NUMERO: 640

DATA: 07/10/2013

A P P U N T I

STUDENTE: Sandrone

MATERIA: Termodinamica e Trasmissione del Calore + Eserc.+ Temi
Prof. Giaretto

PSICROMETRIA

ARIA UMIDA: aria secca + vapor d'acqua

È una miscela ideale di gas ideali:

- aria secca $\bar{M}a = 28.967 \ kg/kmol$

  $Ra = 287.0 \ J/(kg\,kmol)$

- vapor d'acqua $\bar{M}v = 18.016 \ kg/kmol$

  $Rv = 461.5 \ J/(kg\,kmol)$

UMIDITÀ SPECIFICA (x)

$$\boxed{X = \frac{Mv}{Ma} = \frac{\rho v}{\rho a} = 0.622 \cdot \frac{pv}{pa}}$$

Mv = massa di vap.
Ma = " " aria secca } cont. nel V di aria umida considerato

$$\rho a = \frac{Ma}{V} \qquad \rho v = \frac{Mv}{V} \qquad \Rightarrow \qquad \frac{\rho a}{\rho v} = \frac{Ma}{Mv}$$

$$p = pa + pv$$

$$\Rightarrow \boxed{X = 0.622 \frac{pv}{p - pv}}$$

GRADO di SATURAZIONE (ψ)

$$\psi = \frac{X}{Xs} \simeq \frac{pv}{ps}$$

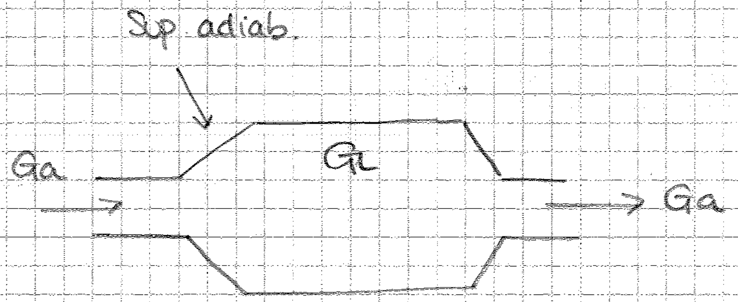
Xs = umid. spec. in cond. di saturaz.

Temp. di rugiada

È la T a cui si porta la miscela una volta ragg. la cond. di saturaz. attrav. un processo isobaro, a umidità spec. costante ($x = cost$)

Temp. di saturaz. adiabatica

È la T dell'acqua che, evaporando in una corrente di aria umida, porta la miscela in cond. di saturaz. alla stessa T.
Det. a partire dallo stato in. dell'aria



Bilancio di massa $\quad G_L = G_a (x_2 - x_1)$

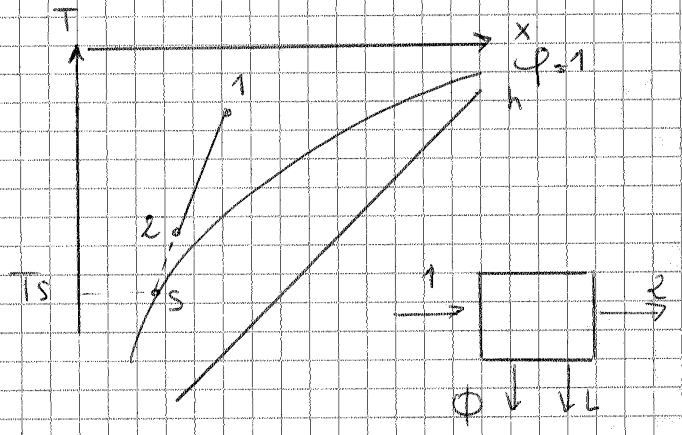
Bilancio di en.: $\quad G_a h_1 + G_a (x_2 - x_1) h_L = G_a h_2$

$$h_L = \frac{G_a h_s - G_a h_1}{G_a \; x_s - x_1}$$

$$x_s = x_2 \qquad h_s = h_2$$

$$\Rightarrow \boxed{h_L = \frac{h_s - h_1}{x_s - x_1}}$$

RAFFREDDAM. con DEUMIDIFICAZ.



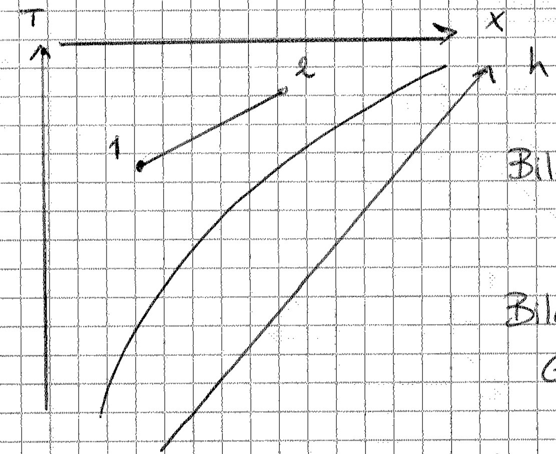
Bilancio di massa : $\begin{cases} G_{a,1} = G_{a,2} = G_a \\ G_a(x_1 - x_2) = G_L \end{cases}$

Bilancio di en : $\Phi = G_a(h_2 - h_1) + G_L h_L < 0$

$\Phi = G_a(h_2 - h_1) < 0 \qquad (T_L \simeq T_2)$

Fatt di by-pass : $f_{bp} = \dfrac{h_2 - h_s}{h_1 - h_2}$

UMIDIFICAZIONE (Immet. di acqua vap)



Bilancio massa

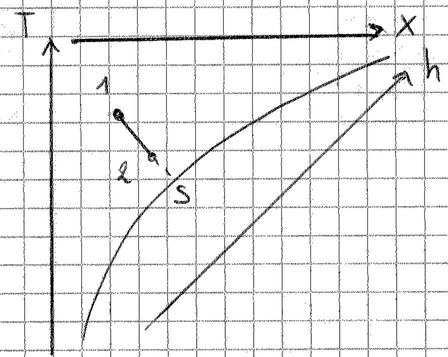
$G_a(x_2 - x_1) = G_v$

Bilancio entalpico

$G_a(h_2 - h_1) = G_v h_v$

$\Rightarrow \boxed{\dfrac{h_2 - h_1}{x_2 - x_1} = \dfrac{\Delta h}{\Delta x} = h_v}$

Immet di acqua liquida



$G_a(x_2 - x_1) = G_L$

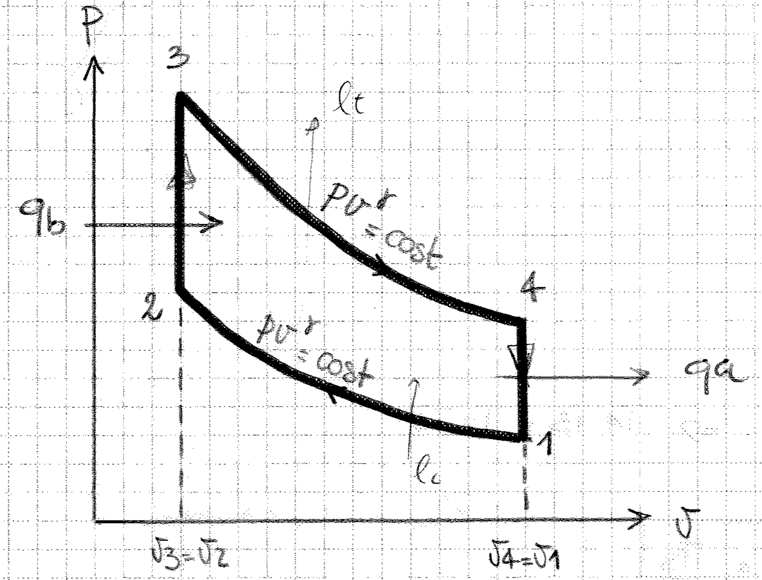
$G_a(h_2 - h_1) = G_L h_L$

$\boxed{\dfrac{h_2 - h_1}{x_2 - x_1} = \dfrac{\Delta h}{\Delta x} = h_L}$

$\varepsilon_s = \dfrac{x_2 - x_1}{x_s - x_1}$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 7 di 311

CICLO OTTO



2 ADIABATICHE
2 ISOCORE

$$\boxed{\eta = 1 - \frac{|q_a|}{|q_b|} = 1 - \frac{\cancel{c_v}(T_4 - T_1)}{\cancel{c_v}(T_3 - T_2)}}$$

$$\eta = 1 - \frac{T_4}{T_2} \frac{\left(\frac{T_4}{T_1} - 1\right)}{\left(\frac{T_3}{T_2} - 1\right)}$$

- $\overline{1-2}$ Adiab. rev $\to$ $\underline{pv^\gamma = cost}$ $\Rightarrow$ $\underline{Tv^{\gamma-1} = cost}$

$$T_1 v_1^{\gamma-1} = T_2 v_2^{\gamma-1}$$

r_v = RAPPORTO VOLUMETRICO

$$\boxed{r_v = \frac{v_1}{v_2} = \frac{v_4}{v_3}}$$

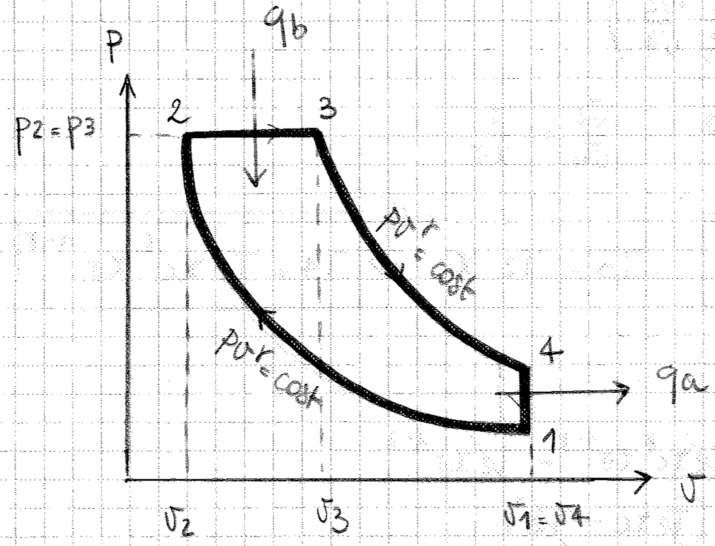
$$T_2 = T_1 \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^{\gamma-1}$$

$$T_2 = T_1 \, r_v^{\gamma-1}$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{T_1}{T_2} = r_v^{1-\gamma}}$$

$$r_v = \left(\frac{T_1}{T_2}\right)^{\frac{1}{1-\gamma}}$$

CICLO DIESEL



2 ADIAB. REV.
1 ISOCORA
1 ISOBARA

Calore fornito (qb) in modo isobaro

$$\boxed{\eta = 1 - \frac{|q_a|}{|q_b|} = 1 - \frac{c_v (T_4 - T_1)}{c_p (T_3 - T_2)}}$$

$$\gamma = \frac{c_p}{c_v}$$

$$\Rightarrow \eta = 1 - \frac{(T_4 - T_1)}{\gamma (T_3 - T_2)}$$

$$r_v = \frac{v_1}{v_2} = \frac{v_4}{v_2}$$

r_c = RAPP. VOLUMETRICO di COMBUSTIONE

$$\boxed{r_c = \frac{v_3}{v_2}}$$

- $\overline{1-2}$ $\quad T v^{\gamma - 1} = \text{cost}$

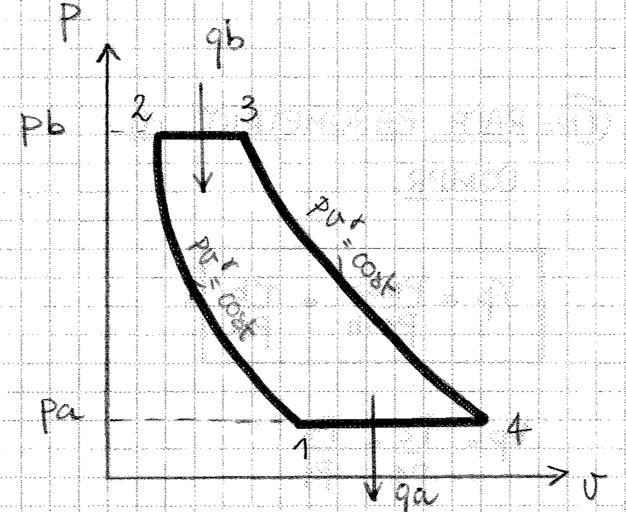
$$T_1 v_1^{\gamma-1} = T_2 v_2^{\gamma-1}$$

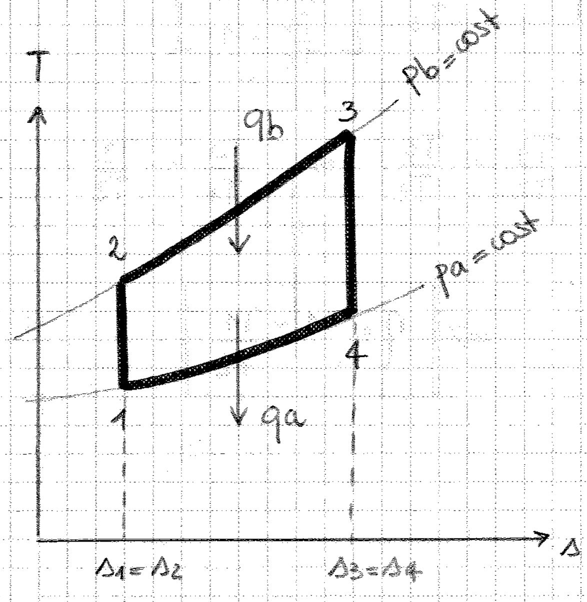
$$T_1 = T_2 \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^{\gamma-1} = T_2 (r_v)^{1-\gamma} \Rightarrow \boxed{T_1 = T_2 (r_v)^{1-\gamma}}$$

- $\overline{2-3}$ Isobara $\rightarrow p = \text{cost}$ $\qquad pv = RT$

$$\frac{\cancel{R} T_2}{v_2} = \frac{\cancel{R} T_3}{v_3} \Rightarrow T_3 = T_2 \frac{v_3}{v_2} \Rightarrow \boxed{T_3 = T_2\, r_c}$$

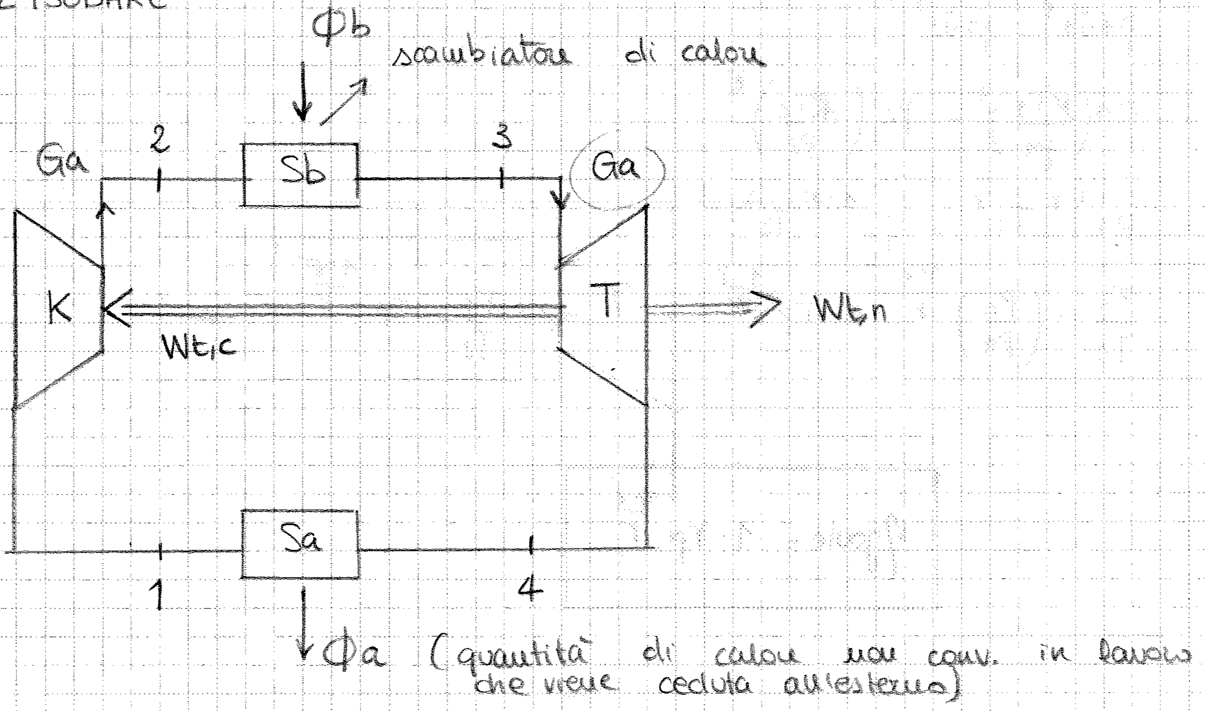
CICLO BRAYTON - JOULE





2 ISOENTROPICHE

2 ISOBARE



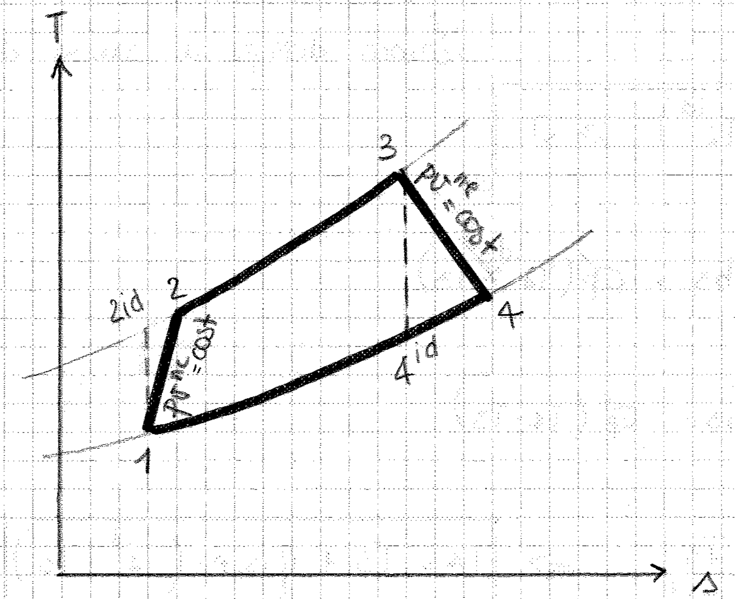
$W_{t,n} = G_a \, l_{t,n}$

$\Phi_b = G_a \, q_b$ $\qquad G_a \left[\frac{kg}{s}\right], \quad q\left[\frac{kJ}{kg}\right]$

$\Phi_a = G_a \, q_a$

$$\boxed{\eta = 1 - \frac{|q_a|}{|q_b|} = 1 - \frac{\cancel{c_p}(T_4 - T_1)}{\cancel{c_p}(T_3 - T_2)}}$$

Effetto delle irreversibilità negli scambi di en. meccanica



Se c'è attrito, le trasf. che avvengono nel compr. e nella turbina non sono più isoentropiche, ma a entropia crescente

$$\boxed{\eta_{is,c} = \frac{l_{t,c}^{id}}{l_{t,c}}} \quad / \quad \boxed{\eta_{is,e} = \frac{l_{t,e}}{l_{t,e}^{id}}}$$

↳ RENDIMENTI ISOENTROPICI di COMPR. / ESPANS.

$$0 < \eta_{is} < 1$$

- $\underbrace{q}_{=0} - l_{t,c}^{id} = h_2^{id} - h_1 = c_p (T_2^{id} - T_1)$

(trasf adiab.)

$$q - l_{t,c} = h_2 - h_1 = c_p (T_2 - T_1)$$

$$\Rightarrow \boxed{\eta_{is,c} = \frac{T_2^{id} - T_1}{T_2 - T_1}} \Rightarrow \boxed{T_2 = T_1 + \frac{T_2^{id} - T_1}{\eta_{is,c}}}$$

Temp. alla fine della compr. risp. al caso ideale

Le aree sottese a pv^{nc} e pv^{ne} = cost sono rispettivam:

① $q_c = c_c(T_2 - T_1)$ → incremento anomalo della T (x irrev.) fa espandere la sost. mentre io la sto comprim.

↳ LAVORO PERSO PER CONTRO-RECUPERO

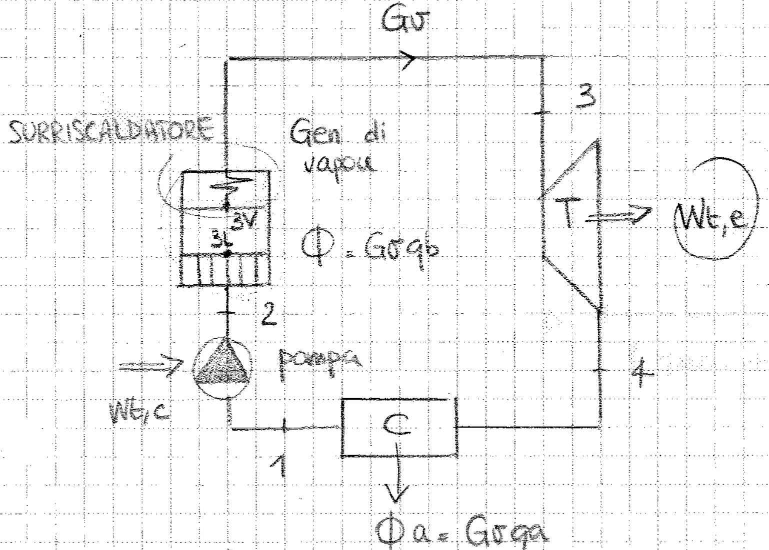
② $q_e = c_e(T_4 - T_3)$ → espans. della sost. x aumento di T mentre io la sto espandendo

↳ LAVORO DI RECUPERO

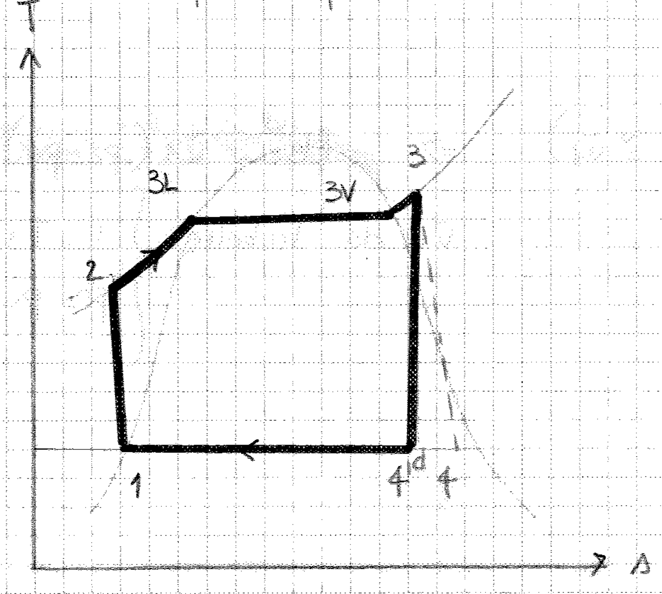
$$\boxed{\eta_{rankine} = 1 - \frac{|q_a|}{|q_b|} = \frac{(s_4 - s_1)\,T_a}{(s_3 - s_2)\,T_b}}$$

CICLO RANKINE - HIRN
(a vapore surriscaldato)

La diff. con il ciclo Rankine sta nel fatto che il gen. di vapore produce vapore surriscaldato anziché saturo secco → nel generatore stesso c'è un' ulteriore sez. di scambio termico (SURRISCALDATORE)



Wt,e = Gv lt,e



CICLI INVERSI

$$\boxed{\varepsilon = \frac{Q_0}{|L|}}$$

Q_0 = calore sottratto
$|L|$ = lavoro corrisp. speso

(CICLO FRIGORIFERO)

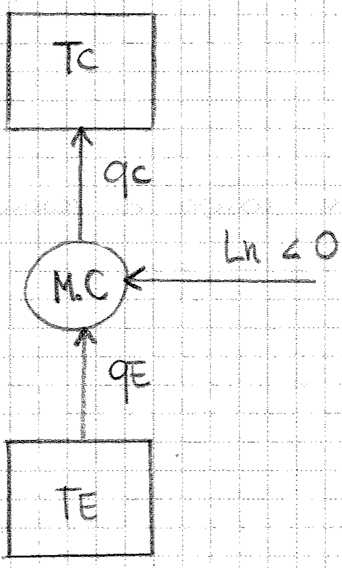
$$\boxed{\varepsilon' = \frac{|Q_1|}{|L|}}$$

$|Q_1|$ = quantità di calore ceduta al serbatoio termico

(CICLO A POMPA DI CALORE)
↳ cede calore a un sistema utilizzatore a T più elevata

$\varepsilon' = \varepsilon + 1$

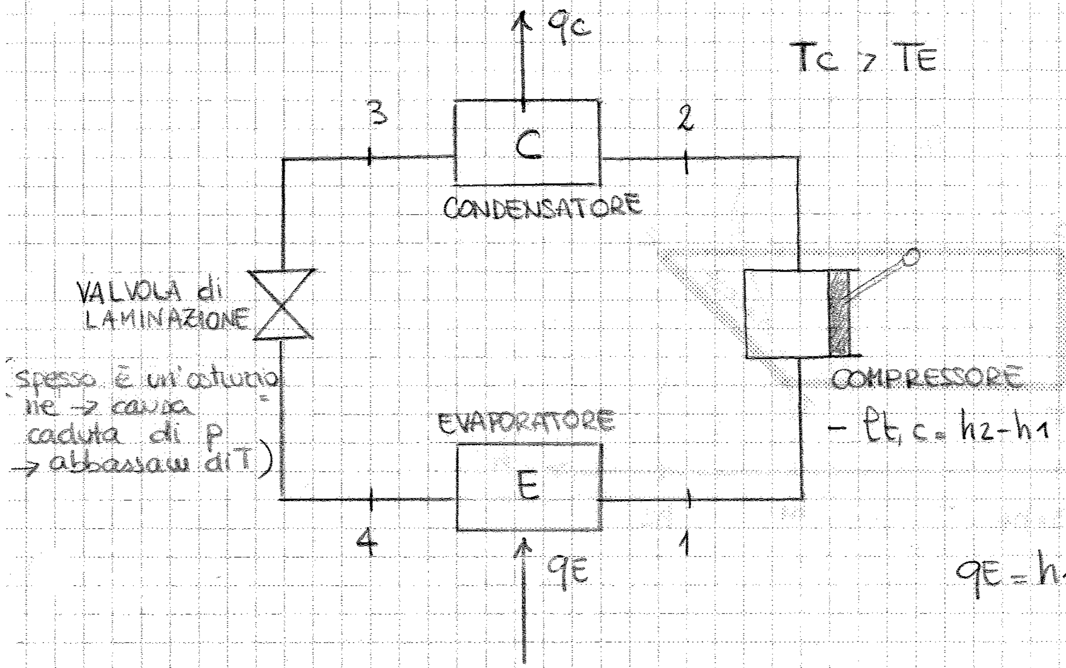
CICLO INVERSO DI CARNOT



$T_C > T_E$

Attraverso la fornitura di lavoro netto si trasferisce en. termica da ambiente a bassa T (T_E) ad un posto a temperatura $T_C > T_E$

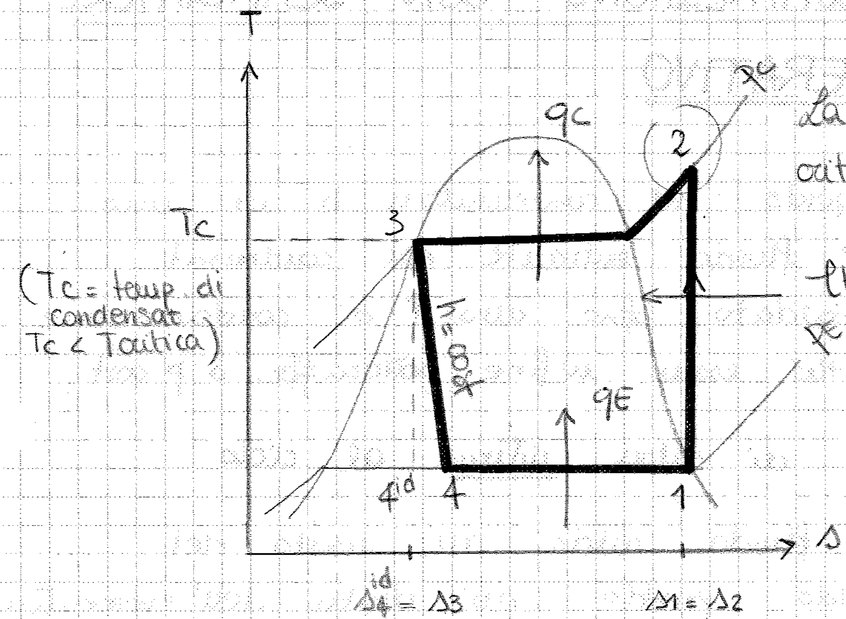
CICLO INVERSO A SEMPLICE COMPRESS. DI VAPORE



$T_C > T_E$

$-l_{t,c} = h_2 - h_1$

$q_E = h_1 - h_4$

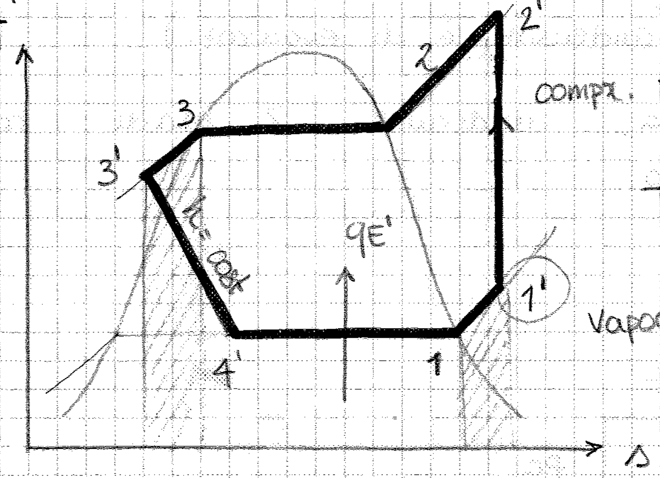


La T può essere > di quella critica alla fine della compressione

$l_{t,c} = l_n$ Compress. nella regione del vapore surriscaldato

$$\boxed{COP_f = \frac{q_E}{|l_{t,c}|} = \frac{h_1 - h_4}{h_2 - h_1}}$$

Talvolta il sottoraffr. del liquido viene realizzato a spese del surriscaldam. di vapore all'aspirat. del compressore, in uno scambiat. di calore rigenerativo



$T_{2'} > T_2$

vapore surriscaldato

$h_1' - h_1 = |q_R|$

$h_3 - h_3' = |q_R|$

q_R = calore di rigenerat. attrav. lo scambiatore

S.R adiabatico

Bilancio su S.R :

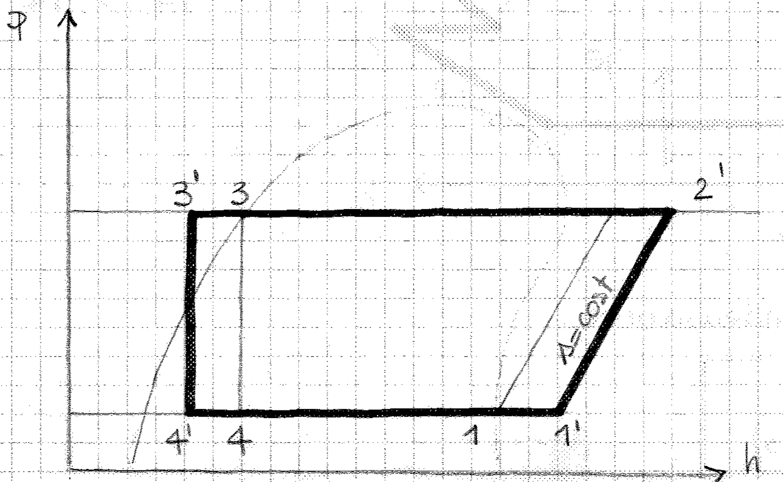
$$\cancel{G_f}(h_1 + h_3) = \cancel{G_f}(h_1' + h_3')$$

G_f = portata in entrata / uscita dallo scambiatore

$$q_E' = h_1 - h_4' > q_E$$

$$\underline{q_E' > q_E}$$

! Aumenta q_E ma non è certo che sia aumentata l'efficienza (resta più o meno la stessa, ma con prestaz. in termini di quantità prelevate all'evap. superiori)



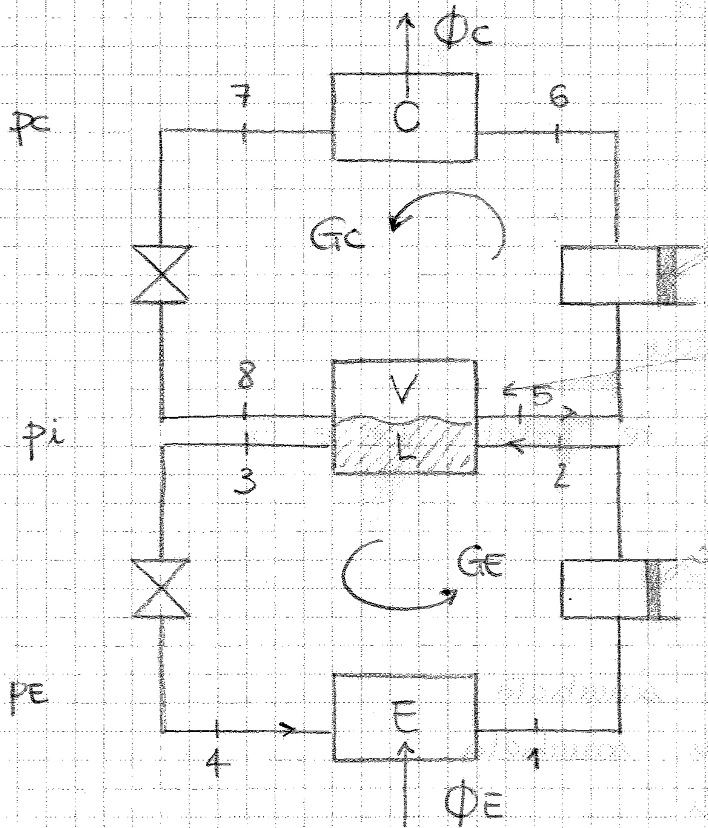
$-l_{t,c} = h_2' - h_1'$

I.R = INTERREFRIGERAZIONE → raffreddare opportunamente il vapore x raggiungere l'inizio della 2ª compressione a una T ragionevole

Se entra aria nell'evap. l'effetto frigorifero si annulla (→ blocco del funzionamento). PE non deve essere al di sotto della pamb.

Se invece fuoriesce fluido frig. dall'evap. non ci sarebbe blocco del funzionamento, ma solo diminut. dell'efficienza.

CICLO A DOPPIA COMPRESSIONE E DOPPIA LAMINAZIONE DI VAPORE



$T_E \cong -60°C$

$W_{t,c}'' = G_C \, \ell_{t,c}$

SEPARATORE INTERMEDIO
↳ separa la fase liquida dalla fase vap

Pi = press. intermedia

$W_{t,c}' = G_E \, \ell_{t,c}$

Ragioniamo in termini di FLUSSI TERMICI (e non quantità specifiche) → perchè circolano portate ≠ di fluido al cond. e all'evap.

$\frac{G_E}{G_C} < 1$ → all'evap circola meno portata

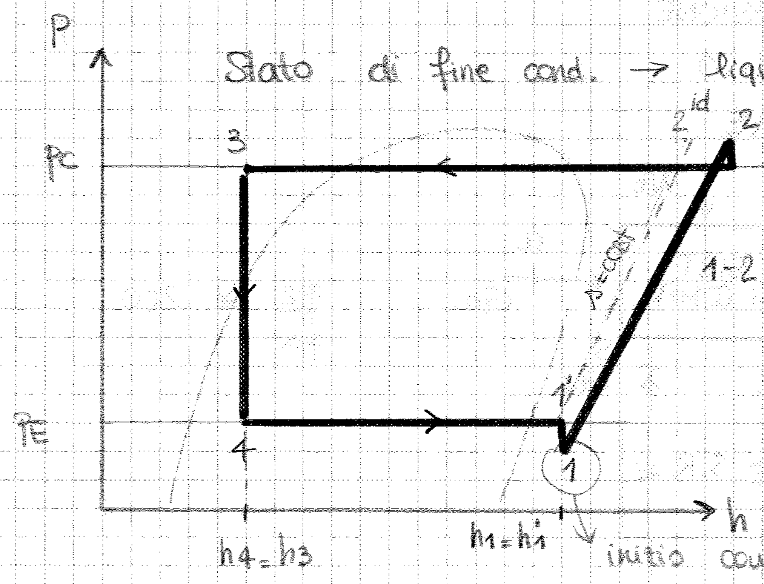
$$\boxed{COP_f = \frac{\Phi_E}{W_{t,c}' + W_{t,c}''}}$$

$$COP_f = \frac{G_E(h_1 - h_4)}{G_E(h_2 - h_1) + G_C(h_6 - h_5)} = \frac{h_1 - h_4}{(h_2 - h_1) + \frac{h_2 - h_3}{h_5 - h_8}(h_6 - h_5)}$$

Effetto delle irreversibilità

Se la compr. non è più rev. mi sposto verso dx (valori di entalpia crescenti)

- Le trasf. ideali isobare del fluido frigorigeno nel cond. e nell'evap. sono sogg. a perdita di carico → la p a fine trasformaz. sarà < di quella iniziale
- Le trasf di compr. adiabatica non saranno più isoentropiche, ma ci sarà un aumento di entropia di irreversibilità



1-2 → non è una trasf. s=cost
$s_2 > s_1$ (trasf. non rev.)

$p_2 > p_3$ e $p_1 < p_4$
$T_1' > T_1$

p_4, T_4 = press. e temp. di evap.

Il fluido x attrav. l'evap. dissipa en. meccanica → caduta di p

Il compr. lavora tra 1 e 2 → rapp. di compr. + elevato (il lavoro aumenta) → il compr. deve vincere le cadute di p

- Il sist di compr. comprime il gas nelle cond. ambiente fino a una cond. con T prossima a quella amb ma elevata p.

- Gas raffreddato in uno scambiatore rigenerativo (cedendo calore al gas a p prossima a quella atm. di ritorno al compr.)
  Stato 3 → la cond. raggiunta dal gas in p all'uscita dello scamb. deve essere / da dar luogo a vapore saturo secco (laminar. adiab. 3-4 fino a una p prossima a quella atmosf.)

- Separatore finale → separa la fase liquida dalla fase vap. saturo secco (che viene inviata nello scamb. rigenerativo)

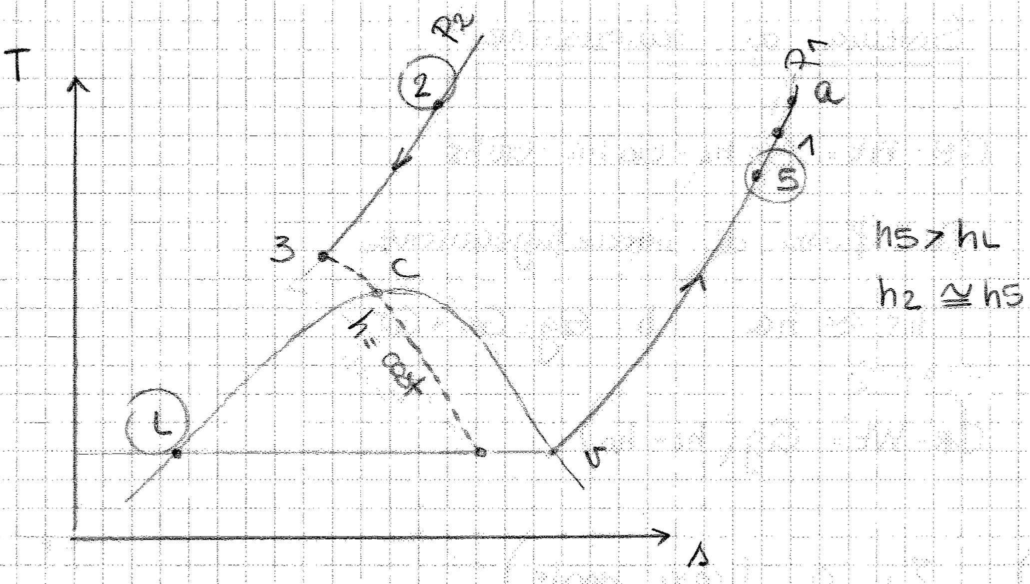
G_g = quantità di gas compresso = $G_v + G_a$

Di tutta la portata che comprimo solo una quantità piccola è liquefatta

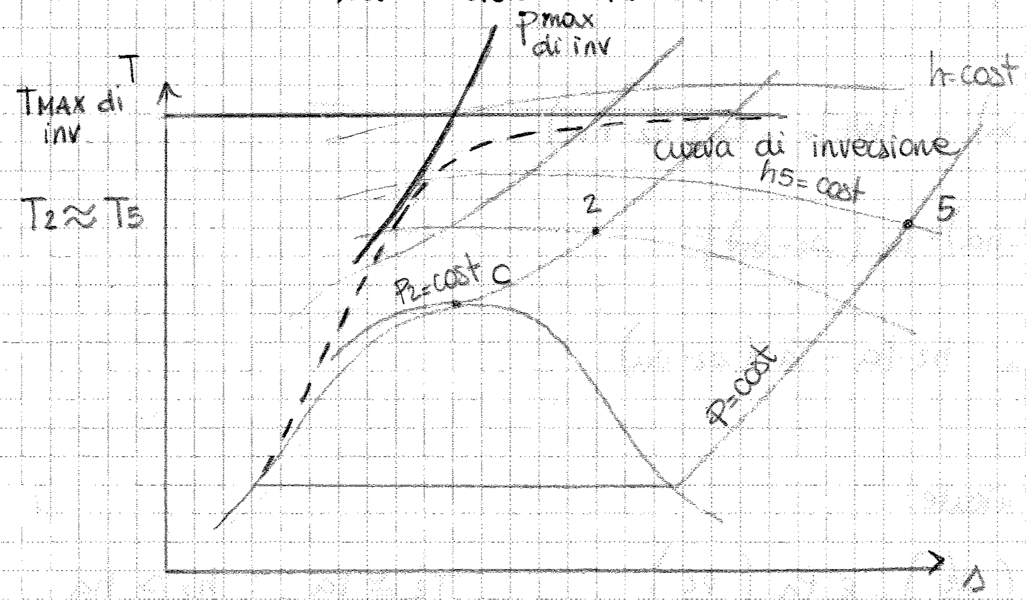
$$\boxed{\varepsilon_L = \frac{G_L}{G_g}}$$

ε_L = EFFICIENZA di LIQUEFAZ.

Sist. di compr. → costit. da un compr. a + stadi con interrefrigeratori intermedi e raffr. finale



Non è poss. usare un semplice processo Linde x la liquefazione di un gas criogenico la cui TMAX di inv. è al di sotto della Tamb.



$T_{MAX\ inv} \sim \frac{27}{4} T_c$

Conduzione termica

$$\boxed{\Phi = A\,(T_1 - T_2)\cdot C}$$

$$\boxed{C = \frac{\lambda}{s}} = \underline{\text{CONDUTTANZA TERMICA}} \quad \left[\frac{W}{m^2 K}\right]$$

s → spessore

λ = CONDUCIBILITÀ $\left[\frac{W}{mK}\right]$

$$\boxed{\varphi = \frac{\Phi}{A}} \quad \left[\frac{W}{m^2}\right] = \underline{\text{FLUSSO SPECIFICO}}$$

$$\boxed{R = \frac{1}{C} \quad \left[\frac{m^2K}{W}\right]} = \underline{\text{RESIST. SPECIFICA}}$$

$$\boxed{R = \frac{1}{A\cdot C} \quad \left[\frac{K}{W}\right]} = \underline{\text{RESIST. TOT.}}$$

$$\boxed{\varphi_n = -\lambda_n \frac{\partial T}{\partial n}} \qquad \underline{\text{POSTULATO di FOURIER}}$$

- λ_n = conducibilità termica nella dir. normale alla sup. isoterma
- $\frac{\partial T}{\partial n}$ = grad. di T

Caso ISOTROPO:

$$\boxed{\overline{\varphi} = -\lambda\,\nabla(T)}$$

$$= -\lambda\left[\left(\frac{\partial T}{\partial x}\right)\overline{i} + \left(\frac{\partial T}{\partial y}\right)\overline{j} + \left(\frac{\partial T}{\partial z}\right)\overline{k}\right]$$

Caso ANISOTROPO

$$\boxed{\{\varphi\} = -[\Lambda]\,\{\nabla(T)\}}$$

$[\Lambda]$ ⇓ TENSORE della CONDUCIBILITÀ TERMICA

$$\varphi = -\left(\lambda_{xx}\frac{\partial T}{\partial x}\overline{i} + \lambda_{yy}\frac{\partial T}{\partial y}\overline{j} + \lambda_{zz}\frac{\partial T}{\partial z}\overline{k}\right)$$

Condizioni al contorno

- I TIPO $\Rightarrow$ $T_s = f(x,y,z,t)$

  ↳ temp. imposta sulla sup. S

- II TIPO $\Rightarrow$ $\left(\frac{\partial T}{\partial n}\right)_s = g(x,y,z,t)$

  ↳ grad. termico imposto su S

  $$\left(\frac{\partial T}{\partial n}\right)_s = 0 \Rightarrow \text{adiabaticità}$$

- III TIPO $\Rightarrow$ $\varphi_n = -\lambda\left(\frac{\partial T}{\partial n}\right)_s = h(x,y,z,t)$

  ↳ flusso termico imposto su S

$$-\lambda\left(\frac{\partial T}{\partial n}\right)_s = \alpha\,(T_s - T_f)$$

α = coeff. di convet. termica

1) $\varphi = \alpha_i (T_i - T_1) \Rightarrow \varphi \frac{1}{\alpha_i} = T_i - \cancel{T_1}$

2) $\varphi = \frac{\lambda}{s} (T_1 - T_2) \Rightarrow \varphi \frac{s}{\lambda} = \cancel{T_1} - \cancel{T_2}$

3) $\varphi = \alpha_e (T_2 - T_e) \Rightarrow \varphi \frac{1}{\alpha_e} = \cancel{T_2} - T_e$

$$\left(\frac{1}{\alpha_i} + \frac{s}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_e}\right)\varphi = T_i - T_e$$

$$\boxed{\varphi = \frac{T_i - T_e}{\frac{1}{\alpha_i} + \frac{s}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_e}} = K (T_i - T_e)}$$

$K = \left(\frac{1}{\alpha_i} + \frac{s}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_e}\right)^{-1}$ = TRASMITTANZA TERMICA $\left[\frac{W}{m^2 K}\right]$

STRATO CILINDRICO, STAZIONARIO, H=0

$\nabla^2(T) = 0 \qquad \nabla^2(T) = \frac{\partial T}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{dT}{dr}$

$u = r\frac{dT}{dr} \qquad \underline{u = B = cost}$

$\frac{dT}{dr} = \frac{B}{r} \Rightarrow \boxed{T = C + B \ln(r)}$

- I TIPO

$r = r_1 \Rightarrow T = T_1 \qquad T_1 = C + B \ln(r_1) \qquad C = T_1 - B \ln(r_1)$

$r = r_2 \Rightarrow T = T_2 \qquad T_2 = C + B \ln(r_2)$

$T_2 - T_1 = B(\ln(r_2) - \ln(r_1))$

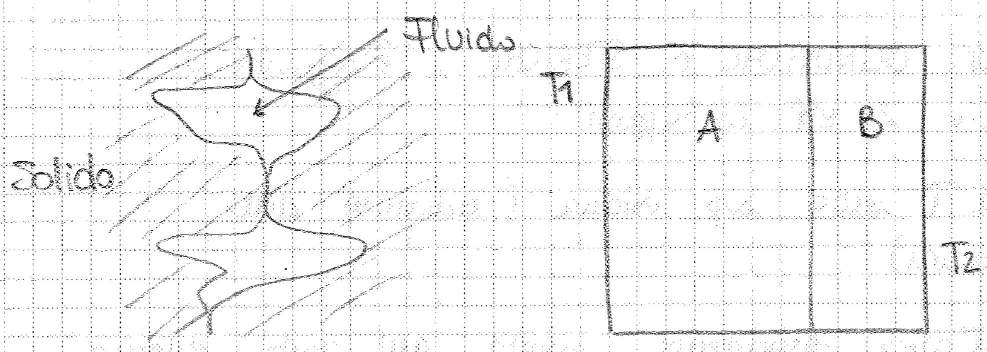
$$\boxed{B = \frac{T_2 - T_1}{\ln(r_2/r_1)}}$$

$$\boxed{\varphi = -\lambda \frac{dT}{dr} = \frac{T_1 - T_2}{\frac{r}{\lambda} \ln(r_2/r_1)}}$$

$r_1 \le r \le r_2 \Rightarrow$ raggio della sup. alla quale il flusso è riferito

$\varphi_{S1} r_1 = \varphi_{S2} \cdot r_2$

Resistenza termica di contatto



S = sup. di separaz. tra i 2 materiali

$S = S_C + S_F$

- S_C = sup di cont. tra i materiali A e B
- S_F = sup a cont. con il fluido racchiuso nelle cavità

$$R_A = \frac{g/2}{\lambda_A} \quad ; \quad R_B = \frac{g/2}{\lambda_B}$$

- Flusso conduttivo attraverso i solidi effettivam. a contatto

$$\boxed{\phi_C = \frac{S_C(T_A - T_B)}{g/2\left(\frac{1}{\lambda_A} + \frac{1}{\lambda_B}\right)}}$$

- Flusso conduttivo attrav. il fluido interstiziale

$$R_F = \frac{g}{\lambda_F} \Rightarrow \boxed{\phi_F = \frac{S_F(T_A - T_B)}{g/\lambda_F}}$$

$\Rightarrow$ Il flusso tot che attraversa la regione di interfaccia (def. tramite la resist. termica di cont. R_{CT})

$$\boxed{\phi = \frac{S(T_A - T_B)}{R_{CT}}} \qquad \phi = \phi_C + \phi_F$$

$$\frac{S(T_A - T_B)}{R_{CT}} = \frac{S_C(T_A - T_B)}{\frac{g}{2}\left(\frac{1}{\lambda_A} + \frac{1}{\lambda_B}\right)} + \frac{S_F(T_A - T_B)}{g/\lambda_F}$$

$$\Rightarrow \boxed{R_{CT} = \frac{g}{2\frac{S_C}{S}\left(\frac{\lambda_A \lambda_B}{\lambda_A + \lambda_B}\right) + \frac{S_F}{S}\lambda_F}}$$

- Se il raggio esterno dello strato cilindrico è > di r_c ($r_2 > r_c$), per qualunque spessore dello strato aggiuntivo, φ_L diminuisce
- Se invece $r_2 < r_c$, aggiungendo uno strato di materiale il flusso disperso aumenta sino al raggiungimento del raggio critico

$$\left(\frac{d\Phi_{cond,x}}{dx}\right) dx + \alpha\, dS \left[T(x) - T_f\right] = 0$$

$T(x) - T_f = \theta(x)$ → eccesso di temperatura

T_f cost su x :

$$\frac{dT(x)}{dx} = \frac{d\theta(x)}{dx}$$

$$\Rightarrow \frac{d\Phi_{cond,x}}{dx} + \alpha \frac{dS}{dx}\theta(x) = 0$$

Flusso conduttivo nella gen. posiz. x : Postulato di Fourier

$$\Phi_{cond,x} = -\lambda A(x) \frac{d\theta(x)}{dx}$$

$$\Rightarrow \frac{d}{dx}\left[-\lambda \cdot A(x) \frac{d\theta(x)}{dx}\right] + \alpha \frac{dS(x)}{dx}\theta(x) = 0$$

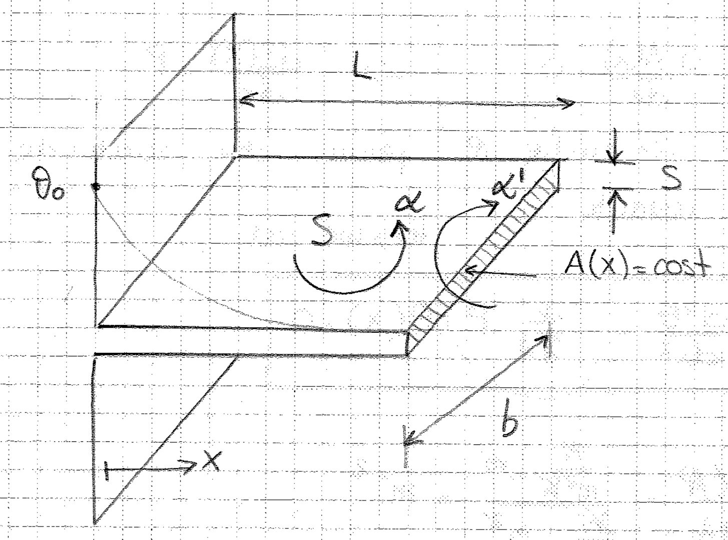
Sviluppo deriv rispetto a x

$$-\lambda \frac{dA(x)}{dx}\frac{d\theta(x)}{dx} - \lambda A(x)\frac{d^2\theta(x)}{dx^2} + \alpha \frac{dS(x)}{dx}\theta(x) = 0$$

Divido per $-\lambda A(x)$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{d^2\theta}{dx^2} + \frac{1}{A}\frac{dA}{dx}\frac{d\theta}{dx} - \frac{\alpha}{\lambda A}\frac{dS}{dx}\theta(x) = 0}$$

Eq. gen. x il caso stazionario, valida x un'aletta a sez. trasv. A variabile con la direz. x



$\theta_0 = T_0 - T_f$

$A = b \cdot s \qquad P = 2(b+s)$

$S = P \cdot L + A$ ($+A$ se voglio tenere conto anche della dispersione sulla estrem. della aletta)

$\frac{d^2\theta}{dx^2} - \beta^2\theta = 0 \qquad \beta = \sqrt{\frac{\alpha P}{\lambda A}}$ → individua l'estinzione della T nella direz. x

Dall' integr. generale

$\underline{\theta(x) = Be^{-\beta x} + Ce^{+\beta x}}$ B, C dalle cond. al contorno

$x = 0 \Rightarrow \theta = \theta_0$ (I tipo)

$x = L \Rightarrow -\lambda\left(\frac{d\theta}{dx}\right)_{x=L} = \alpha'\theta_L$ (nel caso di PUNTA DISPERDENTE)

$\theta_L = T_L - T_f \qquad \left.\frac{d\theta}{dx}\right|_{x=L} = -\beta Be^{-\beta L} + \beta Ce^{+\beta L}$

$$\begin{cases} B + C = \theta_0 & x=0 \\ -\lambda\beta\left[Be^{-\beta L} + Ce^{+\beta L}\right] = \alpha'\theta_L \Rightarrow Be^{-\beta L} - Ce^{+\beta L} = \frac{\alpha'}{\lambda\beta}\theta_L = \gamma\theta_L & x=L \end{cases}$$

Efficacia di un'aletta

Aletta → serve x aum. il flusso disperso da un dato sistema

$$\frac{\Phi_{AL}}{\Phi_0} > 1 \qquad \begin{aligned} &\cdot\ \Phi_{AL} = \text{flusso dissip. con aletta} \\ &\cdot\ \Theta_0 = \text{"} \quad \text{" senza aletta} \end{aligned}$$

$$\frac{\Phi_{AL}}{\Phi_0} = \frac{\beta\lambda\cancel{A}\cancel{\theta_0}\tanh(\beta L)}{\alpha\cancel{A}\cancel{\theta_0}} > 1$$

$$= \frac{\beta\lambda\tanh(\beta L)}{\alpha} > 1$$

$$= \frac{\beta\lambda}{\alpha} > 1$$

$$= \left(\frac{\beta\lambda}{\alpha}\right)^2 > 1$$

$$= \frac{\lambda^2}{\alpha^2}\frac{\cancel{\alpha}P}{\cancel{\lambda}A} > 1$$

$$= \frac{\lambda}{\alpha}\frac{P}{A} > 1$$

$$P = 2(b+s) \qquad \frac{P}{A} \cong \frac{2}{S} \qquad p \cong 2b$$

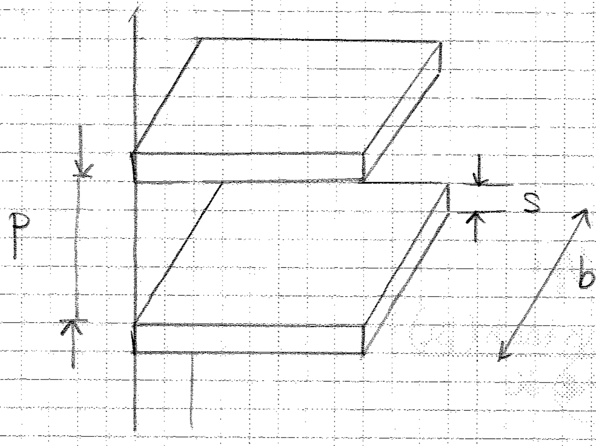
$$A = b \cdot s$$

$$\Rightarrow \frac{\lambda}{\alpha}\frac{2}{S} > 1 \Rightarrow \boxed{\alpha < \frac{2\lambda}{S}}$$

S → spessore

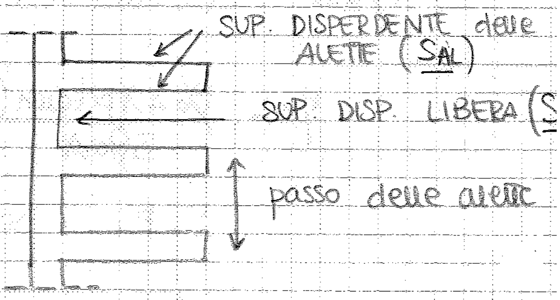
Una sup alettata sarà efficace quando il coeff. di conv. è suff basso (come nel caso di fluidi allo stato gassoso)

Efficienza di un'alettatura



p = passo dell'alettatura

$$\eta_{AL,TOT} = \frac{\Phi_{TOT}}{\Phi_{MAX,TOT}}$$



$$\Phi_{MAX,TOT} = S_{TOT}\,\theta_0\,\alpha$$

$$S_{TOT} = S_{AL} + S_L$$

↳ sup disperdente tot

$$S_L = N_{AL}\,(p-s)\,b$$

↑ num alette

$$S_{AL} = N_{AL}\,S^*_{AL}$$

$$\Phi_{TOT} = \Phi_{AL} + \Phi_L$$

$$\Phi_L = S_L\,\alpha\,\theta_0$$

$$\Rightarrow \boxed{\eta_{AL,TOT} = 1 - \frac{S_{AL}}{S_{TOT}}\left(1-\eta_{AL}\right)}$$

Normalmente $\eta_{AL,TOT} > \eta_{AL}$

STRATO PIANO (STAZ, $H \neq 0$)

$H \neq 0 \rightarrow$ c'è generat. di calore

$$\nabla^2(T) + \frac{H}{\lambda} = \frac{1}{a} \cdot \underbrace{\cancel{\frac{\partial T}{\partial t}}}_{=0}$$
(proprietà indip dalla T)

$$\Rightarrow \nabla^2(T) + \frac{H}{\lambda} = 0$$

$\hookrightarrow$ è costante, <u>non</u> dipende dalla posizione

$$\frac{d^2T}{dx^2} + \frac{H}{\lambda} = 0$$

$$\frac{d}{dx}\left(\frac{dT}{dx}\right) = -\frac{H}{\lambda}$$

$\Downarrow$ 1ª integrat.

$$\frac{dT}{dx} = -\frac{H}{\lambda}x + B$$

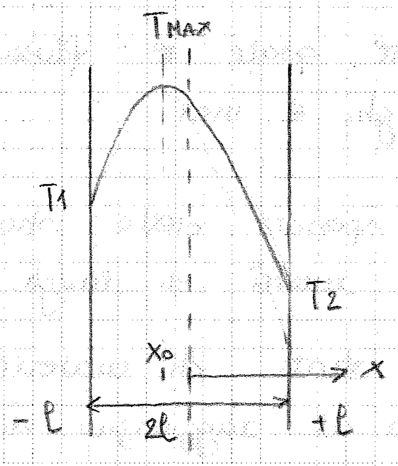
$\Downarrow$ 2ª

$$\boxed{T = -\frac{H}{2\lambda}x^2 + Bx + C}$$

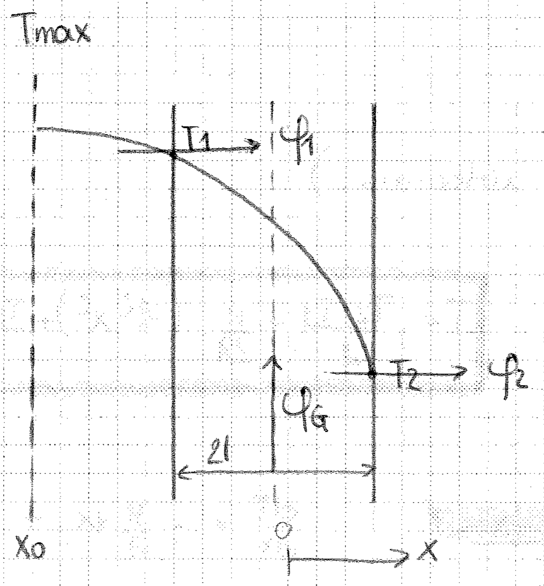
L'andam. di T in uno strato piano con generat. di calore è di tipo PARABOLICO.

La concavità dip. da H :

- $H > 0 \rightarrow$ concavità verso il basso
- $H < 0 \rightarrow$ concavità verso l'alto



Per un certo valore di H può capitare che x_0 sia fuori dallo strato



T1 è il massimo della T nello strato

φ_G entrante dentro lo strato $= H \cdot 2l$

$\varphi_G = \frac{\Phi_G}{S}$ S = sup di rif. dello strato

$\Phi_G = H \cdot V$

$\Rightarrow \varphi_G = \frac{H \cdot \cancel{S} \cdot 2l}{\cancel{S}} \Rightarrow \varphi_G = H \cdot 2l$

Bilancio sullo strato

$\varphi_G + \varphi_1 - \varphi_2 = 0$

$\varphi_2 = \varphi_G + \varphi_1$

Condiz. stazionarie: la somma di ciò che entra è = alla somma di ciò che esce

Il massimo identifica una posiz. sullo strato in cui la sup è adiab.
Se il vertice della parab. è su una delle 2 sup. non vi è flusso scamb. nel semispazio che delimita quella sup.

TRANSITORI TERMICI

$$\boxed{\frac{R_{int}}{R_{est}} = \frac{\frac{L}{\lambda}}{\frac{1}{\alpha_e}} = \frac{\alpha_e L}{\lambda} = Bi}$$

NUMERO di BIOT

L = lungh. caratteristica = $\frac{V}{S}$ sup di contorno

- Strato piano : $L = \frac{s}{2}$ (s = spess. dello strato)

$V = b \cdot L \cdot s \qquad L = \frac{V}{S} = \frac{\cancel{b} \cancel{L} s}{2 \cancel{b} \cancel{L}} = \frac{s}{2}$

$S = 2bL$

- Cilindro ($L \to \infty$) : $L = \frac{r}{2}$ (r = raggio del cilindro)

- Sfera : $L = \frac{r}{3}$

$$Bi = \frac{\alpha_e L}{\lambda} \leq 0.1 \Rightarrow \text{errore} \leq 5\%$$

$$\phi_G + \phi_S = \frac{dU}{dt} = \rho c V \frac{dT(t)}{dt}$$

$\phi_S = -\alpha_e S \left[T(t) - T_e\right]$ (calore scamb. sul contorno, è uscente)

$\Rightarrow \phi_G - \alpha_e S \left[T(t) - T_e\right] = \rho c V \frac{dT(t)}{dt} \qquad T_e = \text{cost}$

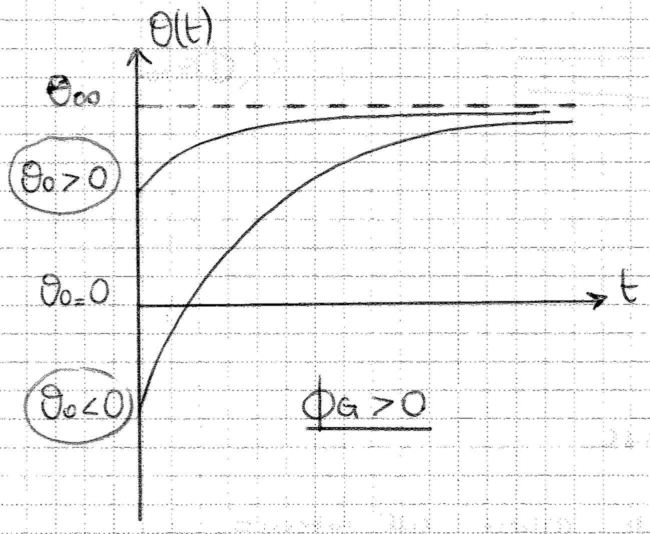
$\theta(t) = T(t) - T_e \rightarrow$ eccesso di temperatura $\Rightarrow \frac{d\theta(t)}{dt} = \frac{dT(t)}{dt}$

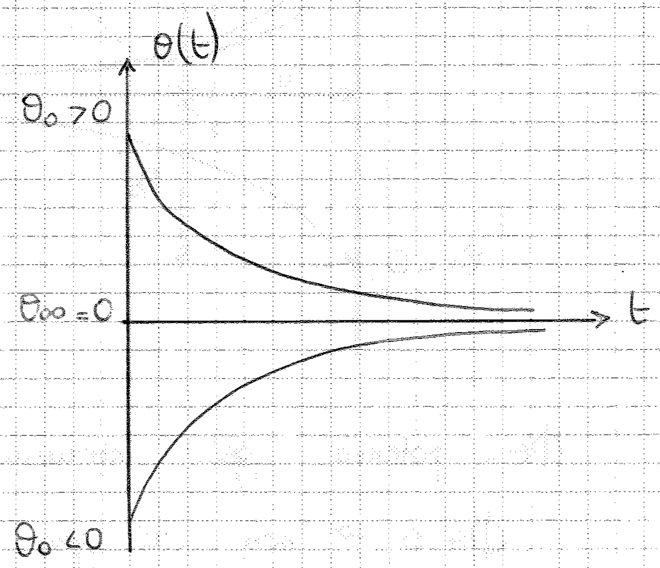
$\Rightarrow \phi_G - \alpha_e S \theta(t) = \rho c V \frac{d\theta(t)}{dt}$ divido $\alpha_e S$

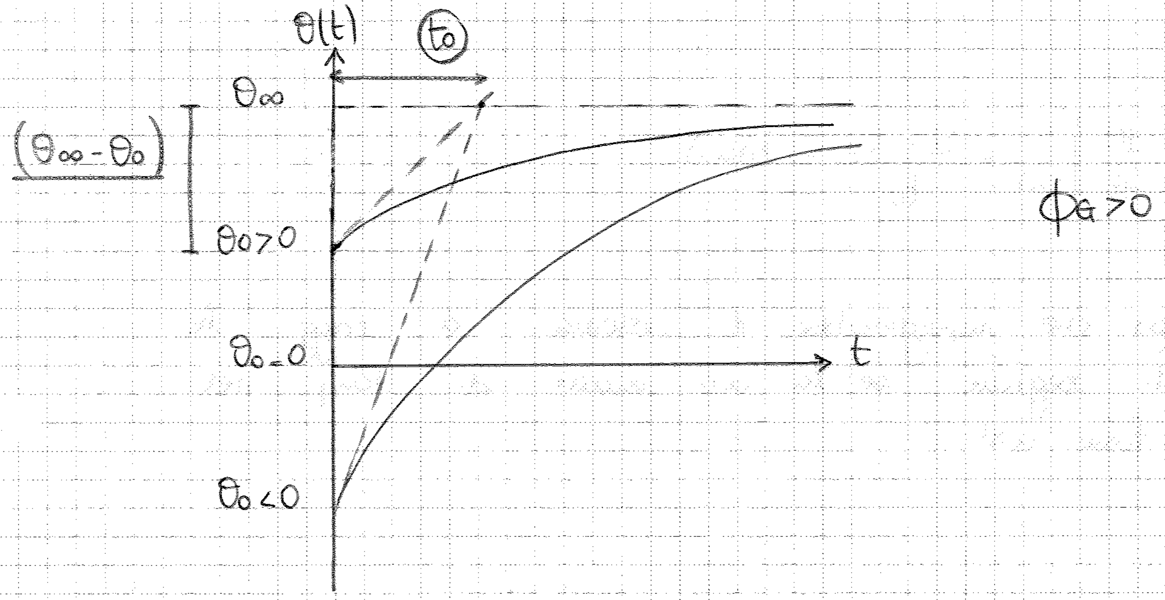
$$\frac{\phi_G}{\alpha_e S} - \theta(t) = \left(\frac{\rho c V}{\alpha_e S}\right) \frac{d\theta(t)}{dt}$$

Il valore θ_∞ rappresenta il valore asintotico cui tende la temperatura dopo un tempo ∞

Il sistema impiega un tempo infinito per ragg. le condiz. di regime, quindi la stazionarietà







Dopo un certo istante di tempo l'eff. della cond. iniziale ha un peso via via minore

Condizioni stazionarie di regime raggiunte dopo un tempo infinito → non realistico

Per valutare un tempo realistico occorre stabilire un intorno suff. vicino all'asintoto

$\left(\frac{\alpha_e L}{\lambda}\right) \Rightarrow$ Numero di Biot (Bi)

$\left(\frac{at}{L^2}\right) \Rightarrow$ Numero di Fourier (Fo)

È un tempo adimensionato. Può essere utilizzato per stabilire la distanza dalle cond. di regime

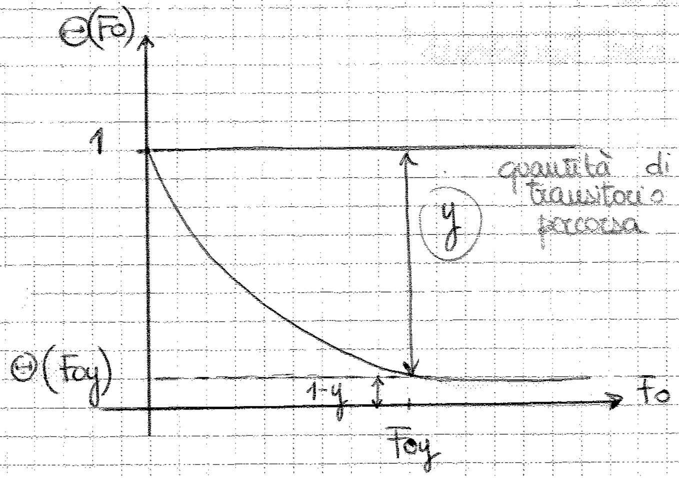
Variat. di temp. del sistema:

$$\boxed{\frac{\vartheta_\infty - \vartheta(t)}{\vartheta_\infty - \vartheta_0} = \Theta(Fo) = e^{-Bi\,Fo}}$$

Se si vuole prescindere dalla scal dei tempi uso Fo e Bi

$$\frac{t}{t_0} = Fo \cdot Bi$$

Poss. assegnare a Fo il compimento di una certa quota del transitorio termico
Assegnata una quota y del transit. compiuto è poss. ricavare il corrisp. num di Fourier



$$\Theta(Fo_y) = 1 - y = e^{-Bi\,Fo_y}$$

$$\Rightarrow \boxed{Fo_y = -\frac{\ln(1-y)}{Bi}}$$

L'eccesso di temp dopo Foy vale 1-y

$$\boxed{\tau = \mu \frac{dw_x}{dy}}$$

μ = VISCOSITÀ DINAMICA del fluido $[Pa \cdot s]$

ν = VISCOSITÀ CINEMATICA

$$\boxed{\nu = \frac{\mu}{\rho}} \quad \left[\frac{m^2}{s}\right]$$

Per un fluido newtoniano : $\mu = cost$

Se prevalgono le forze viscose → MOTO LAMINARE

Se prevalgono le forze di inerzia → MOTO TURBOLENTO

$$Re = \frac{\rho \overline{w}^2}{\mu \frac{\overline{w}}{L}} \propto \frac{\text{forze d'inerzia}}{\text{forze viscose}} \qquad \overline{w} = \frac{1}{t_2 - t_1} \int_1^2 w\,dt$$

$$Re = \frac{\cancel{\mu}/\nu \, \overline{w}^2}{\cancel{\mu} \frac{\overline{w}}{L}} \Rightarrow \boxed{Re = \frac{\overline{w} L}{\nu}} \quad \text{NUMERO di REYNOLDS}$$

Per una det. config. è possibile stabilire un valore critico di Re al di sotto del quale il moto del fluido è di tipo laminare

NUMERO di PRANDTL : correlaz. tra campo termico e di velocità

$$\boxed{Pr = \frac{\nu}{a}}$$

- ν = viscosità cinem. $\nu = \frac{\mu}{\rho}$
- a = diffusività termica $a = \frac{\lambda}{\rho c_p}$

$$Pr = \frac{\mu/\cancel{\rho}}{\lambda/\cancel{\rho} c_p} = \frac{\mu c_p}{\lambda}$$

$$\boxed{Pr = \frac{\mu c_p}{\lambda}}$$

c_p = calore spec. a p cost

$Pr \gg 1$: fluidi con elevata viscosità

$Pr \ll 1$: " " " diffusività

$Pr = 1$: gas in genere

Temperatura di riferimento

- lastra piana (fluido non confinato)

  $T_f = T_\infty$ (temp. della corrente indisturb. di vel w_∞)

- fluidi confinati

  $T_f = T_b$ (temp. di mescolam. adiabatico)

$$\boxed{T_f \equiv T_b = \frac{\int_A T \cdot c_p \cdot \rho \cdot w \cdot dA}{\int_A c_p \cdot \rho \cdot w \, dA}}$$

b) Regime Turbolento completam. svil. (in condotti)

DITTUS-BOELTER : $\boxed{Nu = 0.023 \cdot Re^{0.8} \cdot Pr^{n}}$ $\quad Nu = \frac{\alpha d}{\lambda}$

$L/d > 60$

$Re > 10\,000$

2) Convet. forzata su lastra piana

Stato limite laminare : $\boxed{Nu_x = \frac{\alpha_x x}{\lambda} = 0.332\ Re_x^{0.5} \cdot Pr^{1/3}}$

rif. ad una posiz. gen. x

$Re_x < Re_c = 500\,000$

Stato lim. Turbolento : $\boxed{Nu_x = \frac{\alpha_x x}{\lambda} = 0.0296 \cdot Re_x^{0.8}\ Pr^{1/3}}$

Valore medio di Nu :

$$\boxed{Nu = 0.037 \left(Re_L^{0.8} - 23550 \right) Pr^{1/3} = \frac{\bar{\alpha} L}{\lambda}}$$

Re calcolato con X=L

$L \gg X_c \qquad Nu = 0.037 \cdot Re_L^{0.8} \cdot Pr^{1/3}$

$L < X_c \qquad Nu = 0.664\ Re_L^{0.5}\ Pr^{1/3}$

Capacità termica della portata (calore spec. dei fluidi)

$\boxed{C_c = G_c \cdot c_{p,c}}$ ⇒ Capacità termica della portata del fluido caldo (W/K)

$\boxed{C_f = G_f \cdot c_{p,f}}$ ⇒ Capacità termica della portata del fluido freddo (W/K)

Questo param. influenza l'andam. di T dei fluidi all'interno dello scambiatore

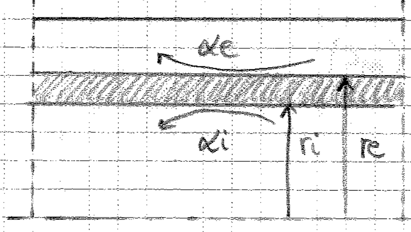
Coeff. globale di scambio termico $K\ [W/m^2K]$

utile ad individuare il flusso termico scamb. tra fluidi

$$\boxed{K_i = \left[\frac{1}{\alpha_i} + f_{s,i} + \frac{r_i}{\lambda}\ln\left(\frac{r_e}{r_i}\right) + \left(f_{s,e} + \frac{1}{\alpha_e}\right)\frac{r_i}{r_e}\right]^{-1}}$$

$$\boxed{K_e = \left[\left(\frac{1}{\alpha_i} + f_{s,i}\right)\frac{r_e}{r_i} + \frac{r_e}{\lambda}\ln\left(\frac{r_e}{r_i}\right) + f_{s,e} + \frac{1}{\alpha_e}\right]^{-1}}$$

Sup Adiabatica



$f_{s,i}$, $f_{s,e}$ $(0{,}0001 \le f_s \le 0{,}0020\ m^2K/W)$

→ fattori di sporcamento

Diff. media efficace delle temperature:

$$\boxed{\Delta T_{ml} = \frac{\Delta_2 - \Delta_1}{\ln\left(\frac{\Delta_2}{\Delta_1}\right)}}$$

$$\boxed{\Phi = K S_{TOT} \Delta T_{ml}}$$

METODO ε-NTU (efficienza - Numero di Unità di Trasporto)

Il metodo prec. richiede la conoscenza della T dei fluidi in ingr. e uscita degli scambiatori

Questo metodo consente il dimensionamento dello scambiat. quando sono note solo le T di ingresso

Efficienza di uno scambiatore

flusso effettivam. scambiato

$$\boxed{\varepsilon = \frac{\Phi}{\Phi_{MAX}}}$$

Φ_{MAX} è correlato a ΔT_{MAX} (massima escurs. termica realizzata da uno dei 2 fluidi)

$$\boxed{\Delta T_{MAX} = T_{c,i} - T_{f,i} \implies \Phi_{MAX} = C_{MIN} (T_{c,i} - T_{f,i})}$$

C_{MIN} = capacità termica della portata minore

$$\boxed{\Phi = C_c (T_{c,i} - T_{c,u}) = C_f (T_{f,u} - T_{f,i})}$$

Caso contro - corrente

$$\boxed{\Phi = \frac{\Delta_1 - \Delta_2}{M} = \frac{\Delta_1}{M}\left(1 - \frac{\Delta_2}{\Delta_1}\right)}$$

$$\boxed{\Phi_{MAX} = \frac{\Delta_1 - \Delta_2}{M} + C_{MIN}\,\Delta_2 = \frac{\Delta_1}{M}\left(1 - \frac{\Delta_2}{\Delta_1} + C_{MIN} \cdot M \frac{\Delta_2}{\Delta_1}\right)}$$

$$\Rightarrow \boxed{\varepsilon = \frac{1 - e^{-\left(1 - \frac{C_{min}}{C_{max}}\right) \cdot NTU}}{1 - \frac{C_{min}}{C_{max}} \cdot e^{-\left(1 - \frac{C_{min}}{C_{max}}\right) NTU}}}$$

Caso equi - corrente

$$\boxed{\Phi = \frac{\Delta_1 - \Delta_2}{M} = \frac{\Delta_1 - \Delta_2}{\frac{1}{C_{min}}\left(1 + \frac{C_{min}}{C_{max}}\right)} = \frac{\Delta_1 - \Delta_2}{1 + \frac{C_{min}}{C_{max}}}\, C_{min}}$$

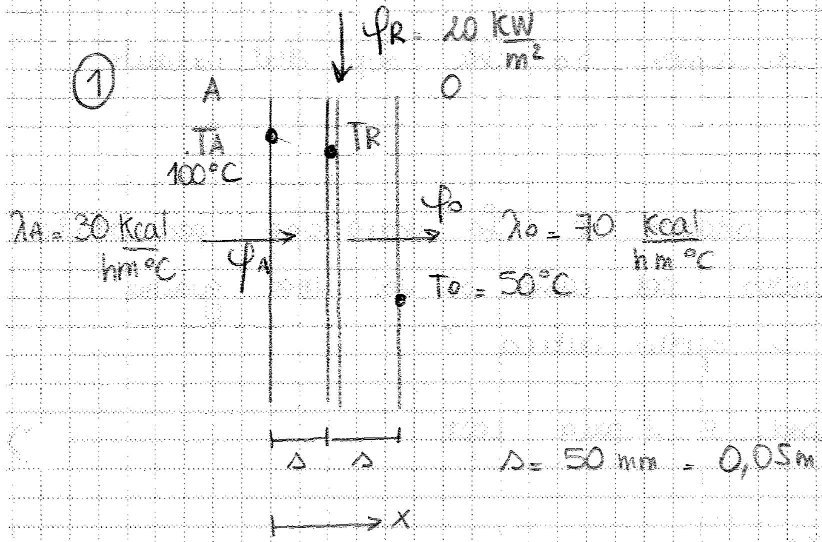
$$\boxed{\Phi_{MAX} = C_{min}\left(T_{c,i} - T_{f,i}\right) = C_{min}\,\Delta_1}$$

$$\Rightarrow \boxed{\varepsilon = \frac{1 - \frac{\Delta_2}{\Delta_1}}{1 + \frac{C_{min}}{C_{max}}} = \frac{1 - e^{-\left(1 + \frac{C_{min}}{C_{max}}\right) NTU}}{1 + \frac{C_{min}}{C_{max}}}}$$

Trasmissione del calore

9. CONDUZ. STAZ. ATTRAVERSO STRATI PIANI E CILINDRICI, ALETTE

(1)



Il flusso è diretto dalla $T_>$ verso quella $<$

$$\varphi = \frac{\lambda}{\Delta}\left(T_> - T_<\right)$$

La RESIST. ELETTRICA è un gen. di flusso (produce un flusso φ_R)

$$\lambda_a = 30 \cdot \frac{4186}{3600} = 34{,}9\ \frac{W}{mK}$$

$$\lambda_o = 70 \cdot \frac{4186}{3600} = 81{,}4\ \frac{W}{mK}$$

1) $\varphi_A = \frac{\lambda_A}{\Delta}\left(T_A - T_R\right)$

2) $\varphi_o = \frac{\lambda_o}{\Delta}\left(T_R - T_o\right)$

3) $\varphi_o = \varphi_A + \varphi_R$ eq al nodo (la somma di ciò che entra è uguale alla somma di ciò che esce)

Non so quanto vale T_R → ipotizzo una direz. per φ_A e φ_o

$$\varphi_A \frac{\Delta}{\lambda_A} = \left(T_A - \cancel{T_R}\right)$$

$$\left(\varphi_A + \varphi_R\right)\frac{\Delta}{\lambda_o} = \cancel{T_R} - T_o$$

$$\varphi_A\left(\frac{\Delta}{\lambda_A} + \frac{\Delta}{\lambda_o}\right) + \varphi_R \frac{\Delta}{\lambda_o} = T_A - T_o \implies \varphi_A = +18425\ \frac{W}{m^2}$$

Dalla 1 → $T_R = 74°C$

Con guaina r_G

$$\varphi_L = \frac{2\pi (T_R - T_e)}{\frac{1}{\lambda_G}\left(\frac{r_G}{r_R}\right) + \frac{1}{\alpha_e r_G}}$$

T_R ? T_e ?

Con guaina R_C

$$\varphi'_L = \frac{2\pi (T_R - T_e)}{\frac{1}{\lambda_G}\ln\left(\frac{R_C}{r_R}\right) + \frac{1}{\alpha_e R_C}} = \frac{2\pi (T_R - T_e)}{\frac{1}{\lambda_G}\ln\left(\frac{R_C}{r_R}\right) + \frac{1}{\lambda_G}}$$

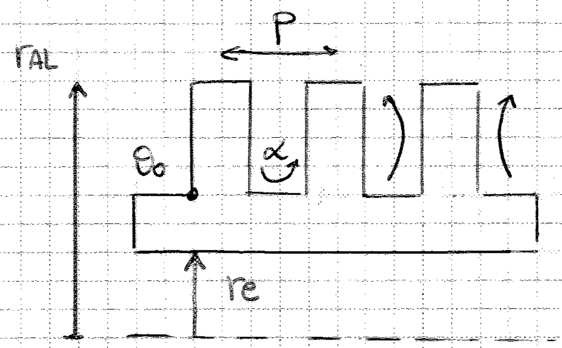
$$R_C = \frac{\lambda_G}{\alpha_e} \Rightarrow \lambda_G = R_C \cdot \alpha_e$$

$$\boxed{\text{Variazione RELATIVA} = \frac{\varphi'_L - \varphi_L}{\varphi_L}} \cong +0{,}16 \; (\cong +16\%)$$

Questo risultato non dip. dalla diff $T_R - T_e$

$\Rightarrow$ Spessori di guaina pari a R_C $\rightarrow$ il flusso disp. φ_L aumenta (beneficio x i cond. elettrici)

ALETTE ANULARI



re = raggio est. tubazione

θ_0 = eccesso di T alla radice

$$S_{TOT}\text{ esterna} = \underset{(S_{AL})}{S_{disp}} + \underset{(S_L)}{S\text{ libera}}$$

φ_{TOT} = fl. tot rif. alla sup. tot esterna

$$\varphi_{TOT} = \frac{\Phi_{TOT}}{S_{TOT}}$$

$$\boxed{\eta_{AL,TOT} = \frac{\varphi_{TOT}}{\alpha\theta_0} = 1 - \frac{S_{AL}}{S_{TOT}}\left(1-\eta_{AL}\right)}$$

$$S_{AL} = N_{AL}\cdot 2\pi\left(r_{AL}^2 - re^2\right)$$

passo

$$S_L = N_{AL}\left(p - s\right) b = 2\pi re \cdot p$$

$$\boxed{\beta = \sqrt{\frac{\alpha P}{\lambda A}}}$$

$\alpha_e = 7 W/m^2 °C$

$A = b \cdot s$ (larghetta x spessore) $= 0.003 m^2$

$P = 2(b+s) = 2{,}006 \ m$

$\beta \cong 4{,}802 \ m^{-1}$

$X = L \Rightarrow \theta = \theta_L$

$\theta_L = \frac{\theta_0}{\cosh(\beta L)} = 19{,}8 °C$ $\cosh 0 = 1$

$T_L = \theta_L + T_e \cong 39{,}8 °C$

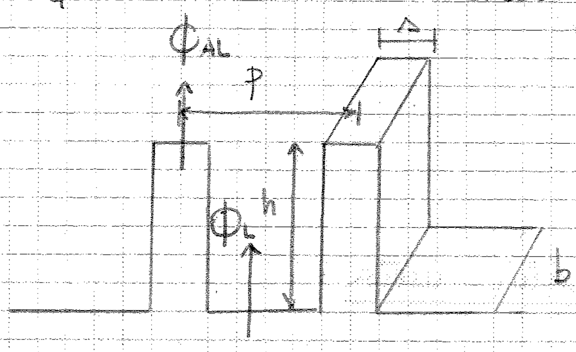
$\eta_{AL} = \frac{\tanh(\beta L)}{\beta L} = 0{,}993$

$\phi_{AL} \cong 8{,}37 \ W$ (dissip. da una singola aletta)

ϕ_0 (senza aletta) $= \alpha_e A \theta_0 = 0.42 W$ (senza la sup. alettata)

$$\boxed{\phi_{TOT} = N_{AL}(\phi_{AL} + \phi_L)}$$

- ϕ_{TOT} = flusso totale riferito a tutta la sup. disp.
- ϕ_{AL} = flusso disp. da una sing. aletta
- ϕ_L = " " dalla sup. libera



$p = \frac{800}{40} = 20 \ mm$

$$\boxed{p = \frac{a}{N_{AL}}}$$

$\phi_L = S_L \alpha \theta_0 = (p-s) b \alpha \theta_0 = 2{,}38 W$ $S_L = (p-s) b$ (per un'aletta)

$\phi_{TOT} \cong 430 \ W$

(2) Amb. refrigerato 0,6 x 0,6 x 1,4 m

$T_i = -4°C$, $T_e = 30°C$

$\lambda_I = 0{,}04\ W/mK$

$s_I = 6\ cm$

$G_v = 2\ m^3/h$ portata d'aria che penetra nell'amb.

$$\left.\begin{array}{l} T_0 = 0°C \\ p_0 = 1\ atm \\ \rho_0 = 1{,}293\ Kg/m^3 \end{array}\right\} \text{stato di rif. x l'aria}$$

$\alpha = 8\ W/m^2K$

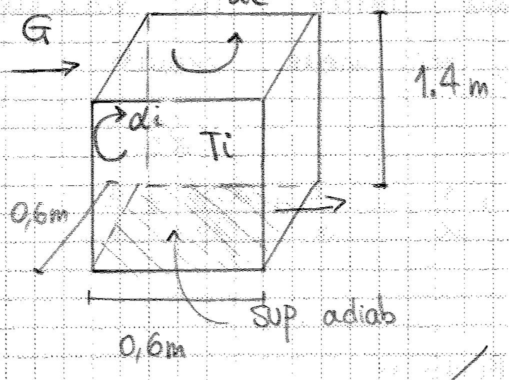
$\eta_{el} = 0{,}915$ (rendim. el. del motore)

Det. la pot. Pe assorbita dal gruppo frigorifero (macchina di Carnot inversa)

Δs da interporre x ridurre del 20% la pot. termica entrante nell'amb

Lamiere sottili ad elevata conducib. → dal punto di vista della resist. termica sono trascurate

Il pavim. dell'amb. è perfettam. isolato ⇒ ADIAB.



α_i, α_e omogenee su tutte le sup.

$\frac{1}{v} = \rho = \frac{p_0}{RT_e}$ dell'amb di riferim. $\cong 1{,}165\ kg/m^3$

portata in massa

$G_v = 2\ \frac{m^3}{h}$ → $G = G_v \rho_e$

$$\boxed{\rho_e = \rho_0 \frac{T_0}{T_e}} = 1{,}165\ \frac{Kg}{m^3}$$

$G_v\ \rho_e$

↑ perché l'aria entrante è aria esterna

La macchina termica sottrae lo stesso flusso all'amb.
Il flusso diventa posit. anche x la macchina termica.
Conviene valutare $|\varphi|$

Il flusso tot x conduz. che attrav. le pareti

$$\Phi_C = |\varphi|_{S_{TOT}} \cong 72,3\ W$$

Altra comp. di flusso: flusso termico x ventilazione

Flussi scamb. x eff di una portata in massa che entra / esce → flussi di entalpia

$$\Phi_V = G c_p (T_e - T_i) = G \frac{\gamma}{\gamma - 1} R (T_e - T_i)$$

$R = 287\ J/kgK$

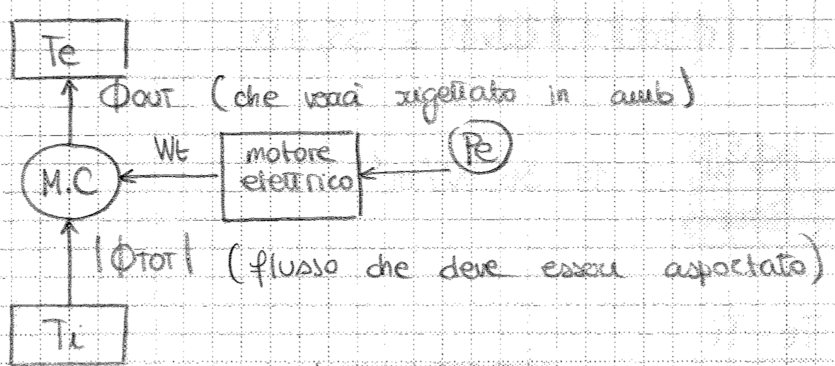
$\gamma = 1.4$

$$\Phi_V = 22,1\ W$$

$$\Rightarrow \Phi_{TOT} = \Phi_C + \Phi_V = 94.4\ W$$

pot. totale entrante che la macchina frig. deve rimuovere x mantenere freddo l'ambiente

Potenza elettrica assorbita dalla macchina termica



potenza rimossa

$$\boxed{COP_f = \frac{|\Phi_{TOT}|}{|W_t|} = \frac{T_i}{T_e - T_i}} \cong 7,92$$

vale x il ciclo di Carnot

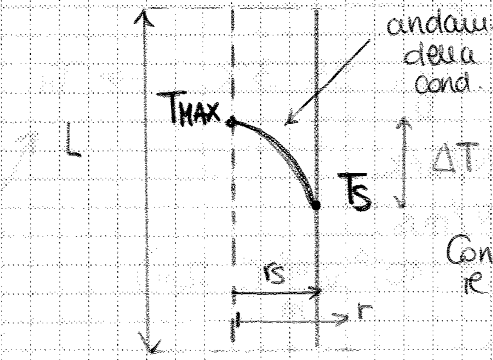
potenza di compr.

! Temperature in K

10. GENERAZ. INTERNA, TRANSITORI TERMICI, MOTO DEI FLUIDI e CONVEZIONE

Generaz. interna di calore

1



andam. quantitativo della T per un cond. cilindrico

Concavità verso il basso ($H>0$)

$I = 200\,A$

$d = 1in = 2rs$ $\quad d = 0{,}0254\,m$

$L = 3ft = 0{,}9144\,m$ $\quad rs = 0{,}0127\,m$

ρ_e = resistività elettrica

$\rho_e = 70\,\mu\Omega\,cm = 7\cdot 10^{-7}\,\Omega m$

$T_S = 176{,}7\,°C$

$\lambda = 19.37\,Kcal/hm°C = 22.5\,W/mK$

T_{MAX}?

temp sulla sup. del conduttore

$$\boxed{T(r) = T_S + \frac{H}{4\lambda}\left(r_s^2 - r^2\right)}$$

del conduttore

$T_{MAX} \Rightarrow r = 0$

L è inutile da un punto di vista termico

$T_{MAX} = T_S + \underbrace{\frac{H}{4\lambda} r_s^2}$ diff. di $T \cong 0{,}2K$

Dissipat. x eff. Joule $\rightarrow$ c'è un flusso di calore gen. dal passaggio di corrente

$\Phi_G = R_e \cdot I^2$

$(R_e = \rho/L)$

$$\boxed{H = \frac{\Phi_G}{V}}$$

$V = \pi r_s^2 \cdot L$

$\lambda_e = \frac{1}{\rho_e}\ (\Omega m)^{-1}$

$$\boxed{R_e = \frac{L}{A}\rho_e}$$

H dell'ord. dei MW (nei cond. elettrici)

$$\Rightarrow \boxed{H = \rho_e\left(\frac{I}{\pi r_s^2}\right)^2} = 109054\ \frac{W}{m^3}$$

$H\ [W/m^3]$

resistività el. $\qquad$ densità di corrente

$H = \rho_e J^2$

J = densità di corr.

$H = \rho_e\left(\frac{I}{A}\right)^2$

$\Rightarrow T_{MAX} = 176{,}9\,°C$

$\Delta T = T_{MAX} - T_S \cong 0.2\,°C$

Questa diff. è quasi sempre trascurabile

Generat. di calore a causa del passaggio di corrente.
In cond stazionarie questo calore non può essere accumulato $\rightarrow$ la potenza termica generata deve essere trasmessa all'esterno

Flusso φ_L che attrav la guaina isolante (è quello gen. internamente, riferito alla lung. del condutt.)

$$\boxed{\varphi_L = \frac{\Phi_G}{L}} \qquad \Phi_G = H \cdot V \qquad V = A \cdot L$$

$$\Rightarrow \varphi_L = \frac{H \cdot V}{L} = \frac{H \cdot A \cdot \cancel{L}}{\cancel{L}} = H \cdot A \qquad A = \pi r_R^2$$

$$\varphi_L = H \, \underbrace{\pi r_R^2}_{\text{sez del cavo}} \rightarrow \text{flusso x unità di lung}$$

$$\boxed{H = \rho_e \left(\frac{I}{\pi r_R^2} \right)^2} \qquad I_{MAX} ?$$

Il flusso x unità di lung. φ_L è legato alla corrente I che attrav il conduttore $\Rightarrow \varphi_L(I)$

φ_L è correlato a dei liv. termici e a propr della guaina

Rispetto alla guaina:

$$\varphi_L = \frac{2\pi (T_R - T_e)}{\frac{1}{\lambda_G} \ln\left(\frac{r_G}{r_R}\right) + \frac{1}{\alpha_e r_G}} \cong 12.6 \ \frac{W}{m} \qquad T_R \text{ valore lim ammesso}$$

T_R non deve sup. un certo valore $\rightarrow$ anche la corrente non dovrà sup un certo valore

$$\varphi_L = H \, \pi r_R^2 \Rightarrow H = \frac{\varphi_L}{\pi r_R^2} \cong 2,4 \ MW/m^3$$

$$H = \rho_e \left(\frac{I_{MAX}}{\pi r_R^2} \right)^2 \Rightarrow I_{MAX} \cong 52.6 \ A \qquad \boxed{I_{MAX} = \sqrt{\frac{\varphi_L \cdot \pi r_R^2}{\rho_e}}}$$

(se I = cost)

φ_L costante, r_G varia $\Rightarrow$ varia T_R

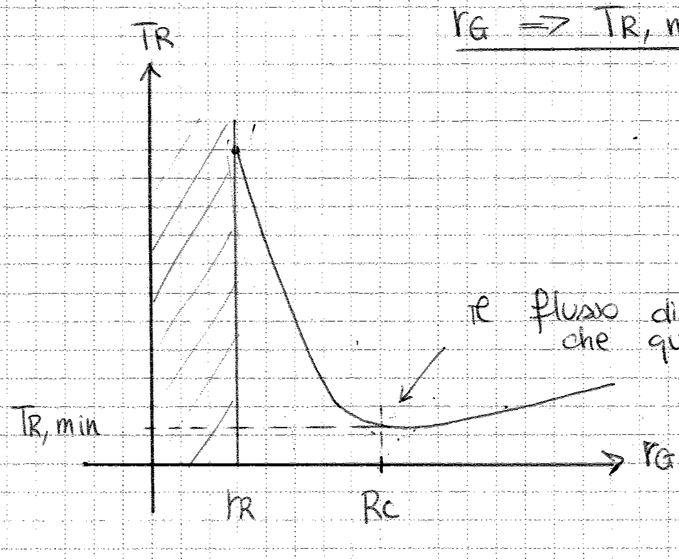
L'effetto dello spessore della guaina si manifesta su T_R

$$T_R = \overset{cost}{T_e} + \frac{\varphi_L}{2\pi}\left[\frac{1}{\lambda_G}\ln\left(\frac{r_G}{r_R}\right) + \frac{1}{r_G \alpha_e}\right]$$

Voglio stud cosa succede a T_R al variare dello spessore della guaina $\Rightarrow$ derivo risp. a r_G

$$\frac{dT_R}{dr_G} = \frac{\varphi_L}{2\pi}\left[\frac{1}{\lambda_G}\frac{1}{r_G} - \frac{1}{r_G^2 \alpha_e}\right] \qquad \frac{dT}{dr_G} = 0$$

$$\Rightarrow \boxed{r_G = \frac{\lambda_G}{\alpha_e}} \equiv \text{RAGGIO CRITICO } (R_c)$$



$r_G \Rightarrow T_{R,min}$

il flusso disp. è massimo, ma dato che qui φ_L è cost, è necessario che si modifichi la temp. interna

- Fisso le temp. e vedo come varia il flusso
- Fisso il flusso e vedo come variano le temperature

$$R_c = \frac{\lambda_G}{\alpha_e} \cong 6\ mm \quad \Rightarrow \quad s_c \cong 4.8\ mm$$

Se $r_G = r_c \Rightarrow T_{R,min}$

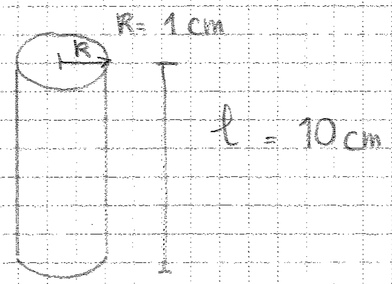
$$T_{R,min} \cong 85,9\ °C$$

Transitori termici

(3) Sbarretta tonda di rame ($R = 1cm$, $l = 10cm$),
$T_i = 20°C$. È immersa in un bagno d'olio ($T_o = 80°C$)
ogni 10 min per 10 sec → problema non stazionario
$T_a = 20°C$
$\alpha_a = 8 \, Kcal / h m^2 °C$
$\alpha_o = 500 \, Kcal / h m^2 °C$

Rame $\begin{cases} C_r = 400 \, J/kg K & \text{(calore spec rame)} \\ \rho_r = 8900 \, kg/m^3 \\ \lambda_r = 390 \, W/mK \end{cases}$

Det. T sbarretta dopo 2 cicli (T_{fin})



$\alpha_A = 9,3 \, W/m^2K$

$\alpha_o = 581,4 \, W/m^2K$

Ricavare Bi per verif se è suff. piccolo

Errore del 5% → $Bi < 0.1$

$\boxed{Bi = \frac{\alpha L}{\lambda_r}}$ lungh caratteristica

α varia a sec dello scambio termico in aria o olio

aria: $Bi \cong 0.001$

olio: $Bi \cong 0.07$

$L = \frac{V}{S}$ x ogg di forma finita

$V = \pi R^2 \cdot L$ (tot)

$S = 2\pi R^2 + 2\pi R l$ (basi) (long. finita) S comprende anche le 2 basi

Altro param influenzato dalla presenza in aria o in olio: tempo caratteristico (cost. di tempo)

ρC = Capacità termica volumica

$\boxed{t_o = \frac{\rho c V}{\alpha S}}$

aria $t_o = 1740 \, s$

olio $t_o = 27,83 \, s$

tempo impieg. a ragg. la cond. di regime (se non variasse mai il grad. di T)

$$\underline{\theta(t) = \theta_0 e^{-t/t_0}}$$ per ognuno dei 2 transitori

<u>I ciclo</u> : $\theta = \theta_0 e^{-\frac{\Delta t}{t_0}}$

Nei transit. non variano le propr. e lo scambio termico sul contorno → quando cambiano le propr. o lo scambio termico devo azzerare il contatore del tempo → calcolo per t che va da 0 a Δt

$0 \longrightarrow \Delta t$

0 t finale < olio 10 s / aria 590 s

Per ogni parte di transit. in cui varia lo scambio termico sul contorno devo ricominciare da t = 0 x il calcolo dell' eccesso di T

a) <u>Transitorio in olio</u> : $\underline{\underline{\Delta t = 10\ s}}$ $\underline{\underline{T_e = +80\ °C}}$

$\underline{T_0 = +20\ °C}$
(all'inizio la barretta è in eq. con l'aria)

$$\boxed{\theta_0 = T_0 - T_e} = -60\ K$$

eccesso di temp iniziale (risp. all' amb. esterno)

$t_0 = 27{,}83\ s$ $\qquad \frac{\Delta t}{t_0} \simeq 0.36 \quad \left(\frac{10}{27{,}83}\right)$

$$\theta(t = 10\,s) = \theta_0 e^{-10\,s/t_{0,olio}} = -41{,}9\ K$$

↳ riguarda la diff. di T tra quella del sist. e quella del bagno est. Se è < 0 vuol dire che devo aumentare T barretta x ragg. Tea

$$\Rightarrow \underline{T(t = 10\,s) = \theta(10\,s) + T_e}$$

$$T(t = 10\,s) = +38.11\ °C$$

(4) Cond. transitoria

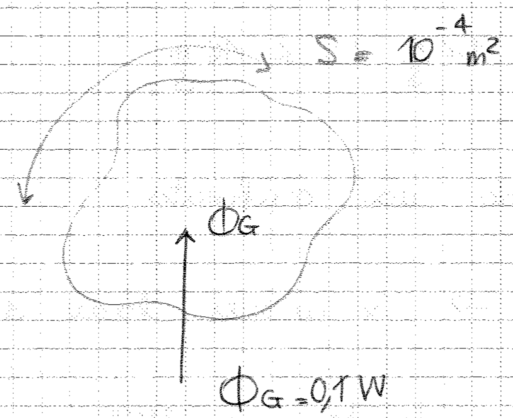
Si ipotizza che la sua resist. termica interna sia trasc. rispetto a quella esterna
→ posso non calcolare Bi

Cond. iniziali di eq. termico con l'amb. esterno

Nel disp. è generato un flusso termico cost. di 1 W → c'è gen. di calore ($\Phi_G = 0.1 W$)

Dopo $3t_0$ l'eccesso di T è 50 °C → $\theta(t_f) = 50K$

Det. il coeff. di convet. sapendo che la sup. disperdente del disp è $1 cm^2 = 10^{-4} m^2$



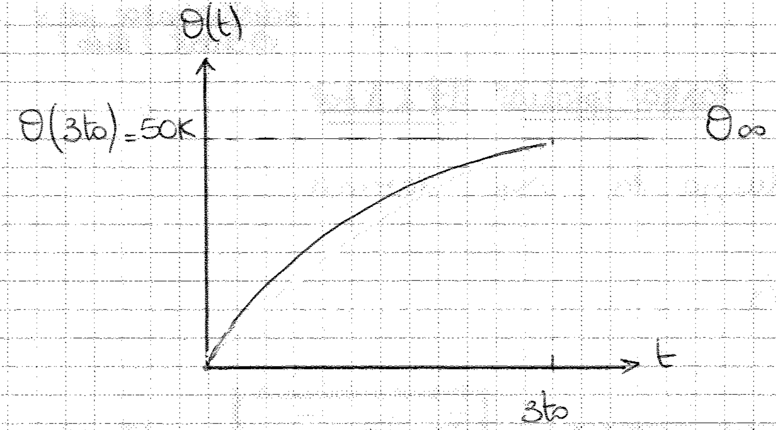
$t_f = 3t_0$

$\theta(t_f) = 50K$

$T_0 = T_e$ → c'è equil. termico iniziale

$\Rightarrow \theta_0 = 0$

$\theta_0 = T_0 - T_e$



$3t_0$ → frat. y del transit di circa il 95% (di eccesso di T)
Manca il 5% per ragg. la stazionarietà

$$\theta(t) = \theta_\infty \left[1 - e^{-t/t_0}\right] + \underbrace{\theta_0}_{=0} e^{-t/t_0}$$

$$\theta(t_f) = \theta_\infty \left[1 - e^{-t_f/t_0}\right] = \theta_\infty \left[1 - e^{-3t_0/t_0}\right] = 50 K$$

$$\Rightarrow \theta_\infty \cong 52,62 K \qquad \boxed{\theta_\infty = \frac{\Phi_G}{\alpha S}} \Rightarrow \alpha \cong 19 W/m^2K$$