NUMERO: 633

DATA: 03/10/2013

A P P U N T I

STUDENTE: Bodini

MATERIA: Fisica I + Esercizi
Prof. Montorsi

$\boxed{\text{MOTO 1D}}$ 2

POSIZIONE

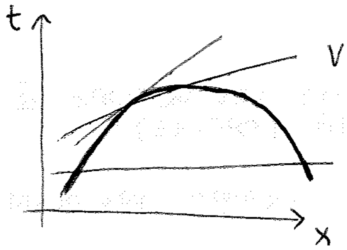
$x(t)$

VELOCITA'

$v(t) = \frac{dx}{dt}$

ACCELERAZIONE

$a(t) = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2x}{dt}$



V_{ist} = PENDENZA TANGENTE

V_m = PENDENZA SECANTE

MUA

$$\begin{cases} a = \text{cost} \\ v = v_0 + at \\ x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2 \end{cases}$$

CADUTA LIBERA

$$\begin{cases} a = -g \\ v_y = v_{0y} - gt \\ y = y_0 + v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2 \end{cases}$$

TEMPO D'IMPATTO

$t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$

$t = \frac{v - v_0}{a}$

sost $\longrightarrow$ $x - x_0 = v_0\left(\frac{v-v_0}{a}\right) + \frac{1}{2}\cancel{a}\frac{(v-v_0)^2}{a^{\cancel{2}}}$

$2a(x - x_0) = v^2 - v_0^2$

$\boxed{\text{MOTO IN PIÙ DIMENSIONI}}$ 3

i moti su x, y, z sono tra loro indipendenti

MOTO PARABOLICO

$$\begin{cases} x = x_0 + v_{0x}t + \cancel{\frac{1}{2}at^2} \\ y = y_0 + v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2 \end{cases} \longrightarrow t = \frac{x - x_0}{v_{0x}} \text{ —(sost)} \longrightarrow y - y_0 = v_{0y}\left(\frac{x-x_0}{v_{0x}}\right) - \frac{1}{2}g\frac{(x-}{v_0}$$

$$\begin{cases} v_{0x} = v_0 \cos\varphi \\ v_{0y} = v_0 \sin\varphi \end{cases}$$

$(y - y_0) = \operatorname{tg}\varphi\,(x - x_0) - \frac{1}{2}g\frac{(x-x_0)^2}{v_0^2\cos^2\varphi}$

GITTATA

$R = \frac{v_0^2}{g}\sin 2\varphi$

h MAX

$h = \frac{v_0^2}{2g}\sin^2\varphi$

※ CINEMATICA 1D

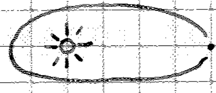
FISICA

arianna.montorsi@polito.it

05/03/2013

= LEGGI CHE DESCRIVONO IL MOTO DI OGGETTI PUNTIFORMI

= PICCOLI RISPETTO ALLE GRANDEZZE DEL PROBLEMA



es. Terra rispetto alla distanza dal sole

= OGGETTI ANCHE GRANDI, MA COMPOSTO DA PARTI CHE SI MUOVONO DELLO STESSO MOTO

es. treno in mru

MECCANICA come studio del moto dei corpi

‖

solo MECCANICA CLASSICA — no $v \simeq c$ RELATIVISTICA; no $d \simeq$ ATOMO (Å) QUANTISTICA

‖

"predizione" dei fenomeni, possibilità che tende a ridursi con l'aumento del grado di complessità → STATISTICA

CINEMATICA → DINAMICA → TERMODINAMICA → ELETTROSTATICA

CINEMATICA	DINAMICA	TERMODINAMICA
leggi del moto, senza cause (s, v, t, a ...)	cause delle leggi del moto (F...)	fluidi (non del tutto deterministico)

GRANDEZZE FONDAMENTALI (7)

- L lunghezza (m)
- t tempo (s)
- T temperatura (K)
- Q q. di sostanza (n)
- M massa (Kg)
- C corrente elettrica (A)
- I intensità corrente (cd)

≠ unità di misura

$1m = 3,28\ ft$

$1 mile = 1,61\ Km$

‖

ANALISI DIMENSIONALE

es. $V = V_0 + \frac{1}{2} a t^2$ corretta?

$$[V] = \frac{L}{T} \quad [V_0] = \frac{L}{T} \quad [at^2] = [a]\, t^2 = \frac{[V]}{\cancel{t}}\, t^{\cancel{2}} = \frac{L}{\cancel{t}} \cancel{t} = L \quad \text{NO}$$

LE DIMENSIONI DEVONO ESSERE CONSISTENTI (condizione necessaria ma non sufficiente)

ESERCIZIO: a) $P = 2\pi (dg)^2$ b) $P = 2\pi \frac{d}{g}$ c) $P = 2\pi \sqrt{\frac{d}{g}}$

n.b. GLI ANGOLI SONO ADIMENSIONALI, COME I NUMERI, MA HANNO UNITA' DI MISURA

- **DEF.** ACCELERAZIONE, VARIAZIONE DELLA V NELL'UNITÀ DI TEMPO

ACCELERAZIONE MEDIA (a_{av}) in un intervallo Δt, è

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta x} = \frac{v(t_2) - v(t_1)}{t_2 - t_1}$$

da cui

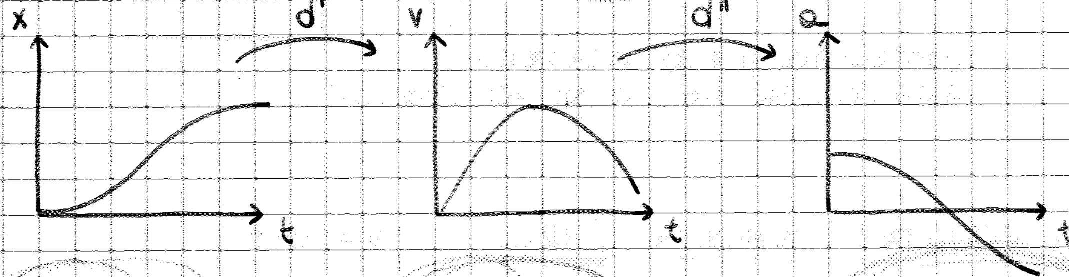
$$v_2 = v_1 + a_v (t_2 - t_1)$$

EQ. DELLA SECANTE IN t_1 E t_2

ACCELERAZIONE ISTANTANEA

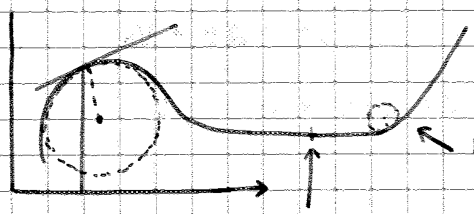
$$a(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{dv(t)}{dt} = \frac{d^2 x}{dt^2} = x''(t)$$

$$v(t) = \frac{dx}{dt}$$



$x(t)$ $\qquad$ $v(t) = \frac{dx}{dt}$ $\qquad$ $a(t) = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2}$

SUL SIGNIFICATO GEOMETRICO DI d'':



rapido Δv

$V = 0$, CIRCONFERENZA DI $r \to \infty$

LA CURVATURA È L'INVERSO DEL RAGGIO

$$a(t) \propto \frac{1}{r}$$

07/03/2013

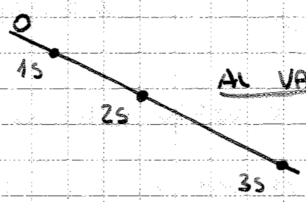
$$\begin{cases} a = \text{cost} \\ V = V_0 + at \rightarrow \text{DA CUI SI RICAVA} \quad t = \dfrac{V - V_0}{a}, \\ x = x_0 + V_0 t + \dfrac{1}{2} a t^2 \end{cases}$$

CHE SI SOSTITUISCE SOTTO PER RICAVARE UN' EQ. CHE LEGHI DIRETTAMENTE POSIZIONE E VELOCITÀ.

$\Downarrow$

$$x = x_0 + V_0 \left(\frac{V - V_0}{a} \right) + \frac{1}{2} a \left(\frac{V - V_0}{a} \right)^2$$

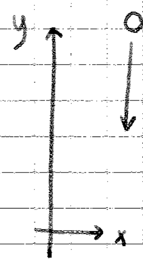
$$x - x_0 = \frac{2V_0(V - V_0) + V^2 + V_0^2 - 2VV_0}{2a} = \frac{-V_0 + V^2}{2a} \qquad \boxed{V^2 - V_0^2 = 2a(x - x_0)}$$



AL VARIARE DI t, LA POSIZIONE VARIA QUADRATICAMENTE

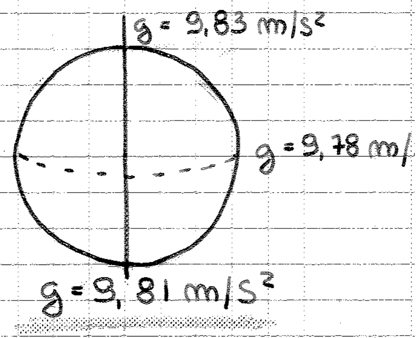
CINEMATICA 3D

CADUTA LIBERA



$$\begin{cases} a_y = -g \\ V_y = V_{0_y} - gt \\ y = y_0 + y_{0_y} t - \dfrac{1}{2} g t^2 \end{cases}$$

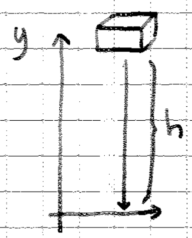
L'ACCELERAZIONE DI GRAVITÀ E' COSTANTE



g non DIPENDE DALLA NATURA DEL MATERIALE

PROBLEMA:

un pilota di elicottero fa cadere un mattone da 1000 m di altezza. Quanto impiega ad arrivare terra, e a che velocità arriva?



(si trascuri l' attrito)

$$y = y_0 + y_{0_y} t - \frac{1}{2} g t^2 \qquad V_{0_y} = 0$$

$$y_0 = h = 1000 \text{ m}$$

$$\cancel{0} = h + \cancel{0} - \frac{1}{2} g t^2 \qquad y = 0$$

$$2h = g t^2$$

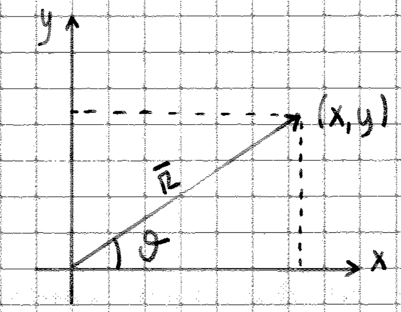
$$t^2 = \frac{2h}{g} \longrightarrow \boxed{t = \sqrt{\frac{2h}{g}}} \quad \text{TEMPO D' IMPATTO}$$

$$t = \sqrt{\frac{2 \cdot 1000 \text{ m}}{9{,}8 \text{ m/s}^2}} = 14{,}3 \text{ s}$$

$$V_y^2 - V_{0_y}^2 = 2a(y - y_0) \longrightarrow V_y = \pm \sqrt{2g \cdot h} = -140 \text{ m/s}$$

VETTORI

SISTEMA 2D



VETTORE POSIZIONE $\bar{r}$, DI COORDINATE (x, y)

$$x = r_x = |\bar{r}|\cos\vartheta$$

$$y = r_y = |\bar{r}|\sin\vartheta$$

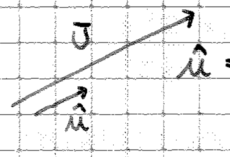
$$|\bar{r}| = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$\frac{x}{y} = \frac{\cancel{|\bar{r}|}\cos\vartheta}{\cancel{|\bar{r}|}\sin\vartheta} \longrightarrow \frac{y}{x} = \frac{\sin\vartheta}{\cos\vartheta} = \operatorname{tg}\vartheta$$

$$\vartheta = \operatorname{arctg}\left(\frac{y}{x}\right)$$

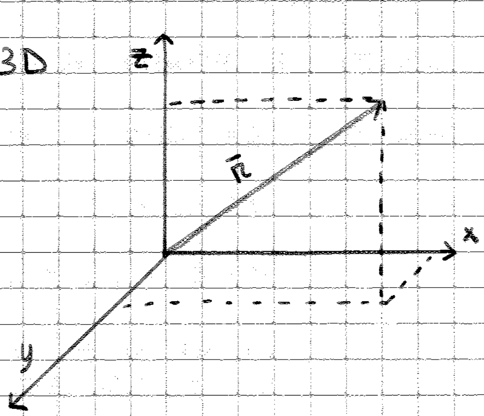
VETTORE UNITARIO, O VERSORE:

ha lunghezza unitaria, stesso verso e direzione di $\bar{v}$



$$\hat{u} = \frac{\bar{v}}{|\bar{v}|}$$

SISTEMA 3D



$\hat{i}, \hat{j}, \hat{k}$ SONO I VETTORI UNITARI CARTESIANI

$$\bar{r} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}$$

IL VETTORE POSIZIONE E' SOMMA VETTORIALE

12/03/2013

MOTO PARABOLICO

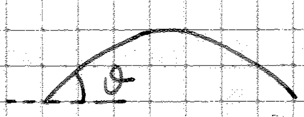
$$\begin{cases} x = x_0 + V_{0x} t & \text{pos } x \quad (\text{no } a) \\ y = y_0 + V_{0y} t - \frac{1}{2} g t^2 & \text{pos } y \end{cases} \quad \text{con } x_0 = y_0 = 0$$

ORIGINE

$$\begin{cases} x_0 = V_{0x} t \rightarrow t = \frac{x}{V_{0x}} \\ y_0 = V_{0y} t - \frac{1}{2} g t^2 \end{cases}$$

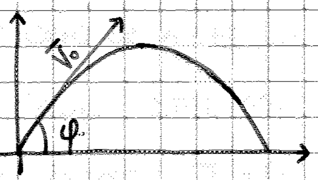
SOSTITUENDO, LA TRAIETTORIA DEL PIANO RISULTA ESSERE LA PARABOLA:

$$y = V_{0y}\left(\frac{x}{V_{0x}}\right) - \frac{1}{2} g \left(\frac{x}{V_{0x}}\right)^2$$



$\parallel$

SI PUÒ ESPRIMERE IN FUNZIONE DEL MODULO DI $\bar{V}$ E DELL'ANGOLO φ DI GITTATA



$$V_{0x} = |V_0| \cos\varphi$$

$$V_{0y} = |V_0| \sin\varphi$$

$\parallel$

IL MOTO DI UN GRAVE E' DETERMINATO DALLA V_0

$$y = \frac{\cancel{|V_0|} \sin\varphi}{\cancel{|V_0|} \cos\varphi} x - \frac{1}{2} \frac{g x^2}{V_0^2 \cos^2\varphi}$$

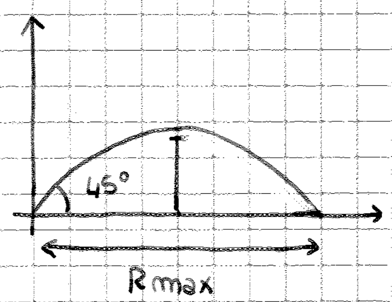
$$\boxed{y = x \, tg\,\varphi - \frac{1}{2} \frac{g x^2}{V_0^2 \cos^2\varphi}}$$

DEF. GITTATA, DISTANZA PERCORSA IN ORIZZONTALE, OTTENUTA PONENDO $y = y_0$ E RISOLVENDO IN x

$$y_0 = y = 0 \qquad 0 = x\left(tg\,\varphi - \frac{1}{2} \frac{g x}{V_0^2 \cos^2 x}\right)$$

$$tg\,\varphi - \frac{1}{2} \frac{g x}{V_0^2 \cos^2 x} = 0$$

$$2 \, tg\,\varphi = \frac{g x}{V_0^2 \cos^2 x} \qquad 2 \frac{\sin\varphi}{\cancel{\cos\varphi}} = \frac{g x}{V_0^2 \cos^{\cancel{2}}\varphi}$$



$$x = \frac{2 \sin\varphi \cos\varphi \; V_0^2}{g}$$

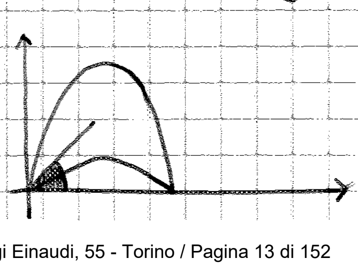
$$\boxed{R = \frac{V_0^2}{g} \sin 2\varphi}$$

IL MASSIMO VALORE DI GITTATA SI HA CON IL MASSIMO VALORE DI $\sin 2\varphi \; (= 1)$, CIOE' $2\varphi = \frac{\pi}{2}$, $\varphi = \frac{\pi}{4}$

PER OGNI $R < R_{max}$, ESISTONO DUE ANGOLI ϑ_1 E ϑ_2 PER CUI LA GITTATA E' UGUALE

$$\vartheta_1 = \frac{\pi}{4} - \varphi, \quad \vartheta_2 = \frac{\pi}{4} + \varphi \quad \text{con } 0 < \varphi < \frac{\pi}{4}$$

$$= \varphi \qquad\qquad = \frac{\pi}{2} - \varphi$$



Due palloni sono calciati dallo stesso punto di un campo, entrambi partono con un angolo di 30°. La seconda palla ha velocità doppia. Sulla distanza a cui atterrano si può dire che:

a) $D_2 = D_1$ b) $D_2 = 4D_1$ c) $D_2 = 8D_1$

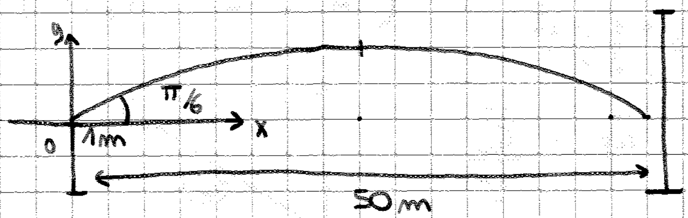
$$R_1 = \frac{V_0^2}{g} \sin 2\vartheta \qquad R_2 = \frac{(2V_0)^2}{g} \sin 2\vartheta = \frac{4 V_0^2}{g} \sin 2\vartheta$$

Una palla è colpita all'altezza di 1m (y_0); con V_i di 20 m/s (v) parte con un angolo di 30° (ϑ) sopra l'orizzontale.
La porta si trova a 50m (D) dal giocatore ed è alta 2,5 m (h).

① Dopo quanti s la palla arriva in porta?

② Può fare goal?

2,5m − 1m = 1,5m



① $y(d) \gtrless h$?

$y(d)$?

$$y = x \operatorname{tg}\vartheta - \frac{1}{2} \frac{g x^2}{V_0^2 \cos^2\vartheta}$$

$$y(D) = D \operatorname{tg}\vartheta - \frac{1}{2} \frac{g D^2}{V_0^2 \cos^2\vartheta}$$

$$= 50 \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{6}\right) - \frac{1}{2} \frac{9{,}8 \; 50^2}{20^2 \cdot \cos^2\left(\frac{\pi}{6}\right)} =$$

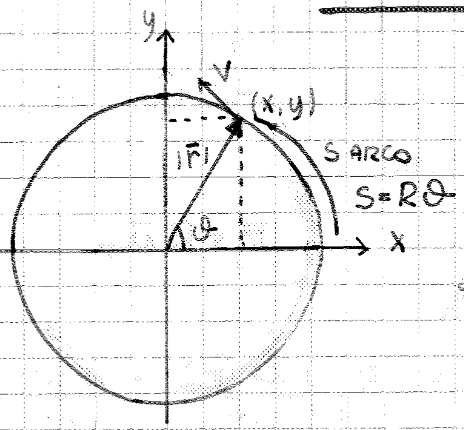
$$\simeq \frac{50}{\sqrt{3}} - \frac{9{,}8}{2} \frac{2{,}5 \cdot \cancel{10^2}}{4 \cdot \cancel{10^2} (0{,}75)^2} \simeq 28{,}9 - 39 = -10{,}1 \text{ neg}$$

NON FA GOAL

MOTI RELATIVI, MOTO CIRCOLARE

14/03/2013

MOTO CIRCOLARE



SE LA TRAIETTORIA NON E' RETTILINEA, L'ACCELERAZIONE NON PUO' ESSERE NULLA: C'E' L'AZIONE DI UNA FORZA

MOTO CIRCOLARE UNIFORME MCU:

RAGGIO R E' COSTANTE (VERO PER OGNI M.C.)

VELOCITA' COSTANTE IN MODULO

$r = x(t)\hat{\imath} + y(t)\hat{\jmath}$ $\quad |\bar{r}(t)| = R$

$v = \frac{dr}{dt}$

$a = \frac{d^2r}{dt^2}$

IN COORDINATE POLARI

(R, ϑ), R = cost

$$\begin{cases} x = R\cos\vartheta \\ y = R\sin\vartheta \end{cases}$$

$R = r =$

$$|\bar{r}| = \sqrt{x^2+y^2} = \sqrt{R^2\cos^2\vartheta + R^2\sin^2\vartheta} = R\sqrt{\cos^2\vartheta + \sin^2\vartheta} = R$$

SISTEMA CARTESIANO	SISTEMA POLARE
(x,y) POSIZIONE	(R,ϑ) POSIZIONE
(V_x, V_y) VELOCITÀ	(V_R, ω) VELOCITA'

Nelle coordinate cartesiane sono fine, $\hat{\imath}$ e $\hat{\jmath}$ non dipendono dal tempo, mentre dipendono dal tempo $\bar{V}_r$ e $\bar{V}_\vartheta$

$V_R = \frac{dR}{dt}$ $\quad \omega = \frac{d\vartheta}{dt}$

V_R = VERSORE ASSE r

$\bar{u}_R = |\bar{u}_r|\cos\vartheta\,\hat{\imath} + |\bar{u}_r|\sin\vartheta\,\hat{\jmath} = \cos\vartheta\,\bar{\imath} + \sin\vartheta\,\bar{\jmath}$

V_ϑ = VERSORE ASSE ϑ

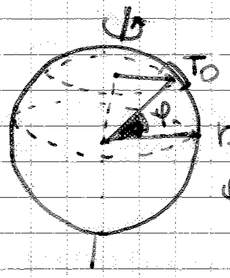
$\bar{u}_\vartheta = -|\bar{u}_\vartheta|\sin\vartheta\,\bar{\imath} + |\bar{u}_\vartheta|\cos\vartheta\,\bar{\jmath} = -\sin\vartheta\,\bar{\imath} + \cos\vartheta\,\bar{\jmath}$

IN QUALSIASI MOTO CIRCOLARE, $\omega \neq 0 \rightarrow a_r \neq 0$
L'AC. RADIALE NON PUÒ ESSERE NULLA; LA FORZA CHE LA CAUSA DEVE ESSERE DIRETTA VERSO IL CENTRO DELLA CIRCONFERENZA: ACCELERAZIONE CENTRIPETA

ACCELERAZIONE RADIALE $a_r = -\omega^2 R < 0$ (segno negativo)

NEL MCU, L'AC. CENTRIPETA E' L'UNICA PRESENTE: ω cost $\rightarrow \frac{d\omega}{dt} = 0$
QUINDI L'AC. TANGENZIALE E' NULLA

ESEMPIO DI MCU: moto di rotazione della Terra sul proprio asse.
CALCOLO DELLA V DI UNA PERSONA A (≃) TORINO



$r_t = 6300$ Km
$\varphi \simeq \frac{\pi}{4}$

$\rightarrow r_{to} = R_t \cdot \cos\frac{\pi}{4} = 6300 \frac{\sqrt{2}}{2} \simeq 4500 = 4{,}5 \cdot 10^6$ m

$\omega = \frac{2\pi}{1 \text{giorno}} = \frac{2\pi}{86\,400 \text{ s}} \simeq \frac{3}{4} \cdot 10^{-4} \text{ s}^{-1}$

$V = r\omega = 4{,}5 \cdot 10^6 \text{ m} \cdot \frac{3}{4} \text{s}^{-1} \simeq 1200$ Km/h

PERIODO E FREQUENZA NEL MCU

$\boxed{\omega = \frac{2\pi}{T}} \rightarrow \boxed{T = \frac{2\pi}{\omega}}$ PERIODO: TEMPO IMPIEGATO PER UNA RIVOLUZIONE COMPLETA

$\boxed{T = \frac{1}{f}} \rightarrow f = \frac{1}{T}$ (Hz) $= \frac{\omega}{2\pi} \rightarrow \boxed{\omega = 2\pi f}$

ACCELERAZIONE M.C.U. $\bar{a} = R \frac{d\omega}{dt} \bar{u}_\theta - R\omega^2 \bar{u}_r$

$a_r = -\omega^2 R \neq 0$

$a_\theta = R\alpha$
con $\boxed{\alpha = \frac{d\omega}{dt}}$ ACCELERAZIONE ANGOLARE $= 0$ nell'MCU

se $V = \omega R \rightarrow \omega = \frac{V}{R} \rightarrow a_r = -\omega^2 R = -\left(\frac{V^2}{R^{\cancel{2}}}\right)\cancel{R} \rightarrow \boxed{a_r = -\frac{V^2}{R}}$

ESEMPIO: a_r CALCOLATA A TORINO.

$a_r = -\frac{(1200 \text{ Km/h})}{4500 \text{ Km}} = -0{,}2 \text{ m/s}^2$

SISTEMI DI RIFERIMENTO INERZIALI (S.R.I.)

UN S.R.I. E' UN SISTEMA NON ACCELERATO < $V \neq 0$, costante (M.R.U.) ; $V = 0$

OGGETTI STUDIATI IN UN SRI POSSONO ACCELERARE; IL SRI NO.

IN BREVE, UN SRI E' UN SISTEMA IN CUI VALE IL PRINCIPIO D'INERZIA

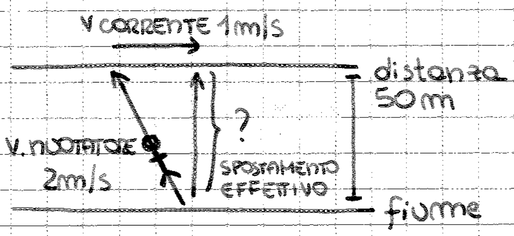
L'ACCELERAZIONE, MISURATA DA DUE S.R.I. DISTINTI, E' LA STESSA

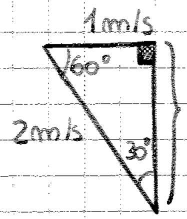
MOTO RELATIVO

ESERCIZIO:

? CALCOLARE IL TEMPO IMPIEGATO PER ATTRAVERSARE IL FIUME

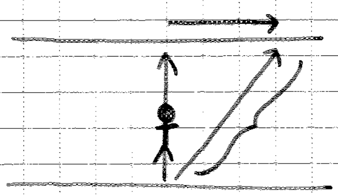
a)





$\sqrt{2^2 - 1} = \sqrt{3}$ m/s $\longrightarrow t = \frac{50 \text{ m}}{\sqrt{3} \text{ m/s}} = \frac{50}{\sqrt{3}}$ s

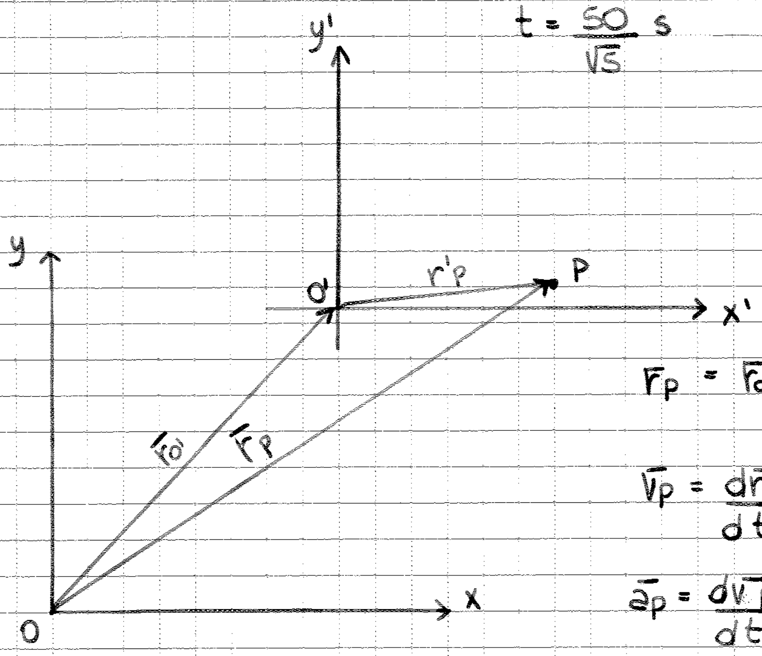
b)



con i dati di prima, cambia la direzione del nuotatore: nuota $\perp$ alla riva.

$V_{reale} = \sqrt{2^2 + 1} = \sqrt{5}$ m/s

$t = \frac{50}{\sqrt{5}}$ s



$\overline{r_P} = \overline{r_{O'}} + \overline{r'_P}$

$\overline{V_P} = \frac{d\overline{r_P}}{dt} = \frac{d\overline{r_{O'}}}{dt} + \frac{d\overline{r'_P}}{dt} = \overline{V_{O'}} + \overline{V'_P}$

$\overline{a_P} = \frac{d\overline{V_P}}{dt} = \underbrace{\frac{d\overline{V_{O'}}}{dt}}_{=0} + \frac{d\overline{V'_P}}{dt} = \overline{a'_P}$ $\quad \overline{a_P} = \overline{a'_P}$

LEGGI DI NEWTON 4

(I) PRINCIPIO DI INERZIA
UN OGGETTO NON SOTTOPOSTO A FORZE ESTERNE PERMANE NEL SUO STATO DI QUIETE O MRU

UN S.R.I. E' UN SISTEMA DI RIFERIMENTO CON ACCELERAZIONE NULLA

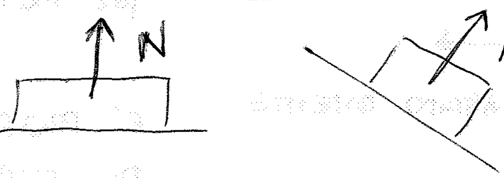
(II) $\sum \bar{F} = m\bar{a}$ — FORZE DI CONTATTO / FORZE A DISTANZA

FORZA PESO

$F_g = mg \longrightarrow$ CADUTA LIBERA

PESO APPARENTE: E' LA FORZA PESO IN UN SR NON INERZIALE

REAZIONE VINCOLARE
- $//$ FORZA DI ATTRITO
- $\perp$ FORZA NORMALE



FORZA ELASTICA

$F_{el} = -Kx$ LEGGE DI HOOKE

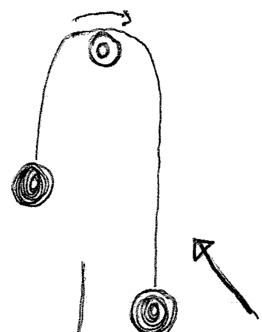
TENSIONE DI UNA FUNE

CORDE IDEALI $\longrightarrow$ T E' UGUALE LUNGO TUTTA LA FUNE

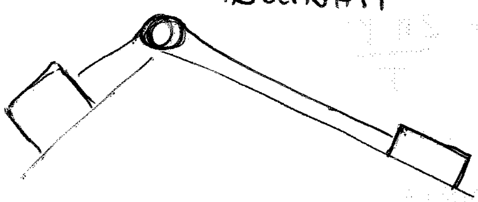
CARRUCOLE E GUIDE (IDEALI): VARIANO LA DIREZIONE DELLA F, NON L'INTENSITÀ

(III) PRINCIPIO DI AZIONE E REAZIONE $F_{B,A} = -F_{A,B}$

MACCHINA DI ATWOOD



$\longrightarrow$ SITUAZIONE ANALOGA SU PIANI INCLINATI



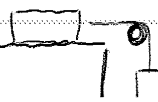
PIANO VERTICALE $a = g$

PIANO ORIZZONTALE $a = 0$

$m_1 = m_2$
$a = 0$

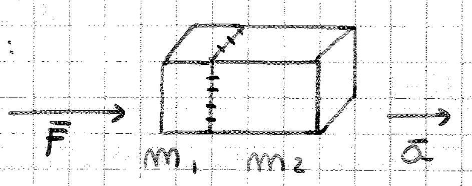
$m_1 \circ m_2 = 0$
$|a| = g$

$g = \frac{m_1 + m_2}{m_2 - m_1} a$



$a = -\frac{m_2}{m_1 + m_2}$

ESEMPIO:



$F = m_1 a_1$

$F = m_2 a_2$ con $a_2 = 2a_1$

$F = m_2 2a_1$

$m_1 \cancel{a_1} = m_2 2\cancel{a_1}$

$m_1 = 2m_2 \longrightarrow m_1 + m_2 = m_2 + 2m_2 = 3m_2$

a) $\frac{2}{3} a_1$
b) $\frac{3}{2} a_1$
c) $\frac{3}{4} a_1$

$$a = \frac{F}{m_1 + m_2} = \frac{F}{3m_2}$$

$\cancel{m_2} 2a_1 = a_x 3\cancel{m_2} \longrightarrow a_x = \frac{2}{3} a_1$

NEWTON CONSIDERA DUE TIPI DI FORZE:
- FORZE DI CONTATTO (N, tensione, urti ...)
- FORZE A DISTANZA (gravità, elettricità, interazioni forti ...)

IN REALTA' TUTTE LE FORZE AGISCONO A DISTANZA SU DISTANZE DIVERSE...

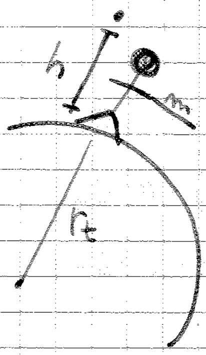
GRAVITAZIONE

LEGGE DI GRAVITAZIONE UNIVERSALE

$$|F_{Mm}| = \frac{G M m}{R^2}$$

con $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11} \frac{m^3}{Kg\, s^2}$

COSTANTE DI GRAVITAZIONE UNIVERSALE, E' LA FORZA ATTRATTIVA LUNGO LA CONGIUNGENTE I DUE OGGETTI



CALCOLO FORZA DI GRAVITAZIONE SU UN OGGETTO DI MASSA m, A DISTANZA $r_t + h$ dal CENTRO DELLA TERRA

$$F_{mT} = \frac{G \cdot m \cdot m_T}{(R_T + \underset{\text{TRASCURABILE}}{h})^2} \simeq \frac{G m \cdot M_T}{R_T^2} = \overbrace{\left(\frac{G M_T}{R_T^2}\right)}^{\text{E' COSTANTE : } g} m = g m = F_{PESO}$$

$F_P = mg$

$$g = \frac{G M_T}{R_T^2} = 6{,}7 \cdot 10^{-11} \frac{m^{\cancel{3}\,1}}{\cancel{Kg}\, s^2} \cdot 6 \cdot 10^{24} \cancel{Kg} \cdot \frac{1}{(6{,}4 \cdot 10^6 \cancel{m})^2} =$$

$$\simeq \frac{10^{13}}{10^{12}} = 10 \longrightarrow 9{,}81\ m/s^2$$

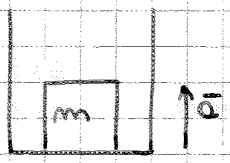
TUTTI GLI OGGETTI SUBISCONO g, INDIPENDENTEMENTE DALLA MASSA

$$[G] = [F] \frac{L^2}{M^2} = \frac{M L t^{-2}}{M^{\cancel{2}}} L^2 = \frac{L^3\ t^{-2}}{M}$$

misurato in un S.R. non inerziale

ESERCIZIO : FORZA NORMALE E PESO APPARENTE

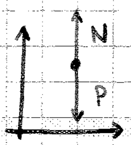
blocco di massa m in quiete all'interno di un'ascensore in salita. Che relazione c'è tra F_N e F_{P_A} dell'oggetto



a) $N > mg$ ~~b)~~ $N = mg$ c) $N < mg$

IN TAL CASO N COINCIDE CON IL PESO APPARENTE

IL PESO APPARENTE E' LA FORZA PESO DI UNA MASSA MISURATA IN UN SISTEMA DI RIFERIMENTO NON INERZIALE.

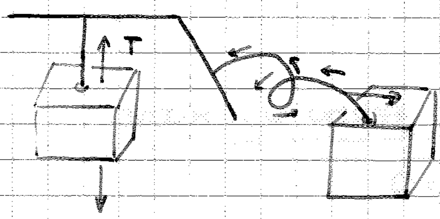


$\uparrow \bar{a}$ y: $\bar{N} + \bar{P} = ma$

$$P_a \equiv N = P + ma = m(g+a)$$

ASCENSORE IN DISCESA $= m(g-a)$

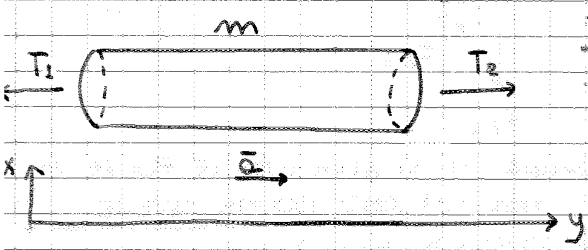
TENSIONE DI UNA FUNE



LA TENSIONE T AD UN CERTO PUNTO DI UNA FUNE E' LA GRANDEZZA DELLA FORZA MISURATA IN QUEL PUNTO

SE LA FUNE E' DI MASSA TRASCURABILE, E' LA STESSA LUNGO TUTTA LA FUNE

NON HA DI PER SÉ DIREZIONE: E' DIRETTA IN MODO DA CONTRASTARE IL MOTO DEL CORPO IN SUA ASSENZA



T_1 SI OPPONE AL MOTO ACCELERATO IN AVANTI A MENO DI T_2, SAREBBE IN QUIETE

x: $F = T_2 - T_1 = m\bar{a}$; se $m = 0$, $T_1 = T_2$

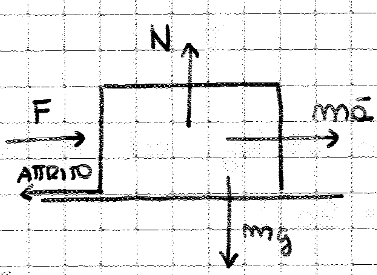
UNA CORDA IDEALE HA m TRASCURABILE E T COST SU TUTTA LA LUNGHEZZA

ATTRITO

21/03/2013

TRA DUE OGGETTI A CONTATTO E IN MOTO RELATIVO

TRA DUE OGGETTI, IN QUIETE RELATIVA, SPINTI DA FORZE DIVERSE



A LIVELLO MACROSCOPICO E' CAUSATO DALLE INTERAZIONI DI NATURA ELETTROMAGNETICA TRA GLI ATOMI DI DUE SUPERFICI A CONTATTO (DIPENDE DAL MATERIALE)

REAZIONE VINCOLARE : E' LA FORZA TOTALE CHE SI MANIFESTA ALLA SUPERFICIE DI CONTATTO, LE CUI COMPONENTI SONO

FORZA D'ATTRITO, $\parallel$

FORZA NORMALE, $\perp$

IL VERSO E' TALE DA OPPORSI AL MOTO CHE L'OGGETTO AVREBBE IN SUA ASSENZA

ATTRITO DINAMICO

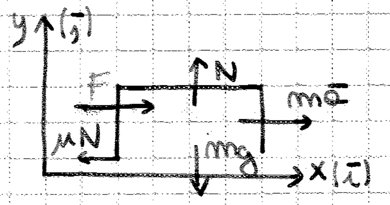
LA DIREZIONE E' $\perp$ A QUELLA DEL VETTORE DI FORZA NORMALE $\vec{N}$

IL MODULO DEL VETTORE $|f_a|$ E' PROPORZIONALE ALLA GRANDEZZA DI $|N|$

$$|f_a| = \mu|N| = \mu|mg|$$

PIÙ PESANTE E' L'OGGETTO, MAGGIORE SARÀ L'ATTRITO

μ COEFFICIENTE DI ATTRITO DINAMICO

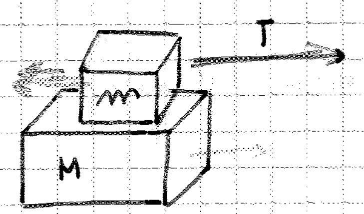


$i: \quad F - \mu N = ma$

$j: \quad N = mg$

quindi $\quad F - \mu mg = ma$

ESEMPIO:



UNA MASSA PIÙ PICCOLA E' TIRATA VERSO dx TRAMITE UNA FUNE IDEALE ORIZZONTALE. SCIVOLA, CON ATTRITO, SULLA SUPERFICIE DI UNA MASSA PIÙ GRANDE.
NELL'IPOTESI CHE LE DUE MASSE PARTANO DA FERME, L'ATTRITO AGISCE SULLA SCATOLA INFERIORE...

a) VERSO dx b) VERSO sx c) AGISCE SOLO SULLA m SUPERIORE

26/03/2013

LA DIREZIONE DELLA FORZA DI ATTRITO É $\perp$ A QUELLA DEL VETTORE FORZA NORMALE, ED IL SUO VERSO E' TALE DA OPPORSI AL MOTO

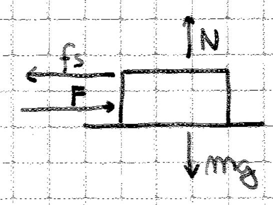
ATTRITO STATICO

AGISCE ANCHE QUANDO GLI OGGETTI NON SI MUOVONO L'UNO RISPETTO ALL'ALTRO. IN QUESTO CASO non HA VALORE NOTO A PRIORI, MA LA SUA GRANDEZZA DIPENDE DA ALTRE FORZE PRESENTI NEL PROBLEMA

LE EQ. sono QUELLE DEL CASO DINAMICO, con $a = 0$

$i: \; F - f_s = 0$ — essendo nota a, resta incognita f_s

$j: \; N = mg$



$a = 0 \longrightarrow F = f_s$

IL MASSIMO VALORE POSSIBILE E'

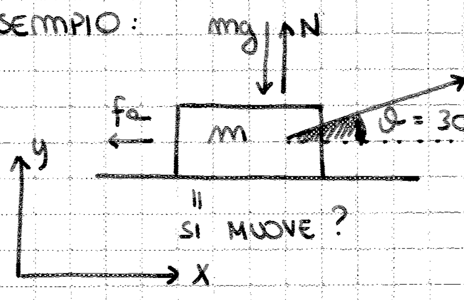
$\boxed{f_s = \mu_s N}$

μ_s COEFFICIENTE DI ATTRITO STATICO

$f_s \leq \mu_s N$

$f_s > f_a$ L'ATTRITO STATICO E' MAGGIORE DI QUELLO DINAMICO PERCHE' I DUE CORPI, FERMI L'UNO RISPETTO ALL'ALTRO, TENDONO A FORMARE PIÙ LEGAMI

ESEMPIO:



$m = 10{,}21$ Kg, FERMA

$\mu_s = 0{,}4$

~~a)~~ SI b) NO

c) VALORI TROPPO SIMILI

$\overline{R} = m\overline{a}$

$X: \; T\cos(30°) - f_a = m\overline{a}_x$

$a_x > 0$ SE LA SCATOLA SI MUOVE; IN TAL CASO $T\cos\varphi > f_a$

$y: \; N - mg = T\sin(30°)$

$N = mg - T\sin(30°)$

$f_{max} = \mu_s N = (0{,}4)(80N) = 32N$

$T\cos\vartheta = 36N$

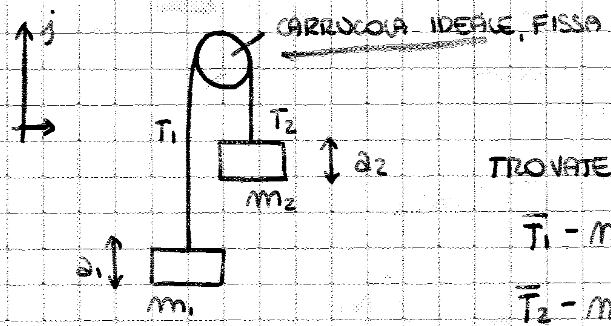
$T\cos\vartheta = 36N > f_a = 32N$

SI MUOVE

ATTRITO VISCOSO. PROBLEMI A PIÙ CORPI (...)

04/04/2013

MACCHINA DI ATWOOD



QUALI SONO LE TENSIONI DELLA FUNE, T_1 E T_2?

TROVATE LE ACCELERAZIONI a_1 E a_2 DELLE MASSE

$$\bar{T}_1 - m_1\bar{g} = m_1\bar{a}_1$$
$$\bar{T}_2 - m_2\bar{g} = m_2\bar{a}_2$$

$\Downarrow$

$\boxed{T_1 = T_2 = T}$ POICHE' CARRUCOLA E FUNI SONO IDEALI

$\boxed{a_1 = -a_2} = -a$ POICHE' LE MASSE SONO CONNESSE

$\Downarrow$

$$\begin{cases} m_1 g - T = m_1 a \\ T - m_2 g = m_2 a \end{cases} \qquad \begin{cases} g(m_1 - m_2) = a(m_1 + m_2) \end{cases}$$

$$\Downarrow$$

$$a = g\,\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}$$

$$\begin{cases} 2T - g(m_1 + m_2) = -a(m_1 - m_2) \\ \qquad = -g\,\dfrac{(m_1 - m_2)^2}{m_1 + m_2} \end{cases}$$

$$\Downarrow$$

$$T = 2g\,\frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}$$

$$\boxed{a = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\,g \qquad T = 2g\,\frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}}$$

$\Downarrow$

CASI LIMITE: mare

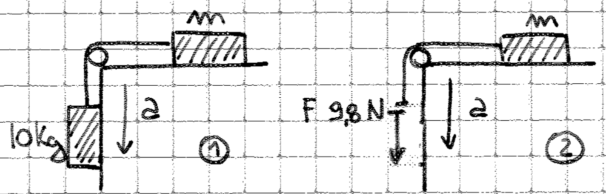
① $m_1 = m_2 = m$ $\quad a = 0$ $\quad T = mg$

② m_1 o $m_2 = 0$ $\quad |a| = g$ $\quad T = 0$

LA MACCHINA DI ATWOOD PUÒ ESSERE USATA PER DETERMINARE g MISURANDO L'ACCELERAZIONE DI MASSE NOTE

$$\boxed{g = \frac{m_1 + m_2}{m_2 - m_1}\,a}$$

ESERCIZIO:



IN QUALE DEI DUE CASI m RISENTE DELLA MAGGIORE a?

1) 1 ~~2~~ 3) PARI

|| MASSIMA ACCELERAZIONE

1) $T = ma$

$\oplus \downarrow \; m_2 g - T = m_2 a$

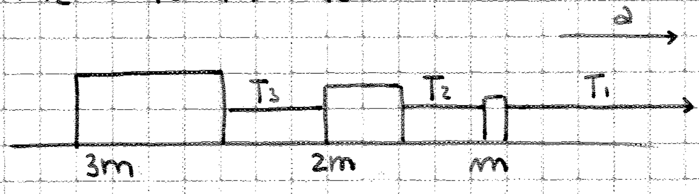
$m_2 g = (m + m_2) a$

$$a = \frac{m_2 g}{m + m_2} = \frac{9{,}8 \cdot 10}{10 + m} = \frac{98}{10 + m}$$

2) $T = 9{,}8 \text{ N} = ma$

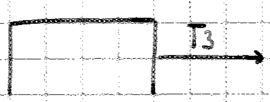
$$a = \frac{9{,}8}{m}$$

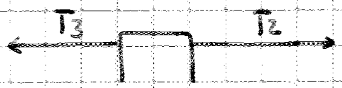
ESERCIZIO:

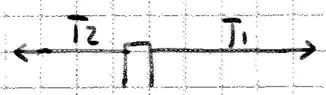


m_1, m_2, m_3 connessi da funi ideali, tirati con a cost.
La relazione tra le tensioni è:

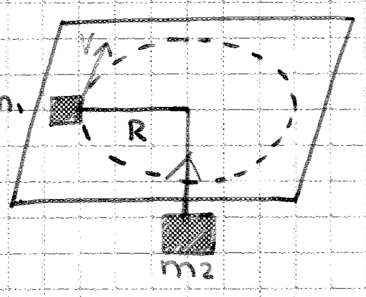
~~a)~~ $T_1 > T_2 > T_3$ b) $T_3 > T_2 > T_1$ c) $T_1 = T_2 = T_3$

DCL 3m:  $T_3 = 3ma$

DCL 2m:  $T_2 - T_3 = 2ma$ $\quad T_2 = T_3 + 2ma > T_3$

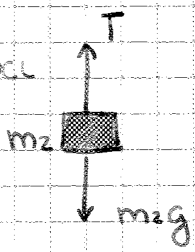
DCL m:  $T_1 - T_2 = ma$ $\quad T_1 = T_2 + ma > T_2$

ESERCIZIO:

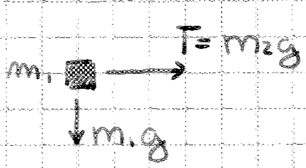


m_1 SCIVOLA LUNGO UNA TRAIETTORIA CIRCOLARE CON VELOCITÀ TANGENZIALE V; IL PIANO ORIZZONTALE È SENZA ATTRITO, R COSTANTE. ALL'ALTRA ESTREMITÀ DEL FILO IDEALE, m_2: QUANTO VALE LA TENSIONE DEL FILO? QUANTO VALE V?

DCL



$T = m_2 g$



$$F = T = m_1 a = m_1 \frac{V^2}{r}$$

$$m_2 g = m_1 \frac{V^2}{r} \longrightarrow V = \sqrt{gR \frac{m_2}{m_1}}$$

LA SOL GENERALE SI PUÒ ANCHE SCRIVERE COME:

$x(t) = a\cos(wt + p_0)$ IN CUI a E' L'AMPIEZZA DELLE OSCILLAZIONI E p_0 LA FASE INIZIALE

$$x(t) = a\left(\cos(wt)\cos(p_0) - \sin(wt)\sin(p_0)\right)$$

$$A = -a\sin(p_0)$$
$$B = a\cos(p_0)$$

PERIODO T, tempo necessario per compiere un'oscillazione completa

$$T = \frac{2\pi}{w}$$

ESERCIZIO: MOLLA DI $K = 10^4 \frac{N}{m}$, $X_0 = \frac{1}{2}$ cm, $m = 1$ Kg

determinare a e p_0:

CONDIZIONI INIZIALI: $X_0 = 0.5$ cm $\rightarrow V_0 = 0$

SI IMPONGONO LE CONDIZIONI IN $X_0 = a\cos p_0$

$V_0 = -aw\sin p_0 = a(-\sin(wt + p_0))w$

$\frac{V_0}{X_0} = -w\,tg\,p_0 = 0 \Rightarrow v(t) = -aw\sin(wt + p_0)$

$-w\,tg\,p_0 = 0 \longrightarrow p_0 = 0$

$a = 0{,}5$ cm

LA PULSAZIONE DIPENDE SOLO DAL TIPO DI MOLLA, LA FASE E L'AMPIEZZA SONO DIVERSE PER SOLLECITAZIONI DIVERSE: DIPENDONO DALLE CONDIZIONI INIZIALI.

CALCOLO DELLA POSIZIONE DI EQUILIBRIO:

$$R = -F_E + F_P = -k\,y_{EQ} + mg = 0 \qquad y_{EQ} = \frac{mg}{k}$$

ESISTE UN SOLO VALORE DI y, CIOÈ y_{EQ}, PER CUI $R = 0$

PER RISOLVERE ⊗, SI PUÒ FARE UN CAMBIAMENTO DI VARIABILE:

$$u = y - y_{EQ} \rightarrow y = u + y_{EQ}$$

$$\frac{d^2y}{dt^2} + w^2 y = g$$

$$\frac{d^2y}{dt^2} = \frac{d^2u}{dt^2} \qquad \frac{d^2u}{dt^2} + w^2(y_{EQ} + u) = g$$

da cui $\quad w^2 y_{EQ} = \frac{k}{\cancel{m}} \cdot \frac{\cancel{m}\,g}{\cancel{k}}$ sost

$$\frac{d^2u}{dt^2} + w^2 u + \cancel{g} = \cancel{g}$$

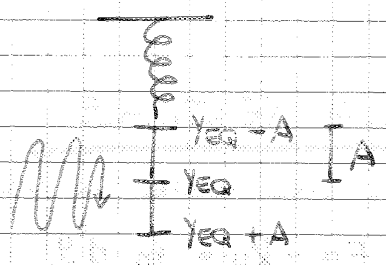
$$\frac{d^2u}{dt^2} + w^2 u = 0$$

EQUAZIONE DIFFERENZIALE DEL MOTO ARMONICO SEMPLICE ESPRESSA NELLA VARIABILE u: E' OMOGENEA

$$u(t) = A \cos(wt + \phi_0)$$

A = AMPIEZZA INIZIALE

$$y(t) = y_{EQ} + A\cos(wt + \phi_0)$$



MOTO ARMONICO SEMPLICE: RIASSUMENDO

$x = A\cos(wt + \phi)$ E' SOLUZIONE GENERALE

A: AMPIEZZA; w: FREQUENZA ANGOLARE; ϕ: FASE

NB: la frequenza NON DIPENDE DALL'AMPIEZZA

PER m ATTACCATA AD UNA MOLLA $\quad w = \sqrt{\frac{k}{m}}$ CON PERIODO $T = \frac{2\pi}{w}$

N.B. LE OSCILLAZIONI AVVENGONO ATTORNO ALLA POSIZIONE DI EQUILIBRIO IN CUI $\vec{R} = 0$

L'EQ. DIFFERENZIALE E' COMBINAZIONE LINEARE DELLE DUE SOL TROVATE:
LA SOL PIU' GENERALE E' QUINDI

$$x(t) = A e^{\alpha_+ t} + B e^{\alpha_- t}$$

QUANDO LA RADICE E' REALE SI HA UN MOTO SMORZATO ESPONENZIALMENTE
QUANDO E' NEGATIVA, CON SOL IMMAGINARIA, IL SECONDO ESPONENZIALE E'

$$e^{i\beta} = \cos\beta + i \sin\beta \quad \text{E' OSCILLANTE} \ldots$$

$\gamma > W_0$ IN $\sqrt{\gamma^2 - W_0^2}$

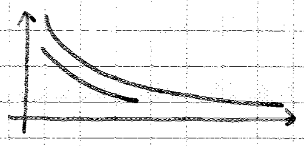
MOTO SOTTOSOVRASMORZATO

α_+ E α_- SOL REALI DELL'EQ. CARATTERISTICA

SOL GENERALE:

$$x(t) = A e^{\alpha_+ t} + B^{\alpha_- t}$$

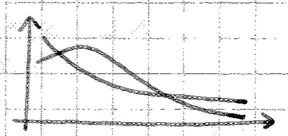
(note A e B dalle specifiche del problema si può ottenere un grafico)



$\gamma = W_0$

SMORZAMENTO CRITICO

$$x(t) = e^{-\gamma t}(At + B)$$



$\gamma < W_0$

MOTO OSCILLATORIO SMORZATO

$$\gamma^2 - W_0^2 < 0$$

$$\gamma^2 - W_0^2 = -W_0^2$$

$$\sqrt{\gamma^2 - W_0^2} = \sqrt{-W_0^2} = \sqrt{i w_0^2} = i w_0$$

$$x(t) = A e^{-\gamma t}(A e^{iwt} + B e^{-iwt})$$

con $e^{iwt} = \cos(wt) + i \sin(wt)$

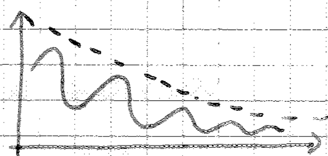
POICHE' DEVE ESSERE REALE,

$$x(t) = e^{-\gamma t} \, \mathrm{Re}(A e^{iwt} + B e^{-iwt})$$

con A E B COMPLESSI

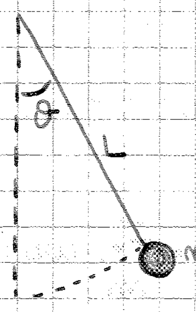
...

$$x(t) = X_0 e^{-\gamma t} \sin(wt + \phi)$$



DEBOLE SMORZAMENTO

PENDOLO SEMPLICE

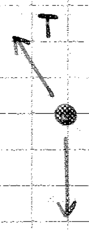


filo inestensibile, di massa trascurabile e lunghezza L.

m corpo puntiforme di massa m

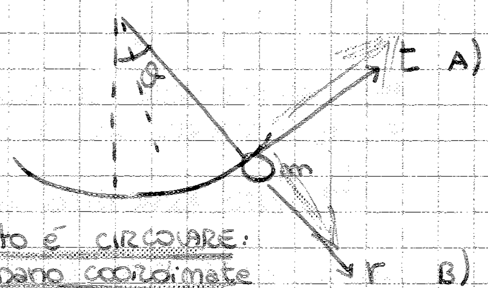
ϑ è l'angolo di inclinazione del filo rispetto alla verticale

DCL



$\vec{T} + m\vec{g} = m\vec{a}$

SISTEMA DI RIFERIMENTO:



il moto è circolare: si usano coordinate radiali e tangenziali

A) DIREZIONE TANGENZIALE, asse t

$$t: \quad -\cancel{m} g \sin\vartheta = \cancel{m} a_t$$

PROPORZIONALE A ϑ, MA ϑ VARIA AL VARIARE DEL TEMPO...

$$a_t = R\alpha \qquad a_t = L\alpha$$

con L raggio della circonferenza

$$\boxed{a_t = L\alpha = L\frac{d^2\vartheta}{dt^2}}$$ creato legame tra a_t e ϑ

$$L\frac{d^2\vartheta}{dt^2} + g\sin\vartheta = 0$$

EQ DIFFERENZIALE OMOGENEA, DI SECONDO ORDINE, A COEFF COSTANTI, non LINEARE

$$\frac{d^2\vartheta}{dt^2} + \underbrace{\frac{g}{L}}_{\omega^2}\sin\vartheta = 0$$

ω^2, con $\omega = \sqrt{\frac{g}{L}}$

$$\frac{d^2\vartheta}{dt^2} + \omega^2\sin\vartheta = 0$$

ANGOLI ϑ SUFFICIENTEMENTE PICCOLI DA POTER TRASCURARE I SUCCESSIVI SVILUPPI DI TAYLOR

il seno ha sviluppo con potenze dispari: $\vartheta \simeq 0{,}1 \simeq \frac{\pi}{30}$ ... si tronca al secondo ordine lo sviluppo di Taylor

$$\sin\vartheta = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{\vartheta^{2n+1}}{(2n+1)!} \simeq \vartheta$$

APPROSSIMAZIONE ANGOLI PICCOLI

11/04/2013

DINAMICA DEL MOTO CIRCOLARE

$$\bar{a} = a_t \bar{u}_\theta + a_r \bar{u}_r$$

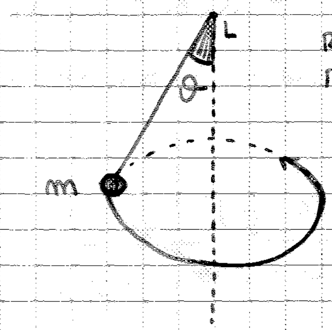
$$a_t = R\alpha$$

$$\alpha = \frac{d\omega}{dt} = 0 \quad \text{SE } \omega \text{ E' COST}$$
(MCU)

a_r = ACCELERAZIONE RADIALE $\quad a_r = -\omega^2 R = -\frac{v^2}{R} \quad (v = \omega R)$

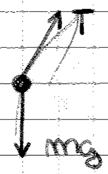
N.B. NEL MOTO CIRCOLARE $a_r \neq 0$ SEMPRE $\rightarrow \underbrace{R_R \neq 0}$
RISULTANTE DELLE FORZE RADIALI

ESEMPIO: PENDOLO CONICO



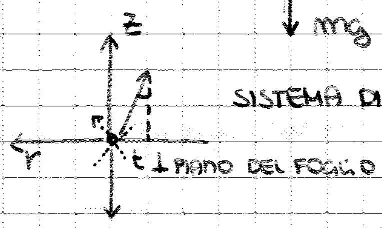
RELAZIONE TRA VELOCITA' DI ROTAZIONE E ANGOLO ?

DCL m:



$R = ma$

$T + P = ma$



SISTEMA DI RIF. POLARE

$z: \quad -mg + T\cos\theta = 0 \quad$ DA CUI $\quad T = \frac{mg}{\cos\theta}$

$r: \quad -T\sin\theta = m\underbrace{a_r}_{= -\omega^2 r} = -m\,\omega^2 r$

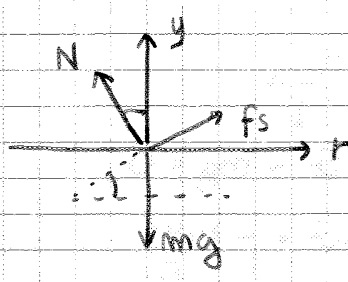
SOSTITUENDO $\quad +\frac{\cancel{m}g}{\cos\theta}\sin\theta = +\cancel{m}\frac{v^2}{R} \qquad \boxed{v^2 = gR\,tg\,\theta}$

PENDENZA + ATTRITO

DATO $\mu_s = 0,5$, QUALI SONO LE V^{min} E V^{max} PER PERCORRERE LA CURVA?

Vmin ?

~~Vmax ?~~



$$\begin{cases} y: \ N\cos\theta + f_s\sin\theta - mg = 0 \\ R: \ -N\sin\theta + f_s\cos\theta = -\dfrac{mV^2}{R} \end{cases}$$

N.B. POSTO f_s COME f_s^{max} CONSENTITO (CHE IMPLICA LA min V CONSENTITA): SI PUÒ UTILIZZARE LA RELAZIONE

$f_s = f_{s\,max}$ QUANDO $V = V_{min}$

$f_s^{max} = \mu_s N$, SOST:

$y: \quad N\cos\theta + \mu_s N\sin\theta - mg = 0$

$R: \quad -N\sin\theta + \mu_s N\cos\theta = -\dfrac{V^2_{min}\,m}{R}$

2 EQ. NELLE INCOGNITE N e Vmin

$$\begin{cases} N(\cos\theta + \mu_s\sin\theta) = mg \rightarrow N = \dfrac{mg}{\cos\theta + \mu_s\sin\theta} \\ N(\mu_s\cos\theta - \sin\theta) = -\dfrac{V^2_{min}\cdot m}{R} \xrightarrow[sost]{} \dfrac{\cancel{m}g}{\cos\theta + \mu_s\sin\theta}(\mu_s\cos\theta - \sin\theta) = -\dfrac{V^2}{R} \end{cases}$$

$$\boxed{V^2_{min} = gR\,\frac{\sin\theta - \mu_s\cos\theta}{\cos\theta + \mu_s\sin\theta}}$$

$$V^2_{min} = 10\cdot 20\,\frac{0,42 - 0,45}{0,9 - 0,21} < 0$$

OK, SIGNIFICA CHE LA CURVA PUÒ ESSERE PERCORSA A QUALSIASI V INFERIORE A 80Km/h

LAVORO ED ENERGIA CINETICA 6

$$W = F_x \Delta x = F \cos\vartheta |\Delta x|$$ LAVORO DI UNA FORZA COSTANTE

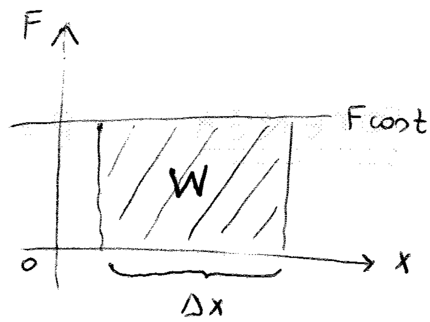
(Joule)

$F_x = m a_x$ F e' cost, quindi a è cost

$$2a(x_f - x_i) = V_f^2 - V_i^2$$

$$a = \frac{1}{2\Delta x}(V_f^2 - V_i^2)$$

$$F_x \cdot [\Delta x] = \frac{1}{2\cancel{\Delta x}}(V_f^2 - V_i^2)[\cancel{\Delta x}]$$



$$W = F_x \Delta x = \underbrace{\frac{1}{2} m V_f^2} - \frac{1}{2} m V_i^2$$

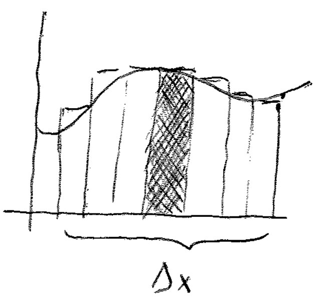
ENERGIA CINETICA $K = \frac{1}{2} m V^2$ → E' LEGATA AL MOTO DEL PUNTO MATERIALE

- NON DIPENDE DALLA DIREZIONE DEL MOTO
- MAI NEGATIVA, NULLA SE IL PUNTO MATERIALE E' A RIPOSO

$W_{TOT} = \Delta K$ TEOREMA LAVORO - ENERGIA CINETICA (valido per forze costanti e variabili

- $W_{tot} > 0 \longrightarrow K$ AUMENTA $(V_f > V_i)$
- $W_{tot} = 0 \longrightarrow K$ E V INVARIATE
- $W_{tot} < 0 \longrightarrow K$ DIMINUISCE $(V_f < V_i)$

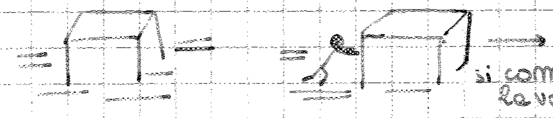
$$W = \int_{x_i}^{x_f} F_x \, dx$$ LAVORO DI FORZA VARIABILE (MOTO RETTILINEO)



LAVORO ED ENERGIA

ENERGIA

NE' DISTRUTTA NE' CREATA: SI TRASFORMA, SI CONSERVA



si compie un lavoro

SISTEMI ISOLATI (Universo)

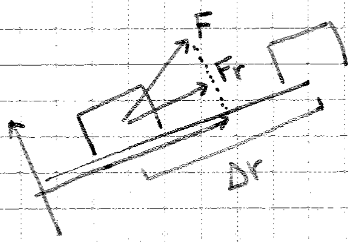
FORZE ESTERNE POSSONO CAMBIARE L'ENERGIA DI UN SISTEMA ISOLATO

LAVORO W

DI UNA FORZA COSTANTE F, CHE AGISCE PER UNO SPOSTAMENTO $\Delta \vec{r}$

$$\boxed{W = \vec{F} \cdot \Delta \vec{r}} = F \Delta r \cos\vartheta = \boxed{F_r \; \Delta \vec{r}}$$

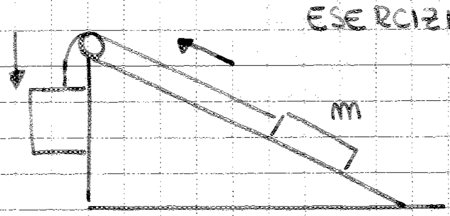
PRODOTTO SCALARE



N.B. IL LAVORO E' COMPIUTO SOLO DALLA COMPONENTE F_r DELLA RISULTANTE DELLE FORZE, QUELLA // ALLO SPOSTAMENTO

SE LA FORZA FOSSE ⊥ NON CI SAREBBE ALCUN LAVORO

ESERCIZIO:

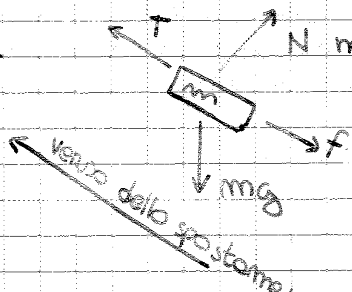


UN BLOCCO E' TIRATO LUNGO UN PIANO INCLINATO CON ATTRITO ($\mu > 0$) TRAMITE UN SISTEMA ANALOGO AL DISEGNO.

QUANTE FORZE COMPIONO UN LAVORO SU m ?

a) 2 ~~b)~~ 3 c) 4

DCL



N non compie lavoro (è ⊥ allo spostamento)

DIMENSIONE DEL LAVORO: LAVORO = FORZA × DISTANZA

JOULE = NEWTON × METRI

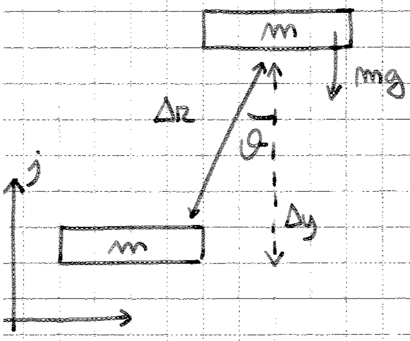
$$\frac{[M][L]^2}{[T]^2}$$

NB 1 caloria = 4,184 Joule

LAVORO ED ENERGIA POTENZIALE

16/04/2013

LAVORO FATTO DALLA GRAVITA'

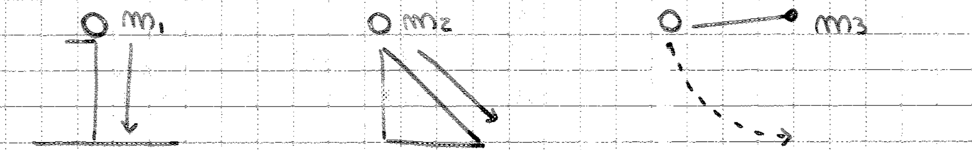


NEGATIVO PER LA SCELTA DEL SISTEMA DI RIFERIMENTO

$$\boxed{W_g} = \vec{F}\,\Delta\vec{r} = m\vec{g}\,\Delta\vec{r}\cos\vartheta = \boxed{-m\vec{g}\,\Delta y}$$

DIPENDE SOLO DA y NON DAL PERCORSO SEGUITO

ESERCIZIO: TRE OGGETTI DI UGUAL MASSA m CADONO DA ALTEZZA h CON V INIZIALE NULLA.



CADE VERTICALMENTE

SCIVOLA SENZA ATTRITO SU UN PIANO INCLINATO

OSCILLA ALL'ESTREMITA' DI UN PENDOLO

QUANDO RAGGIUNGONO ALTEZZA 0:

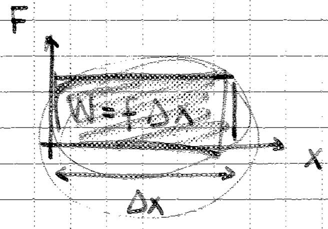
a) $V_1 > V_2 > V_3$ b) $V_1 > V_3 > V_2$ ~~c)~~ $\boxed{V_1 = V_2 = V_3}$

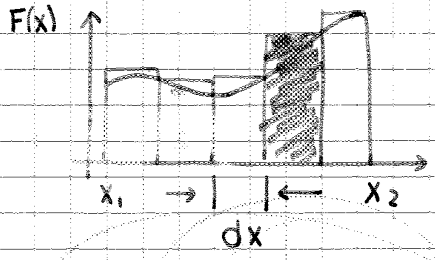
SOLO LA GRAVITA' COMPIE LAVORO: $W_g = mgh = \frac{1}{2}mv_f^2 - \cancel{\frac{1}{2}mv_i^2}$

$$\frac{1}{2}\cancel{m}v_f^2 = \cancel{m}gh$$

$$\boxed{V_f = \sqrt{2gh}}$$ non dipende dalla massa

LAVORO FATTO DA FORZA NON COSTANTE





PER UNA FORZA VARIABILE, SI TROVA L'AREA INTEGRANDO:

$$dW = F(x)\,dx$$

$$W(x_1 \to x_2) = \sum_{i=1}^{n} \lim_{\substack{\Delta x \to 0 \\ N \to \infty}} F_i\,|\Delta x_i|$$

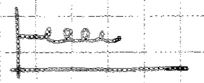
ESEMPIO: FORZA ELASTICA

$$W_{el}(x_1 \to x_2) = \int_{x_1}^{x_2} (-kx)\,dx = -k\int_{x_1}^{x_2} x\,dx = -k\frac{x^2}{2}\Big|_{x_1}^{x_2} = \boxed{-\frac{1}{2}kx_2^2 + \frac{1}{2}kx_1^2}$$

$W_{el} < 0$ se $|x_2| > |x_1|$ DIPENDE SOLO DA POSIZIONE INIZIALE E FINALE

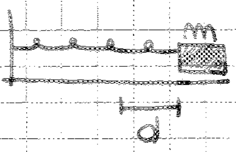
$W_{el} > 0$ se $|x_2| < |x_1|$

ESERCIZIO : molla e massa



UNA MOLLA (k) E' ALLUNGATA DI d ; VI SI AGGANCIA UNA MASSA m.

LA MASSA E' LASCIATA LIBERA DI MUOVERSI (PARTENDO DA VELOCITA' NULLA)



QUANTO VALE LA VELOCITA' DI m QUANDO PASSA DALLA POSIZIONE DI RIPOSO DELLA MOLLA (NO ATTRITO)?

W E' IL LAVORO COMPIUTO SU m DALLA SOLA MOLLA:

$$W = \boxed{-\frac{1}{2}k(x_2^2 - x_1^2)} = -\frac{1}{2}k(0^2 - d^2) = \boxed{\frac{1}{2}kd^2}$$

ΔK E' LA VARIAZIONE DI ENERGIA CINETICA DELLA MASSA:

$$\boxed{\Delta K = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2}$$

PER IL TEOREMA LAVORO/ENERGIA CINETICA $\boxed{W = \Delta K}$

$$\boxed{\frac{1}{2}kd^2 = \frac{1}{2}mv^2} \rightarrow \boxed{v^2 = \frac{kd^2}{m}} \rightarrow \boxed{v = d\sqrt{\frac{k}{m}}}$$

ESERCIZIO : molla, massa ma con attrito

ORA SI SUPPONE CHE LA SUPERFICIE ABBIA UN COEFFICIENTE DI ATTRITO μ.

$$\boxed{W_{tot} = W_{molla} + W_{attrito}}$$

$$\downarrow$$

$$\boxed{W_a = \vec{F}\,\Delta\vec{r} = -mg\mu \cdot d}$$

$$W = \Delta K \qquad \boxed{\frac{1}{2}kd^2 - \mu mg\,d = \frac{1}{2}mv^2}$$

$$\frac{kd^2 - 2\mu mg \cdot d}{m} = mv^2 \qquad \boxed{v = \sqrt{\frac{kd^2}{m} - 2\mu g d}}$$

* vd. FORZA GRAVITAZIONALE E NEWTON

$W_R = K_f - K_i$ anche per forze concent in 3d

rispetto alla T

$$\boxed{\bar{F}_G = -\frac{G m M_T}{\underbrace{r^2}_{\text{dal centro T}}} \hat{r}}$$

in verso opp al VERSORE RADIALE

$$\boxed{W_{F_G}(R_i \to R_f) = \underbrace{\int F_G \cdot dR}_{\text{integrale di uno scalare}}}$$

- - -

???

dR in coordinate polari

- - - ???

$$d\bar{r} = dR\,\hat{R} + R\,d\theta\,\hat{\theta}$$

$$\bar{F}_G \cdot d\bar{r} = \left(-\frac{G m M_T \hat{R}}{R^2}\right) \cdot \left(dR\hat{R} + R\,d\theta\,\hat{\theta}\right)$$

$R_1 = R_T$

$R_2 = R_T + \Delta y$ con $\Delta y \lll R_T$

$$W_{F_G}(R_1 \to R_2) = G m M_T \left(\frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_1}\right) = G m M_T \left(\frac{1}{R_T + \Delta y} - \frac{1}{R_T}\right)$$

$$\frac{1}{R_T + \Delta y} = \frac{1}{R_T} \frac{1}{1 + \frac{\Delta y}{R_T}}$$

serie di Taylor al primo ordine

$$\simeq \frac{1}{R_T}\left(1 - \frac{\Delta y}{R_T}\right)$$

$$G m M_T \left[\left(1 - \frac{\Delta y}{R_T}\right) - 1\right] = -\frac{G M_T}{R_T^2} m \Delta y$$

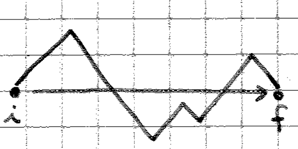
18/04/2013

FORZE CONSERVATIVE

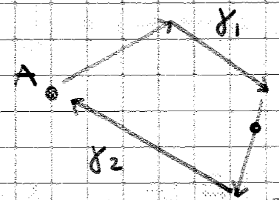
$\Updownarrow$

IL LAVORO FATTO NON DIPENDE DAL PERCORSO

ESEMPIO: LA GRAVITÀ $W_g = GMm\left(\frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_1}\right)$



IL LAVORO FATTO DA UNA FORZA CONSERVATIVA DIPENDE DAGLI ESTREMI DEL PERCORSO



QUESTO IMPLICA CHE IL LAVORO DI UNA FORZA CONSERVATIVA SU PERCORSO CHIUSO SIA NULLO

$$W_F(A \to A,\ \gamma_1 + \gamma_2) =$$

$$W_F(A \to B,\ \gamma_1) + W_F(B \to A,\ \gamma_2) =$$

$$= \underbrace{\int_A^B \bar{F}\, d\bar{r}}_{\text{INTEGRALE DI SCALARI}} + \int_B^A \bar{F}\, dr = 0$$

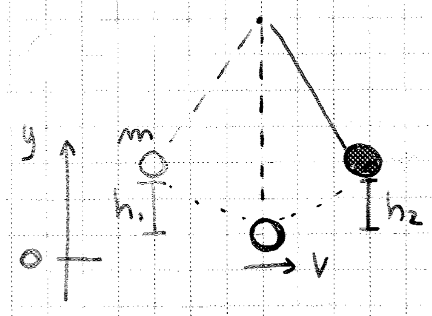
SE UNA FORZA È CONSERVATIVA, POSSIAMO DEFINIRE LA QUANTITÀ DETTA VARIAZIONE DI ENERGIA POTENZIALE COME

$$\Delta U_F = -W_F$$

$$\boxed{U_F^{(B)} - U_F^{(A)} = -\int_A^B \bar{F}\, d\bar{r}}$$

N.B. DEFINIZIONE UTILE SOLO SE L'INTEGRALE NON DIPENDE DAL PERCORSO

ESEMPIO: IL PENDOLO SEMPLICE



PARTENDO DA h_1, QUAL E' LA MASSIMA VELOCITA' CHE RAGGIUNGE E DOVE?
A CHE ALTEZZA h_2 RISALE DALL'ALTRA PARTE?

T, LA TENSIONE NON FA LAVORO

mg, LA FORZA PESO E' CONSERVATIVA

→ $y = 0$ nel punto più basso

VALE $E_K = K + U$

se $y = 0$ nel punto più basso dell'oscillazione, in $y = 0$ $U = 0$

$E_K = \frac{1}{2}mv^2 + mgy$

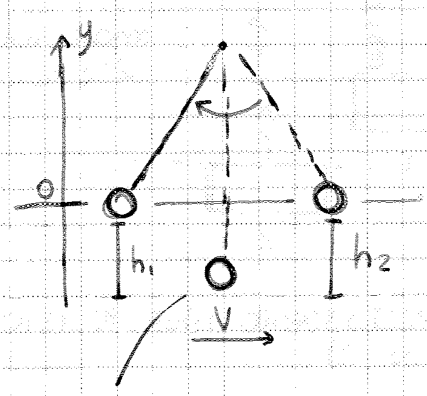
CONDIZIONI INIZIALI: $y = h_1$ $V = 0$ $E_K = mgh_1$

K SARA' MASSIMA con h minimo → in $y = 0$, $K = \frac{1}{2}mv^2$

$y=0$: $\frac{1}{2}\cancel{m}v^2 - \cancel{m}gh_1 = 0$ $\quad v^2 = \sqrt{2gh_1}$

E POICHE' $E_K = mgh_1 = \frac{1}{2}mv^2 + mgy$, $h\,max = h_2$ con $V = 0$

$h_1 = h_2$ ALTEZZA MASSIMA



→ $y = 0$ nel punto in cui $U = 0$

CONDIZIONI INIZIALI: $y = 0$, $V = 0$,

$E_K = \frac{1}{2}m\underset{\substack{\uparrow\\0}}{v^2} + mg\underset{\substack{\uparrow\\0}}{y} = 0$

$K = \frac{1}{2}mv^2$ massima nel minimo dell'oscillazione

$y = -h'$ $\quad \frac{1}{2}\cancel{m}v^2 = \cancel{m}gh_1$ $\quad (v^2 = \sqrt{2gh})$

stesso risultato

$(x\ y\ z) \longrightarrow z\ 0\ 0$

$\Downarrow$

$f(x, y, z) \longrightarrow (z, 0, 0)$

$$\begin{array}{ccc} x & y & z \\ \end{array}$$
$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad d^3 = 0$$

$\Delta =$

23/04/2013

FORZE NON CONSERVATIVE

~~SE IL LAVORO NON DIPENDE DAL PERCORSO, LA FORZA CHE LO COMPIE E' DETTA CONSERVATIVA~~

SE IL LAVORO FATTO **DIPENDE** DAL PERCORSO, LA FORZA NON E' CONSERVATIVA

ES. FORZA DI ATTRITO

X =
Y
Z

L'ENERGIA MECCANICA NON SI CONSERVA

→ O corpo puntiforme

$R =$ RISULTANTE FORZE CONSERVATIVE E NON $= F_C + F_{NC}$

$$\boxed{W_R = W_C + W_{NC}}$$

per il teorema lavoro - energia cinetico $\boxed{W_R = \Delta K}$

$$\boxed{W_R = W_C + W_{NC} = \Delta K}$$

da cui $\boxed{W_{NC} = \Delta K - W_C}$

e sapendo che $\boxed{W_C = -\Delta U}$

IL TEOREMA E' GENERALIZZABILE A

TEOREMA LAVORO - ENERGIA GENERALE:

$$\boxed{W_{NC} = \Delta K + \Delta U = \Delta E}$$

IL CAMBIAMENTO DI E MECCANICA EQUIVALE AL LAVORO SVOLTO DALLE SOLE FORZE NON CONSERVATIVE

SOLO CONSERVATIVE: $\Delta E = 0$

$E = K + U$

$\boxed{\Delta E = \Delta K + \Delta U = 0}$ $W_{nc} = 0$

$F_C + F_{NC}$ $\Delta E = W_{nc}$

$\boxed{W_{NC} = \Delta K + \Delta U = \Delta E}$

$X = Z = 0$

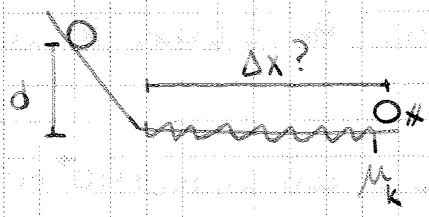
Z

~~$X = Y = 4$~~

$X = Y$ Z

$Y = 4$

ESEMPIO: BLOCCO CHE SCIVOLA CON ATTRITO



che distanza percorre prima di fermarsi?

$$W_{NC} = \Delta K + \Delta U = \Delta E$$

$W_{NC} \to -\mu_k m g \Delta x$ ATTRITO, SOLA FORZA NON CONSERVATIVA

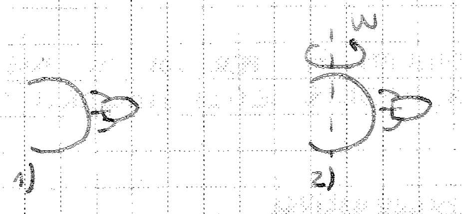
$\Delta K \to 0$

$\Delta U \to -mgd$

$$-\mu_k m g \Delta x = -m g d$$

$$\Delta x = \frac{d}{\mu_k}$$

ESERCIZIO



due navicelle partono da pianeti identici; nel caso 1) il pianeta è fermo, e nel 2) ruota con velocità angolare ω

QUALE NAVICELLA HA BISOGNO DI MAGGIOR CARBURANTE PER PARTIRE?

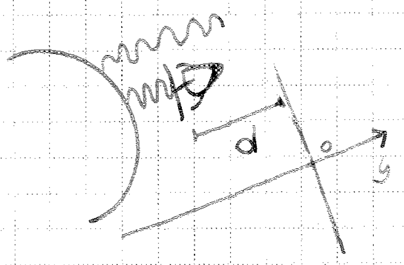
~~a)~~ 1 b) 2 c) =

DEVONO RAGGIUNGERE LA STESSA VELOCITÀ DI FUGA, QUINDI HANNO BISOGNO DELLA STESSA ENERGIA CINETICA PARTENDO DA PARI E POTENZIALE.

MA LA NAVICELLA 2) HA K INIZIALE NON NULLA E POSITIVA PER VIA DELLA ROTAZIONE!

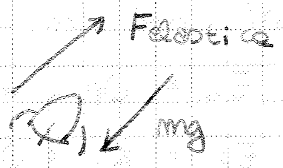
NB tutti i centri di lancio nello spazio sono sull'equatore dove si avverte maggiormente l'effetto della rotazione

PROBLEMA: MOLLE SPAZIALI



lancio di una navicella di $m = 10\,000$ kg con una molla di $K = 10^8$ Nm.
LA NAVICELLA DEVE ARRIVARE A DISTANZA R_E DALLA SUPERFICIE; DI CHE DISTANZA d OCCORRE COMPRIMERE LA MOLLA?

l'origine è nel punto di riposo della molla



agiscono (attrito trascurato) solo forze conservative

navicella ferma sulla molla, $K_i = 0$

$$E_F = E_i \qquad E_i = \cancel{K_i} + U_i = U_{el_i} + U_{g_i} = \frac{1}{2}Kd^2 - \frac{GM_T m_n}{(R_t \cancel{- d})^2}$$

d trascurabile

$$E_F = \cancel{K_f} + U_f = U_{G,f} = \frac{-GM_T m_n}{2R_t}$$

$$\frac{1}{2}Kd^2 - \frac{GM_T m_n}{R_t^2} = \frac{-GM_T m_n}{2R_t} \quad \text{da cui} \quad d = \sqrt{\frac{GM_t m_n}{KR_t}} = \sqrt{\frac{gR_t M}{K}}$$

$$d = \sqrt{\frac{6 \cdot 10^{11}}{10^8}} \simeq 80\,m$$

e sembrerebbe possibile, ma $F = Kd = ma$

$$a = \frac{Kd}{m} = 80 \cdot 10^4 \, m/s^2$$

l'astronauta esplode!

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 65 di 152

POTENZA

ESPRIME LA RAPIDITA' CON CUI UN LAVORO E' COMPIUTO

$$P = \frac{dW}{dt}$$

essendo derivata di una quantità scalare, è a sua volta una quantità scalare

se F = cost e non dipende dal tempo $\quad \bar{W} = \bar{F}\bar{r}$

$$P = \frac{d(\bar{F}\bar{r})}{dt} = F\frac{d\bar{r}}{dt} = F \cdot \bar{v}$$

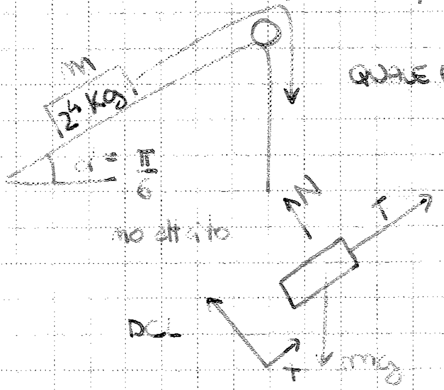
$$\boxed{P = \bar{F}\bar{v}}$$

$$[P] = [F][v] = \underbrace{M\,L\,t^{-2}}_{[a]}\;\underbrace{L\,t^{-1}}_{[v]} = \underbrace{M\,L^2\,t^{-3}}_{\text{NEL S.I.}} = \frac{Kg\;m^2}{s^3} = Watt = J\,s^{-1}$$

1 WATT: E' LA POTENZA SVILUPPATA DA UNA MACCHINA CHE PRODUCE IL LAVORO DI UN JOULE IN UN SECONDO

ESERCIZIO

$v = 30$ Km/h costante



QUAL E' LA POTENZA DELLA PULEGGIA?

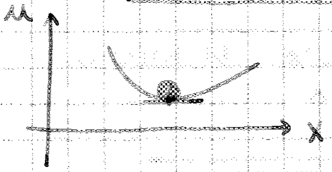
$$30\,\frac{Km}{h} = \frac{30}{3,6}\,\frac{m}{s}$$

$$P = F \cdot V = T \cdot v = 2000\,Kg \cdot 10 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{30}{3,6} \simeq 8 \cdot 10^4 \text{ Watt} = 80 \text{ KWatt}$$

$$F = T$$

$$x:\quad T - mg\sin\vartheta = 0 \qquad T = mg\sin\vartheta$$

CURVA DI $\frac{du}{dx}$



$F = -\frac{du}{dx}$

A SINISTRA DEL MINIMO LA DERIVATA E' NEGATIVA

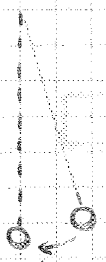
A DESTRA DEL MINIMO LA DERIVATA E' POSITIVA

① PUNTI DI MINIMO

$\frac{du}{dx} < 0$

$\frac{du}{dx} > 0$

ESEMPIO: pendolo



QUINDI $F_{sx} = \frac{du}{dx} > 0$

LA FORZA SPINGE m VERSO DESTRA

QUINDI $F_{dx} = -\frac{du}{dx} < 0$

LA FORZA SPINGE LA m VERSO SINISTRA

QUINDI I PUNTI DI MINIMO DI U SONO PUNTI DI EQUILIBRIO STABILE PER IL CORPO, IN QUANTO MUOVENDOMI DA QUESTI LA FORZA TENDE A RIPORTARE AD ESSI

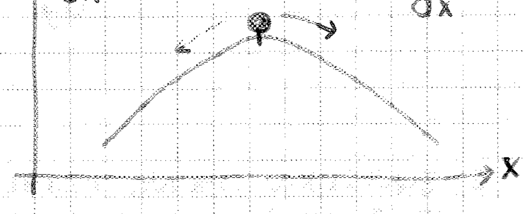
② PUNTI DI MASSIMO

VICEVERSA PER I PUNTI DI MASSIMO:

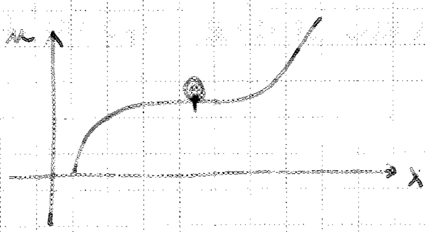
I PUNTI DI MASSIMO RAPPRESENTANO PUNTI DI EQUILIBRIO INSTABILE – PER QUALSIASI SPOSTAMENTO non si TORNA PIÙ ALL'EQUILIBRIO PRECEDENTE

$\frac{du}{dx} > 0 \quad F_{sx} < 0$

$F_{dx} > 0 \quad \frac{du}{dx} < 0$



③ PUNTI DI FLESSO



PUNTI DI EQUILIBRIO INDIFFERENTE:

SIA A DX CHE A SX DEL PUNTO

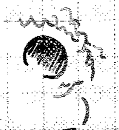
$\frac{du}{dx} = 0 \rightarrow F_{dx} = F_{sx} = 0$

(limite al caso 1D per mancanza di strumenti matematici)

ELETTROSTATICA

\# COULOMBE
CAMPO ELETTRICO

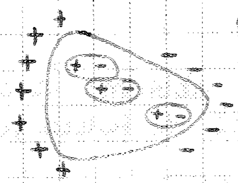
30/04/2013



ELETTRONI LIBERI DI MUOVERSI

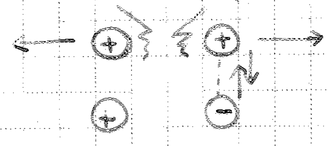
- POSITIVAMENTE CARICHI + (carenza di e^-)
- NEGATIVAMENTE CARICHI − (eccesso di e^-)

...ITRO NEUTRA
TENDENZIALMENTE
NEUTRA



orientazione tale da mostrare un lato negativo e uno positivo

A DIFFERENZA DELLA FORZA GRAVITAZIONALE TRA MASSE, QUELLA ELETTROSTATICA DIPENDE DALLA CARICA COMPLESSIVA

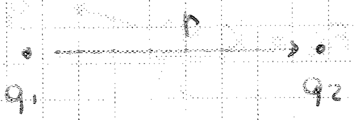


1970: VOLTA, elettroscopio

1785 - LEGGE DELLA FORZA ELETTROSTATICA, Charles Augustin COULOMB

LA FORZA REPULSIVA TRA SFERE CARICHE CON LO STESSO TIPO DI ELETTRICITA' E' INVERSAMENTE PROPORZIONALE AL QUADRATO DELLA DISTANZA TRA I CENTRI DELLE SFERE

$$F \propto \frac{q_1 q_2}{r^2}$$



CARICA, MISURATA IN COULOMB (C)
E' UNA GRANDEZZA FONDAMENTALE DEL S.I.

$$e^- \simeq 1{,}6 \cdot 10^{-19}\,C$$

LEGGE DI COULOMB

$$\vec{F}_{(12)} = \underbrace{\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}}_{K} \frac{q_1 q_2}{r^2_{(12)}} \hat{r}_{(12)}$$

FORZA ESERCITATA DA 1 SU 2

COSTANTE DIELETTRICA

$\hat{r}_{(12)}$: VETTORE UNITARIO, DA 1 VERSO 2
DIREZIONE: retta congiungente le cariche
VERSO: da 1 a 2

$$K = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 9 \cdot 10^9 \, \frac{Nm^2}{C}$$

L'INTENSITA' DI TALE FORZA DIPENDE DALLE CARICHE E DALLA DISTANZA

ENERGIA POTENZIALE ELETTROSTATICA

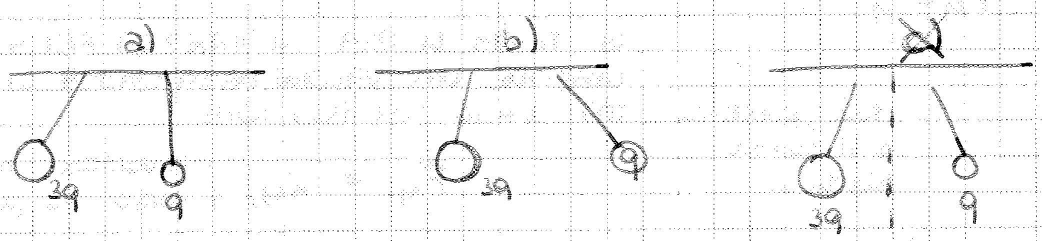
PER QUALSIASI CARICA ± ESISTE UNA POSIZIONE DI EQUILIBRIO TALE PER CUI SI ANNULLANO DUE FORZE

└ min e max: sono punti nulli della derivata della sua U rispetto ad r

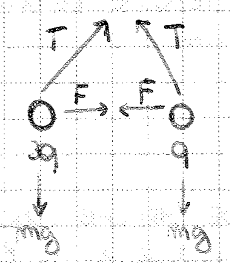
$$\frac{dU_{el}}{dr} = 0 \qquad U_{el} = K\frac{q_1 q_2}{R_{(12)}}$$

E' UNA FORZA CONSERVATIVA: $W_{el} = -\Delta U_{el}$

ES: AZIONE - REAZIONE



a parità di massa, quale posizione meglio rappresenta l'equilibrio?



LA FORZA DI +q SU ESERCITATA SU +3q DEVE ESSERE PARI ED OPPOSTA A QUELLA DI 3q SU q.

LA QUANTITA' DI CARICA SU OGNI SFERA DETERMINA L'INTENSITA' DELLA ~~REPUL~~ FORZA, MA OGNI SFERA LA AVVERTE CON PARI INTENSITA'

LA SIMMETRIA IMPONE c).

SOVRAPPOSIZIONE DEL CAMPO ELETTRICO:

IL CAMPO ELETTRICO GENERATO DA n CARICHE E' SOMMA VETTORIALE DEI CAMPI ELETTRICI GENERATI DALLE SINGOLE CARICHE SORGENTI DEL CAMPO

$$E = E_1 + E_2 + \dots E_n$$

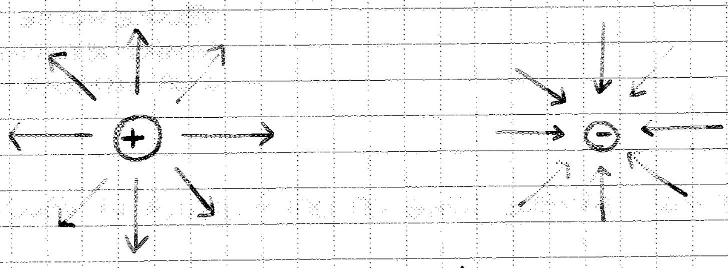
NB DEFINITA q CARICA DI PROVA, TUTTE LE ALTRE SI DICONO CARICHE SORGENTI

nella versione continua $E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \int \frac{dq\,\hat{r}}{r^2}$

dq e' $\lim_{N \to \infty} \frac{Q}{N}$ — carica totale nel solido

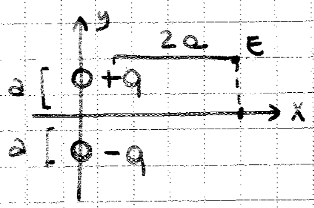
LINEE DI CAMPO

— si considera un campo E dovuto ad una carica puntiforme in origine



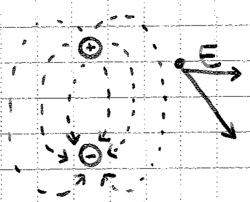
LA DENSITA' DELLE LINEE E' PROPORZIONALE ALLA DENSITA' DI CARICA E ALL'INTENSITA' DEL CAMPO

ESERCIZIO

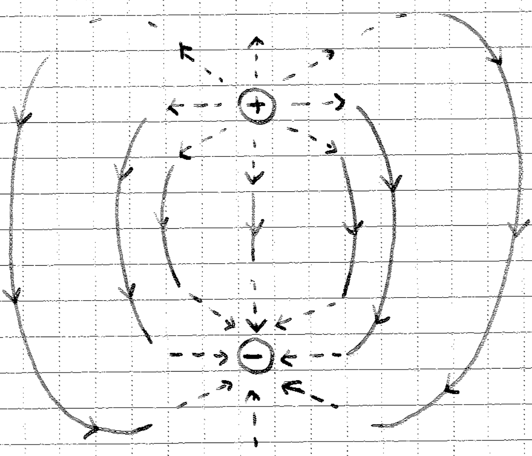


QUALE DELLE SEGUENTI AFFERMAZIONI E' VERA?

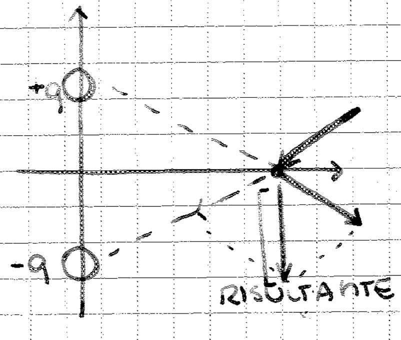
a) $E(2a,a) < 0$ b) $E(2a,a) = 0$ c) $E(2a,a) > 0$



LINEE DI CAMPO DI DIPOLO



ESEMPIO:



$E = \frac{F}{q}$ E' LA FORZA ESERCITATA SU UNA CARICA DI PROVA

DISTRIBUZIONE DI CARICA:

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \int \frac{dq_r}{r^2}$$

POTENZIALE ELETTRICO sta all'energia potenziale come il campo sta alla forza

CAMPO E_c E' LA FORZA F_c ESERCITATA SU UNA CARICA DI PROVA q

$$E_c = \frac{F_c}{q}$$

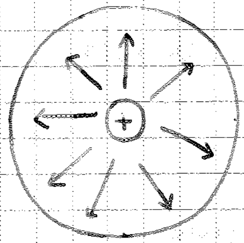
POTENZIALE V_c E' L'ENERGIA POTENZIALE U_c SU UNA CARICA DI PROVA q

$$V_c = \frac{U_c}{q}$$

POTENZIALE GENERATO DA UNA SINGOLA CARICA PUNTIFORME Q

$$V_c = k\frac{Q}{r}$$

considerato un campo generato da una singola carica:

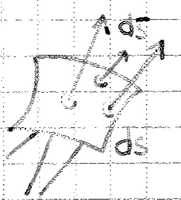


- HA SIMMETRIA SFERICA
- DENSITA' DELLE LINEE DI CAMPO $\frac{N}{4\pi R^2} = \frac{NE}{4\pi k Q}$

proporzionale all'intensità del campo, in virtù della dipendenza quadratica della legge di coulomb

NON DIPENDE DAL RAGGIO

si definisce un vettore superficie tale che, quando esso è // a $\bar{E}$ si ottenga il massimo "FLUSSO" di vettori in esso



si definisce il vettore "SUPERFICIE INFINITESIMA" $d\bar{S}$, che è massimo se $\bar{E}$ è ⊥, cioè ⊥ all'elemento di superficie

modulo: PARI A dS ; direzione: ⊥ SUPERFICIE

⇓

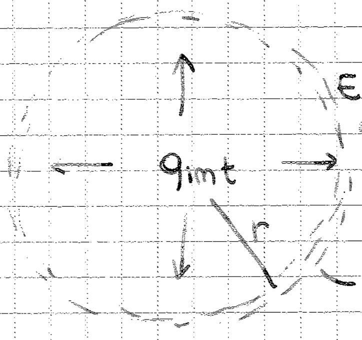
FLUSSO RENDE QUANTITATIVA LA DISCUSSIONE SUL "CONTEGGIO" DI LINEE DI FLUSSO

E' IL FLUSSO ELETTRICO ϕ_E ATTRAVERSO LA SUPERFICIE CHIUSA S

$$\phi_E = \oint \bar{E} \cdot d\bar{S}$$

LA LEGGE DI GAUSS IMPLICA COULOMB

$$\oint \bar{E} d\bar{s} = \frac{q_{int}}{\varepsilon_0} \qquad E(q_{int}) = K \frac{q_{int}}{r^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q_{int}}{r^2}$$



E cost a distanza costante

superficie gaussiana S

$\phi_E(S) = \int \bar{E} d\bar{s}$ ma $E \parallel d\bar{s}$ sempre, diretto come r

$$= \oint E d\bar{s}$$

$$= E \underbrace{\oint ds}_{4\pi r}$$

$$= E\, 4\pi r^2 \underbrace{=}_{\text{GAUSS}} \frac{q_{in}}{\varepsilon_0}$$

segue che $E = \frac{1}{\varepsilon_0} \frac{q_{in}}{4\pi r^2} \underbrace{=}_{\text{COULOMB}} K \frac{q_{int}}{r^2}$ CVD

NEL CASO IN CUI $r = R$: I DUE RISULTATI COINCIDONO

$$E(r) = \frac{Q}{\frac{4}{\cancel{3}}\pi R^3} \frac{r}{\cancel{3}\varepsilon_0} = \frac{Qr}{4\pi\varepsilon_0 R^3}$$

$$E(R) = \frac{Q\cancel{R}}{4\pi\varepsilon_0 R^{\cancel{3}2}} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R^2}$$

NEL CASO DI SFERA ISOLANTE, GLI ELETTRONI NON SONO LIBERI DI MUOVERSI;
SE LA SFERA FOSSE CONDUTTRICE, LA CARICA SI DISTRIBUIREBBE SUBITO SULLA SUPERFICIE PIÙ ESTERNA, PER EFFETTO DEL CAMPO ELETTRICO GENERATO DALLA SFERA STESSA.

no $\bar{E}$ nel proble

S.R.I.

DATO UN CORPO PUNTIFORME, X PREVED LA SUA DINAMICA:

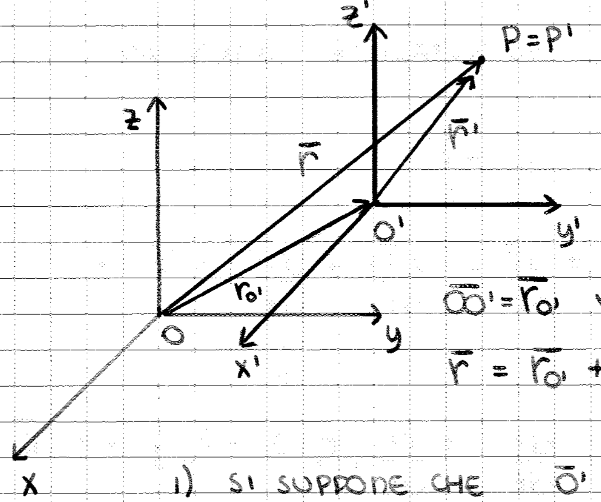
- tutte le forze che agiscono $\rightarrow R = ma$ $\downarrow$ v, posizione...

- sistema di scarso con Energie: elim tutte le forze che concorrono ad un lavoro

$E_{tot} = cost = U + K$

MOTI RELATIVI E FORZE APPARENTI

SISTEMI DI RIFERIMENTO NON INERZIALI



$\overline{OO'} = \overline{r_{O'}}$ VETTORE POSIZIONE DEL SISTEMA IN O' RISPETTO AD O

$\bar{r} = \overline{r_{O'}} + r'$

1) SI SUPPONE CHE $\bar{O}'$ TRASLI RISPETTO AD O (non RUOTA, TRASLA)

$$\bar{V} = \frac{d\bar{r}}{dt} = \frac{d\overline{r_{O'}}}{dt} + \frac{d\bar{r}'}{dt} = \overline{V_{O'}} + \bar{V}'$$

$\boxed{\bar{V} = \overline{V_{O'}} + \bar{V}'}$ ok

N.B. $\bar{V}' = \frac{d\bar{r}'_x}{dt}\hat{\imath} + \frac{d\bar{r}'_y}{dt}\hat{\jmath} + \frac{d\bar{r}'_z}{dt}\hat{k}$

DERIVATA DELLE COMPONENTI DEL VETTORE IN UN CERTO SISTEMA DI RIF, MOLTIPLICATE PER I VERSORI FONDAMENTALI
(!! TRASLA, MA non RUOTA)

posto che i vettori non ruotino, la stessa legge di V vale per a

$$\bar{a} = \frac{d\bar{V}}{dt} = \frac{d\overline{V_{O'}}}{dt} + \frac{d\bar{V}'}{dt} = \overline{a_{O'}} + \bar{a}'$$

$\boxed{\bar{a} = \overline{a_{O'}} + \bar{a}'}$ ok

con $\bar{a}' \neq \overline{a_{O'}}$

QUINDI UN OSSERVATORE IN O VEDE $F_R = ma$, MA UN ALTRO SU O' VEDRA' UNA FORZA DIVERSA:

REGOLA DI POISSON

LA DERIVATA DI UN VERSORE CHE RUOTA ATTORNO AD UN ASSE FISSO CON VELOCITA' ANGOLARE ω, E' DATA DA

$$\frac{du}{dt} = \bar{\omega} \times \hat{u}$$

con $\bar{\omega}$ VETTORE DI MODULO PARI AD ω E DIREZIONE E VERSO DATI DA REGOLA MANO DX
DIREZ
- DIREZIONE: $\perp$ PIANO ROTAZIONE
- VERSO
  - ALTO (ANTIORARIO)
  - BASSO (ORARIO)

$$a = a' + a_t + a_c \qquad F = -ma_t - ma_c$$

$$\bar{a} = \bar{a}' + \underbrace{\bar{a}_{O'} + \bar{w} \times (\bar{w} \times \bar{r}') + \frac{d\bar{w}}{dt} \times r'}_{a_t \text{ ACCELERAZIONE DI TRASCINAMENTO}} + \underbrace{2(\bar{w} \times \bar{v}')}_{a_c \text{ ACCELERAZIONE DI CORIOLIS}}$$

CENNI SUI MOTI RELATIVI: <u>ACCELERAZIONE TERRESTRE</u>

$$g_0 = g + w \times (w \times R') + 2w \times v'$$

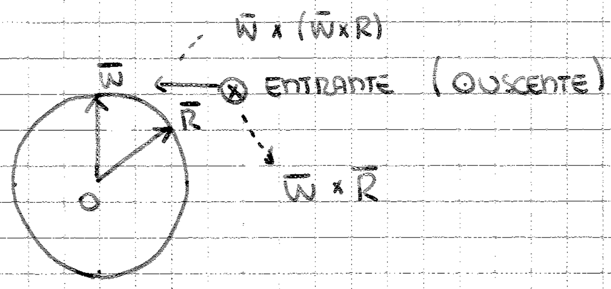
g_0: ACCELERAZIONE DI GRAVITA' PER UN S.I.

g: ACCELERAZIONE DI GRAVITA' MISURATA SULLA TERRA

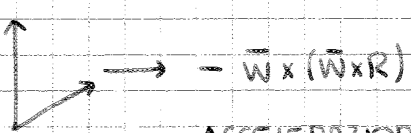
v': VELOCITA' DI UN OGGETTO RISPETTO AL SISTEMA TERRESTRE

$g =$

① ACCELERAZIONE DI TRASCINAMENTO SULLA TERRA



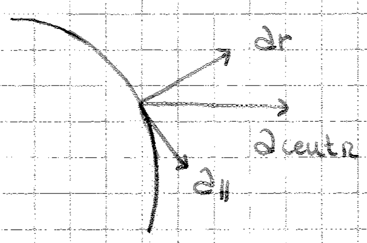
è massima all'equatore $\approx -0{,}03 \frac{m}{s}$
e nulla ai poli



<u>ACCELERAZIONE CENTRIFUGA</u>
diretta verso l'esterno; ma è fittizia: LA VEDE SOLO UN OSSERVATORE NEL SISTEMA DI RIFERIMENTO MOBILE

PARALLELA ALLA CONGIUNGENTE L'OGGETTO CON L'ASSE DI ROTAZIONE TERRESTRE:

- COMPONENTE RADIALE a_r (CHE DIMINUISCE IL VALORE MISURATO DI g)
- COMPONENTE PARALLELA AL SUOLO $a_{\parallel}$ (DEVIA GLI OGGETTI VERSO L'EQUATORE, INDIPENDENTEMENTE DALL'EMISFERO



CENTRO DI MASSA: MEDIA DELLE POSIZIONI PESATA DALLE MASSE

$$x_{cm} = \frac{\sum^{i} m_i x_i}{M_{tot}} \qquad y_{cm} = \frac{\sum^{i} m_i y_i}{M_{tot}} \qquad z_{cm} = \dots$$

$$\bar{r}_{cm} = x_{cm}\,\bar{i} + y_{cm}\,\bar{j} + z_{cm}\,\bar{k} = \frac{\sum^{i} m_i \bar{r}_i}{M_{TOT}}$$

- E' IL PUNTO DI EQUILIBRIO
- LA POSIZIONE DEL C.M. NON DIPENDE DAL SISTEMA DI RIFERIMENTO
- SE LA DENSITA' DELL'OGGETTO E' COSTANTE (OMOGENEO), COINCIDE CON IL CENTRO GEOMETRICO
- SE L'OGGETTO HA PIU' DI UN ASSE DI SIMMETRIA, IL C.M. SI TROVA SULLE INTERSEZIONI
- LA GRAVITA' AGISCE COME SE LA MASSA FOSSE CONCENTRATA NEL C.M.

$$\bar{V}_{cm} = \frac{1}{M} \sum_{i}^{n} m_i \bar{v}_i$$ MEDIA PESATA DEI VETTORI VELOCITA' DI OGNI PUNTO

$$\bar{a}_{cm} = \frac{1}{M} \sum_{i}^{n} \bar{F}_i$$ MEDIA PESATA DELLE RISULTANTI DELLE FORZE IN OGNI PUNTO

$$F = F_{(ext)} + F_{(int)} \qquad F_{A,B} + F_{B,A} = F_{A,B} - F_{A,B} = 0$$

$$\bar{F}_{(ext)} = M \cdot \bar{a}_{cm} \quad \text{II NEWTON}$$

LAVORO E MOTO DEL C.M.:

$$F_{(ext)} = M \cdot a_{cm}$$

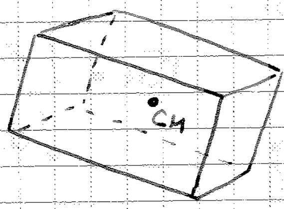
$$F_{(ext)} \cdot \bar{V}_{cm} = M \cdot a_{cm} \cdot V_{cm} = \frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2} m V_{cm}^2\right) = \frac{dK_{tras}}{dt}$$

$$\int \bar{F}_{ext}\, dx = \Delta K_{tras}$$

CENTRO DI MASSA

C.M. E QUANTITA' DI MOTO

SISTEMI DI PARTICELLE:



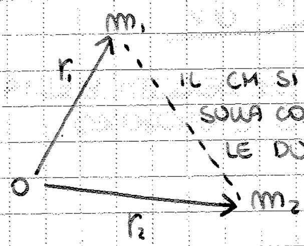
DINAMICA DI UN CORPO RIGIDO ESTESO

non vale per fluidi e gas

CENTRO DI MASSA

= MEDIA PESATA DALLE MASSE, DELLE POSIZIONI

PESO% STATISTICO: quanto il peso della singola particella influisce



IL CM SI TROVA SULLA CONGIUNGENTE LE DUE MASSE

$$\boxed{\overline{r}_{CM} = \frac{m_1}{m_1 + m_2} \cdot \overline{r}^1 + \frac{m_2}{m_1 + m_2} \overline{r}^2}$$

SE LE MASSE SONO UGUALI IL CM SI TROVA SUL CENTRO GEOMETRICO → cioè se $m_1 = m_2$:

$$\overline{r}_{CM} = \frac{\cancel{m}}{2\cancel{m}} \overline{r}^1 + \frac{\cancel{m}}{2\cancel{m}} \overline{r}_2 = \frac{\overline{r}_1 + \overline{r}_2}{2}$$

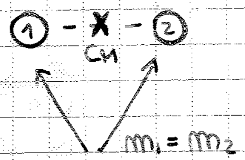
PER UN SISTEMA DI n PUNTI:

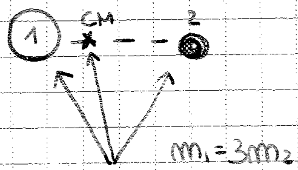
$m_1, \dots m_n$

$$\boxed{\overline{r}_{CM} = \sum_{i=1}^{n} \frac{m_i \, \overline{r}_i}{M}}$$

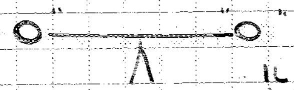
$M = m_1 + m_2 + \dots m_n$ MASSA TOTALE

ESEMPIO:



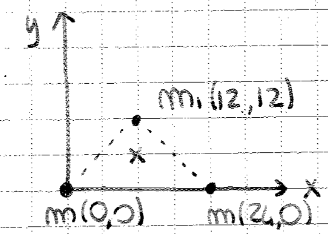


ESEMPIO: BILANCERE



IL CM E' IL PUNTO DI EQUILIBRIO DEL SISTEMA

ESERCIZIO:



$\overline{r}_{CM}$?

$$\overline{r}_{CM} = \frac{\cancelto{0}{m_1 \overline{r}_1} + m_2 \overline{r}_2 + m_3 \overline{r}_3}{4m} =$$

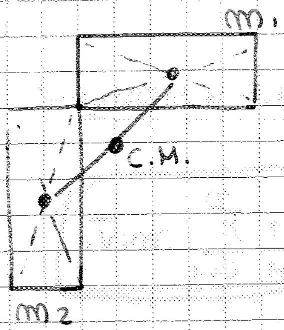
$$x_{CM} = \frac{m_2 \overline{x}_2 + m_3 \overline{x}_3}{4m} = \frac{2\cancel{m} \cdot 12 + \cancel{m} \cdot 24}{4\cancel{m}} = 12$$

$$y_{CM} = \frac{m_2 y_2 + m_3 y_3}{4m} = \frac{2\cancel{m} \cdot 12 + 0}{4\cancel{m}} = 6$$

LA SUA POSIZIONE E' UNA PROPRIETA' INTRINSECA DELL'OGGETTO: NON DIPENDE DA ALCUN SISTEMA DI RIFERIMENTO

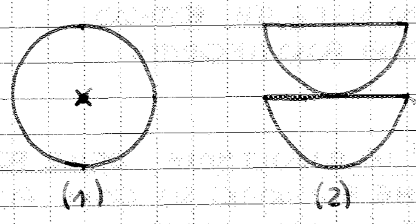
$\overline{r}_{CM}\,(12,6)$

09/05/2013



$$\bar{r}_{CM} = \frac{\frac{m_1}{m_1}\sum_{i\in C_1} m_i \bar{r}_i + \frac{m_2}{m_2}\sum_{i \in C_2} m_i \bar{r}_i}{m_1 + m_2} = \frac{m_1 r_{CM,1} + m_2 r_{CM,2}}{m_1 + m_2}$$

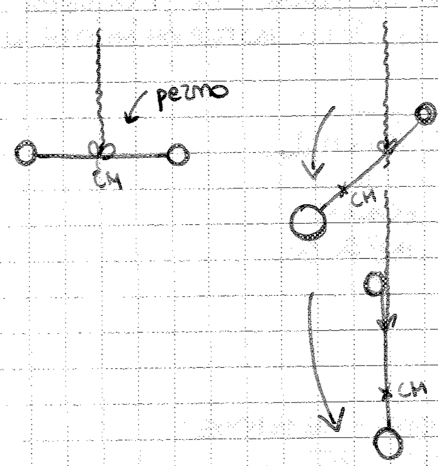
ESERCIZIO:



IL CM DI (1) SI TROVA, RISPETTO AL CM DI (2):

~~(a)~~ PIÙ IN ALTO (b) PIÙ IN BASSO (c) UGUALE

intuitivamente



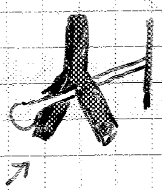
LA GRAVITA' AGISCE COME SE LA MASSA DELL'OGGETTO FOSSE CONCENTRATA NEL SUO C.M.

QUINDI, SE UN OGGETTO E' IMPERNIATO ALTROVE, TENDERA' A SPOSTARSI PER ALLINEARE IL C.M. ALLA VERTICALE PASSANTE PER IL PERNO:

SOLO COSÌ IL MOMENTO DELLA FORZA PESO E' NULLO

regola empirica per determinare "praticamente" il C.M. di un oggetto

ESERCIZIO



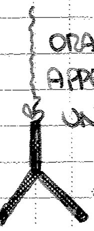
OGGETTO APPOGGIATO IN EQUILIBRIO:

(a) STABILE ~~(b)~~ INSTABILE (c) INDIFFERENTE

||

LIEVI SPOSTAMENTI LO FANNO CADERE

sbarre uguali, 3 angoli di 120°



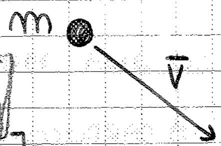
ORA E' APPESO AD UN FILO

~~(a)~~ " (b) " (c) "

||

SE LO SI SPOSTA, LA GRAVITA'

QUANTITA' DI MOTO



$$\boxed{p = m\bar{v}} \quad \left[kg \cdot \frac{m}{s}\right]$$

LA II NEWTON SI PUÒ RISCRIVERE:

$$\bar{R} = m\bar{a} = m\frac{d\bar{v}}{dt} = \frac{d(m\bar{v})}{dt} = \frac{d\bar{p}}{dt} \Rightarrow \boxed{\bar{F} = \frac{d\bar{p}}{dt}}$$

IN PARTICOLARE, PER $\bar{F} = 0$ SI DEDUCE $\frac{d\bar{p}}{dt} = 0 \rightarrow \underbrace{p = m\bar{v}}_{\text{COSTANTE}}$

SISTEMI DI PUNTI MATERIALI

divido e moltiplico per la M totale

$$P = \sum_{i=1}^{n} p_i = \frac{\sum_{i=1}^{n} m_i v_i}{M} \cdot M$$

E' LA DEF DI VELOCITA' DEL C.M.

quindi $\boxed{P = M V_{CM}} = P_{CM}$

LA Q.D.M. DI UN CORPO COINCIDE CON LA Q.D.M. DEL SUO C.M.

$$\frac{d\bar{P}}{dt} = \frac{d(\overbrace{m}^{dm = M} v_{CM})}{dt} = M\frac{dV_{CM}}{dt} = M a_{CM} = \bar{R}_{(EXT)}$$

FORMA ALTERNATIVA DELLA 1° EQ. CARDINALE

$R(ext) = 0 \rightarrow p\,cost$: IN UN SISTEMA ISOLATO, CIOE' IN CUI LA RISULTANTE DELLE FORZE ESTERNE E' NULLA, LA QUANTITA' DI MOTO DEL SISTEMA RIMANE COSTANTE DURANTE LA SUA EVOLUZIONE

$$\boxed{F_{(ext)} = \frac{dP}{dt} = M a_{CM}}$$

PRIMA EQ. CARDINALE DELLA DINAMICA

- DURANTE L'URTO, $F_{(ext)}$ TRASCURABILI $\longrightarrow$ p cost

$\Downarrow$

SI CONSIDERA IL SISTEMA COME ISOLATO

IMPULSO E FORZA MEDIA

IMPULSO : $I = \int_{t_i}^{t_f} F \, dt = \int_{t_i}^{t_f} \frac{dp}{\cancel{dt}} \cdot \cancel{dt} = \int_{t_i}^{t_f} dp = p_f - p_i = \Delta p$

$\Downarrow$

$F = \frac{dp}{dt}$

$I = \Delta p$ TEOREMA IMPULSO - QDM

$$F_{media} = \frac{I}{\Delta t} = \frac{\Delta p}{\Delta t}$$

URTO COMPLETAMENTE ANELASTICO

p cost : $m_1 v_{1f} + m_2 v_{2f} = m_1 v_{1i} + m_2 v_{2i}$

- I DUE CORPI HANNO PARI v_f DOPO L'URTO : $v_{1f} = v_{2f} = v_f = v_{cm}$

QUINDI $(m_1 + m_2) v_f = m_1 v_{1i} + m_2 v_{2i}$

URTI ELASTICI

$$\begin{cases} p \text{ cost} : \ldots \\ K \text{ cost} : \frac{1}{2} m_1 v_{1f}^2 + \frac{1}{2} m_2 v_{2f}^2 = \frac{1}{2} m_1 v_{1i}^2 + \frac{1}{2} m_2 v_{2f}^2 \end{cases}$$

- LA V. RELATIVA DI ALLONTANAMENTO E' SEMPRE PARI ALLA V_{rel} DI AVVICINAMENTO :

$$v_{1i} - v_{2i} = v_{2f} - v_{1f}$$

URTI

URTI E FORZE IMPULSIVE

14/05/2013

MOTO C.M.: $F_{(ext)} = \frac{dP}{dt} = M a_{CM}$

IL CM DI UN CORPO ESTESO SI COMPORTA COME UNA PARTICELLA PUNTIFORME SOGGETTA A FORZE ESTERNE;

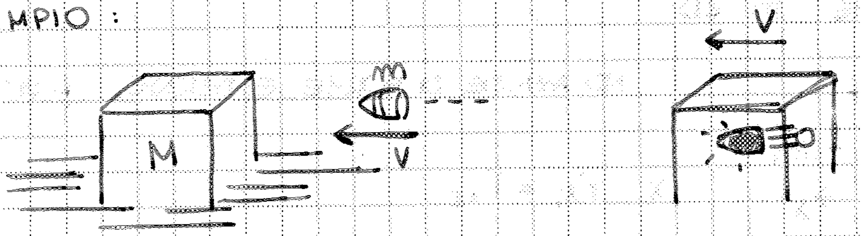
SE $F_{(ext)} = 0$, LA Q.D.M. NON CAMBIA

⇓

$\bar{P}$ COSTANTE

- $\bar{K}_{tot}$ COSTANTE → URTI ELASTICI
- $\bar{K}_{tot}$ NON SI CONSERVA → URTI ANELASTICI
  - $\bar{V}_1^{(f)} = \bar{V}_2^{(f)}$ → URTI COMPLETAMENTE ANELASTICI

ESEMPIO:



M A RIPOSO, SUP. ORIZZONTALE SENZA ATTRITO.
E' SPARATO UN PROIETTILE CON V_i.

IL PROIETTILE SI CONFICCA NEL BLOCCO, CHE ACQUISTA VELOCITA' FINALE V_f.

V_i? E_i? E_f? K si conserva?

- DOPO LO SPARO DEL PROIETTILE, NON CI SONO FORZE ESTERNE CHE AGISCONO IN DIREZIONE X: IN DIREZIONE X, Q.D.M. E' CONSERVATA.

$$P_{x,i} = P_{x_f}$$

$$m V_i = (m+M) V_f \longrightarrow V_i = \frac{(m+M)}{m} V_f$$

- $K_i = \frac{1}{2} m v_i^2 = \frac{1}{2} \cancel{m} \left(\frac{M+m}{m}\right)^2 V_f^2 = \frac{1}{2} \frac{(M+m)^2}{m} V_f^2 = \frac{1}{2} \frac{(M+m)}{m} (M+m) V_f^2$

$$K_f = \frac{1}{2}(m+M) v_f^2$$

$$K_f = \left(\frac{M+m}{m}\right) K_i$$

K NON E' CONSERVATA