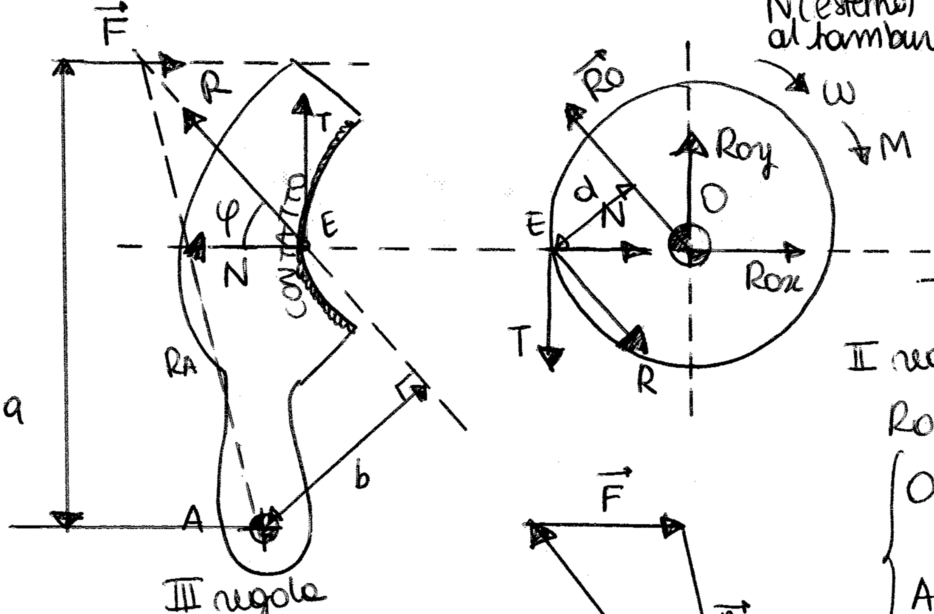
FRENO A TAMBURO ad accostamento rigido → 1 GdL

(∃ diversi tipi di freni a tamburo: INTERNI / ESTERNI con n° di CEPPI ≠).
INTERNI ↓ N (esterno) al tamburo; ESTERNI ↓ N (interno) ~~al tamburo~~

VEDI DISEGNO QUADERNO

$\boxed{\text{NO IPOTESI USURA}}$
↓
N e T sono applicate in E tg al tamburo

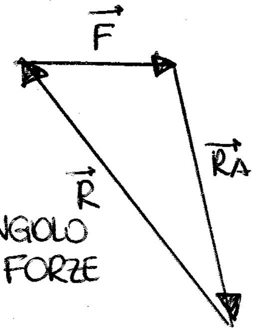
T è opposto a $\vec{\omega}$.



II regola
Rotazione intorno alle cerniere fisse

$O)^{+}$ $M = Rd$ → R

$A)^{+}$ $Fa = Rb$ → F



TRIANGOLO delle FORZE

se conosco R → ricavo F
se conosco F → ricavo R

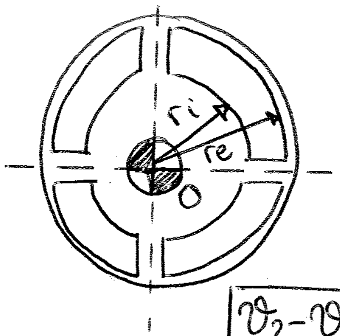
$$M_f = \int_A (dT)\,r = \int_A (f\,dN)\,r = \int (f\,p\,dA)\,r = \int_A f\,p\,d\theta\,r\,dr\,r = \int_A f\,\frac{k'}{r}\,r^2\,d\theta\,dr =$$

$M_f = (F \cdot r) \rightarrow (T \cdot r)$

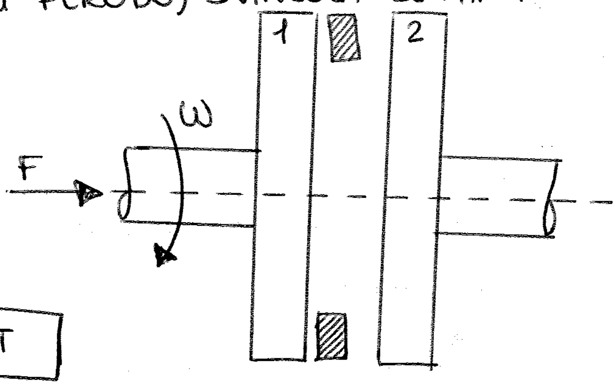
dT: attrito infinitesimo sull'areola

$$= f\,\underbrace{k'\left(\frac{r_e+r_i}{2}\right)(r_e-r_i)(\vartheta_2-\vartheta_1)}_{=F} \Rightarrow M_f = f\,F\,\underbrace{\left(\frac{r_e+r_i}{2}\right)}_{\text{raggio medio}}$$

FRIZIONE PIANA (caso particolare di freno a disco ma con 4 settori di FERODO) SVINCOLA LE PARTI



$\boxed{\vartheta_2-\vartheta_1=2\pi}$

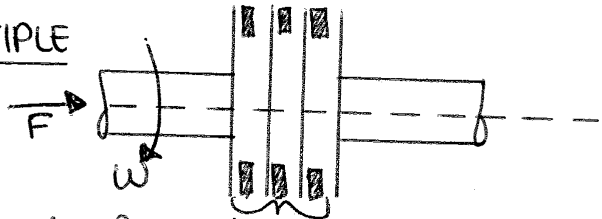


Dalle formule del freno a disco

$$\begin{cases} F = k'\,2\pi\,(r_e-r_i) \\ M_f = f\,F\left(\dfrac{r_e+r_i}{2}\right) = C_f \end{cases}$$

C_f: COPPIA TRASMESSA DALLA FRIZIONE in fase di strisciamento

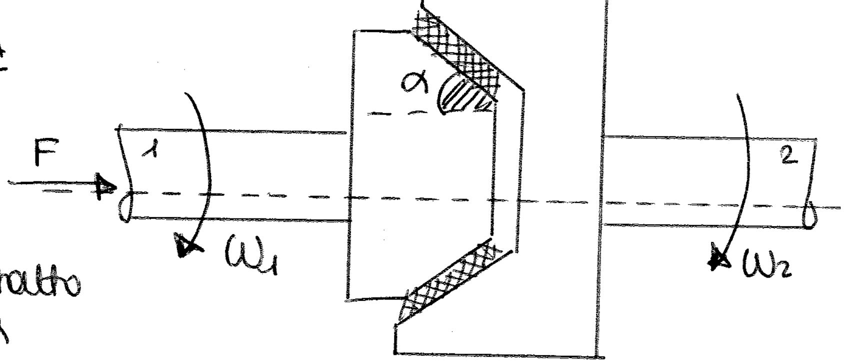
FRIZIONI PIANE MULTIPLE



$$C_F = n\,f\,F\left(\frac{r_e+r_i}{2}\right)$$

n: aumento la coppia frenante

FRIZIONE CONICA



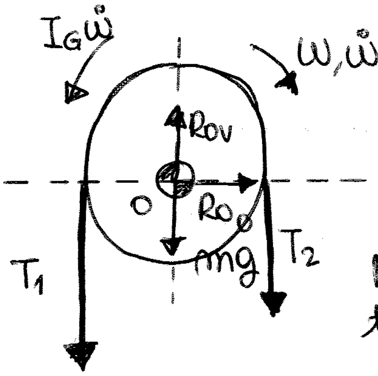
Se piano di contatto è inclinato di α

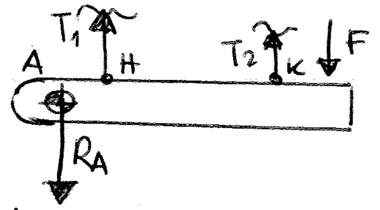
$$C_F = \left(\frac{f}{\operatorname{sen}\alpha}\right) F\left(\frac{r_e+r_i}{2}\right) \rightarrow C_F \text{ aumenta}$$

$\frac{f}{\operatorname{sen}\alpha}$ → coeff di ATTRITO RIDOTTO

$\boxed{\operatorname{sen}\alpha < 1}$

(9)

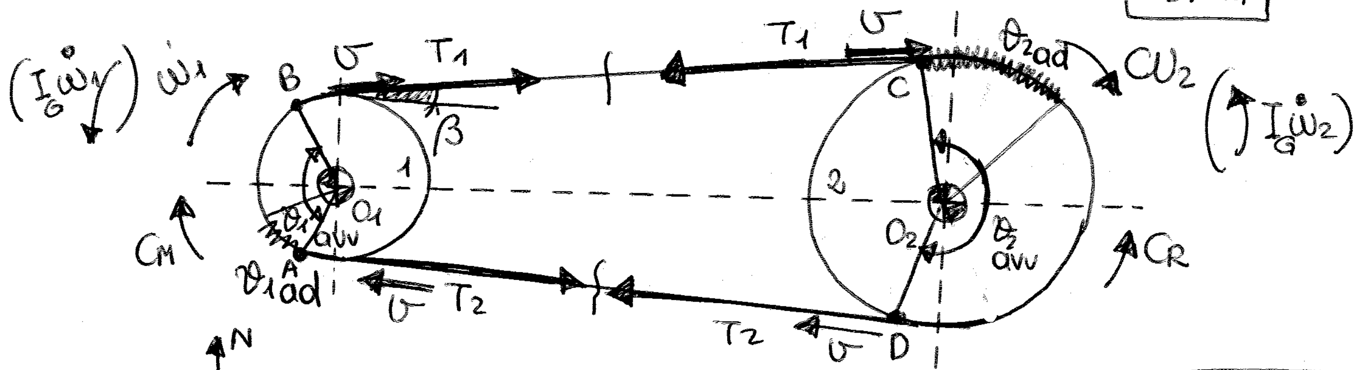


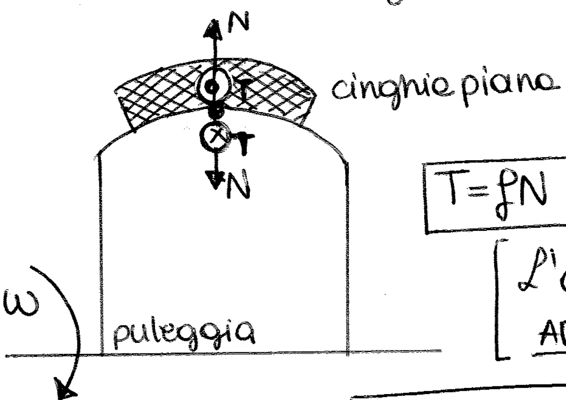


Non si indica il Mg perché è prodotto dalle tensioni T_1 e T_2 → sono la stessa cosa.

CINGHIA PIANA

$\boxed{T_2 > T_1}$



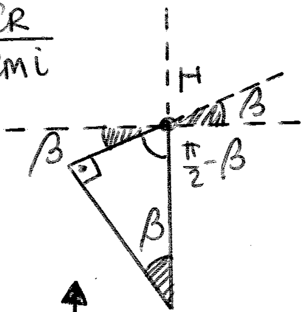


RAPPORTO DI TRASMISSIONE $\boxed{i = \frac{\omega_1}{\omega_2}}$

$\boxed{T = fN}$

[L'angolo di avvolgimento è in parte di ADERENZA e in parte di STRISCIAMENTO.]

RENDIMENTO $\boxed{\eta = \frac{P_{uscita}}{P_{entrata}} = \frac{C_R \omega_2}{C_M \omega_1}} \rightarrow \frac{C_R}{C_M i}$



$$\begin{cases} O_1)^{+} \quad C_M - (T_2 - T_1) r_1 = 0 \quad (-I_G \dot{\omega}_1) \\ O_2)^{+} \quad C_R + (T_2 - T_1) r_2 = 0 \quad (-I_G \dot{\omega}_2) \\ \frac{T_2}{T_1} = e^{f \vartheta^*} \end{cases}$$

→ è approssimato perché nel freno a nastro $v = 0$, mentre qui dovrei tenere conto delle inerzie

$\vartheta_1 avv = \pi - 2\beta$

$\vartheta_2 avv = \pi + 2\beta$

$\boxed{i = \text{interasse}}$

$\beta = \arcsin\left(\frac{r_2 - r_1}{i}\right)$ (VEDI QUAD.)

$$\frac{T_2 - qv^2}{T_1 - qv^2} = e^{f \vartheta^*}$$

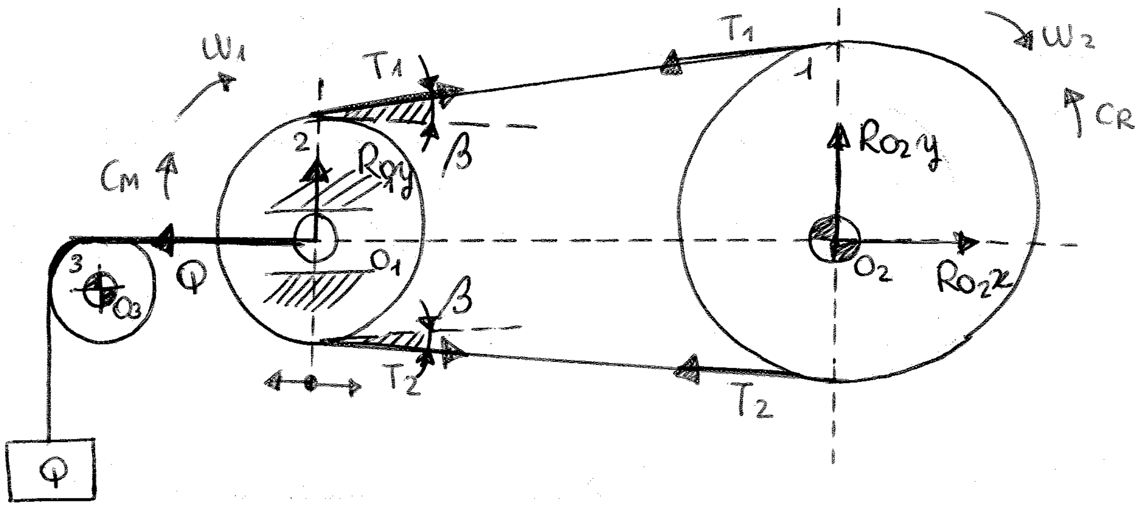
→ si ricava dal concio di nastro aggiungendo le INERZIE

LUNGO LA CINGHIA SI TRASMETTE LA VELOCITÀ

$\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{r_2}{r_1} \leftarrow \boxed{v = \omega_1 r_1 = \omega_2 r_2}$

anche i CARICHI e le TENSIONI se
- ∄ FORZE ESTERNE
- ∄ INERZIA
- ∄ ATTRITO PERNO

2) TENDITORE: (per carichi variabili → seggiovia).



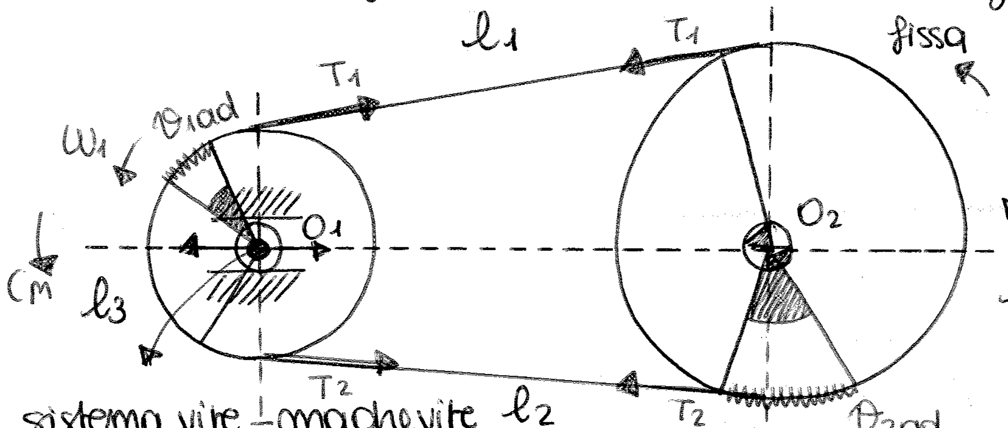
RELAZIONE RICAVABILE: $\xrightarrow{+}$

$\boxed{O_1}$: $\boxed{T_1\cos\beta + T_2\cos\beta - Q = 0}$

---

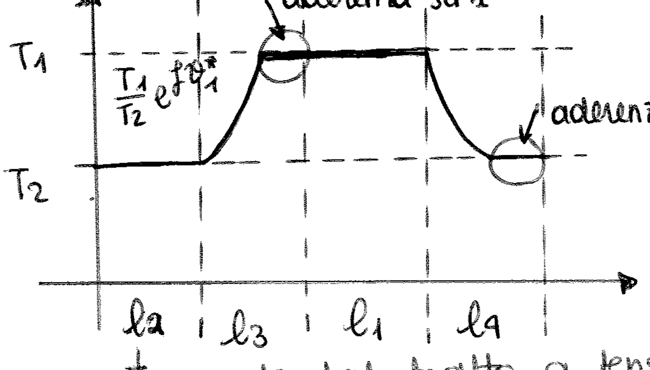
3) FORZAMENTO INIZIALE: (per montare le cinghie)

UTILE xk poco ingombrante. OBBLIGATORIO x le cinghie TRAPEZIE.



$\boxed{T_1 > T_2}$

sistema vite - madrevite l_2
(movimento rotatorio → movimento traslazione)



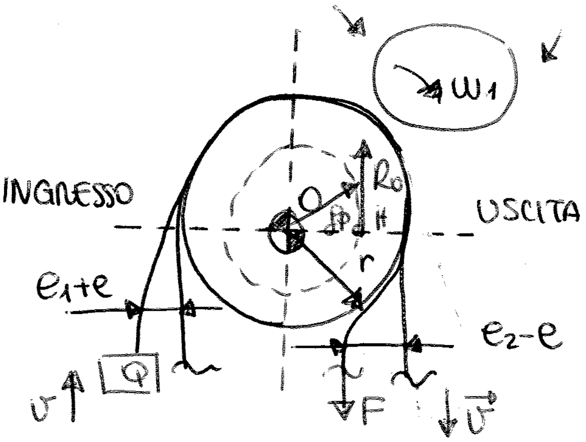
→ RUOTANO AL CONTRARIO!

↓ si parte dal tratto a tensione MINORE.

Si può ipotizzare una variazione lineare di tensione nei tratti da T_2 a T_1 e da T_1 a T_2 → $\boxed{T_0 = \frac{T_1 + T_2}{2}}$ RELAZIONE RICAVABILE

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 23 di 72

SOVRAPPOSIZIONE EFFETTI (+ ATTRITO AL PERNO)



H) $-Q(e_1+e+r+f_p)+F(r-(e_2-e)-f_p)=0$

$$\boxed{\frac{Q}{F}=\frac{(r-(e_2-e)-f_p)}{(e_1+e+r+f_p)}}$$

$\boxed{e_2>e}$ $\quad \eta=\frac{P_u}{P_e}=\frac{Q\cancel{v}}{F\cancel{v}}$ $\boxed{<1}$

Attrito e rigidezza possono non esserci, abbassano il rendimento.

PARANCO DI SOLLEVAMENTO

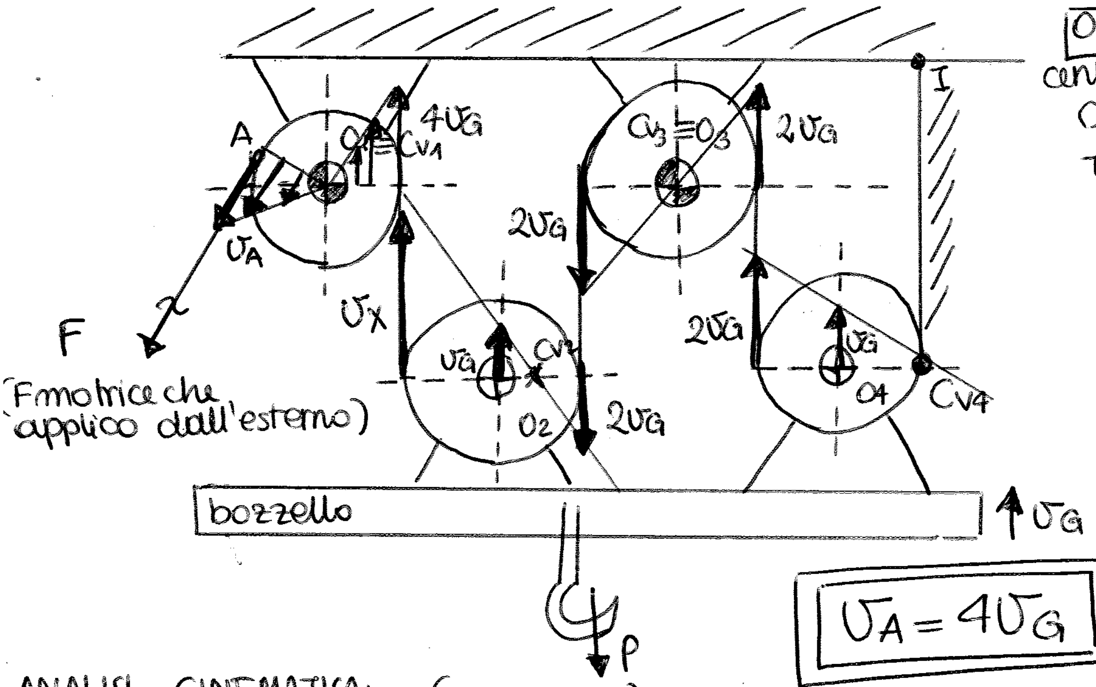
O_1, O_3 → PULEGGE FISSE

$\boxed{O_1\equiv C_{v1}\ ,\ O_3\equiv C_{v3}}$

centro velocità e acceleraz

O_2, O_4 → PULEGGE MOBILI traslano con il bozzello

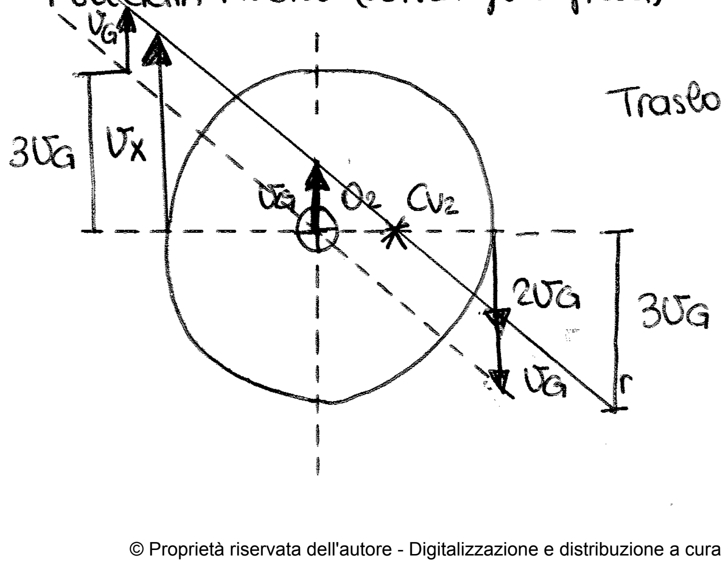
$v_A=?$



$$\boxed{v_A=4v_G}$$

ANALISI CINEMATICA: $(v_A \leftrightarrow v_G)$

- PULEGGIA MOBILE + FUNE FISSA → PIANO su cui ho un pto di aderenza = C_v DISTRIBUZIONE TRIANGOLARE
- PULEGGIA FISSA → $O\equiv C_v$ → DISTRIBUZIONE SIMMETRICA
- → PULEGGIA MOBILE (SENZA fune fissa) → C_v si TROVA DOVE LE velocità SI INVERTONO DI VERSO.



Traslo la retta r → $C_{v2}\equiv O_2$ → DISTRIBUZIONE SIMMETRICA

$$\boxed{v_x=3v_G+v_G=4v_G}$$

RUOTE DENTATE

Sistemi basati sul contatto tra corpi rigidi (DENTI)

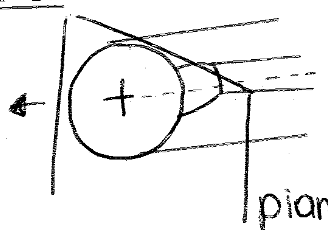
VANTAGGI:
- trasmettono alte potenze
- sono poco ingombranti
- rapporto di trasmissione costante

SVANTAGGI
- non si basano sull'aderenza (NO SICUREZZA)
- non trasmettono su grandi distanze
- non smorzano le vibrazioni.

Tipologie di PROFILI:

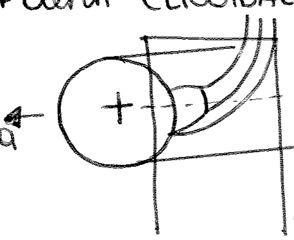
→ ASSI PARALLELI ruote dentate cilindriche
- → denti DIRITTI ($i = 5 \div 6$)
- → denti ELICOIDALI → ingranano GRADUALMENTE → {No urti, No rumore}

$\boxed{\text{denti // asse}}$



piano frontale (⊥ all'asse) $\begin{cases} m \\ \alpha \end{cases}$

dente segue un'elica lungo la ruota



piano normale (⊥ al dente) $\begin{cases} \alpha_N \\ m_N \end{cases}$ → serve per il dimensionamento della ruota

→ ASSI CONCORRENTI ruote coniche ($i = 5 \div 10$)

→ ASSI SGHEMBI vite senza fine ÷ ruote a denti elicoidali ($i = 100$)

RUOTE ESTERNE

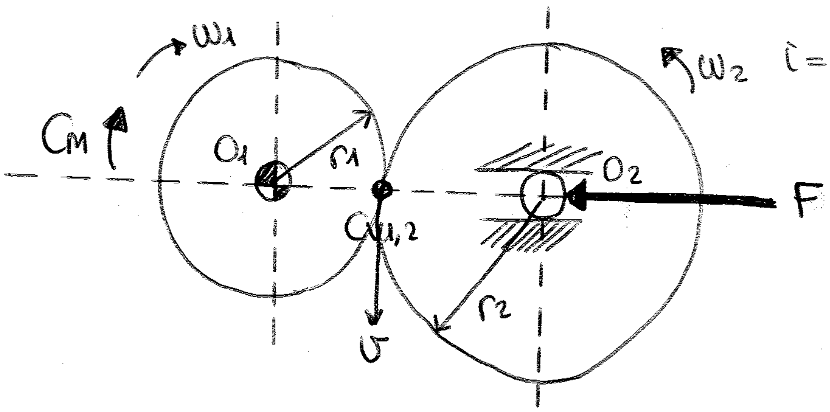
$C_{v1,2}$ interno ad O_1O_2 (interasse)
ω_1, ω_2 DISCORDI
→ ingranano INTERNAMENTE

RUOTE INTERNE

$C_{v1,2}$ esterno ad O_1O_2 (interasse)
ω_1, ω_2 CONCORDI

RUOTE DI FRIZIONE

(per passare dai sistemi basati sull'attrito ai sistemi basati sul contatto tra corpi rigidi).



costante se non c'è STRISCIAMENTO
↑
i = RAPPORTO DI TRASMISSIONE

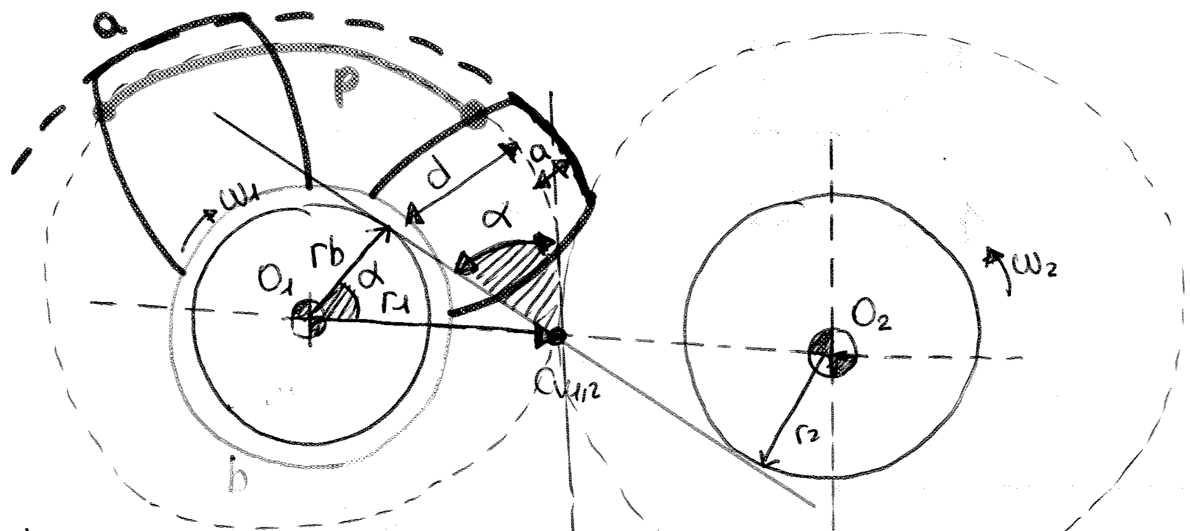
$$i = \frac{\text{velocità INGRESSO}}{\text{velocità USCITA}} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{r_2}{r_1}$$

In $C_{v1,2}$ c'è attrito e quindi ADERENZA. Dall'ipotesi di aderenza ricavo che

$$\boxed{v = \omega_1 r_1 = \omega_2 r_2}$$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 27 di 72

PARAMETRI delle RUOTE DENTATE



cerchi di base → x costruire l'evolvente di cerchio, tg alla retta di azione

cerchi primitivi → rotolano senza strisciare, tg at CV_{12} → $\boxed{\text{ho puro ROTOLAMENTO}}$

α → ANGOLO DI PRESSIONE

$$\boxed{i = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{r_2}{r_1} = \frac{z_2}{z_1}}$$

b: circonferenza di troncatura INTERNA

a: circonferenza di troncatura ESTERNA

m = modulo → x dimensionare le ruote

$$\boxed{m = \frac{passo}{\pi}}$$

passo: distanza tra 2 risalti successivi (sulla circonferenza primitiva).

$$\boxed{p z_1 = 2\pi r_1}$$

z_1 = numero di denti

↓ raggio primitivo

$$\boxed{m = \frac{2\cancel{\pi} r_1}{z_1 \cdot \cancel{\pi}} \Rightarrow \frac{2r}{z} = \frac{p}{\pi} = m}$$

a: ADDENDUM = 1.25 modulo [mm]

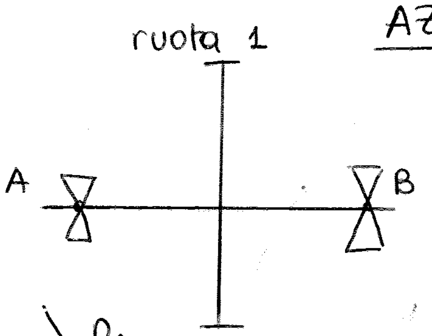
d: DEDENDUM = modulo [mm]

Il rapporto di trasmissione rimane costante anche se ci sono dei giochi perchè

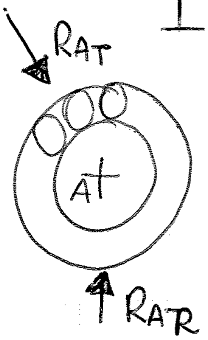
$$\boxed{i = \frac{r_{b2}}{r_{b1}}}$$ → dipende dalla costruzione non dai giochi che si creano.

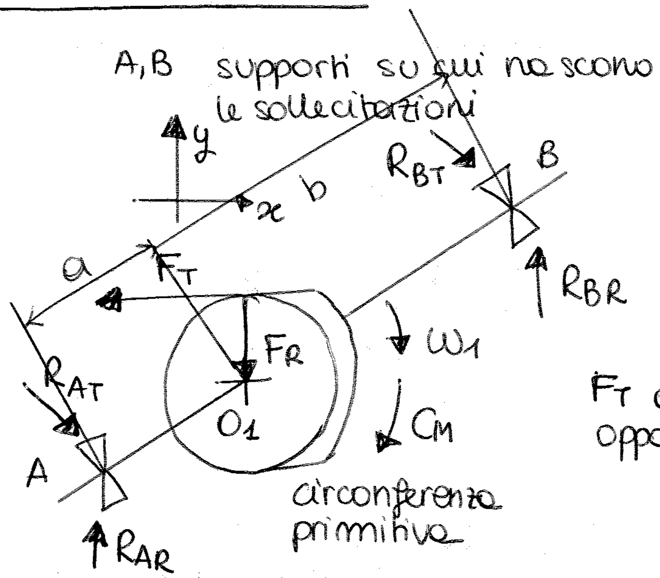
$\boxed{r_b = r_1 \cdot \cos\alpha}$ → legame tra raggio di base r_b e raggio della circonferenza primitiva

AZIONI SUI SUPPORTI



A,B supporti su cui nascono le sollecitazioni





F_T deve essere opposta a C_M e ω_1.

sui supporti le reazioni sono <u>solo</u> radiali!

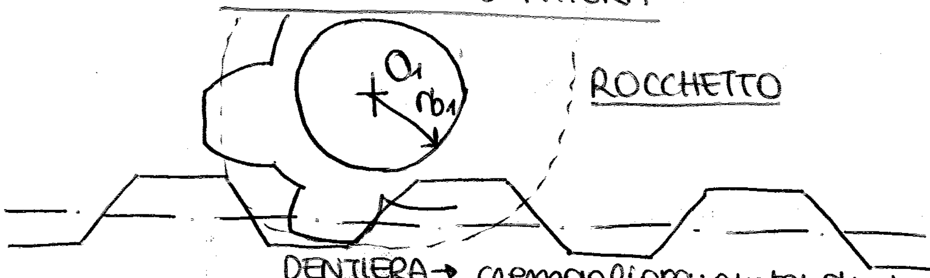
LE VEDO AL CONTRARIO!

FARE DISEGNO

$$x \begin{cases} A \circlearrowleft^{+} & F_T \cdot a - R_{BT}(a+b) = 0 \\ B \circlearrowleft^{+} & -F_T \cdot b + R_{AT}(a+b) = 0 \end{cases}$$

$$y \begin{cases} A \uparrow^{+} & R_{BR}(a+b) - F_R \cdot a = 0 \\ B \uparrow^{+} & F_R \cdot b - R_{AR}(a+b) = 0 \end{cases}$$

ROCCHETTO DENTIERA

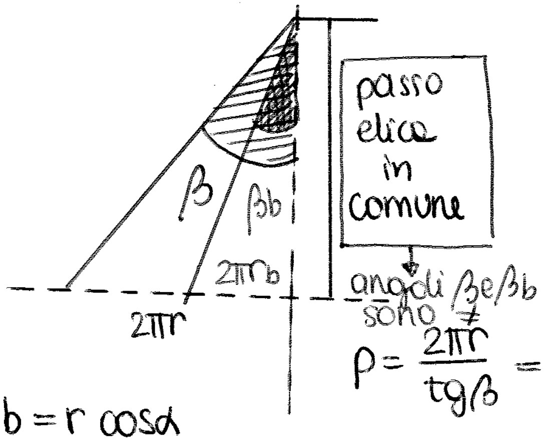


DENTIERA → cremagliera: ruota dentata sviluppata su un piano

Movimento circolare → movimento lineare
↓
alternativa al sistema vite-madrevite.

RUOTE A DENTI ELICOIDALI

Sviluppo le eliche su un piano: (elica sul cilindro primitivo) + (elica sul cilindro di base)

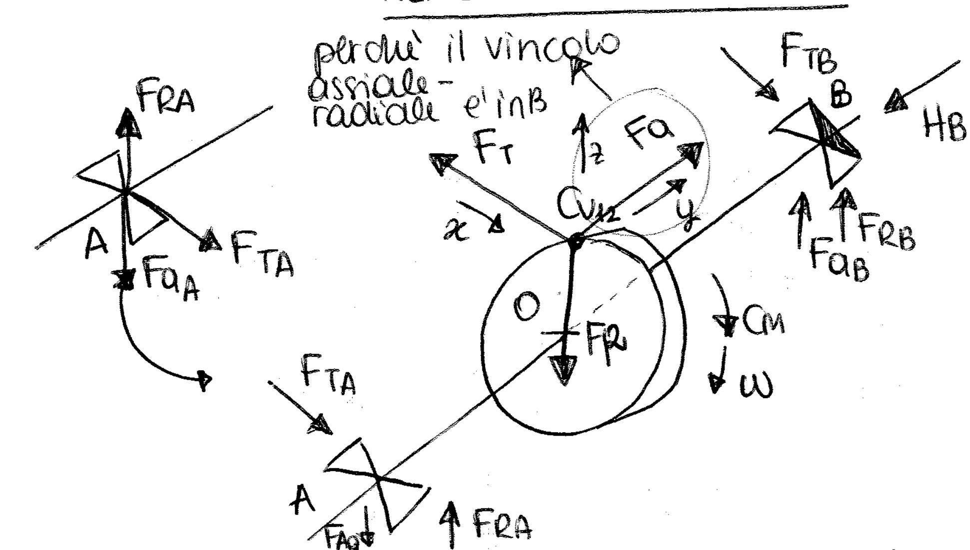


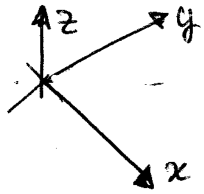
β: inclinazione dell'elica sul cilindro primitivo
r: raggio cilindro primitivo
β_b: inclinazione dell'elica sul cilindro di base
r_b: raggio del cilindro di base.

$$p = \frac{2\pi r}{tg\beta} = \frac{2\pi r_b}{tg\beta_b} \rightarrow \frac{\cancel{2\pi} r}{tg\beta} = \frac{\cancel{2\pi} r\cos\alpha}{tg\beta_b} \rightarrow \boxed{tg\beta_b = tg\beta\cos\alpha}$$

$r_b = r\cos\alpha$

REAZIONI SUI SUPPORTI → radiali o radiali-assiali



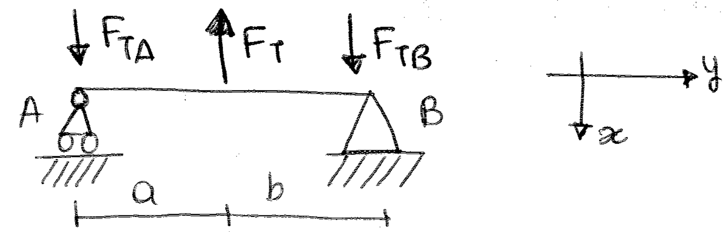


B e' un supporto radiale-assiale

A e' un supporto radiale

Sovrapposizione degli effetti:

COMPONENTE TANGENZIALE:

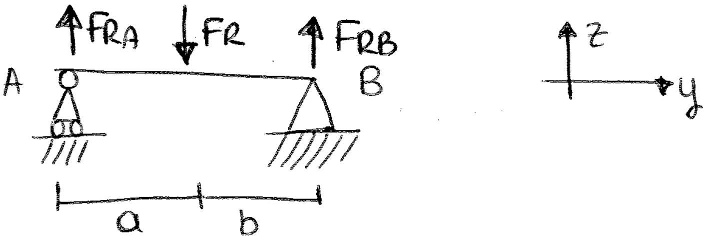


$$\begin{cases} A)^{+} \quad -F_T a + F_{TB}(a+b) = 0 \\ B)^{+} \quad -F_{TA}(a+b) + F_T b = 0 \end{cases}$$

da leggere al contrario

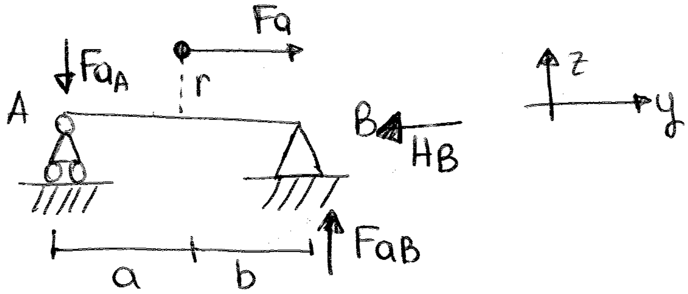
$$\boxed{\begin{aligned} F_{TA} &= F_T \frac{b}{a+b} \\ F_{TB} &= F_T \frac{a}{a+b} \end{aligned}}$$

COMPONENTE RADIALE:



$$\boxed{\begin{aligned} F_{RA} &= F_R \frac{b}{a+b} \\ F_{RB} &= F_R \frac{a}{a+b} \end{aligned}}$$

COMPONENTE ASSIALE



Fa e HB non sono bilanciati, si genera una coppia che fa nascere F_{aA} e F_{aB} → REAZIONI RADIALI

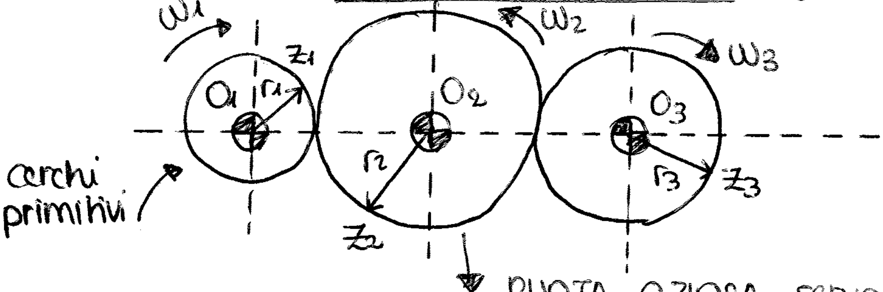
$$\begin{cases} A)^{+} \quad F_a \cdot r_1 - F_{Ba}(a+b) = 0 \\ B)^{+} \quad F_a \cdot r_1 - F_{Aa}(a+b) = 0 \end{cases}$$

$$\boxed{\begin{aligned} F_{aA} &= F_a \frac{r_1}{a+b} \\ F_{aB} &= F_a \frac{r_1}{a+b} \\ F_a &= H_B \end{aligned}}$$

ROTISMI (→ più di 2 ruote in presa)

Rotismi ORDINARI (1 GdL → le ruote ruotano tutte SOLO intorno al proprio albero.)

SCOPO: avere ω_1 e ω_3 CONCORDI



RUOTA OZIOSA: serve solo per invertire il senso delle ω

RAPPORTO DI TRASMISSIONE DEL ROTISMO:

$$\boxed{i_{1,3\,TOT} = \frac{\omega_1}{\omega_3} \rightarrow \underbrace{(i_{1,2})(i_{2,3})}_{\text{prodotto dei rapporti di trasmissione PARZIALI}}} = \left(\frac{\omega_1}{\cancel{\omega_2}}\right)\left(\frac{\cancel{\omega_2}}{\omega_3}\right) = \frac{\omega_1}{\omega_3}$$

$$i_{1,3} = \left(-\frac{\cancel{r_2}}{r_1}\right)\left(-\frac{r_3}{\cancel{r_2}}\right) = \left(-\frac{\cancel{z_2}}{z_1}\right)\left(-\frac{z_3}{\cancel{z_2}}\right) \rightarrow \boxed{i_{1,3\,TOT} = \left(\frac{r_3}{r_1}\right) = \left(\frac{z_3}{z_1}\right)}$$

Se ci sono più denti in presa, occorre specificare il segno di i:

"−": RUOTE ESTERNE $\begin{cases} CV_{1,2} \in \text{interasse} \\ \omega_1, \omega_2 \text{ DISCORDI} \end{cases}$ → i NEGATIVO

"+": RUOTE INTERNE $\begin{cases} CV_{1,2} \notin \text{interasse} \\ \omega_1, \omega_2 \text{ CONCORDI} \end{cases}$ → i POSITIVO

$$i = \begin{cases} \text{calcolato come } \dfrac{\omega_1}{\omega_3} : \underline{\text{senza}} \text{ segno (è contato solo nel valore numerico)} \\ \text{calcolato come } \dfrac{r_3}{r_1} = \dfrac{z_3}{z_1} : \underline{\text{con}} \text{ segno ("+" o "−" nell'espressione letterale)} \end{cases}$$

Approccio al problema:

1) stabilire tipo di ROTISMO (ordinario / epicicloidale).
2) Stabilire quali ruote sono esterne e quali interne. → (influenza i rapporti di trasmissione parziali)
3) Calcolare le incognite.

Nel ROTISMO ORDINARIO ho 1 solo GdL → posso stabilire già sul disegno il verso della ω finale. Nei punti di contatto evidenzio il cv e stabilisco il tipo di ruota (esterna / interna) x capire il senso della ω.

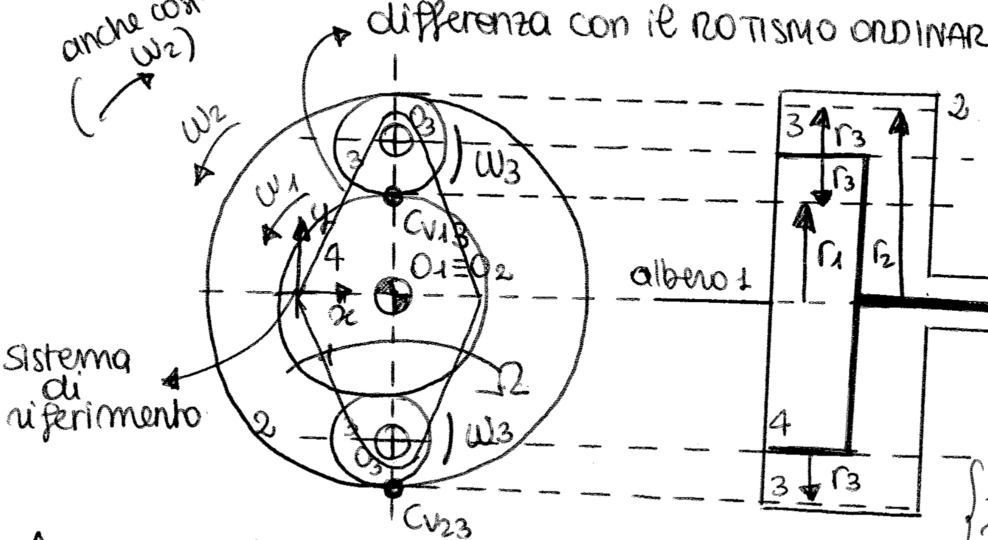
Nel ROTISMO EPICICLOIDALE ho 2GdL → non si può stabilire a priori il senso della Ω e della ω_3, occorre svolgere i calcoli.

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 35 di 72

ROTISMO Epicicloidale [2GdL]

possono ruotare intorno all'albero e al solare
→ differenza con il ROTISMO ORDINARIO

1: solare
2: corona
3: satelliti
4: porta-treni o porta-satelliti
↓
non e' una RUOTA
e' un braccio
albero 2 legato alle ruote 3
(non ha DENTI)



$\begin{cases} 1,3 \text{ ruote ESTERNE} \\ 2,3 \text{ ruote INTERNE} \end{cases}$

Approccio al problema:

1) cerco il porta-treno
2) identifico le ruote: solare, satelliti e corona.

RAPPORTO DI TRASMISSIONE nel ROTISMO EPICICLOIDALE:

$$i_{1,2\,TOT} = \cancel{\frac{\omega_1}{\omega_2}}$$ NO → c'e' un GdL in più! (in mezzo tra 1 e 2 ci sono i satelliti)

considero un SISTEMA DI RIFERIMENTO SOLIDALE CON IL PORTA-TRENO:
(→ rendo il rotismo virtualmente ordinario perche' mettendomi sul porta treno, non vedo la velocita' del porta-treno).
Per calcolare la velocita' RELATIVA, sottraggo quella del porta-treno:

velocita' ASSOLUTE $\begin{cases} \omega_1 \\ \omega_2 \\ \omega_3 \\ \Omega = \omega_4 \end{cases}$

velocita' RELATIVE (dentro al sistema) $\begin{cases} \omega_1^* = \omega_1 - \Omega \\ \omega_2^* = \omega_2 - \Omega \\ \omega_3^* = \omega_3 - \Omega \\ \Omega^* = \Omega - \Omega = 0 \end{cases}$

quindi il satellite e' come se non ruotasse e posso calcolare

$$i_{1,2} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{\text{INGRESSO}}{\text{USCITA}}$$

FORMULA DI WILLIS:

$$\boxed{i_{1,2\,TOT} = \frac{\omega_1^*}{\omega_2^*} = \frac{\omega_1 - \Omega}{\omega_2 - \Omega}}$$

$$i_{1,2} = (i_{1,3})(i_{3,2}) = \left(\frac{\omega_1 - \Omega}{\cancel{\omega_3 - \Omega}}\right) \cdot \left(\frac{\cancel{\omega_3 - \Omega}}{\omega_2 - \Omega}\right) = \frac{\omega_1 - \Omega}{\omega_2 - \Omega}$$

se i coinvolge Ω non posso usare le velocita' RELATIVE perche $\Omega^* = 0$

$$\boxed{i_{1,4} = \frac{\omega_1}{\Omega}} \qquad \boxed{i_{2,4} = \frac{\omega_2}{\Omega}}$$

non sono calcolabili come rapporto di raggi o denti perche':

$$\boxed{\nexists\ z_4}$$

Rispetto a O_1:

$v_3 = \Omega(r_3 + r_1)$

(velocita' del porta treno che e' vincolato con O_3 e lo trascina.)

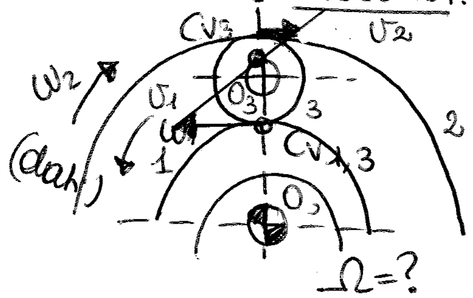
$r_2 = 2r_3 + r_1$ (dal disegno) $\rightarrow$ $r_3 = \frac{r_1 - r_2}{2}$

$$v_3 = \Omega\left(\frac{r_1 - r_2}{2} + r_1\right) = \Omega\left(\frac{2r_1 + r_2 - r_1}{2}\right) \rightarrow \Omega\left(\frac{r_2 + r_1}{2}\right) = v_3$$

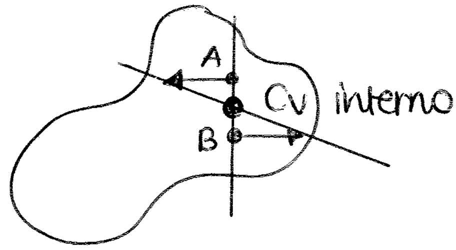
Uguagliando alla formula (blu):

$$\Omega\left(\frac{r_2 + r_1}{2}\right) = \frac{\omega_1 r_1 + \omega_2 r_2}{2} \rightarrow \boxed{\Omega = \frac{\omega_1 r_1 + \omega_2 r_2}{r_2 + r_1} = \frac{\omega_1 z_1 + \omega_2 z_2}{z_2 - z_1}}$$

se ω_1 e ω_2 DISCORDI:

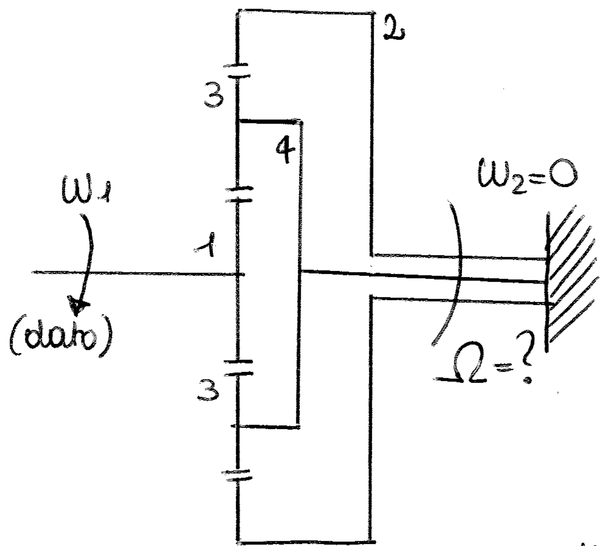


$\cong$



$v_1 = \omega_1 r_1$, $v_2 = \omega_2 r_2$

RIDUTTORE EPICICLOIDALE (quando una ω_1 o ω_2 e' NULLA



$i_{RID} = \frac{\omega_1}{\Omega} = ? \rightarrow$ NON POSSO usare i denti ($\nexists z_4$)

Ω incognita

Torno al ROTISMO EPICICLOIDALE

$$i_{1,2} \rightarrow \frac{\omega_1 - \Omega}{\omega_2 - \Omega} = -\frac{z_2}{z_1}$$

Formula di Willis

$\omega_2 = 0 \rightarrow$ ricavo $\frac{\omega_1}{\Omega}$

$$\frac{\omega_1 - \Omega}{-\Omega} = -\frac{z_2}{z_1}$$

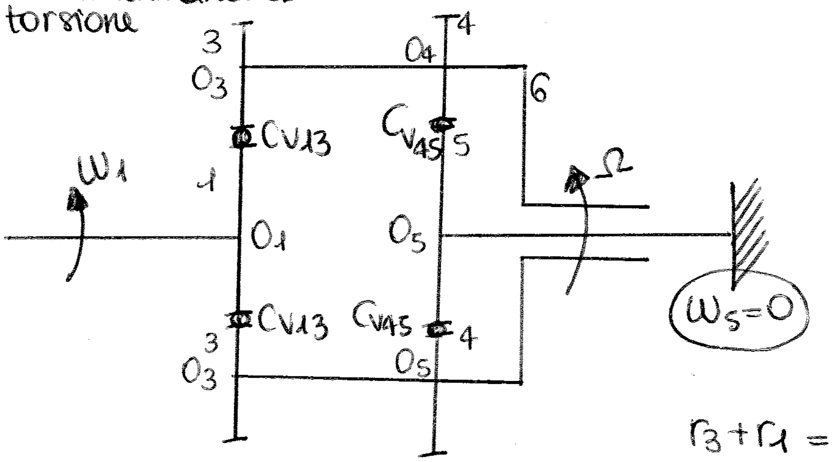
$(\omega_1 - \Omega) z_1 = z_2 \Omega$

$\omega_1 z_1 - \Omega z_1 = z_2 \Omega$

$$\boxed{i_{RID} \rightarrow \frac{\omega_1}{\Omega} = \frac{z_1 + z_2}{z_1}}$$

RIDUTTORE EPICICLOIDALE MULTIPLO (+satelliti sullo stesso albero)

altrimenti andrebbe in torsione ← $\omega_3 = \omega_4$



3,4: satelliti
1,5: solari
6: porta-treno

1,3 ruote esterne → $(i_{1,3}) / (i_{4,5})$ NEGATIVI
4,5 ruote esterne

$$r_3 + r_1 = r_5 + r_4$$
$$\downarrow$$
$$z_3 + z_1 = z_5 + z_4$$

$$i_{TOT.RID} = \frac{\omega_1}{\Omega} = ?$$
↳ incognita

FORMULA DI WILLIS → dal riduttore passo al rotismo:
calcolo il rapporto i tra ω di entrata e ω di uscita anche se è = a zero.

$$i_{1,5} = (i_{1,3})(i_{4,5}) = \left(\frac{\omega_1 - \Omega}{\cancel{\omega_3 - \Omega}}\right)\left(\frac{\cancel{\omega_4 - \Omega}}{\omega_5 - \Omega}\right) = \frac{\omega_1 - \Omega}{\omega_5 - \Omega}$$

Così posso ricavare il rapporto: $\frac{\omega_1}{\Omega}$

$$i_{1,5} \Rightarrow \left(-\frac{r_3}{r_1}\right)\left(-\frac{r_5}{r_4}\right) \Rightarrow \left(-\frac{z_3}{z_1}\right)\left(-\frac{z_5}{z_4}\right) = \left(\frac{\omega_1 - \Omega}{\omega_5 - \Omega}\right)$$

$$\downarrow \quad \omega_5 = 0$$

$$+z_3 z_5 (\cancel{\omega_5} - \Omega) = (\omega_1 - \Omega) z_1 z_4$$

$$-\Omega z_3 z_5 = \omega_1 z_1 z_4 - \Omega z_1 z_4$$

$$\boxed{\frac{\omega_1}{\Omega} = \frac{z_1 z_4 - z_3 z_5}{z_1 z_4}}$$

AZIONI TRASMESSE

$\Omega = \frac{\omega_1+\omega_2}{2}$ → velocità porta-treno

$C_1+C_2+C=0$ → equilibrio COPPIE

$C_1\omega_1+C_2\omega_2+C\,\Omega=0$ → equilibrio potenze

$$\begin{cases} C=-C_2-C_1 \\ C\,\Omega=-C_1\omega_1-C_2\omega_2 \end{cases} \rightarrow (-C_2-C_1)\left(\frac{\omega_1+\omega_2}{2}\right)=-C_1\omega_1-C_2\omega_2$$

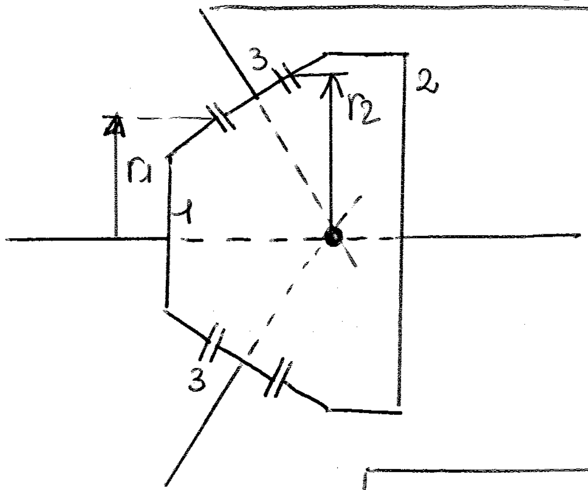
$$\downarrow$$

$$\cancel{(\omega_1-\omega_2)}\,C_1=\cancel{(\omega_1-\omega_2)}\,C_2$$

$$\boxed{C_1=C_2} \Rightarrow \frac{C}{2}$$

Il differenziale e' un partitore di COPPIA (se il sistema e' simmetrico)!

DIFFERENZIALE ASIMMETRICO



raggio ingresso ≠ raggio uscita

$r_1 \neq r_2$ → SISTEMA NON SIMMETRICO ma sempre PARTITORE di COPPIA

$r_1 \neq r_2 \rightarrow z_1 \neq z_2$

$$\boxed{\Omega=\frac{\omega_1 z_1+\omega_2 z_2}{z_1+z_2}}$$

$$\boxed{\frac{C_1}{C_2}=\frac{z_1}{z_2}=\frac{r_1}{r_2}}$$ → formule date così

Per studiare l'evoluzione di $x(t) = x_g(t)$ (perché dipende dall'integrale GENERALE)

eq. STANDARD $m\ddot{x} + kx = 0$

divido per il coeff. della $\ddot{x}$

eq. CANONICA $\ddot{x} + \frac{k}{m} x = 0$

eq. GENERALIZZATA $\ddot{x} + (\omega_n^2) x = 0$, $\boxed{\omega_n} = \sqrt{\frac{k}{m}}$ [rad/s]

ω_n → PULSAZIONE NATURALE del sistema non smorzato.

m: può assumere altri valori

↓

SOLUZIONE: $e^{\lambda t}$

sostituendo $\lambda^2 \cancel{e^{\lambda t}} + (\omega_n^2) \cancel{e^{\lambda t}} = 0$

$\lambda^2 + (\omega_n^2) = 0$

$\lambda_{1,2} = \pm i \omega_n$ → autovalori che mi danno la possibilità di generare

$x_g(t) = a e^{-i\omega_n t} + b e^{i\omega_n t}$

↳ dipendono dalle condizioni iniziali

Dalle Formule di Eulero: $e^{\pm i\omega_n t} = \cos\omega_n t \pm i \,\text{sen}\,\omega_n t$

Diventa:

$$x_g(t) = a[\cos\omega_n t - i\,\text{sen}\,\omega_n t] + b[\cos\omega_n t + i\,\text{sen}\,\omega_n t] =$$

$$= \underbrace{(a+b)}_{A}\cos\omega_n t - \underbrace{i(a-b)}_{B}\,\text{sen}\,\omega_n t =$$

Tutte espressioni equivalenti

$$= A\cos\omega_n t + B\,\text{sen}\,\omega_n t =$$

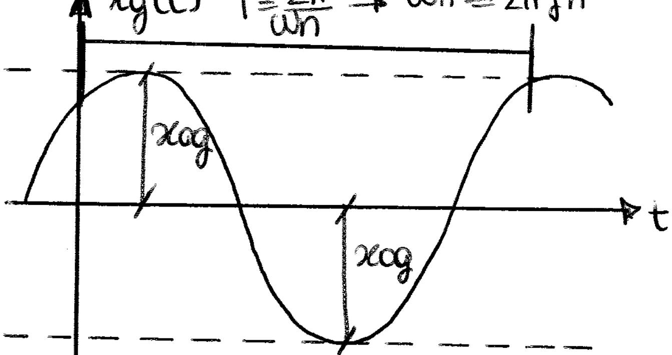
$$\boxed{x_g(t) = x_{0g}\,\text{sen}(\omega_n t + \varphi_0)}$$

OSCILLAZIONI LIBERE NON SMORZATE del sistema

↓

MOTO ARMONICO SEMPLICE

dipendono dalle C.I. ←
- x_{0g} = ampiezza di oscillazione
- φ_0 = sfasamento iniziale



f_n = frequenza naturale del sistema [Hz]

T = periodo delle piccole oscillazioni non smorzate [s]

→ MOTO IDEALE

NON ci sono SMORZAMENTI

↓

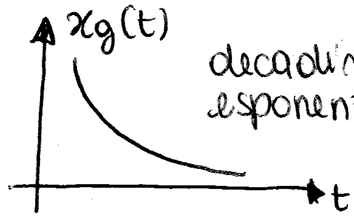
perpetuo

$$\boxed{\xi \neq 0} \rightarrow \begin{cases} \xi < 1 \rightarrow \text{aut. complessi e coniuga} \\ \xi = 1 \rightarrow \text{aut. Reali e coincidenti} \\ \xi > 1 \rightarrow \text{autovalori Reali e distinti} \end{cases}$$

$\boxed{\xi > 1}$ SISTEMA SOVRASMORZATO

$$\lambda_{1,2} = -\xi \omega_n \pm \omega_n \sqrt{\xi^2 - 1}$$

$$x_g(t) = a\, e^{\left(-\xi \omega_n + \omega_n \sqrt{\xi^2-1}\right)t} + b\, e^{\left(-\xi \omega_n - \omega_n \sqrt{\xi^2-1}\right)t}$$



decadimento esponenziale

$x_g(t)$ rappresenta il modo in cui la massa m ritorna nella posizione iniziale di equilibrio, dopo che e' stata spostata → sistema SOVRASMORZATO ritorna senza oscillare.

$\boxed{\xi < 1}$ SISTEMA SOTTOSMORZATO

$$\lambda_{1,2} = -\xi \omega_n \pm \omega_n i \sqrt{1-\xi^2}$$

$$x_g(t) = a\, e^{\left(-\xi \omega_n + i\omega_n \sqrt{1-\xi^2}\right)t} + b\, e^{\left(-\xi \omega_n - i\omega_n \sqrt{1-\xi^2}\right)t}$$

Formula di Eulero: $e^{\pm i\alpha} = \cos\alpha \pm i \,\text{sen}\,\alpha$

$$x_g(t) = e^{-\xi \omega_n t}\left[a\, e^{\left(+i\omega_n \sqrt{1-\xi^2}\right)t} + b\, e^{\left(-i\omega_n \sqrt{1-\xi^2}\right)t}\right] =$$

$$= e^{-\xi\omega_n t}\Big\{ a\left[\cos(\omega_n \sqrt{1-\xi^2})t + i\,\text{sen}(\omega_n \sqrt{1-\xi^2})t\right] +$$

$$b\left[\cos(\omega_n \sqrt{1-\xi^2})t - i\,\text{sen}(\omega_n \sqrt{1-\xi^2})t\right]\Big\} =$$

$$= e^{-\xi\omega_n t}\; \overbrace{(a+b)}^{A} \cos(\omega_n \sqrt{1-\xi^2})t + \overbrace{i(a-b)}^{B}\,\text{sen}(\omega_n \sqrt{1-\xi^2})t$$

$$x_g(t) = e^{-\xi\omega_n t} \cdot A\cos(\omega_n \sqrt{1-\xi^2})t + B\,\text{sen}(\omega_n \sqrt{1-\xi^2})t$$

$$\boxed{x_g(t) = X_{og}\, e^{-\xi\omega_n t}\, \text{sen}(\omega_s t + \varphi_0)}$$

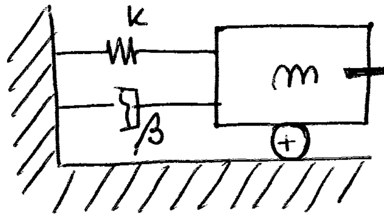
Integrale generale del sistema sotto smorzato
OSCILLAZ. LIBERA SOTTOSMORZATA

$$\boxed{\omega_s = \omega_n \sqrt{1-\xi^2}}$$ → PULSAZIONE NATURALE del sistema smorzato

dipendono dalle C.I.
$$\begin{cases} X_{og} = \text{ampiezza di oscillazione smorzata} \\ \varphi_0 = \text{sfasamento iniziale} \end{cases}$$

Senza SORGENTE, terminato il transitorio, (=vibrazioni libere), il sistema si ferma.

VIBRAZIONI FORZATE



$F(t) \rightarrow$ forzante: armonica, impulsiva, a rampa, a gradino, dipendente dal motore

$F(t) = F_0 \operatorname{sen}(\Omega t)$
$(F(t) = F_0 \cos(\Omega t))$ → FORZANTE ARMONICA

$\boxed{2 \text{ CASI}}$ $\begin{cases} F_0 = \text{costante} \\ F_0(\Omega) \end{cases}$

$F_0(\Omega)$ → se la massa è collegata ad un telaio mobile.

RISPOSTA DEL SISTEMA:

Integrale GENERALE + Integrale PARTICOLARE

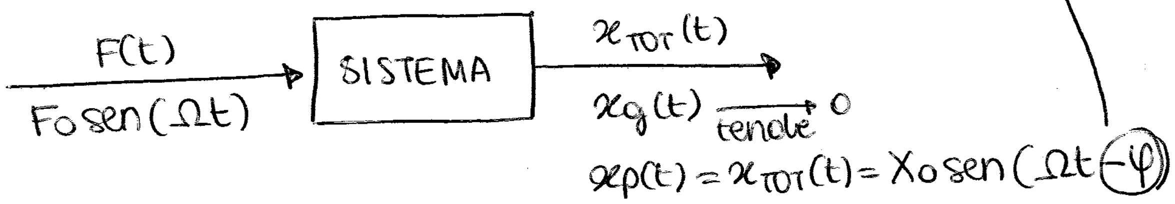
RISPOSTA A REGIME ← $x_{TOT}(t) = x_g(t) + x_p(t)$

$x_g(t)$ → dipende dal transitorio

$x_p(t)$ → dipende dalla forzante, è ciò che rimane dopo che si è esaurito il transitorio. → $\boxed{x_{TOT}(t) = x(t)}$
È della stessa forma della causa eccitante, cioè della forza.

$$\boxed{x_p(t) = X_0 \operatorname{sen}(\Omega t - \varphi)}$$

sono caratteristiche della soluzione a REGIME e si determinano con il metodo dei VETTORI ROTANTI:
- X_0 = ampiezza delle oscillazioni a regime
- φ = sfasamento tra ingresso e uscita del sistema. La fase è sempre NEGATIVA perché la risposta del sistema è ritardata dai PARAMETRI CONCENTRATI rispetto alla causa.

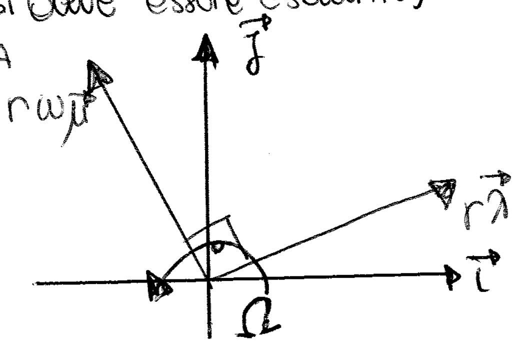


eq. GENERALIZZATA $\ddot{x} + (2\zeta\omega_n)\dot{x} + \omega_n^2 x = \frac{F_0}{m} \operatorname{sen}(\Omega t)$

METODO DEI VETTORI ROTANTI

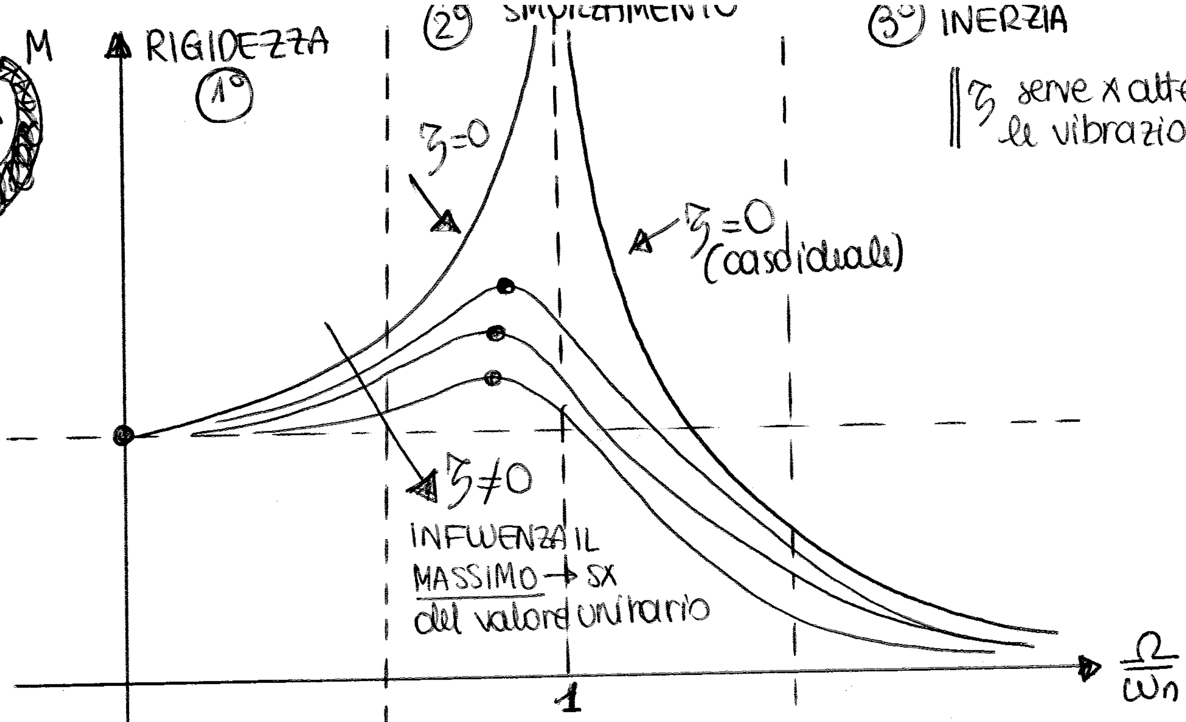
Ip:
- sistema LINEARE (piccole oscillazioni)
- risposta a REGIME (il transitorio si deve essere esaurito)
- la forzante deve essere ARMONICA

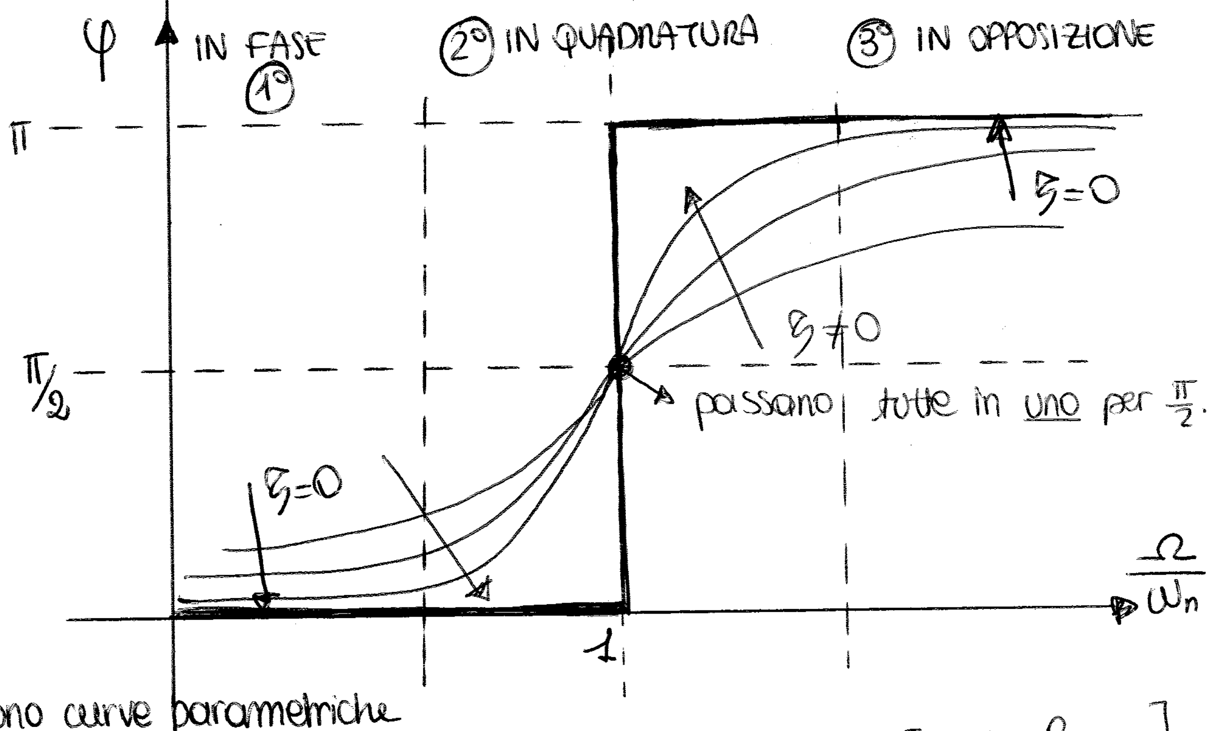
$$\boxed{\frac{d(\vec{\lambda} r)}{dt} = \omega \vec{k} \wedge (r\vec{\lambda})}$$



$F_0 = COST$

|| ξ serve x attenuare le vibrazioni ||





φ, M sono curve parametriche in funzione di ξ

$$M = \frac{x_0}{F/k} \qquad \varphi = \operatorname{arctg}\left[\frac{2\xi\frac{\Omega}{\omega_n}}{1-\left(\frac{\Omega}{\omega_n}\right)^2}\right]$$

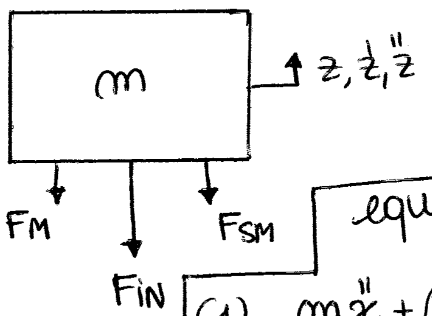
$\frac{\Omega}{\omega_n} \to 0$ $\quad M \to 1$ RIGIDEZZA $\quad tg\,\varphi \to 0 \quad \varphi \to 0°$ IN FASE

$\boxed{\frac{\Omega}{\omega_n} \to 1}$ $\quad M \to \frac{1}{\sqrt{(2\xi\frac{\Omega}{\omega_n})^2}} = \frac{1}{2\xi}$ SMORZAMENTO $\quad tg\varphi \to \infty \quad \varphi \to 90°$ IN QUADRATU

$\frac{\Omega}{\omega_n} \to \infty$ $\quad M \to \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{\Omega}{\omega_n}\right)^4}} = \frac{1}{\left(\frac{\Omega}{\omega_n}\right)^2}$ INERZIA $\quad tg\varphi \to 0^- \quad \varphi \to 180°$ IN OPPOSIZION

↳ considero gli infiniti superiori

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 51 di 72



$$F_M = k(x_A - x_B) = k(z-y) = kx$$
$$F_{SM} = \beta(\dot{x}_A - \dot{x}_B) = \beta(\dot{z}-\dot{y}) = \beta\dot{x}$$
$$F_{IN} = m\ddot{z} = m(\ddot{x}+\ddot{y})$$

equilibrio:

(1) $m\ddot{x} + \beta\dot{x} + kx = \underbrace{-m\ddot{y}}_{\text{FORZANTE}}$ (2) $m\ddot{z} + \beta\dot{z} + kz = \underbrace{\beta\dot{y} + ky}_{\text{FORZANTE}}$

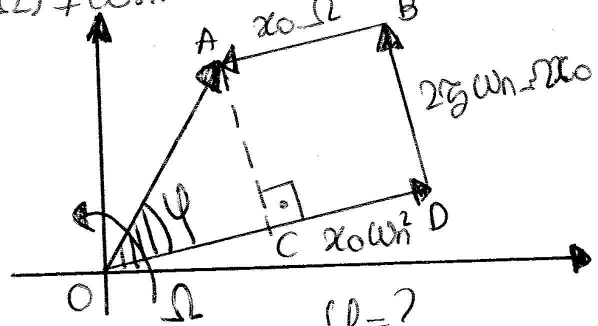
eq. STANDARD (vale in tutti e 2 i modi)

$$\ddot{x} + \left(\frac{\beta}{m}\right)\dot{x} + \left(\frac{k}{m}\right)x = -\ddot{y}$$

$$\ddot{x} + (2\zeta\omega_n)\dot{x} + \omega_n^2 x = -\ddot{y}$$

$$\ddot{x} + (2\zeta\omega_n)\dot{x} + \omega_n^2 x = \underbrace{-b\,\Omega^2}_{F_0(\Omega)\neq cost.}\operatorname{sen}(\Omega t)$$

$$F(t) = b\,\Omega^2 \operatorname{sen}(\Omega t)$$
$$x(t) = x_0 \operatorname{sen}(\Omega t - \varphi)$$
$$\dot{x}(t) = x_0\,\Omega \cos(\Omega t - \varphi)$$
$$\ddot{x}(t) = -x_0\,\Omega^2 \operatorname{sen}(\Omega t - \varphi)$$



$\varphi = ?$
$x_0 = ?$

METODO DEI VETTORI ROTANTI

$$-x_0\,\Omega^2 \operatorname{sen}(\Omega t - \varphi) + (2\zeta\omega_n x_0 \Omega)\cos(\Omega t - \varphi) + \omega_n^2 x_0 \operatorname{sen}(\Omega t - \varphi) = b\,\Omega^2 \operatorname{sen}(\Omega t)$$

$$\boxed{\operatorname{tg}\varphi = \frac{2\zeta\frac{\Omega}{\omega_n}}{1-\left(\frac{\Omega}{\omega_n}\right)^2}}$$ → la FASE e' uguale al caso $F_0 = cost$

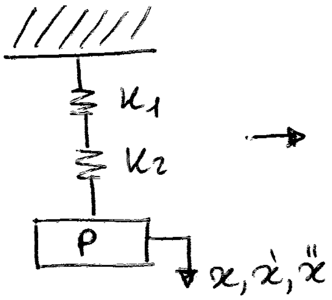
$$b\,\Omega^2 = \sqrt{(2\zeta\omega_n x_0 \Omega)^2 + \left[(\omega_n^2 - \Omega^2)x_0\right]^2}$$

$$b\,\Omega^2 = x_0\sqrt{(2\zeta\omega_n\Omega)^2 + \left[\omega_n^2 - \Omega^2\right]^2}$$

$$b\,\Omega^2 = x_0\omega_n^2\sqrt{\left(2\zeta\frac{\Omega}{\omega_n}\right)^2 + \left[1-\left(\frac{\Omega}{\omega_n}\right)^2\right]^2}$$

$$\boxed{M = \frac{x_0}{b} = \frac{\left(\frac{\Omega}{\omega_n}\right)^2 \neq 1}{\sqrt{\left(2\zeta\frac{\Omega}{\omega_n}\right)^2 + \left[1-\left(\frac{\Omega}{\omega_n}\right)^2\right]^2}}}$$ FATTORE DI AMPLIFICAZIONE

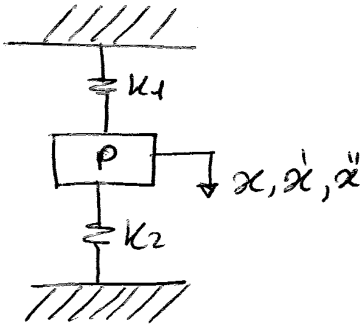
RIGIDEZZE MOLLE

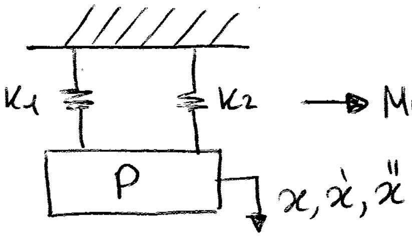


→ MOLLE IN SERIE

$$\boxed{K_{eq} \rightarrow \frac{1}{K_{eq}} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} + \ldots + \frac{1}{k_n}}$$

se la prima si allunga di "a", la seconda si accorcia di "a"





→ MOLLE IN PARALLELO

$$\boxed{K_{eq} = k_1 + k_2 + \ldots + k_n}$$

- Sulle ruote dell'auto vedo $I_G \dot{\omega}$, ma non la coppia C_M

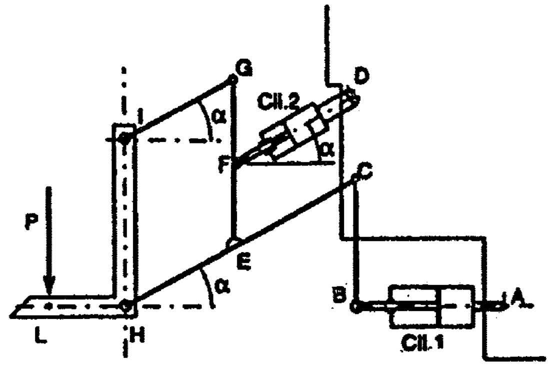
ESERCITAZIONE n.2

OK!

Pala caricatrice

Calcolare le pressioni nei cilindri 1 e 2 della pala caricatrice di figura. Sono dati:
HI=EG=572 mm; IG=HE=1066 mm; HC=2600 mm; BC=572 mm; LH=250 mm; FE=FG=GE/2=286 mm; α=30°; Φ_1=160 mm; ϕ_1 =60 mm; Φ_2=120 mm; ϕ_2=60 mm (alesaggi cilindri); P=60000N.

[p1=117 bar; p2=71 bar]

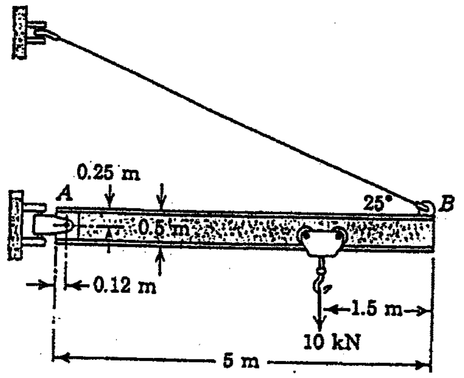


OK!

Braccio di supporto

Determinare la tensione T del cavo ed il modulo della reazione vincolare in A, nel caso della trave ad I di figura, avente massa 95 kg/m, alla quale è sospeso un carico di 10kN.

[T=19.61 kN; R_A=18.88 kN]



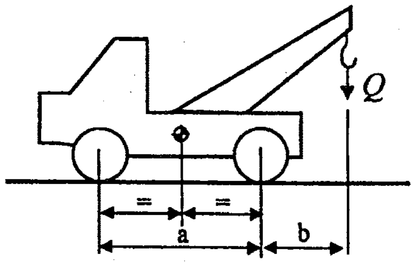
OK!

Carro attrezzi

VEDI TEORIA

Un carro attrezzi di massa 20000 kg sostiene un carico Q.
Determinare le reazioni tra ruote anteriori e terreno, ruote posteriori e terreno nel caso di Q=4000 kg e Q=6000 kg.
Determinare inoltre il valore del carico Q che provoca il ribaltamento del mezzo.
Dati: a=3.7 m; b=5 m.

[Ra=4.59 t; Rb=19.41 t; Ra=1.35t; Rb=25.05 t; Q=7.4 t]



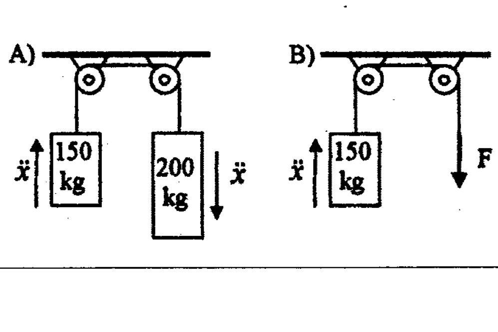
OK!

Masse con carrucole

VEDI TEORIA

Calcolare l'accelerazione verticale a di un cilindro avente massa 150 kg per ognuno dei due casi illustrati. Trascurare l'attrito e la massa delle pulegge.
Nel caso B) è applicata alla fune una forza F=1962 N.

[a_A=1.4 m/s2; a_B=3.27 m/s^2]



ESERCITAZIONE 3

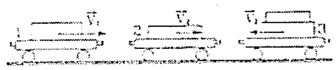
OK!

Urto di carrelli ferroviari VEDI TEORIA

I carrelli 1, 2, 3 viaggiano lungo una linea ferroviaria orizzontale. I carrelli 1 e 2 si muovono verso destra, il carrello 3 in verso opposto ai primi due. I tra carrelli urtano, e dopo l'urto, essendo presenti dispositivi di aggancio automatico, procedono vincolati alla stessa velocità V_d. Le velocità e le masse dei carrelli sono: V_1=2 km/h; V_2=1 km/h; V_3=1.5 km/h; e m_1=65 10^3 kg; m_2=50 10^3 kg; m_3=75 10^3 kg rispettivamente.

Nell'ipotesi di attriti nulli e di masse delle ruote trascurabili, determinare la velocità v_d dopo l'urto, e l'energia persa durante l'urto.

[V_d=0.355 km/h; E_p=95% $E_{iniziale}$]



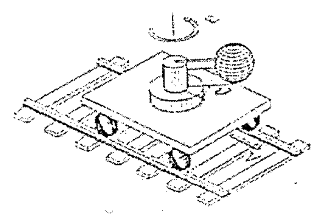
OK!

Carrello

Il carrello, avente massa m_1=20 kg, viaggia su un binario orizzontale. Sul carrello è montato un braccio di massa trascurabile, lungo r=0.4 m e portante all'estremità, una massa concentrata m_2=5 kg. Il braccio ruota a velocità angolare costante ω=4 rad/s.

Se il carrello ha velocità V=0.6 m/s quando ϑ=0°, determinare V quando ϑ=60°.

[V=0.87 m/s]

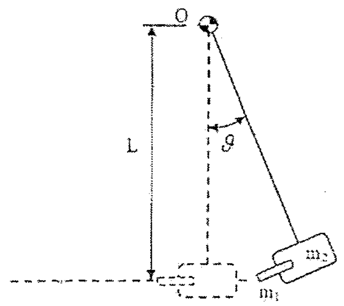


OK!

Pendolo balistico VEDI TEORIA

Un proiettile di massa m_1=60 g viene sparato contro una massa m_2=30 kg sospesa ad un pendolo (pendolo balistico L=3 m). L'elongazione massima del pendolo, dopo l'impatto, è pari a ϑ=15°. Calcolare la velocità del proiettile e la percentuale di energia persa durante l'urto.

[V=709 m/s; E_p=99.8%]

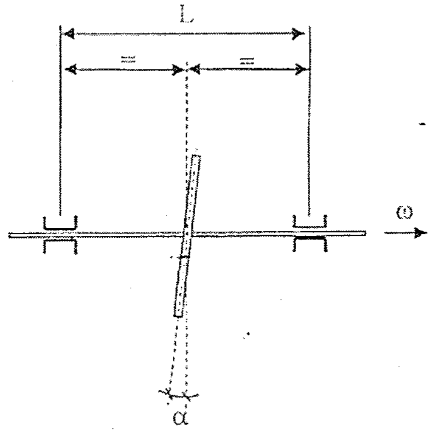


OK!

Rotore

Calcolare la risultante delle azioni di inerzia e le sollecitazioni prodotte sui supporti da un rotore rotante a velocità angolare ω = 157 rad/s e portante un disco calettato con un angolo di disallineamento di α = 1°. Sono dati: ϕ = 0.3 m diametro del disco; m = 275.6 kg massa del disco; L = 0.6 m distanza tra i supporti, h=0.5 m.

[F_i = 0; M_{iG} = 1808 Nm; R_A = 1662 N; R_B = 4366 N]



ESERCITAZIONE ~~4~~

~~5°~~Esercizio *Automobile in partenza*

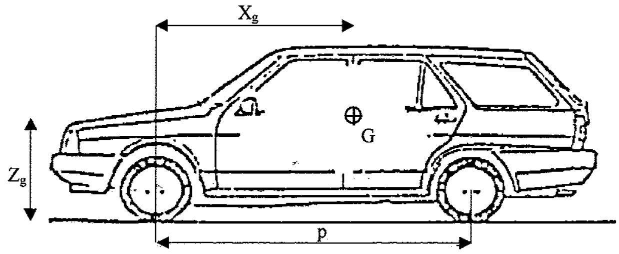
Un'autovettura ~~a trazione posteriore~~ si trova in condizioni di partenza da fermo. Calcolare:

1. la coppia massima applicabile all'assale delle ruote motrici per partire in condizioni di aderenza limite;
2. l'accelerazione corrispondente;
3. le reazioni del terreno corrispondenti;

OK!

Peso totale della vettura	Q = 1360 kg
Passo delle ruote	p = 2.3 m
Diametro delle ruote	D = 650 mm
Coord. baric. G	Xg = 1.30 m; Zg = 0.72 m
Coeff. attr. e ader.	f=0.2; f_a=0.55
Peso di una ruota	q = 10 kg
Raggio inerzia una ruota	ρ= 0.2 m

[C_M=1635.73 Nm; $\ddot{x}$ =3.66 m/s^2; N_B=9106.94 N; T_B=5008.82 N; N_A=4234.66 N; T_A=27.72 N]



~~6°~~ Esercizio *Vite/ madrevite*

In figura è illustrato un sistema vite-madrevite, in cui l'elemento motore è la madrevite, soggetta alla coppia motrice C. Si trascurano le masse della vite e della madrevite e l'attrito nei vincoli.

Sono dati:

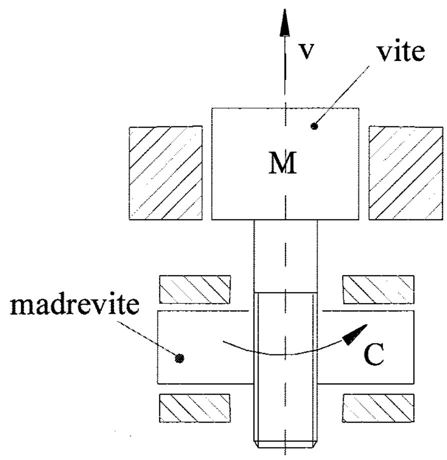
- M= 100 kg (carico movimentato);
- d= 30 mm (diametro medio della vite);
- α= 3° (angolo di inclinazione dell'elica del filetto);
- f= 0.1 (coefficiente di attrito tra vite e madrevite).

OK!

In tali condizioni, calcolare la coppia C necessaria a fare salire il carico di massa M a velocità v costante. Calcolare inoltre il rendimento η del sistema.

Supponendo poi di variare la coppia C, portandola a C'= 5 Nm, calcolare l'accelerazione $\ddot{x}$ del carico M.

[C= 2.25 Nm; η= 0.34; $\ddot{x}$ = 11.95 m/s^2]

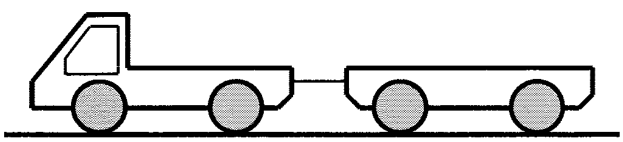


~~7°~~Esercizio Camion con rimorchio

OK!

Un camion con rimorchio procede su strada in piano a velocità costante. La coppia motrice, agente sulle ruote posteriori della motrice, serve a vincere le azioni dell'attrito nei perni e dell'attrito volvente sulle ruote, di cui si conoscono coefficienti e parametri. Si conoscono i pesi della motrice e del rimorchio. Tutte le dimensioni geometriche sono note. Il traino è effettuato mediante una barra orizzontale incernierata ai due estremi.

Determinare graficamente la forza trasmessa da tale barra e la coppia motrice.



~~8°~~ Esercizio Vite/ madrevite NO

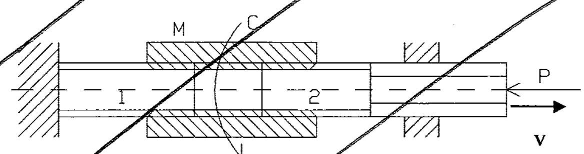
La madrevite M è accoppiata alla vite 1 destrorsa fissa e alla vite 2 sinistrorsa che può solo traslare. Le viti hanno filettatura a profilo rettangolare.

Calcolare la coppia e la potenza da applicare alla madrevite per ottenere un avanzamento del carico alla velocità costante V= 0.5 m/s.

Verificare se sussiste la condizione di irreversibilità del moto.

Passo delle viti	pe = 5 mm
Diametro medio delle viti	d = 25 mm
Coefficiente d'attrito tra i filetti	f = 0.15
Coefficiente d'aderenza tra i filetti	f_a = 0.25
Carico applicato	P = 1000 kg

[C=52.9 Nm; P=16.63 kW]



ESERCITAZIONE 5

~~4°~~ Esercizio *Freno a pattino ad accostamento libero*

OK!

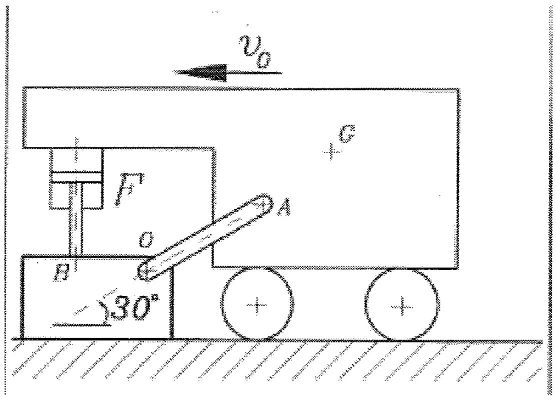
Il carrello di figura viene frenato utilizzando un pattino ad esso vincolato tramite la biella OA, inclinata di 30° sull'orizzontale. Sul pattino agisce, nel punto B, la spinta F di un attuatore idraulico. Sono dati:

- $v_0 = 60$ km/h (velocità iniziale del carrello)
- $a = 3$ m/s^2 (decelerazione del carrello)
- f=0.19 (coeff.di attrito tra pattino e terreno)
- m=1500 kg (massa del carrello).

In tali condizioni calcolare:

- il tempo di frenata del carrello;
- lo spazio di frenata del carrello;
- la forza F esercitata dall'attuatore sul pattino, necessaria a fermare il carrello nel tempo e nello spazio calcolati.

[t_f=5.56 s; x_f=46.31 m; F=21085.63 N]



~~5°~~ Esercizio *Frizione assiale multipla*

OK!

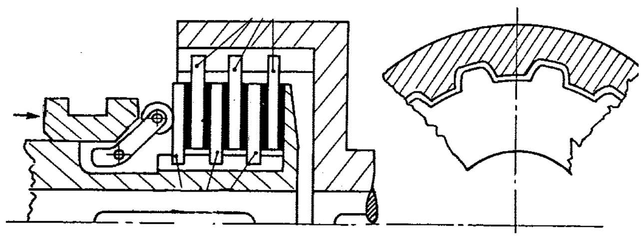
Di una frizione assiale a dischi multipli, utilizzata per trasmettere il moto tra due alberi aventi gli assi coincidenti, si conoscono:

- il numero n delle superfici a contatto n = 6;
- il diametro esterno d_e = 140 mm;
- il diametro interno d_i = 90 mm;
- il coefficiente di attrito della superficie a contatto f = 0.3

Si determinino di conseguenza:

1) il valore della forza assiale F_a che deve essere applicata alla frizione affinché questa possa trasmettere una potenza di 8 kW alla velocità angolare di 750 giri/min;
2) il valore massimo e minimo delle pressioni di contatto esistenti in tali condizioni tra i dischi della frizione.

[F_a=985.5 N; p_{MAX}= 139488.8 N/m^2; p_{MIN}=89671.14 N/m^2]



~~6°~~ Esercizio *Freno a pattimo ad accostamento rigido*

OK!

Dato il pattino ad accostamento rigido rappresentato in figura, determinare la forza frenante *T* e la reazione del perno sul pattino R_O.

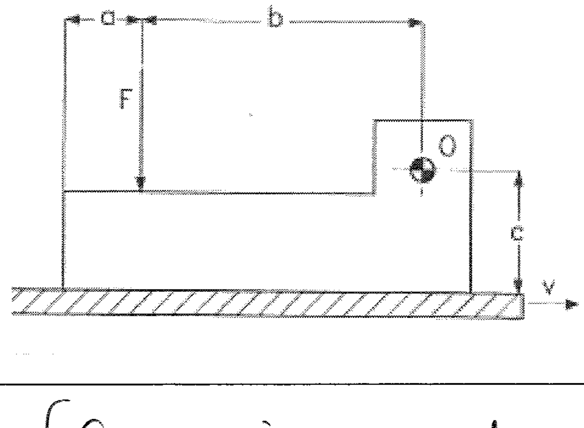
Sono dati:

a=50 mm, b=175 mm, c=75 mm;

f=0,1 (coeff. attrito pattino/nastro);

F=500 N (forza esterna sul pattino).

[T=60 N; R_O=129.5 N]



Sul pattino con ↓F anziché ↺C conviene considerare Rox e Roy e fare l'eq $\xrightarrow{+}$ e l'eq ↑+

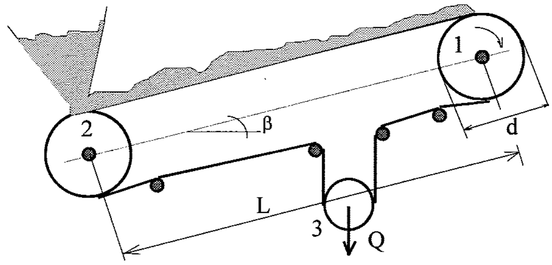
ESERCITAZIONE 6

~~3°~~ Esercizio Nastro trasportatore

E' assegnato il nastro trasportatore di figura dove 1 rappresenta il tamburo motore, 2 il tamburo di rinvio e 3 il tenditore. Supponendo nullo l'attrito ai perni e ogni altra causa di perdite di potenza, considerando il sistema in condizioni di regime, calcolare:

1. La potenza necessaria al tamburo motore; [P_M = 1223.77 W]
2. Il valore minimo di Q per effettuare il trasporto [Q_{MIN} = 536.92 N].

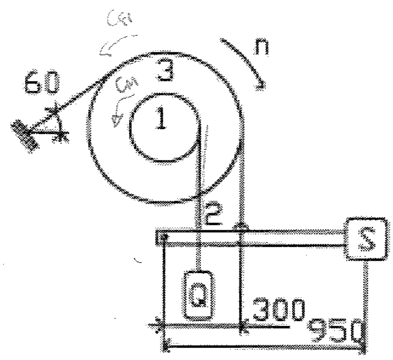
Peso unitario materiale trasportato	q=20 kg/m
Angolo avvolgimento tamburo motore	θ=200°
Coeffic. attrito nastro/tamburo	f=0.4
Velocità del nastro	V=1.5 m/s
d=60 cm	
L=20 m	
β=12°	



4° Esercizio Freno di emergenza a nastro

Un apparecchio di sollevamento è costituito dal tamburo 1 su cui si avvolge la fune 2. Sullo stesso asse del tamburo 1 è calettato il tamburo 3 facente parte di un freno a nastro di emergenza che deve intervenire in caso di mancanza di corrente al motore. In tale caso viene liberato il peso S che è collegato tramite una leva ad una estremità del nastro del freno che così interviene. Alla fune del tamburo 1 è appeso un carico Q=420 Kg. Supponendo che, quando il tamburo sta ruotando alla velocità n_o=32 giri/min nel senso indicato (carico in discesa) manchi corrente al motore e intervenga istantaneamente il freno, calcolare la coppia frenante C del freno [C_{fr} = 774.2 Nm] e il tempo necessario perchè il carico Q si arresti [t*= 1.188 s].

Diametro del tamburo 1	D_1=350 mm
Momento inerzia delle parti rotanti	I=52 kg m^2
Parametro scostamento elastico fune	e_1=2 cm
Coefficiente aderenza nastro/tamburo	f_a=0.34
Diametro del tamburo 3	D_3=800 mm
Peso del freno di sicurezza	S=80 kg
Parametro scostamento anelast. fune	e_2=5 cm
Coefficiente di attrito nastro/tamburo	f=0.22
a=300 mm	
b=950 mm	



ESERCITAZIONE 7

1°Esercizio Ruote cilindriche a denti diritti

Date due ruote dentate cilindriche a denti diritti aventi velocità angolari rispettivamente di ω_1**=70 rad/s** e ω_2**=40 rad/s**, angolo di pressione α**=20°**, numero di denti della ruota 1 pari a z_1**=10** e raggio primitivo pari a r_1**=100 mm**, potenza trasmessa W_1**=2 kW**, rendimento η**=1**, calcolare:

OK!

- il modulo m; [20 mm]
- il rapporto di trasmissione i; [1.75]
- il raggio primitivo della ruota 2, r_2;[175 mm]
- l'interasse a tra le ruote; [275 mm]
- il numero di denti della ruota 2, z_2; [18]
- la forza F_{12} esercitata dalla ruota 1 sulla 2. [154.5 N]

2°Esercizio Ruote cilindriche a denti diritti

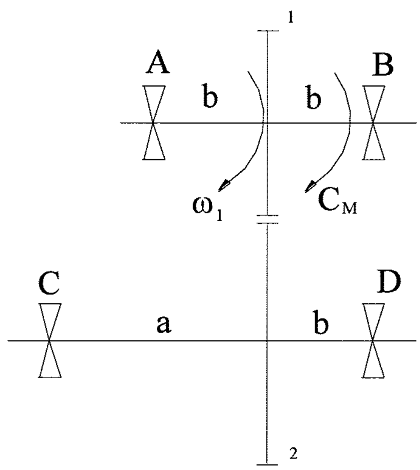
In figura sono illustrate due ruote dentate cilindriche a denti diritti, di cui la ruota 1 è quella motrice. I supporti A e B della prima ruota sono equidistanti da questa (lunghezza b), mentre la ruota 2 dista dai rispettivi supporti secondo le due diverse lunghezze a e b. Sapendo che:

OK!

- C_M = 30 Nm (coppia motrice);
- η = 1 (rendimento della trasmissione);
- z_1 = 13 (n.denti ruota 1);
- i = ω_1/ω_2 = 3 (rapporto di trasmissione);
- m = 4 mm (modulo);
- α = 20° (angolo di pressione);
- $\omega 1$ = 20 rad/s (vel.angolare ruota 1);
- a = 100 mm (vedi figura);
- b = 50 mm (vedi figura);

determinare:

- il numero di denti della ruota 2, z_2; [39]
- i raggi primitivi delle due ruote, R_1 e R_2; [R_1=26 mm; R_2=78 mm]
- la coppia resistente C_R agente sulla ruota 2; [90 Nm]
- la forza F esercitata sulla ruota 2 da parte della ruota 1; [1227.89 N]
- le reazioni R_C R_D sui supporti C e D. [R_C = 818.58 N; R_D = 409.29 N



3°Esercizio Ruote cilindriche a denti diritti

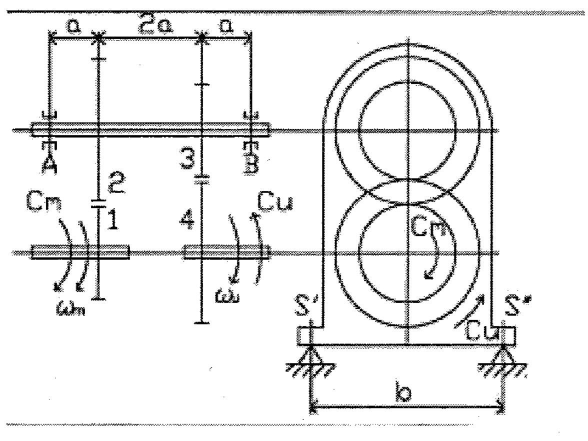
Il sistema in figura trasmette il moto da un gruppo motore ad un gruppo utilizzatore.

OK!

Dati: b = 180 mm; $Z_1 = Z_3 = 17$; $Z_2 = Z_4 = 52$
C_m = 10 Nm; ω = 3000 rpm
m = 2,5 mm; θ = 20°

Determinare:

1. $i = \dfrac{\omega_m}{\omega_u}$; [9.36]
2. i raggi primitivi R_1 e R_2; [R_1= R_3= 21.25 mm; R_2=R_4= 65 mm]
3. la coppia di reazione C_S e le forze $R_{S'}$ ed $R_{S''}$ sui supporti. [C_S= 83.56 Nm; R_S'=R_S''= 458.3N]



© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 67 di 72

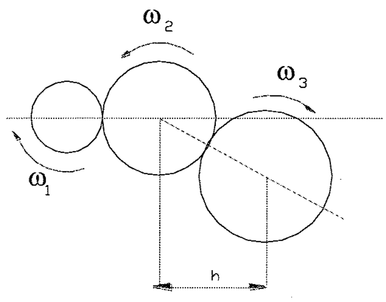
ESERCITAZIONE 8

~~1°~~ Esercizio Rotismo ordinario

OK!

E' dato il rotismo ordinario di figura, realizzato con ruote cilindriche a denti diritti, aventi modulo m=3 mm ed angolo di pressione α=20°, ed i cui numeri di denti sono rispettivamente pari a z_1=16, z_2=18, z_3=72, e trasmette una potenza di 3kW.
Nell'ipotesi che la distanza h indicata in figura valga h= 5 mm e che non esistano fenomeni dissipativi di attrito e che la ruota motrice 1 giri in verso orario alla velocità angolare ω_1=1725 giri/min, si determinino:

a) i valori delle velocità angolari ω_2 ed ω_3 e della velocità periferica nel punto di contatto tra le ruote 1 e 2; -1533.3 giri/min; 383.3 giri/min]
b) il valore della forza agente sulla ruota 1. [736 N]

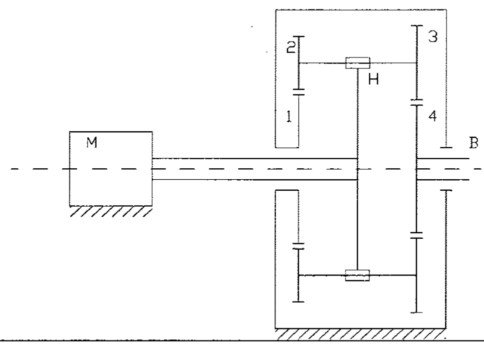


~~2°~~ Esercizio Riduttore epicicloidale

OK!

Un motore M erogante una potenza W = 1.2 kW alla velocità di 300 giri/min fa ruotare l'albero B attraverso un rotismo epicicloidale formato dal portatreno H e da varie ruote dentate cilindriche a denti diritti, di cui si conoscono il modulo m=5 mm, i numeri di denti Z_1=97, Z_2=17, Z_3=18 e l'angolo di pressione α=20°.

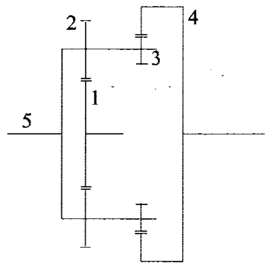
Calcolare:
1. il rapporto di trasmissione ω_H / ω_B realizzato dal riduttore; [-14.55]
2. la coppia di reazione della struttura di sostegno. [C*= 578.73 Nm]



~~3°~~ Esercizio Rotismo epicicloidale

OK!

Nel rotismo di figura, il solare 1 ruota a 400 giri/min e la corona 4 ruota a 50 giri/min. I versi di rotazione sono quelli indicati. Le ruote hanno i numeri di denti seguenti: z_1=15, z_2=25; z_3=15, z_4=55. Le ruote 2 e 3 sono rigidamente collegate tra loro.
Calcolare: la velocità angolare Ω del portatreno 5 [13.28 giri/min], la velocità angolare della ruota 2 [-218.75 giri/min], il rapporto di trasmissione k_{15} [30.11].



~~4°~~ Esercizio Riduttore epicicloidale

OK!

Nel rotismo epicicloidale di figura sono noti la velocità angolare in ingresso e la coppia in uscita. Per il calcolo viene ipotizzato un rendimento unitario.

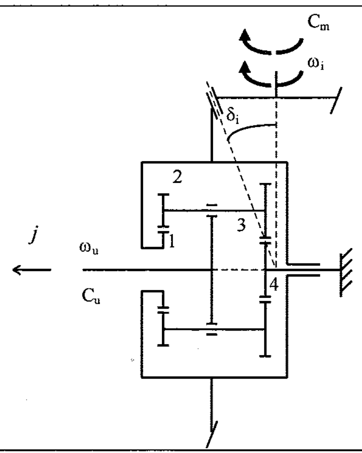
Dati:
n_i= 30 giri/min z_1= 15 z_3= 15 z_4= 45 δ_i= 30° C_u=10 Nm
Ricavare:

espressione letterale di ω_u

valore di ω_u [-0.226 rad/s]

valore di C_m [0.721 Nm]

verso di ω_u coincidente con $\vec{j}$? [opposta]



Nel riduttore epicicloidale → 2GdL → il verso della ω finale si mette alla fine.

Calcolo WILLIS con quelle che conosco → ricavo Ω!

Riduttore → contiene sempre Ω.

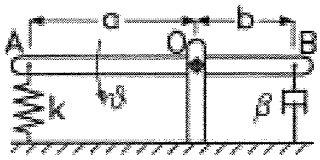
ESERCITAZIONE 11

OK!

1° Es. Oscillazioni libere smorzate

L'asta rappresentata in figura, di lunghezza (a+b) e massa m uniformemente distribuita, è nella posizione orizzontale e può ruotare intorno alla cerniera O. In A è collegata una molla di rigidezza k e in B è collegato uno smorzatore con costante di smorzamento β.
Determinare: il diagramma di corpo libero dell'asta; l'equazione delle piccole oscillazioni che compie l'asta intorno ad O; il valore della costante di smorzamento β per avere un fattore di smorzamento $\zeta = 0.5$. [2291 Ns/m]

Dati:
a = 1.2 m, b = 0.8 m;
m = 80 kg;
k = 50 kN/m.

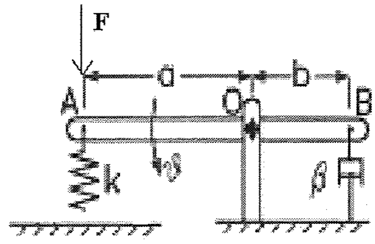


OK!

2° Es. Oscillazioni forzate

L'asta ~~rappresentata in~~ figura, di lunghezza (a+b) e massa m uniformemente distribuita, è nella posizione orizzontale e può ruotare intorno alla cerniera O. In A è collegata una molla di rigidezza k e in B è collegato uno smorzatore con costante di smorzamento β.
All'estremità libera della molla è applicata una forza verticale $F = F_0 \sin(\Omega t)$.
Determinare la risposta del sistema a regime (ampiezza θ_0 e ritardo di fase φ). [$\theta_0 = 0.00137$ rad; $\varphi = 136.73°$]

Dati:
a = 1.2 m, b = 0.8 m;
m = 80 kg;
k = 50 kN/m;
β = 2291 Ns/m;
$F_0 = 200$ N, f = 13 Hz (ampiezza e frequenza della forzante).

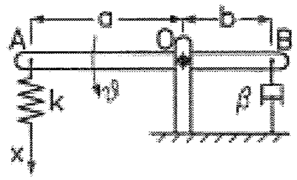


OK!

3° Es. Oscillazioni forzate

L'asta ~~rappresentata in~~ figura, di lunghezza (a+b) e massa m uniformemente distribuita, è nella posizione orizzontale e può ruotare intorno alla cerniera O. In A è collegata una molla di rigidezza k e in B è collegato uno smorzatore con costante di smorzamento β.
All'estremità libera della molla è imposto un moto verticale $x = x_0 \sin(\Omega t)$.
Determinare la risposta del sistema a regime (ampiezza θ_0 e ritardo di fase φ). [$\theta_0 = 0.0091$ rad; $\varphi = 77.54°$]

Dati:
a = 1.2 m, b = 0.8 m;
m = 80 kg;
k = 50 kN/m;
β = 2291 Ns/m;
$x_0 = 10$ mm, f = 7 Hz.



4° Es. Massa su piano vibrante

Una massa è collegata ad un piano vibrante mediante una molla di rigidezza K = 100 kg/mm ed uno smorzatore di costante β= 10 kgs/mm . Il piano vibra con una pulsazione w = 10 rad/s e ampiezza A = 2 mm . Sapendo che il peso della massa è P = 10 kg, determinare il moto a regime della massa relativo al piano vibrante , calcolandone ampiezza e fase.

[$x_0 = 1.44 \cdot 10^{-6}$ m; $\varphi = 45°$]