



Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino

**Appunti universitari**

**Tesi di laurea**

**Cartoleria e cancelleria**

**Stampa file e fotocopie**

**Print on demand**

**Rilegature**

NUMERO: 637

DATA: 07/10/2013

# **A P P U N T I**

STUDENTE: Creta

MATERIA: Logistica di Distribuzione + Casi

Prof. Zotteri

Il presente lavoro nasce dall'impegno dell'autore ed è distribuito in accordo con il Centro Appunti.

Tutti i diritti sono riservati. È vietata qualsiasi riproduzione, copia totale o parziale, dei contenuti inseriti nel presente volume, ivi inclusa la memorizzazione, rielaborazione, diffusione o distribuzione dei contenuti stessi mediante qualunque supporto magnetico o cartaceo, piattaforma tecnologica o rete telematica, senza previa autorizzazione scritta dell'autore.

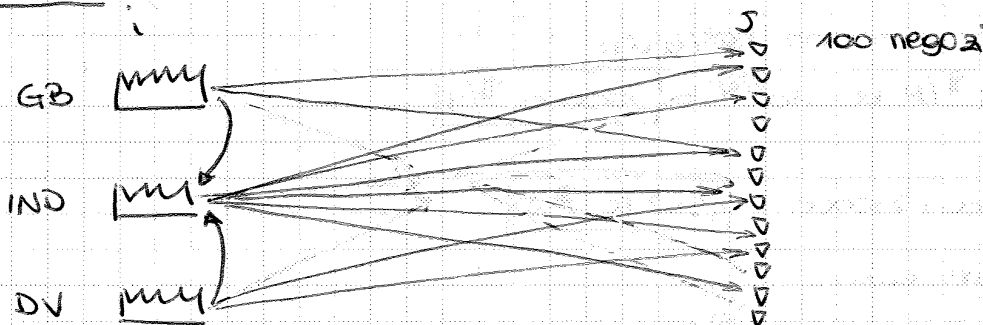
**ATTENZIONE: QUESTI APPUNTI SONO FATTI DA STUDENTIE NON SONO STATI VISIONATI DAL DOCENTE.  
IL NOME DEL PROFESSORE, SERVE SOLO PER IDENTIFICARE IL CORSO.**

# LOGISTICA 2.0

- Introduzione: Filiera distributiva ← Variabili obiettivi oggetti
- Progettazione Reti
- Previsione della domanda
- Gestione delle Scorte
  - ↳ deterministici per singolo magazzino (EOQ)
  - ↳ Incertezza per singolo magazzino (NEWSVENDOR)
  - ↳ Incertezza multi-echelon
- Vehicle Routing

RICEVIMENTO STUDENTI su appuntamento. giulio.zotteri@polito.it

## Caso 1



Green Bay	Computer	300\$	5 libbre
Indianapolis	TV + Monitor	400\$	10 libbre
Denver	consoles	100\$	30 libbre

Trucks = 30000 lbs i camion hanno un costo di 1\$/M

Saturabili su 3 possibili dimensioni In ogni negozio, ogni giorno si ha una domanda di  
 Vincoli:  $\begin{matrix} \text{TEMPO} \\ \text{PESO} \\ \text{VALORE} \end{matrix}$  100 PC, 100 TV, 100 MONITOR, 100 CONSOLES.  
 Vincolo stringente in questo caso.

### Tabella delle distanze

	GB	IND	DV	
$d_{ij} \approx 10^3 N$	GB	-	400	1100
in prima approssimazione	IND	-	-	1100
diremo che ciascun negozio	DV	-	-	-
dista da ciascun impianto 1000M	noi conosciamo le distanze esatte ma usiamo l'approssimazione			distanze simmetriche

$k = 0.06\%$  /giorno lavorativo

$y = 250g$

$h\% = 15\% / M$

è COSTO di MANTENIMENTO del CAPITALE

Usa la politica Full Truck Load

Camion spedire da ogni impianto in ogni negozio oppure inserire un magazzino centrale?

① consegna diretta

② magazzino centrale ad Indianapolis

Entrambe full truck load

I costi rilevanti per confrontare i due casi sono:

- Costi di TRASPORTO: nel caso ① aumentano perché i camion devono prima andare ad Indianapolis e poi da lì verso i negozi (camion 8T: ① e ② usano **ESATTAMENTE** lo stesso numero di camion.)
- Costo di MANTENIMENTO: nel caso ① in ogni negozio avrà scorte più alte, lotti più alti (camion singolo prodotto) mentre nel caso ② avrà lotti più bassi (camion misti) un magazzino in più

Torino, 05 Marzo 2013

STRATEGIA / COSTI	A	B	A <sub>1</sub>	B <sub>1</sub>
C <sub>TRASP</sub>	0.68 M\$/y	0.75 M\$/y ↑	2.42 M\$/y ↑	1.85 M\$/y ↓
C <sub>INVT</sub>	23.14 M\$/y	5.25 M\$/y ↓	2.42 M\$/y ↓	1.59 M\$/y ↓
C <sub>TOT</sub>	23.9 M\$/y	5.7 M\$/y ↓	4.83 M\$/y ↓	3.44 M\$/y ↓

③  $C_{TR, TOT} = C_{TR}^{GB \rightarrow IN} + C_{TR}^{DV \rightarrow IN} + C_{TR}^{I \rightarrow NEG}$

$C_{TR}^{GB \rightarrow IN} = 41,67 \text{ camion/y} \cdot 400 \text{ M} \cdot 1 \text{ \$/M} = 16668 \text{ \$/y} = 16 \text{ M\$/y}$

$C_{TR}^{D \rightarrow IN} = 250 \text{ tr/y} \cdot 1100 \text{ M} \cdot 1 \text{ \$/M} \cdot \text{tr} = 275 \text{ M\$/y}$

$lbs_{TOT} = lbs_{GB} + lbs_{IN} + lbs_{DV} = 1,25 \text{ M} + 7,5 \text{ M} + 5 \text{ M} = 13,75 \text{ M lbs/y}$

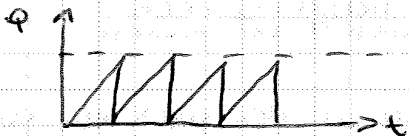
$\frac{13,75 \text{ M lbs/y}}{30000 \text{ lbs/tr}} = 458,33 \text{ tr/y}$

$C_{TR} = 1000 \text{ \$/tr} \cdot 458,33 \text{ tr/y} = 458 \text{ M\$/y}$

↑ conto evitabile perché è lo stesso C<sub>TR</sub>! Perché i volumi trasportati da Ind ai negozi sono ESATAMENTE gli stessi di prima.

$C_{TR}^B = 16 \text{ M\$/y} + 275 \text{ M\$/y} + 458 \text{ M\$/y} = \boxed{0.75 \text{ M\$/y}} > C_{TR}^A$

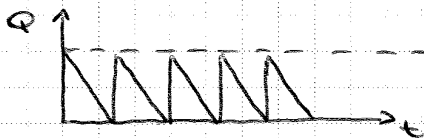
④ C<sub>INVT</sub>, da GB la merce entra continuamente ed esce a lotti. Così come a Denver



$Q_{GB}^{OUT} = 6000 \text{ units}$

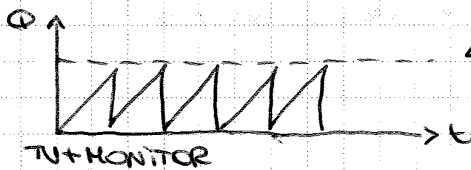
$Q_{DV}^{OUT} = 3000 \text{ units}$

Nei negozi la merce entra a lotti ed esce continuamente.



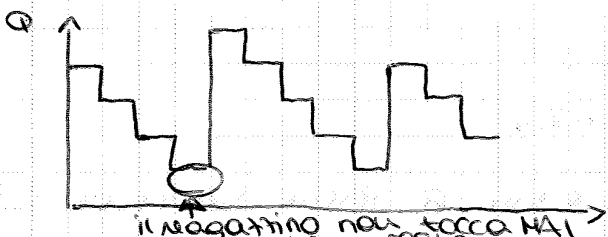
$Q_{s,i} = \text{lotto in entrata per ogni negozio.}$

Al magazzino centrale di Indianapolis la merce che arriva da GB e DV entra a lotti ed esce a lotti, mentre la merce che arriva da IND entra continuamente ed esce a lotti.



NO! il lotto in uscita da IND è il lotto di ingresso nei negozi, con tutti e 4 i prodotti

Nei primi 3 grafici la giacenza media è  $\frac{Q}{2}$  poiché è noto la dimensione del lotto  $Q$ .



In questo caso la giacenza media dipende dal lotto in ingresso  $Q_{IN}$  e dal lotto in uscita  $Q_{OUT}$



Perché i  $C_{MAN}^B$  scendono rispetto a quelli di  $A$  ad  $\frac{1}{3}$  e non ad  $\frac{1}{5}$ :

→ Perché i prodotti sono complementari. Le console pesano tanto e costano poco, aiutano a saturare i camion permettendo così ai prodotti di più valore, di aumentarne la frequenza diminuendo il valore di giacenza.

Prima:  $600 \times 300 = 18 \text{ M\$}$

Ora:  $545,4 \times 300 = 163 \text{ K\$}$

Un modo per migliorare ancora la soluzione andando ad incidere sul costo principale  $\Rightarrow$  AUMENTO LA FREQUENZA dei VIAGGI (aumento un costo inesorabile a fronte di uno critico) = viaggio con camion non saturi: LESS THAN FULL TRUCK LOAD, Rimuovo il vincolo dei camion pieni.

Studiamo le soluzioni  $A_1$  (= non centralizzato LTFTL) e  $B_1$  (centralizzato TFTL). Mi aspetto che  $A_1$  sia meglio di  $A$   $\rightarrow$  ho rimosso un vincolo.

$A_1$  Più i camion è voto più faccio viaggi meno grande sarà il lotto.  
 $\rightarrow$  uso l'EOQ: devo trovare la  $Q^*$  per cui il  $C_{TOT}$  (=  $C_{TR} + C_{MAN}$ ) sia minimo. Però l'EOQ vale per un solo magazzino devo adattarlo ad un sistema di magazzini.

GB.  
 $C_{TOT}^{PC} = C_{TR}^{PC} + C_{MAN}^{PC}$  da esprimere in funzione di  $Q$ .

$C_{TR}^{PC}$ :  $\frac{d_{TOT}}{Q}$  = num di camion che viaggiano da GB ai negozi

$d_{TOT} = 10 \text{ pz/1g} \cdot 12 \cdot 250 \text{ g/y} \cdot 100 \text{ A} = 250000 \text{ pz/y}$   
↑ costo di un camion

$\frac{d_{TOT} \text{ camion/anno} \cdot A}{Q}$

$A = 1 \text{ \$/hr} \cdot 1000 \text{ hr/tr} = 1000 \text{ \$/tr}$

$C_{TR} = \frac{d}{Q} A$

$C_{MAN} = \frac{Q}{2} =$  giacenza media in ciascun punto del sistema. (= 100 neg + 1 stabilimento)

$h = 15\% \cdot \text{costo unitario} = 15\% \cdot 300 \text{ \$} = 45 \text{ \$/y}$

$C_{MAN} = \frac{Q}{2} \cdot h \cdot (n+1)$

$C_{TOT} = \frac{d \cdot n}{Q} A + \frac{Q}{2} \cdot h \cdot (n+1)$

$\frac{\partial C_{TOT}}{\partial Q} = -\frac{1}{Q^2} \cdot d \cdot n \cdot A + \frac{1}{2} h \cdot (n+1) = 0$

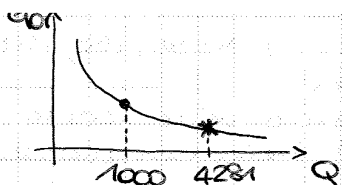
$\rightarrow Q^* = \sqrt{\frac{2ndA}{h(n+1)}}$

$Q_{PC}^* = \sqrt{\frac{2 \cdot 100 \times 10 \times 250 \times 1000}{101 \cdot 45}} = 331,7 \text{ pz}$  perché trasportiamo 20 volte meno di 6000?

↑  
 le caratteristiche del prodotto tendono a lasciare il camion vuoto.

$\rightarrow$  perché per questo prodotto in particolare il costo di mantenimento è molto alto (ha un grande valore e pesa poco)

FUNZIONE di COSTO:



← poiché non posso trasportare q<sup>T</sup> i. i. C<sub>TR</sub> e i C<sub>MANT</sub> non saranno simmetrici

$$\frac{dV}{dQ} = \frac{d}{Q^2} \cdot A + \frac{Q_0}{2} \cdot u = \frac{10 \cdot 250 \cdot 100}{1000} \cdot 1000 + \frac{1000}{2} \cdot (0.15 \times 100) \cdot 2 =$$

$$= 275 \text{ K\$} + 15 \text{ K\$} = \boxed{290 \text{ K\$}}$$

CHANT: Abbiamo 4 prodotti da consegnare INDIVISIBILMENTE ai 100 negozi.  
 → creo bundle contenenti 1PC, 1TV, 1MONITOR, 1CONSOLE = ogni negozio riceverà 4. bundle. In 1 bundle ho: 10pc, 10tv, 10monitor, 10console.

$$G_{TOT} = \frac{Ad}{Q_B} \cdot 400 + u \frac{Q_B}{2} (100+1)$$

$$Q_{BON} = \sqrt{\frac{2Ad \cdot 100}{u \cdot 101}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1000 \cdot (1 \times 250) \cdot 100}{1800 \cdot 101}} = 16,58 \text{ pz}$$

$$u = 0.15(10 \times 300 + 10 \times 400 + 10 \times 400 + 10 \times 100) = 0.15 \times 12000$$

$$G_{TOT}^B = 1000 \frac{1 \times 250}{16,58} \cdot 100 + \frac{16,58}{2} \cdot 101 \cdot 1800 = 1,51 \text{ M\$} + 1,51 \text{ M\$} = \boxed{3,02 \text{ M\$}}$$

$$G_{TRASP}^{TOT} = 67 \text{ K\$} + 275 \text{ K\$} + 1,51 \text{ M\$} = \boxed{1,85 \text{ M\$}}$$

$$= 1,85 + 1,59 = 3,44 \text{ M\$}$$

$$G_{MANT}^{TOT} = 67 \text{ K\$} + 15 \text{ K\$} + 1,51 \text{ M\$} = \boxed{1,59 \text{ M\$}}$$

CONCLUSIONI:

Strategie costi	A	B	A <sub>1</sub>	B <sub>1</sub>
centraliz- zata	NO	SI	NO	SI
FTL	SI	SI	NO	NO
C <sub>TRASP</sub>	0,455 M\$	0,75 M\$	2,42 K\$	1,85 M\$
C <sub>MANT</sub>	23,4 M\$	3,25 M\$	2,42 K\$	1,59 M\$
G <sub>TOT</sub>	23,9 M\$	6 M\$	4,84 M\$	<b>3,44 M\$</b>

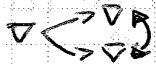
\* trasportare aria non sempre è conveniente, può servire a dare frequenza ai prodotti a più alto valore

FARE: CALCOLO nel caso di CANTON FASATI: i C<sub>TRASP</sub> non cambiano perché la quantità di merce da trasportare è sempre la stessa cambiano i C<sub>MANT</sub> perché cambiano le quantità (sono più alte) da tenere a magazzino.

Conclusioni: può essere conveniente avere magazzini intermedi → generano dei costi ma creano dei servizi.

Sempre più spesso, a grante di un flusso di prodotti finiti che viaggiano da valle verso monte c'è un flusso di ricambi, rifiniti, pezzi in scadenza che, torna indietro da valle verso monte.

Ci sono anche flussi orizzontali (spedizioni tra negozi retail) = Gra punti appartenenti allo stesso livello della filiera (cas. Zara e A Tale Og...)



- Fattori di competizione: → tutto ciò che permette all'azienda di avere successo. Questi fattori sono oltre al costo (vedremo dopo);

- QUALITÀ del PRODOTTO OFFERTO:
  - conformità: conforme al suo standard.
  - target: qualità del prodotto come è stato progettato.
- QUALITÀ dei servizi erogati con i prodotti, es. assistenza, parti di ricambio,...
- DELIVERY LEAD TIME (DLT) = tempo di consegna al cliente misurato dal momento in cui il cliente ordina un prodotto a quando questo gli viene consegnato. Il DLT dipende dai LT del fornitore + dalle politiche di stock del fornitore → possono non far percepire al cliente finale LT anche lunghi (es. cagge: LT lunghi di preparazione / trasformazione / trasporto DLT nel supermercato nullo). È più difficile gestire scorte in caso di DLT ≠ 0 perché sapere con anticipo la domanda futura gestisce meglio le incertezze → ha maggiori ingo ma non so come gestire questa incertezza aggiuntiva.
- ASSORTIMENTO = insieme dei prodotti che l'azienda decide di gestire. Spesso l'assortimento guida il comportamento dei clienti: più un negozio ha roba più si affida, cioè sia possibile trovare ciò che cerco (es. rosselli). Vi è un legame tra assortimento e dt: posso scegliere assortimenti diversi con dt diversi → oggi dt bassi su un sotto insieme del mio assortimento (i prodotti più richiesti) → oggi dt alti su un altro sottoinsieme (prodotti meno richiesti).
- FLESSIBILITÀ = capacità di adattarsi con tempi e costi bassi. È una scelta multidimensionale → ho diversi tipi di flessibilità.
  - \* di PRODOTTO: capacità di offrire prodotti diversi e customizzati rispetto ai bisogni del cliente
  - \* di INNOVAZIONE al PRODOTTO: non percepito direttamente dal cliente, è la capacità della filiera senza extra costi ed extra tempi, di riuscire a gestire prodotti inizialmente non programmati.
  - \* di VOLUME: capacità dell'azienda di gestire variazioni di volume non previste.

Torino, 12 Marzo 2013

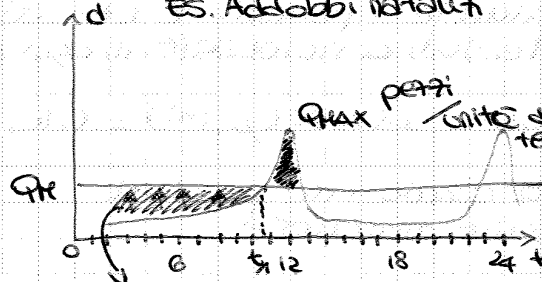
La flessibilità di volume è ottenibile tramite

- STAG RESOURCES = ho risorse in più che solitamente non uso e uso solo con picchi di domanda
- FLEX RESOURCES = avere risorse flessibili, personale molto disposto a fare straordinari.
- PIANIFICAZIONE = gestire i picchi preparando ad esempio, scorte → devo prevedere i picchi.
- PRODOTTO di MIX:
  - \* di MIX: capacità dell'azienda di adattarsi ai cambiamenti di mix della domanda.
- COSTI = economicamente i costi fissi sono i costi che un'azienda sopporta indipendentemente dal volume produttivo; che non dipendono dal periodo indipendentemente dalle decisioni prese in quel periodo. Irrelevanti nel BP. Per noi i CF saranno costi che l'azienda sopporta quando decide di fare qualcosa indipendentemente da quanto facciamo qualcosa (es. da quanto produco, ordino, trasmetto).

SCORTE SPECULATIVE: scorte che si creano all'interno dell'azienda perché pre-vede un determinato aumento delle materie prime. Compra più scorte del necessario nel momento in cui questi hanno un prezzo basso → investimento per il futuro  
 gesso: costi ma anche i RICAVI (= l'azienda gissa il prezzo del prodotto in base al suo costo per produrlo)  
 Funzione:  $\cup$  Appropito delle buone condizioni del mercato  
 $\cup$  Fisso il prezzo del mio prodotto.

SCORTE di PIPELINE o in TRANSIT: esistono solo perché esistono i IT. Se un processo ha bisogno di tempo esisteranno queste scorte.  
 ES.  $\alpha$  = mese dalla Cina all'Italia le scorte nei container e non dipendono dalle politiche di limitazione dipendono solo dal IT di consegna e dalla quantità venduta (o domandata).  
 Funzione:  $\cup$  diminuisce i costi di trasporto per ridurle - diminuisco la domanda → male  
 - diminuisco i  $\alpha$  = uso aerei al posto delle navi non va bene per tutti i prodotti

SCORTE STAGIONALI: legate al fatto che c'è una domanda stagionale al grante della quale non c'è una produzione altrettanto stagionale.  
 ES. Addobbi natalizi



- Possibilità:
- 1) Dotarsi di impianti che producano  $Q_{max}$
  - 2) Impianti che lavorano a  $q < Q_{max}$  e accumulano (scorte)

accumulo scorte che usero per servire il picco  
 Funzione:  $\cup$  Soddiscamento della domanda  
 $\cup$  risparmio capacità produttiva → impianti più piccoli che producono meno di  $Q_{max}$   
 Quanto sarà grande il mio magazzino? Faccio l'integrale nel tempo (durante l'anno) della capacità produttiva - domanda

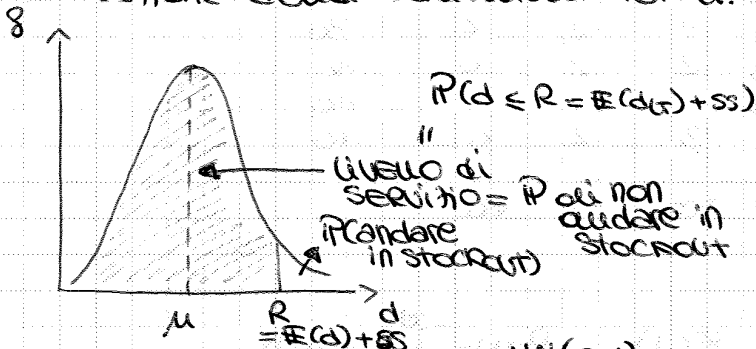
$\int_0^{360} (cp - d)$  se  $cp = \bar{d}$   $\int_0^{360} (\bar{d} - d) = 0 \Rightarrow$  non va bene  
 quello che accumuliamo  
 • Facciamo l'integrale lungo il periodo di accumulo

$\int_0^{t_1} (cp - d)$  se  $cp = \bar{d}$  AREA = AREA  
 l'impianto deve lavorare a capacità massima tutto l'anno  
 se  $\bar{d} < cp < Q_{max}$  non sempre l'impianto lavorerà a capacità massima. Se scrumla non va bene. Invece di calcolare l'accumulo calcolo il bisogno che io ho del prodotto

Bisogno = volume di scorte di cui ho auto bisogno in  $t_1$   
 $\int_0^{t_1} (d_{max} - cp_{nel picco})$

Quanto vale ss? Quanto in più devo tenere a magazzino?

→ Dobbiamo studiare la SORGENTE della VARIABILITÀ = la distribuzione della domanda nel  $t$ .



Supponiamo un livello di servizio pari al 90%.

E  $d_t = N(20, 4)$  quante ss devo mettere nel mio sistema? → standardizzo la domanda e trovo il quantile per cui vale la probabilità  $p$  di avere un servizio pari al 90%.

$\Rightarrow \frac{d_t - \mu_t}{\sigma_t} = \text{normale standard} = N(0,1) \Rightarrow P\left(\frac{d_t - \mu_t}{\sigma_t} \leq z\right) = 90\%$   
 TABELLE della z

→  $P(d_t - \mu_t \leq 2\sigma_t) = 90\%$

→  $P(d_t \leq 2\sigma_t + \mu_t) = 90\%$

scego  $R = \mu_t + 2\sigma_t$  e in 90 casi su 100 la  $d_t$  sarà minore di  $R$ . Dove  $z$  è il livello di servizio.

$R = \mu_t + 2\sigma_t$

SCORTA di SICUREZZA: dipendono da ① Quanta è incerta la  $d_t$  ( $\sigma_t$ )  
 ② Livello di servizio che si vuole offrire ( $z$ )

Funzione: " In condizioni di incertezza, permettono di offrire un servizio ai clienti

Modi alternativi per avere un servizio riducendo il bisogno di ss?

- 1 Diminuire la variabilità della domanda es. EDCP di Walmart
- 2 Ridurre il livello di servizio ai clienti (non molto bene)
- 3 Prevedere meglio la domanda futura
- 4 Ridurre il  $t$  = devo coprire l'incertezza legata ad un tempo minore, una minore incertezza.

Supponiamo di aver scelto  $R$  con delle scorte di sicurezza, molto poco spesso avrò una  $d > R$ , andrò molte poche volte in stockout (nel caso di prima solo il 10% delle volte).

Quanta merce avrò in media a magazzino? Prima in media a magazzino avevo zero, ora in media a magazzino avrò  $ss$ .

Perché?  $R = \mu_t + ss$ , nel  $t$  consumo  $\mu_t \Rightarrow$  mi avanza  $ss$

→ se tutto va sempre come previsto le  $ss$  non vengono mai toccate.

Se guardo i costi del sistema, nel modello  $(Q, R)$

$C_t^* = \sqrt{2Adh}$

devo aggiungere i costi legati al mantenimento delle  $ss$

$C_{TOT} = \sqrt{2Adh} + h \cdot 2\sigma_t$

Esempio p. 32

Azienda assemble to order.

Prodotti Finiti:  $A_1, A_2, A_3$  formati da 5 componenti  $\left\{ \begin{matrix} c_1, c_2 = \text{comuni} \\ c_3, c_4, c_5 = \text{specifici} \end{matrix} \right.$

$G_{ij}$  = distinta base :

	$c_1$	$c_2$	$c_3$	$c_4$	$c_5$
$A_1$	1	1	1	0	0
$A_2$	1	1	0	1	0
$A_3$	1	1	0	0	1

Torino, 18 Marzo 2013

Piuttosto che comparare soluzioni, stavamo comparando situazioni (la prima domanda certa, la seconda domanda incerta). Per comparare le due soluzioni dovrei adottare la soluzione del modello con domanda certa allo stesso valore di incertezza della seconda situazione.

Ora, partendo dalle quantità assegnate, dobbiamo scrivere un modello per lo scenario da assemblaggio da adottare in base allo scenario che si presenta:

$$\left. \begin{aligned} x_1 &= 116.67 \\ x_2 &= 116.67 \\ x_3 &= 26.67 \\ x_4 &= 0 \\ x_5 &= 90 \end{aligned} \right\}$$

$$\rightarrow \text{F.O.} \quad \max \sum_{j,s} \pi^s p_{j,s} y_{j,s}^s - \sum_i c_i x_i$$

$$\text{st} \quad \sum_j G_{i,j} y_{j,s}^s = x_i \quad \forall i, s$$

$$y_{j,s}^s \leq d_{j,s}^s \quad \forall j, s$$

poiché le  $x_i$  sono date, è una costante e si può omettere trasportando il  $\mathbb{E}(\pi)$  nel  $\mathbb{E}(\pi(R))$

Da questo modello viene fuori una soluzione di questo tipo:

$s_1$   $y_1^1 = 26.67$   $y_2^1 = 0$   $y_3^1 = 90$  uso tutti i componenti e faccio al massimo il prodotto più profittevole  $\rightarrow s_1$  da la stessa soluzione di prima

$\pi^1 = 3233$

$s_2$   $y_1^2 = 26.67$   $y_2^2 = 0$   $y_3^2 = 90$   $\pi^2 = 3233$

$s_3$   $y_1^3 = 26.67$   $y_2^3 = 0$   $y_3^3 = 60$   $\rightarrow$  il profitto scende!  $\pi^3 = \dots$

$x_3 \hat{=} 26.67$   $x_4 \hat{=} 0$   $\uparrow$   $\uparrow$   $\uparrow$

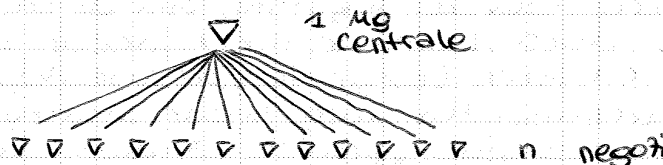
prodotto 60 e non 90 perché 60 è la  $d_{max}$

il  $\pi$  scende perché tutto 30 componenti di  $y_3$ ,  $30 \times 2 = 30 \cdot 50 = 1500$  perditi

$\mathbb{E}(\pi) = 2333$  è il valore atteso del profitto di tutti e tre gli scenari. Posticipare alcune decisioni aiuta a gestire meglio l'incertezza della domanda (CASO HP).

In questo modello il tempo non esiste, stiamo producendo per un singolo periodo ma abbiamo 2 stadi decisionali  $\rightarrow$  1° produzione dei componenti a cui segue un'ing. aggiuntiva che serve per prendere la seconda decisione  $\rightarrow$  2° il piano di assemblaggio

• Inventory Deployment = scelta di dove andare a mettere le scorte all'interno della nostra filiera.



Consideriamo le scorte di sicurezza. Ne devo tenere di più se le tengo nel magazzino centrale o se le tengo nei singoli negozi? L'incertezza che vedo nel magazzino centrale è minore (eventuali eccessi di domanda in un negozio si compensano con eventuali domande basse in un altro negozio)  $\cup$

I clienti devono essere disposti ad aspettare  $\cup$

La scorta a monte è più fungibile  $\cup$



A seconda di come decido di consegnare decido dove ubicare i magazzini.

Approcci Decisionali Push e Pull non entrano nulla con MTO e MTS

COSE PRODUO?

Push

vs

Pull

è basata su un piano a sua volta basato su una previsione

la stazione a valle è direttamente influenzata da quella a monte.

Sono attribuiti per gestire attività diverse che possono coesistere in un sistema produttivo. La previsione gioca un ruolo fondamentale.

PER CHI PRODUO

MTO

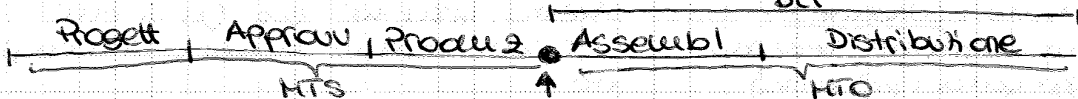
vs

MTS

produzione guidata da ordini già acquisiti

produzione che verrà versata a magazzino dove il cliente pescherà il suo ordine.

mercato automobilistico: Europa MTO USA MTS



Qual è il tempo dedicato da ogni attività? Qual è il DTT del cliente?

Order Delaying Point = punto di disaccoppiamento dell'ordine

Es. Ristoranti:

Attività	MTO	MTS
Progettazione = Menu		MTS
Approvazione		MTS
Produzione	MTO	MTS
Assemblaggio	MTO	MTS
Distribuzione	MTO	MTO

Progettazione di reti logistiche e trasporto

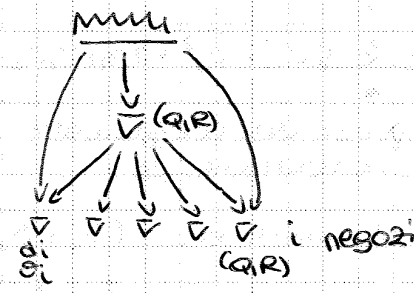
CAPITOLO 2

Network Design

supponiamo la domanda come data, supponiamo che le nostre decisioni di progettazione non influenzino la domanda (cosa non vera in caso di negozi)

$$Z(LS)_A = Z(LS)_B$$

$$COSTO = \sqrt{2Adh} + hZ(LS)\sigma_{tot}$$



① con consegne dirette e scorte tenute nei singoli negozi, abbiamo un network costituito da n negozi che funzionano indipendentemente l'uno dall'altro.

→ ciascun negozio avrà un costo indipendente dagli altri  $c_i = \sqrt{2Ad_i h} + hZ(LS)\sigma_{i,d}$

$$G_{tot} = \sum c_i = \sum \sqrt{2Ad_i h} + \sum hZ(LS)\sigma_i$$

$$= \sqrt{2Ah} \sum \sqrt{d_i} + hZ(LS) \sum \sigma_i$$

COSTO di TENERE SCORTE SOLO nei MA PERIFERICI e CONSEGNE DIRETTE.

② Se tengo le scorte in un magazzino centrale con logica (Q,R) la funzione di costo sarà sempre  $C = \sqrt{2Adh} + hZ(LS)\sigma_{DTT}$

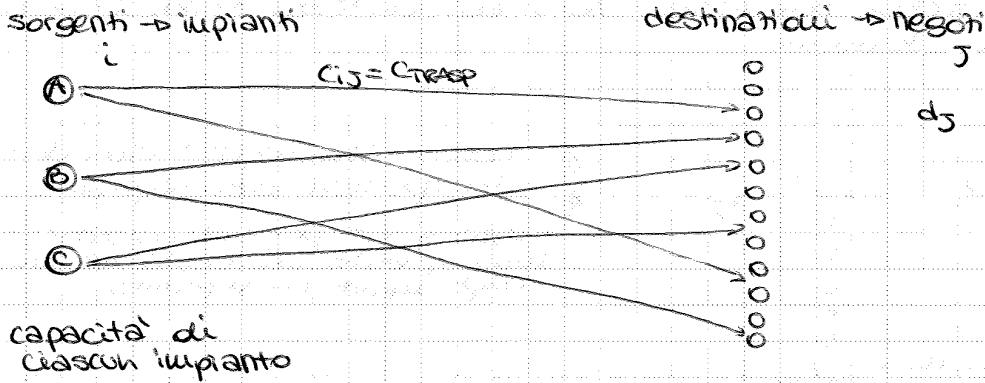
Per cui

$$C = \sqrt{2A\tilde{d}h} + hZ(LS)\tilde{\sigma}$$

ora peso  $\tilde{d} = \sum d_i$  perché nel magazzino centrale il consumo di merci visto è pari al consumo di merci in tutti i negozi  
 $\tilde{\sigma} =$  incertezza vista dal magazzino centrale  
 $\tilde{\sigma}^2 = \sum \sigma_i^2$   
 ↑ dipende da n, da  $\sigma_i$  e da  $p_i$  non c'è nel nostro caso d'indipendenti

# Modelli di Ottimizzazione

## 1) Problema del Trasporto



$x_{ij}$  = quantità trasportata da  $i$  a  $j$

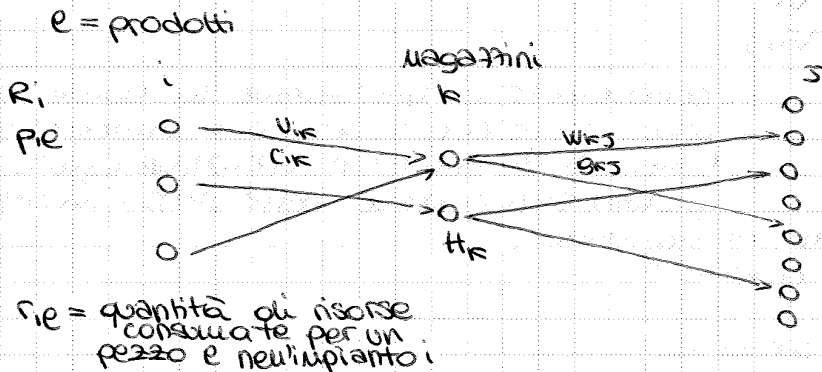
FO  $\min \sum_i \sum_j C_{ij} x_{ij}$  dimensionalmente:  $\frac{\text{COSTO}}{\text{UNITÀ}} \cdot \text{UNITÀ} = \text{COSTO}$

st  $\sum_j x_{ij} \leq R_i$   $\rightarrow$  la FO trasforma il  $\geq$  in un  $=$   $\rightarrow$  non conviene produrre più della domanda

$\sum_j x_{ij} \leq R_i$   $\rightarrow$  PEZZI/TEMPO

$x_{ij} \geq 0 \quad \forall i, j$

## 2) Problema del Flusso a Costo Minimo



$R_k$  per prodotti pesanti  
 $M$  per prodotti leggeri

$d_{je}$  = domanda per  $e$  in  $j$   
 $u_{ik}$  = qta trasportabile da  $i$  a  $k$   
 $w_{kj}$  = qta trasportabile da  $k$  a  $j$   
 $H_k$  = max flusso in  $M^3$  per  $k$   
 $V_e$  = volume in  $M^3$  per  $e$   
 $C_{ik}$  = costo di trasporto da  $i$  a  $k$   
 $G_{kj}$  = costo di trasporto da  $k$  a  $j$   
 $P_{ie}$  = costo di produzione di un pezzo di  $e$  presso l'impianto  $i$ .

FO: minimizzo i costi di PRODUZIONE e i due costi di TRASPORTO (da  $i$  a  $k$  e da  $k$  a  $j$ )

VARIABILI DECISIONALI:  $x_{ike}$  = qta prodotta trasportata da  $i$  a  $k$   
 $y_{kje}$  = qta di  $e$  trasportata da  $k$  a  $j$

FO  $\min \sum_i \sum_k \sum_e (P_{ie} \cdot x_{ike} + C_{ik} \cdot x_{ike}) + \sum_k \sum_j \sum_e y_{kje} \cdot V_e \cdot G_{kje}$

st.  $\sum_e x_{ike} \cdot r_{ie} \leq R_i$   $\rightarrow$  ore/unità di tempo  $\rightarrow$  non siamo su  $i$  perché la capacità  $R_i$  è TOTALE per tutti gli impianti.

$\sum_e y_{kje} \geq d_{je}$   $\forall j, e$  scrivessi e le  $y_{kje}$  andrebbero a 0  $\rightarrow$  non soddisf. la domanda

$\sum_e x_{ike} \cdot V_e \leq U_{ik}$   $\forall i, k$

$\sum_e y_{kje} \cdot V_e \leq W_{kj}$   $\forall j, k$

$\sum_e x_{ike} \cdot V_e \leq H_k$   $\forall k$

EQUAZIONE di BILANCIO  $\rightarrow \sum_i x_{ike} \geq \sum_j y_{kje} \quad \forall k, e$   $\rightarrow$  SENZA QUESTO VINCOLO le  $x$  sarebbero a zero!

$x_{ike} \geq 0 \quad \forall i, k, e$   
 $y_{kje} \geq 0 \quad \forall k, j, e$



Torino, 20 Marzo 2013  
 stessa unità di misura di  $x_{ij}$ : pezzi/unità di tempo

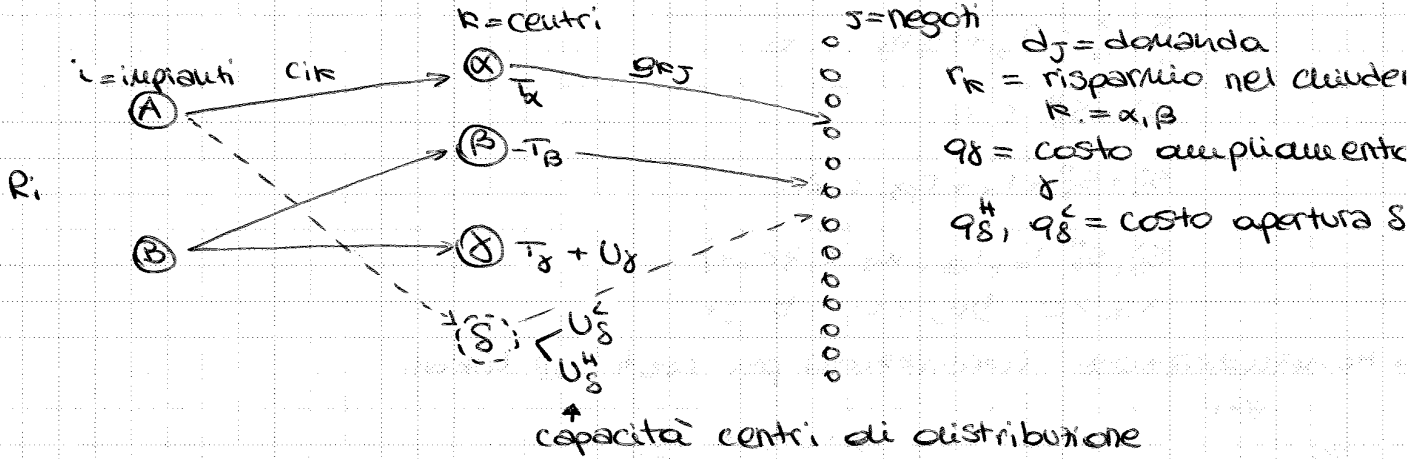
$$FO. \quad \min \sum_i g_i y_i + \sum_j \sum_s \sum_i \pi^s x_{ij}^s c_{ij} + \sum_j \sum_s \pi^s z_j^s \beta_j$$

$$st. \quad \sum_i x_{ij}^s + z_j^s = d_j^s \quad \forall j, s$$

$$\sum_j x_{ij}^s = R_i y_i \quad \forall i, s$$

$$x_{ij}^s \geq 0 \quad \forall i, j, s \quad y_i \in \{0, 1\} \quad \forall i \quad z_j^s \geq 0 \quad \forall j, s$$

4) R. localizzazione ed Espansione della capacità dei centri di distribuzione



- FO. • Costi di trasporto  
 • costo ampiezza  $q$   
 • costo apertura  $s$   
 • risparmio chiusura  $k = \alpha, \beta$

- VARIABLES: -  $x_{ik}$   
 -  $y_{kj}$   
 -  $z_k < 1$   
 -  $s_s^H, s_s^L < 1$   
 -  $w_j < 1$   
 $1 = \text{magazzino aperto}, 0 = \text{chiuso}$

$$FO. \quad \min \sum_k \sum_i x_{ik} c_{ik} + \sum_j \sum_s y_{kj} g_{kj} + q_s w_j + q_s^H s_s^H + q_s^L s_s^L - (1 - z_\alpha) r_\alpha - (1 - z_\beta) r_\beta$$

$$st. \quad \sum_j y_{kj} \geq d_j \quad \forall j$$

$$\sum_k x_{ik} \leq R_i \quad \forall i$$

$$\sum_i x_{ik} \leq T_k z_k \quad k = \alpha, \beta$$

$$\sum_i x_{ik} = \sum_j y_{kj} \quad \forall k$$

$$\sum_i x_{ij} \leq T_j + U_j w_j$$

$$\sum_i x_{is} \leq U_s^L s_s^L + U_s^H s_s^H$$

$$s_s^L + s_s^H \leq 1$$

$$s_s^L + s_s^H + z_\alpha + z_\beta \leq 2$$

$$x_{ik} \geq 0 \quad \forall i, k \quad y_{kj} \geq 0 \quad \forall j, k$$

$$w_j \in \{0, 1\} \quad s_s^H \in \{0, 1\} \quad s_s^L \in \{0, 1\} \quad z_k \in \{0, 1\} \quad k = \alpha, \beta$$

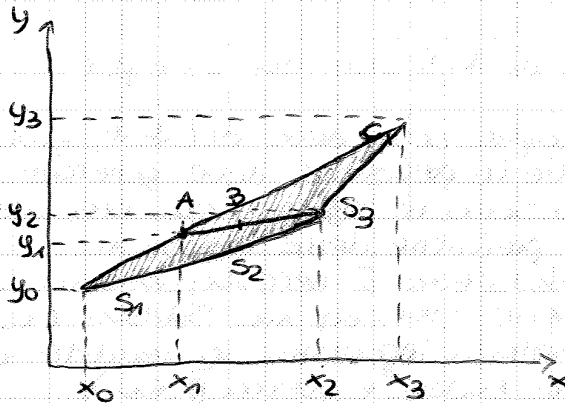
ERRORE:  
 $\sum_i x_{is} \leq U_s^L s_s^L$   
 $\sum_i x_{is} \leq U_s^H s_s^H$   
 perché solo una delle due  $s$  può essere ad 1, l'altra sarà necessariamente a 0 → i vincoli si contraddicono, uno mi dice che le  $x_{is}$  devono essere minori di un numero (la  $U$ ). Mentre l'altro dice che  $x_{is}$  deve essere uguale a 0!  
 se  $x$  vanno sempre a zero!

4.1) con più scenari di domanda:  $d_j^s = \text{domanda in } j \text{ nello scenario } s$   
 $\pi_j^s = \text{probabilità di } s$   
 nel caso di scenari di costo:  $c_{ik}^s, g_{kj}^s, x_{ij}^s, y_{kj}^s$

$$y = y_0 \lambda_0 + y_1 \lambda_1$$

$$x = x_0 \lambda_0 + x_1 \lambda_1$$

$$\lambda_0 + \lambda_1 = 1$$



$$y = \sum_{i=0}^3 \lambda_i y_i$$

$$x = \sum_{i=0}^3 \lambda_i x_i$$

$$\sum_{i=0}^3 \lambda_i = 1$$

$$0 \leq \lambda_i \leq 1 \quad \forall i$$

Però questa modellizzazione ha un problema

set A

$$\lambda_0 = 0 \quad \lambda_1 = 1 \quad \lambda_2 = 0 \quad \lambda_3 = 0$$

set B

$$\lambda_0 = 0 \quad \lambda_1 = 0.5 \quad \lambda_2 = 0.5 \quad \lambda_3 = 0$$

set C

$$\lambda_0 = 0 \quad \lambda_1 = 0 \quad \lambda_2 = 0.3 \quad \lambda_3 = 0.7$$

il difetto è che potrei anche trovare pesi di questo tipo:

$$\lambda_0 = 0.5 \quad \lambda_1 = 0 \quad \lambda_2 = 0.5 \quad \lambda_3 = 0$$

↑

questo punto (b) non sta sulla funzione

Con le  $\lambda$  modellizzate in questo modo posso generare punti che non appartengono alla spezzata ma cadono nell'area.

→ Devo forzare il modello in modo che si accendano 2, 1 consecutivi e gli altri porti a zero ⇒ variabili booleane.

si accende il segmento 1  $S_1$  o il segmento 2  $S_2$  o il segmento 3  $S_3$

$S_1$  → si accendono  $\lambda_0$  e  $\lambda_1$

$S_2$  → si accendono  $\lambda_1$  e  $\lambda_2$

$S_3$  → si accendono  $\lambda_2$  e  $\lambda_3$

Per cui il modello diventa:

$$y = \sum_{i=0}^3 y_i \lambda_i$$

$$x = \sum_{i=0}^3 x_i \lambda_i$$

$$\sum_{i=0}^3 \lambda_i = 1$$

$$\sum_{i=1}^3 s_i = 1$$

$$\lambda_0 \in S_1$$

$$\lambda_1 \in S_1 + S_2$$

$$\lambda_2 \in S_2 + S_3$$

$$\lambda_3 \in S_3$$

$$s_i \in \{0, 1\} \quad \forall i$$

$$0 \leq \lambda_i \leq 1 \quad \forall i$$

## Metodi di Previsione

CAPITOLO 3

Se il DLT del cliente fosse sufficientemente lungo, la previsione sarebbe inutile, però così non è → dobbiamo capire quanto sono pazienti i nostri clienti per capire quali attività fare prima della ricezione dell'ordine.

- OGGETTO della PREVISIONE: l'ho compiutamente definito quando degiurisco le caratteristiche base dell'oggetto. Nel nostro caso la domanda ⇒

1 TIME BUCKET = quanto di tempo, modo di leggere la domanda

2 ORIZZONTE di PREVISIONE

3 FREQUENZA con cui AGGIORNO le PREVISIONI

4 PRODOTTO per il quale si fa la previsione

5 MERCATO al quale facciamo riferimento.

La previsione non è altro che uno strumento per migliorare le nostre decisioni; la previsione ci serve solo per prendere decisioni.

Torino, 25 Marzo 2013

quando la previsione non serve per prendere decisioni migliori questa previsione è inutile. La previsione è connessa con un'azione di decisione. La previsione deve essere di un livello coerente con la decisione da prendere (non va bene prevedere per aggregati di prodotti, per l'intero network di negozi per l'intera durata di una promozione se la decisione da prendere è sul singolo prodotto da mandare in uno specifico negozio).

$$ME = \frac{\sum_{t=1}^n y_t}{N} - \frac{\sum_{t=1}^n F_t}{N} = \bar{y} - \bar{F}$$

Guardando solo la serie storica preferirei il previsore 1 mentre il ME dice di scegliere il p2! Ciò perché il ME misura la DEVIATEZZA della previsione (dice se siamo pessimisti o ottimisti) e non l'ACCURATEZZA della previsione. Dice se, in media, stiamo sopra o sotto alla domanda → errori positivi e negativi si cancellano!

### Mean Absolute Deviation

$$MAD = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n |e_t|$$

MAD è un indicatore di ACCURATEZZA (il previsore è preciso o no).

Es di prima, calcoliamo il MAD

$$MAD_1 = \frac{1}{6} (1+1+1+1+1+1) = \frac{1}{6} \cdot 6 = 1$$

$$MAD_2 = \frac{1}{6} (0+10+30+30+8+5) = \frac{1}{6} \cdot 80 = 13,3$$

È più coerente con la nostra intuizione, p1 è migliore di p2.

Cosa fare quando abbiamo un previsore accurato ma deviato e uno non accurato ma non deviato? Chi è migliore? Nessuno dei due! Una buona previsione deve essere accurata e non deviated. È più facile aggiustare previsioni soggette da deviatezza.

### Root Mean Squared Error

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{t=1}^n e_t^2}{n}}$$

RMSE è un indicatore di ACCURATEZZA

$$RMSE_1 = \sqrt{\frac{1}{6} \cdot (1^2+1^2+1^2+1^2+1^2+1^2)} = \sqrt{\frac{1}{6} \cdot 6} = 1$$

$$RMSE_2 = \sqrt{\frac{1}{6} \cdot (0^2+10^2+30^2+30^2+8^2+5^2)} = \sqrt{\frac{1}{6} \cdot 1950} = \sqrt{325} = 18,02$$

Coerentemente con il MAD, RMSE dice che p1 è più accurato di p2.

Differenze tra RMSE e MAD.

### Esempio

	1	2	3	4	5	6	7	8	MAD	RMSE
$y_t$	110	105	90	80	120	110	90	95		
$\bar{F}_t^{(1)}$	100	95	100	90	110	100	100	105		
$\bar{F}_t^{(2)}$	110	105	90	110	90	110	80	95		
$e_t^{(1)}$	10	10	-10	-10	10	10	-10	10	$\frac{80}{8} = 10$	$\sqrt{\frac{800}{8}} = 10$
$e_t^{(2)}$	0	0	0	-30	30	0	0	0	$\frac{60}{8} = 7,5$	$\sqrt{\frac{1800}{8}} = 15$

Usando il MAD, p2 è più accurata di p1

Usando l'RMSE: p1 è più accurata di p2!

Perché? Perché  $MAD_1 = MAD_2$  ma  $RMSE_1 \neq RMSE_2$ ? È meglio  $\bar{F}_t^{(1)}$  o  $\bar{F}_t^{(2)}$ ?

• perché  $MAPE_1 = 10.5\%$  e  $MAPE_2 = 21\%$ ? Come per MAE, la variabilità delle  $y_t$  tende a dare pesi diversi in periodi diversi agli errori <sup>STESSI</sup>.

Però è vero, nella realtà, che errori uguali con domanda bassa o alta cambiano? In realtà no, però ciò è importante nei casi di prodotti con grande variabilità della domanda (es. in un periodo molto più bassa della media)

Esempio 2

	1	2	3	4	5	6	ME	MAD	MAE	MAPE
$y_t$	100	80	9	110	90	120				
$F_t^{(1)}$	120	100	10	90	110	80				
$F_t^{(2)}$	100	80	110	110	90	120				
$e_t^{(1)}$	-20	-20	-1	+20	-20	40	-0.167	20.167	-4.4%	21.6%
$e_t^{(2)}$	0	0	-101	0	0	0	16.8	16.8	-187%	187%

↑  
spegna il peso della domanda

Però MAD dice che  $p_2$  è più accurato di  $p_1$ !

↑  
la deviazione è circa 187% rispetto alla domanda media!

Il  $p_2$  ha fatto nel periodo 3 un errore del -100%!

SE NON GUARDASSI MA LA SERIE STORICA

Nonostante gli altri  $e_t\%$  tutti pari a zero, questo errore molto grande (in un periodo in cui la domanda è difficilmente prevedibile) pesa molto di più → gli indicatori lo penalizzano. Però guardando la serie storica  $p_2$  è migliore di  $p_1$  o almeno ci viene un dubbio.

Scenario di dom	Probabilità	Previsione	MAPE	MAPE MODIFICATO = $\frac{\sum_{t=1}^n  e_t }{F_t}$
1	1/3	2	$e = -1$ 0.5 = 50%	↑ spinge i previsori ad essere ottimisti per lavorare su $F_t$ per avere un MAPE migliore
2	1/3	2	$e = 0$ 0	
3	1/3	2	$e = 1$ 0.5 = 50%	

il MAPEM ATTESO è  $\frac{0.5 + 0 + 0.5}{3} = \frac{1}{3} = 33\%$

Previsione	MAPEM	Previsione	MAPEM
1	$e = 0$ 0	3	$e = -2$ 66.7%
1	$e = 1$ 1 = 100%	3	$e = -1$ 33.3%
1	$e = 2$ 2 = 200%	3	$e = 0$ 0

$ME = \frac{1+2+0}{3} = \frac{3}{3} = 100\%$

$ME = \frac{0.667+0.333+0}{3} = \frac{1}{3} = 33\%$

Se previsioni 1 e 3 sbagliate allo stesso modo, vengono considerati in modo molto diverso. Secondo MAPEM sottostimare la domanda è molto male

Scenario di dom	Probabilità	MAPEM Previsione = 1	MAPEM Previsione = 2
0	1/3	$e_0 = -1$ 100%	$e_0 = -2$ 100%
1	1/3	$e_1 = 0$ 0	$e_1 = -1$ 50%
2	1/3	$e_2 = 1$ 100%	$e_2 = 0$ 0
		$ME = 66.7\%$	$ME = 50\%$

Torino, 27 Marzo 2013

## A Tale Of Two Electronics Components Distributors

OEM = preparano i prodotti finiti con i componenti provenienti da distributori come AESCO ed ESCI.

AESCO → acquista grandi quantità di prodotti molto diversi e li rivende in quantità più piccole: approvvigionamento orizzontale

ESCI → acquista prodotti specifici e di nicchia per la protezione: approvvigionamento verticale.

Sono entrambe aziende con grande presenza nella gestione da parte della proprietà (→ medio - piccole aziende non manageriali).

Che vantaggi creano AESCO ed ESCI ai compratori a monte e a valle che funzioni svolgono?

**AESCO** - Tempi di offerta e consegna relativamente brevi (soprattutto di offerta) ⇒ più vicino ai clienti finali

- Breakback = totipiccoli in uscita

- Operazioni di assemblaggio/fitting ⇒ eseguite da AESCO e non dal consumatore finale: diminuisce il costo del lavoro + flessibilità: costo per AESCO: 8 \$/h

costo per il consumatore: 30 \$/h

- Fa credito ai piccoli OEM! Paga i fornitori a 30gg ma riceve i pagamenti dai clienti a 40gg. Perché AESCO fa concorrenza alle banche? 1. Si approvvigiona meglio di altri di capitali (vero in certi limiti)

2. Maggiora il prezzo dei prodotti, gli OEM pensano di non pagare l'interesse o di pagarlo meno che se si fosse rivolti ad una banca. Non vedono l'interesse

3. Ha una migliore valutazione del rischio: AESCO conosce clienti, ha delle informazioni in più rispetto alle banche riesce a valutare le capacità dei clienti di ripagare il debito, riconosce i buoni pagatori anche se non sembrano tali. È esperto nel settore, riconosce i settori di rischio

Questo è un CRITICAL SUCCESS FACTOR → porta l'acquisizione di clienti.

- Promozione via telefono del prodotto = forza vendita per il produttore che delega AESCO la vendita e la promozione del prodotto

↳ ha minor costo di manodopera.

- Si occupa delle vendite



↳ Centralizzando la domanda riduce l'incertezza = abbassa le scorte di sicurezza a parità di LS

↳ Con un'unica forza vendita gestisce più marche

- One Stop Shop = nello stesso luogo il cliente può trovare prodotti di diversi fornitori, genera assortimento = minore spesa.

Ha la funzione di grande magazzino centrale, fa minori consegne = abbassa i costi di trasporto → consegne mixate con prodotti diversi.

**ESCI** - Non fa breakback, vende pochi pezzi e spesso compra dopo aver ricevuto l'ordine

- Non fa assemblaggio

- Fa consulenza: su prodotti specializzati o obsoleti ormai fuori produzione. ESCI fa matching → mette in contatto clienti con pezzi che ritengono inutili con clienti a cui quei pezzi interessano molto

UNA GRANDE AZIENDA NON POTESSE A PARLO FATTORE DI SUCCESSO

Guardando gli indicatori sceglierei il previsore 1 però guardando la serie storica vedo che la domanda 2 oscilla molto di più, è molto più difficile da prevedere (circa 3 volte più difficile)  
 → nuova statistica

→ U di Thail

$$U = \sqrt{\frac{\sum_{t=1}^{n-1} \frac{(F_{t+1} - y_{t-1})^2}{y_t}}{\sum_{t=1}^{n-1} \left(\frac{y_t - y_{t+1}}{y_t}\right)^2}}$$

→ somma di errori quadratici  
 ⇒ ERRORI della MIA PREVISIONE

→ quanto la domanda oscilla  
 ⇒ ERRORI del METODO NAIVE

→  $F_{t+1} = y_t$  la previsione di domani è uguale alla domanda di oggi

- $> 1$  la mia previsione è peggio della naive
- $= 1$  la mia previsione è come la naive
- $< 1$  la mia previsione è decisamente meglio della naive

Es di prima: USIAMO METODO NAIVE

	1	2	3	4	5	6
$F_t^{N,1}$		10	80	90	120	130
$e_t$		-30	10	30	10	-60

	1	2	3	4	5	6
$F_t^{N,2}$		130	40	70	160	190
$e_t$		-90	30	90	30	-180

$MAD^{N,1} = \frac{1}{5} \cdot 140 = 28$      $MAD\% = 28.6\%$      $MAD^{N,2} = \frac{1}{5} \cdot 420 = 84$      $MAD\% = 89\%$

$\frac{MAD}{MAD\%} = \frac{28}{28.6} = 0.97$      $MAD\% = 22\%$      $\frac{MAD}{MAD\%} = \frac{24}{28.7} = 0.83$      $MAD\% = 28.7\%$

$\frac{24}{28} = 0.78$  vado un po' meglio della naive (ga un errore del 22% in meno)  
 $\frac{24}{84} = 0.32$  va molto meglio del naive ga un errore del 69% minore

Guardando i MAD% non cambia

$\frac{22\%}{28.6\%} = 0.77$

$\frac{28.7\%}{89\%} = 0.32$

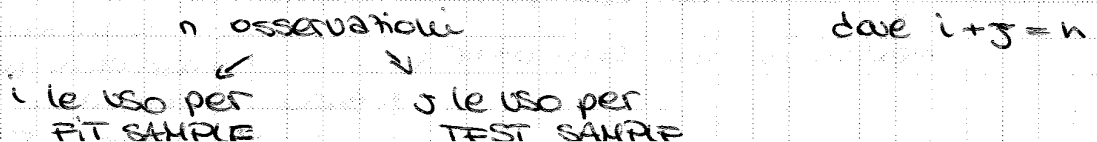
I rapporti dei MAD dicono che il previsore 2 è migliore del previsore 1.

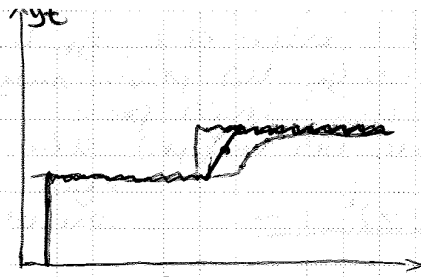
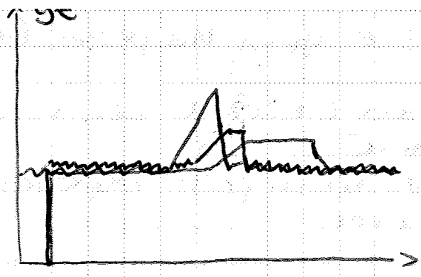
FARE i CALCOLI con RMSE ed U di THAIL

Torino, 8 Aprile 2013

Prevedere e misurare le performance serve a:

- stimare l'incertezza ( $\sigma$ ) della domanda
- stimare il grado di bontà del lavoro dei previsori
- controllo del processo previsionale → da ripetere se non va bene
  - per un periodo di tempo uso diversi processi in parallelo e poi utilizzo il migliore: problemi → diversi processi = diversi dati, tanti conti, ... + non so quale è il numero previsionale corretto (almeno all'inizio)
  - faccio PREVISIONE nel PASSATO (non devo basare utilizzazione dati successivi)





$\alpha = 0.5$   $K=2$  sbaglio di più ma lo scordo più velocemente  
 $\alpha = 0.1$   $K=6$  per RMSE è preferibile  $K=6$  perché pesa tanto errori grandi per MAO sono equivalenti, in un caso ga 2 errori da  $\frac{1}{2}$  e nuovo altro 6 da  $\frac{1}{6}$

$\alpha = 0.5$   $K=2$  → filtro peggiori + rumori  
 $\alpha = 0.1$   $K=6$  → ci metto più tempo a capire che il mondo è cambiato.

VEDI ES 3.14 Tabella 3.11 pag libro in inglese

Es. Tabella 3.11

$t_0 =$  giornaliero  $K=2$  può prevedere da  $t=2$  per  $t=4$   
 $K=6$  può prevedere da  $t=6$  per  $t=8$   
 posso comparare i due metodi dall'8 in poi

**Limiti:**

- la media mobile funziona giacché rimangono valide le ipotesi di domanda → es. se c'è trend previsione traslata
- da un peso  $\frac{1}{K}$  alle ultime  $K$  osservazioni, e peso 0 alle osservazioni più vecchie di  $K$ .

SMOZAMENTO ESPONENZIALE  
 SEMPLICE

$$B_t = \alpha y_{t-1} + (1-\alpha)B_{t-1}$$

ga un aggiornamento della stima della base

$$F_{t,h} = B_t \quad \forall h$$

$0 \leq \alpha \leq 1$   
 $\alpha = 1$  METODO NAIVE

La formula della base può anche essere scritta come:

$$B_t = B_{t-1} + \alpha (y_t - B_{t-1})$$

$\uparrow$   
 previsione  
 in  $t-1$   
 $F_{t-1,h}$   
 $\forall h \rightarrow F_{t-1,1}$

→ la base nuova è pari alla Base vecchia più  $\alpha$  l'errore

Ma non dovevamo dare pesi progressivamente decrescenti alle vecchie osservazioni?

→ Terza lettura dell'equazione

$$\begin{aligned}
 B_t &= \alpha y_t + (1-\alpha)B_{t-1} \\
 &= \alpha y_t + (1-\alpha) [\alpha y_{t-1} + (1-\alpha)B_{t-2}] \\
 &= \alpha y_t + (1-\alpha) \alpha y_{t-1} + (1-\alpha)^2 B_{t-2} \\
 &= \alpha y_t + (1-\alpha) \alpha y_{t-1} + (1-\alpha)^2 [\alpha y_{t-2} + (1-\alpha)B_{t-3}] \\
 &= \alpha y_t + (1-\alpha) \alpha y_{t-1} + (1-\alpha)^2 \alpha y_{t-2} + (1-\alpha)^3 B_{t-3} \\
 &= \dots
 \end{aligned}$$



②  $B_{t-1} = y_{t-1+h}$  la base iniziale è pari alla prima osservazione di domanda; non è più intrinsecamente deviato. Inizializzando con un'unica osservazione di domanda questa guida il punto dal quale iniziamo che può essere molto al di sopra o molto al di sotto della media. Con  $\alpha$  bassi può essere quella che conta di più!

Secondo problema:  $\hat{F}_{t-1,1} = B_{t-1} \Rightarrow \hat{F}_{t-1,1} = B_{t-1} = y_{t-1+h}$

↑  
la previsione per 1 è pari a  $B_0$  che è uguale alla domanda per 1  
 $\Rightarrow$  non devo usare 1 per TEST SAMPLE

③  $B_{t-1} = \sum_{i=t-e}^{t-1+h} \frac{y_i}{e}$

prendo la media dei primi  $e$  periodi.  
 L'errore di stima sarà molto più contenuto  $\Rightarrow$  valore iniziale di  $B$  migliore  
 $\rightarrow$  i primi  $e$  periodi (se  $h=1$ ) non vanno utilizzati  
 es. se  $e=10$   $B_0$  contiene le info dei primi 10 periodi  
 se  $h=1$  inizierò a prevedere da 11  $\rightarrow F_{11} = F_{10,1}$   
 se  $e=10$  e  $h=5$  prevederò per il periodo 11 nel periodo 6 però non si può perché in  $B_0$  ci sono le osservazioni  $y_7, y_8, y_9, y_{10}$  che non posso usare! Il primo momento nel quale posso fare una previsione è il 10:  $F_{10,5} = F_{15}$  sarà una previsione per il 15 periodo.  $\rightarrow$  inizia il TEST SAMPLE

Specialmente con  $\alpha$  basso conviene inizializzare con la ③ e stare attenti a non utilizzare i periodi usati per fittare per testare.

• PARAMETRI: come scegliere  $\alpha$ ?

Guardiamo la serie storica della domanda: se la domanda è relativamente stazionaria vogliamo togliere il rumore  $\Rightarrow \alpha$  basso.

Se la domanda ogni tanto ha degli scatti vogliamo un sistema reattivo che dimentichi velocemente il passato  $\Rightarrow \alpha$  alto.

Statistica che ci aiuta a capire il comportamento della domanda: media pesata tra l'ultimo errore percentuale e il precedente TS.

TRACING SIGNAL (TS)

Se ho tutti errori  $e > 0 \rightarrow TS > 0$  con errori un po'  $> 0$  e un po'  $< 0 \rightarrow TS < 0$   
 Se ho tutti errori  $e < 0 \rightarrow TS < 0$

$$TS_t = \alpha' \frac{e_t}{y_t} + (1 - \alpha') TS_{t-1}$$

$0 \leq TS \leq 1$   
 $0 \leq \alpha' \leq 1$

in valore assoluto

in valore assoluto

Se TS è basso allora  $\alpha$  dovrà essere basso viceversa se TS è alto allora  $\alpha$  dovrà essere alto.

APPLICARE ALO TAB 211 SIA MEDIA MOBILE con  $k=2$  e  $k=6$  e SMORZAMENTO con  $\alpha \geq 0.5$  e  $\alpha \leq 0.1$

• Limiti: funziona solo con domanda stazionaria non funziona con trend e stagionalità

SMORZAMENTO ESPONENZIALE  
 CON TREND

o decrescita

La domanda ha una crescita lineare di periodo in periodo, mediamente la domanda sale di  $\Delta$  per  $k$

o crescita



### ESERCIZIO MEDIA MOBILE Tab 3.11

PERIODO	DOMANDA	PERIODO	DOMANDA	PERIODO	DOMANDA
1	116.36	9	121.21	17	104.55
2	96.30	10	100.99	18	88.19
3	109.64	11	89.63	19	98.53
4	99.92	12	88.43	20	103.58
5	110.31	13	88.83	21	89.95
6	99.88	14	95.87	22	110.83
7	89.07	15	102.17	23	103.87
8	107.38	16	103.43	24	115.57

$n=2$

$\bar{y} = 101,23$

$$B_t = \frac{\sum_{i=t-n+1}^t y_i}{n}$$

$$B_{12} = \frac{89.63 + 88.43}{2} = 89.03 = F_{12,1} = \bar{F}_{12}$$

$$B_{13} = \frac{\sum_{i=13-2+1}^{13} y_i}{2} = \frac{\sum_{i=12}^{13} y_i}{2} = \frac{88.43 + 88.83}{2} = 86.13 = F_{13,1} = \bar{F}_{14}$$

$$B_{14} = \frac{95.87 + 88.83}{2} = 89.85 = F_{14,1} = \bar{F}_{15}$$

$$B_{15} = 99.02 = F_{15,1} = \bar{F}_{16}$$

$$B_{16} = (102.17 + 103.43) / 2 = 102.86 = F_{16,1} = \bar{F}_{17}$$

$$B_{17} = 103.99 = F_{17,1} = \bar{F}_{18}$$

$$B_{18} = 96.37 = F_{18,1} = \bar{F}_{19}$$

$$B_{19} = 93.36 = F_{19,1} = \bar{F}_{20}$$

$$B_{20} = 101.05 = F_{20,1} = \bar{F}_{21}$$

$$B_{21} = 96.76 = F_{21,1} = \bar{F}_{22}$$

$$B_{22} = 100.39 = F_{22,1} = \bar{F}_{23}$$

$$B_{23} = 107.35 = F_{23,1} = \bar{F}_{24}$$

$$B_{24} = 109.72 = F_{24,1} = \bar{F}_{25}$$

$$e_{13} = y_{13} - \bar{F}_{13} = 88.83 - 89.03 = -5.2$$

$$e_{14} = y_{14} - \bar{F}_{14} = 95.87 - 86.13 = 9.74$$

$$e_{15} = 102.17 - 89.85 = 12.32$$

$$e_{16} = 103.43 - 99.02 = 4.41$$

$$e_{17} = 104.55 - 102.86 = 1.69$$

$$e_{18} = 88.19 - 103.99 = -15.8$$

$$e_{19} = 98.53 - 96.37 = 2.16$$

$$e_{20} = 103.58 - 93.36 = 10.22$$

$$e_{21} = 89.95 - 101.05 = -11.1$$

$$e_{22} = 100.83 - 96.76 = 14.07$$

$$e_{23} = 103.87 - 100.39 = 3.48$$

$$e_{24} = 115.57 - 107.35 = 8.22$$

$$MAD_y = \frac{\sum_{t=13}^{24} |e_t|}{y} = \frac{208.86}{101,23} = 2.063$$

$$|e| = 208.86 / 22 = 9.49$$

$$MAD_y = \frac{\sum_{t=3}^{24} |e_t|}{y} = \frac{208.86}{101,23} = 2.063$$

$$= \frac{9.49}{101,23} = 0.0938 = 9,38\%$$

$$B_{11} = 95.31 = F_{11,1} = \bar{F}_{12}$$

$$B_{10} = 111,1 = F_{10,1} = \bar{F}_{11}$$

$$B_9 = 114,30 = F_{9,1} = \bar{F}_{10}$$

$$B_8 = 98,23 = F_{8,1} = \bar{F}_9$$

$$B_7 = 94,48 = F_{7,1} = \bar{F}_8$$

$$B_6 = 105,1 = F_{6,1} = \bar{F}_7$$

$$B_5 = 105,11 = F_{5,1} = \bar{F}_6$$

$$B_4 = 104,78 = F_{4,1} = \bar{F}_5$$

$$B_3 = 102,94 = F_{3,1} = \bar{F}_4$$

$$B_2 = 106,3 = F_{2,1} = \bar{F}_3$$

$$e_{12} = -6,88$$

$$e_{11} = -24,47$$

$$e_{10} = -13,31$$

$$e_9 = 22,98$$

$$e_8 = 12,9$$

$$e_7 = -16,03$$

$$e_6 = -5,23$$

$$e_5 = 5,53$$

$$e_4 = -3,05$$

$$e_3 = 3,34$$

$$e_{17}$$

NON SERVONO!  
dopo n=6 → parto da F7

### ESERCIZIO SMORZAMENTO ESPONENZIALE SEMPLICE TAB 3.11

$\alpha = 0.1$

$F_{t|t} = B_t \quad h = 1$

$B_t = \alpha y_t + (1 - \alpha) B_{t-1}$

$B_0 = \sum_{i=t-I+1}^{t+I+e} \frac{y_i}{e} \quad e = 10 \quad h = 1$

$B_0 = \sum_{i=1}^{10} \frac{y_i}{10} = (116.36 + 96.30 + 109.64 + 99.92 + 110.31 + 99.88 + 89.07 + 107.38 + 121.21 + 100.99) / 10 = \frac{1051.06}{10} = 105.11$

- $B_1 = 0.1 \times 116.36 + 0.9 \times 105.11 = 106.24$
- $B_2 = 0.1 \times 96.30 + 0.9 \times 106.24 = 105.24$
- $B_3 = 0.1 \times 109.64 + 0.9 \times 105.24 = 105.68$
- $B_4 = 0.1 \times 99.92 + 0.9 \times 105.68 = 105.10$
- $B_5 = 0.1 \times 110.31 + 0.9 \times 105.10 = 105.62$
- $B_6 = 0.1 \times 99.88 + 0.9 \times 105.62 = 105.05$
- $B_7 = 0.1 \times 89.07 + 0.9 \times 105.05 = 103.45$
- $B_8 = 0.1 \times 107.38 + 0.9 \times 103.45 = 103.84$
- $B_9 = 0.1 \times 121.21 + 0.9 \times 103.84 = 105.58$
- $B_{10} = 0.1 \times 100.99 + 0.9 \times 105.58 = 105.12 = F_{11}$
- $B_{11} = 0.1 \times 89.63 + 0.9 \times 105.21 = 103.68 = F_{12}$
- $B_{12} = 0.1 \times 88.43 + 0.9 \times 103.65 = 102.13 = F_{13}$
- $B_{13} = 0.1 \times 83.83 + 0.9 \times 102.13 = 100.3 = F_{14}$
- $B_{14} = 0.1 \times 95.87 + 0.9 \times 100.3 = 99.86 = F_{15}$
- $B_{15} = 0.1 \times 102.17 + 0.9 \times 99.86 = 100.09 = F_{16}$
- $B_{16} = 0.1 \times 103.43 + 0.9 \times 100.09 = 100.42 = F_{17}$
- $B_{17} = 0.1 \times 104.55 + 0.9 \times 100.42 = 100.83 = F_{18}$
- $B_{18} = 0.1 \times 88.19 + 0.9 \times 100.83 = 99.57 = F_{19}$
- $B_{19} = 0.1 \times 98.53 + 0.9 \times 99.57 = 99.47 = F_{20}$
- $B_{20} = 0.1 \times 103.58 + 0.9 \times 99.47 = 99.88 = F_{21}$
- $B_{21} = 0.1 \times 87.95 + 0.9 \times 99.88 = 98.69 = F_{22}$
- $B_{22} = 0.1 \times 110.83 + 0.9 \times 98.69 = 99.90 = F_{23}$
- $B_{23} = 0.1 \times 103.87 + 0.9 \times 99.90 = 100.30 = F_{24}$

- $e_{11} = y_{11} - F_{11} = 89.63 - 105.21 = -15.58$
- $e_{12} = 88.43 - 103.65 = -15.22$
- $e_{13} = 83.83 - 102.13 = -18.3$
- $e_{14} = 95.87 - 100.3 = -4.43$
- $e_{15} = 102.17 - 99.86 = 2.31$
- $e_{16} = 103.43 - 100.9 = 2.53$
- $e_{17} = 104.55 - 100.42 = 4.13$
- $e_{18} = 88.19 - 100.83 = -12.64$
- $e_{19} = 98.53 - 99.57 = -1.04$
- $e_{20} = 103.58 - 99.47 = 4.11$
- $e_{21} = 87.95 - 99.88 = -11.93$
- $e_{22} = 110.83 - 98.69 = 12.14$
- $e_{23} = 103.87 - 99.90 = 3.97$
- $e_{24} = 115.57 - 100.30 = 15.27$

$MAD_y = \frac{\sum_{t=11}^{24} |e_t|}{14} = \frac{8.83}{14} = 0.6323 = 8.723\%$

$\sum |e_t| = 123.6$   
 $\bar{e} = \frac{\sum |e_t|}{14} = \frac{123.6}{14} = 8.83$

$RHSE_y = \frac{1}{14} \sqrt{\frac{1}{14} \sum_{t=1}^{24} e_t^2} = \frac{1}{101.23} \sqrt{\frac{1574.0752}{14}} = \frac{10.60}{101.23} = 0.1047 = 10.47\%$

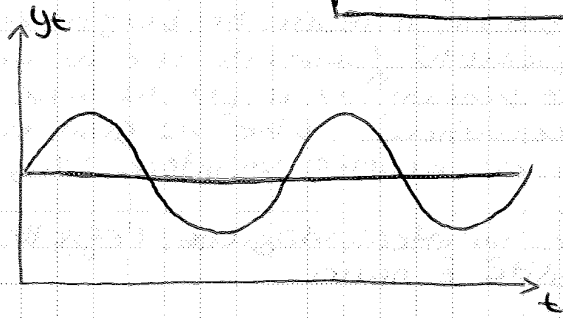
$\alpha = 0.5$

$e = 10 \quad h = 1 \rightarrow B_0 = \sum_{t=1}^{10} \frac{y_t}{10} = 105.11$

- $B_1 = 0.5 \times 116.36 + 0.5 \times 105.11 = 110.74$
- $B_2 = 0.5 \times 96.30 + 0.5 \times 110.74 = 103.52$
- $B_3 = 0.5 \times 109.64 + 0.5 \times 103.52 = 106.58$
- $B_4 = 0.5 \times 99.92 + 0.5 \times 106.58 = 103.25$
- $B_5 = 0.5 \times 110.31 + 0.5 \times 103.25 = 106.78$
- $B_6 = 0.5 \times 99.88 + 0.5 \times 106.78 = 103.33$
- $B_7 = 0.5 \times 89.07 + 0.5 \times 103.33 = 96.2$
- $B_8 = 0.5 \times 107.38 + 0.5 \times 96.2 = 101.79$
- $B_9 = 0.5 \times 121.21 + 0.5 \times 101.79 = 111.5$
- $B_{10} = 0.5 \times 100.99 + 0.5 \times 111.5 = 106.25 = F_{11}$
- $B_{11} = 0.5 \times 89.63 + 0.5 \times 106.25 = 97.94 = F_{12}$

- $e_{11} = 89.63 - 106.25 = -16.62$
- $e_{12} = 88.43 - 97.94 = -9.51$

# SMORZAMENTO ESPONENZIALE con STAGIONALITÀ



Stagionalità moltiplicativa  
 nel mese  $t$  venderemo in media  
 il doppio che negli altri mesi.  
 1. Qual è la stagione? Qual è la  
 periodicità con cui il fenomeno  
 ripete?

$s =$  stagione  $= 7 \rightarrow$  stagionalità giornaliera e  $t_0$  settimanale  
 $= 12 \rightarrow$  periodicità mensile e  $t_0$  annuale

$B_t =$  quanti pezzi vendi in media in un mese

$S_t =$  quanti pezzi vendi in più o in meno (percentualmente) rispetto alla  
 media

$$B_t = \alpha \frac{y_t}{S_{t-s}} + (1-\alpha) B_{t-1} \quad 0 \leq \alpha \leq 1$$

$$S_t = \gamma \frac{y_t}{B_t} + (1-\gamma) S_{t-s} \quad 0 \leq \gamma \leq 1$$

$$F_{t+h} = B_t \cdot S_{t+h-s}$$

per  $h \leq s$  (se  $s=12$   $h \leq 12$ )

$$F_{t+h} = B_t \cdot S_{t+h-s} \cdot \left[1 + \frac{h-s}{s}\right]$$

per  $h > s$  per  $h \leq s$  si riduce alla  
 precedente

ES.

$$B_{t-1} = 100$$

$$S_{t-s} = 2$$

$$y_t = 220$$

$$\alpha = 0.2$$

$$\gamma = 0.2$$

$$B_t = 0.2 \left( \frac{220}{2} \right) + 0.8 \times 100 = 22 + 80 = 102$$

$$S_t = 0.2 \frac{220}{102} + 0.8 \times 2 = 0.43 + 1.6 = 2.03$$

• PARAMETRI determinano la reattività e la capacità di smorzare i  
 rumori.

$\alpha$  alto = reattivo

$\gamma$  alto = aggiorni facilmente i fattori di stagionalità

Aggiorno  $B_t$  tutti i periodi però  $S_t$  è aggiornato una volta ogni  $s$   
 periodi ↑  
a lavora tutti i periodi ↑  
 $\gamma$  lavora ogni  $s$   
periodi.

ES di PRIMA con  $\alpha=1$   $\gamma=0.2$

$$B_t = 1 \left( \frac{220}{2} \right) + 0 \times 100 = 110$$

$$S_t = 0.2 \left( \frac{220}{110} \right) + 0.8 \times 2 = 0.4 + 1.6 = 2$$

Torino, 10 Aprile 2013

con  $\alpha=1 \rightarrow$  consumo tutta l'info per aggiornare la base, ciò non mi  
 permette di aggiornare la stagionalità

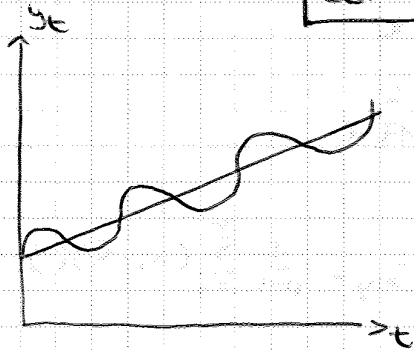
• INIZIALIZZAZIONE: parametri iniziali con  $t=1 \dots 10$

$B_0$  e  $S_j$   $j=1 \dots S$

$B_{t-1} \rightarrow B_t$  per  $s$  dove  $t$  quando  $S_t = S_{t-s}$

- CINETI :  $n$  Tanti parametri = tanti dati da utilizzare; specialmente con  $s$  grande  
 $n$  vale solo con le ipotesi della domanda stazionaria

**SMORZAMENTO ESPONENZIALE  
CON TREND E STAGIONALITÀ**



$$F_{t,h} = (B_t + hT_t) S_{t+h-s}$$

$$B_t = \alpha \frac{y_t}{S_{t-s}} + (1-\alpha)(B_{t-1} + T_{t-1})$$

$$T_t = \beta (B_t - B_{t-1}) + (1-\beta)T_{t-1}$$

$$S_t = \gamma \frac{y_t}{B_t} + (1-\gamma)S_{t-s}$$

- INIZIALIZZAZIONE: Quanti parametri devo stimare?  
 $s$  fattori di stagionalità, 1 fattore di trend e 1 fattore di base  
 $= s+2$  parametri  $\rightarrow$  ho bisogno di almeno  $s+1$  osservazioni  
 (= al numero di gradi di libertà)

- ①  $T_0 = \frac{y_{s+1} - y_1}{s}$   $n$   $y_{s+1}$  ed  $y_1$  contengono una stagionalità!  
 $\rightarrow$  se sono mesi ad alta stagionalità, sarà  
 vicino  $T_0$  (e viceversa con stagionalità bassa)

- ② Meglio prendere stagioni intere:  $e = 2s$  PER CASA  $e = 3s$

$$T_0 = \frac{\sum_{i=1}^s (y_{s+i} - y_i)}{s^2}$$

$$B_0 = \frac{\sum_{i=1}^e (y_i - T_0)}{e}$$

$$S_{j-s} = \frac{\sum_{r=0}^{e/s-1} \frac{y_{j+rs}}{B_0 + (j+rs)T_0}}{e/s}$$

VEDI FORMULA STAGIONA  
CITATA DAL LIBRO IN  
INGLESE

• sul libro c'è scritto  
 $e/s - 1$  SBAGLIATO!

se  $e = 3s$  o in generale  $e = ns$

$$T_0 = \frac{\sum_{i=1}^s (y_{2s+i} - y_i)}{2s^2}$$

in generale

$$T_0 = \frac{\sum_{i=1}^s (y_{(n-1)s+i} - y_i)}{(n-1)s^2}$$

**REGRESSIONE  
LINEARE**

varianza campionaria:  $s^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}$

statistica che usa  $n$  osser-  
 vazioni, però ne ho usate  
 $n-1$  per la media - due  
 $n-1$  gradi di libertà  
 residui

covarianza campionaria:  $S_{xy} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{n-1}$

$r_{xy} =$  COEFFICIENTE  
 di CORRELAZIONE  
 CAMPIONARIA  $= \frac{S_{xy}}{S_x S_y}$

$n-1$   
 $\uparrow$  abbiamo 1 univ. osser-  
 vazione di  $x$  ed  $y$  non pos-  
 siamo capire se sono  
 correlate (negativamente  
 positivamente o no)

dove  $S_x = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}}$

$-1 \leq r_{xy} \leq 1$

$$n=3 \rightarrow e = 3 \cdot 7 = 21$$

$$B_0 = \frac{\sum_{i=1}^{21} y_i}{21} = \frac{1330}{21} = 63.33$$

$$S_{j-5} = \frac{\sum_{k=0}^{3-1} y_{j+k}}{3 \cdot B_0}$$

$$S_{1-7} = S_{-6} = \frac{46+57+23}{3 \cdot 63.33} = 0.66$$

$$S_{-2} = \frac{66+79+92}{3 \cdot 63.33} = 1.25$$

$$S_{-5} = \frac{37+43+24}{3 \cdot 63.33} = 0.55$$

$$S_{-1} = \frac{95+81+81}{3 \cdot 63.33} = 1.35$$

$$S_{-4} = \frac{19+35+34}{3 \cdot 63.33} = 0.46$$

$$S_0 = \frac{121+114+123}{3 \cdot 63.33} = 1.88$$

$$S_{-3} = \frac{50+50+60}{3 \cdot 63.33} = 0.84$$

$$\alpha = 0.1 \quad \gamma = 0.2$$

$$B_1 = 0.1 \frac{46}{0.66} + 0.9 \times 63.33 = 6.97 + 56.997 = 63.97$$

$$S_1 = 0.2 \frac{46}{63.97} + 0.8 \times 0.66 = 0.14 + 0.5318 = 0.6718$$

$$B_2 = 0.1 \frac{37}{0.55} + 0.9 \times 63.97 = 64.30$$

$$S_2 = 0.2 \frac{37}{63.97} + 0.8 \times 0.55 = 0.5557$$

$$B_3 = 0.1 \frac{19}{0.46} + 0.9 \times 64.30 = 61.97$$

$$S_3 = 0.2 \frac{19}{64.30} + 0.8 \times 0.46 = 0.4318$$

TABELLA delle Basi  $B_t$  (vedi Foglio Excel)

	1	2	3	4	5
Mart	$B_1 = 63.97$	$B_8 = 64.27$	$B_5 = 61.66$	$B_{22} = 62.83$	$B_{19} = 63.19$
Mer	$B_2 = 64.30$	$B_9 = 65.62$	$B_{16} = 59.68$	$B_{23} = 63.04$	$B_{20} = 63.14$
Gio	$B_3 = 61.97$	$B_{10} = 67.16$	$B_{17} = 61.87$	$B_{24} = 65.87$	$B_{21} = 64.32$
Ven	$B_4 = 61.71$	$B_{11} = 66.43$	$B_{18} = 62.47$	$B_{25} = 65.18$	$B_{22} = 64.14$
Sab	$B_5 = 60.83$	$B_{12} = 66.29$	$B_{19} = 63.82$	$B_{26} = 63.68$	$B_{23} = 63.72$
Dom	$B_6 = 60.77$	$B_{13} = 65.49$	$B_{20} = 63.40$	$B_{27} = 65.50$	$B_{24} = 63.79$
Sen	$B_7 = 62.02$	$B_{14} = 64.95$	$B_{21} = 63.62$	$B_{28} = 65.12$	$B_{25} = 63.48$

TABELLA delle STAGIONALITÀ  $S_t$

	1	2	3	4	5
Mart	$S_1 = 0.6744$	$S_8 = 0.7169$	$S_5 = 0.6281$	$S_{22} = 0.6331$	$S_{19} = 0.5983$
Mer	$S_2 = 0.5538$	$S_9 = 0.5734$	$S_{16} = 0.5392$	$S_{23} = 0.5424$	$S_{20} = 0.5416$
Gio	$S_3 = 0.4318$	$S_{10} = 0.4494$	$S_{17} = 0.4707$	$S_{24} = 0.5072$	$S_{21} = 0.5239$
Ven	$S_4 = 0.6357$	$S_{11} = 0.8191$	$S_{18} = 0.8474$	$S_{25} = 0.8313$	$S_{22} = 0.8272$
Sab	$S_5 = 1.2149$	$S_{12} = 1.2103$	$S_{19} = 1.2565$	$S_{26} = 1.2013$	$S_{23} = 1.1885$
Dom	$S_6 = 1.3897$	$S_{13} = 1.3591$	$S_{20} = 1.3428$	$S_{27} = 1.4101$	$S_{24} = 1.4134$
Sen	$S_7 = 1.8976$	$S_{14} = 1.8691$	$S_{21} = 1.8818$	$S_{28} = 1.8617$	$S_{25} = 1.8454$

$$F_{t+h} = \hat{F}_{t,h} = B_t \cdot S_{t+h-5}$$

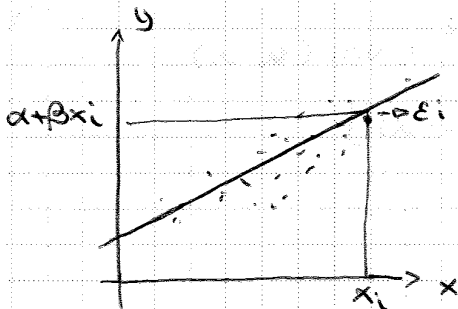
WEEK 1-3 FIT SAMPLE

$$\text{WEEK 4-5 TEST SAMPLE} \Rightarrow F_{21,1} = F_{22} = B_{22} \cdot S_{21+1-7} = B_{21} \cdot S_{15}$$

• Tabella A.1

$$b = \frac{-5.42}{8.62} = -0.63$$

$$a = \bar{y} - b\bar{x} = 12.5 + 0.63 \times 5.2 = 15.78$$



$y = \alpha + \beta x$  RETTA SCONOSCIUTA o Retta di Dio

$$y_i = \alpha + \beta x_i + \epsilon_i$$

$\epsilon_i \sim N(0, \sigma_{\epsilon_i}) \quad \sigma_{\epsilon_i} = \sigma_{\epsilon} \quad \forall i$

Non conoscendo la retta, ma avendo a disposizione solo i punti generati casualmente, dobbiamo trovare una stima di  $\alpha$  e  $\beta$  e da questi una stima della retta.

$\Rightarrow y = a + bx \quad a \Rightarrow \alpha \quad b \Rightarrow \beta$  { stimatori di  $\alpha$  e  $\beta$ , basati sul campione di dati a disposizione.

Caratteristiche desiderabili per  $a$  e  $b$ :

- Il valore atteso dello stimatore deve essere uguale al parametro (prospettiva di Dio)  $\Rightarrow$  il mio stimatore non deve essere né ottimista né pessimista; trovati  $a$  e  $b$ , io non ho nessun motivo di ritenere che  $\alpha$  e  $\beta$  siano sopra o sotto gli stimatori  $a$  e  $b$ .
- $\Rightarrow$  Gli stimatori devono essere NON DEVIANTI

Dimostrazione

⊗  $E(b) = \beta$

$$b = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} = \frac{\sum_{i=1}^n (\alpha + \beta x_i + \epsilon_i - \alpha - \beta \bar{x} - \bar{\epsilon})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$$

$$= \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(\alpha + \beta x_i + \epsilon_i - \alpha - \beta \bar{x} - \bar{\epsilon})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})[\beta(x_i - \bar{x}) + (\epsilon_i - \bar{\epsilon})]}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$$

$$= \frac{\sum_{i=1}^n \beta (x_i - \bar{x})^2 + \sum_{i=1}^n (\epsilon_i - \bar{\epsilon})(x_i - \bar{x})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} = \beta \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} + \frac{\sum_{i=1}^n (\epsilon_i - \bar{\epsilon})(x_i - \bar{x})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} = \beta + \frac{\sum_{i=1}^n (\epsilon_i - \bar{\epsilon})(x_i - \bar{x})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$$

UN NUMERO  $\frac{\sum_{i=1}^n (\epsilon_i - \bar{\epsilon})(x_i - \bar{x})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$  le  $x_i$  sono conosciute  $\beta + \frac{1}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} E\left(\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(\epsilon_i - \bar{\epsilon})\right) =$

NUMERO NUMERO  $= \beta + \frac{1}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}) E(\epsilon_i - \bar{\epsilon}) \Rightarrow$

$E(\epsilon_i) = 0$  per Ho  $E(\bar{\epsilon}) = 0$

$E(b) = \beta$

cvd Io stimatore non è deviato, non ho nessun motivo di pensare che  $b$  sia sopra o sotto  $\beta$ .

⊗  $E(a) = \alpha$

$$a = \bar{y} - b\bar{x} =$$

$$= \alpha + \beta \bar{x} + \bar{\epsilon} - b\bar{x} = \alpha + (\beta - b)\bar{x} + \bar{\epsilon}$$

$$E(\alpha + (\beta - b)\bar{x} + \bar{\epsilon}) = E(\alpha) + E(\beta - b)\bar{x} + E(\bar{\epsilon}) = \alpha + \bar{x} E(\beta - b) + E(\bar{\epsilon})$$

$E(a) = \alpha$  cvd

perché  $E(b) = \beta$

$$\bar{x} \text{covar} \left( \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}) \varepsilon_i}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}, \frac{\sum_{j=1}^n \varepsilon_j}{n} \right) =$$

$$\frac{\bar{x}}{n \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \text{covar} \left( \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}) \varepsilon_i, \sum_{j=1}^n \varepsilon_j \right)$$

$$\rightarrow \frac{\bar{x}}{n \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}) \text{var}(\varepsilon_i)$$

$$\rightarrow \frac{\bar{x}}{n \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}) \sigma_{\varepsilon}^2$$

↑ non dipende da i  
⇒ porto fuori

$$\rightarrow \frac{\bar{x} \sigma_{\varepsilon}^2}{n \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}) = 0 \quad \text{c.v.d.}$$

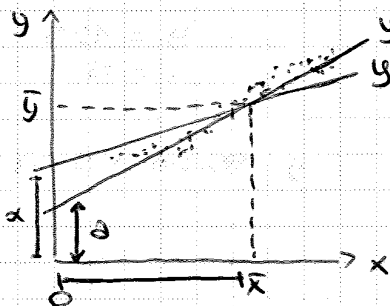
↳ lo scostamento di  $x_i$  dalla sua media è zero

per  $i \neq j$  i due termini non covariano, perché per hp pe  $i \neq j$   $\varepsilon_i$  è indipendente e  $\varepsilon_j$ . Avrà covarianza solo per  $i=j$  → i termini di covar esattamente i termini di varianza. ⇒ cov(x,y) per  $x=y$  è la var(x)

$$\text{See}_a = \sigma_{\varepsilon} \sqrt{\frac{\bar{x}^2}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} + \frac{1}{n}}$$

1. la var (a-α) dipende dalla var (b-β): sbagliando a calcolare la pendenza (b) sbaglierò a calcolare l'intercetta (a) tanto più quanto più grande sarà  $\bar{x}$
2. l'errore nella stima dell'intercetta è guidato anche dall' $\bar{\varepsilon}$ . Supponendo b esattamente uguale a β → se  $\bar{\varepsilon} > 0$  (punti sopra la retta di Dio) stimeremo una retta parallela a quella di Dio ma che le sta sopra viceversa con  $\bar{\varepsilon} < 0$  (punti sotto la retta di Dio)

Hp:  $\bar{\varepsilon} = 0$



$y = a + bx$  → errore nella pendenza

$y = \alpha + \beta x$

$\bar{\varepsilon} = 0$

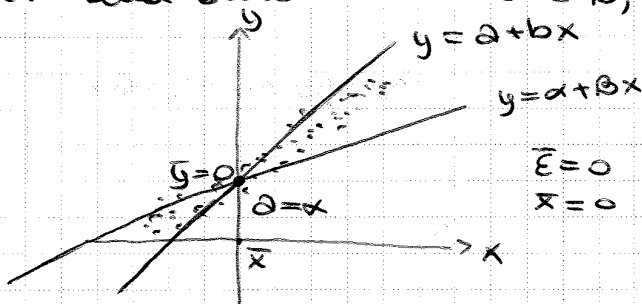
$a = \bar{y} + b\bar{x}$

$\bar{y} = a + b\bar{x}$  → il baricentro delle osservazioni  $(\bar{x}, \bar{y})$  è sulla retta ⇒ la coppia di punti  $(\bar{x}, \bar{y})$  soddisfa l'eq  $y = a + bx$

$$\begin{aligned} y &= \alpha + \beta x \\ y_i &= \alpha + \beta x_i + \varepsilon_i \\ \bar{y} &= \alpha + \beta \bar{x} + \bar{\varepsilon} \end{aligned}$$

⇒  $\bar{y} = \alpha + \beta \bar{x}$  ⇒ il baricentro non sta solo sulla retta degli uomini ma anche su quella di Dio! → le nostre rette si intersecano nel punto baricentro

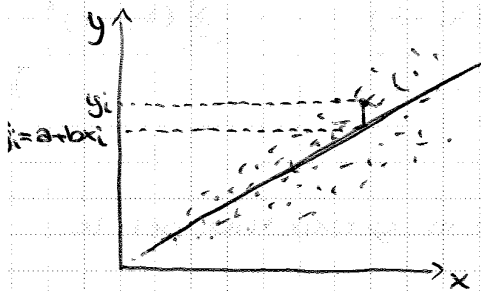
La differenza di pendenza tra a ed α è guidato dall'ampiezza del braccio di  $\bar{x}$ , aumentando  $\bar{x}$  aumenta la differenza. posizionata nel caso limite in cui  $\bar{x} = 0$  ed  $\bar{y} = 0$  → non c'è errore di punti per cui  $a = \alpha$  identicamente → c'è solo un errore di pendenza dovuto alla diversità di b e β, all'errore nella stima di β



$\bar{\varepsilon} = 0$   
 $\bar{x} = 0$



In questo caso un unico punto nettamente fuori media influenza l'intero calcolo della correlazione! → EFFETTO RING RONG O BIG APPLE



abbiamo coppie  $(x_i, y_i)$  e ci chiediamo qual è la migliore retta  $y = a + bx$  che passa in mezzo ai punti?

distanza punto-retta:  $y_i - \hat{y}_i = y_i - a - bx_i$   
 DISTANZA VERTICALE

distanza tra la nuvola di punti e la retta

→ devo prendere la somma di tutte le distanze (non si devono compensare gli errori positivi e negativi)

$$SS = \sum_{i=1}^n (y_i - a - bx_i)^2$$

indicatore che ci dice qual è la retta più vicina all'insieme dei punti.

Come scelgo la retta che meglio passa all'interno della nuvola dei punti? → scelgo la retta che minimizza la distanza tra punti-retta trovando gli  $a$  e  $b$  che minimizzano la distanza =  $SS$  rispetto ad  $a$  e a  $b$  e pongo uguale a zero

$$\frac{\partial SS}{\partial a} = 2 \left( \sum_{i=1}^n y_i - \sum_{i=1}^n a - \sum_{i=1}^n bx_i \right) (-1) = 0$$

$$\sum_{i=1}^n y_i - \sum_{i=1}^n a - b \sum_{i=1}^n x_i = 0$$

la retta passa per il baricentro dei punti  $\Rightarrow (\bar{y}, \bar{x})$  e alla retta

$$\sum_{i=1}^n y_i - b \sum_{i=1}^n x_i = na$$

POSITIVAMENTO VERTICALE DELLA RETTA

$$a = \frac{\sum_{i=1}^n y_i}{n} - b \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} = \bar{y} - b\bar{x}$$

$$\frac{\partial SS}{\partial b} = 2 \left( \sum_{i=1}^n (y_i - a - bx_i)(-x_i) \right) = 0$$

$$-2 \left( \sum_{i=1}^n x_i (y_i - \bar{y} + b\bar{x} - bx_i) \right) = 0$$

$$\left( \sum_{i=1}^n x_i [(y_i - \bar{y}) - b(x_i - \bar{x})] \right) = 0$$

$$\sum_{i=1}^n x_i (y_i - \bar{y}) - \sum_{i=1}^n bx_i (x_i - \bar{x}) = 0$$

$$\sum_{i=1}^n x_i (y_i - \bar{y}) = \sum_{i=1}^n bx_i (x_i - \bar{x})$$

$$\sum_{i=1}^n x_i (y_i - \bar{y}) = b \sum_{i=1}^n x_i (x_i - \bar{x}) \Rightarrow b = \frac{\sum_{i=1}^n x_i (y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n x_i (x_i - \bar{x})}$$

Formulazione diretta

2 riformulazioni di  $b$  <sup>1 per i calcoli</sup> <sub>2 per l'interpretazione</sub>

$$1) b = \frac{\sum_{i=1}^n x_i (y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n x_i (x_i - \bar{x})} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i - \sum_{i=1}^n x_i \bar{y}}{\sum_{i=1}^n x_i x_i - \sum_{i=1}^n x_i \bar{x}} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i - n\bar{y}\bar{x}}{\sum_{i=1}^n x_i^2 - n\bar{x}^2}$$

2) sommare o sottrarre  $\sum_{i=1}^n \bar{x} (y_i - \bar{y})$  è come sottrarre o sommare 0

perché  $\sum_{i=1}^n \bar{x} (y_i - \bar{y}) = 0$  ?  $\bar{x} \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y}) = 0$

gli scostamenti di  $y_i$  rispetto alla sua media sull'intero campione sono pari a zero.



$$b = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i - n \bar{x} \bar{y}}{\sum_{i=1}^n x_i^2 - n \bar{x}^2}$$

$$a = \bar{y} - b \bar{x}$$

$$b_1 = \frac{558}{110} = \boxed{5,07}$$

$$a_1 = 125 - 5,07 \times 5 = \boxed{99,64}$$

$$b_2 = \frac{557}{110} = \boxed{5,06}$$

$$a_2 = 124,64 - 5,06 \times 5 = \boxed{99,34}$$

$$\hat{\sigma}_E = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{n-2}}$$

$$\hat{y}_i = a + b x_i$$

$$\hat{\sigma}_{E_1} = \sqrt{\frac{0,13 + 0,50 + 1,49 + 0,72 + 1,17 + 1,23 + 4,54 + 0,64 + 2,99 + 0,12}{11-2}} = \sqrt{\frac{13,52}{9}} = \sqrt{1,50} = \boxed{1,22}$$

$$See_a = \sigma_E \sqrt{\frac{\bar{x}^2}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} + \frac{1}{n}}$$

$$See_b = \sqrt{\frac{\sigma_E^2}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}}$$

$$\textcircled{1} See_a = 1,22 \times \sqrt{\frac{5^2}{110} + \frac{1}{11}} = 1,22 \times \sqrt{0,227 + 0,091} = 1,22 \times 0,56 = \boxed{0,688}$$

$$\textcircled{2} See_b = \frac{1,22}{\sqrt{110}} = \frac{1,22}{10,49} = \boxed{0,116}$$

$$\sigma_E^2 = \frac{(693,80 + 424,36 + 1563,41 + 553,19 + 604,18 + 25,36 + 13 + 13,46,89 + 280,90 + 219,63 + 2315,53 + 254,08)}{11-2} = \frac{11089,108}{9} = \boxed{34,60}$$

$$\textcircled{2} See_a = 34,60 \sqrt{\frac{5^2}{110} + \frac{1}{11}} = 34,60 \times 0,56 = \boxed{19,51}$$

$$\textcircled{2} See_b = \frac{34,60}{\sqrt{110}} = \boxed{3,30}$$

$$\textcircled{1} a = 99,64 \pm 0,688$$

$$b = 5,07 \pm 0,116$$

$$\textcircled{2} a = 99,34 \pm 19,51$$

$$b = 5,06 \pm 3,30$$

↑  
nel primo caso siamo molto più accurati nella stima di a e b  
 $See_a \ll See_a$   
 $See_b \ll See_b$

Quando prendo dei dati estratti da una normale e ne faccio la media, questa è ancora una normale

$$\frac{x_i - \bar{x}}{\sigma} \sim N(0,1)$$

$$\frac{x_i - \bar{x}}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \sim t \text{ di student}$$

quanto più è incerto  $\sigma_x$  fa nella stima di  $\sigma$   
più è grande  $t$  di student è diversa dalla normale

Torino, 14 Aprile 2013

- Test d'ipotesi

Serve a capire se abbiamo elementi per sbugiardare l'ipotesi che abbiamo fatto in precedenza.

Hp:  $\alpha = \alpha_0$  oppure  $\alpha \geq \alpha_0$   
 $\beta = \beta_0$  oppure  $\beta \geq \beta_0$   
 ① ②

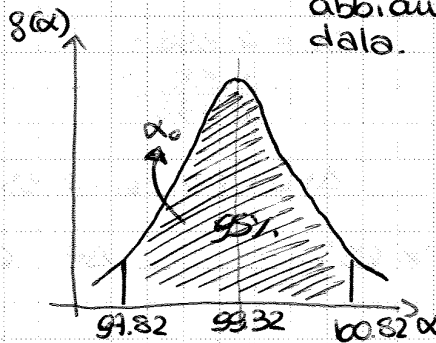
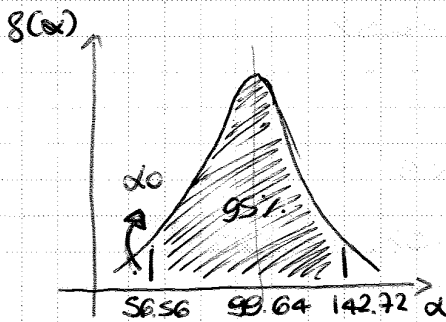
① Es.  $\alpha_0 = 70$

$\frac{\alpha^1 - \alpha_0}{seeb} = \frac{99.64 - 70}{0.688} = 43.08 \notin [-1.83, 1.83]$

posso sbugiardare l'ipotesi di  $\alpha$  pari a 70 per il 95% delle volte

$\frac{\alpha^2 - \alpha_0}{seeb} = \frac{99.34 - 70}{19.51} = 1.50 \in [-1.83, 1.83]$

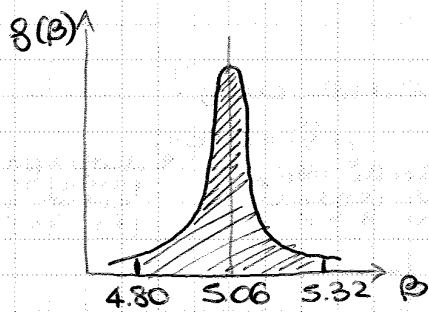
non stiamo dicendo che  $\alpha$  si esattamente pari a 70 però non abbiamo elementi per sbugiardarlo.



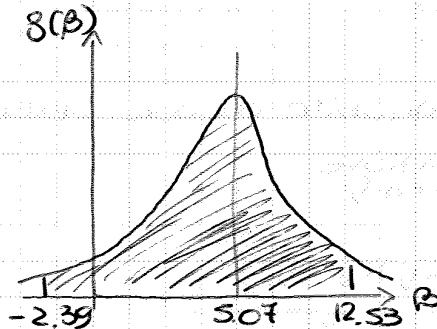
Es.  $\beta_0 = 0 \rightarrow$  ipotesi di indipendenza tra x ed y

$\frac{\beta^1 - \beta}{seeb} = \frac{5.06 - 0}{0.118} = 43.62 \notin [-1.83, 1.83]$

$\frac{\beta^2 - \beta}{seeb} = \frac{5.07 - 0}{3.30} = 1.73 \in [-1.83, 1.83]$

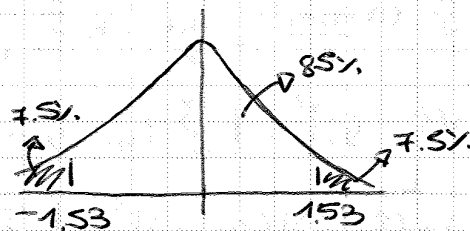
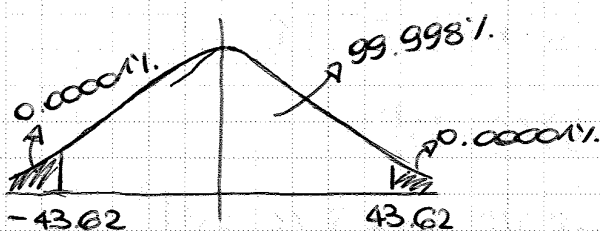


Caso 1:  $\beta$  è dipendente tra x ed y



Caso 2: Compatibile con l'ipotesi di indipendenza tra x ed y

Qual è la massima confidenza con cui posso scartare un'ipotesi?



possiamo scartare l'ipotesi  $\beta_0 = 0$  solo con una confidenza massima pari all'85%.

Considero  $\otimes$

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)(\hat{y}_i - \bar{y}) &= \sum_{i=1}^n (y_i - a - bx_i)(a + bx_i - a - b\bar{x}) = \\ &= \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y} + b\bar{x} - bx_i)b(x_i - \bar{x}) = b \sum_{i=1}^n [(y_i - \bar{y}) - b(x_i - \bar{x})](x_i - \bar{x}) = \\ &= b \left[ \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})(x_i - \bar{x}) - b \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \right] = b \left[ (n-1) \frac{S_{xy}}{S_x^2} - \frac{S_{xy}}{S_x^2} \frac{S_x^2}{S_x^2} (n-1) \right] = 0 \end{aligned}$$

$$R = \frac{\left[ \sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - \bar{y}) \right]^2}{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2 \sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - \bar{y})^2}$$

VARIANZA SPIEGATA = parte della variazione del comportamento che noi presumiamo in base alle osservazioni.

Non dipende dalla numerosità del campione

VARIANZA OSSERVATA nel campione o varianza totale

Se  $x_i$  sono uno strumento potentissimo per spiegare il comportamento delle  $y_i$ . Se  $x$  sono legate alle  $y$  e ne spiegano una quota parte.

$\bar{y} = \bar{\hat{y}}$  → Media dei punti = media della retta = 0.

La regressione lineare può essere usata anche per studiare relazioni non lineari tra  $x$  e  $y$  → cercando di trasformare la relazione tra  $x$  ed  $y$  in lineare e poi una volta trovata la soluzione, la si riporta nel caso non lineare.

ES.  $y = kx^{\alpha}$  con  $k$  e  $\alpha$  opportuni

$$\boxed{\log y = \log k + \alpha \log x} \quad \text{è lineare}$$

$$y' = \alpha + \beta x'$$

trovo  $a$  e  $b$  stimatori di  $\alpha$  e  $\beta$

→  $\log y = a + b \log x$  e torno indietro alla relazione di partenza

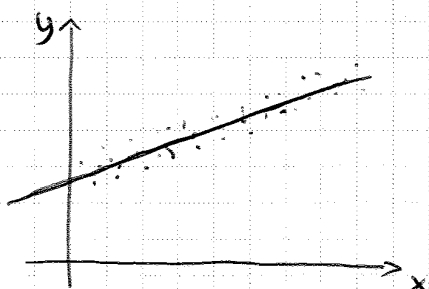
$$e^{\log y} = e^{a + b \log x} \rightarrow y = e^a + e^{b \log x} = e^a x^b$$

$$\boxed{y = e^a x^b}$$

$$\log y = \alpha + \beta \log x + \epsilon$$

↑ errore lineare costante che nel mondo lineare diventa un errore percentuale

Nel mondo lineare ci saranno saltori di ruota percentualmente costanti → le nostre ipotesi devono essere verificate nel mondo della trasformato, dove le applico.



$$y = a + bx$$

$$y = \alpha + \beta x + \epsilon$$

Supponiamo di aver trovato una relazione es. prezzo birra - domanda  
 $x_0 = 1,5$  quante birre prevedo di vendere?

Stima della

DOMANDA:

$$\hat{y}_0 = a + bx_0$$

## BORDERS GROUP

Torino, 17 Aprile 2013

### Vantaggi e Svantaggi del Brick e del Click

Settore dei libri: scoppio nuovi prodotti all'anno che però non sono sostituiti dai libri più vecchi → ampiezza dell'assortimento pressoché infinito (presa dei libri da parte dei retailer ai fornitori a causa di errate previsioni di vendita; ...); libri inoltre, sono prodotti ad altissima varietà di titoli ma a bassa domanda.

#### Click

- Più assortimento (dal punto di vista del cliente) ☺
- NEGOZIO PERSONALIZZATO, suggerimenti in base ai vecchi acquisti (☺ dal punto di vista del cliente)
- Feedback (= recensioni da parte degli altri utenti ☺ cliente)
- Negozio disponibile 24h su 24
- prezzo più basso (☺ cliente ☹️ azienda)  
↳ + concorrenza perché è più facile accedere a più librerie online e coverage + estesa
- Domanda più concentrata (☺ azienda) → meno magazzini e + clienti = meno scorte e meno costi di spazio, affitto, ...
- Meno costi di scorte (☺ azienda)
- Più costi di spedizione (☹️ azienda)
- Più scalabile, riesco a raggiungere più clienti con meno scorte (☺ azienda)
- Disponibilità chiara, so subito se un libro c'è o no (☺ cliente)
- Più concorrenza a causa della facile lità di accesso = prezzi più bassi (☹️ azienda)
- Maggiore conoscenza del comportamento del consumatore (☺ azienda)
- Più costi di Information Technology (☹️ azienda)

#### Brick

- Rapporto cliente - venditore, consigli (dal punto di vista del cliente) ☺
- Negozio creato per il cliente medio (☹️ dal punto di vista del cliente)
- Parlo e discuto con il venditore del libro (☺ cliente)
- Touch and feel, tocco il libro, lo sfoglio (☺ cliente)
- Acquisto immediato (☺ cliente)
- Spazio sociale, eventi, incontri con gli autori (☺ cliente)
- Forma di intrattenimento: cazzetterie, poltrouline, ... (☺ clienti)
- Costi di gestione, personale, ... (☹️ azienda)
- Più costi di scorte ma meno di spedizione (☺/☹️ azienda)
- Più costi di personale (☹️ azienda)
- Pagamenti in contanti (☺ cliente)
- Sostituzione di un libro non trovato con un altro (☺ azienda)
- Cambio di un libro (☺ cliente)
- Costi di markdown più elevati, rischio di avere molti libri invenduti (☹️ azienda)

#### Brick and Click, integrazione

- Verifico la disponibilità di un titolo online e poi vado a ritirarlo nel negozio (☺ cliente) (☹️ azienda: costi di magazzino, personale, trasporto, ...)
- Pago il libro in libreria e me lo portano a casa (☺ cliente però lascia comunque il cliente un po' perplesso perché non può avere subito l'oggetto del suo desiderio).
- Economie di scala sugli acquisti (☺ azienda)
- PHANTOM STOCKIST!!! (☹️ azienda) maggiore perdita di fiducia da parte del cliente che è sicuro di trovare il libro ma invece non è così.
- Prezzi diversi online e offline (☹️ cliente → mostra incoerenza)
- Più magazzini: quello centrale + i negozi (☹️ azienda)
- Conseguenze fiscali → in America tra uno stato e l'altro la vendita è trattata come vendita di esportazione (no tasse se non hanno negozi o esportazione negli stati in cui vendono ma tasse alte se hanno negozi). ☹️ azienda)

quello realmente domandato dai clienti. -> circa 1 miliardo \$ di scorte che potrebbero essere sbagliate!

- \* Difficile integrazione brick and click
- \* Cliente che non trova un libro -> va via (vendita + reputazione perse) chiede ad un venditore = perdita di tempo = più costi di personale

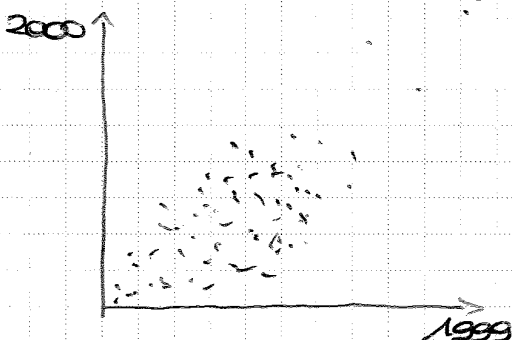
I venditori "disturbati" dai clienti perdono tempo a cercare il titolo richiesto invece di sistemare sugli scaffali i libri in back room o fuori posto (= CAUSA dei phantom stockout) -> sale il costo delle OPERATIONS. I venditori perdono tempo a curare il sintomo (cliente che non trova un libro) piuttosto che la causa (libri fuori posto) del male. A causa dell'enorme varietà di assortimento, il quale non ha un reale posto fisso sugli scaffali, il phantom stockout è un problema molto serio: non è facile notare un libro fuori categoria (es. un libro di storia nella sezione giardinaggio)

### Cause del phantom stockout

- \* Personale overload: devono gestire 6000 titoli + il negozio + le scorte + clienti
  - ↳ il personale è sovraccarico = predilige alcune attività a discapito delle altre -> clienti
  - Personale appassionato che ama leggere e parlare di libri, preferisce occuparsi dei clienti per parlare con loro di libri.
- \* Sistema di ricezione in ingresso dei nuovi libri: i nuovi arrivi vengono registrati subito nel sistema TCU (li segnala come presenti) ma posti a scaffale (quindi realmente giubili da parte dei clienti) solo 24h dopo e restano dunque nella backroom. C'è un disallineamento tra il magazzino fisico (scaffale) e il magazzino logico (sistema TCU che considera come magazzino l'intero negozio)
- \* Clienti che spostano i libri da uno scaffale all'altro
- \* Resi - sostituzioni da parte dei clienti -> libri lasciati nel retro cassa restituiti ai fornitori -> gestito dall'ES, cerca i titoli che vendono meno e decide di restituirli = tolti subito dagli scaffali ma restano 30g in backroom per cui sono ancora registrati nel TCU -> sono disponibili ma il cliente non li vede.

### Possibili soluzioni per il phantom stockout

- \* Creazione di 3 magazzini logici
  - backroom
  - retro cassa
  - scaffali
  - PROBLEMA: più lavoro per i venditori -> aumenta il numero di transizioni.
- \* Migliore gestione del personale: aumento il personale (più costi) e lo differenzio: alcuni si occuperanno solo dei clienti altri del negozio e delle scorte -> SPECIALIZZAZIONE
- \* Backroom piccoli
- \* Codici magnetici per rintracciare i libri nel negozio -> costi esorbitanti.
  - > negozio



- Correlazione positiva: negozi che andavano bene continuano ad andare bene
- Dispersione = problema di execution

CAPITOLO 4  
Gestione delle Scorte

Torino, 22 Aprile 2013

1. Natura delle scorte & del sistema logistico:

- ↳ Singolo magazzino / Multi-Echelon
- ↳ Single item / Multi item
- ↳ lead time deterministico / stocastico
- ↳ ciclo di vita del prodotto.  $t \gg$  ciclo di vita  $\rightarrow$  <sup>ES. QUOTIDIANI</sup> PROBLEMI STATICI  $\rightarrow$  un unico periodo e un unico momento decisionale
- $t \gg$  ciclo di vita  $\rightarrow$  un unico momento decisionale e più periodi.
- $t \ll$  ciclo di vita  $\rightarrow$  PROBLEMI DINAMICI.  $\rightarrow$  problema multiperiodale e multi stadio sul punto decisionale

2. Natura della domanda

- $\rightarrow$  certa / incerta  $\leftarrow$  misura soggettiva, è la nostra capacità nel prevedere la domanda
- $\rightarrow$  stabile / variabile
- $\uparrow$   
è una caratteristica OGGETTIVA della serie storica della domanda
- $\rightarrow$  discreta / continua
- $\rightarrow$  delivery lead time

3. Informazioni a nostra disposizione.

- $\rightarrow$  scorte (zero balance walk)
- $\rightarrow$  periodic review / Continuous review

4. Obiettivi = variabili che il nostro sistema di gestione delle scorte può influenzare

- $\rightarrow$  costo di ordinazione  $\propto$  al numero di ordini effettuati
- $\rightarrow$  Costi di mantenimento  $\propto$  al numero di item a magazzino
- $\rightarrow$  costi di acquisto
- $\rightarrow$  costo del servizio al cliente (stock out)

Torino, 23 Aprile 2013

- EOQ:
- single item
  - singolo magazzino
  - lead time deterministico e uguale a zero
  - domanda deterministica e stabile
  - costo ordinazione e costo mantenimento.

Più attese sono le scorte che tengo a magazzino, maggiore è l'esposizione finanziaria a cui sottopongo l'azienda.

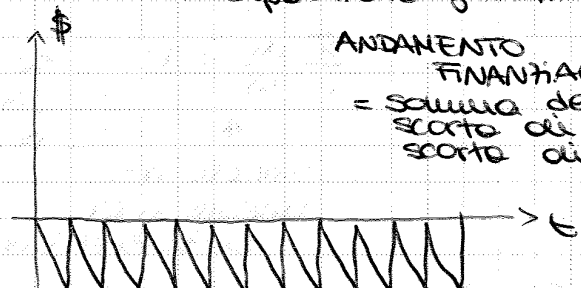
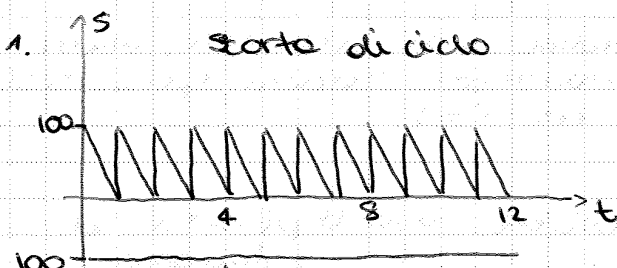
ESEMPIO

100 pezzi mese dall'Asia  
 $c = 1 \text{ € / pezzo}$   
 $u_i = 10\%$

paga ad 4 mese dal ricevimento della merce

1. ordino 100 ogni mese
2. ordino 400 ogni 4 mesi

- andamento scorte?
- esposizione finanziaria?



ANDAMENTO FINANZIARIO  
 = somma della scorte di ciclo - scorte di pipeline

scorte di pipeline  $\rightarrow$  negativa perché è un finanziamento



Lagrangiana 
$$f(Q_1, Q_2, \dots, Q_i, \dots, Q_n, \lambda) = \sum_{i=1}^n \frac{h_i Q_i}{2} + \lambda \left( \sum_{i=1}^n \frac{d_i}{Q_i} - F \right)$$

se faccio più ordini di  $F$  li pago  $\lambda$ , aumentando il costo  $\lambda$  faccio in modo che i gestori dei prodotti non abusino della limitata capacità produttiva. Con un  $\lambda$  opportuno, garo' si che la collettività dei prodotti ordino / producano esattamente  $F$

Costo della VIOLA  
HAVE del vincolo

Per l'ottimo deriviamo rispetto a  $Q_i$  e a  $\lambda$ :

$$\frac{\partial f}{\partial Q_i} = \frac{h_i}{2} - \frac{\lambda d_i}{Q_i^2} = 0 \quad \boxed{Q_i^* = \sqrt{\frac{2\lambda d_i}{h_i}}}$$
 EqQ con  $\lambda$  al posto di  $A$

Costo Finito che ATTI  
BUONIAO ad OGNI SINGO  
LO ORDINE

$$\frac{\partial f}{\partial \lambda} = \sum_{i=1}^n \frac{d_i}{Q_i} - F = 0 \quad \leftarrow \text{devo rispettare il vincolo}$$

Dobbiamo trovare un  $\lambda$  tale per cui tutti i  $Q_i$  rispettino il vincolo. Come troviamo il  $\lambda$  ottimo?

- Se il numero di ordini che faccio è minore della capacità, il  $\lambda$  è troppo alto  

$$\sum_{i=1}^n \frac{d_i}{Q_i} < F \quad \lambda \text{ troppo alto scegliere } \lambda_1 < \lambda$$
- Se il numero di ordini è maggiore della capacità, il  $\lambda$  è troppo basso  
 faccio pagare poco gli ordini  

$$\sum_{i=1}^n \frac{d_i}{Q_i} > F \quad \lambda \text{ troppo basso scegliere } \lambda_1 > \lambda$$

Parto da un  $\lambda_0$  casuale e verifico in quale situazione mi trovo, prendo  $\lambda$  come ottimo quando sarò nella situazione per cui:

$$\sum_{i=1}^n \frac{d_i}{Q_i} = F$$

Se aggiungessi un costo  $A_i$ ?  $\rightarrow$  potrei non usare più tutta la capacità  $F$ , dipende dal costo di ordinazione e da quanto è grande il vincolo

FO 
$$\min \sum_{i=1}^n \frac{h_i Q_i}{2} + \sum_{i=1}^n \frac{A_i d_i}{Q_i}$$

st. 
$$\sum_{i=1}^n \frac{d_i}{Q_i} \leq F$$

↑  
potrei avere meno ordini  
 $d_i = F$

$$f(Q_1, \dots, Q_i, \dots, Q_n, \lambda) = \sum_{i=1}^n \frac{h_i Q_i}{2} + \lambda \left( \sum_{i=1}^n \frac{d_i}{Q_i} - F \right) + \sum_{i=1}^n A_i \frac{d_i}{Q_i}$$

$$\frac{\partial f}{\partial \lambda} = \sum_{i=1}^n \frac{d_i}{Q_i} - F = 0 \quad \rightarrow \text{all'ottimo rispetto al vincolo} \quad \sum_{i=1}^n \frac{d_i}{Q_i} = F$$

$$\frac{\partial f}{\partial Q_i} = \frac{h_i}{2} - \frac{A_i d_i}{Q_i^2} - \lambda \frac{d_i}{Q_i^2} = 0$$

$$\boxed{Q_i^* = \sqrt{\frac{2d_i(A_i + \lambda)}{h_i}}}$$

EqQ con l'aggiunta di  $\lambda$ , il costo di ordinazione è affiancato dal costo del consumo della capacità produttiva

Conseguenze Fisiche dello stockout < COST SALES = la domanda sparire  
BACKORDER = ordine da evadere nei periodi successivi

Conseguenze Economiche dello stockout < PRESENZA dello stockout = @  
DIMENSIONE dello stockout = @

voci di costo rilevanti (che entrano in p e pv):

- CUSTOMER Goodwill: quanto e quando il cliente si arrabbia per la mancanza di disponibilità del prodotto

- identificazione dei clienti per calcolare il Customer Lifetime Value (= valore che il cliente genera per l'azienda nella sua vita media di appartenenza all'azienda). STORE LOYALTY BRAND LOYALTY

→ "Must have products" => prodotti e categorie merceologiche che i negozi devono avere perché considerate indispensabili (Nutella, Coca-Cola, acqua, latte, ...)

La customer goodwill è molto difficile da stimare e da misurare.

- PENALITÀ: pago qualcosa se si verifica uno stockout

- CONTRATTI con i clienti: sei in stockout, mi paghi una penale tipico in rapporti impresa-impresa
- da retailer a consumatore (negotio olandese) se un cliente non trova un prodotto in promozione può andare a prenderlo fuori promozione e pagarlo allo stesso prezzo di promozione → CONTRATTO con il cliente

- VENDETE (= MARGINE) PERSO: il cliente che non trova un prodotto può rinunciare all'acquisto, l'azienda perde il margine su quel prodotto.

- Sucedanei: se i clienti che non trovano un prodotto sono disposti a sostituirlo con un prodotto <sup>equivalente</sup> simile (o almeno parte dei clienti) il margine perso è minore (al limite nullo se tutti i clienti sostituiscono il prodotto).

- Complementari: per i clienti alcuni prodotti sono complementari gli uni con gli altri quindi la mancanza di uno si porta dietro il mancato acquisto anche degli altri, mancanza del margine dell'intero SHOPPING BASKET

### Esercizio Newsvendor multiprodotto rivisitato

Prodotto	A	B	C	D	E
Costo	100	130	170	80	80
Prezzo	60	70	80	50	50
Svendite	40	50	60	45	45
$\mu$	1000	500	500	1500	2000
$\sigma$	250	300	350	0	350

$$L_S = \frac{\mu \cdot c}{\mu + c}$$

$$Q^* = \mu + 2\sigma$$

$$L_{S,A} = 0.667$$

$$L_{S,B} = 0.75$$

$$L_{S,C} = 0.818$$

$$L_{S,D} = L_{S,E} = 0.857$$



$$Q_D^* = 1500 + 1.07 \times 0 = 1500 \quad \text{COSTO: } 1500 \times 50 = 75000$$

$$Q_A^* = 1108 \quad \text{COSTO: } 66480$$

$$Q_B^* = 702 \quad \text{COSTO: } 49140$$

$$Q_C^* = 818 \quad \text{COSTO: } 65440$$

$$Q_E^* = 2374 \quad \text{COSTO: } 118700$$

$$\sum_{i=1}^n Q_i \cdot r_i = 66480 + 49140 + 65440 + 75000 + 118700 = 374760 > 33000 = R$$

il vincolo è stringente



Torino, 29 Aprile 2013

## Obermayer

Di anno in anno solo il 20% dei prodotti commercializzati l'anno prima vengono riproposti → c'è l'80% dei prodotti nuovi. Obermayer vende ai retailer. Nel settore della moda è difficile da distinguere i prodotti di successo da quelli di insuccesso. Nel settore della moda ci sono acquisti imitativi: se un prodotto ha successo questo successo crescerà sempre di più, gli acquirenti acquistano in massa il prodotto di moda in quel momento (CAUSA SOCIALE).

Domanda SIGNIFICATIVAMENTE incerta con pesanti conseguenze.

Es.

### Black Woodoo

Ordine 4 (rapporto 1:1000)  
Produzione 2000  
Eccessi 1996

$$20\$ \times 1996 = 39920\$$$

Prezzo pieno: 200 \$



Eccesso di scorte  
che dovrò vendere  
 $(150 - 130) = 20\$$  ←  
quanto perdo svendendo  
la merce in eccesso  
Ho una perdita totale  
di circa 40000\$!

### Riscilla Zebra

4000  
2000  
Vendite perse: 2000

$$50\$ \times 2000 = 100000\$$$

Prezzo di svendita: 130\$ Costi var: 150\$

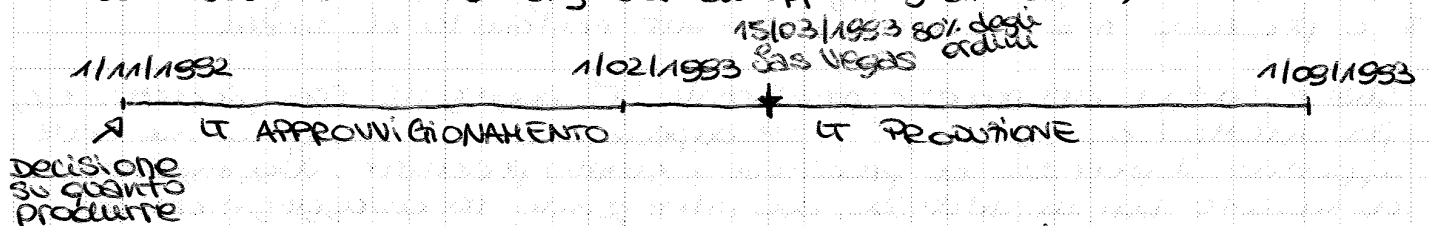


Eccesso di ordini =  
Mancate vendite = Mancati  
guadagni!  $(200 - 150) = 50$  quant  
guadagno vendendo a prezzo  
pieno. COSTO OPPORTUNITÀ!  
Perdo 100000\$ di guadagni  
 $100000 > 40000 \Rightarrow$  dovrei socia  
lizzarmi su questo problema

Di solito le aziende si focalizzano sul problema a sinistra perché le aziende a fine anno devono presentare un Bilancio nel quale sono presenti le scorte e non le vendite perse. Inoltre misurare il valore dei pezzi a magazzino è facile al contrario misurare le vendite perse non è né facile, né scontato.

La rilevanza del problema di eccesso di scorte rispetto agli stockout è in funzione dei parametri economici dell'azienda.

A Novembre 1992, Wally Obermayer deve decidere quanto produrre per la stagione invernale 1993-1994; la decisione sull'assortimento (= cosa produrre) è già stata presa. Wally deve decidere a novembre perché le consegne saranno effettuate a Settembre 1993 ma in questo arco di tempo bisogna dare l'ordine ai fornitori (obersport) con sede ad Hong Kong (LT di approvvigionamento)



di LT lungo



Alternative possibili?

- 1 Diminuire i LT di approvvigionamento => Componenti standard a stock
- 2 Diminuire i LT di produzione
- 3 Anticipare le informazioni di mercato (prima di Las Vegas)
- 4 Usare le info da Las Vegas => anticipare la produzione dei capi standard
- 5 Standardizzare componenti / produzione
- 6 Ristrutturare lo stesso (= almeno) → a Novembre 7.

ESERCIZIO GIACCA

$d_{TOT} = 1000$   
 stesso prezzo

① Giacca Ghiaccio, ② Giacca Blu-Rosso, ③ Giacca Verde,  
 ④ Giacca Blu scuro, ⑤ Giacca Marrone

Torino, 30 Aprile 2013

Il gruppo prende delle decisioni che sono o al di sopra del massimo o al di sotto del minimo delle decisioni dei singoli.

SINGOLO PREVISORE VS  
 ↳ previsioni non influenzate dalle idee degli altri (no perdita di informazione)  
 ↳ Misuro l'errore singolo, riesco a capire chi prevede meglio  
 ↳ Disaccordo  $\Rightarrow$  indica il grado di incertezza della domanda  $\rightarrow$  INDIVIDUO I CASI CRITICI  
 Incertezza  $\times$  Disaccordo  
 più è alto il disaccordo tra i previsori più è alta l'incertezza.

PREVISIONE CONSENSUS  
 ↳ Perdita di informazione  $\rightarrow$  influenza del "più forte" / più alto gerarchicamente.  
 ↳ Coglie diversi aspetti del problema  
 ↳ Riduce il rumore creato da previsori non esperti o non in grado di capire il processo.

Obermayer sceglie previsori singoli.

Produzione I  $\rightarrow$  giacca blu } costi di setup alti = produco a lotti  $\rightarrow$  0  
 Produzione II  $\rightarrow$  giacca verde } tutto il prodotto in I o in II

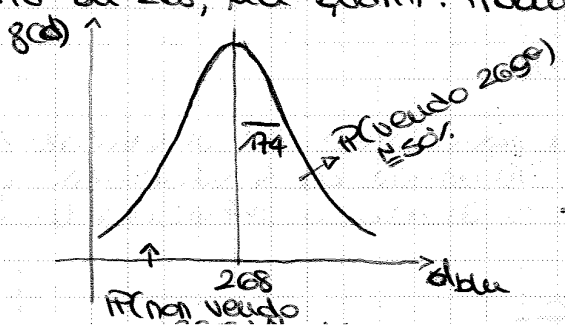
Giacca Blu  $E(d) = 268$   
 disaccordo = 116  
 $\hookrightarrow \sigma = 1,5 \times \text{disaccordo} = 1,5 \times 116 = 174$

storia

$d \sim N(268, 174)$  quanti pezzi facciamo della giacca blu?

- 1 Meno di 268 pezzi
- 2 Esattamente 268 pezzi
- 3 Più di 268 pezzi

- ① Riduco il rischio di avere invenduto. Problema: i rischi sono due: invenduto e stockout e in base agli economics della mia azienda lo stockout mi costa più dell'invenduto.
- ② Non ho alcun motivo di ritenere la domanda più alta o più bassa di 268. Problema: ho  $\pi$  pari al 50% di andare in stockout e altrettanta di avere vendite perse  $\rightarrow$  di nuovo, secondo gli economics dell'azienda preferisco avere invenduto e non stockout.
- ③ In base agli economics dell'azienda produciamo più di 268 pezzi preferisco correre il rischio di avere invenduto piuttosto che stockout  $\rightarrow$  vado a sovrapprodurre.  
 Più di 268, ma quanti? Produrre più di 268 è davvero una buona idea? Mi conviene produrre la 268esima?



$\Rightarrow$  Profitto atteso marginale sulla 268esima  
 50\$  $\rightarrow$  se vendo la 269  
 - 20\$  $\rightarrow$  se non vendo la 269  
 dipende dalla  $P$  di vendere la 269

$$\frac{\partial}{\partial x} \int_{h_1(q)}^{h_2(q)} g(q, x) dx = \frac{\partial h_2(q)}{\partial q} g(q, h_2(q)) - \frac{\partial h_1(q)}{\partial q} g(q, h_1(q)) + \int_{h_1(q)}^{h_2(q)} \frac{\partial g(q, x)}{\partial q} dx$$

Regola di Leibnitz  
*infinitesimale* *altezza della variazione* *al variare di q*  
 AREA INCREMENTALE *perché va a dx*

$$\frac{\partial E(\pi(q))}{\partial q} = m \left[ 1 \cdot q g(q) - 0 \cdot q g(q) + 0 + 0 \cdot q g(q) - 1 \cdot q g(q) + \int_0^{+10} g(x) dx \right] +$$

$$- c \times \left[ 1 \cdot (q - q) g(q) - 0 \cdot q g(q) + \int_0^q g(x) dx \right] =$$

$$= m \int_0^{+10} g(x) dx - c \int_0^q g(x) dx = 0$$

$$\rightarrow m [1 - F(q)] - c F(q) = 0 \quad m - mF(q) - cF(q) = 0$$

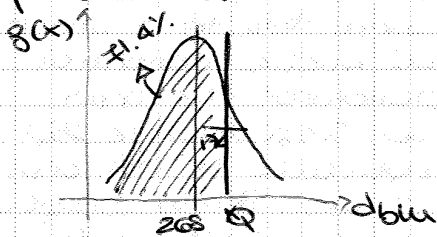
$$m - F(q)(m+c) = 0 \rightarrow F(q) = \frac{m}{m+c} = LS_I$$

è un punto di Massimo.  $\partial F(q)$  ha termini negativi. Producendo lo vado a  $\pi^*$  negativi

Trovato il LS ottimale qual è la produzione ottimale?  
 Per noi

$$LS_I = \frac{m}{m+c} = \frac{50}{50+20} = 0.714 = 71.4\%$$

Il punto ottimale è l' $x$  tale per cui alla sinistra di  $x$  ho il 71.4% della probabilità.



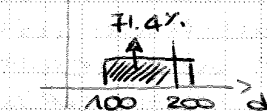
$$Q = 268 + 2(71.4\%) \cdot 174$$

tabele 2 = 0.56

$$Q = 268 + 0.56 \times 174 = 365$$

mi conviene sovrapprodurre e anche tanto!

Se  $d \sim N(100, 200)$



$$Q = (200 - 100) \times 0.714 + 100 = 171.4$$

Nella prima campagna di produzione produco la giacca blu e ne produco 365  $\leftarrow$  Producessi 364 -  $\pi^*$  lievemente  $> 0$  Cambia  
 producessi 366 -  $\pi^*$  lievemente  $< 0$  Nulla!

Il modello del newsvendor è utile perché in non tutte le organizzazioni ci si può basare su molta esperienza come per esempio possono fare i panettieri.

### © Previsione e Pianificazione II.

A Las Vegas riceviamo l'80% degli ordini e la giacca verde non è ancora stata prodotta.

NUOVO dato dopo Las Vegas: vendite giacca verde = 160 pezzi.  
 previsione iniziale per la giacca verde = 123  $\leftarrow$  va rivista, come?

$$160 : 80 = x : 100 \rightarrow x = \frac{160 \cdot 100}{80} = 200$$

NUOVA PREVISIONE  
 sostanzialmente perfettamente esatta (con l'80% degli ordini non sbaglio più)

Come pianifico? Quanti pezzi gancio? Esattamente la stessa cosa di prima ma da meno in morte 270

(EX ANTE)

$$LS_I = \int_0^N g(x) dx = \sum_{i=0}^N g(x) = \text{PROBABILITÀ DI SODDISFARE TUTTI I CLIENTI}$$

(EX POST → i periodi in cui non sono andata in stockout o visto i periodi totali).

$$LS_{II} = \frac{\int_0^N d < q \text{ a disp} \times g(x) dx + \int_N^{+\infty} N g(x) dx}{\int_0^{+\infty} x g(x) dx} = \text{Percentuale di clienti soddisfatti}$$

$= \frac{E(x) - \int_N^{+\infty} (x-N)g(x) dx}{E(x)}$

clienti insoddisfatti = quando  $x > N$   
 (EX ANTE)

(EX POST → pezzi venduti sul numero di clienti presentati o richiedere il pezzo in questione)

$LS_I$  e  $LS_{II}$  sono due numeri molto diversi tra loro

Esercizio

Periodi 10 ogni giorno abbiamo scorta pari a 2pz  
 domanda 1 per tutti i periodi tranne due per il 6 in cui  $d=11$   
 stockout 0 per tutti i periodi tranne due per 6 in cui  $so=1$

$LS_I = 90\%$  (9 periodi su 10 non ho stockout)

$LS_{II} = 55\% = \frac{11}{20}$

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
d	98	101	99	102	103	97	98	94	102	106	
scorta	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	
so	0	1	0	2	3	0	0	0	2	6	$d_{TOT} = 1000$
ds	98	101	99	102	103	97	98	94	102	106	

$LS_I = \frac{5}{10} = 50\%$  5 periodi su 10 vado in stockout

$LS_{II} = 98,6\% = 1 - \frac{14}{1000}$

$LS_I$  si misura sempre sulla percentuale di periodi e bisogna ben definire il periodo cui si riferimento.

\* Newsvendor Multiprodotto

Statico e oggetto da incertezza come il Monoprodotto.  
 Abbiamo  $D$  prodotti  $i$  con distribuzione  $g(x)$  margini  $m_i$  e costi del prodotto  $c_i$ . Ciascun prodotto costa alla nostra azienda  $r_i$  e l'azienda ha limitata capacità  $R$ , per cui

$$\sum_{i=1}^D q_i r_i \leq R$$

Es. campo a 100  
 venduto a 200  
 svenuto ad 80

$r_i = 100$   
 $m_i = 100 = 200 - 100$   
 $c_i = 20 = 100 - 80$

$$M_A = 100 - 60 = 40 \quad C_A = 60 - 40 = 20 \quad LS_{I,A} = \frac{40}{40+20} = 66,7\% = 0,667$$

→ più basso che perché ha grandi costi di svalutazione (20€) rispetto al margine (40€)

$$Q_A^* = \mu + 2(LS_{I,A})\sigma = 1000 + 2(0,667)\sigma = 1000 + 0,43 \times 250 = 1108$$

$$M_B = 130 - 70 = 60 \quad C_B = 70 - 50 = 20 \quad LS_{I,B} = \frac{60}{60+20} = 0,75$$

$$Q_B^* = 500 + 2(0,75) \times 300 = 500 + 0,675 \times 300 = 702$$

$$M_C = 140 - 80 = 60 \quad C_C = 80 - 60 = 20 \quad LS_{I,C} = \frac{60}{90+20} = 0,818$$

$$Q_C^* = 500 + 0,91 \times 350 = 818$$

$$M_D = 80 - 50 = 30 \quad C_D = 50 - 45 = 5 \quad LS_{I,D} = \frac{30}{30+5} = 0,857$$

$$Q_D^* = 1500 + 1,07 \times 100 = 1607$$

$$M_E = 90 - 50 = 40 \quad C_E = 50 - 45 = 5 \quad LS_{I,E} = \frac{30}{30+5} = 0,857$$

$$Q_E^* = 2000 + 1,07 \times 350 = 2374$$

→ tengo più E rispetto a D perché ha più incertezza e più alto E(D)

Costo ottimo d'acquisto:	A	B	C	D	E
	$1108 \times 60$	$702 \times 70$	$818 \times 80$	$1607 \times 50$	$2374 \times 50$
	= 66480€	= 49140€	= 65440€	= 80350€	= 118700€

$$\sum_{i=A}^E Q_i r_i = 66480 + 49140 + 65440 + 80350 + 118700 = 380110 > 330000 = R$$

→ Il vincolo è stringente ⇒ dobbiamo aggiungere un costo opportunità

$$\lambda_1 = 0,1$$

$$LS_{I,A}^A = \frac{40 - 0,1 \times 60}{40 + 20} = \frac{34}{60} = 0,5667 \quad Q_A^* = 1000 + 0,14 \times 250 = 1042$$

$$LS_{I,B}^B = \frac{60 - 0,1 \times 70}{60 + 20} = \frac{53}{80} = 0,6625 \quad Q_B^* = 500 + 0,42 \times 300 = 626$$

$$LS_{I,C}^C = \frac{60 - 0,1 \times 80}{90 + 20} = \frac{82}{110} = 0,745 \quad Q_C^* = 500 + 0,66 \times 350 = 731$$

$$LS_{I,D}^D = \frac{30 - 0,1 \times 50}{30 + 5} = \frac{25}{35} = 0,714 \quad Q_D^* = 1500 + 0,36 \times 100 = 1556$$

$$LS_{I,E}^E = \frac{30 - 0,1 \times 50}{30 + 5} = \frac{25}{35} = 0,714 \quad Q_E^* = 2000 + 0,56 \times 350 = 2196$$

$$\sum_{i=A}^E Q_i r_i = 1042 \times 60 + 626 \times 70 + 731 \times 80 + 1556 \times 50 + 2196 \times 50 = 352420 > 330000 = F$$

$$2420 \lambda \rightarrow \lambda_2 = 0,197$$

$$LS_{I,A}^A = \frac{40 - 0,197 \times 60}{60} = 0,470 \quad Q_A^* = 1000 + 0,07 \times 250 = 989$$

Torino, 08 maggio 2013

## Operational Execution at Arrow Electronics

In questo settore i margini sono molto bassi (intorno al 15%). Cosa capita in caso di stockout? Esiste un CSo esplicito (-> penale)

Ma anche un CSo implicito (-> blocca la catena produttiva del mio cliente)

Arrow è un'azienda molto grande, ha un fatturato di circa 10 miliardi di \$ (miliardi => parametro macroeconomico) e ha, in giro per gli Stati Uniti, 5 magazzini (intorno ai 20M<sup>2</sup>/magazzino)

↳ INVENTORY RISK POOLING -> costi di magazzino + obsolescenza  
↳ MAGGIOR CONTROLLO

Arrow sfrutta le economie di scala, => compra lotti grandi (= potere contrattuale) da fornitori grandi -> ridurre i CRASP

=> ha un CF per un SI che distribuisce su livello grande

La rotazione delle scorte cresce con  $Q$  -> ho un bisogno di scorte rispetto al fatturato, minore. Il risk pooling mi fa diminuire le SS.

Arrow compra nuove aziende e ne chiude i magazzini, il modello delle scorte rispecchia il modello organizzativo dell'azienda: ha tanti uffici vendita (202) con pochi magazzini (5).

EXECUTION => è molto importante, cambia la struttura dei costi dell'azienda

- Per consegnare in tempo -> ordini presi dal SI = a volte prometto ciò che non c'è -> doppi acquisti, incentivo a sovrastoccare.
- obsolescenza perché abbasso la rotazione del magazzino.  
↳ pezzi che non si pensa siano in magazzino, ruotano ancora meno e invecchiano fisicamente.
- Nel caso un pezzo non si trovasse ↑ Aumentano i CRASP (costi di personale per cercarlo)
- Se il SI non è affidabile, quando arriva un ordine devo verificare che il pezzo ci sia realmente (↑ CPERSOALE venditore + magazzino) in più non trovando il pezzo, potrei perdere il cliente che magari si rivolgerebbe ad un competitor.

\* Perché si genera inaccuracy?

- Errori del personale  
↳ FASE STORE: mettono il pezzo in una cella diversa  
↳ FASE TRASPORTO e CARICO: danneggiano il pezzo  
↳ FASE STORE e PICKING: sbagliano a contare
- Disallineamento tra SI e processi operativi  
↳ velocità e sequenziamento degli ordini.
- Flessibilità -> permettere di tutto pur di vendere genera caos.

\* Come si ottiene accuracy?

- Allineamento tra SI e processi operativi
- Più controlli di magazzino  
↳ Zero Balance Walk  
↳ Double Check -> costoso ma evita errori umani  
↳ 21 Persone Centrali
- Processi prescrittivi = ognuno ha il proprio compito e fa solo quello
- ATTENZIONE del MANAGEMENT
- scarico del lavoro verso il basso (-> delega) = RESPONSABILITÀ  
-> il magazziniere è responsabile dell'inventory, ... in ogni transazione c'è scritto chi l'ha fatta. (Caso Toyota)
- Meno flessibilità -> le regole vanno rispettate.



l'obiettivo di VillageReach è riuscire a portare il numero necessario di vaccini, ma soprattutto in tutti i punti del Mozambico, anche in quelli più difficili da raggiungere.

VillageReach senza Vidagas non funzionerebbe perché senza carburante non sarebbe possibile realizzare questi progetti.

Si usa il GPL piuttosto che l'energia solare perché il costo del solare ed il suo valore sono molto elevati che indurrebbe la popolazione a rubarli, VALORE TROPPO ALTO per la società in cui SAREBBERO UTILIZZATI.

Perché GPL for PROFIT (e non fatto da un'altra organizzazione no profit)?

- Affidabilità
- Organizzazione Dipendente
- Tasse
- Capacità di Servizio (abbondante rispetto alle necessità)
- Sviluppo ↙ Case  
Hotels e Ristoranti

Perché Vidagas riesce a distribuire GPL dove tanti altri hanno fallito

- ↳ Servizio chiavi in MANO, oltre al GPL fornisce l'attrezzatura per utilizzarlo
- ↳ Assistenza (persone istruite e capaci)
- ↳ Credito (calcoli per consentire gli acquisti dei beni durevoli)
- ↳ Costo (ridotto del 25% rispetto al carbone oltre al CRASP)
- ↳ Impatto ambientale (meno tossico del carbone)
- ↳ Cliente guida (VillageReach garantisce una domanda minima)
- ↳ Personalità influenti per l'acquisto dal Sud Agricola (Mandela, la moglie)
- ↳ Affidabilità delle forniture (Garantita e resa credibile da Village Reach ← Sa buona pubblicità)

Vidagas ha un modello economico sostenibile? Per ora l'azienda è in perdita. Distrugge e non crea valore, non è un modello sostenibile. Però c'è la possibilità di aumentare i volumi di vendita → ci potrebbero essere economie di scala

↓ oppure  
ragiono sul BEP

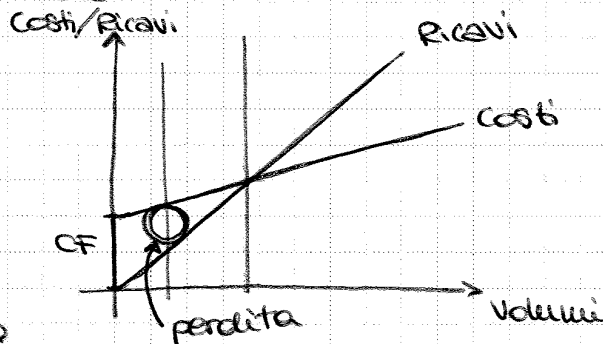
(vedi Exhibit 8)

$$m\% = 30\%$$

$$\hookrightarrow (p - cv) \cdot Q$$

↑            ↑  
prezzo    cvar

$$GOT = 94,6\% = CF + cv \cdot Q$$



$$BEP = \frac{CF}{m} \approx 1 \text{ M€}$$

è minore del 30%, perché ci sono dei cv

Bisogna quadruplicare i volumi di fatturato, è possibile?

Non sembra così impossibile perché ci sono molte aziende che vorrebbero comprare Vidagas.

Considerando il consumo di GPL in funzione della ricchezza dello Stato è possibile quadruplicare i volumi?

→ Dimensionamento del nord Mozambico (scandalo della popolazione da Exhibit 10) e moltiplico per 0.73 (Exhibit 2)

Ora Vidagas vende circa e potrebbe espandere i propri volumi di circa 10 volte (espansione del 100%) ed è fattibile!

Il Mozambico consuma meno ma c'è domanda inespressa dovuta alla mancanza del prodotto.



$$\sum_{i=1}^N \mu_i + 2 \sum_{i=1}^N \sigma_i = \frac{R}{r}$$

$$z = \frac{\frac{R}{r} - \sum_{i=1}^N \mu_i}{\sum_{i=1}^N \sigma_i}$$

tutto ciò vale anche nel caso in cui diversi  $\mu_i$ , o diversi  $\sigma_i$  e diversi  $r_i$  sono tra loro proporzionali (tramite i bundle).

ESERCIZIO

$R = 180000 \$$

Prodotti	D	E
Costo	80	80
Prezzo	50	50
Scandita	45	45
$E(d)$	1500	2000
$\sigma$	100	350

$Q_D^* = ?$

$Q_E^* = ?$

$m = 80 - 50 = 30 \$$

$c = 50 - 45 = 5 \$$

$LS_I = \frac{m}{m+c} = \frac{30}{30+5} = 0.857$  ← hanno parametri economici uguali = stesso  $LS_I$

$Q^* = \mu + 2\sigma$

$z = 1.07$

$Q_D^* = 1500 + 1.07 \times 100 = 1607$

$Q_E^* = 2000 + 1.07 \times 350 = 2374$

$\sum_{i=0}^N Q_i r_i = 1607 \times 50 + 2374 \times 50 = 199050 > 180000 = R$  il vincolo è stringente

$Q_D^* = 1500 + 2 \times 100$

$Q_E^* = 2000 + 2 \times 350$

$(3500 + 2450) \times 50 = 180000$

$\sum_{i=1}^N E(d_i) + 2 \sum_{i=1}^N \sigma_i = R$

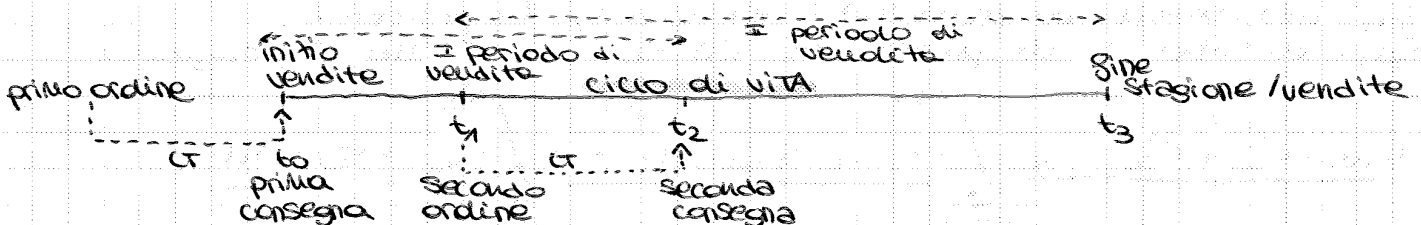
$z = \frac{\frac{180000}{50} - 3500}{450} = 0.22$

$Q_D^* = 1500 + 0.22 \times 100 = 1522$

$Q_E^* = 2000 + 0.22 \times 350 = 2077$

\* Il NewsVendor a due periodi

Posso fare un primo ordine (prima del ciclo di vita) e poi un secondo ordine durante il ciclo di vita.



1. Dimensiono il secondo ordine (più facile) → è come il news vendor con la differenza che c'è merce in magazzino. La domanda su cui di menzionare le scorte è quella relativa al II periodo di vendite (da  $t_1$  a  $t_3$ ) sotto le ipotesi di backlog, è invece relativa al I periodo di vendite che va da  $t_2$  e  $t_3$  dovendo però anche capire il valore atteso delle scorte in  $t_2$  (è una cosa molto complessa).

Aumentando le  $Q$  rischio che mi avanzi più roba ma riduco le probabilità di stockout. Rispetto al newsvendor la differenza è che ho due  $F(Q_I)$  diverse, posso procedere solo per tentativi, non è una eq di primo grado.

Come troviamo la  $Q_I^*$ ? Per tentativi, abbiamo bisogno di un criterio per capire se  $Q_I$  è troppo alto o troppo basso

- Se  $\mu(1 - F_{DI}(Q_I)) > cF_{DT}(Q_I)$ :  $Q_I$  è troppo piccolo, cioè che guadagno dal prodotto è più alto del suo costo di mantenimento Alzo  $Q_I$
- Se  $\mu(1 - F_{DI}(Q_I)) < cF_{DT}(Q_I)$ :  $Q_I$  è troppo grande, Abbasso  $Q_I$  perché il costo di mantenimento è più grande del guadagno
- $\mu(1 - F_{DI}(Q_I)) = cF_{DT}(Q_I)$ : OTTIMO

### Problemi Dinamici

Sono problemi in cui il ciclo di vita del prodotto è sostanzialmente infinito.

#### Modello (Q,R):

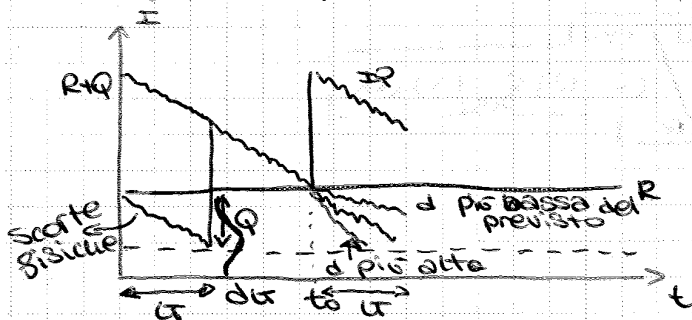
In condizioni di incertezza non è più vero che fissata la quantità  $Q$  è automaticamente determinata la frequenza di riordino (e viceversa). Posso fissare il quanto ordino (o il quando ordino) lasciando che il quanto (quanto) si adatti al comportamento della domanda

MODELLI A QUANTITÀ FISSA (a PERIODO FISSO)

$(Q,R)$  è a quantità fissa. Ogni volta che le scorte toccano il livello  $R$  ordino una quantità  $Q$ .  $\Rightarrow$  Devo conoscere in ogni istante di tempo le scorte = continuous review. Quali costi sono rilevanti per questo modello? Il costo di ORDINAZIONE che dipendono da  $Q$ , salgono proporzionalmente con il salire di  $d/Q$ ; costo di MANTENIMENTO che dipende da  $Q$  (scorta di ciclo) e da  $R$ ; costo di STOCKOUT in funzione di  $R$  e  $Q$ .

Torino, 08 Maggio 2013

$Q$  guida il quanto ordino,  $R$  guida il quando ordino.



scorta di ciclo + scorta di sicurezza  
 $\uparrow$   
 che se la domanda va come previsto non la tocco mai

$$SS = R - E(d) \times u = R - E(d)u$$

es.  $R = 150$   
 $E(d) = 100$   
 $u = 1set$   
 $SS = 150 - 100 \times 1 = 50$

le 50 solo quando la d eccede il suo valore atteso

Quando piazzò un ordine e aspetto che la merce arrivi dal fornitore sono nel PERIODO di FUORI CONTROLLO = non posso far altro che sperare che la mia quantità  $R$  bari a coprire la domanda  $\rightarrow$  periodo di rischio. da  $t_0$  a  $(t_0 + u)$  (= un secondo prima che mi arrivi la merce).

$$I(t_0 + u^-) = R - \underbrace{d \cdot u}_{\text{cost var casuale}}$$

Hp: da N.N se ho  $SS = 0 \rightarrow C_{SI} = 50$

$$G_{TOT} = C_{IN} + C_{OR} + C_{SO}$$

$$C_{IN} = u \cdot E$$

le nostre scorte hanno un andamento

$$\frac{\partial \text{GOT}}{\partial Q} = \frac{u}{2} - \frac{A E(d)}{Q^2} - p_0 \frac{E(d)}{Q^2} n(R) = 0$$

$$\frac{u}{2} = \frac{1}{Q^2} (A E(d) + p_0 E(d) \times n(R))$$

$$Q^2 = \frac{2 E(d) (A + p_0 \times n(R))}{u}$$

$$Q^* = \sqrt{\frac{2 E(d) (A + p_0 \times n(R))}{u}}$$

simile all'EOQ

$$Q^* > Q^*_{EOQ}$$

il costo di ordinazione  $A$  è maggiorato di un costo  $p_0 \times n(R) = \text{costo ATTESO legato all'insoddisfazione di un cliente in un ciclo di ordinazione}$

$$\frac{\partial \text{GOT}}{\partial R} = u + p_0 \times \frac{E(d)}{Q} \int_R^{+\infty} -f_{du}(x) dx + 0 - 1 \times 0 = u + p_0 \times \frac{E(d)}{Q} \times [-(1 - F_{du}(R))]$$

$$= u - p_0 \frac{E(d)}{Q} (1 - F_{du}(R))$$

Aumentando di un'unità  $R$ , il GOT da un lato sale (cio più ss) di  $u$ , però il pezzo il più verrà usato un numero di volte pari al numero di cicli nell'anno e avrà benefici per la probabilità di volte di usare quel pezzo in più.

$$F_{du}(R) = 1 - \frac{u Q^*}{p_0 E(d)}$$

ci germo ad investire in scorte quando  $u$  è pari al costo dello so ritorno dell'investimento (MARGINALMENTE DECRESCENTE)

Torino, 13 Maggio 2013

Tutto ciò ha un difetto, non si può usare così perché  $R^*$  dipende da  $Q^*$  e  $Q^*$  dipende da  $R^*$

STRATEGIA di soluzione: ragioniamo per APPROSSIMAZIONI SUCCESSIVE. Partendo da un  $Q_0$  ragionevole ( $Q_0 = EOQ$ )

$$Q_0 \rightarrow F(R_1) = 1 - \frac{u Q_0}{p_0 E(d)} \Rightarrow R_1$$

$$Q_0 = \sqrt{\frac{2 E(d) A}{u}}$$

$$Q_1 = \sqrt{\frac{2 E(d) (A + p_0 n(R_1))}{u}} \rightarrow F(R_2) \Rightarrow R_2$$

Cerciamo la soluzione ottimale iterativamente e ci fermiamo quando:

$$R_n \cong R_{n-1}$$

$$n(R) = \int \delta(z) = \sigma \times \int_{z \rightarrow R, \text{normalizzato}}^{+\infty} (t-z) \phi(t) dt$$

distribuzione normalizzata

LOSS FUNCTION = supponendo una normale standard, rappresenta cioè che perdo su  $z$ .

ESERCIZIO

$E(d_{\text{year}}) = 200 \text{ pz}$       costo prod =  $10 \text{ €}/\text{pz}$        $u = 20\% / \text{y} = 0.1 / \text{6m}$   
 $E(d_{6m}) = 100 \text{ pz}$        $p_0 = 25 \text{ €}$        $\alpha = 6 \text{ mesi}$   
 $\sigma_{6m} = 25 \text{ pz}$        $A = 50 \text{ €}$

$$Q_0 = \sqrt{\frac{2 E(d) A}{u}} = \sqrt{\frac{2 \times 100 \times 50}{0.1 \times 10}} = \sqrt{10000} = 100 \text{ pz}$$

$$F(R_1) = 1 - \frac{u Q_0}{p_0 E(d)} = 1 - \frac{(0.1 \times 10) \times 100}{25 \times 100} = 0.96$$

Durante un ciclo ordino  $Q$  pezzi e ~~non~~ posso perdere  $n(R) = Q(1-\beta)$  clienti.

$$n(R) = 100(1 - 0.95) = 100 \times 0.05 = 5$$

$$n(R) = \sigma_{\alpha}^2 g(z) \rightarrow g(z) = \frac{n(R)}{\sigma_{\alpha}} = \frac{5}{25} = 0.2$$

$$\rightarrow z = 0.49$$

$$R = 100 + 0.49 \times 25 = 112,25 \text{ pz}$$

Perché prima con  $(S_{II} = 0.956)$  avevo  $R = 143 \text{ pz}$  e ora con  $(S_{II} = 95\%)$  ho  $R = 112,25 \text{ pz}$ ? I  $LS$  sono diversi! Uno type I e l'altro type II, non entrano nulla l'uno con l'altro, rappresentano cose diverse.

$$1 - p_u \frac{E(d)}{Q} (1 - F_{du}(R)) = 0$$

$$Q = \sqrt{\frac{2E(d)(A + \alpha \times n(R))}{h}}$$

$p_u$  è basso se il  $LS$  è basso, alto altrimenti

$$p_u = \frac{h \times Q}{E(d)(1 - F_{du}(R))}$$

sostituisco la formula di  $p_u$  nella formula di  $Q$

$$Q = \sqrt{\frac{2E(d)(A + \frac{h \times Q}{E(d)(1 - F_{du}(R))} \times n(R))}{h}}$$

Il  $Q$  è in funzione di  $Q$   
 La sappiamo risolvere  $\rightarrow$  è un'equazione di II grado

$$Q^2 = \frac{2E(d)A}{h} + \frac{2(n(R))}{1 - F_{du}(R)} Q$$

$$Q^2 - \frac{2(n(R))}{1 - F_{du}(R)} Q - \frac{2E(d)A}{h} = 0$$

prendo  $h$  perché  $Q$  DEVE essere  $> 0$ , infatti  $\sqrt{\quad}$  è  $>$  di  $\frac{2(n(R))}{1 - F_{du}(R)}$

$$Q = \frac{2(n(R))}{1 - F_{du}(R)} \pm \sqrt{\left(\frac{2(n(R))}{1 - F_{du}(R)}\right)^2 + 4 \left(\frac{2E(d)A}{h}\right)}$$

$$Q^* = \frac{n(R)}{1 - F_{du}(R)} + \sqrt{\left(\frac{n(R)}{1 - F_{du}(R)}\right)^2 + \frac{2E(d)A}{h}}$$

PROBLEMA: non ci dice che coppia di  $(Q, R)$  prendere

In questo caso il  $Q^*$  è strettamente maggiore di  $Q_{EOQ}$  perché i termini  $\frac{n(R^*)}{1 - F_{du}(R^*)}$  tengono esplicitamente conto della possibilità che si verifichi uno stockout.

Dobbiamo alzare  $Q_{EOQ}$  aggiungendovi  $(1-\beta)Q = n(R)$  che è una stima implicita di  $p_u$ .  
 $\beta$  basso  $\Rightarrow p_u$  basso  
 $\beta$  alto  $\Rightarrow p_u$  alto

Di nuovo però,  $Q$  è in funzione di  $R$  ed  $R$  in funzione di  $Q$ . Partiamo da  $Q_0 = EOQ$  e con  $(1-\beta)Q = n(R)$  troviamo  $R_1$  e così via.

Torino, 14 Maggio 2013

\* Gestione (Q,R) in caso di vincolo sul livello di servizio type I

$$G_{TOT} = A \cdot \underbrace{\frac{E(d)}{Q} + u \frac{Q}{2}}_{EOQ \text{ - Potenziamento}} + \underbrace{h \times (R - E(d)) + p \frac{E(d)}{Q} \int_R^{+\infty} (x-R) g(x) dx}_{\text{costo vincolato alla probabilità di andare in stockout}}$$

$$Q = \sqrt{\frac{2A E(d)}{u}}$$

$$R = \alpha \rightarrow F(R) = \alpha \quad \text{se } \alpha = 0.95 \rightarrow z = 1.65$$

$$R = 100 + 25 \times 1.65 = 141,25$$

Questo  $R = 141,25$  è associato ad un  $LS_I = 95\%$ . Mentre prima a fronte di un  $LS_I = 95\%$  avevamo un  $R = 112,25$ . Perché sono costi diversi? Perché con un  $LS_I$  posso anche andare in stockout mentre con il  $LS_I$  il 95% delle volte non voglio andare in stockout. In altre parole con un  $LS_I = 95\%$  avrò un  $LS_{II}$  molto più alto.

ES.  
 $LS_I = 0.95$   
 $R = 141,25$   
 $Q = 100$

$LS_{II} = ?$

$$F(R) = z = \frac{R - \mu}{\sigma} = \frac{141,25 - 100}{25} = 1.65 \rightarrow F(R) = 0.9505$$

$$n(R) = 25 f(1.65) = 25 \times 0.206 = 0.515$$

$$(1 - \beta) \times 100 = 0.515 \rightarrow \beta = 1 - \frac{0.515}{100} = 0.995$$

$LS_{II} = 99,5\%$

all'anno

In un anno ho il 5% per il numero di cicli  $R$  di andare in stockout  
 $\rightarrow 0.05 \times 2 = 0.1$  stockout all'anno

Come faccio a scrivere che in un anno non voglio più di 0,1 stockout all'anno?

### Modelli a Periodo Fisso

Ordino ogni  $N$  periodi  $\rightarrow$  avrò un periodo di fuori controllo più lungo  $\Rightarrow$  le quantità saranno più alte rispetto al modello (Q,R).  
 Perché li usiamo? Perché il (Q,R) è a singolo prodotto ed è molto difficile da applicare ai multi-prodotto. È molto più facile gestire tutti i prodotti ad essere ordinati nello stesso periodo tramite modelli di periodic review (tipo modello S) in modo che i prodotti vengano insieme, siano sincronizzati.

Nei sistemi periodic review, una volta ogni  $N$  periodi controlliamo le scorte, il  $E(d)$ , gli ordini in arrivo e decidiamo quanto ordinare. L'ordine effettuato arriverà  $L_T$  periodi dopo.

Il PERIODO di FUORI CONTROLLO è uguale al  $L_T$  più la frequenza:

$$FRC = N + L_T$$

### Esempio

$N = 52$  settimane  
 $L_T = 1$  settimana

dimensionando le scorte solo sul  $L_T$  ritarremo senza errore da 2 a 52 settimane su  $L_T + N$

$$\begin{aligned}
 C_{TOT} &= C_{IN} + C_{OR} + C_{SO}(\text{danni}) = \\
 &= h \times (S - E(d) \times (\alpha + \frac{\lambda}{2})) + \frac{A}{\lambda} + p_u \times \frac{1}{\lambda} \int_S^{+\infty} (x-S) f_{DN+\alpha}(x) dx \\
 &= h(S - E(d) \times (\alpha + \frac{\lambda}{2})) + \frac{A}{\lambda} + \frac{p_u \times n(S)}{\lambda}
 \end{aligned}$$

Optimizzato rispetto ai parametri di controllo  $\lambda$  ed  $S$

$$\frac{\partial C_{TOT}}{\partial S} = h + \frac{p_u}{\lambda} \frac{\partial n(S)}{\partial S} = h + \frac{p_u}{\lambda} \cdot \left( 0 - 1 \times 0 + \int_S^{+\infty} -f_{DN+\alpha}(x) dx \right) =$$

$$\textcircled{1} = h - \frac{p_u}{\lambda} \int_S^{+\infty} f_{DN+\alpha}(x) dx = h - \frac{p_u}{\lambda} [1 - F_{DN+\alpha}(x)] = 0$$

$$\frac{\partial C_{TOT}}{\partial \lambda} = -h \frac{E(d)}{2} - \frac{A}{\lambda^2} + \frac{p_u n(S)}{\lambda^2} + \frac{p_u}{\lambda} \frac{\partial n(S)}{\partial \lambda} \leftarrow \text{non so farla perché non so come cambia la } f_{DN+\alpha}(x) \text{ in funzione del PFC.}$$

Usa  $\textcircled{1}$  per fissare  $S$  e gesso  $\lambda$  in modo che in media la mia quantità ordinata  $Q$  sia pari all'EOQ.  $\lambda \mid Q = Q_{EOQ}$

Esempio

$\alpha = 6$  mesi

$A = 50 \text{ €}$

$E(\text{danno}) = 200$

$\lambda = ?$

$E(d) = 100$

$p_u = 25 \text{ €}$

$S = ?$

$\sigma_{\alpha} = 25$

$h = 0,1 \times 10 = 1$

$\sigma_{\text{year}} = 25 \times \sqrt{2}$

$$Q = \sqrt{\frac{2E(d)A}{h}} = \sqrt{\frac{2 \times 100 \times 50}{1}} = 100 \text{ pezzi}$$

$$\lambda = \sqrt{\frac{2A}{E(d)h}}$$

$\lambda = 0,5$  anni = 6 mesi perché  $Q = 100$ ,  $E(d_{ann}) = 100$

devo fare 2 ordini all'anno  $\rightarrow$  ordino ogni 6 mesi

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{E(d)}{Q} \rightarrow \lambda = \frac{Q}{E(d)} = \frac{\sqrt{\frac{2E(d)A}{h}}}{E(d)} = \sqrt{\frac{2E(d)A}{h E(d)^2}} \Rightarrow$$

$$\lambda = \sqrt{\frac{2A}{h E(d)}} \text{ con}$$

$$\lambda = \frac{100}{2 \times 100} = \frac{1}{2} = \boxed{0,5} \text{ ordini/anno}$$

$$h - \frac{p_u}{\lambda} = \frac{p_u}{\lambda} F_{DN+\alpha}(S) \rightarrow F_{DN+\alpha}(S) = \frac{p_u/\lambda - h}{p_u/\lambda}$$

$$F_{DN+\alpha}(S) = \frac{p_u - h\lambda}{p_u}$$

$\uparrow$   
 $p_u - h\lambda + h\lambda$   
 $\uparrow$   
 ciò che guadagno se mi va bene  
 $\uparrow$   
 ciò che perdo se mi va male

simile al newsvendor  $\Rightarrow$  beneficio delle scorte - il costo di mantenimento delle scorte in un ciclo.

Perché dimensioniamo le scorte su  $\lambda$  più  $\alpha$  mentre paghiamo le scorte solo per  $\lambda$ ? Perché l'oggetto sul magazzino fisico,  $\alpha$  non c'è perché in quel periodo le scorte non stanno nel magazzino

$$F_{DN+\alpha}(S) = \frac{25 \text{ €/pz} - 2 \text{ €/y.pz} \times 0,5 \text{ y}}{25 \text{ €/pz}} = \frac{23}{25} = 0,96$$

Se dovessimo generare  $\bar{I}(d_{t+T})$  e  $\sigma_{t+T}$  da una previsione da noi effettuata? Con  $T=6$  mesi e domanda stazionaria; quale è il legame tra previsione e dimensionamento delle scorte?

$t_b = 6$  mesi  
 $\uparrow$  PFC = 12 mesi

$\rightarrow \bar{I}(d)$  sarà la previsione per i prossimi due periodi (PFC) sommate o sarà uno scarto quadratico tra la mia domanda effettiva e la mia previsione:  $\sigma = RMSE$  (oppure  $\sigma = RMSE \cdot \sqrt{2} \cdot \bar{I}(d)$ )

$\uparrow$  calcolato sulla  $d$  nei 6 mesi moltiplicata per  $\sqrt{2}$  (passo da 6 ai 12 mesi). oppure pseudo RMSE sulla domanda dei 12 mesi.

(es s. 29 libro in inglese)

**Modello  $(S, s)$**

**Periodic Review**

Il modello  $S$  ha un problema: se in un periodo  $N$  consumo un livello delle scorte di un  $\epsilon$  (piccolo); ho il magazzino quasi pieno, ma la politica  $S$  mi fa effettuare un ordine di  $\epsilon$  il cui valore potrebbe essere minore dei costi di ordinazione o di trasporto.

Ogni  $N$  periodi riparti il livello delle scorte ad  $S$  se e solo se la tua  $IP$  è minore o uguale ad  $s$ . Se  $s \leq IP \leq S$  non faccio nulla. Garantisce dei quantitativi minimi ordinati.

È molto difficile come politica  $\rightarrow$  ho le stesse voci di costo della politica  $S'$  e 3 parametri di controllo  $s, S, N$ ; la cui relazione è molto complessa.

$C_{oe} = \frac{A}{N} \rightarrow s$  potrebbe far saltare qualche ordine! IP condizionate ai periodi passati molto complesse

$C_{so} \rightarrow$  diventa un problema perché all'inizio di un nuovo ciclo potrei non aver ricevuto un nuovo ordine perché  $s \leq IP \leq S$ . Come faccio a sapere la  $IP(s_0)$ ?

$C_{IN} \rightarrow$  all'inizio di ogni ciclo non so qual è il livello delle scorte  $\Rightarrow$  non so il livello di  $\bar{I}$ .

**Possibili soluzioni:**

- Comparare  $(s, S)$  ad un  $(Q, R)$  con la differenza che siamo in periodic review e non in continuous review.  $(S-s) \rightarrow \approx Q$  } funziona con  $N$  piccolo  
 $s \rightarrow R$  }  
 $\uparrow$   $\uparrow$

l'approssimazione è tanto più grande quanto più grande è  $N$

**Esempio**

$N=1$  mese       $S=250$   
 $\bar{I}(d_N)=100$        $s=100$        $\rightarrow$  ordine medio  $\approx 150 \Rightarrow$  invece no! ordine medio  $\approx 200!!!$   
 $\sigma_N=10$       perché  $N$  è lungo

0  $\rightarrow$  ordino  $\Rightarrow IP=250$   
 1  $\rightarrow$   $IP=250-d_1 \Rightarrow E(IP_1) = IP_0 - E(d_1) = 250-100=150$   
 $IP_1 \sim N(150, 10)$

al periodo 1 quasi certamente non ordinerò  
 2  $\rightarrow$   $IP_2 = IP_1 - d_2 \rightarrow IP_2 \sim N(150-100, \sqrt{2} \cdot 10) = N(50, \sqrt{2} \cdot 10) \rightarrow d_1 + d_2$   
 ordinerò sicuramente quanto ordino?

$Q = S - IP_2 = 250 - 50 = 200$  ord perché  $N$  è molto alto