



Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino

Appunti universitari

Tesi di laurea

Cartoleria e cancelleria

Stampa file e fotocopie

Print on demand

Rilegature

NUMERO: 621

DATA: 0409/2013

A P P U N T I

STUDENTE: Sannipoli

MATERIA: Teoria e Progetto delle Costruzioni in C.A. e C.A.P.

Temi d'esame

Prof. Torchio

Il presente lavoro nasce dall'impegno dell'autore ed è distribuito in accordo con il Centro Appunti.

Tutti i diritti sono riservati. È vietata qualsiasi riproduzione, copia totale o parziale, dei contenuti inseriti nel presente volume, ivi inclusa la memorizzazione, rielaborazione, diffusione o distribuzione dei contenuti stessi mediante qualunque supporto magnetico o cartaceo, piattaforma tecnologica o rete telematica, senza previa autorizzazione scritta dell'autore.

**ATTENZIONE: QUESTI APPUNTI SONO FATTI DA STUDENTIE NON SONO STATI VISIONATI DAL DOCENTE.
IL NOME DEL PROFESSORE, SERVE SOLO PER IDENTIFICARE IL CORSO.**

Esercizio 1

Esercizio n. 1

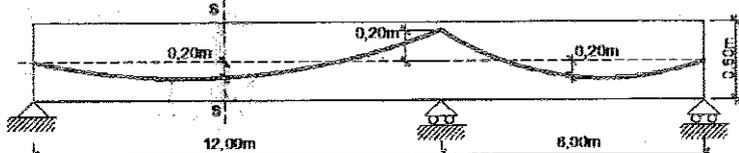
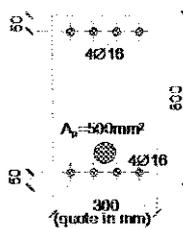
Data la trave parzialmente precompressa con tracciato schematico del cavo e sezione costante indicati in figura, determinare il massimo momento flettente di calcolo allo stato limite ultimo dovuto ai carichi esterni che è possibile applicare nella sezione di mezzaria S-S della prima campata (trascurare le perdite di tensione lungo cavo).

Materiali:

- calcestruzzo: C30/37
- acciaio ordinario: B450C
- acciaio da precompressione: $f_{pk} = 1260 \text{ N/mm}^2$

Altri dati:

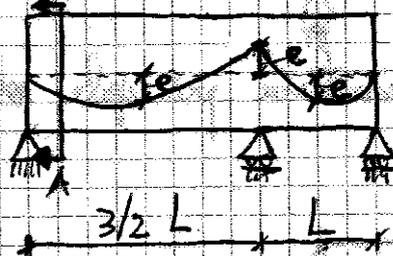
- tensione di precompressione: $\sigma_p = 1400 \text{ N/mm}^2$



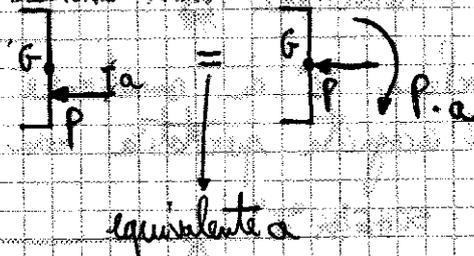
Si dovrà fare:

$$q_{max} = \frac{2U}{L^2} + \frac{\text{effetto precompressione}}{L} = \frac{40}{L} = M_{Ed}$$

Svolgimento



SEZIONE A.A.



METODO DELLE FORZE (P.L.V.)

La struttura iperstatica può essere resa isostatica togliendo il vincolo di appoggio centrale, ottenendo così la travatura principale, soggetta, oltre che ai carichi esterni direttamente applicati al sistema originario, anche alle reazioni iperstatiche X_i agite in corrispondenza dei vincoli soppressi. Una volta individuata la travatura principale, si procede a risolvere i seguenti $m+1$ schemi:

- schema "0", costituito dalla travatura principale sollecitata dai carichi esterni
- schema "i" (per $i = 1 \dots m$), costituito dalla travatura principale sollecitata dalla i -esima incognita iperstatica presa unitaria (struttura di servizio)

Si applica il P.L.V. considerando:

- sistema di forze equilibrato: quello letterario dell' i -esima struttura di servizio
- sistema di spostamenti congruenti: quello reale che, per il principio di sovrapposizione degli effetti valido in elasticità lineare, è

$$0 = \int M_a \cdot d\varphi_b = \int M_a \cdot \frac{M_b}{EI} dz = \int M_1 \cdot \frac{(M_0 + X_1 M_2)}{EI} dz$$

⇒ considerando EI costante → $\frac{1}{EI} \int M_1 (M_0 + X_1 M_2) dz = 0$

Semplificando EI si ottiene:

$$X_1 = - \frac{\int_0^L M_0 M_1 dz}{\int_0^L M_1^2 dz}$$

Applicando la formula di Simpson per l'integrazione si ottiene:

$$\begin{aligned} \int_0^L M_0 M_1 dz &= \frac{3l}{6} \left[0 + 4 \left(-P \cdot e \right) \cdot \left(-\frac{1}{2} \right) + \left(P \cdot e \right) \cdot \left(-1 \right) \right] + \\ &+ \frac{l}{6} \left[\left(P \cdot e \right) \cdot \left(-1 \right) + 4 \left(-P \cdot e \right) \cdot \left(-\frac{1}{2} \right) + 0 \right] = \\ &= \frac{l}{4} \left(2P \cdot e - P \cdot e \right) + \frac{l}{6} \left(-P \cdot e + 2P \cdot e \right) = \\ &= \frac{P \cdot e \cdot l}{4} + \frac{P \cdot e \cdot l}{6} = \frac{(3+2) P \cdot e \cdot l}{12} = \frac{5}{12} P \cdot e \cdot l \end{aligned}$$

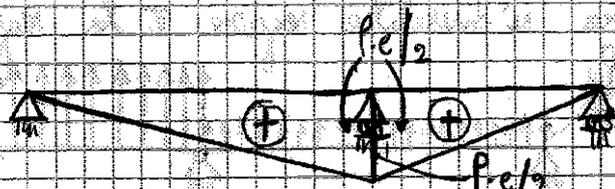
$$\begin{aligned} \int_0^L M_1^2 dz &= \frac{3l}{6} \left[4 \cdot \left(-\frac{1}{2} \right) \cdot \left(-\frac{1}{2} \right) + \left(-1 \right) \cdot \left(-1 \right) \right] + \frac{l}{6} \left[\left(-1 \right) \cdot \left(-1 \right) + 4 \cdot \left(-\frac{1}{2} \right) \cdot \left(-\frac{1}{2} \right) \right] = \\ &= \frac{l}{4} \left(1+1 \right) + \frac{l}{6} \left(1+1 \right) = \frac{l}{2} + \frac{l}{3} = \frac{5}{6} l \end{aligned}$$

Quindi:

$$X_1 = - \frac{\frac{5}{12} P \cdot e \cdot l}{\frac{5}{6} l} = - \frac{1}{2} P \cdot e$$

Quindi:

$$M_{X_1} = X_1 \cdot M_1$$



- si risolve la struttura precedente con il metodo delle forze, svincolando, ad esempio, l'appoggio centrale
- si ricava così il momento totale in corrispondenza del punto dove ho svincolato (appoggio centrale)
- il momento iperstatico della precompressione nel punto dove ho svincolato (appoggio centrale) è dato da:

$$M_x = M_{TOT} - M_{OP}$$

- l'andamento del momento iperstatico della precompressione è lineare

$$x_1 = - \frac{\int_L M_0 M_1 dz}{\int_L M_1^2 dz}$$

Applicando la formula di Simpson per l'integrazione si ottiene:

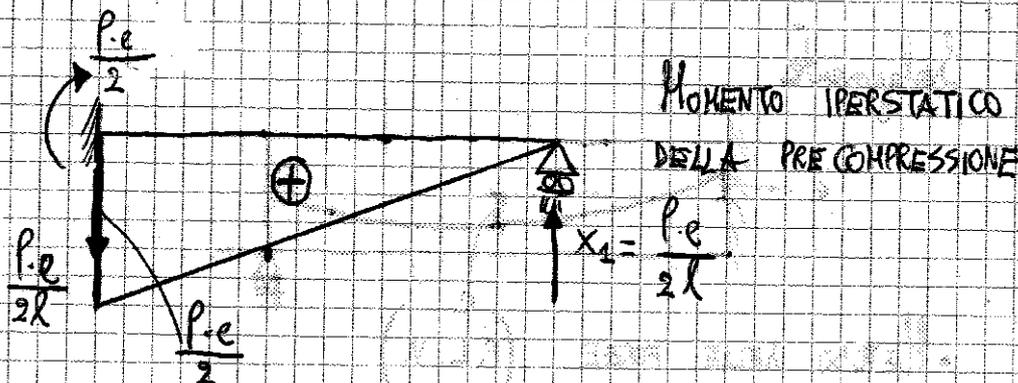
$$\int_L M_0 M_1 dz = \frac{l}{6} \left[(P \cdot e) \cdot l + 4 \cdot (-P \cdot e) \cdot \left(\frac{l}{2}\right) + 0 \right] = \frac{l}{6} (P \cdot e \cdot l - 2P \cdot e \cdot l) = -\frac{P \cdot e \cdot l^2}{6}$$

$$\int_L M_1^2 dz = \frac{l}{6} \left[(P \cdot l) + 4 \cdot \left(\frac{P}{2}\right) \cdot \left(\frac{P}{2}\right) + 0 \right] = \frac{l^3}{6} (1+1) = \frac{l^3}{3}$$

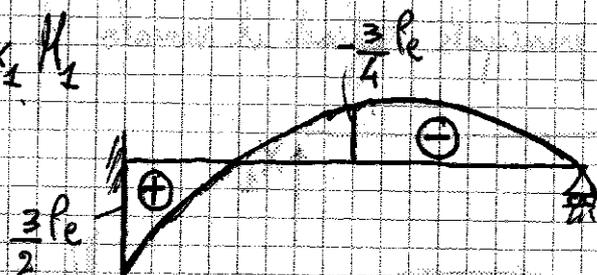
$$\Rightarrow x_1 = - \frac{-\frac{P \cdot e \cdot l^2}{6}}{\frac{l^3}{3}} = \frac{P \cdot e}{2l}$$

Quindi:

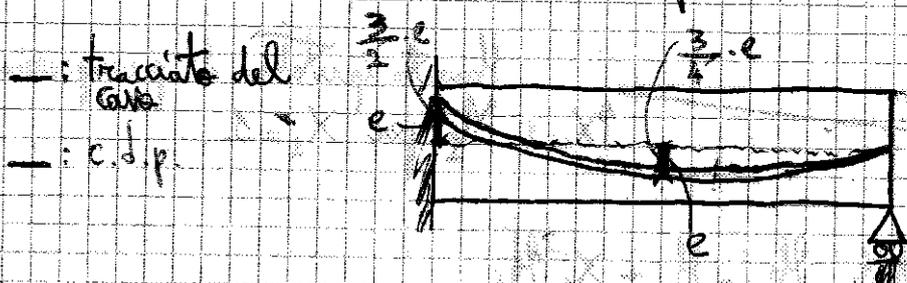
$$M_{x_1} = x_1 \cdot M_1$$



$$M_{TOT} = M_0 = M_0 + x_1 M_1$$



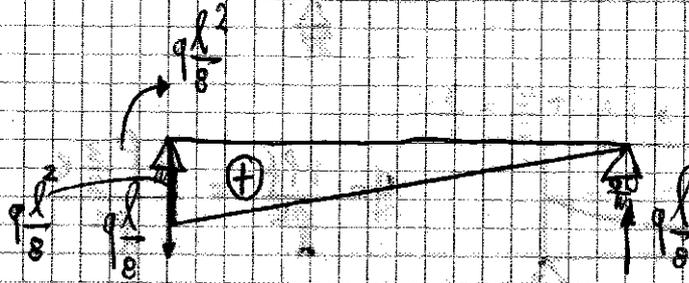
Andamento della c.d.p.: $e_{TOT} = \frac{M_{TOT}}{P}$



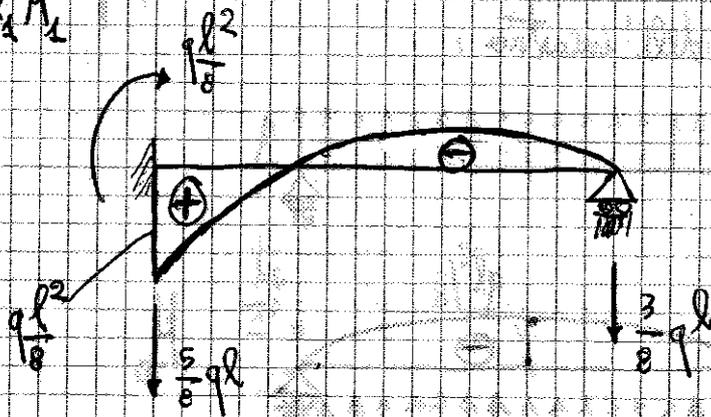
$$\rightarrow X_1 = \frac{-\frac{ql^3}{24}}{\frac{l}{3}} = + \frac{ql^2}{8}$$

Quindi:

$$M_{X_1} = X_1 \cdot M_1$$

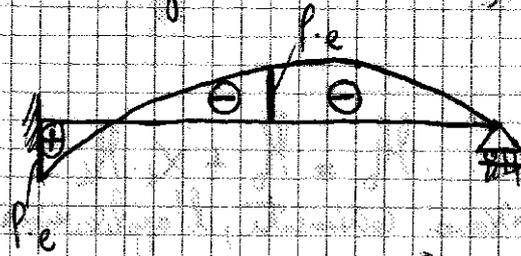


$$M_{TOT} = M_0 = M_0 + X_1 M_1$$



Il momento TOTALE all'incastro vale: $M_{TOT\ inc} = \frac{ql^2}{8} = \frac{12 P_e}{l^2} \frac{l^2}{8} = \frac{3}{2} P_e$

Per trovare il momento iperstatico della precompressione nella sezione di incastro si deve sottrarre il seguente momento iperstatico della precompressione al momento totale:



Il momento iperstatico della precompressione ha andamento lineare ed è:



MOMENTO IPERSTATICO DELLA PRECOMPRESSIONE

Il momento reale risulta: $M_b = M_0 + X_1 M_1$
 Poiché i vincoli non subiscono cedimenti, l'applicazione del P.L.V. conduce a:

$$0 = \int_A^B M_1 \frac{M_b}{EI} dz = \int_A^B M_1 \frac{(M_0 + X_1 M_1)}{EI} dz =$$

$$= \int_A^B \frac{M_1 M_0}{EI} dz + \int_A^B X_1 \frac{M_1^2}{EI} dz + \int_B^C \frac{M_1 M_0}{EI} dz + \int_B^C X_1 \frac{M_1^2}{EI} dz$$

$M_0|_{A-B} = 0$

$$\Rightarrow X_1 = - \frac{\int_B^C \frac{M_1 M_0}{EI} dz}{\int_A^B \frac{M_1^2}{EI} dz + \int_B^C \frac{M_1^2}{EI} dz}$$

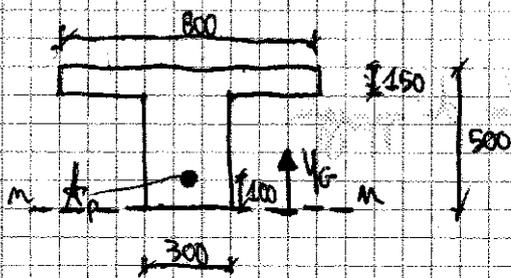
Calcolo le proprietà geometriche delle sezioni:

• Sezione A-A:

$$I_{X'} = \frac{600 \cdot 300^3}{12} = 1,35 \cdot 10^9 \text{ mm}^4$$

• Sezione B-B:

numero $d_e = 4$



$$A_{om} = 800 \cdot 150 + (300 \cdot 350 - 1000) + 4 \cdot 1000 =$$

$$= 234000 \text{ mm}^2$$

$$S_{om} = \left(300 \cdot 350 \cdot \frac{30}{2} - 1000 \cdot 100 \right) + 800 \cdot 150 \cdot \left(\frac{150 + 350}{2} \right) + 4 \cdot 1000 \cdot 100 = 69,945 \cdot 10^6 \text{ mm}^3$$

$$\Rightarrow y_G = \frac{S_{om} \cdot m-m}{A_{om}} = 302,9 \text{ mm}$$

$$I_{X_{om}} = \left[\frac{300 \cdot 302,9^3}{3} - 1000 \cdot (302,9 - 100)^2 \right] + \frac{300 \cdot (350 - 302,9)^3}{3} + \frac{800 \cdot 150^3}{3} +$$

$$+ 4 \cdot 1000 \cdot (302,9 - 100)^2 = 3,94 \cdot 10^9 \text{ mm}^4$$

Applicando Simpson si ottiene quindi:

$$\int_B^C \frac{M_1 M_0}{I} dz = \frac{10000 [\text{Nm}]}{6 \cdot 3,94 \cdot 10^9 [\text{mm}^4]} \cdot \left[(4,45 \cdot 10^6 [\text{N}] \cdot 100 [\text{mm}]) \cdot (10000 [\text{mm}]) + 4 \cdot \right.$$

Esercizio

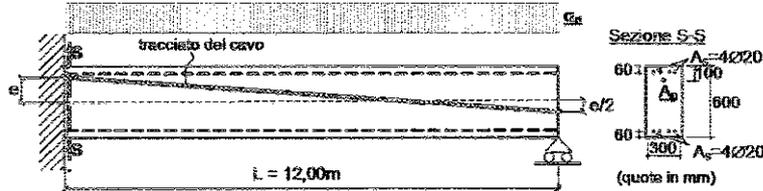
Esercizio n. 4

Data la trave iperstatica precompressa di figura,

- effettuare il calcolo classico delle sollecitazioni allo stato limite ultimo;
- verificare la sezione S-S allo stato limite ultimo per flessione.

Altri dati:

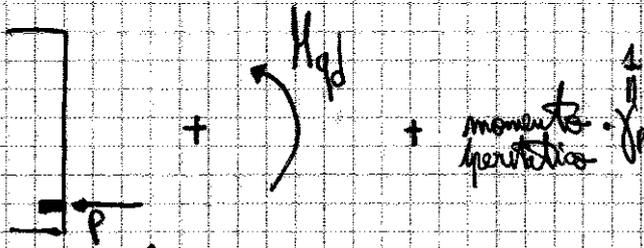
- calcestruzzo ($f_{ck} = 40 \text{ N/mm}^2$), acciaio ordinario (B630C), acciaio in trefoli ($f_{pk} = 1860 \text{ N/mm}^2$, $\epsilon_{pk} = 3,5\%$);
- armatura di precompressione $A_p = 600 \text{ mm}^2$ (4 trefoli $\varnothing = 15 \text{ mm}$);
- tensione iniziale di tessitura del cavo: $\sigma_{pe} = 1300 \text{ N/mm}^2$;
- eccentricità: $e = 200 \text{ mm}$;
- carico totale allo stato limite ultimo: $q_d = 25 \text{ kN/m}$.



M. Talano
Dipartimento di Ingegneria Strutturale, Edile e Geotecnica, Politecnico di Torino

Soluzioni

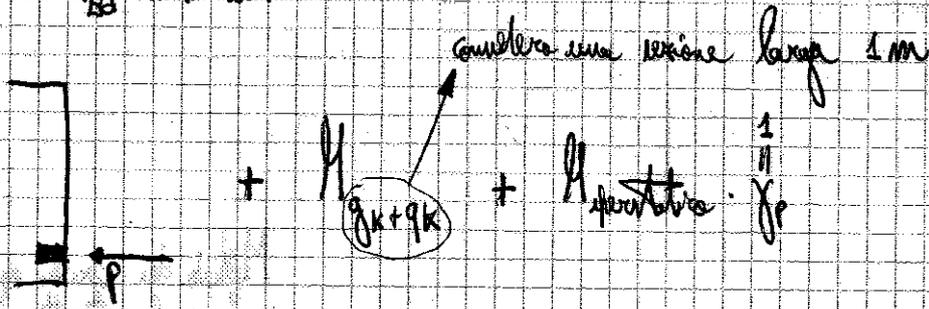
- Calcolo M_{Ed} della sezione
- Il momento M_{Ed} di calcolo sarà dato da:



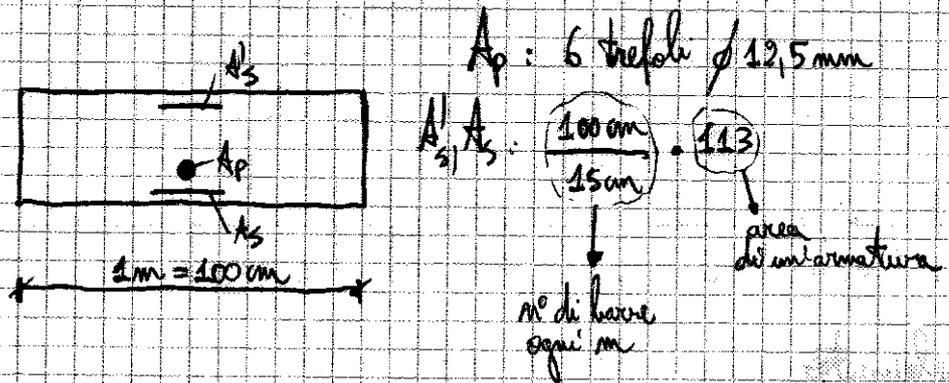
- dovrà essere $M_{Ed} \leq M_{Rd}$

Procedimento Risolutivo:

- Calcolo M_{Ed} dato da:



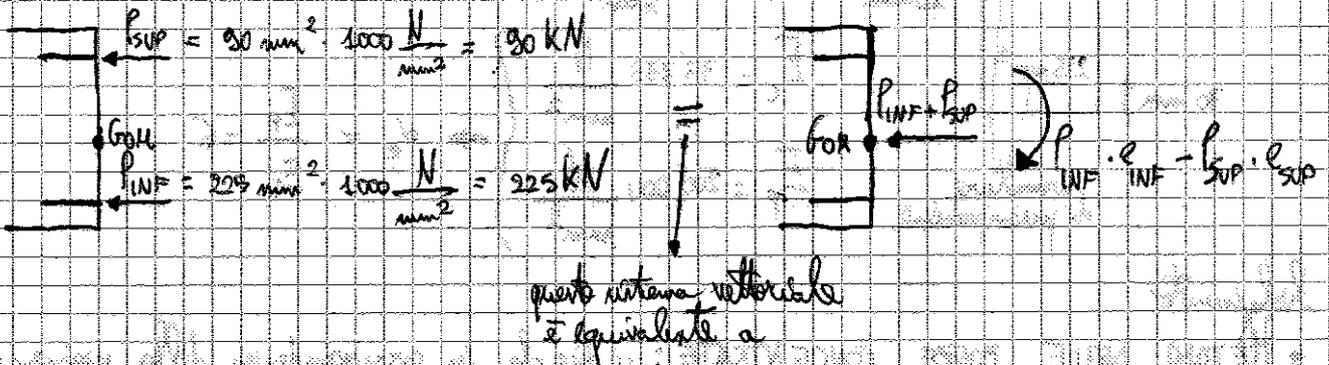
- Calcolo M_{Ed} considerando come sezione:



$$= 360,04 \cdot 10^6 \text{ mm}^4$$

2) Calcolo delle sollecitazioni interne riferite a G_{cm} (effettivo, cioè, l'analisi strutturale):

Nel momento in cui rilascio i carichi, mi ha:



$$P_{INF} + P_{SUP} = 225 + 90 = 315 \text{ kN} \quad (\text{È uno sforzo di compressione} \rightarrow \text{negativo})$$

$$P_{INF} \cdot e_{INF} - P_{SUP} \cdot e_{SUP} = 225 \cdot (148,3 - 30) - 90 \cdot (151,7 - 30) = 15664,5 \text{ kN} \cdot \text{mm} = 15,7 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

(tanda la felice)
 Numerico \rightarrow momento
 (+ negativo =)

3) Calcolo delle deformazioni e delle tensioni

$$\sigma_c = \frac{N}{A_{cm}} + \frac{M}{I_{cm}} \cdot y \quad \text{TENSIONE NEL CLS}$$

$$\sigma_p = \sigma_{p0} + \alpha_e \left(\frac{N}{A_{cm}} + \frac{M}{I_{cm}} \cdot y_p \right) \quad \text{TENSIONE NEI CAVI DI PRECOMPRESSIONE}$$

All'istradano si ha:

$$y = -151,7 \text{ mm} \Rightarrow \sigma_{c,slip} = \frac{315 \cdot 10^3}{46575} - \frac{15,7 \cdot 10^6}{360,04 \cdot 10^6} \cdot (-151,7) = -0,15 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

(e di compressione) il momento risultante è negativo

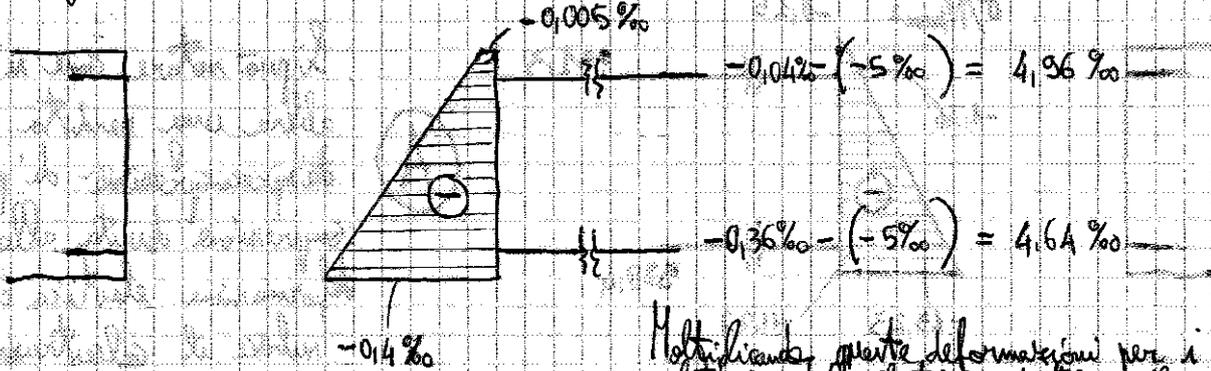
$$\sigma_{p,sup} = 1000 + 6 \cdot \left(\frac{-315 \cdot 10^3}{46575} - \frac{15,7 \cdot 10^6}{360,04 \cdot 10^6} \cdot (-151,7 + 30) \right) = 991,3 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

All'istradano si ha:

$$y = 148,3 \text{ mm} \Rightarrow \sigma_{c,inf} = \frac{315 \cdot 10^3}{46575} - \frac{15,7 \cdot 10^6}{360,04 \cdot 10^6} \cdot (148,3) = -13,23 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

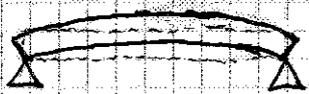
$$\sigma_{p,inf} = 1000 + 6 \cdot \left(\frac{-315 \cdot 10^3}{46575} - \frac{15,7 \cdot 10^6}{360,04 \cdot 10^6} \cdot (148,3 - 30) \right) = 928,4 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

Il diagramma delle deformazioni elastiche è quindi:



Moltiplicando queste deformazioni per i relativi moduli elastici si ottiene il diagramma delle tensioni di pag. precedente

Creando i casi pre-tesi, nel momento in cui tocca i casi si ha:

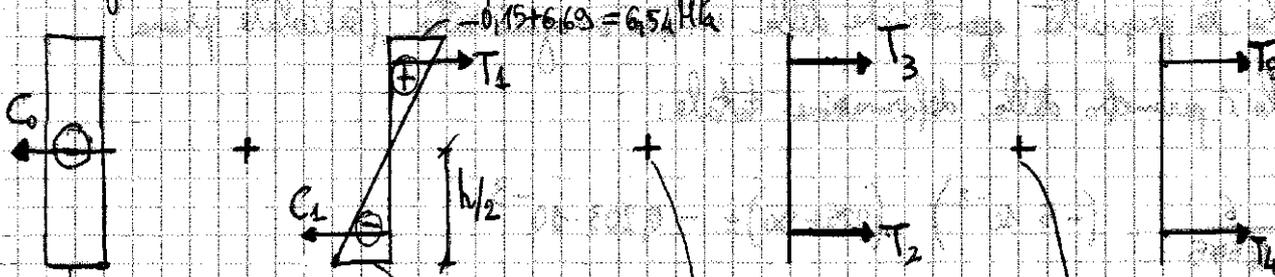


→ ha una trave appoggiata - appoggiata → STRUTTURA IPOSTATICA →

→ la precompressione non fa nascere ulteriori stati tensionali (perché la struttura è libera di deformarsi) →

→ STATO TENSIONALE AUTOEQUILIBRATO: Verifichiamolo

Il diagramma tensionale (A) lo possiamo vedere così:



$$\sigma_{cmax} = \frac{-13,23 - 0,15}{2} = -6,69 \text{ MPa}$$

$$-13,23 + 6,69 = -6,54 \text{ MPa}$$

ho acciaio e non c'è un "buco"!!

contributo casi di precompres.

ricordare che l'equilibrio si fa tra forze, non tra tensioni!!!

$$\begin{aligned} \text{eq alla traslat.: } & -6,69 \cdot (300 - 150) - \frac{6,54 \cdot \frac{300}{2} \cdot 150}{2} + \frac{6,54 \cdot \frac{300}{2} \cdot 150}{2} + 11,92 \cdot 225 + 1,46 \cdot 90 + \\ & + 928,4 \cdot 225 + 981,3 \cdot 90 = -130 \text{ N} \approx 0 \\ & \text{12} \\ & + 10 \text{ kg} \end{aligned}$$

GIUSTO!

eq alla rotazione:

$$\begin{aligned} & 2 \cdot \left[\frac{6,54 \cdot \frac{300}{2} \cdot 150}{2} \cdot \left(\frac{2}{3} \cdot \frac{300}{2} \right) \right] + 1,46 \cdot 90 \cdot (150 - 30) - 11,92 \cdot 225 \cdot (150 - 30) + \\ & - 928,4 \cdot 225 \cdot (150 - 30) + 981,3 \cdot 90 \cdot (150 - 30) = 48168 \text{ N} \cdot \text{mm} = 0,05 \text{ kN} \cdot \text{m} \approx 0 \\ & \text{GIUSTO!!} \end{aligned}$$

2) per la classe 2 vale la seguente espressione (vedi pag. 83):

$$\frac{\Delta\sigma_{PR}}{\sigma_{Pi}} = 0,66 \cdot \rho_{1000} \cdot e^{9,4 \mu} \cdot \left(\frac{t}{1000}\right)^{0,45 (1-\mu)} \cdot 10^{-5}$$

si può considerare come la perdita a 1000 h

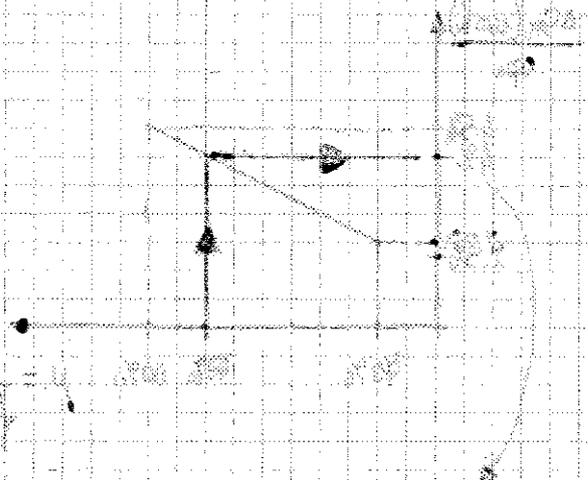
si può considerare come la perdita per un tempo $\neq 1000$ h

Quindi, per un tempo $t = 500000$ h, si ha:

$$\frac{\Delta\sigma_{PR}(500000h)}{\sigma_{Pi}} = 4,4\% \cdot \left(\frac{500000}{1000}\right)^{0,45 (1-0,48)} \rightarrow \text{porta a 2° membro } \sigma_{Pi}$$

$$\Rightarrow \Delta\sigma_{PR}(500000h) = 2,148 \cdot 59,1 = 126,9 \frac{N}{mm^2}$$

è circa pari al 3 della formula approssimata



$$\sigma_{PR} = (\sigma_{PR})_{1000} \cdot \left(\frac{t}{1000}\right)^{0,45 (1-\mu)} = (\sigma_{PR})_{1000} \cdot \left(\frac{500000}{1000}\right)^{0,45 (1-0,48)}$$

$$\sigma_{PR} = 59,1 \cdot 2,148 = 126,9 \frac{N}{mm^2} = (\sigma_{PR})_{500000}$$

(stress induriti) ... e ...

... ..

Nei casi pre-tesi le perdite di precompressione iniziali da tenere in considerazione sono:

- rientro degli ancoraggi
- rilassamento armatura (maturatione a vapore)
- perdita per deformazione elastica del ds

2. Perdita per rientro degli ancoraggi

$$\Delta\sigma_{p,rl} = E_s \cdot \left(\frac{\delta}{L} \right) = 200\,000 \cdot \frac{5}{125 \cdot 10^3} = 8 \frac{N}{mm^2}$$

La tensione nel cavo dopo le perdite per rientro degli ancoraggi sarà:

$$\sigma_{pi} = \sigma_{p0} - \Delta\sigma_{p,rl} = 1450 - 8 = 1442 \text{ MPa}$$

3. Perdita per rilassamento (ovvero alla maturazione a vapore)

Calcolo il tempo equivalente che tiene conto della maturazione a vapore:

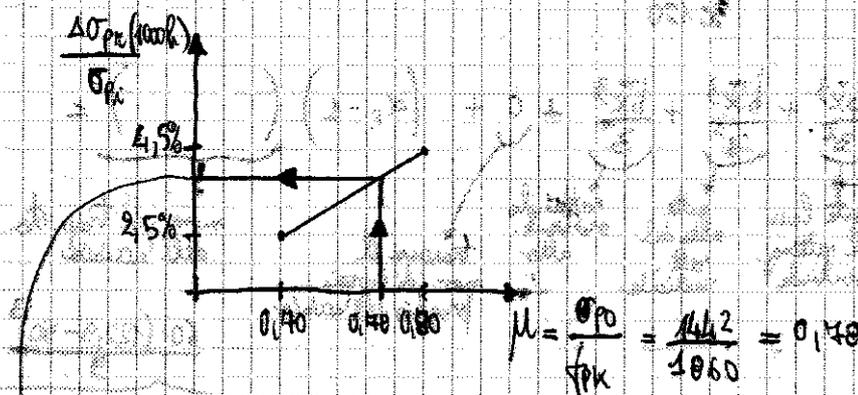
$$t_{eq} = \frac{1,14^{65-20}}{65-20} \cdot \left[\frac{(40+4) \cdot 45}{2} \right] = 2545,8 \text{ h}$$

Vedi figura 5.1 pag. 104 che descrive il ciclo di maturazione a vapore

area trapezica in fig. 15.1

La perdita per rilassamento è riferita a tale t_{eq} .

Per calcolare la perdita per rilassamento a 1000h si utilizza la fig. 4.34 di pag. 84:



$$\frac{\Delta\sigma_{pr}(1000h)}{\sigma_{pa}} \Big|_{\mu=0,78} = 2,5 + \frac{4,5-2,5}{0,80-0,40} \cdot (0,78-0,40) = 4,1\%$$

Per il calcolo della perdita per rilassamento a 2545,8h si fa riferimento alla formula del Model Code 90 di pag. 83 (formula 4.40).

$$\frac{\Delta\sigma_{pr}(t)}{\sigma_{pa}} = 4,1\% \cdot \left(\frac{t}{1000} \right)^{0,75(1-\mu)} = 4,1\% \cdot \left(\frac{2545,8}{1000} \right)^{0,75(1-0,78)} = 4,78\%$$

In fine, posso calcolare le perdite nei casi a partire dallo stato iniziale:

$$\Delta P_{i, \max} = \Delta \sigma_{p, \max} \cdot A_{p, \max} = (1450 - 1349,4) \cdot (38) \cdot 10^{-3} = 3,81 \text{ kN}$$

$$\Rightarrow \frac{3,81}{(1450 \cdot 38) \cdot 10^{-3}} = \boxed{6,9\%}^* : \text{perdita del } 6,9\% \text{ rispetto alla } P_{\max, \max}$$

$$\Delta P_{i, \min} = \Delta \sigma_{p, \min} \cdot A_{p, \min} = (1450 - 1245,9) \cdot (186) \cdot 10^{-3} = 32,4 \text{ kN}$$

$$\Rightarrow \frac{32,4}{(1450 \cdot 186) \cdot 10^{-3}} = \boxed{12,0\%}^*$$

* tale perdite non sono piccolissime!!!

APPLICAZIONE DEGLI ULTERIORI CARICHI PERMANENTI (pag. 122 libro, pag. 50 appunti)

Calcolare le tensioni totali nella sezione per effetto della presumpzione e del momento dovuto alla combinazione quasi permanente delle azioni (però proprio $\pm \gamma_2$ variabile), poi a 25 kN/m.

Solamente

le variazioni di tensione dovute al momento esterno M_{qp} prodotto dalle azioni quasi permanenti sono date dalle relazioni:

$$\Delta \sigma_c = \frac{M_{qp}}{I_{com}} \cdot y \quad , \quad \Delta \sigma_t = \left(\frac{M_{qp}}{I_{com}} \cdot y \right) \cdot \alpha_e$$

dunque:

$$\Delta \sigma_{c, \text{intradosso}} = \frac{25 \cdot 10^6}{2,2900 \cdot 10^9} \cdot 122,9 = 13,4 \text{ MPa}$$

È dove ora verificare che la tensione ^{totale} all'intradosso non superi la resistenza a trazione del cls:

$$\sigma_{c, \text{intradosso}}^* = \sigma_{c, \text{presump}} + \sigma_{c, M_{qp}} = -19,4 + 13,4 = -6 \text{ MPa} < f_{ctk, 0,05}$$

Il diagramma delle tensioni $\sigma(t_1)$ al tempo t_1 viene ottenuto con la sovrapposizione degli effetti (vedi fig. 61 pag. 122 libro).

$$y'(x=0) = \theta_A = 0,084 \quad \Rightarrow \theta_{AB} = \theta_A - \theta_B = 0,084 - (-0,103) = 0,187 \text{ rad}$$

$$y'(x=20\text{mm}) = \theta_B = -0,103 = 0,187 \text{ rad}$$

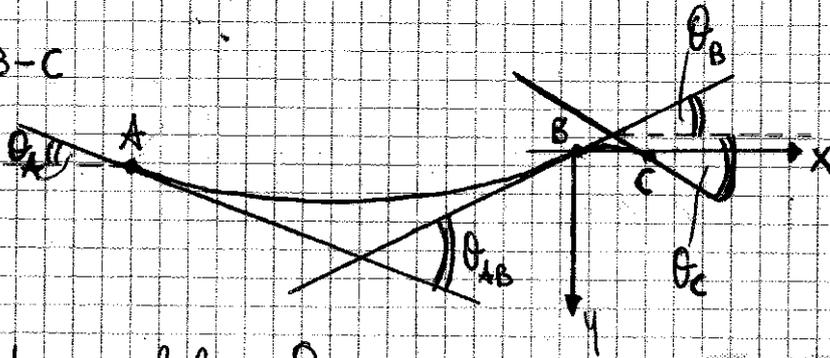
2) utilizzando la relazione:

$$\theta_{AB} = \frac{\theta l}{L} = \frac{\theta \cdot \left[\frac{0,22}{2} + (0,85 - 0,50) \right]}{20} = 0,187 \text{ rad}$$

Poiché la tensione nel punto A è pari a 1400 MPa, la tensione in B risulta:

$$\sigma_p(B) = \sigma_p(A) \cdot e^{-\mu (\theta_{AB} + kx)} = 1400 \cdot e^{-0,19 (0,187 + 0,04 \cdot 20)} = 1304,5 \text{ MPa}$$

- Tratto B-C



$$\theta_{BC} = |\theta_B| + \theta_C$$

$$\theta_{AC} = |\theta_{AB}| + |\theta_{BC}|$$

Ho 2 modi per calcolare θ_{BC} :

1) partendo dall'equazione della parabola (assi di riferimento a sinistra):

$$y = ax^2 + bx$$

$$\text{per } x = 1,60 \text{ m} \Rightarrow y = -0,08 \text{ m} \Rightarrow -0,08 = 2,56a + 1,6b$$

per $x = 0,80 \text{ m} \Rightarrow y = \dots$ nel disegno non c'è indicazione della quota nella direzione del cavo, quindi questo metodo non può essere utilizzato

2) essendo il tratto da C al cavo rettilineo, la deviazione angolare in C è la tangente di tale tratto rettilineo, cioè la sua pendenza:

$$\theta_C = \frac{0,20}{5,40} = 0,037 \quad \Rightarrow \theta_{BC} = |\theta_B| + \theta_C = 0,103 + 0,037 = 0,140 \text{ rad}$$

$$\Rightarrow \theta_{AC} = \theta_{AB} + \theta_{BC} = 0,187 + 0,140 = 0,327 \text{ rad}$$

La tensione in C risulta quindi:

$$\sigma_p(C) = \sigma_p(A) \cdot e^{-\mu (\theta_{AC} + kx)} = 1400 \cdot e^{-0,19 (0,327 + 0,04 \cdot 21,60)} = 1263,5 \text{ MPa}$$

\bar{e} :

$$L_k = \sqrt{E_p \frac{\delta}{P}} = \sqrt{200.000 \frac{[N]}{[mm^2]} \cdot \frac{0,005 [m]}{4,925 \frac{[N]}{[mm^2 \cdot m]}}} = 14,25 \text{ m}$$

La perdita di tensione nel punto A dovuta al rientro degli ancoraggi vale:

$$\Delta\sigma_p(A) = 2 L_k \cdot p = 2 \cdot 14,25 \cdot 4,925 = 140,4 \text{ MPa}$$

$$\Rightarrow \sigma_p(A) = 1400 - \Delta\sigma_p(A) = 1400 - 140,4 = 1259,6 \text{ MPa}$$

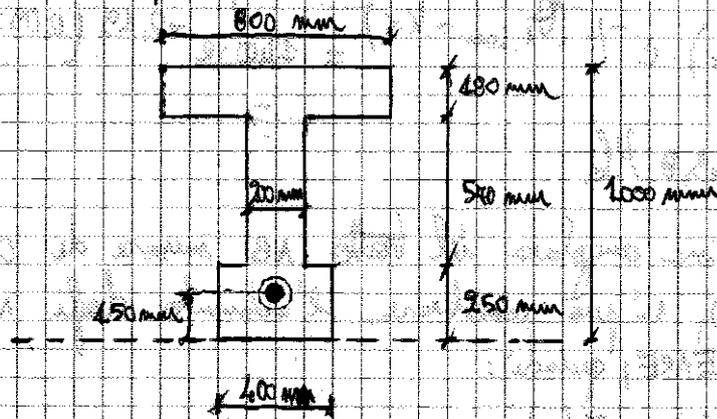
A distanza L_k la tensione nel cavo di precompressione vale:

$$\sigma_p(z=L_k) = \sigma_p(A) + p \cdot L_k = 1259,6 + 4,925 \cdot 14,25 = 1330 \text{ MPa}$$

Per il diagramma delle tensioni nel caso di precompressione vedere la fig. 5.9 a pag. 116 del libro.

CALCOLO DELLE TENSIONI DOPO L'APPLICAZIONE DELLA PRECOMPRESSIONE:

si calcolino le tensioni nella sezione di massima della campata dovuta al p.p. proprio, pari a $M_{pp} = 400 \text{ kN}\cdot\text{m}$, e, dopo l'inserimento dei cavi, di un'ulteriore quota di momento quasi permanente pari a $400 \text{ kN}\cdot\text{m}$



A_p : 15 trafilati di 15 mm con area totale di 2400 mm^2

Diametro quaina: 86 mm

$d_e = 6$

$f_{ck} = 35 \text{ MPa}$

1° fase: tensione dovuta alla precompressione e al p.p. la quaina non è ancora installata, quindi le proprietà geometriche della sezione sono quelle del cls forato.

$$A_{om} = 800 \cdot 180 + 540 \cdot 200 + 250 \cdot 400 - \pi \cdot \frac{86^2}{4} = 352 \cdot 10^3 \text{ mm}^2$$

$$S_{m-n,om} = \frac{800 \cdot 250^2}{2} + 1200 \cdot \left(250 + \frac{540}{2}\right) + 800 \cdot 180 \cdot \left(820 + \frac{180}{2}\right) - \pi \cdot \frac{86^2}{4} \cdot 150 = 204 \cdot 10^6 \text{ mm}^3$$

$$W_{G,om} = \frac{S_{m-n,om}}{A_{om}} = 578,3 \text{ mm} ; \quad h - W_G = 424,7 \text{ mm}$$

$$\Rightarrow \Delta\sigma_{PK} (300h) = 3\% \cdot \sigma_{PK} = 3\% (1349,6) = 40,5 \text{ MPa} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \Delta\sigma_{PK} (t_2) \cong 3 \cdot \Delta\sigma_{PK} (300h) = 121,5 \text{ MPa}$$

Si deve calcolare $\Delta\sigma_{P,C+D+R}$ data dalla formula (6.43) a pag. 130.
Le proprietà geometriche della sezione sono quelle della sezione di sola ds, senza cavo di precompressione:

$$A_C = 400 \cdot 250 + 800 \cdot 540 + 800 \cdot 180 - 2400 = 3559 \cdot 10^3 \text{ mm}^2$$

$$S_{m-n, C} = 400 \cdot \frac{250^2}{2} + 540 \cdot 200 \left(250 + \frac{540}{2} \right) + 800 \cdot 180 \cdot \left(820 + \frac{180}{2} \right) - 2400 \cdot 150 =$$

$$= 204,2 \cdot 10^6 \text{ mm}^3$$

$$y_{G, C} = \frac{S_{m-n, C}}{A_C} = 573,8 \text{ mm} \Rightarrow z_{CP} = y_{G, C} - 150 = 423,8 \text{ mm}$$

$$I_{XC} = \left[\frac{400 \cdot 250^3}{12} + 400 \cdot 250 \cdot \left(573,8 - \frac{250}{2} \right)^2 \right] + 200 \cdot \frac{(573,8 - 250)^3}{3} +$$

$$+ 200 \cdot \frac{(426,2 - 180)^3}{3} + \left[\frac{800 \cdot 180^3}{12} + 800 \cdot 180 \cdot \left(426,2 - \frac{180}{2} \right)^2 \right] -$$

$$- 2400 \cdot (573,8 - 150)^2 = 40,209 \cdot 10^9 \text{ mm}^4$$

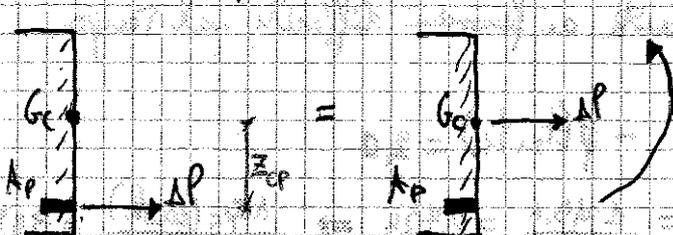
Dunque:

$$\Delta\sigma_{P, C+D+R} = \frac{-\frac{0,30}{1000} \cdot 190000 - 2,5 \cdot 6 \cdot 2,0 - 0,8 \cdot 121,5}{4 + 6,0 \cdot \frac{2400}{3559 \cdot 10^3} \cdot \left(1 + \frac{3559 \cdot 10^3}{40,209 \cdot 10^9} \cdot 423,8^2 \right) \cdot [1 + 0,8 \cdot 2,0]} = -216,64 \text{ MPa}$$

La tensione finale nel cavo risulta pertanto pari a:

$$\sigma_p(t_2) = 1349,6 - 216,64 = 1133,0 \text{ MPa}$$

l'effetto di questa perdita di tensione nel cavo di precompressione nella sezione di ds può essere valutato considerando la sezione soggetta ad una forza di trazione ΔP applicata a livello del cavo:

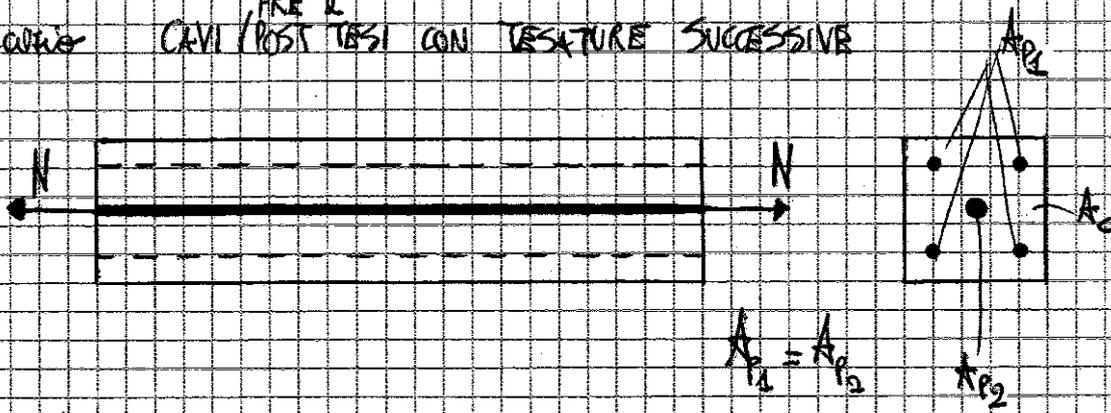


$$\Delta P = \Delta\sigma_{P, C+D+R} \cdot A_p =$$

$$= 216,64 \cdot 2100 \cdot 10^{-3} =$$

$$= 454,9 \text{ kN}$$

ESERCIZIO CAVI PRE E POST TESI CON TESSURE SUCCESSIVE



solgimento

• CAVI POST-TESI

Nel momento in cui tende il cavo rosso (dopo quelli neri tesi precedentemente) ha un accorciamento dell'elemento pari a $\Delta L_c = \Delta \epsilon_c \cdot L$

$$\Delta \epsilon_{p,el} = \frac{\Delta L_c}{L} = \frac{\Delta \epsilon_c \cdot L}{L} = \Delta \epsilon_c \Rightarrow \text{compatibilità spostamenti}$$

$\Delta \sigma_p = E_p \cdot \Delta \epsilon_p \Rightarrow$ la perdita di tensione nei cavi 1 per effetto della fissura del cavo 2 è pari a:

$$\Delta P_1 = \Delta \sigma_p \cdot A_{p1} = \Delta \sigma_p \cdot \frac{A_{p,TOT}}{2} = E_p \cdot \Delta \epsilon_p \cdot \frac{A_{p,TOT}}{2}$$

• CAVI PRE-TESI

Nel caso di un elemento pre-teso (equivalente a quello post-teso) il cavo rosso e quelli neri appaiono contemporaneamente. L'accorciamento elastico dell'els nero:

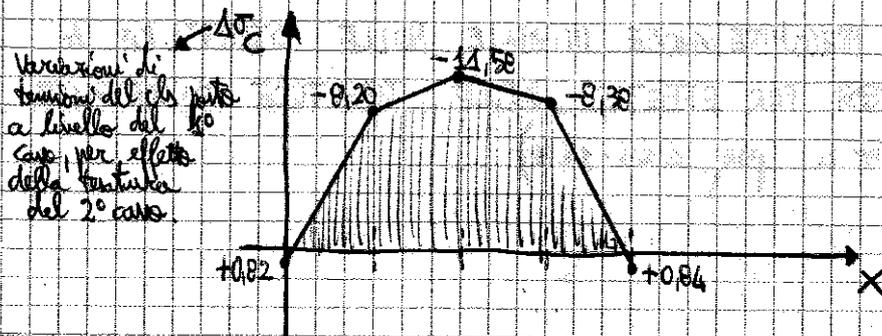
$$\Delta \epsilon_c = \frac{\Delta \sigma_c}{E_c} = \frac{\sigma_p \cdot A_{p,TOT}}{E_c \cdot A_c}$$

$$\Delta \sigma_c \cdot A_c = \sigma_p \cdot A_{p,TOT}$$

per aderenza si ha $\Delta \epsilon_c = \Delta \epsilon_{p,el} \Rightarrow \Delta \sigma_{el} = E_p \cdot \Delta \epsilon_{p,el}$

Dunque:

$$\Delta P_{el} = \Delta \sigma_p \cdot A_{p,TOT} = E_p \cdot \frac{\sigma_p \cdot A_{p,TOT}^2}{E_c \cdot A_c}$$



6) determinando $\Delta\sigma_c$ per E_c ottengo il diagramma delle $\Delta\varepsilon_c$. La variazione di lunghezza totale del ds posto a livello del cavo (e dunque la variazione di lunghezza totale del cavo, per compatibilità degli spostamenti) risulta:

$$\Delta L_c = \int \Delta\varepsilon_c dz = \Delta\varepsilon_{cm} \cdot L$$

7) si calcola il valore medio della variazione di tensione nel ds a livello del primo cavo per effetto della trazione del 2° cavo:

$$\Delta\sigma_{cm} = \frac{\text{area diagramma } \Delta\sigma_c}{L_{trave}}$$

$$\Rightarrow \Delta\varepsilon_{cm} = \frac{\Delta\sigma_{cm}}{E_c} \Rightarrow \Delta L_c = \Delta\varepsilon_{cm} \cdot L$$

$$\varepsilon_{pm} = \frac{\Delta L_c}{L} = \Delta\varepsilon_{cm} \Rightarrow \text{cte compatibilità degli spostamenti}$$

8) la perdita di precompressione nel 1° cavo risulta allora pari a:

$$\Delta P_1 = (\alpha_2 \cdot \Delta\sigma_{cm}) \cdot A_{p1}$$

$\Delta\sigma_{P1}$

tale valore è costante per tutta la lunghezza del cavo

Il valore si è così ottenuto e però approssimato, perché a causa dell'attrito il cavo 1 non è del tutto libero di muoversi entro la guaina per cui la perdita effettiva di precompressione risulta inferiore di quella calcolata.

In seguito alla temperatura si ha anche un accorciamento elastico del ds (perché, termico, si fa contratto nel ds).

$$\Delta L_c = \int_0^L \epsilon_c dx = \int_0^L \frac{\sigma_c}{E_c} dx = \frac{1}{E_c} \int_0^L \sigma_c dx = \frac{1}{E_c} \int_0^L \frac{\sigma_p A_p}{A_c} dx =$$

$$\sigma_c A_c = \sigma_p A_p$$

$$= \frac{1}{E_c} \frac{A_p}{A_c} \int_0^L \sigma_p dx = \frac{1}{25000} \cdot \frac{3000}{(500^2 - 3000)} \cdot \frac{(1350 + 1310,1) \cdot 10000}{2} =$$

$$= 6,39 \text{ mm}$$

Dunque, per effetto della temperatura, il cavo si accorcia dell'estremità di:

$$\Delta L = \Delta L_p + \Delta L_c = 66,3 + 6,39 = 72,69 \text{ mm}$$

2) CALCOLO T CHE PRODUCE LA DECOMPRESSIONE

Calcolo per prima cosa l'effetto dei fenomeni differenti, utilizzando la formula 6.13 a pag. 130

Le proprietà geometriche sono quelle della sezione di solo ds, senza cavo:

$$A_c = 500^2 - 3000 = 244000 \text{ mm}^2$$

Per utilizzare la formula serve anche calcolare la tensione del ds a livello del cavo nella sezione più critica (sezione A in questo caso).

Tramite un semplice equilibrio alla trazione orizzontale si ha:

$$\sigma_c(A) \cdot A_{con} = \sigma_p(A) \cdot A_p \Rightarrow \sigma_c(A) = \frac{1310,1 \cdot 3000}{244000} = 14,5 \text{ MPa}$$

$$A_{con} = 500^2 + (\alpha_c - \alpha_p) \cdot (3000) = 244000 \text{ mm}^2$$

Dunque si ha (formula 6.13):

$$\Delta \sigma_{p, critica} = \frac{\frac{-0,30}{4000} \cdot 200000 - 14,5 \cdot 8 \cdot 2,0 - 0,8 \cdot \frac{5}{100} \cdot 1310,1}{1 + 8 \cdot \frac{3000}{244000} \cdot (1 + 0) \cdot (1 + 0,8 \cdot 2,0)} = -245,0 \text{ MPa}$$

La tensione finale nel cavo risulta pertanto pari a:

$$\sigma_p(A_2) = 1310,1 - 245,0 = 1065,1 \text{ MPa}$$

Esercizio

Analisi nelle fasi iniziali (senza fenomeni reologici dei materiali)

Applicazione 2

Un solaio per edificio commerciale, di sezione costante riportata in figura, è realizzato con travi prefabbricate precomprese a cavi pre-tesi di interasse 1,00 m, sulle quali viene realizzata una soletta in c.a., di spessore 150 mm, resa collaborante con la trave. Il peso della pavimentazione e degli ulteriori carichi permanenti è di 2,00 kN/m². Le travi sono armate inferiormente con 4+4 trefoli, superiormente con 2 trefoli (area del singolo trefolo 93 mm²).

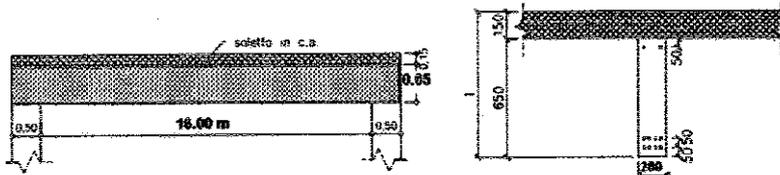
Calcolare:

- le tensioni nella sezione di mezzera, al momento della realizzazione della soletta ($t = 0$);
- quale valore del carico variabile q_{lim} determinerebbe il collasso dell'elemento.

Materiali:

calcestruzzo: $f_{ct,crack,c.a.p.} = 50 \text{ N/mm}^2$; $E_{c,crack,c.a.p.} = 37000 \text{ N/mm}^2$
 $f_{ct,crack,solaio} = 30 \text{ N/mm}^2$; $E_{c,solaio} = 33000 \text{ N/mm}^2$

acciaio da c.a.p.: $f_{yk} = 1860 \text{ N/mm}^2$; $\gamma_{s,c.a.p.} = 0,85 \cdot f_{yk,0,1k}$



• calcolo N_{k0} della trave considerando anche la soletta
 • impiego $N_{k0} = N_{k0} = \frac{q \cdot l^2}{8}$
 • ricerca q

Svolgimento

1. AZIONI

Al momento della realizzazione della soletta, i carichi da considerare sono dati dal peso proprio della trave e da quella della soletta:

$$g_{k0, \text{trave}} = \gamma_{c.a.} \cdot A_{\text{trave}} = 25 \frac{\text{KN}}{\text{m}^3} \cdot (0,2 \cdot 0,65 \text{ [m}^2\text{)}) = 3,25 \frac{\text{KN}}{\text{m}}$$

$$g_{k0, \text{soletta c.a.}} = \gamma_{c.a.} \cdot A_{\text{soletta}} = 25 \frac{\text{KN}}{\text{m}^3} \cdot (0,15 \cdot 1 \text{ [m}^2\text{)}) = 3,75 \frac{\text{KN}}{\text{m}}$$

1 m è l'interasse delle travi (cioè la larghezza di appoggio di ogni singola trave)

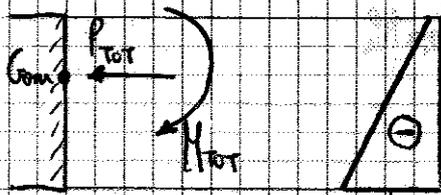
g_k totale:

$$g_k = 3,25 + 3,75 = 7,00 \frac{\text{KN}}{\text{m}}$$

2. Proprietà geometriche della sezione all'istante $t=0$
 Il cls della soletta è ancora fresco al momento della realizzazione della soletta ($t=0$) quindi non contribuisce alle proprie geometriche della sezione resistente.

Le proprietà geometriche della sezione interamente reagite (omogeneizzata) sono quindi:

Le sollecitazioni agenti vengono riferite al baricentro della sezione omogeneizzata:



$$P_{TOT} = 264,4 + 4058,6 = 4323,3 \text{ KN}$$

$$H_{TOT} = 1058,6 \cdot (320,58 - 45) \cdot 10^{-3} - 264,4 \cdot (329,42 - 50) \cdot 10^{-3} = 186 \text{ KN} \cdot \text{m}$$

diagramma qualitativo delle tensioni in seguito al trasferimento della precompressione

l'applicazione di H_{pp} produce le seguenti variazioni di tensione:

$$\Delta\sigma_c = \frac{H_{pp}}{I_{om}} \cdot y_c, \quad \Delta\sigma_s = \left(\frac{H_{pp}}{I_{om}} y_c \right) \cdot \alpha_e$$

Per ottenere la tensione totale può sovrapporre gli effetti, cioè $\sigma_{TOT} = \sigma_{Precomp} + \sigma_{H_{pp}}$, oppure può calcolare il momento totale e poi applicata la formula della flessione:

$$H_{TOT} = 238,2 - 186 = 52,2 \text{ KN} \cdot \text{m} \Rightarrow \text{Diagramma con } 1323,3 \text{ KN} \text{ e } 52,2 \text{ KN} \cdot \text{m}$$

Dunque: $\sigma_c = \frac{N}{A_{om}} + \frac{M}{I_{om}} \cdot y$

CLS: $\sigma_{c, intraduro} = \frac{4323,3 \cdot 40^3}{134052} + \frac{52,2 \cdot 40^6}{48142985 \cdot 10^8} \cdot 320,58 = -6,44 \text{ MPa}$

$\sigma_{c, P_{inf1}} = \dots \cdot (320,58 - 50) = -6,95 \text{ MPa}$

$\sigma_{c, P_{inf2}} = \dots \cdot (320,58 - 100) = -7,49 \text{ MPa}$

$\sigma_{c, P_{sup}} = \dots \cdot (-329,42 + 50) = -12,88 \text{ MPa}$

$\sigma_{c, extraduro} = \dots \cdot (-329,42) = -13,41 \text{ MPa}$

• ARMATURA DA PRECOMPRESSIONE: $\sigma_p = \sigma_{p0} + \alpha_e \sigma_c$

$\sigma_{p, inf1} = 1422,9 + 54 \cdot (-6,95) = 1385,4 \text{ MPa}$

$\sigma_{p, inf2} = 1422,9 + 54 \cdot (-7,49) = 1382,4 \text{ MPa}$

Esercizio

Analisi nelle fasi iniziali (senza fenomeni reologici dei materiali)

Applicazione 3

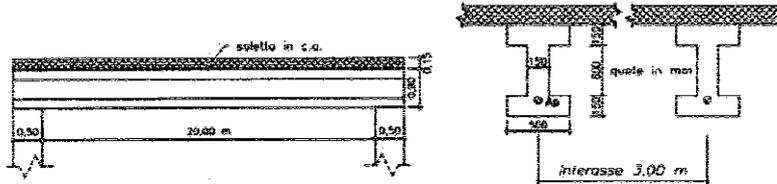
Un solaio per edificio industriale, di sezione costante riportata in figura, è realizzato con travi prefabbricate precomprese a cavi pre-tesi, sulle quali viene realizzata una soletta in c.a., di spessore 130 mm, resa collaborante con la trave. Il peso della pavimentazione e degli inferiori carichi permanenti è di $2,00 \text{ kN/m}^2$, mentre il carico variabile è di $5,00 \text{ kN/m}^2$. Calcolare l'armatura di precompressione (area e posizione del cavo risultante).

Fare le verifiche nella sezione di mezzanella per le seguenti condizioni:

- in esercizio, al momento della posa della trave ($t = 0$);
- in esercizio, al momento della realizzazione della soletta ($t = 0$);
- allo s.l.u. per flessione.

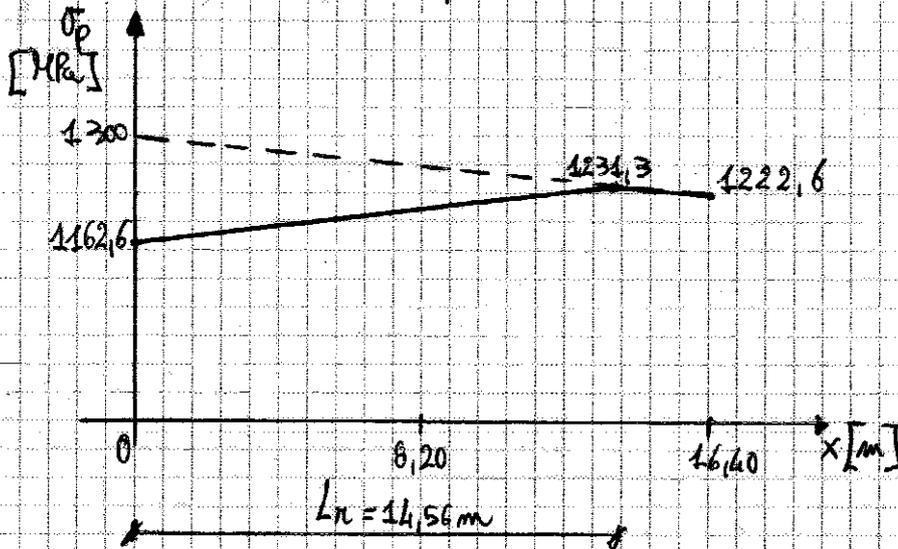
Materiali:

calcestruzzo: $E_{c,soletta} = 50 \text{ N/mm}^2$; $E_{c,trave} = 25 \text{ N/mm}^2$
 acciaio da s.l.d.: $E_{ak} = 1860 \text{ N/mm}^2$



M. Tubano
 Dipartimento di Ingegneria Strutturale, Edile e Geotecnica, Università di Torino

Il diagramma delle tensioni dopo le perdite materiali è:



La tensione σ_p in questo punto è:

$$\sigma_p(x=8,20\text{ m}) = 1162,6 + p \cdot 8,20 = 1201,3 \text{ MPa}$$

A questo punto interviene il peso proprio. Da questo punto non è ancora stata incassata, quindi le proprietà geometriche della sezione sono quelle del cls forato:

$$d_e = \frac{200000}{35000} = 5,7 \quad 1256 \text{ mm}^2$$

$$A_{om} = 400 \cdot 150 + 500 \cdot 150 + 600 \cdot 200 - 2 \cdot 1600 + (d_e - 4) \cdot \left(4 \cdot 3,14 \cdot \frac{20^2}{4} \right) = 254403,2 \text{ mm}^2$$

$$S_{n-n, om} = 400 \cdot \frac{150^2}{2} + 150 \cdot 500 \cdot \left(150 + \frac{500}{2} \right) + 600 \cdot 200 \cdot \left(650 + \frac{200}{2} \right) - 2 \cdot 1600 \cdot 100 + (d_e - 4) \cdot 1256 \cdot 50 = 124445460 \text{ mm}^3$$

$$y_G = \frac{S_{n-n, om}}{A_{om}} = 483,02 \text{ mm} \Rightarrow h - y_G = 850 - 483,02 = 366,98 \text{ mm}$$

$$I_{om, X} = \left[\frac{400 \cdot 150^3}{12} + 400 \cdot 150 \cdot \left(483,02 - \frac{150}{2} \right)^2 \right] + \frac{150 \cdot \left(483,02 - 150 \right)^3}{3} + 150 \cdot \frac{\left(366,98 - 200 \right)^3}{3} + \left[\frac{600 \cdot 200^3}{12} + 600 \cdot 200 \cdot \left(366,98 - \frac{200}{2} \right)^2 \right] - 2 \cdot 1600 \cdot \left(483,02 - 100 \right)^2 + (d_e - 4) \cdot 1256 \cdot \left(483,02 + 50 \right)^2 = 2,147 \cdot 10^{10} \text{ mm}^4$$

N.B.: questo termine dovrebbe essere omesso perché nel calcolo del p.p. si utilizza la sezione forata di cls.

Il peso proprio è da valutare:

$$g_{k0} = \gamma_{c.l.} \cdot A_{sezione} = 25 \left[\frac{\text{kN}}{\text{m}^3} \right] \cdot \left(400 \cdot 150 + 500 \cdot 150 + 600 \cdot 200 - 2 \cdot 1600 \right) \cdot 10^{-6} = 3,60 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

l'applicazione di tali carichi avviene dopo l'incisione della guaina, quindi viene ricalcolata la proprietà della sezione:

$$A_{om} = 400 \cdot 150 + 150 \cdot 800 + 200 \cdot 600 + (d_e - 1) \cdot (1500 + 1256) = 269423,2 \text{ mm}^2$$

$$\sum_{m=1,10m} = 400 \cdot \frac{150^2}{2} + 500 \cdot 150 \cdot (150 + 290) + 600 \cdot 200 \cdot (600 + 100) + (d_e - 1) \cdot [1256 \cdot 500 + 1500 \cdot 100] = 1,255 \cdot 10^8 \text{ mm}^3$$

$$y_{com} = \frac{\sum_{m=1,10m}}{A_{om}} = 464,42 \text{ mm} \Rightarrow h - y_{com} = 850 - 464,42 = 385,58 \text{ mm}$$

$$I_{x_{om}} = (\text{per il ds è uguale a prima ambiente } y_{com}) + (d_e - 1) [1256 \cdot (464,42 - 50)^2 + 1500 \cdot (464,42 - 100)^2] = 2,328 \cdot 10^{10} \text{ mm}^4$$

Le variazioni di tensione maxime: $\Delta \sigma = \frac{M_{qp}}{I_{x_{om}}} \cdot y$

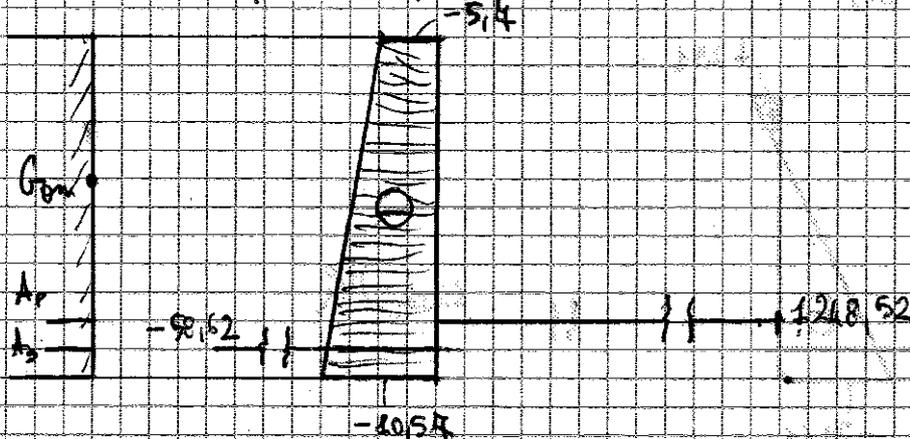
$$\Delta \sigma_{c, \text{trabotto}} = \frac{524,5 \cdot 10^6}{2,328 \cdot 10^{10}} \cdot 464,42 = +10,54 \text{ MPa}$$

$$\Delta \sigma_{c, \text{trabotto}} = " \cdot (-385,58) = -8,61 \text{ MPa}$$

$$\Delta \sigma_{cs} = d_e \cdot " \cdot (464,42 - 50) = +53,64 \text{ MPa}$$

$$\Delta \sigma_{cp} = d_e \cdot " \cdot (464,42 - 100) = +44,22 \text{ MPa}$$

Lo stato tensionale finale è quindi:



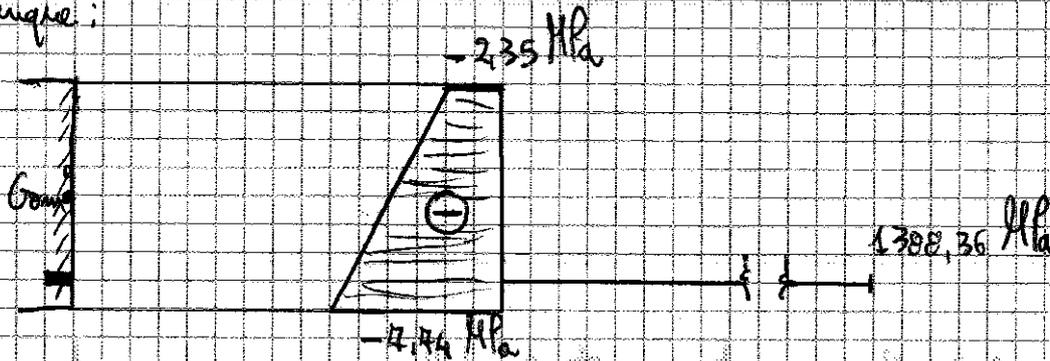
Si ha:

$$\sigma_{\text{Chiusatura}} = -\frac{1098 \cdot 10^3}{246425} + \frac{(200 - 206,4) \cdot 10^6}{1,745 \cdot 10^{10}} \cdot 340,01 = -4,44 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{\text{estrazione}} = \sigma_{\text{Chiusatura}} + \sigma_{\text{Chiusatura}} \cdot (-340,01) = -2,35 \text{ MPa}$$

$$\sigma_p = \sigma_{p_i} + \alpha_c \left(\frac{\sigma_{\text{Chiusatura}}}{\sigma_{p_i}} \right) = 1400 + 6 \cdot \left(\frac{-4,44}{1400} \right) \cdot (340,01 - 100) = 1388,36 \text{ MPa}$$

Dunque:



Ora si calcola l'effetto dei fenomeni differiti:

-rilassamento: $\sigma_{p_i} = 1388,36 \text{ MPa} \Rightarrow \mu = \frac{1388,36}{1960} = 0,708 \Rightarrow$

$$\Rightarrow \frac{\Delta \sigma_{pe}(\infty)}{\sigma_{p_i}} = 2,5 + \frac{4,5 - 2,5}{0,80 - 0,40} \cdot (0,708 - 0,40) = 3,42\%$$

$$\Rightarrow \Delta \sigma_{pe}(\infty) = 3 \cdot \Delta \sigma_{pe}(\text{scorh}) = 3 \cdot 3,42\% \cdot 1388,36 = 142,4 \text{ MPa}$$

Da qui in poi è uguale all'esercizio a pag. 131-132

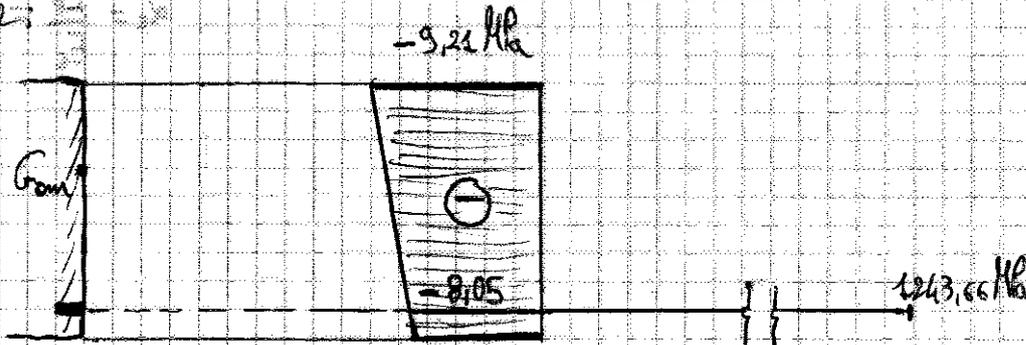
Si ha:

$$\sigma_{\text{centrofibro}} = - \frac{1755 \cdot 10^3}{203100} + \frac{(600-580) \cdot 10^6}{4,115 \cdot 10^{10}} \cdot 430,5 = -4,04 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{\text{estradio}} = \eta \cdot (-319,5) = -9,21 \text{ MPa}$$

$$\sigma_p = 4300 + \eta \cdot (430,5 - 400) = 4243,66 \text{ MPa}$$

Dunque:



Ora si calcola l'effetto dei fenomeni differenti:

- rilassamento a tempo infinito: ammontare $\Delta \sigma_{p,c} (t=\infty) = 0\% \cdot \sigma_{p,i} = 0\% \cdot 4243,66 = 99,5 \text{ MPa}$

Le proprietà geometriche della sezione sono quelle della sezione di solo cb, senza caso di precompressione.

$$A_c = 500 \cdot 150 + 600 \cdot 200 - 1350 = 193650 \text{ mm}^2$$

$$S_{m-m,c} = \frac{200 \cdot 600^2}{2} + 500 \cdot 150 \cdot \left(600 + \frac{150}{2}\right) - 1350 \cdot 100 = 8,65 \cdot 10^8 \text{ mm}^3$$

$$y_{G,c} = \frac{S_{m-m,c}}{A_c} = 446,63 \text{ mm} \Rightarrow h - y_{G,c} = 750 - 446,63 = 303,37 \text{ mm}$$

$$I_{X,c} = (\text{momenti cb uguali a prima lambando solo } y_{G,c}) - 1350 \cdot (446,63 - 100)^2 = 1,004 \cdot 10^{10} \text{ mm}^4$$

Utilizzando la formula (6.13) a pag. 130 si ha:

$$\Delta \sigma_{p,c+tr} = \frac{-0,30}{4000} \cdot 240000 - 0,05 \cdot 4 \cdot 2,0 - 0,8 \cdot 99,5 = -91,05 \text{ MPa}$$

$$1 + 4 \cdot \frac{1350}{193650} \cdot \left(1 + \frac{193650}{1,004 \cdot 10^{10}} \cdot (446,63 - 100)^2\right) \cdot (1 + 0,8 \cdot 2,0)$$

La tensione finale nel caso risulta pertanto pari a:

$$\sigma_p(t_2) = 4243,66 - 91,05 = 4152,61 \text{ MPa}$$

Esercizio

Analisi delle tensioni nel tempo

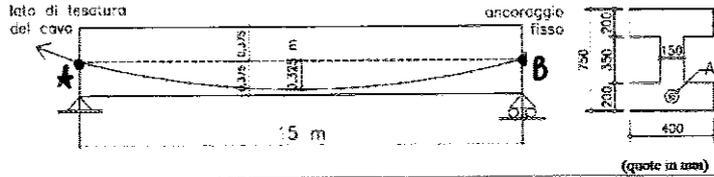
Applicazione 4

Determinare le tensioni nella sezione di mezziera della trave precompressa a cavi post-tesi, a perdite scontate, e il valore del carico variabile uniformemente distribuito che produce la decompressione della stessa sezione.

Dati:

- materiali: calcestruzzo ($R_{ct} = 40 \text{ N/mm}^2$), acciaio in trefile ($f_{ptk} = 1860 \text{ N/mm}^2$);
- tensione iniziale del cavo $\sigma_{pi} = 1400 \text{ N/mm}^2$;
- armatura di precompressione $A_p = 785 \text{ mm}^2$; area della guaina $A_{guaina} = 1600 \text{ mm}^2$;
- rientro degli ancoraggi $a = 5 \text{ mm}$;
- coefficiente di attrito cavo-guaina $f = 0,19$;
- deviazione angolare di serpeggiamento del cavo $\beta = 0,01 \text{ rad/m}$;
- coefficiente di fluage $\phi = 2$;
- ritiro $\epsilon_{sh} = -0,3 \text{ mm/m}$;
- rilassamento $A_{cr,1000h} = 2,5 \%$ (per $\sigma_p / f_{ptk} = 0,7$), non si richiede il calcolo iterativo;
- azioni: prima dell'iniezione dei cavi considerare solo il peso proprio della trave, successivamente aggiungere un carico permanente pari a 6 kN/m .

Annuncio:
 $E_p = 200.000 \text{ MPa}$
 $E_c = 30.000 \text{ MPa}$
 $\alpha_e = 6,4$



M. Tallone
 Dipartimento di Ingegneria Strutturale, Edile e Geotecnica, Politecnico di Torino

Soluzioni

1) Per prima cosa calcolo l'andamento delle tensioni nel cavo, tenendo conto delle perdite per attrito e di quelle per rientro degli ancoraggi:

$$\theta_{AB} = \frac{8f}{L} = \frac{8 \cdot 0,325}{15} = 0,173 \text{ rad}$$

$$\sigma_p(B) = \sigma_p(A) \cdot e^{-\mu(\theta_{AB} + kx)} = 1400 \cdot e^{-0,19 \cdot (0,173 + 0,01 \cdot 15)} = 1316,7 \text{ MPa}$$

La pendenza della retta che rappresenta l'andamento delle tensioni nel tratto A-B è:

$$p = \frac{\sigma_p(A) - \sigma_p(B)}{L_{AB}} = \frac{1400 - 1316,7}{15} = 5,553 \frac{\text{MPa}}{\text{m}}$$

La lunghezza di cavo influenzata dal rientro degli ancoraggi di 5 mm è:

$$L_r = \sqrt{E_p \cdot \frac{\delta}{p}} = \sqrt{200.000 \cdot \frac{5 \cdot 10^{-3}}{5,553}} = 13,42 \text{ m}$$

La perdita di precompressione all'estremità del cavo, per il rientro degli ancoraggi è:

$$\Delta\sigma_{pre}(A) = 2 \cdot L_r \cdot p = 2 \cdot 13,42 \cdot 5,553 = 149,0 \text{ MPa} \rightarrow \sigma_p(A) = 1400 - 149 = 1251 \text{ MPa}$$

A distanza L_r la tensione nel cavo di precompressione vale:

$$\sigma_p(L_r) = \sigma_p(A) + p \cdot L_r = 1251 + 5,553 \cdot 13,42 = 1325,5 \text{ MPa}$$

Le tensioni di interesse sono quelle del cls all'intradosso (cioè dove si avrà la decompressione) e del caso di precompressione:

$$\sigma_{\text{intradosso}} = -\frac{1015 \cdot 10^3}{210300} + \frac{(149-284) \cdot 10^6}{2,3 \cdot 10^{10}} \cdot 347,4 = -8,6 \text{ MPa} \pm 0,6 f_{ck}$$

$\sigma_p = 1292,6 \text{ MPa}$: non c'è aderenza tra cls e A_p \Rightarrow il caso non subisce una perdita di tensione dovuta all'accostamento elastico del cls.

3.) A questo punto si mette la trave e viene applicato un ulteriore carico permanente pari a $6 \text{ kN/m} \Rightarrow M_{qp} = 6 \cdot \frac{l^2}{8} = 465 \text{ kN}\cdot\text{m}$

Ora il caso risulta aderente al cls, quindi vanno ricalcolate le proprietà geometriche della sezione ricomposta omogeneizzata:

$$A_{om} = 2 \cdot 200 \cdot 400 + 150 \cdot 350 + (2e-1) \cdot 485 = 216945 \text{ mm}^2$$

$$S_{om} = \text{"per il cls. uguale a prima"} + (2e-1) \cdot 485 \cdot 400 = 8,01 \cdot 10^4 \text{ mm}^3$$

$$y_{1om} = \frac{S_{om, \text{max}}}{A_{om}} = 369,3 \text{ mm} \quad h - y_{1om} = 380,7 \text{ mm}$$

$$I_{xom} = \text{"per il cls. uguale a prima, cambiando } y_0 \text{"} + (2e-1) \cdot 485 \cdot (369,3 - 400)^2 = 4,35 \cdot 10^{10} \text{ mm}^4$$

Le variazioni di tensione maximo: $\Delta\sigma = \frac{\Delta M_{qp}}{I_{xom}} \cdot y$

$$\Delta\sigma_{\text{intradosso}} = \frac{465 \cdot 10^6}{4,35 \cdot 10^{10}} \cdot 369,3 = 4,62 \text{ MPa} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \sigma_c(t_2) = -8,6 + 4,62 = -3,98 \text{ MPa}$$

$$\Delta\sigma_p = 2e \cdot \left[\frac{465 \cdot 10^6}{4,35 \cdot 10^{10}} \cdot (369,3 - 400) \right] = 22,6 \text{ MPa} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \sigma_p(t_2) = 1292,6 + 22,6 = 1315,2 \text{ MPa}$$

1) Ora si calcola l'effetto dei fenomeni diffusi:

-rilassamento: $\sigma_{px} = 1315,2 \text{ MPa} \Rightarrow \mu = \frac{\sigma_{px}}{f_{tk}} = \frac{1315,2}{4860} = 0,2704 \Rightarrow$ dal grafico

di pag. 84 $\Rightarrow \frac{\Delta\sigma_{px}(2000h)}{\sigma_{px}} = 2,5 + \frac{4,5-2,5}{0,80-0,70} \cdot (0,2704 - 0,70) = 2,64\% \Rightarrow$

Esercizio

S.L.E di deformazione

Applicazione

Data la trave indicata in figura, calcolare la freccia a tempo infinito dovuta ad un carico quasi-permanente q di intensità pari alla metà del carico ultimo di calcolo.

Altri dati:

- calcestruzzo: C25/30; acciaio: B430C
- flangia: $\phi(t_2) = 2.0$; $\epsilon_{ca}(t_2) = -0.3 \text{ mm/m}$
- $A_{s,INF} = 3\phi 20$; $A_{s,SUP} = 6\phi 20$

(quote in mm)

U. Tassi
Dipartimento di Ingegneria e Strutture, Edile e Geotecnica, Politecnico di Torino

N.B. il calcolo della freccia va fatto per la C.C. QUASI PERMANENTE

$$A_s(6\phi 20) = 6 \cdot \frac{\pi \cdot 20^2}{4} = 1884 \text{ mm}^2$$

$$A'_s(3\phi 20) = 942 \text{ mm}^2$$

Soluzioni

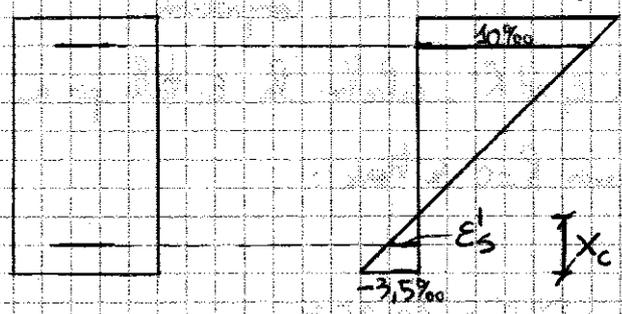
1) Calcolo il momento resistente della sezione
 I valori di calcolo delle proprietà dei materiali sono:

$$f_{cd} = \frac{\alpha_{cc} \cdot f_k}{\gamma_c} = \frac{0.85 \cdot 25}{1.5} = 14.14 \text{ MPa}$$

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} = \frac{450}{1.15} = 391.3 \text{ MPa}$$

$$E_{yd} = \frac{f_{yd}}{E_s} = \frac{391.3}{200000} = 1.956\text{‰}$$

Come primo tentativo ipotizzo la seguente configurazione deformata:



Tramite proporzioni si ottiene:

$$3.5 : X_c = (10 + 3.5) : d$$

$$\Downarrow$$

$$X_c = \frac{3.5 \cdot 450}{10 + 3.5} = 116.4 \text{ mm}$$

$$3.5 : X_c = E'_s : (X_c - d'')$$

$$\Downarrow$$

$$E'_s = \frac{3.5 \cdot (116.4 - 50)}{116.4} = 2\text{‰} > \epsilon_{p0}$$

Utilizzando le relazioni costitutive di calcolo, calcolo le resistenze:

$$S = A_s \cdot f_{yd} = 1884 \cdot 391.3 \cdot 10^{-3} = 434.2 \text{ kN}$$

$$S' = A'_s \cdot f_{yd} = 942 \cdot 391.3 \cdot 10^{-3} = 368.6 \text{ kN}$$

Calcolo il momento resistente rispetto all'armatura superiore:

$$M_{Rd} = S' (d - d') + C (d - \beta_2 x_c) =$$

$$= 356,2 \cdot (400 \text{ mm}) \cdot 10^{-3} + 345,3 \cdot (450 - 48,5) \cdot 10^{-3} = 293,2 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

Il prof. aveva calcolato M_{Rd} per $\epsilon_s = 10,84\%$ per uniformità con i miei risultati ma ha stesso $M_{Rd} = 296,5 \text{ kN}\cdot\text{m}$

2) Calcolo $q_{pp} = \frac{1}{2} q_d$

Avendo $M_{Ed} = M_{Rd}$, nella sezione di incastro si ha: $M_{Rd} = \frac{q_d l^2}{2} \Rightarrow$

$$\Rightarrow q_d = \frac{2 \cdot M_{Rd}}{l^2} \Rightarrow q_{pp} = \frac{1}{2} q_d = \frac{1}{2} \cdot \frac{2 \cdot 296,5}{4^2} = 18,5 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

3) METODO GENERALE
 Per calcolare la freccia a tempo infinito è necessario ricorrere al principio dei lavori virtuali, una volta nota la curvatura media, data da:

$$\frac{1}{\kappa_m} (\psi) = \frac{1}{\kappa_{m,elastico}} (\psi) + \frac{1}{\kappa_{m,shrinkage}} (\psi)$$

Entrambi i contributi di flangia e retina sono calcolati con la seguente espressione:

$$\frac{1}{\kappa_m} (\psi) = \xi \left(\frac{1}{\kappa} \right)_{II} + (1 - \xi) \left(\frac{1}{\kappa} \right)_{I} \quad \text{con } \xi = 1 - \beta \left(\frac{M_{Ed}}{M_{pp}} \right)^2$$

$\beta = 0,5$ per archi di lunga durata

Calcola ora le grandezze geometriche della sezione non fessurata in stadio I.

Loché viene a tempo $\infty \Rightarrow \alpha_e = \alpha_{eff} = 21$:

$$A_{om} = 300 \cdot 500 + (\alpha_e - 1) (1884 + 942) = 206520 \text{ mm}^2$$

$$S_{om,cm} = \frac{300 \cdot 500^2}{2} + (\alpha_e - 1) (942 \cdot 50 + 1884 \cdot 450) = 5514 \cdot 10^6 \text{ mm}^3$$

$$y_{com} = \frac{S_{om,cm}}{A_{om}} = 268,2 \text{ mm}, \quad h - y_{com} = 231,8 \text{ mm}$$

$$(I_{xom})_I = \frac{300 \cdot 268,2^3}{3} + \frac{300 \cdot 231,8^3}{3} + (\alpha_e - 1) \cdot \left[942 \cdot (268,2 - 50)^2 + 1884 \cdot (231,8 - 50)^2 \right] = 5,314 \cdot 10^9 \text{ mm}^4$$

Calcolo ora la curvatura media dovuta al flecco:

$$\text{- STADIO I: } \left(\frac{1}{\rho}\right)_{\text{I}} (t=\infty) = \frac{M_{\text{qp}}}{E_{\text{eff}} \cdot I_{\text{on I}}} = \frac{440 \cdot 10^6 \text{ [N}\cdot\text{mm]}}{10000 \left[\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}\right] \cdot 5,314 \cdot 10^9 \text{ [mm}^4\text{]}} = 2,8 \cdot 10^{-6} \text{ mm}^{-1}$$

$$\text{- STADIO II: } \left(\frac{1}{\rho}\right)_{\text{II}} (t=\infty) = \frac{M_{\text{qp}}}{E_{\text{eff}} \cdot I_{\text{on II}}} = \frac{440 \cdot 10^6}{10000 \cdot 3,546 \cdot 10^9} = 4,1 \cdot 10^{-6} \text{ mm}^{-1}$$

$$\text{- CURVATURA MEDIA: } \left(\frac{1}{\rho}\right)_{\text{flecco}} (t=\infty) = 0,96 \cdot 4,1 \cdot 10^{-6} + (1-0,96) \cdot 2,8 \cdot 10^{-6} = 4,05 \cdot 10^{-6} \text{ mm}^{-1}$$

$$\xi = 1 - \beta \left(\frac{M_{\text{flex}}}{M_{\text{qp}}}\right)^2 = 1 - 0,5 \cdot \left(\frac{40}{140}\right)^2 = 0,96$$

Calcolo ora la curvatura media dovuta al ritiro: $\frac{1}{\rho} = \epsilon_{cs} \cdot \alpha_e \cdot \frac{S}{I}$

Devo prima calcolare il momento statico delle armature rispetto al baricentro della sezione in stadio I e II (NON omogeneizzata niente!)

$$S_{s \text{ I}} = 1984 \cdot (234,8 - 50) - 94,2 \cdot (260,2 - 50) = 136964 \text{ mm}^3$$

$$S_{s \text{ II}} = 1984 \cdot (234,9 - 50) - 94,2 \cdot (205,1 - 50) = 315284 \text{ mm}^3$$

Quindi:

$$\text{- STADIO I: } \left(\frac{1}{\rho}\right)_{\text{I}} = \frac{0,3}{1000} \cdot 21 \cdot \frac{136964}{5,314 \cdot 10^9} = 0,16 \cdot 10^{-6} \text{ mm}^{-1}$$

$$\text{- STADIO II: } \left(\frac{1}{\rho}\right)_{\text{II}} = \frac{0,3}{1000} \cdot 21 \cdot \frac{315284}{3,546 \cdot 10^9} = 0,56 \cdot 10^{-6} \text{ mm}^{-1}$$

$$\text{- CURVATURA MEDIA: } \left(\frac{1}{\rho}\right)_{\text{ritiro}} (t=\infty) = 0,96 \cdot 0,56 \cdot 10^{-6} + (1-0,96) \cdot 0,16 \cdot 10^{-6} = 0,54 \cdot 10^{-6} \text{ mm}^{-1}$$

N.B: la curvatura dovuta al ritiro è concorde con quella dovuta al flecco, essendo l'armatura superiore maggiore di quella inferiore

Esercizio

**Perdite iniziali nelle strutture a cavi pre-tesi
e S.L.U. flessione**

Applicazione 2

Il soletto semplicemente appoggiato, di luce 6,5 m, soggetto a carichi permanenti e variabili, è realizzato con travetti precompressi e getto di completamento di calcestruzzo. Calcolare le tensioni sul travetto al momento della precompressione e verificare una nervatura di soletto allo stato limite ultimo per flessione (interasse nervature = 50 cm).

Materiali:

- calcestruzzo (travetto): $f_{ctd} = 50 \text{ N/mm}^2$;
- calcestruzzo (in opera): $f_{cd} = 25 \text{ N/mm}^2$;
- acciaio in trefoili: $f_{ctd} = 1860 \text{ N/mm}^2$; $\epsilon_{s,lim} = 3,5\%$;

$A_{p0} = 120 \text{ cm}^2$; $A_p = 40 \text{ cm}^2$; $\sigma_{p,trans} = 0,80 f_{ctd} = 4480 \text{ MPa}$

Azioni:

- peso proprio: $g_{1d} = 3,00 \text{ kN/m}^2$;
- carico permanente portato: $g_{2d} = 1,00 \text{ kN/m}^2$;
- carico variabile: $q_d = 2,00 \text{ kN/m}^2$

M. Talano
Dipartimento di Ingegneria Edilizia, Edile e Geotecniche, Politecnico di Torino

Considero:

$$E_c = 30000 \text{ MPa}$$

$$E_s = 200000 \text{ MPa}$$

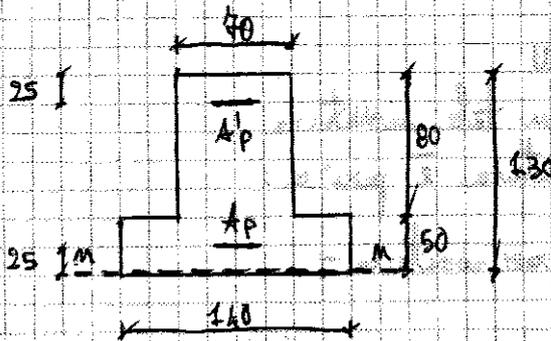


$$\alpha_e = \frac{E_s}{E_c} = 6,67$$

Svolgimento

1) Calcolo le tensioni sul travetto al momento della precompressione

Calcolo le proprietà geometriche della sezione ricoperta omogeneizzata:



$$A_{com} = 50 \cdot 40 + 40 \cdot 80 + (\alpha_e - 1) \cdot (120 + 40) = 13504 \text{ mm}^2$$

$$S_{x-com} = 140 \cdot \frac{50^2}{2} + 40 \cdot 80 \cdot \left(50 + \frac{80}{2}\right) + (\alpha_e - 1) [120 \cdot 25 + 40 \cdot (130 - 25)] = 419824 \text{ mm}^3$$

$$y_{com} = \frac{S_{x-com}}{A_{com}} = 53,3 \text{ mm}, \quad h - y_{com} = 76,7 \text{ mm}$$

$$I_{x-com} = \left[\frac{140 \cdot 50^3}{12} + 140 \cdot 50 \cdot \left(53,3 - \frac{50}{2}\right)^2 \right] + \frac{40 \cdot (53,3 - 50)^3}{3} + \frac{40 \cdot (76,7)^3}{3} + (\alpha_e - 1) [120 \cdot (53,3 - 25)^2 + 40 \cdot (76,7 - 25)^2] = 1,84 \cdot 10^8 \text{ mm}^4$$

Trascurando le perdite per rientro degli ancoraggi e per rilassamento alla maturazione a vapore (mancano i dati), considero solo la perdita dovuta all'accorciamento elastico del ds, calcolabile col metodo delle forze concentrate.

Si deve ricercare quella configurazione di S.L.U. tale che sia soddisfatto l'equilibrio alla traslazione orizzontale di tutte le forze:

$$\int \sigma \, dA = N = 0 \quad (\text{non c'è sforzo normale applicato esterno})$$

Le proprietà meccaniche di calcolo dei materiali sono le seguenti:

$$f_{cd} = \alpha_{cc} \cdot \frac{f_{tk}}{\gamma_c} = 0,85 \cdot \frac{25}{1,5} = 14,17 \text{ MPa}$$

è quella del cls che sarà compresso a S.L.U. \Rightarrow è quella del cls che viene più gettata in opera, cioè 25 MPa

$$f_{pyd} = \frac{f_{pck}}{\gamma_s} = \frac{0,9 \cdot f_{ptk}}{\gamma_s} = \frac{0,9 \cdot 1580}{1,25} = 1455,4 \text{ MPa}$$

ipotizzare un comporta-
mento elastico-
perfettamente plastico
della armatura.

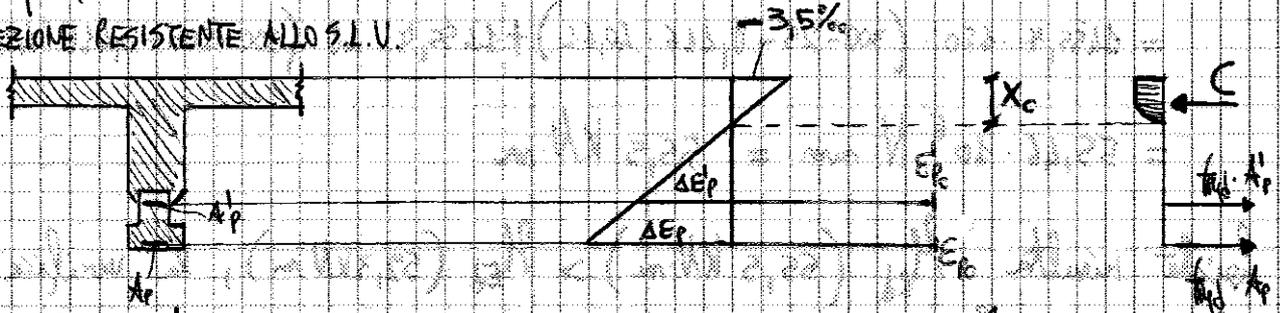
$$\epsilon_{pyd} = \frac{f_{pyd}}{E_s} = \frac{1455,4}{200.000} = 4,28 \%$$

$$\text{Calcolo anela} \quad \epsilon_{p0} = \frac{\sigma_{p0}}{E_s} = \frac{1488}{200.000} = 4,44 \%$$

In questo caso ϵ_{p0} è già maggiore di ϵ_{pyd} , quindi l'armatura da precompressione risulta già marciata. Dunque non è necessario fare un procedimento iterativo per calcolare la profondità dell'asse neutro, ma essa si può ricavare in forma chiusa.

Dunque, si ha:

SEZIONE RESISTENTE ALLO S.L.U.



Se le armature sono riciclate, esse lavorano a f_{pyd} . Dall'equilibrio alla traslazione orizzontale di tutte le forze ricavare x_c :

$$C = S' + S \Rightarrow \rho_1 \cdot b \cdot x_c \cdot f_{cd} = f_{pyd} (A_p' + A_p) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x_c = \frac{1455,4 \cdot (420 + 40)}{0,8095 \cdot 500 \cdot 14,17} = 40,61 \text{ mm}$$

interasse tra
le nervature

esercizio

S.L.U. di flessione

Applicazione 2

Data la sezione precompressa a cavi pre-tesi soggetta ad un momento positivo, calcolare il momento di fessurazione all'istante iniziale e il momento resistente allo S.L.U. (tenere conto dell'incrudimento dell'acciaio in campo plastico).

Dati:

- materiali: calcestruzzo ($E_c = 40 \text{ N/mm}^2$), acciaio in trefoli ($E_s = 1860 \text{ N/mm}^2$, $\epsilon_{sk} = 3,5\%$);
- tensione iniziale del cavo $\sigma_{pi} = 1300 \text{ N/mm}^2$;
- area di precompressione $A_p = 1350 \text{ mm}^2$;
- coefficiente di omogeneizzazione $n = 7$

quote in mm

U. Tassinio
Dipartimento di Ingegneria Strutturale, Edile e Geotecnica Politecnico di Torino

Svolgimento

1) Per prima cosa calcola le proprietà geometriche della sezione reagente omogeneizzata:

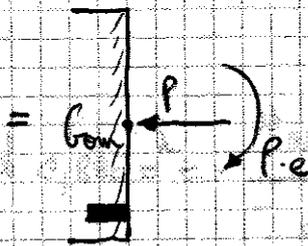
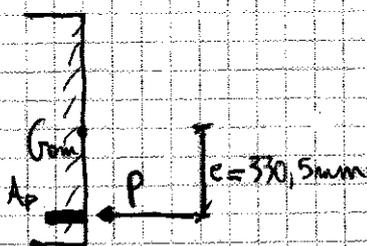
$$A_{com} = 200 \cdot 500 + 150 \cdot 500 + (n-1) \cdot 1350 = 203100 \text{ mm}^2$$

$$S_{n-m_{iom}} = 200 \cdot \frac{500^2}{2} + 150 \cdot 500 \cdot \left(500 + \frac{150}{2}\right) + (n-1) (1350 \cdot 100) = 8,74 \cdot 10^8 \text{ mm}^3$$

$$y_{p,com} = \frac{S_{n-m_{iom}}}{A_{com}} = 430,5 \text{ mm} \Rightarrow h - y_{p,com} = 319,5 \text{ mm}$$

$$I_{x_{p,com}} = \frac{200 \cdot 430,5^3}{3} + \frac{200 \cdot (319,5 - 150)^3}{3} + \left[\frac{500 \cdot 150^3}{12} + 500 \cdot 150 \cdot \left(319,5 - \frac{150}{2}\right)^2 \right] + (n-1) [1350 \cdot (430,5 - 100)^2] = 1,115 \cdot 10^{10} \text{ mm}^4$$

Non essendo dati relativi al centro degli ancoraggi e al rilassamento, considero solo le perdite per deformazione elastica del ds utilizzando il metodo delle forze concentrate:



$$P = \sigma_{pi} A_p = 1300 \cdot 1350 \cdot 10^{-3} = 1755 \text{ kN}$$

$$P \cdot e = 580,0 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

Il momento totale positivo responsabile della fessurazione vale quindi:

$$M_{TOT, fess} = M_{gp} + M_{fess} = 248,5 + 580,9 = 864,4 \text{ kN.m}$$

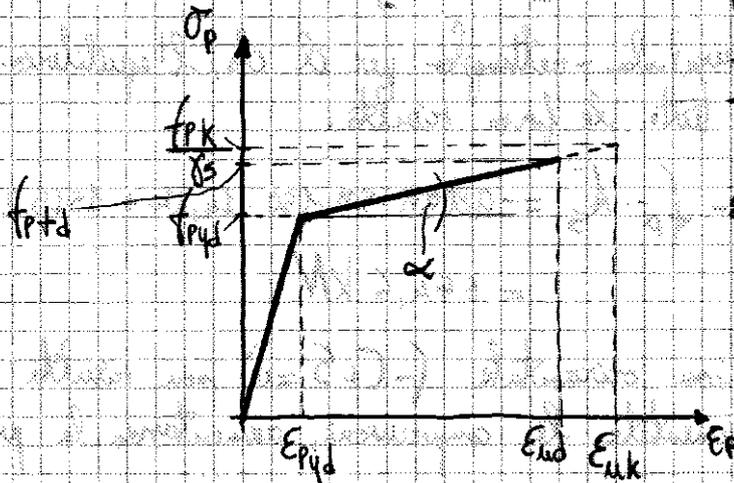
2) Per prima cosa calcoliamo le proprietà meccaniche di calcolo dei materiali:

$$f_{cd} = \alpha_c \cdot \frac{f_{ck}}{\gamma_c} = 0,85 \cdot \frac{40}{1,5} = 22,67 \text{ MPa}$$

$$f_{p,d} = \frac{f_{p,1k}}{\gamma_s} = \frac{0,9 \cdot f_{pk}}{\gamma_s} = \frac{0,9 \cdot 1860}{1,25} = 1455,4 \text{ MPa}$$

$$\epsilon_{p,d} = \frac{f_{p,d}}{E_s} = \frac{1455,4}{206000} = 7,28 \%$$

Si deve tener conto dell'incremento dell'acciaio in campo plastico, quindi:



$$\frac{f_{pk}}{\gamma_s} = \frac{1860}{1,25} = 1614,4 \text{ MPa}$$

$$\epsilon_{uk} = 0,9 \cdot \epsilon_{uk} = 0,9 \cdot 35\% = 31,5\%$$

Calcoliamo la tangente dell'angolo α di pendenza del tratto incrudente:

$$\tan \alpha = \frac{1614,4 - 1455,4}{35 - 7,28} = 5,83 \left[\frac{\text{MPa}}{\frac{E}{1000}} \right]$$

Calcoliamo ora la deformazione impressa dell'armatura di precompressione, nel momento in cui viene resa aderente al cls:

$$\epsilon_p = \frac{\sigma_p}{E_s} = \frac{1360}{206000} = 6,5 \%$$

A questo punto si deve instaurare il procedimento iterativo per calcolare la profondità dell'asse neutro, tale per cui $\int \sigma dx = N = 0$.

$$R_1 = 0,8095 \cdot 500 \cdot 200 \cdot 22,64 \cdot 10^{-3} = 1835 \text{ kN}$$

$$\beta_1(\epsilon'_c) = \frac{M}{3} (3-m) = \frac{0,4345}{3} (3-0,4345) = 0,3444$$

$$m = \frac{\epsilon'_c}{(-2\text{‰})} = \frac{-0,45 \cdot 10^{-4}}{-2\text{‰}} = 0,4345$$

$$\beta_2(\epsilon'_c) = \frac{4-M}{4(3-M)} = 0,3446$$

Dunque:

$$-R_1 + R_2 + S = -1835 \cdot 10^3 + 0,344 \cdot (500-200) \cdot (200-150) \cdot 22,64 + 4,94,1 \cdot 1350 =$$

$$= 3,1 \text{ kN}$$

Severabile ancora un'ulteriore iterazione per far sì che $\int \sigma dx = 0$

Con $x_c = 203 \text{ mm}$ si ha:

$$\bullet \epsilon'_c = 0,334 \text{ ‰} \Rightarrow \beta_1(\epsilon'_c) = 0,3843, \beta_2(\epsilon'_c) = 0,3483$$

$$\bullet \Delta \epsilon_p = 4,4 \text{ ‰} \Rightarrow \epsilon_{p \text{ TOT}} = 14,2 \text{ ‰} \Rightarrow f_p(\epsilon_{p \text{ TOT}}) = 1496,0 \text{ MPa}$$

$$\int \sigma dx = N = 0$$

Il momento resistente, calcolato rispetto all'armatura di precompressione \bar{e} :

$$M_{Rd} = R_1 \cdot (d - \beta_2(3,5\text{‰}) \cdot x_c) - R_2 \cdot [d - x_c - \beta_2(\epsilon'_c) \cdot (x_c - h_f)] =$$

$$= 0,8095 \cdot 500 \cdot 203 \cdot 22,64 \cdot (650 - 0,416 \cdot 203) - 0,3843 \cdot (500-200) \cdot (203-150) \cdot 22,64 \cdot$$

$$\quad \cdot [650-203 - 0,3483 \cdot (203-150)] =$$

$$= 1053,4 \text{ [kN} \cdot \text{m]} - 59,8 \text{ [kN} \cdot \text{m]} = 993,6 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

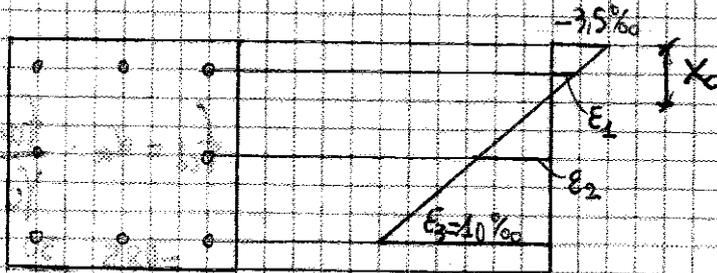
$$N_{rd} = -R_c - R_s + R_p = -A_c f_{cd} - A_s f_{yd} + A_p f_p =$$

$$= - \left(800 \cdot 400 + 4 \cdot \pi \cdot \frac{20^2}{4} \cdot 900 \right) \cdot 22,67 - 4 \pi \frac{20^2}{4} \cdot 381,3 + 800 \cdot 950 =$$

$$= -6842,0 \text{ kN}$$

$$\text{se } A_p = 0 \rightarrow N_{rd} = -4694,0 \text{ kN}$$

Si deve ricercare quella configurazione deformata tale per cui $N_{rd} = N_{ed}$.
 Si ipotizza come primo tentativo la seguente configurazione deformata:



Tramite proporzioni si ha:

$$3,5 : X_c = (3,5 + 3,0) : d \Rightarrow X_c = \frac{3,5 \cdot 550}{(3,5 + 3,0)} = 142,6 \text{ mm}$$

$$\left(\frac{1}{\kappa}\right)_u = \frac{3,5\%}{142,6} = 2,454 \cdot 10^{-5} \text{ mm}^{-1}$$

$$\epsilon_1 = \left(\frac{1}{\kappa}\right)_u \cdot y_{\epsilon_1} = 2,454 \cdot 10^{-5} \cdot (-142,6 + 50) = -2,24\% > \epsilon_{yd}$$

$$\epsilon_2 = \left(\frac{1}{\kappa}\right)_u \cdot y_{\epsilon_2} = 2,454 \cdot 10^{-5} \cdot (300 + 142,6) = 3,86\% > \epsilon_{yd}$$

Utilizzando per il cls il diagramma parabolico rettangolo, l'equilibrio alla trazione orizzontale di tutte le forze porterebbe a:

$$\begin{aligned} -\beta_x \cdot b \cdot X_c \cdot f_{cd} - A_1 \cdot f_{yd} + A_2 \cdot f_{yd} + A_3 \cdot f_{yd} &= \\ = -0,8095 \cdot 600 \cdot 142,6 \cdot 14 - 3 \cdot \left(\frac{\pi \cdot 20^2}{4}\right) \cdot 391,3 + 2 \cdot \frac{\pi \cdot 20^2}{4} \cdot 391,3 + \\ + 3 \cdot \frac{\pi \cdot 20^2}{4} \cdot 391,3 &= \\ = -931,7 \text{ kN} \neq -1800 \text{ kN (N}_{ed}) \end{aligned}$$

Per fare sì che $N_{rd} = N_{ed}$ si devono aumentare le compressioni. Si ipotizza $\epsilon_3 = 5\%$.
 Dunque:

$$X_c = 226,5 \text{ mm} \Rightarrow \left(\frac{1}{\kappa}\right)_u = 1,945 \cdot 10^{-5} \text{ mm}^{-1} \Rightarrow \begin{aligned} \epsilon_1 &= -2,43\% > \epsilon_{yd} \\ \epsilon_2 &= 4,14\% < \epsilon_{yd} \text{ (campo elastico)} \end{aligned}$$

Si ha:

$$\begin{aligned} -0,8095 \cdot 600 \cdot 226,5 \cdot 14 - 3 \cdot 314 \cdot 391,3 + 2 \cdot 314 \cdot \left(\frac{1,14}{1000} \cdot 200000\right) + 3 \cdot 314 \cdot 391,3 &= \\ = -1427 \text{ kN} \neq -1800 \text{ kN (N}_{ed}) \end{aligned}$$

Per calcolare il momento resistente utilizzare il criterio semplificato:

$$\left(\frac{M_{Edx}}{M_{Rdx}}\right)^a + \left(\frac{M_{Edy}}{M_{Rdy}}\right)^a \leq 1 \quad (A)$$

con $a = f\left(\frac{N_{Ed}}{N_{Rd}}\right), \frac{N_{Ed}}{N_{Rd}} = \frac{-1800 \cdot 10^3}{A_c f_{cd} + A_s f_{yd}} = \frac{-1800 \cdot 10^3}{-600 \cdot 14 + 8 \cdot 314 \cdot 35,3} = 0,253$

Interpolando linearmente si ottiene:

$$\frac{a - 1,0}{1,5 - 1,0} = \frac{0,253 - 0,1}{0,7 - 0,4} \Rightarrow a = 1,128$$

Il momento resistente si ottiene uguagliando l'espressione (A):

$$\left(\frac{M_{Edx}}{M_{Rdx}}\right)^{1,128} + \left(\frac{M_{Edy}}{M_{Rdy}}\right)^{1,128} = 1$$

Poiché la sezione è simmetrica $\Rightarrow M_{Rdx} = M_{Rdy} = 542,5 \text{ kN}\cdot\text{m}$
calcolato prima

Quindi si ha:

$$2 \cdot \left(\frac{\frac{\sqrt{2}}{2} M_{Ed}}{542,5}\right)^{1,128} = 1$$

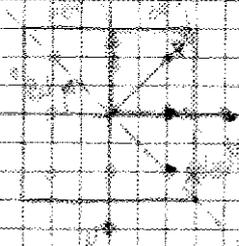
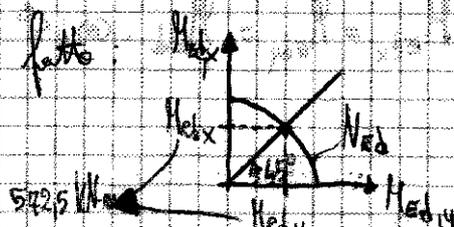
Avendo posto il segno di uguaglianza, è come se avessi detto che sto ponendo $M_{Ed} = M_{Ed}$ (cioè solo sul bordo del diagramma):

$$2 \cdot \left(\frac{\frac{\sqrt{2}}{2} M_{Ed}}{542,5}\right)^{1,128} = 1$$

\Downarrow

$$M_{Ed} = 438,0 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

In pratica è come aver fatto:



Quindi:

$$V_{Hd} = P \cdot \tan \alpha = \sigma_p \cdot A_p \cdot \tan \alpha = (1300 \cdot 1950 \cdot 10^{-3}) \cdot 0,0534 = 136,1 \text{ kN}$$

In definitiva, la forza di taglio che dovrà essere sopportata nella sezione 5-5 è:

$$V_{Ed} = 335 - 136,1 = 198,9 \text{ kN}$$

Calcolo ora la resistenza a taglio fornita dal calcestruzzo d'azione.

$$V_{Rd,max} = \alpha_{cw} \cdot b_w \cdot z \cdot V_1 \cdot f_{cd} \cdot \frac{(\cot \theta + \cot \alpha)}{(1 + \cot^2 \theta)}$$

Con:

• α_{cw} dipende dal rapporto $\frac{\sigma_{cp}}{f_{cd}} = \frac{A_p \cdot \sigma_p}{A_c \cdot f_{cd}} = \frac{1300 \cdot 1950}{(20 \cdot 200 + 150 \cdot 400 + 600 \cdot 200 - 1256 - 1950) \cdot 19,8} = \frac{0,85 \cdot 35}{4,5} = 10,71$

$$= \frac{10,71}{19,83} = 0,540$$

$$\Rightarrow \alpha_{cw} = 2,5 \cdot \left(1 - \frac{\sigma_{cp}}{f_{cd}}\right) = 2,5 \cdot (1 - 0,540) = 1,15$$

• $b_w = 150 \text{ mm}$

• $z = 0,9d = 0,9 \cdot 450 = 645 \text{ mm}$ (N.B. l'altezza utile z è sempre riferita all'armatura ordinaria)

• $V_1 = 0,6 \cdot \left(1 - \frac{f_{ck}}{250}\right) = 0,516$

• Nel caso $\theta = 45^\circ \Rightarrow \cot \theta = 1$ (si ottiene la massima capacità portante data da)

• si adottano staffe verticali $\Rightarrow \alpha = 90^\circ \Rightarrow \cot \alpha = 0$

Quindi:

$$V_{Rd,max} = \left(1,15 \cdot 150 \cdot 645 \cdot 0,516 \cdot 19,8 \cdot \frac{1}{1+1}\right) \cdot 10^{-3} = 595 \text{ kN} > V_{Ed} \Rightarrow \text{OK}$$

Progetta dunque le staffe relativamente a $\theta = 45^\circ$:

$$\frac{A_{sw}}{s} = \frac{V_{Ed}}{z \cdot f_{ywd} \cdot \cot \theta} = \frac{198,9 \cdot 10^3}{645 \cdot 351,3 \cdot 1} = 0,45$$

Le incognite sono due (A_{sw} e s), quindi una va ipotizzata.

Assumo di disporre staffe $\phi 8$ a due bracci $\Rightarrow A_{sw} = 2 \cdot \pi \cdot \frac{8^2}{4} = 100 \text{ mm}^2$

Veratino

S.L.U. di taglio

Applicazione 2

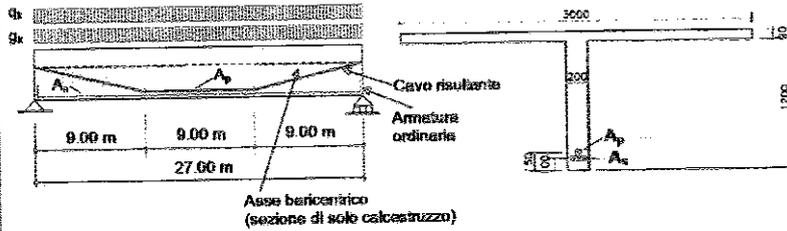
Dada la struttura parzialmente precompressa, a cavi pre-tesi, con sezione e tracciato del cavo risultante indicati in figura, soggetta ad un carico distribuito permanente di 15 kN/m (compreso il peso proprio) e un carico variabile di 6 kN/m, con armatura di precompressione di area $A_p = 1188 \text{ mm}^2$ e tensione di tesatura iniziale $\sigma_{pi} = 1350 \text{ N/mm}^2$, armatura ordinaria di area $A_s = 2000 \text{ mm}^2$:

► calcolare l'armatura a taglio nell'anima ed effettuare la verifica allo stato limite ultimo per taglio al di fuori della zona di ancoraggio di testata.

Assumere uno sforzo di precompressione F costante lungo la trave, pari a quello iniziale.

Materiali:

- calcestruzzo: $f_{ctd} = 50 \text{ N/mm}^2$
- acciaio ordinario: B450C
- acciaio in trefoli: $f_{ptd} = 1860 \text{ N/mm}^2$

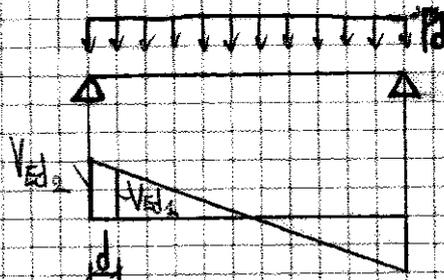


N. Tassin
Dipartimento di Ingegneria Strutturale, Edile e Geotecnica - Politecnico di Torino

Svolgimento

PROCEDIMENTO RISOLUTIVO:

- Calcolo il taglio agente di calcolo dovuto al carico: $P_d = 1,3 q_k + 1,5 q_k$



$V_{Ed,2}$ serve per la verifica a taglio del cls.

$V_{Ed,1}$ serve per progettare le staffe

- Calcolo il contributo di taglio resistente $V_{pd} = P \cdot \tan \alpha$ dovuto al cavo di precompressione e dunque: $V_{Ed,2} = V_{Ed,1,2} - V_{pd}$

- Calcolo $V_{Rd,max}$ e verifica che sia maggiore di $V_{Ed,2}$

- Progetta le staffe per il valore di $V_{Ed,1}$

- Progetta le staffe della partitura

$$\sum_{T_c = X_c} = \frac{b \cdot X_c^2}{2} - d \cdot \rho \cdot A_s (d - X_c) = \frac{b \cdot X_c^2}{2} - d \cdot \rho \cdot A_c \cdot (d - X_c) = 0 \rightarrow$$

$$\rho = \frac{A_s}{A_c}$$

$$\rightarrow \frac{600 X_c^2}{2} - 15 \cdot \frac{0,5}{100} (600 \cdot 250) \cdot (0,5 \cdot 250 - X_c) =$$

$$= 300 X_c^2 - 11250 \cdot (225 - X_c) =$$

$$= 300 X_c^2 + 11250 X - 2531250 = 0$$



$$X_c = 45 \text{ mm}$$

$$I_{beam(IT)} = \frac{b X_c^3}{3} + d \rho A_s (d - X_c)^2 = \frac{600 \cdot 45^3}{3} + 15 \cdot \frac{0,5}{100} (600 \cdot 250) \cdot (0,5 \cdot 250 - 45)^2 =$$

$$= 3,375 \cdot 10^8 \text{ mm}^4$$

Dunque: ho 2 colonne che collaborano nel nodo

$$K_1 = \frac{2 \cdot \left(\frac{1,2505 \cdot 10^9 [\text{mm}^4]}{3000 [\text{mm}]} \right)}{3 \cdot \frac{3,375 \cdot 10^8 [\text{mm}^4]}{4500 [\text{mm}]} + 4 \cdot \frac{3,375 \cdot 10^8 [\text{mm}^4]}{5000 [\text{mm}]}} = 1,68$$

se la trave va a fissare in un pilastro, si può assumere un grado di vincolo una armatura $\Rightarrow \alpha = 3$

se la trave va a fissare in un muro in c.a. si può assumere come vincolo un incastrato $\Rightarrow \alpha = 4$

$$K_2 = \frac{2 \cdot \left(\frac{1,2505 \cdot 10^9}{3000} \right)}{4 \cdot \frac{3,375 \cdot 10^8}{4500} + 4 \cdot \frac{3,375 \cdot 10^8}{5000}} = 1,46$$

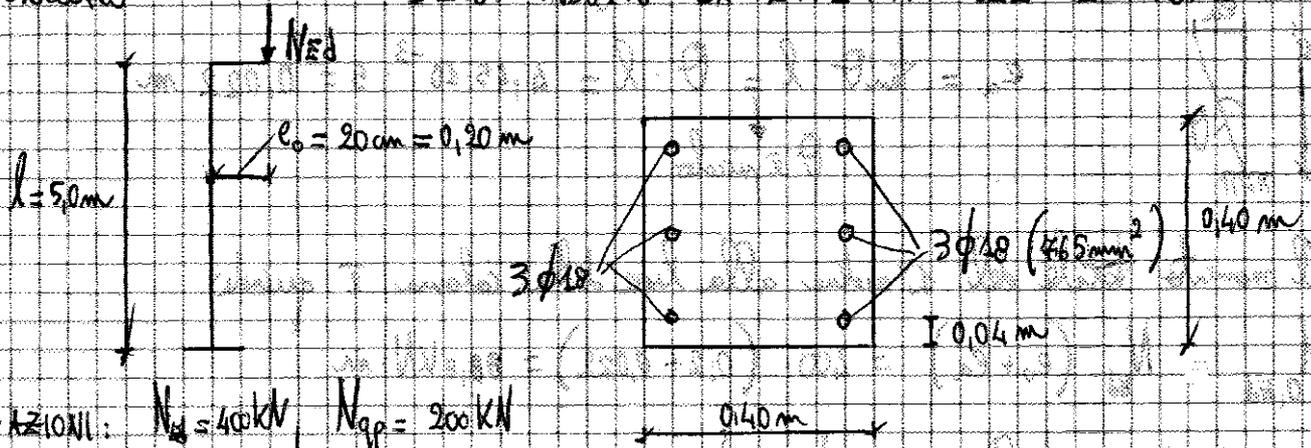
Per calcolare l_0 si possono usare 2 metodi:

- utilizzo della formula per strutture a NOBI FISSI (come la nostra):

$$l_0 = 0,5 l \sqrt{\left(1 + \frac{K_1}{0,45 K_2} \right) \cdot \left(1 + \frac{K_2}{0,45 K_1} \right)} = 0,5 \cdot 3 [\text{m}] \sqrt{\left(1 + \frac{1,68}{0,45 \cdot 1,46} \right) \cdot \left(1 + \frac{1,46}{0,45 \cdot 1,68} \right)} = 2,66 \text{ m}$$

Procedura

S.L.U. INDOTTO DA EFFETTI DEL 2° ORDINE



AZIONI: $N_{Ed} = 400 \text{ kN}$, $N_{gp} = 200 \text{ kN}$

MATERIALI: $\alpha_s: f_{ck} = 30 \text{ MPa} \rightarrow f_{cd} = \alpha_s \frac{f_{ck}}{\gamma_c} = 0.85 \cdot \frac{30}{1.5} = 17 \text{ MPa}$

$E_{cm} = 33 \text{ GPa} \rightarrow E_{cd} = \frac{E_{cm}}{1.2} = 27.5 \text{ GPa}$

$\eta = 2.5$

acciaio: B450C

Verificare se $l \geq l_{lim}$ e se $N > N_{lim}$, effettuare l'analisi di S.L.U. considerando gli effetti del 2° ordine.

Svolgimento

Calcolo il momento del 1° ordine senza considerare le imperfezioni geometriche.

$M_{0,Ed} = N_{Ed} \cdot e_0 = 400 \cdot 0.20 = 80 \text{ kN} \cdot \text{m}$

Ora si deve tenere conto delle imperfezioni geometriche tramite l'angolo di inclinazione verticale θ :

$\theta = \theta_0 \cdot \alpha_h \cdot \alpha_m$ con:

- $\theta_0 = \frac{1}{200}$ (valore raccomandato)

- $\alpha_h = \frac{2}{\sqrt{l}} = \frac{2}{\sqrt{5}} = 0.89$

- $\alpha_m = \sqrt{0.5 \left(1 + \frac{l}{m} \right)} = \sqrt{0.5 \cdot (1 + 1)} = \sqrt{1} = 1$
 $m = 1$ (ho un solo elemento verticale)

$\Rightarrow \theta = \frac{1}{200} \cdot 0.89 \cdot 1 = 4.45 \cdot 10^{-3} \text{ rad}$

• METODO DELLA RIGIDEZZA NOMINALE

$$EI = k_c E_c I_c + K_s E_s I_s$$

$$\rho = \frac{A_s}{A_c} = \frac{2.465}{400^2} = 0,96\% \approx 1\% \Rightarrow K_s = 0, K_c = \frac{0,3}{1+0,15} = 0,19$$

$$I_c = \frac{b h^3}{12} = \frac{400 \cdot 600^3}{12} = 2,13 \cdot 10^9 \text{ mm}^4$$

$$\Rightarrow EI = k_c E_c I_c = 0,19 \cdot 24,4 \cdot 10^3 \cdot 2,13 \cdot 10^9 = 1,121 \cdot 10^{13} \text{ N} \cdot \text{mm}^2$$

Il momento totale di progetto è:

$$M_{Ed} = M_{ord} \cdot \left[1 + \frac{\beta}{(N_B/M_{Ed}) - 1} \right]$$

$$\beta = \frac{\sigma^2}{\sigma_0} = \frac{3,74^2}{8} = 1,23$$

$$N_B = \sigma^2 \frac{EI}{l_0^2} = \left(3,74^2 \cdot \frac{1,121 \cdot 10^{13}}{(2.500)^2} \right) \cdot 10^{-3} = 4405,3 \text{ kN}$$

$$\Rightarrow M_{Ed} = 80,0 \cdot \left(1 + \frac{1,23}{\frac{4405,3}{400} - 1} \right) = 152 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

• METODO DELLA CURVATURA NOMINALE

Il momento del 2° ordine è dato da: $M_2 = N_{Ed} \cdot e_2$, con:

$$e_2 = \left(\frac{1}{\kappa} \right) \frac{l_0^2}{c}$$

$$\frac{1}{\kappa} = k_{rc} \cdot k_{\varphi} \cdot \frac{1}{\kappa_0}$$

$$k_{rc} = \frac{m_{ultimo} - m}{m_{ultimo} - m_{bilanciato}} = \frac{(1+w) - 0,164}{1+w - 0,14} = 4,31 \leq 1 \Rightarrow k_{rc} = 1$$

dove avere

$$k_{\varphi} = 1 + \beta \cdot \eta_{eff} = 1 + \left(0,35 + \frac{f_{ok}}{200} - \frac{1}{450} \right) \eta_{eff} =$$

Esercizio

3. Ridistribuzione limitata

Applicazione 2:

Determinare il massimo valore di calcolo del carico uniformemente distribuito, tenendo conto della possibilità di redistribuzione.

Dati:

- calcestruzzo $R_{ct} = 30 \text{ N/mm}^2$; $f_{ck} = 25 \text{ N/mm}^2$
- acciaio B450C.

$l_{eff} = 7.00 \text{ m}$
lato in opera

4φ20 2.620 4φ20

4φ20 2.620

quote in (mm)

M. Tabano
Dottorato in ingegneria strutturale, Edile e Geotecnica - Politecnico di Torino

$$\frac{A_s}{s} (1 \phi 20) = \frac{3.14 \cdot 20^2}{4} = 314 \text{ mm}^2$$

Solgimento

1) Calcolo il momento resistente della sezione

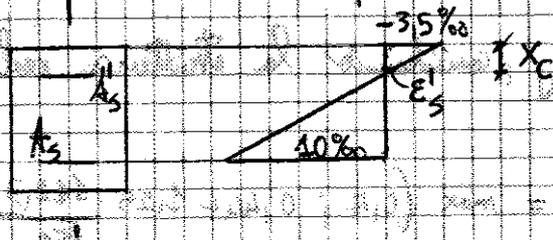
I valori di calcolo delle proprietà dei materiali sono:

$$f_{cd} = \alpha_c \frac{f_{ck}}{\gamma_c} = 0.85 \cdot \frac{25}{1.5} = 14.17 \text{ MPa}$$

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} = \frac{450}{1.15} = 391.3 \text{ MPa}, \quad \epsilon_{yd} = \frac{f_{yd}}{E_s} = \frac{391.3}{200000} = 1.956\%$$

La redistribuzione interessa le sezioni di incastro, quindi si deve calcolare il momento resistente di tali sezioni. In questo caso, però, l'armatura della sezione è uguale sia in campo che agli incastri, quindi il momento resistente è lo stesso.

Come prima tentativa ipotizzo la seguente configurazione deformata:



Tramite proporzioni si ottiene:

$$3.5 \cdot x_c = (10 + 3.5) \cdot d$$

$$x_c = \frac{3.5 \cdot 450}{10 + 3.5} = 116.4 \text{ mm}$$

$$3.5 \cdot x_c = \epsilon_s' \cdot (x_c - d') \Rightarrow \epsilon_s' = \frac{3.5 \cdot (116.4 - 50)}{116.4} = 2\% > \epsilon_{yd}$$

L'equilibrio alla trazione orizzontale impone: $-C - S' + S = 0$, quindi:

$$-\beta_1 b x_c f_{cd} + A_s' f_{yd} + A_s f_{yd} = -0.8035 \cdot 400 \cdot 116.4 \cdot 14.17 + 2 \cdot 314 \cdot 391.3 + 2 \cdot 6211 \cdot 391.3 = -1.1 \text{ kN}$$

Ma per la trave doppiamente incastrata è noto che

$$M_{el} = q_{max} \cdot \frac{l^2}{12}$$

nella regione di incastro

Mettondo insieme le ultime due espressioni ottengo:

$$\frac{M_{red}}{8} = q_{max} \frac{l^2}{12} \Rightarrow q_{max} = \frac{12}{l^2} \cdot \frac{M_{red}}{8} = \frac{12}{4^2} \cdot \frac{305,4}{0,75} = 99,4 \text{ kN/m}$$

Bisogna ora controllare che, per effetto di questa ridistribuzione, in campata non si superi M_{red} :

$$M_{red, \text{campata}} = M_{el, \text{campata}} + \Delta M = \frac{q_{max} \cdot l^2}{24} + \Delta M = \frac{99,4 \cdot 4^2}{24} + 401,8 = 305,3 < M_{red} \Rightarrow$$

→ la ridistribuzione effettuata è compatibile con il comportamento di SLV in campata

È dove ancora controllare che la ridistribuzione effettuata sia compatibile con la limitazione della tensione allo S.L.E.

Per la C.C. rara dovrà essere: $\sigma_s \leq 0,9 f_{yk}$

Considerando: $\frac{q_{c.c. \text{ rara}}}{q_{ed}} = 0,70 \Rightarrow q_{c.c. \text{ rara}} = 0,7 \cdot q_{max} = 69,6 \text{ kN/m}$

Per tale valore di $q_{c.c. \text{ rara}}$, nella sezione dove si è effettuata la ridistribuzione (incastro) si ha:

$$M_{inc, c.c. \text{ rara}} = q_{c.c. \text{ rara}} \cdot \frac{l^2}{12} = 69,6 \cdot \frac{4^2}{12} = 285,0 \text{ kN/m}$$

Quindi:

$$\sigma_{s, c.c. \text{ rara}} = \frac{M_{inc, c.c. \text{ rara}}}{I_x} \cdot (d - x_c)$$

Per calcolare x_c impongo l'annullamento del momento statico rispetto a x_c (poiché siamo in sezione fessurata):

$$\frac{b \cdot x_c^2}{2} + (d_e - t) \cdot A_s (x_c - d') - d_e \cdot A_s (d - x_c) = 0 \Rightarrow$$

ESERCIZI C.A.

LABORATORIO DI TECNICA DELLE
COSTRUZIONI

A.A. 2011-2012

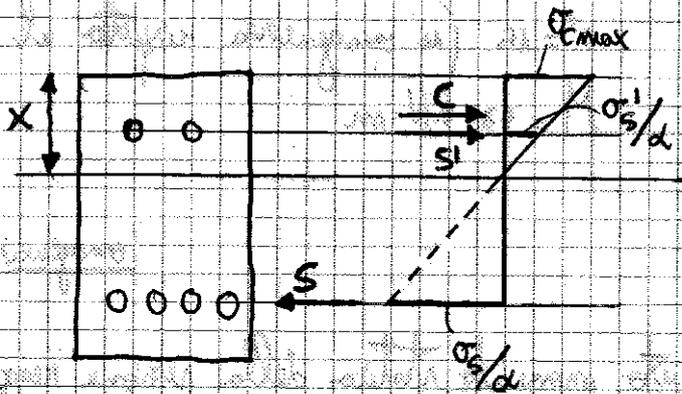
PROF. DEBERNARDI, GUGLIA

VINCENZO SANNIOLI

$$\sigma'_s = \frac{M}{I_m} (-x + d') \cdot \alpha = \frac{130 \cdot 10^6}{2,1 \cdot 10^9} (168,5 + 50) \cdot 15 = -110 \text{ MPa}$$

$$\sigma'_s = \frac{M}{I_m} (d - x) \cdot \alpha = \frac{130 \cdot 10^6}{2,1 \cdot 10^9} (450 - 168,5) \cdot 15 = 261,4 \text{ MPa}$$

• Diagrammiamo:



• Modi per verificare se abbiamo fatto giusto:

$$\rightarrow 0 = -C - S' + S \Rightarrow S = C + S' \Rightarrow$$

$$\rightarrow 261,4 \cdot 1256 = 110 \cdot 628 + 10,4 \cdot \frac{300 \cdot 168,5}{2} \Rightarrow$$

$$\rightarrow 328318 = 331940$$

Si assume inoltre che il braccio di leva interno è tra la risultante delle tensioni nell'armatura tesa e la risultante di \$C\$ e \$S'\$, ma pari a \$0,9d\$, quindi:

$$\oplus S \cdot (0,9d) = M \Rightarrow S = \frac{M}{0,9d} \Rightarrow \sigma_s = \frac{M}{0,9d \cdot A_s} \Rightarrow$$

$$\rightarrow \sigma_s = \frac{130 \cdot 10^6}{0,9 \cdot 450 \cdot 1256} = 255,6 \text{ MPa}$$