



Corso Luigi Einaudi, 55/B - Torino

Appunti universitari

Tesi di laurea

Cartoleria e cancelleria

Stampa file e fotocopie

Print on demand

Rilegature

NUMERO: 599

DATA: 23/07/2013

APPUNTI

STUDENTE: Ottina

MATERIA: Tecnica delle Costruzioni + Eserc.

Prof. Mancini

Il presente lavoro nasce dall'impegno dell'autore ed è distribuito in accordo con il Centro Appunti.

Tutti i diritti sono riservati. È vietata qualsiasi riproduzione, copia totale o parziale, dei contenuti inseriti nel presente volume, ivi inclusa la memorizzazione, rielaborazione, diffusione o distribuzione dei contenuti stessi mediante qualunque supporto magnetico o cartaceo, piattaforma tecnologica o rete telematica, senza previa autorizzazione scritta dell'autore.

**ATTENZIONE: QUESTI APPUNTI SONO FATTI DA STUDENTIE NON SONO STATI VISIONATI DAL DOCENTE.
IL NOME DEL PROFESSORE, SERVE SOLO PER IDENTIFICARE IL CORSO.**

TECNICA DELLE COSTRUZIONI

Mentre la Scienza delle costruzioni ha come scopo e ambito strutturale, la tecnica delle costruzioni riguarda il CALCOLO STRUTTURALE.

Possiamo definire una struttura robusta come quella struttura che risponde in modo proporzionale alla causa che genera il collasso (la struttura statica diventa subito labile). La robustezza di un edificio va verificata in presenza di eventi intenzionali ed eventi particolari (vento, aereo che impatta su un palazzo).

SICUREZZA STRUTTURALE

La sicurezza strutturale è il requisito fondamentale nelle fasi di PROGETTAZIONE, COSTRUZIONE ED UTILIZZO delle opere strutturali (compreso il recupero dei materiali).

Bisogna definire dei metodi che ci consentano di quantificare numericamente la sicurezza e di verificarne la positività in tutti gli stati in cui verrà a trovarsi la struttura.

Una misura positiva della sicurezza nei diversi stati significa avere una struttura sicura.

1

S_e = SOLLECITAZIONE PUNTUALE / DI ESERCIZIO

è la tensione nel materiale dovuta alle azioni di esercizio e valutata con un modello elastico lineare in presenza di un qualunque tipo di azione, diretta o indiretta (nella peggiore situazione di carico).

ΣS_e = COMBINAZIONE TENSIONALE, è la tensione ideale nel caso di stati di sollecitazioni combinati.

R_K = RESISTENZA CARATTERISTICA, rappresenta il FRATILE 5% della distribuzione di frequenza delle resistenze.

\bar{R} = TENSIONE AMMISSIBILE

γ = COEFFICIENTE DI SICUREZZA

Non bisogna considerare il valore medio della distribuzione delle resistenze (R_M) MA quel valore R_K tale per cui ho il 95% di probabilità di avere $R > R_K$.

PDF = CURVA DI FREQUENZA (Probability density function).

STATO MONDASSIALE	STATO PLURIASSIALE
$S_e \leq \bar{R} = \frac{R_K}{\gamma}$	$\Sigma S_e \leq \bar{R} = \frac{R_K}{\gamma}$

Procedimento:

- Scelgo il 5% per avere R_K
- Trovo \bar{R} dividendo R_K per γ
- Verifico di sicurezza.

$$\bar{R} = \frac{R_K}{\gamma}$$

3) le incertezze vengono raggruppate e contenute nel coefficiente di sicurezza γ , che presenta grandi valori e può produrre un EFFETTO PSICOLOGICO pericoloso. (siccome il valore di γ è grande, se ho $\sigma = 170$ e $\sigma_{amm} = 150$, considero il progetto comunque verificato perché ho γ grande, SBAGLIATO!).

4) È impossibile effettuare la reale misura della sicurezza.

VANTAGGI

1) Determino facilmente la sollecitazione in campo elastico e posso applicare il principio di sovrapposizione degli effetti.

Considero separatamente il carico permanente strutturale e non strutturale, il carico non permanente, accidentale ... e ricavo il momento flettente totale della struttura come la somma dei singoli carichi.

Inoltre nel campo lineare posso considerare la COMBINAZIONE delle azioni (favorevoli e/o sfavorevoli) e massimizzare le favorevoli.

2) Facilita nell'individuazione delle combinazioni di carico più gravose (carichi mobili), tramite le LINEE DI INFLUENZA.

Siamo passati al ragionamento sul momento flettente dell'intera sezione e non più ad un analin puntuale.

Siamo passati da TENSIONI a FORZE.

SVANTAGGI

- 1) Misuro la sicurezza con un metodo deterministico
- 2) Valuto solo le condizioni a rottura e non quelle di esercizio, che noi vogliamo. (NON mi possono misurare le tensioni in esercizio)
- 3) Il coefficiente di sicurezza γ dev'essere molto grande per coprire tutte le incertezze sulle azioni e resistenze: effetto psicologico negativo.

VANTAGGI

- 1) Posso tener conto dei fenomeni anelastici, reologici e di non linearità nel comportamento dei materiali, fornendo una rappresentazione più reale della struttura.
- 2) Valutare gli effetti delle deformazioni inelastiche.
- 3) Esiste la possibilità di controllo della sicurezza ultima costruendo dei MODELLI per studiare il comportamento delle grandi strutture (difficilmente risolvibili) e valutare il riscontro tra la sollecitazione e la risposta strutturale.

Siamo passati dai metodi analitici ai metodi numerici.

3) METODO PROBABILISTICO DI LIVELLO 3 (L3)

Il Livello 3 è il metodo che calcola la probabilità di insuccesso dello stato limite: è il più semplice da implementare MA è il più difficile da risolvere numericamente (solo per alcune opere).

Il L3 viene usato sovente sulle opere esistenti quando si fanno opere di AMMODERNAMENTO e REVISIONE della sicurezza delle strutture quando:

- Ho usato delle vecchie tecniche di costruzione;
- Cambia la normativa sulla sicurezza;
- Valutiamo la resistenza e la vita residua;
- Valutiamo il degrado;
- Cambia la destinazione d'uso;
- Revisitiamo i vecchi requisiti di sicurezza in funzione dei nuovi modelli.

Se applicarsi al 100% le nuove regole, il 90% dei fabbricati esistenti andrebbe demolito: il L3 non serve solo per fornire i coefficienti da usare nel L2 MA serve anche per VALUTARE L'ESISTENTE.

la misura della sicurezza dei confronti di un generico stato corrente nella determinazione della relativa probabilità di insuccesso (P_R) e di confrontarla con uno stato limite accertato P_R^*

$$\boxed{P_R \leq P_R^*}$$

P_R^* : valore di riferimento sufficientemente piccolo.

la funzione $f_{\underline{x}}$ rappresenta la probabilità che la variabile X_1 sia compresa tra $x_1 < X_1 < x_1 + dx_1$, quando la variabile X_2 è compresa tra $x_2 < X_2 < x_2 + dx_2$ fino alla variabile X_n .

2) Noto il dominio di successo D_R , la probabilità di successo P_R è calcolata come la probabilità che il vettore \underline{x} si trovi all'interno di D_R

$$P_R = \int_{D_R} f_{\underline{x}}(x_1, x_2, \dots, x_n) dx_1 dx_2 \dots dx_n$$

3) Dividiamo le n variabili aleatorie in favorevoli ($R = \text{resistenze}$) e sfavorevoli ($S = \text{sollecitazioni}$) allo stato limite e alla sicurezza:

$$R = g_R(X_1, X_2, \dots, X_m) \quad S = g_S(X_{m+1}, \dots, X_n)$$

4) Considero la variabile aleatoria differenzata $E = R - S$, che uso per calcolare la probabilità di successo:

$$P_R = P\{E \leq 0\} = \int_{D_R} f_{R,S}(r,s) dr ds$$

- $E > 0, R > S$ DOMINIO DI SICUREZZA
- $E < 0, R < S$ DOMINIO DI INSICUREZZA
- $E = 0, R = S$ SOLO NELLE FUNZIONE DI STATO LIMITE

$f_{R,S}$ = funzione di probabilità congiunta di R, S nel dominio di successo.

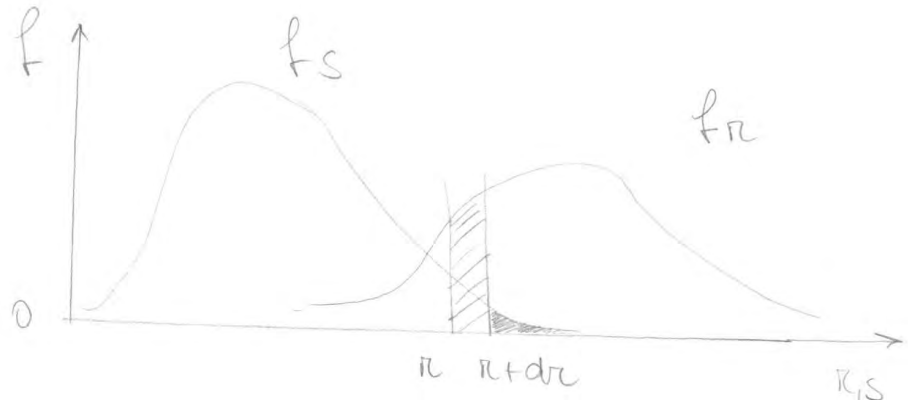
$$P_R = \int_{-\infty}^{+\infty} f_S(s) \left[\int_{-\infty}^s f_R(r) dr \right] ds = \int_{-\infty}^{+\infty} f_S(s) F_R(s) ds$$


dove $F_S(r)$ è la funzione cumulativa ed il termine $[1 - F_S(r)]$ rappresenta la differenza tra la probabilità totale (che vale 1) e l'integrale $\int_{-\infty}^r f_S(s) ds$, che è sempre inferiore ad uno.


GRAFICAMENTE

INTEGRANDO
IN ORIZZONTALE

(A)

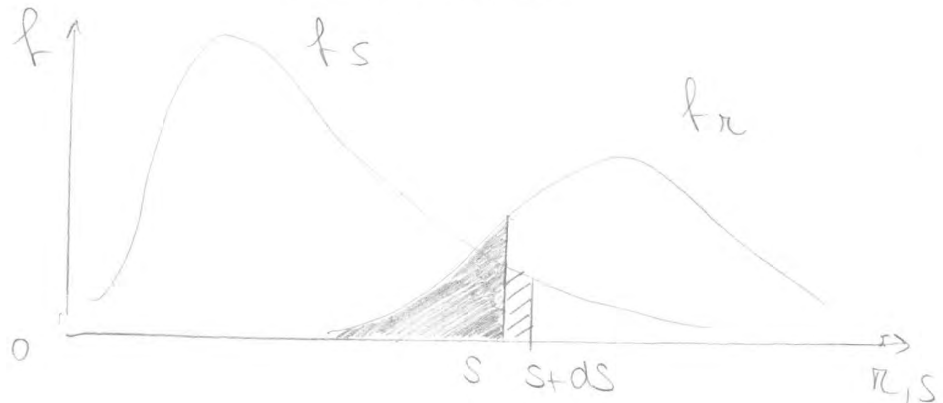



 $f_R(r) dr = P\{\pi - dr < R < \pi\}$ e' la probabilità che la renditezza R sia compresa tra $\pi - dr < R < \pi$.

 $[1 - F_S(\pi)] = P\{S > \pi\}$ quando ho $S > R$ sono nel dominio d'insuccesso, valido se $S > R$.

INTEGRANDO
IN VERTICALE

(B)



 $f_S(s) ds = P\{S < S < S + ds\}$ esprime la probabilità che la sollecitazione S è compresa tra $S < S < S + ds$.

 $F_R(s) = P\{R \leq S\}$ se $R \leq S$ ho un successo.

$P_r(\beta) = 1 - F_u(\beta)$ rappresenta la differenza tra tutta la Gaussiana e la frequenza accumulata a livello β (parte a sinistra di f_z).

$$\boxed{\beta = \frac{\eta_z}{\sigma_z}} \quad \text{INDICE DI SICUREZZA}$$

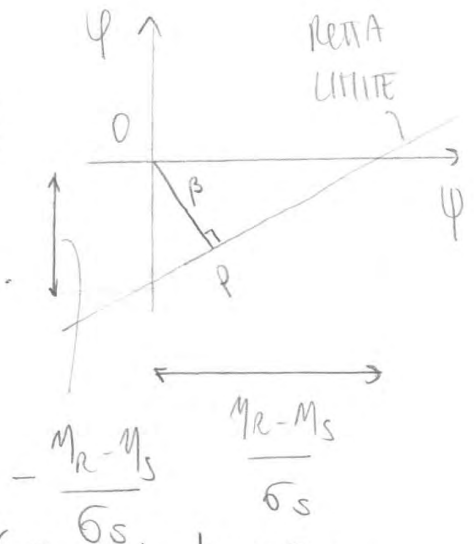
8) VARIABILI STANDARDIZZATE RIDOTTE (φ, ψ)

$$\varphi = \frac{R - \mu_R}{\sigma_R} \quad \psi = \frac{S - \mu_S}{\sigma_S} \quad \left\{ \begin{array}{l} R = \varphi \sigma_R + \mu_R \\ S = \psi \sigma_S + \mu_S \end{array} \right.$$

la funzione stato limite:

$$|R - S = \varphi \sigma_R + \mu_R - \psi \sigma_S - \mu_S = 0|$$

rappresenta l'equazione della retta con distanza d dall'origine.



$$d = \beta = \frac{\eta_z}{\sigma_z} = \frac{\mu_R - \mu_S}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2}}$$

β e' l'indice di sicurezza, ed e' la distanza rispetto gli assi della retta limite.

Inoltre $\beta = \frac{\eta_z}{\sigma_z}$ rappresenta l'inverso del coefficiente di variazione della variabile

aleatoria $Z = (C_z)$ con $C_z = \frac{1}{\beta} = \frac{\sigma_z}{\eta_z}$

$$\beta = \frac{\eta_z}{\sigma_z} = \frac{\mu_R - \mu_S}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2}} = \text{dividendo per } \mu_S$$

Per bassi valori di c_R (curve 1÷8) diventa significativa la variabilità di S .

9) ULTERIORI COEFFICIENTI DI SICUREZZA

COEFFICIENTE DI SICUREZZA CARATTERISTICO ($\gamma_k = \frac{R_k}{S_k}$)

$$\gamma_k = \frac{R_k}{S_k} = \frac{\mu_R - k_R \sigma_R}{\mu_S + k_S \sigma_S} \cdot \frac{\mu_R}{\mu_S} \cdot \frac{\mu_S}{\mu_R} = \gamma_0 \frac{1 - k_R c_R}{1 + k_S c_S}$$

$R_k = \mu_R - k_R \sigma_R$ dove R_k si può ottenere dalla differenza del valore medio (μ_R) e k -volte lo scarto quadratico medio (σ_R)

$$S_k = \mu_S + k_S \sigma_S$$

COEFFICIENTE DI SICUREZZA DI CALCOLO ($\gamma_D = \frac{R_D}{S_R}$)

$$\gamma_D = \frac{R_D}{S_R} = \frac{\mu_R - d_R \sigma_R}{\mu_S + k_S \sigma_S} \cdot \frac{\mu_R}{\mu_S} \cdot \frac{\mu_S}{\mu_R} = \gamma_0 \frac{1 - d_R c_R}{1 + k_S c_S}$$

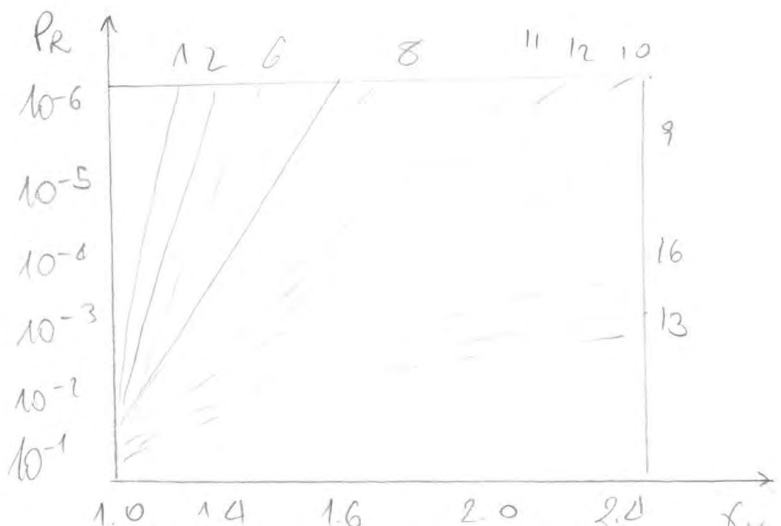
$\sigma_R k_R$ è il frattile del 5%, area del 5%

Per le distribuzioni normali:

$$k_R = 1.645 \quad k_S = 1.645 \quad d_R = 3.09$$

RELAZIONE $\gamma_k \div P_R$

Anche γ_k ha un fascio di curve molto aperto \rightarrow NON VA' BENE γ_k come indice di sicurezza al collaudo.



4) METODO PROBABILISTICO DI LIVELLO 2

Il metodo di livello 2 viene largamente usato per la taratura dei codici o per risolvere i problemi di strutture complesse.

La funzione di stato limite (FSL) $g(S, R) = 0$ viene approssimata con:

- FORM: quando ho $g(S, R) = 0$ lineare o linearizzata viene approssimata con una RETTA, metodo di valutazione della sicurezza del 1° ordine.
- SORM: metodo di valutazione della sicurezza del 2° ordine, quando ho $g(S, R) = 0$ NON LINEARE e la approssimo con una funzione del 2° ordine.

FORM FIRST ORDER RELIABILITY METHOD

Metodo utilizzato quando ho funzioni di stato limite lineari che posso approssimare con una retta nell' intorno del valore medio.

A) FOSM: metodo che ignora la legge di distribuzione delle variabili casuali e si basa su un' approssimazione di primo ordine in serie di Taylor della FSL linearizzata nell' intorno del valore medio ed usa solo medie, varianze e covarianze (normali o log-normali).

$$Z = g(X) = g(X_1, X_2, \dots, X_n)$$

$$\text{MEDIA: } \mu_Z \approx g(\mu_{X_1}, \mu_{X_2}, \dots, \mu_{X_n})$$

$$\text{VARIANZA } \sigma_Z^2 \approx \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \frac{\partial g}{\partial X_i} \frac{\partial g}{\partial X_j} \text{COV}(X_i, X_j)$$

B) AFOSH: considera la legge di distribuzione delle variabili casuali e si riferisce a MASOFER - LIND per le variabili normali

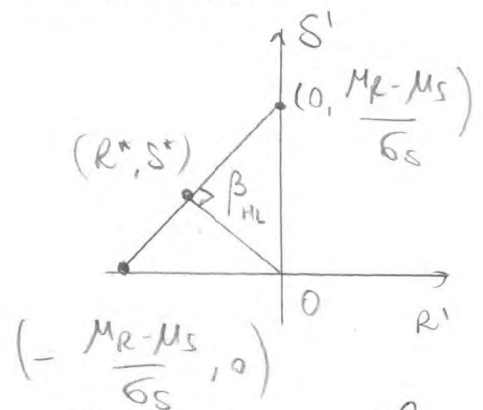
$$X_i' = \frac{X_i - \mu_{x_i}}{\sigma_{x_i}} \quad \text{con } i = 1, 2, \dots, n$$

X_i' ha media e deviazione standard unitaria.

L'indice di Scurrezza β_{HL} (Masofer-Lind) è definito come la distanza minima dall'origine degli assi rispetto alla superficie di stato limite.

$$\beta_{HL} = \frac{\mu_R - \mu_S}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2}}$$

$$R' = \frac{R - \mu_R}{\sigma_R} \quad S' = \frac{S - \mu_S}{\sigma_S}$$



(R^*, S^*) è il punto di governo il progetto, punto che ha la probabilità più alta.

la funzione di stato limite:

$$\sigma_R R' - \sigma_S S' + \mu_R - \mu_S = 0$$

CONFRONTO FOSH e AFOSH

AFOSH e FOSH danno valori coincidenti se R e S sono normali e FSL è lineare.

Se la FSL non è lineare, il punto della distanza minima, detto punto di progetto, diventa più complesso! Utilizza il metodo dei moltiplicatori di LAGRANGE.

Il FORM tiene conto delle sole derivate del 1° ordine mentre il FORM, come derivate del 2° ordine, tiene conto anche delle curvature

◦ FORMULA BREITUNG

La probabilità di successo P_f viene calcolata tenendo conto di K_i , curvature principali nel punto di minima distanza e β , coefficiente di sicurezza, valutato col metodo FORM:

$$P_f \approx \Phi(-\beta) \prod_{i=1}^{m-1} \sqrt{1 + \beta \cdot K_i}$$

Π è la prodotta, come la numeratore MA invece che sommare moltiplica i termini.

5) TECNICHE DI SIMULAZIONE

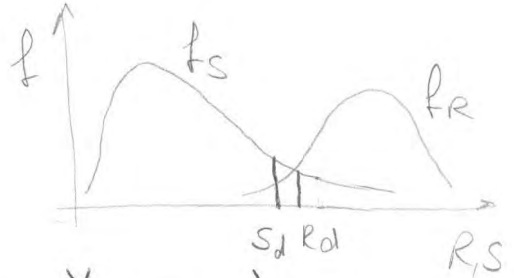
Grazie all'introduzione dei PC, le tecniche di simulazione consentono di valutare la probabilità di successo anche nel caso di FSL esplicite e implicite.

METODO MONTECARLO PASSAGGI:

- 1) Definisco il problema considerando tutte le variabili casuali (è definito con delle PDF);
- 2) Quantifico TUTTE le variabili casuali tramite PDF;
- 3) Genero dei valori delle variabili casuali tramite un GENERATORE DI NUMERI CASUALI, compresi tra $0 < x < 1$.
 Associa alle variabili (valore della forza, dimensioni delle sezioni, luce...) il valore casuale $0 < x < 1$.

L1 = METODO DEI FUNZIONALI ESTREMI

" Per R considero i valori più deboli estremi mentre per S considero i valori più forti estremi e devo verificare che $R_d \geq S_d$ "



$$R_d = g_R (X_{1 \text{ ESTRE}}, X_{2 \text{ ESTRE}}, \dots, X_{M \text{ ESTRE}})$$

$$S_d = g_S (X_{M+1 \text{ ESTRE}}, X_{M+2 \text{ ESTRE}}, \dots, X_{N \text{ ESTRE}})$$

Invece di fare i calcoli ma le distribuzioni f_S, f_R , e calcolare gli integrali, defuorco i valori estremi maggiorando le $n-m$ variabili (S) e minorando le m variabili R.

R: frattile 5% $F_{X_i}(X_{i \text{ ESTRE, INF}}) = 0,05$

S: frattile 95% $F_{X_i}(X_{i \text{ ESTRE, SUP}}) = 0,95$

da effettuare per ogni remissione eollecutorione.

L1 trasforma le PDF, con le loro distributiane, nei suoi valori estremi delle variabili MA questo metodo dei valori estremi non tiene conto dell'alteorietà ed incertezze dei legami funzionali $g_S(\dots)$ e $g_R(\dots)$.

Quando la variabile appare ma in R che in S, come il peso del terreno, de remite e giunge contemporaneamente, NON UNO 5% f_R e 95% f_S MA UN VALORE DETERMINISTICO.

Nelle situazioni complesse dove ho un'INCERTEZZA DI MODELLO, introduco $\gamma_M = \gamma_{Rd}$ a valle del calcolo

$\left[R_d \rightarrow \frac{1}{\gamma_{Rd}} R_d \right]$ con opportuna riduzione del coefficiente γ_M .

γ_{Rd} è il coefficiente che tiene conto delle incertezze del modello resistente, basato su un modello empirico.

3) RESISTENZA: le variabili aleatorie considerate sono le resistenze a rottura dei materiali (f_c, f_r) cui si applica il coefficiente γ_M .

4) IL LEGAME FUNZIONALE $g_s(\dots)$ è assunto deterministico, per cui introduco il coefficiente γ_f che deve tenere conto del passaggio da azioni agenti a sollecitazioni. Introduco l'incertezza di modello con $\gamma_M = \gamma_{Sd}$

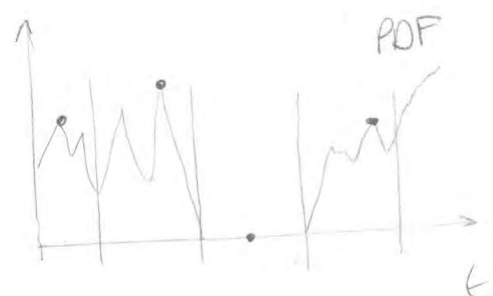
$\left[S_d \rightarrow \gamma_{Sd} S_d \right]$ e γ_f viene ridotto di conseguenza.

5) SOLLECITAZIONI: le uniche variabili aleatorie sono le AZIONI, trattate con la TEORIA DEI MASSIMI, introducendo dei coefficienti γ_f e ψ

γ_f : tiene conto del legame e' deterministico

ψ : coefficiente di COMBINAZIONE, tiene conto del riferimento unitario della teoria dei momenti.

Divido l'intervallo in zone, considero il MAX per ogni zona e creo la PDF solo sui MAX.



α_x = coefficiente di SKEWNESS (obliquità)

$V_x = \frac{\sigma_x}{\mu_x}$ coefficiente di variazione.

Il valore caratteristico o di colido, con $i = k \cdot d$

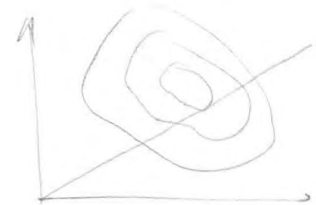
$$X_i = \mu_x e^{\frac{k_{p,0} \sqrt{\ln(1+V_x^2)}}{\sqrt{1+V_x^2}}}$$

$k_{p,0}$ coefficiente della distribuzione normale per lo stesso frazione (5% → 1.64, 95% → 3.09)

con $V_x < 0.2 \rightarrow X_i \approx \mu_x e^{(k_{p,0}, V_x)}$

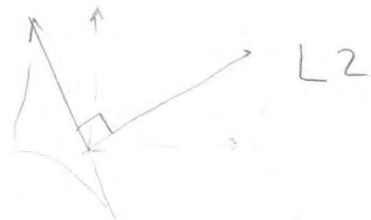
RIEPILOGO VEDI FIGURA

LIVELLO 3 $P_R = \int_{D_2} f_{R,S}(r,s) dr ds$



LIVELLO 2 $\eta_E \geq \beta \cdot \sigma_E$

$$P_R = P\{\eta_E - R - S \leq 0\}$$



LIVELLO 1 considero il punto M_1 come punto nello stato $R_{M_1} = S_{M_1}$



TENSIONI AMMISSIBILI: punto \bar{r}

$\bar{r} \ll R_d$ poiché la mancanza nelle azioni è trasferita sulle rendite

Se $S_e \approx \eta_s$, \bar{r} è più prossimo all'origine di M_1 .

In generale, per un periodo di m anni

$$\boxed{\Phi(\beta_m) = [\Phi(\beta_{1\text{anno}})]^m}$$

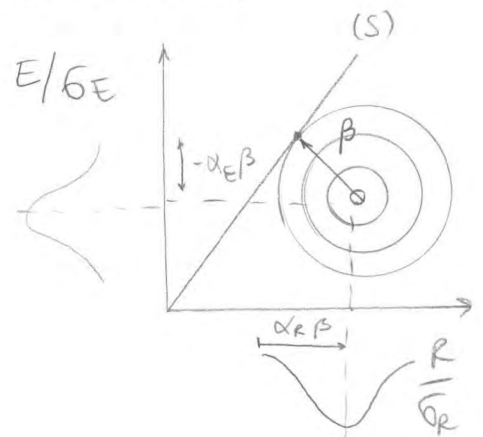
$\boxed{t = 50 \text{ anni} \quad \Phi(\beta_{50}) = 3.8}$ per gli edifici a NORMA CI

PROCEDIMENTO METODO FORM NEL BASIS OF DESIGN

- 1) Standardizziamo le variabili di base $\underline{X} \rightarrow \underline{U}$ e la funzione limite $g(\underline{X}) = 0 \rightarrow g'(\underline{U}) = 0$;
- 2) Approssimo $g'(\underline{U}) = 0$ con un iperpiano tangente tramite la Serie di Taylor;
- 3) Determiniamo, per via iterativa, il punto di progetto su $g'(\underline{U}) = 0$ più vicino all'origine;
- 4) β = distanza origine e punto di progetto;
- 5) $P_f = \Phi(-\beta)$ probabilità di insuccesso.

VARIABILI E, R NORMALI

Considero le curve di livello della funzione di densità di probabilità congiunta: se R, E sono Gaussiane saranno una campana.



P_f è il punto di progetto, tangente alla curva.

I due punti che identificano il vertice della campana sono i punti medi delle Gaussiane E, R

$$\boxed{\begin{aligned} \text{Prob}(E \geq E_d) &= \Phi(+\alpha_E \beta) \\ \text{Prob}(R \leq R_d) &= \Phi(-\alpha_R \beta) \end{aligned}}$$

BASIS OF STRUCTURAL DESIGN

Le BSD fissano i requisiti di base delle strutture e definiscono i coefficienti da utilizzare.

DURATA DI VITA DI PROGETTO

- 10 anni per le strutture temporanee
- 10 ÷ 25 anni per le strutture sostituibili (ponti, appoggi...)
- 15 ÷ 30 anni per le strutture per l'agricoltura (le stalle sono poco frequentate durante il giorno).
- 50 anni per gli edifici.
- 100 anni per i ponti e gli edifici monumentali.

SITUAZIONI DI PROGETTO BISOGNA PENSARE A...

- 1) SITUAZIONI PERSISTENTI sono situazioni di interramento normale la struttura (per proprio, accidentale e variabile) durante il normale uso.
- 2) SITUAZIONI TRANSITORIE sono situazioni temporanee, come quando costruisco un ponte a sbalzo.
- 3) SITUAZIONI ACCIDENTALI sono situazioni eccezionali come il fuoco, le esplosioni, un rischio in zona sismica.
- 4) SITUAZIONI SISMICHE

STATI LIMITE ULTIMI

Bisogna verificare il rispetto degli stati limite ultimi riguardando la salvezza della popolazione e la struttura durante pericolosi eventi.

- 1) Bisogna definire le situazioni di progetto ed i casi di carico, tenendo presente che alcune azioni possono presentarsi contemporaneamente (Neve + Vento): bisogna metterli nella situazione più sfavorevole.
- 2) I modelli strutturali e quelli per le azioni possono essere di tipo FISICO, EMPIRICO o MATEMATICO e bisogna calibrarli con i dati sperimentali.

Per gli Eurocodici: "EVOLUTION NOT REVOLUTION"

prima di approvare un nuovo modello vengono fatte tante prove e vengono cambiati solo quando c'è una forte innovazione (per esempio ne permette di risparmiare tanto materiale).

LE VARIABILI DI BASE

Le variabili di base da considerare sono:

- Azioni dirette (Forze), indirette (cedimenti), vincoli, azioni sismiche) e ambientali
- Proprietà dei materiali e dei prodotti (Meccaniche)
- Dati geometrici.

LE AZIONI

1) CLASSIFICAZIONE delle azioni in base alla loro variazione nel tempo

A - AZIONI PERMANENTI: peso proprio, permanenti portate, effetti di ritiro / flangia, cedimenti inelastici, spinte dei liquidi e dei terreni, precompressione.

3) CLASSIFICAZIONE DELLE AZIONI IN BASE ALLA VARIAZIONE NELLO SPAZIO

- A - FISSE : posizione fissa nel tempo, come il peso proprio
- B - MOBILI : posizione variabile nel tempo, (vento).

4) CLASSIFICAZIONE DELLE AZIONI IN BASE ALLA LORO NATURA E RISPOSTA STRUTTURALE

- A - STATICHE : azioni applicate gradualmente che NON producono accelerazioni significative.
- B - DINAMICHE : azioni che comportano accelerazioni significative nella struttura e possono essere:
 - AZIONI STATICHE APPLICATE, poiché la struttura si comporta equivalente considerando il contenuto energetico.
 - Nelle strutture complesse non si riferisce all'azione statica equivalente MA richiedono un'analisi dinamica della risposta strutturale (SISMA).

• AZIONI AMBIENTALI

Le azioni ambientali comportano un deterioramento nel tempo delle proprietà dei materiali ed una conseguente riduzione della capacità strutturale.

La descrizione delle azioni può essere fatta su BASE STATISTICA, se abbiamo un grande numero di dati storici o per VALORI NOMINALI (strutture antiche o domificate come Rel), valori concordati con il progettista e cliente.

B) AZIONI VARIABILI (Q)

Per le azioni variabili il valore caratteristico Q_k viene definito come valore cui determinata probabilità di non essere superato o migliorato nel periodo di tempo di vita della struttura.
Per farlo faccio riferimento alle INFO. Statistiche.

Per le azioni climatiche (Neve e vento) e le azioni dirette sui solai, ho solo il 2% di probabilità di superare Q_k in 1 anno

la relazione fra la probabilità del valore caratteristico (P), il periodo di tempo (τ) ed il tempo di ritorno (T):

$$T \approx \frac{\tau}{\ln(1-P)} \approx \frac{\tau}{P}$$

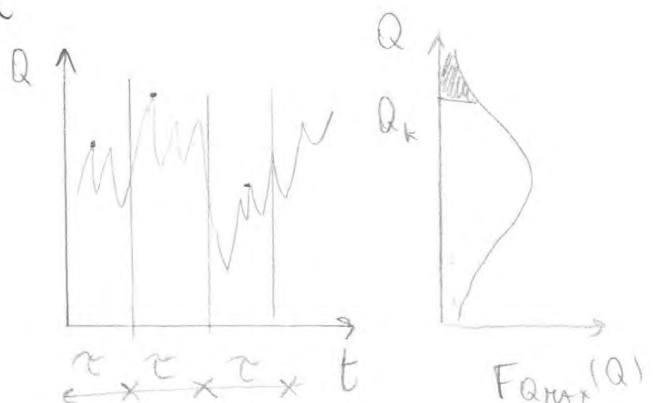
Se $P = 0.02$ e $\tau = 1$ anno $T = 50$ anni

ATTENZIONE AGLI ERRORI DI PROBABILITÀ !!!

Se il fiume non ha esondato negli ultimi 300 anni c'è comunque il periodo di esondazione: confrontare la memoria storica col tempo di ritorno.

Dalla teoria dei "Normen"

considero degli intervalli di tempo più piccoli tanto più il carico è variabile (raffica di vento).



Ψ_2 = VACORE QUASI-PERMANENTE valore che è
quasi sempre presente, nelle SLU in combinazione
accidentale e rismica, SLE reversibili e
elettronologica ed è l'azione presente nel 50%
del periodo di riferimento.

Clonico caso di NEVE in Alta montagna.

ORDINE $1 > \Psi_0 > \Psi_1 > \Psi_2$

• AZIONI DI FATICA

L'azione a fatica è un'azione ciclica ed oscillante
ed il valore delle azioni è funzione degli Eurocodici
dei relativi materiali.

• AZIONI DINAMICHE

I coefficienti di amplificazione dinamica sono
inclusi nei modelli per le azioni.

• AZIONI AMBIENTALI

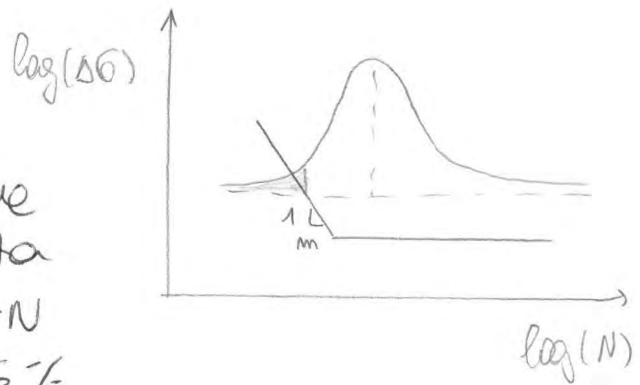
Le azioni ambientali sono descritte dai codici dei
diversi materiali e quando è possibile vengono
applicati i modelli di deterioramento.

La combinazione aumenta il carico nel CIS
MA abbassa il PH: le strutture non sono più protette.

Ulteriori parametri dei materiali sono le condizioni di tensione multiassiale (fessurazione, c. Poisson...), gli effetti termici, il fluage, la fatica, gli effetti dinamici (le forze d'urto, entrano in gioco le mome), gli effetti dell'umidità come il ritiro e gli effetti di intaglio come l'energia di frattura

COMPORTAMENTO A FATICA

Il comportamento a fatica viene definito con prove ad ampiezza costante tramite le curve $\Delta\sigma \div N$ corrispondente al frattale 5%.



In funzione della variabile di carico costante ($\Delta\sigma$) ho un numero di cicli (m) necessari alla rottura

$$\Delta\sigma^m N = \text{COSTANTE}$$

la retta diventa orizzontale perché ho troppa poca energia per generare e propagare le fratture

- Retta lineare per acciaio o c/c;
- Retta bilineare per acciaio + c/c perché le barre scendono dietro il c/c, producono calore e rumore.

METODO DEI COEFFICIENTI PARZIALI (SEMI-PROBABILISTICO)

1) VALORE DI PROGETTO DI UN'AZIONE

$$\text{Nota } \boxed{F_{rep} = \psi F_k} \quad \sim \quad \boxed{F_d = \gamma_f F_{rep}}$$

con $\psi = 1$ se ho una sola azione e $\psi = \psi_0, \psi_1, \psi_2$

se ho più azioni:

Per gli eventi mistici ho A_{Ed} , dipende dalla risposta v . strutturale

4) VALORE DI PROGETTO DEI DATI GEOMETRICI

$$| a_d = a_{nom} |$$

Se $a_{nom} = 40$, è grande e ho tanto da perdere mentre se le deviazioni nei dati generano effetti significativi per la natura delle strutture ($a_{nom} = 8$, $\Delta a = 1$, $a_d = 9$).

$$| a_d = a_{nom} + \Delta a |$$

Δa tiene conto delle deviazioni sfavorevoli dai valori caratteristici nominali e dell'effetto cumulativo di intervento contemporaneo di diverse deviazioni geometriche.

5) RESISTENZA DI PROGETTO

$$R_d = \frac{1}{\gamma_{Rd}} R \{ X_{d,i}; a_d \} = \frac{1}{\gamma_{Rd}} R \left\{ \eta_i \frac{X_{k,i}}{\gamma_{M,i}}; a_d \right\} \quad i \geq 1$$

γ_{Rd} = coefficiente parziale che copre le incertezze nel modello resistente e le deviazioni geometriche non modellate esplicitamente.

$$X_{d,i} = \eta_i \frac{X_{k,i}}{\gamma_{M,i}} \quad \text{valore di progetto delle proprietà dei materiali.}$$

$$| \eta_i = \gamma_{Rd} \cdot \gamma_{M,i} |$$

$$| R_d = R \left\{ \eta_i \frac{X_{k,i}}{\gamma_{M,i}}; a_d \right\} \quad i \geq 1$$

G_R = risultante del peso stabilizzante rispetto agli appoggi

G_S = risultante del peso destabilizzante rispetto agli appoggi

2) STR (STRUTTURE)

Considero la rottura interna o l'eccessiva deformazione della struttura o di una membratura

STR è governata dalla resistenza dei materiali

3) GEO (TERRENO)

Considero la rottura o l'eccessiva deformazione del terreno: è governata dalla resistenza del terreno

Per STR e GEO

$$E_d \leq R_d$$

E_d = valore di progetto delle sollecitazioni, scalari e vettoriali

R_d = valore di progetto della corrispondente resistenza

4) FAT (FATICA)

Considero la rottura per fatica della struttura o di una sua membratura: ci riferiamo ai diversi codici per i materiali.

COMBINAZIONE DELLE AZIONI (NO FATICA)

Bisogna scegliere le azioni di carico più sfavorevoli combinando i valori delle azioni di peso intervenire contemporaneamente.

Ogni combinazione delle azioni deve includere un'azione principale oppure un'azione permanente.

1) COMBINAZIONE DELLE AZIONI PER SITUAZIONE
PERSISTENTE E TRANSITORIE

$$j \geq 1 \quad i > 1$$

$$Ed = \gamma_{sd} E \{ \gamma_{g,j} G_{k,j}; \gamma_p P; \gamma_{q,1} Q_{k,1}; \gamma_{q,i} \psi_{0,i} Q_{k,i} \}$$

$$Ed = E \{ \gamma_{G,j} G_{k,j}; \gamma_p P; \gamma_{Q,1} Q_{k,1}; \gamma_{Q,i} \psi_{0,i} Q_{k,i} \}$$

γ_p = coefficiente di ricomprensione $\gamma_p = 1$

la prima azione si mette piena, col suo valore completo, e le altre hanno i coefficienti di combinazione.

Se non sono sicuro su quale azione mettere piena, le proviamo tutte e prendo il risultato più sfavorevole.

ESEMPIO

Tipo di Copertura		CLS	ACCIAIO
$G_{1,k}$	Struttura	200	30
$G_{2,k}$	Peso Permanente	100	100
G_k	Neve	100	100
		<u>400</u>	<u>230</u>

con $\gamma_a = 1,5$ e $\gamma_G = 1,5 \rightarrow 600 \quad 345$

Qual'è il valore di neve che porta al collasso?

CLS : $600 - 300 = 300 \text{ Kg/m}^2$

ACC : $345 - 130 = 215 \text{ Kg/m}^2$

le strutture massive hanno intrinsecamente più sicurezza per le azioni variabili.

STATI LIMITE DI ESERCIZIO

$$|E_d \leq C_d|$$

E_d = valore di progetto delle azioni nella base delle combinazioni in condizioni di esercizio.

C_d = valore limite di progetto del criterio di esercizio pertinente.

• COMBINAZIONE DELLE AZIONI

1) COMBINAZIONE CARATTERISTICA (SLE IRREVERSIBILI)

Situazione più gravosa con eccezionale compressione.

$$E_d = E \{ G_{k,j}; P; Q_{k,1}; \Psi_{0,i} Q_{k,i} \} \quad \begin{matrix} j \geq 1 \\ i \geq 1 \end{matrix}$$

2) COMBINAZIONE FREQUENTE (SLE REVERSIBILI)

Anche la prima azione fondamentale è moltiplicata per $\Psi_{1,1}$.

$$E_d = E \{ G_{k,j}; P; \Psi_{1,1} Q_{k,1}; \Psi_{2,i} Q_{k,i} \}$$

3) COMBINAZIONE QUASI-PERMANENTE (effetti a lungo termine ed estensivi) tutte le azioni variabili sono moltiplicate per $\Psi_{2,i}$.

$$E_d = E \{ G_{k,j}; P; \Psi_{2,i} Q_{k,i} \}$$

A) VALORI DI PROGETTO PER RELAZIONI EQU

$$\gamma_{SUP G_j} = 1.10$$

$$\gamma_{G_j, wf} = 0.90$$

$$\gamma_{Q_{k,1}} = 1.50 / 0$$

$$\gamma_{Q_{k,i}} = 1.50 / 0$$

Si verifica l'equilibrio intorno anche con

$$\gamma_{G_j SUP} = 1.35$$

$$\gamma_{G_j wf} = 1.15 = 1.10.$$

AZIONI

CLASSIFICAZIONE DELLE AZIONI

CLASSIFICAZIONE SECONDO LA NATURA

- 1) AZIONI DIRETTE: forze concentrate o distribuite;
- 2) AZIONI INDIRETTE: distorsioni, variazioni termiche o cedimenti avulsivi.

CLASSIFICAZIONE SECONDO LA RISPOSTA

1. AZIONI STATICHE: non inducono significative accelerazioni.
2. AZIONI DINAMICHE: inducono significative accelerazioni.

CLASSIFICAZIONE SECONDO LA VARIAZIONE NELLO SPAZIO DEL PUNTO DI APPLICAZIONE

1. AZIONI FISSE: distribuzione spaziale fissa nel tempo;
2. AZIONI MOBILI: distribuzione spaziale variabile.

CLASSIFICAZIONE SECONDO LA LORO VARIAZIONE DI INTENSITA'

1. AZIONI PERMANENTI: restano attive durante tutta la vita della struttura senza variazioni di direzione, intensità e posizione;
2. AZIONI VARIABILI, possono essere a BREVE DURATA (mobili) o di LUNGA durata (folla di persone);
3. AZIONI ECCEZIONALI: avvengono raramente e vengono definite da una probabilità di occorrenza ($10^{-6} - 10^{-7}$) e a traverso un valore nominale di intensità.

CARICHI FISSI

Ricordiamo alcuni valori:

CLS : 24 KN/m^3 ; C.A. = 25.0 KN/m^3
ACCIAIO : 78,5 KN/m^3 ; LATERIZIO : 18.0 KN/m^3

27

AZIONE DEL VENTO (NCT 2008)

Il vento, la cui direzione è generalmente orizzontale, esercita sulle costruzioni azioni che variano nel tempo e nello spazio provocando effetti dinamici.

La direzione del vento dipende dalla topografia, ma lo ammuo solo orizzontale perché le componenti verticali non sono così importanti.

Il vento ha un'azione di breve durata che cambia nel tempo e nello spazio e produce delle accelerazioni con gravi danni alle strutture snelle e pannelle.

Il vento ha una velocità minima più la raffica di vento.

Per le costruzioni l'azione del vento viene ricondotta alle azioni statiche equivalenti.

- EDIFICI ALTI: problemi di comfort
- STRUTTURE: le azioni statiche del vento sono costituite da pressioni (sopravento) e DEPRESSIONI (sottovento) agenti normalmente alle superfici interne ed esterne che compaiono la costruzione

L'azione del vento del singolo elemento viene determinata considerando l'azione più gravosa della membrana agente sulle superfici interne e esterne.

OSSERVAZIONI

- 1) Negli elementi di grandi dimensioni, bisogna considerare anche l'azione tangenziale esercitata dal vento che provoca dell'attrito sulla copertura.

$$V_b = V_{b,0} \quad \text{per } a_s \leq a_0$$

$$V_b = V_{b,0} + k_a (a_s - a_0) \quad \text{per } a_0 < a_s \leq 1500 \text{ m}$$

Oltre i 1500 m bisogna fare un'analisi locale

a_0 = valore di riferimento tabellare

$V_{b,0}$ = valore del vento di riferimento

a_s = altitudine sul livello del mare del sito.

• COEFFICIENTE DI ESPOSIZIONE C_e

Il coefficiente di esposizione C_e dipende dall'altezza Z sul suolo considerato, dalla topografia del terreno ed in assenza di analisi specifiche si assume come direzione del vento quella prevalente.

$$\left. \begin{aligned} C_e(Z) &= k_R^2 C_t \ln(Z/Z_0) [7 + C_t \ln(Z/Z_0)] & Z \geq Z_{MIN} \\ C_e(Z) &= C_e(Z_{MIN}) & Z < Z_{MIN} \end{aligned} \right\}$$

C_t = coefficiente di topografia

C_e = coefficiente di esposizione

Z_0 = altezza di riferimento, valore tabellare

Z_{MIN} = dipende dalle condizioni di esposizione

Definiamo 5 categorie di esposizione e 4 classi di rugosità del terreno, dove la classe di rugosità dipende dal costruito e non dall'orografia.

CLASSE A: la situazione dev'essere estesa per almeno 1 km e non meno di 20 volte l'altezza dell'edificio + alto.

Il coefficiente C_e ha un andamento logaritmico.

2) VENTO PARALLELO ALLA LINEA DI COLTO

Considerazioni su area tangenziale

$$|P_f = q_b C_e C_f|$$


C_f = COEFFICIENTE D'ATTRITO, da usare per la superficie:

LISCIA $C_f = 0,1$, SCABRA $C_f = 0,2$, MOLTO SCABRA $C_f = 0,4$.


B) TETTOIE E PENSILINE A UN SOLO SPIOVENTE PIANO

Per tettoie e pensiline, per le quali il rapporto tra la totale altezza nel nudo e la massima dimensione in pianta non è maggiore di 1, si assumono i valori di C_p riferendosi alla situazione peggiore.

• DUE SPIOVENTI CON DISPLUVIO

$$C_p = \pm 0,8(1 + \mu \sin \alpha) \quad \text{C}_p = -0,6$$


• SPIOVENTE PIANO

$$C_p = \pm 1,2(1 + \mu \sin \alpha)$$


• DUE SPIOVENTI DAVANTI CON IMPLUVIO

$$C_p = \pm 0,8(1 + \mu \sin \alpha) \quad C_p = +0,6$$


C) TRAVI AD ANIMA PIENA E RETICOLARE

1) TRAVI ISOLATE

La membratura totale si considera agitata solo sulla superficie della parete piana (S_p) e si valuta utilizzando i seguenti coefficienti di forma:

$$C_p = 2 - \frac{4}{3} \varphi \quad \text{per } 0 \leq \varphi < 0,3$$

$$C_p = 1,6 \quad \text{per } 0,3 \leq \varphi \leq 0,8$$

$$C_p = 2,4 - \varphi \quad \text{per } 0,8 < \varphi \leq 1.$$

Nei modelli gli effetti locali non sono scarsi
e non mirasse a creare la turbolenza.

Entrano alcune zone dell'edificio che sono
capacitativi da studiare per gli effetti locali.

PER LAUTELA $C_p = -1,8$

ESERCIZIO: VEDI SLIDE.

AZIONE DELLA NEVE (NCT 2008)

il carico da neve interessa quelle superfici su cui la
neve ha la possibilità di accumularsi (coperture,
balconi, terrazzi).

L'entità del carico dipende:

- dalla forma e caratteristiche delle superfici
(pendenza, rugosità...);
- dal clima meteorologico locale (vento, pioggia...).

la norma NCT 2008 descrive in maniera dettagliata
le procedure da seguire per il calcolo del carico neve.

CARICO NEVE

il carico neve provocato sulle coperture (q_s)

$$q_s = \mu_i q_{sk} C_E C_t$$

μ_i = coefficiente di forma della copertura

q_{sk} = valore caratteristico di riferimento del carico
neve al suolo [kN/m^2] per un periodo di
ritorno di 50 anni e il 2% di probabilità di
superamento durante l'anno.

C_E = coefficiente di esposizione.

C_t = coefficiente termico, considera l'isolamento.

1) COEFFICIENTE DI ESPOSIZIONE C_e

Zona battuta dai venti : $C_e = 0,9$ (porta via la neve)

Zona normale : $C_e = 1,0$

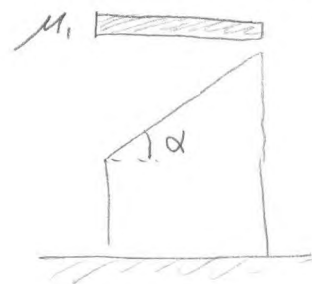
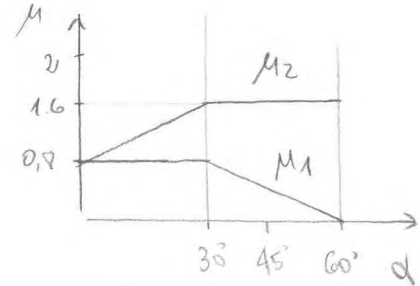
Zona riparata : $C_e = 1,1$ (la neve non è portata via).

2) COEFFICIENTE DI FORZA PER LE COPERTURE μ_i

α = angolo d'inclinazione falda

μ_1 = SOPRAVENTO μ_2 = SOTTOVENTO

	$0 \leq \alpha \leq 30$	$30 < \alpha < 60$	$\alpha \geq 60$
μ_1	0,8	$0,8(60-\alpha)/30$	0
μ_2	$0,8 + 0,8\alpha/30$	1,6	-



1) COPERTURA AD UNA FALDA

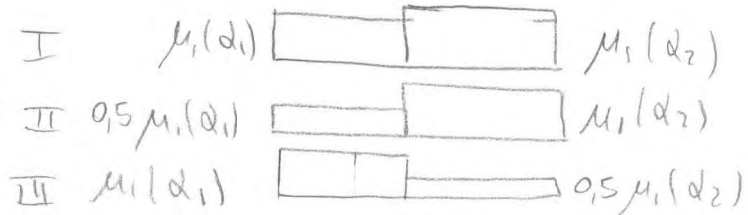
Distribuzione uniforme μ_1

2) COPERTURA A 2 FALDE

CASO 1 : anemonta di vento

CASO 2 : vento \rightarrow

CASO 3 : vento \leftarrow

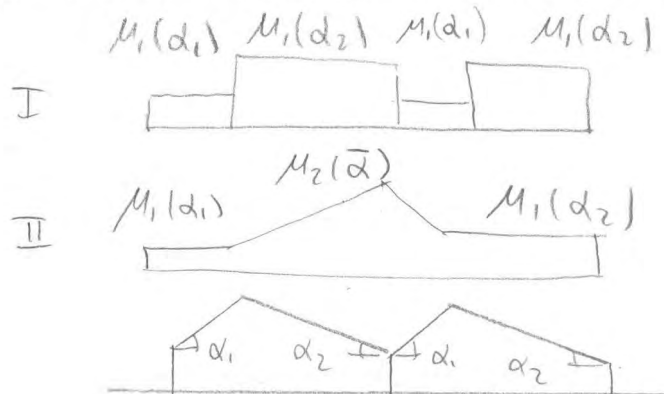


Il vento sposta la neve tra le falde: devo considerare la situazione peggiore, che dipende dallo schema statico della struttura.

3) COPERTURA A PIU' FALDE

CASO 1 : neutra vento

CASO 2 : la neve con il vento si accumula nella zona centrale.



$$\alpha = \frac{\alpha_1 + \alpha_2}{2}$$

Quando c'è il vento: $\mu_2 = \mu_s + \mu_w$

μ_s = COEFFICIENTE DI FORMA per il carico neve dovuto allo scivolamento della neve dalla copertura oltre

$\alpha \leq 15^\circ \quad \mu_s = 0$

$\alpha > 15^\circ \quad \mu_s$ viene calcolato al 50% del carico totale massimo sulla falda

$\mu_w = (b_1 + b_2) / 2h \leq \gamma h / q_{RK}$ coefficiente di forma per il carico neve dovuto alla REDISTRIBUZIONE operata dal VENTO

• $\gamma = 2 \text{ kN/m}^3$, peso specifico

• $0.8 \leq \mu_w \leq 4.0$

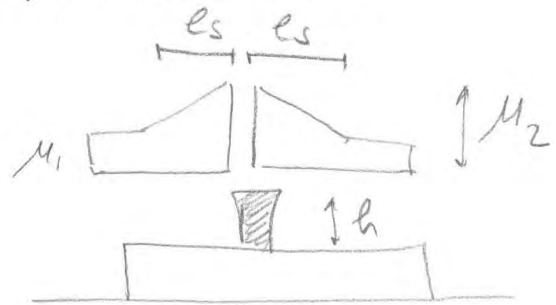
Questa condizione di carico particolare è funzione della temperatura presente localmente nella copertura; non entra nel progetto globale della struttura.

• EFFETTI LOCALI

Per le membrature si considerano gli effetti LOCALI

1) ACCURIO SULLE SPORGENZE

Quando ho un muro o una barriera nella copertura, torniamo al caso delle 2 o più coperture.

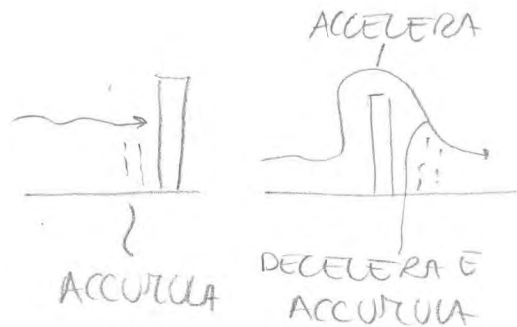


Consideriamo entrambi i casi di accumulo per effetto del vento.

$\gamma = 2 \text{ kN/m}^3$

$\mu_1 = 0.8$

$\mu_2 = \gamma h / q_{SK} \quad 0.8 \leq \mu_2 \leq 2.0$



AZIONE DELLA TEMPERATURA (NCT 2008)

Variazioni giornaliere o stagionali di temperatura, irraggiamento solare e convezione producono variazioni di temperatura negli elementi strutturali:

- T. GIORNALIERA: molto rapida (giorno \rightarrow notte) e diventa importante l'inerzia termica;
- T. STAGIONALE: molto lenta e la struttura risentono di meno l'inerzia termica.

La temperatura si manifesta con AZIONI TERMICHE, influenzate dalle condizioni climatiche del sito, dall'esposizione, dalla forma della struttura e dagli elementi strutturali isolati.

T_{MAX} : temperatura massima estiva

T_{MIN} : temperatura minima invernale

Se considero un periodo di ritorno di 50 anni:

$$T_{MAX} = 45^{\circ}\text{C} \quad T_{MIN} = -16^{\circ}\text{C}$$

$\Delta T = 60^{\circ}$, questo salto termico può provocare SERI danni se la struttura è particolarmente esposta.

$$T_{INTERNA} = 20^{\circ}\text{C}$$

DISTRIBUZIONE TEMPERATURA NEGLI ELEMENTI STRUTTURALI

$\Delta T_0 = T - T_0$ differenza tra la temperatura media allude (T) e la temperatura ambiente della costruzione ($T_0 \approx 15^{\circ}\text{C}$)

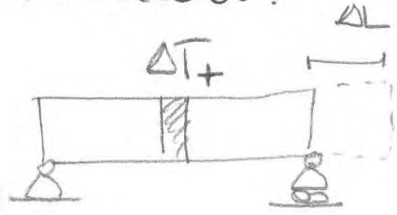
Se T_{NOV} è un azione fondamentale (arbolto nero, ombra) considero solo ΔT_u .

in dipendenza della struttura di tipo e della:

- CONGRUENTE / NON CONGRUENTE;
- COMPATIBILE / INCOMPATIBILE con i vincoli.

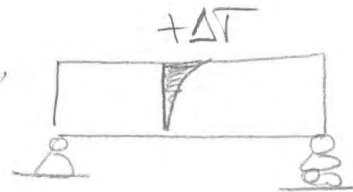
1- CONGRUENTE E COMPATIBILE

MENTE EFFETTI STATICI, INTERNE E ESTERNE



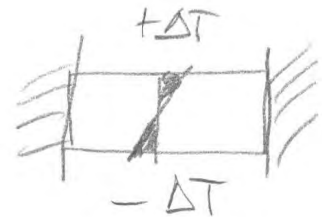
2- NON CONGRUENTE E COMPATIBILE

Tensioni interne autoequilibranti
MA NON HO REAZIONI VINCOLARI



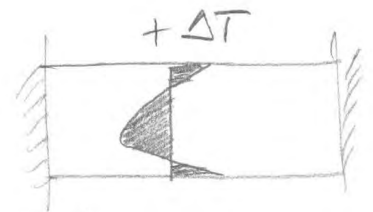
3- CONGRUENTE E NON COMPATIBILE

Nascono reazioni vincolari e tensioni interne.



4- NON CONGRUENTE E NON COMPATIBILE

Le rotazioni di tutti i corpi non sono compatibili con i vincoli esterni: nascono delle reazioni vincolari ed autotensioni per effetto istantaneo e iperstatico.

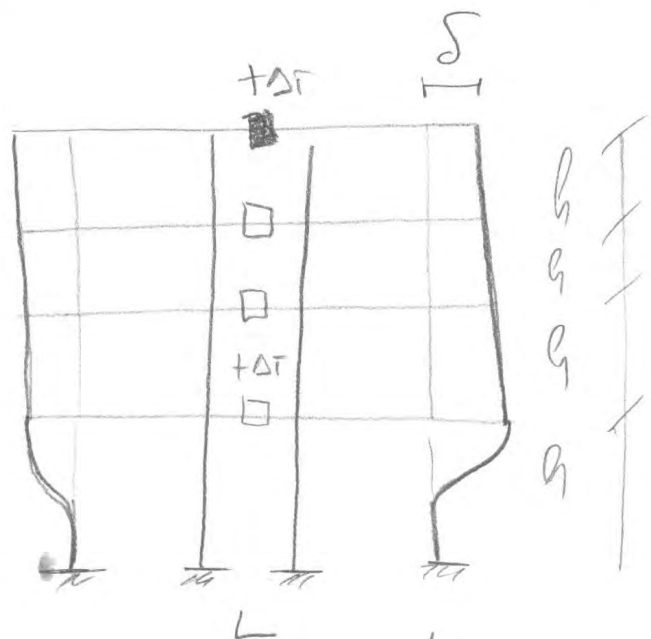


• GIUNTI DI DILATAZIONE

Questi giunti (ogni 30 m) servono per contenere la dilatazione nei grandi edifici ed evitare di creare delle fessure.

La deformazione avviene solo nei primi pilastri

$$\delta = \alpha \frac{L}{2} \Delta T$$



ROBUSTEZZA STRUTTURALE

REQUISITO PRESTAZIONALE ROBUSTEZZA

Una struttura dev'essere progettata ed eseguita in modo tale da non essere danneggiata, in maniera iperproporzionale rispetto alle cause che indotto il danno.

Una volta venivano indicate le tecniche da usare per progettare, adesso si richiede la PRESTAZIONE, senza specificare il metodo da usare.

Eventi che producono il danno sono le ESPLOSIONI, l'IMPATTO di un veicolo e le CONSEGUENZE DI ERRORI UMANI; tenendo presente il principio che "se crolla 1 pilastro NON deve crollare l'intero edificio"; bisogna avere dei margini di sicurezza.

Il danno potenziale provocato da tali eventi può essere evitato o contenuto con l'impiego di una o più delle seguenti strategie:

A) EVITANDO, ELIMINANDO o RIDUCENDO i rischi cui la struttura può essere soggetta.

Nelle strutture monnicce netto l'acciaio è ancora la parte del lavoro di deformazione in campo elastico.

Nelle grandi opere, per evitare gli errori di progetto, sono richieste le VALIDAZIONI DI PROGETTO, tramite la verifica del progetto da parte di tecnici.

B) Scegliere una FORZA STRUTTURALE poco sensibile alle azioni considerate.

Il minime strutturale può cambiare natura (modificarsi) durante l'evento, in funzione dello scenario delle azioni (regolate da un eurocodice) e queste AZIONI ACCIDENTALI possono essere:

- ININTENZIONALI: incendio, uragano, esplodere;
- INTENZIONALI: di difficile previsione dello scenario,

contro le azioni bisogna pensare delle BARRIERE DI SICUREZZA, in funzione del tipo di risposta flessionale (ELASTICA o PLASTICA, con l'aumento di energia) e membranale (2° linea di difesa).

Le barriere autostradali devono salvare la vita e contenere il veicolo di impatto: bisogna pensare dei limiti, derivati da prove di impatto.

• SCENARIO DI RISCHIO

Lo scenario di rischio è funzione al tipo di struttura e non può essere previsto dai codici; il progettista deve vedere le cause di origine interne e esterne.

3 - CAUSE DI ORIGINE INTERNA

- 1 - GRANDI VARIAZIONI DELLE RESISTENZE ATTESE, dove è presente l'errore umano e non abbiamo quei valori di qualità previsti nel progetto ma in fase di realizzazione ottengo valori inferiori.
- 2 - VARIAZIONE DELLE PROPRIETÀ DEI PRODOTTI
- 3 - ERRORI UMANI nella concezione e nel progetto che non sono rilevati durante tutto il processo (e non sono riusciti ad intervenire).

la rottura in compressione di una colonna è dovuta ad un accorciamento anulare, imprevisto con effetti catastrofici.

la rottura di una trave in flessione, grazie alla migliorata ripartizione dei carichi, provoca solo effetti localizzati.

STRUTTURE ROBUSTE: strutture che manifestano rotture non catastrofiche che spesso portano ad una limitazione degli effetti dell'evento.

il loro progetto avviene con gerarchie delle resistenze ed il collasso non avviene, solo rotture non catastrofiche, previste a bassi livelli delle azioni.

"In zona sismica si fanno TRAVI DEBOLI e COLONNE FORTI, con se la trave si rompe, il carico viene RIPARTITO."

• RAPPRESENTAZIONE DEL SISTEMA

le misure di sicurezza si basano su una serie di eventi e sulle relative conseguenze:

- PRIMA DIFESA fatta per gli elementi strutturali DIRETTAMENTE ESPOSTI (pilastri e travi), evitando che il danno diretto si propaghi nelle strutture; le conseguenze del danno non limitate solo alla zona dove è iniziato;
- CONSEGUENZE DIRETTE: danno e collasso degli elementi di prima difesa;
- CONSEGUENZE INDIRETTE: danno e collasso delle rimanenti parti strutturali del sistema. Nelle strutture robuste i danni indiretti devono essere limitati.

Quando il valore di R_{NON} è piccolo, bisogna ridurre il rischio intervenendo sui vari termini:

- METODO EVENT CONTROL (EC) riduce H_i , mette dei neuroni contro gli esplonivi...
- METODO SPECIFIC LOAD RESISTANCE METHOD (SLR) riduce $P(D_j/H_i)$, lavoro nella struttura.
- METODO ALTERNATIVE LOAD PATH METHOD (AP) riduce $P(S_k/D_j)$ organizzando la struttura per ripartire i carichi, percorsi alternativi.
- METODO REDUCTION OF CONSEQUENCES (RC) riduce le conseguenze $C(S_k)$.

INDICE DI ROBUSTEZZA

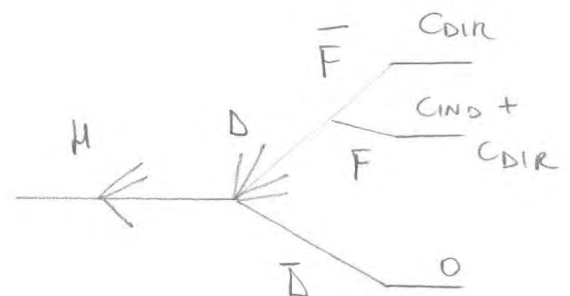
Definisco 3 livelli per valutare l'indice di robustezza:

- 1) l'indice di robustezza è basato su una completa analisi di rischio, in cui le conseguenze siano separate in dirette e indirette.
- 2) l'indice probabilistico di robustezza è basato sulla probabilità di collasso del sistema strutturale, per strutture danneggiate e integre.
- 3) l'indice deterministico di robustezza è basato su valori tipici di resistenza (azioni orizzontali, verticali...) per strutture danneggiate e integre.

Rappresento il ragionamento:

H = valore estremo dell'azione, azione accidentale, momento di deterioramento

D = elemento danneggiato



B) INDICE DI ROBUSTEZZA PROBABILISTICO

$$R_I = \frac{P_f(\text{DANNO}) - P_f(\text{INTATTO})}{P_f(\text{INTATTO})}$$

P_f = probabilità di collasso per una struttura danneggiata o intatta.

Se P_f passa da 10^{-6} a 10^{-2} il danno/rischio cresce.

C) INDICE DI ROBUSTEZZA DETERMINISTICO

$$RSR = \frac{R_c}{S_c}$$

$$RIF_t = \frac{RSR_{\text{FAIL},t}}{RSR_{\text{INTACT}}}$$

RSR = rapporto di riserva di resistenza.

R_c = valore caratteristico di resistenza di taglio alla base.

S_c = valore di calcolo del taglio alla base allo SLU.

RIF_t = effetto del danno all'elemento sulla R_{TOT} .

Se $RIF_t < 1$ (decade rapidamente), la struttura è stata danneggiata eccezionalmente.

ELEMENTI PER LA ROBUSTEZZA

L'impiego degli 'elementi' dipende dalla natura dell'evento e dal tipo di procedimento.

1- RESISTENZA

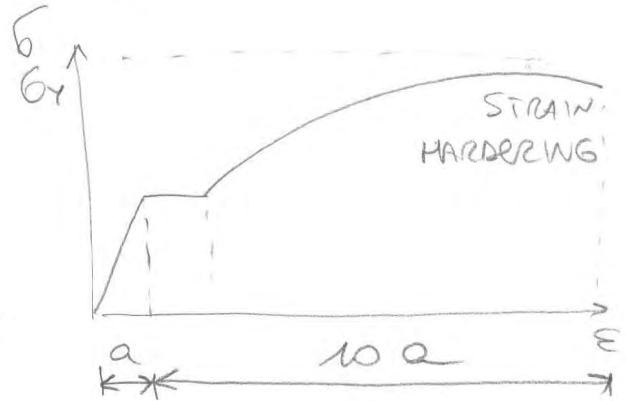
Bisogna fornire resistenze maggiori delle minime richieste dalle condizioni di progetto non accidentali, ed aumentare le resistenze per le zone critiche.

core NUCLEO = + RESISTENZA

core PUNTI FORTE = pilastri interni e esterni = - RESISTENZA

Per gli acciai (molto duttili)

HARDENING = INCRUDIMENTO



In caso di 'instabilities' locali (convenzioni), bisogna controllare che:

$$\frac{\text{AREA SEZIONE FORATA}}{\text{AREA INTEGRA}} > \frac{\text{RESISTENZA DI SMERNAMENTO}}{\text{RESISTENZA A ROTTURA}}$$

Le strutture d'acciaio non composte da molti pezzi con molti BUCCONI (quindi FORI) quindi la rete è forata e molto indebolita MA grazie all'incrudimento riesce a sopportare lo stesso.

6- COLASSO PROGRESSIVO RISPETTO A ZIPPER STOPPER

Creare una serie di elementi di maggiore resistenza localizzati lungo la catena strutturale, tali da impedire il collasso a catena (effetto domino).
Bisogna rinforzare gli elementi successivi al primo per contenere l'evento.

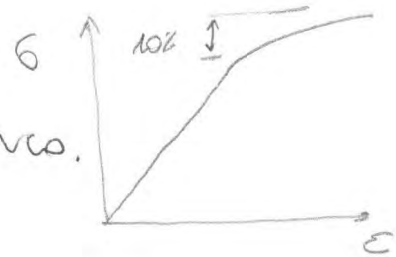
7- CAPACITY DESIGN e ELEMENTI FUSIBILI

Bisogna utilizzare un criterio di gerarchia delle resistenze accoppiato alla presenza di zone (FUSIBILI) idonee a limitare la trasmissione delle sollecitazioni tra parti adiacenti.

→ molto utile per gli sensori di deformazioni impreme (cedimenti fondali e simili).

11 - INCRESCIMENTO

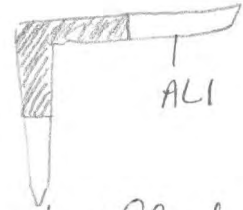
No deformazione oltre il limite elastico.



12 - RESISTENZA POST-BUCKLING

Detta resistenza a doppia instabilità

Le zone in bianco sono quelle che non possono essere controllate dalle altre parti del profilo: bisogna dimensionare il profilo con una riserva minore (escluso le d_w).



13 - ATTENZIONE ED INTERVENTO ATTIVO

Bisogna stare attenti ai segni premonitori come le larghe fessure, grandi deformazioni, spalling, perdita di connettori (bulloni), Corrosione, Fretting, Anzietà di movimenti previsti ed attesi, Vibrazione eccessiva, Rumori, Inflessioni, Abrasione.

In una struttura robusta è previsto un protocollo che individui le misure rimediabili da intraprendere.

14 - PROVE

MANUALE DI MANUTENZIONE

Quando le modellazioni meccaniche / finite elemente difficile, una delle prove sperimentali a rottura.

15 - MONITORAGGIO / CONTROLLO

Durante la manutenzione: controllo qualità e riduzione rischi esecutivi; meccanicamente modificare il modello meccanico per ritomarci sempre nella situazione attuale.

IMPATTO RIGIDO Vecchie BARRIERE STRADALI

L'energia è dissipata nel corpo stradale

IMPATTO STORZATO Nuove BARRIERE STRADALI

Struttura progettata per deformarsi in modo tale da assorbire l'energia di impatto.

• IMPATTO RIGIDO

Ipotesi che l'oggetto che collide si deforma con legge lineare durante la fase di impatto.

La forza massima scambiata F_{max} :

$$F_{max} = v_R \sqrt{kM}$$

v_R = velocità d'impatto

k = rigidità equivalente dell'oggetto che impatta

M = massa dell'oggetto che impatta

DIMOSTRAZIONE

$$F \Delta T = M v_R \quad \rightarrow \quad F = \frac{M v_R}{\Delta T} = v_R \sqrt{Mk}$$

$$\Delta T = \sqrt{\frac{M}{k}}$$

• IMPATTO STORZATO

1) la struttura è deformabile elasticamente mentre l'oggetto impattante è rigido

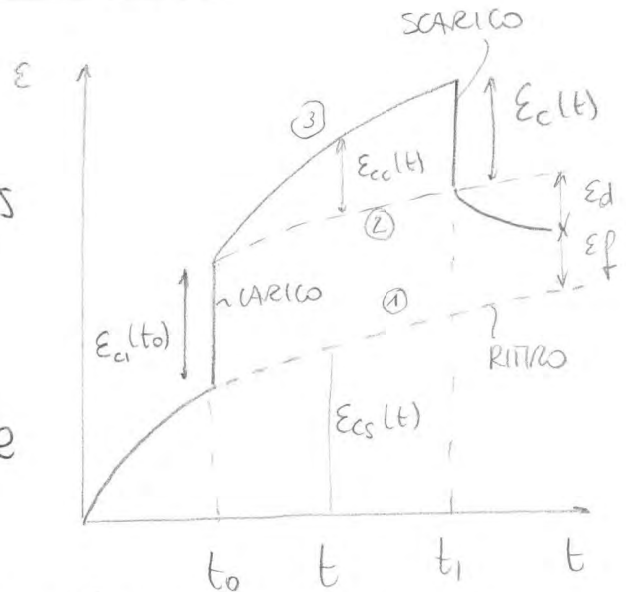
$$F_{max} = v_R \sqrt{kM}$$

k = rigidità della struttura nella direzione dell'impatto (dato noto).

VISCOSITA' E RITIRO

Questo grafico esprime il comportamento tipico del CLS che è soggetto a ritiro.

VISCOSITA': incremento di deformazione a sollecitazione costante.



$\epsilon_{ci}(t_0)$ = deformazione elastica istantanea al tempo t_0 ;

$\epsilon_{cs}(t)$ = deformazione di ritiro al tempo t

$\epsilon_{cc}(t)$ = concrete creep, deformazione di fluage al tempo t .
 è la deformazione per viscosità con ϵ che cresce nel tempo con una legge esponenziale, con carico costante, fino ad un valore asintotico.

$\epsilon_c(t)$ = Deformazione elastica allo scarico al tempo t_1 ($\epsilon_c(t) < \epsilon_{ci}(t_0)$) per effetto dell'aumento del modulo elastico con l'età.

Nel tempo il CLS invecchia, E e la resistenza γ .

$\epsilon_d(t)$ = elasticità differita, parte della deformazione elastica che viene rilasciata nel tempo.

$\epsilon_p(t)$ = plasticità differita (DEFORMAZIONE DI FLUAGE) parte della deformazione elastica che non viene restituita.

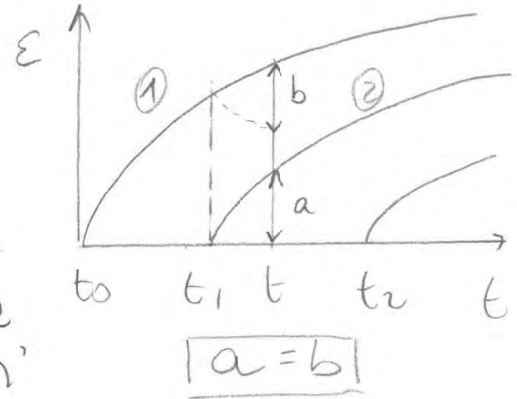
Prendiamo 2 provini di CLS e il provino ① lo studiamo in funzione del ritiro.

PRINCIPIO DI MAC-HENRY (CHIEDE)

Una variazione di tensione $\Delta\sigma$ applicata al tempo t_1 produce un effetto uguale, qualunque sia l'età della menna in carico ed il segno di $\Delta\sigma$.

→ VALIDITÀ DEL PRINCIPIO DI SOVRAPPOSIZIONE DEGLI EFFETTI.

Le leggi di fluage adottate per la compressione si applicano valide anche per la trazione e per gli stati di sollecitazione pluriaassiale.



Il Principio di MH non considera la parte elastica MA solo quella viscosa.

tempo t_0 : carico il campione e misura ϵ viscosa.

tempo t_1 : l'innescamento del cis riduce la viscosità: più è vecchio il cis e minore saranno le deformazioni per viscosità.

L'innescamento del cis riduce la viscosità.

Quando al tempo t_1 ho caricato il secondo campione, carico il primo campione e voluto che il ① recuperi le deformazioni mentre il ② accumula deformazioni.

b : deformazione recuperata dal campione ① rispetto al valore che avrebbe avuto al tempo t se non gli avessimo tolto il carico.
 b NON è la deformazione relativa MA facciamo riferimento alla posizione del campione INDETURATO.

Possiamo applicare il PSE e la storia termomeccanica è descritta come somma delle tensioni che si susseguono nel tempo:
 TEORIA DELL'ELASTICITÀ LINEARE.

$J =$ FUNZIONE VISCOSITA' / FLUAGGE $[L^2/F]$

deformazione totale al tempo t , del campione messo in carico al tempo t_0 , dovuta ad una tensione UNITARIA.

1- OPERO SUE DEFORMAZIONI

Applico il PSE e l'ipotesi di linearità, posso rappresentare la legge di evoluzione della deformazione totale (somma della deformazione dovuta alla tensione e della deformazione impropria $\epsilon_{cn}(t)$), con cui di t_0 cost

$$\epsilon_c(t) = \epsilon_{cn}(t) + \int_0^t J(t, \tau) \frac{\partial \sigma_c(\tau)}{\partial \tau} d\tau$$

$\epsilon_{cn}(t)$: deformazione impropria per ritiro

τ = istante di tempo in cui si verifica la variazione di tensione $\partial \sigma / \partial \tau$

All'applicazione del primo corso: $\epsilon_c(t) = \sigma_c(t) J(t, t_0)$

MA successivamente, siccome lo σ varia dopo $t_0 = 0$, devo comunque derivare anche il contributo integrale.

PONGO $\tau = t_0$, $\sigma(t) = \sigma(t_0)$, $\epsilon_{cn}(t) = 0$ (A)

$$\epsilon_c(t, t_0) = \sigma_c(t_0) J(t, t_0) + \int_{t_0}^t J(t, \tau) \frac{\partial \sigma_c(\tau)}{\partial \tau} d\tau + \epsilon_{cn}(t)$$

Se ho incrementi di carico discreti e non continui

$$\epsilon_c(t, t_0) = \sigma_c(t_0) J(t, t_0) + \sum_{i=1}^M J(t, t_i) \Delta \sigma_i(t_i) + \epsilon_{cn}(t)$$

Introduco queste condizioni nell'equazione (B) e ottengo:

$$S(t, t_0) = R(t, t_0) \stackrel{\text{SOSTITUISCO } S=R \text{ NELLA (A)}}{\downarrow} = E_c(t_0)$$

Esplanto la relazione tra R e J

$$1 = J(t, t_0) E_c(t_0) + \int_{t_0}^t J(t, \tau) \frac{\partial R(\tau)}{\partial \tau} d\tau$$

Una valutazione approssimata della funzione risonamento può essere ottenuta tramite l'espressione semiempirica, commettendo un errore minore del 10%:

$$R(t, t_0) = \frac{1 - 0,008}{J(t, t_0)} - \frac{0,115}{J(t, E-1)} \left[\frac{J(t - \Delta, t_0)}{J(t, t_0 + \Delta)} - 1 \right] \geq 0$$

dove $\Delta = (t - t_0) / 2$.

Nelle applicazioni pratiche (di flusso lineare) distinguiamo:

- Strutture omogenee a vincoli rigidi (elastici);
- Strutture soggette a vincoli costanti;
- Strutture eterogenee a vincoli rigidi (elastici);
- Strutture soggette a variazioni di schema statico.

Per le strutture OMogenee i problemi sono facilitati dalla dipanibilità delle funzioni J e R .

Per le strutture ETERogenee, i problemi sono aggravati da una o più equazioni integrali.

DEFORMAZIONE TOTALE (CONGRUENTE E COMPATIBILE)

$$\boxed{\epsilon = \bar{\epsilon}_A + \epsilon_A + \bar{\epsilon}_B + \epsilon_B}$$

TENSIONE TOTALE (AUTOEQUILIBRATA)

$$\boxed{\sigma = \sigma_A + \sigma_B}$$

IPOTESI

Studio l'effetto di $\bar{\epsilon}_B$ e mi parrà: $\boxed{\epsilon_B = -\bar{\epsilon}_B}$

$$\epsilon = \bar{\epsilon}_A + \epsilon_A + \bar{\epsilon}_B + \epsilon_B = \bar{\epsilon}_A + \epsilon_A + \bar{\epsilon}_B - \bar{\epsilon}_B = \bar{\epsilon}_A + \epsilon_A$$

la deformazione totale è congruente e compatibile.

Ricordando che $\epsilon_B = -k\epsilon_A = -\bar{\epsilon}_B$ deduco:

$$\sigma_B = -k\sigma_A$$

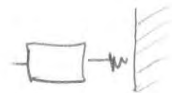
$$\sigma = \sigma_A + \sigma_B = \sigma_A - k\sigma_A = \sigma_A(1-k)$$

Ho che $\sigma = \sigma_A(1-k)$ è autoequilibrato.

Con $\epsilon_B = -\bar{\epsilon}_B$ ho ottenuto un sistema di deformazioni totali congruente e compatibile e le tensioni totali sono autoequilibrate.

La soluzione è COMPATIBILE, CONGRUENTE e AUTOEQUILIBRATA quindi per il Teorema dell'unicità di Kirchhoff, nell'unicità della soluzione dell'equilibrio elastico, la soluzione risulta essere quella reale.

ESEMPIO: TRAVE PRECOMPRESSA



Il flusso ha ridotto lo stato di tensione $\sigma = \sigma_A(1-k)$

mentre lo stato di deformazione non varia $\epsilon = \bar{\epsilon}_A + \epsilon_A$.

$\bar{\epsilon}_B =$ DEFORMAZIONE IMPRESSA ISOMORFA.

1/17

- $U_i^{el}(t)$ è lo stato di deformazione elastica di una struttura omogenea a vincoli rigidi provocata da deformazioni impresse $\varepsilon_{cn}(t)$.

A requisito dell'intervento di una deformazione isocrona, risulta $U_i(t) = U_i^{el}(t)$

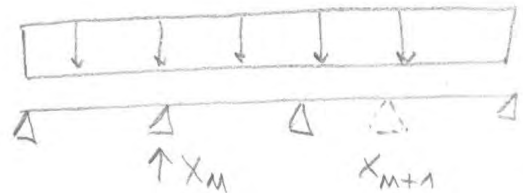
$$\sigma_c(t) = \int_0^t R(t, \tau) \frac{\partial (\varepsilon_c(\tau) - \varepsilon_{cn}(\tau))}{\partial \tau} d\tau = \frac{1}{E_\infty} \int_0^t R(t, \tau) \frac{\partial \sigma_c}{\partial \tau} d\tau$$

- $\sigma_c^{el}(t)$ è lo stato di tensione dovuto ad un insieme di forze equilibrato, risulta $\sigma_c(t) = \sigma_c^{el}(t)$

$$\boxed{U_i(t) = \int_0^t J(t, \tau) \frac{\partial \sigma(\tau)}{\partial \tau} d\tau = E_\infty \int_0^t J(t, \tau) dU_i^{el}(\tau)}$$

PRINCIPIO DI ACQUISIZIONE DEI VINCOLI POSTICIPATI (3° PRINCIPIO DEL FLUAGE LINEARE)

Considero un corpo elastico e omogeneo avente n vincoli rigidi dotati di reazioni $X_i(t_0)$ in presenza di forze costanti F applicate al tempo t_0 .



Dopo aver messo il carico, metto il vincolo X_{n+1} (prima del carico $X_{n+1}(t_0) = 0$).

Studiamo l'evoluzione delle reazioni dovuto allo sviluppo del fluage.

Per via del primo principio, lo stato di sollecitazione del vincolo $n+1$ non cambia ma lo stato di deformazione cambia.

Quanto vale $X_{n+1}(t_0 = \infty)$?

Mettendo l'appoggio $M+1$ dopo aver meno il carico, grazie al fluage, il valore finale della reazione nel vincolo $M+1$ è pari al 70 ÷ 80% del valore che si sarebbe ottenuto se avessi meno il vincolo $M+1$ PRIMA del carico.

Molti procedimenti costruttivi implicano variazioni di schema statico RA con tempi " t_1 " di introduzione dei nuovi vincoli diversi da " t_0 " (progetto come se avessi subito gli appoggi aggiuntivi).

Se nello struttura cambia lo schema statico, pago il conto 2 volte: l'effetto nella volta = crollo.



LIMITI 3° P: applico il vincolo dopo il carico.

4° PRINCIPIO DEL FLUAGE LINEARE

Generalizzo il 3° principio applicando l'appoggio $M+1$ dopo molto tempo ($t_1 > t_0$) rispetto all'applicazione del carico.

Si consideri la modifica di condizioni di vincolo in una struttura soggetta a vincoli rigidi:

- SCHEMA STATICO 1 : K VINCOLI
- SCHEMA STATICO 2 : M VINCOLI, ho aggiunto $M - K$ vincoli addizionali al tempo $t_1 > t_0$

Al tempo t_0 ho applicato i carichi permanenti e nel periodo cui si accede a $t < t_0$.

L'intero distacco di $(m-k)$ vincoli impedisce l'ulteriore deformabilità del creep nei punti corrispondenti, i vincoli impediscono per $t > t_1$ $(m-k)$ condizioni geometriche come:

$$\boxed{\bar{u}_s(t) = -u_s^{el,1} E_c [J(t, t_0) - J(t_2, t_0)]}$$

I vincoli $(m-k)$ applicano deformazioni uguali e opposte a quelle che si avrebbero con k vincoli.

APPLICHO IL 2° TEOREMA

La risposta delle azioni $\Delta X_R(t)$ e $\Delta X_S(t)$ al sistema di deformazioni imposte $\bar{u}_s(t)$ per $t > t_1$ può essere ottenuta integrando nel tempo da t_1 a t gli incrementi delle reazioni elastiche, moltiplicando per il fattore ritornamento $R(t, \tau)/E_c$:

$$\Delta X_R(t) = \Delta X_R^{el} \int_{t_1}^t R(t, \tau) dJ(\tau, t_0)$$

$$\Delta X_S(t) = \Delta X_S^{el} \int_{t_1}^t R(t, \tau) dJ(\tau, t_0)$$

La deformazione è lo stesso del 3° principio MA ho solo la viscosità presente ma il tempo t_1 e t_0 , non ho tutta la viscosità del noceno ($0 \rightarrow t_1$ no!).

Gli incrementi delle reazioni valgono:

$$d\Delta X_R^{el} [J(t, t_0) - J(t_1, t_0)] E_c = \Delta X_R^{el} dJ(\tau, t_0) E_c \frac{R}{E_c}$$

$$d\Delta X_S^{el} [J(t, t_0) - J(t_1, t_0)] E_c = \Delta X_S^{el} dJ(\tau, t_0) E_c \frac{R}{E_c}$$

SI RIASSANO,

$\xi = 0$ per $t = t_1$ non ho ancora reazione nei vincoli addizionali perché li ho appena venuti.

$\xi = 1$ per $t_1 = t_0^-$ le reazioni sono quelle dello schema statico iniziale e coincidono esattamente con quelle elastiche.

Metto i vincoli (tutti) prima del carico permanente.

$t_1 = t_0^+$ metto i vincoli e poi i permanenti, poi introduco $M-k$ vincoli addizionali. Applico il 3° PRINCIPIO

$$E_c(t, t_0) = \delta_c(t_0) J(t, t_0) + \int_{t_0}^t J(t, \tau) \frac{\partial \delta_c(\tau)}{\partial \tau} d\tau + \varepsilon_{cn}(t)$$

J = deformazione totale al tempo $t = t_0$ nel movimento in cui metto il carico. $J(t, t_0) = 1/E_c$.

$$\xi(t, t_0^+, t_0) = \int_{t_0}^t R(t, \tau) dJ(\tau, t_0) = 1 - \frac{R(t, t_0)}{E_c}$$

DIMOSTRAZIONE

Per $\delta_c = 0$ per $t < t_0$, $\delta_c = 1$ per $t > t_0 \Rightarrow E_c(t, t_0) = J(t, t_0)$ ottenuto dall'equazione (A) di pag. 46.

$$1 = J(t_0, t_0) R(t, t_0) + \int_{t_0}^t R(t, \tau) dJ(\tau, t_0)$$

$$\text{con } J(t_0, t_0) = \frac{1}{E_c}$$

$$\xi(t, t_0^+, t_0) = \int_{t_0}^t R(t, \tau) dJ(\tau, t_0) = 1 - \frac{R(t, t_0)}{E_c}$$

Nel vincolo k insorge una reazione pari a quella che sarebbe presente se il vincolo fosse stato introdotto nella struttura con schema originale in $k-1$ vincoli.

I vincoli PREESISTENTI, per effetto dei vincoli posticipati successivi, subiscono variazioni di reazioni che dipendono esclusivamente dalle reazioni $X_k^F(t)$ che insorgono in tali vincoli nello schema statico in cui vengono introdotti.

Se netto il carico dopo tanto tempo, la viscosità diminuisce.

Se ho il carico a 28 giorni e cambio lo schema statico a 90 giorni, ho una ridistribuzione del carico a 0,5.

STRUTTURE COMPOSTE DI ACCIAIO E CLS

(EFFETTI DI RITIRO E FLUAGE SUI LIVELLI TENSIONALI DELLA SEZIONE)

Nelle travi a doppia ipertalicità interna per strutture NON ANISOTROPE (trave in acciaio e soletta in CLS) non posso applicare i principi della viscoelasticità lineare.

Torniamo all'equazione di Volterra, difficile da risolvere in forma CHIUSA:

$$\left[\varepsilon_c(t) - \varepsilon_{cn}(t) = \int_0^t \gamma(t, \tau) \frac{\partial \sigma_c}{\partial \tau} d\tau \right] \text{ DIFFICILE DA RISOLVERE}$$

METODO AAEM AGE ADJUSTED EFFECTIVE MODULUS

L'ipotesi che rappresenta il principio di sovrapposizione viene validato per via numerica immaginando che le variazioni di temperatura avvengano in 1 Istante.

$$\int_{t_0}^t \gamma(t, \tau) \frac{\partial \sigma_c(\tau)}{\partial \tau} d\tau = [\sigma(t) - \sigma(t_0)] \mu(t, t_0) \gamma(t, t_0)$$

$$\frac{1}{E_{CAO3}} = \frac{1}{E_c(t_0)} + \chi(t, t_0) \frac{\varphi_{28}(t, t_0)}{E_{c28}} \quad \underline{\text{MODULO CORRETTO}}$$

Il problema è semplice da risolvere se conosco $\chi(t, t_0)$

• CASO PURO RIASSARETO

Considero una deformazione costante ϵ_N applicata al tempo t_0

$$\sigma(t, t_0) = \epsilon_N R(t, t_0) = \frac{\sigma(t, t_0)}{E_c(t_0)} R(t, t_0)$$

la confronto con l'espressione della deformazione TOTALE....

$$\chi(t, t_0) = \frac{E_c(t_0)}{E_c(t_0) - R(t, t_0)} \rightarrow \frac{E_{c28}}{E_c(t_0) \varphi_{28}(t, t_0)}$$

Tale espressione è esatta per un problema di PURO RIASSARETO e PURO FLUAGE, approssimata negli altri casi.

Se la variazione di temperatura annua lo porta di esponenziale smorzato, gli errori sono TRASCURABILI. (Ritiro e cedimenti argilloni, formula simile a quelle del fluage).

χ è tabulata in funzione della vicinanza

$$\chi \cong 0,8$$

EFFETTI STRUTTURALI DEL RITIRO

Alcuni valori "perfettati" del coefficiente di ritiro:

Condizioni "seche"

Condizioni "umide"

50 150 600
-0,57 -0,56 -0,47

50 150 600
-0,32 -0,31 -0,26

$$\int_A \lambda dA + \int_A \cancel{\mu \gamma} dA - \int_A \bar{\epsilon}_7 dA = 0$$

$$\lambda A = \int_A \bar{\epsilon}_7 dA$$

$$\lambda = \frac{1}{A} \int_A \bar{\epsilon}_7 dA$$

$$\int_A \bar{\sigma}_7 \gamma dA = \int_A E (\lambda + \mu \gamma - \bar{\epsilon}_7) \cdot \gamma dA = 0$$

$$\int_A \cancel{\lambda \gamma} dA + \int_A \mu \gamma^2 dA - \int_A \bar{\epsilon}_7 \gamma dA = 0$$

$$\mu \int_A \gamma^2 dA = \int_A \bar{\epsilon}_7 \gamma dA$$

$$\mu = \frac{1}{\int_A \gamma^2 dA} \int_A \bar{\epsilon}_7 \gamma dA$$

con $\bar{\epsilon}_7 = -0,3 \cdot 10^{-3}$

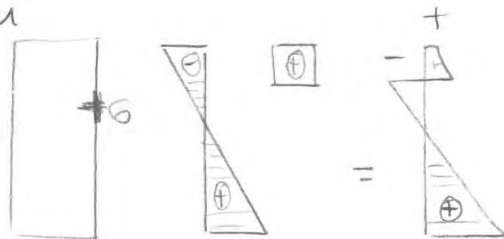
$$\lambda = - \frac{1}{A_{TOT}} \cdot 0,3 \cdot 10^{-3} \cdot 2000 = -0,15 \cdot 10^{-3}$$

$$\mu = - \frac{1}{\int_A \gamma^2 dA} \cdot 0,3 \cdot 10^{-3} \cdot (-30) \cdot 2000 = 3,39 \cdot 10^{-6}$$

Il diagramma flessionale si ottiene dalla sovrapposizione dei seguenti schemi elementari:

• TRAVE $\sigma_{7TR} = E (\lambda + \mu \gamma)$

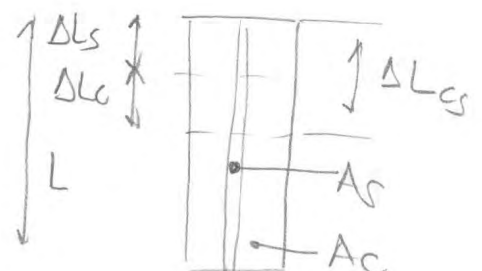
• SOVETTA $\sigma_{7SOV} = E (\lambda + \mu \gamma - \bar{\epsilon}_7)$



La perdita del flusso sintonizza gli effetti elastici calcolati, il valore finale è il 40% di quello elastico.

• COAZIONE ARMATURE - CLS NEI PILASTRI

Contando solo il ritiro del CLS nei ΔL_{CS} (CLS libero senza armatura).

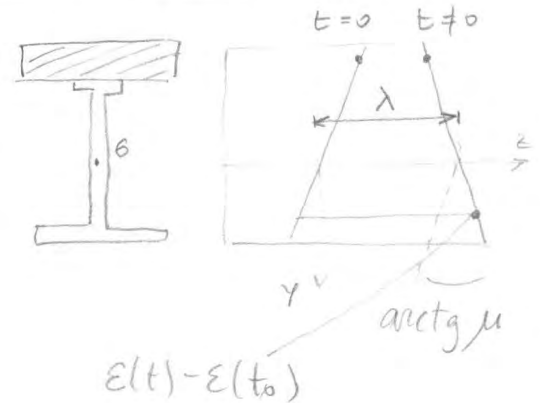


Nei prossimi tratti armonici si può raggiungere la
 resistenza a trazione del CLS → FESSURAZIONE
 L'intervento del fluage in trazione riduce del
 40% il valore elastico dello stato di sollecitazione reale.

EFFETTI STRUTTURALI DI RITIRO E FLUAGE NELLE SEZIONI COMPOSTE

Applico il metodo della deformazione
 per analizzare la risposta della sezione.
 la condizione di compatibilità delle
 deformazioni porta a:

$$\boxed{\epsilon_{TOT}(t) - \epsilon_{TOT}(t_0) = \lambda + \mu y}$$



Supponendo che non avvengano variazioni delle azioni
 permanenti dopo t_0 , con il metodo AAEM, la deformazione
 totale può essere espressa come:

$$\epsilon_{TOT}(t) - \epsilon_{TOT}(t_0) = \Delta \epsilon_M + \delta(t_0) \frac{\varphi_{28}(t, t_0)}{E_{28}} + [\delta(t) - \delta(t_0)] \cdot \left[\frac{1}{E_c(t_0)} + \chi(t, t_0) \frac{\varphi_{28}(t, t_0)}{E_{c28}} \right]$$

con $\Delta \epsilon_M = \epsilon_M(t) - \epsilon_M(t_0)$

Introducendo l'equazione di congruenza, determiniamo le
 variazioni di flessione nel CLS:

$$\delta(t) - \delta(t_0) = \frac{1}{\frac{1}{E_c(t_0)} + \chi(t, t_0) \frac{\varphi_{28}(t, t_0)}{E_{c28}}} \left[\lambda + \mu y - \Delta \epsilon_M + \delta(t_0) \frac{\varphi_{28}(t, t_0)}{E_{c28}} (t, t_0) \right]$$

la flessione al tempo t_0 : $\delta(t_0) = \beta + \gamma y$

Assumendo l'origine dell'asse y nel baricentro della sezione ideale e $S_c + \alpha_c S_s = 0$, ottengo (λ, μ) :

$$\lambda = \frac{\Delta \epsilon_m A_c + (\beta A_c + \gamma S_c) \frac{\varphi_{28}(t, t_0)}{E_c \epsilon}}{A_c + \alpha_c A_s}$$

$$\mu = \frac{\Delta \epsilon_m S_c + (\beta S_c + \gamma I_c) \frac{\varphi_{28}(t, t_0)}{E_c \epsilon}}{I_c + \alpha_c I_s}$$

Noti (λ, μ) calcolo $\delta(t) - \delta(t_0)$ e $\delta_s(t) - \delta_s(t_0)$ dove la deformazione imposta corrispondente al ritiro è contenuta nel termine $\Delta \epsilon_m$.

STRADA APPROSSIMATA

Gli effetti strutturali di ritiro e fluage possono essere calcolati con una procedura differente approssimata.

Il ritiro della parte di c/s è impedito dalla compressione dell'acciaio, nasce una FORZA DI TRAZIONE nel c/s:

$$N_c - \sigma_{c,s} A_c = E_c \epsilon_{c,s} A_c$$

Si simula l'effetto applicando:

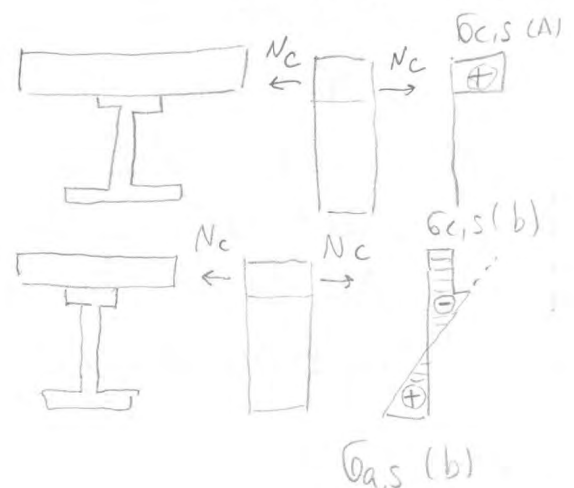
- Al c/s una forza di trazione N_c ;
- Alla sezione composta una forza di compressione $-N_c$.

lo stato tensionale totale si ottiene dalle loro somme.

A: Forza di trazione applicata solo alla soletta

$$N_c = \epsilon_{c,s} E_c A_c$$

B: Forza di compressione nell'intera sezione.



STRUTTURE OMOGENEE CON VINCOLI ELASTICI

Il 1° e 2° principio della viscoelasticità lineare non possono essere applicati perché ho variazioni **CONTEMPORANEE** di tensione e deformazione.

SOLUZIONE COL METODO DELLE FORZE

- Assumere una configurazione equilibrata con forze incognite
- Imporre la compatibilità tra spostamenti nella struttura e nei vincoli elastici.

Le incognite sono le reazioni nei vincoli elastici.

IPOTESI

- 1) Azioni permanenti costante applicate in t_0 ;
- 2) Vincoli elastici applicati in t_0^+ ;
- 3) Equazione di compatibilità tra t_0^+ e t ;
- 4) Incognite le variazioni delle reazioni nei vincoli rispetto alla soluzione elastica a t_0 .

NEI VINCOLI ELASTICI

$$M_{si}(t) - M_{si}(t_0) = -[x_i(t) - x_i(t_0)] a_{sii} \quad \text{con } i = 1, \dots, M$$

$$a_{sii} = \text{deformabilità vincoli elastici} \quad a_{sii} = \frac{I_{ii}}{A_i E}$$

EQUAZIONE DI COMPATIBILITÀ NELLA STRUTTURA

Applico il PSE per gli spostamenti:

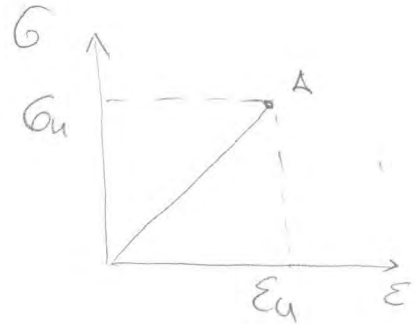
$$M_{ci}(t) - M_{ci}(t_0) = q_{mi}(t) - q_{mi}(t_0) + \left[\sum_{j=1}^M a_{ij} x_j(t_0) + a_{i0} \right] E_c(t_0) \frac{\varphi_{z8}(t, t_0)}{E_c z8} + E_c(t_0) \sum_{j=1}^M a_{ij} \int_{t_0}^t \phi(t, \tau) dx_j(\tau)$$

con:

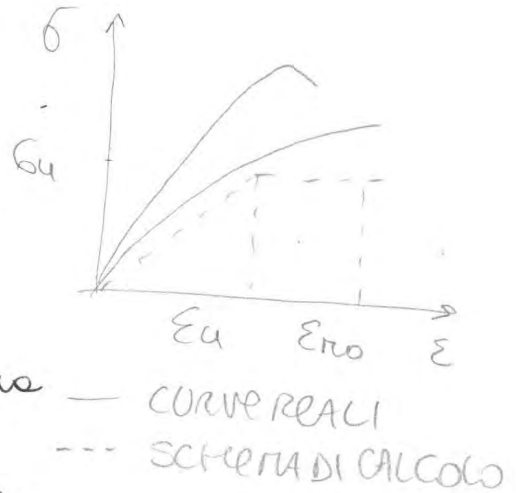
$q_{mi}(t)$ spostamento in "i" in direzione "i", effetto di deformazioni proprie.

PLASTICITA'

la teoria dell'elasticità si riferisce a comportamenti Elasto-Fragili dei materiali, dove c'è il legame ($\sigma \div \epsilon$) che è lineare.



Nei materiali da costruzione abbiamo un legame ($\sigma \div \epsilon$) differente da quello teorico dei materiali elastico-fragili (vetro).



per valutare la resistenza bisogna andare a rottura: devo avere degli strumenti per valutare la resistenza oltre l'esercizio: ANALISI NON LINEARE.

L'analisi non lineare è un procedimento di verifica: uno degli strumenti per ipotizzare il comportamento della struttura in campo plastico.

I materiali reali hanno una zona del diagramma dove le tensioni σ restano circa costanti mentre cresce notevolmente la deformazione ϵ .

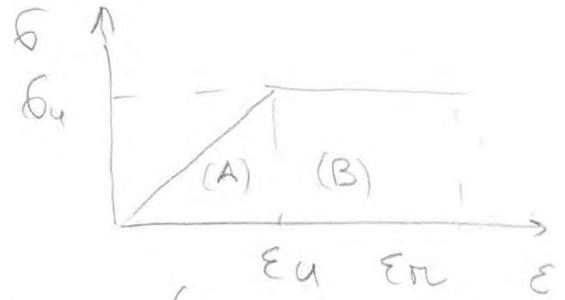
BISOGNA PERSEGUIRE LA PLASTICITA' NELLE STRUTTURE.

la presenza del comportamento elastico-plastico determina che la teoria lineare, per la sicurezza ultima, non può essere usata per calcolare:

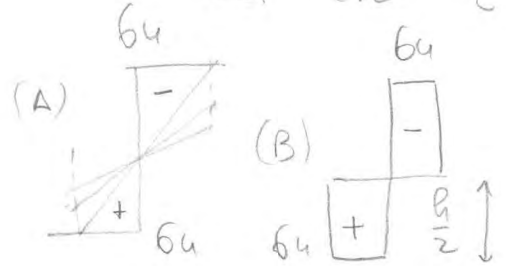
- AZIONI INDIRETTE
- AUTOTENSIONI e DEFORMAZIONI IMPRESSE
- CONCENTRAZIONE DI TENSIONE.

2 - MATERIALE ELASTO-PLASTICO

(A) il diagramma tensione-deformazione si modifica quando si oltre il punto NON lineare del diagramma $\sigma \div \epsilon$.



la plasticizzazione parte dagli estremi fino ad arrivare a metà sezione: si genera una CERNIERA PLASTICA.



(B) la sezione completamente plasticizzata ha il comportamento di cerniera con attrito.

A completa plasticizzazione ho il diagramma (B)

3 - A CORICASSO



Quando la struttura diventa un cernierissimo (lobile), non può più sopportare incrementi di carico e cede.

$$M_u = M_M = \frac{q_u l^2}{8} \cdot \frac{1}{2} = \frac{q_u l^2}{16}$$

$$M_u = \sigma_y \frac{b h}{2} \frac{h}{2} = \frac{\sigma_y b h^2}{4} = \frac{q_u l^2}{16} \quad \text{momento ultimo}$$

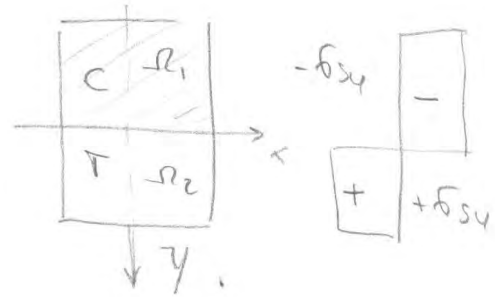
Il carico di crollo di una struttura duttile è il doppio di una struttura fragile:

$$q_u = \frac{\sigma_y b h^2}{4} \cdot \frac{16}{l^2}$$

$$q_u = \frac{4 b h^2}{l^2} \sigma_y$$

Quando avviene plasticizzazione delle cerniere esterne, per ogni ulteriore aumento di carico, la trave si comporta come una struttura APPROSSIMATA.

lungo le condizioni di equilibrio della sezione (deformazioni indeterminate):



$$N=0 \quad \Omega = \Omega_1 + \Omega_2$$

$$I_{\Omega} \delta d\Omega = 0 \quad ; \quad I_{\Omega_1} \delta d\Omega + I_{\Omega_2} \delta d\Omega = 0$$

$$- \sigma_{sy} / \Omega_1 d\Omega + \sigma_{sy} / \Omega_2 d\Omega = 0 \quad ; \quad - \Omega_1 + \Omega_2 = 0$$

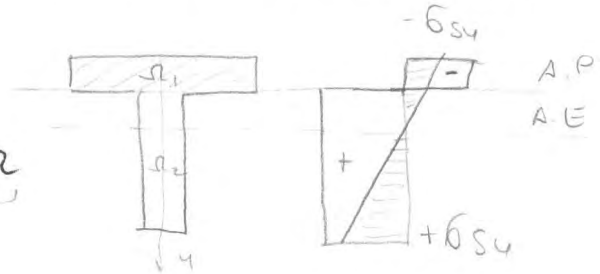
$$\boxed{-\Omega_1 = \Omega_2}$$

Quindi ASSE ELASTICO è diverso da ASSE PLASTICO

$$M_p = I_{\Omega} \sigma y d\Omega =$$

$$= \underbrace{-\sigma_{sy} I_{\Omega_1} y d\Omega}_{<0} + \underbrace{\sigma_{sy} I_{\Omega_2} y d\Omega}_{>0}$$

$$M_p = \sigma_{sy} (|S_1| + |S_2|)$$



$Z = |S_1| + |S_2|$ modulo plastico della sezione

$$\boxed{\sigma_{sy} = \frac{M_p}{Z}}$$

• ELASTICITÀ: $\sigma_{el} = \frac{M_{el}}{W}$ con $W = \frac{J}{Y_{MAX}}$ MODULO ELASTICO

• PLASTICITÀ: $\sigma_{sy} = \frac{M_p}{Z}$ con $Z = (|S_1| + |S_2|)$

In elasticità ho le fibre estreme allo snervamento, in plasticità tutte le fibre sono allo snervamento.

• COEFFICIENTE DI FORZA

$$\boxed{\varphi = \frac{Z}{W} > 1}$$

TAGLIO + FLESSIONE

Per le strutture metalliche, considero la tensione di snervamento puntuale come:

$$\boxed{\sigma^2 + \alpha^2 \tau^2 = \sigma_{s4}^2} \quad \begin{array}{l} \alpha = 2 \quad \text{TRESCA} \\ \alpha = \sqrt{3} \quad \text{VON MISES} \end{array}$$

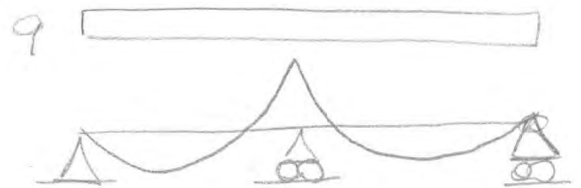
Per le sezioni con $\psi \geq 1$ prossimo all'unità, l'azione del taglio è SIGNIFICATIVA: impiega le colonne nelle ALI avveggia solo per taglio (σ) e nell'anima per momento flettente ($\sigma + \tau$).

Se le tensioni indotte dal taglio sono molto basse, viene trascurato perché non impiega il limite di snervamento della sezione.

Il taglio LIMITA le risorse plastiche disponibili.

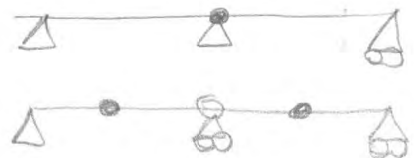
STRUTTURA IPERSTATICA

Voluto il corso di colonna in una struttura reale

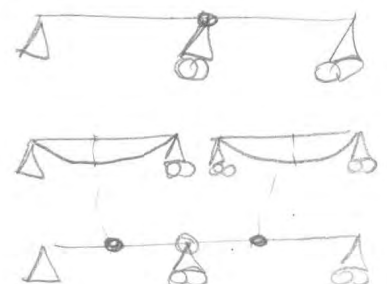


con q che cresce progressivamente fino al collasso.

- PRIMA si forma una cerniera sull'appoggio centrale e la struttura diventa ISOSTATICA:



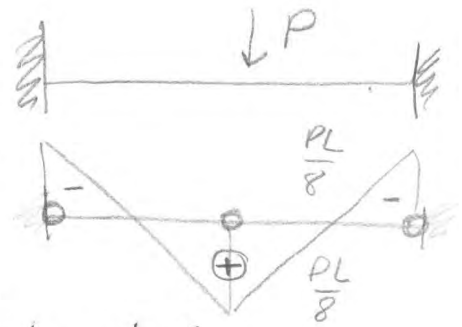
- POI (in teoria) si formano 2 cerniere plastiche in netterva, la struttura diventa labile e collassa.



Per arrivare al meccanismo plastico di colonna devo avere un CINEMATISMO.

3) PIU' POTENTI MASSIMI

Scegliamo le 3 sezioni con M_{MAX} ,
 ne formeremo 3 cerchiere
 Istantaneamente = collasso e
 non riesco a sfruttare l'ipentoltrato.



Possiamo sommare le sollecitazioni nei diversi
 schemi statici ma non posso applicare il PSE sulla
 struttura iniziale perché sono in campo plastico.

LINEE DI INFLUENZA SOLO IN CAMPO ELASTICO.

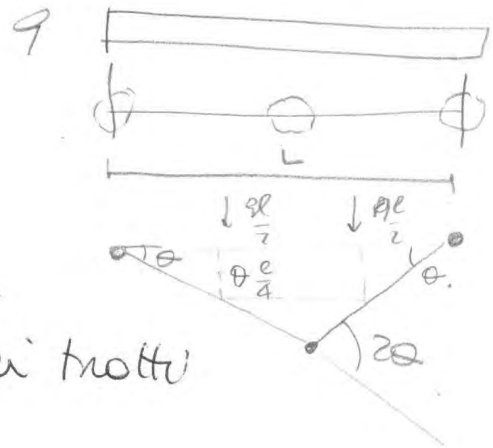
IPOTESI PER IL CALCOLO DEL CARICO DI COLASSO

- 1) In ogni sezione $M_{MAX} = M_p = \sigma_{SY} \cdot Z$, se la
 struttura non ha delle fragilità locali, in ogni
 punto posso raggiungere il momento massimo
 che coincide con il momento plastico.
 - 2) Cerchiere plastiche situate in una singola sezione,
 nelle sezioni sono distribuite su un tratto finito
 di struttura.
 - 3) Il materiale rimane duttile fino a collasso.
 - 4) Il momento plastico non è influenzato da N, T
 e di fonte concentrata nella sezione dal agente.
 - 5) Assenza di fenomeni di instabilità locale
 e di timbre fino al raggiungimento del
 carico di collasso; riduco le snellezze.
 - 6) Carichi crescenti proporzionalmente.
 - 7) Deformazioni a collasso influenzanti sulle
 geometrie delle sezioni (no fenomeni del 2° ordine).
- In genere 4, 5 non soddisfatte.

Il lavoro degli spostamenti e nelle cerniere plastiche e in quanto la deformazione elastica delle sezioni.

ESEMPIO

Considero 3 cerniere: 1 in vertice e 2 negli incastri e in quanto la deformazione dei tratti non plasticizzati.



$$L_e = \frac{qL}{2} \cdot \frac{\theta L}{4} \cdot 2 = \frac{qL^2\theta}{4}$$

$$L_i = M_q\theta + M_q2\theta + M_q\theta$$

$$L_e = L_i \rightarrow \frac{qL^2\theta}{4} = 4M_q\theta \rightarrow \boxed{q = \frac{16 M_q}{L^2}}$$

Il lavoro interno è dato dalle sole cerniere plastiche.

Non è facile determinare la posizione delle cerniere plastiche (soprattutto per le strutture non omogenee).

L_i è sempre positivo ed additivo, mentre L_e può essere calcolato come il solo lavoro delle risultanti del carico distribuito q .

1) TEOREMA STATICO (1° TEOREMA PLASTICITÀ)

Partiamo con un sistema n -volte iperstatico dove sotto un moltiplicatore di carico $\lambda = 1$ per indicare i carichi di esercizio.

Scego ARBITRARIAMENTE una distribuzione di azioni interne che equilibrano le forze esterne (configurazione EQUILIBRATA MA NON CONVERGENTE).

• Se $\lambda = \lambda^*$ ho TUTTI $M_i = M_p$

$$L_i^* = \sum_{i=1}^k M_p |\theta_i| + \sum_{i=k+1}^{m+1} M_p |\theta_i|$$

Se $\lambda < \lambda^*$ ho che in $[(m-1) - k]$ sezioni, le cerniere plastiche hanno un momento inferiore al momento plastico (che è il momento plastico = massimo).

$$\boxed{L_i^* > L_i} \quad \text{per } \lambda < \lambda^*$$

Il lavoro dato dalla somma dei prodotti tra i momenti plastici (tutti) e le relative rotazioni (L_i^*) è maggiore del lavoro con momenti inferiori al momento plastico (L_i).

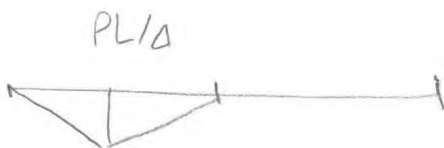
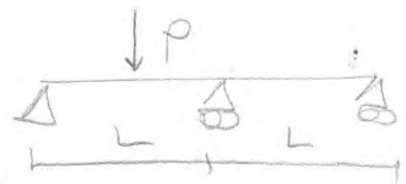
$$M_i \theta_i < M_p \theta_i \rightarrow \boxed{L_i^* > L_i \quad \lambda^* > \lambda}$$

Il carico limite reale è il maggiore tra quelli che soddisfanno l'equilibrio senza violare le condizioni di plasticità.

Il carico limite reale è il maggiore tra quelli STATISTICAMENTE AMMISSIBILI, con $|M| \leq M_p$.

ESEMPIO

Considero la struttura iperstatica e trovo i diagrammi di momento.



$$P_L^{(1)} = \frac{4M_p}{L}$$



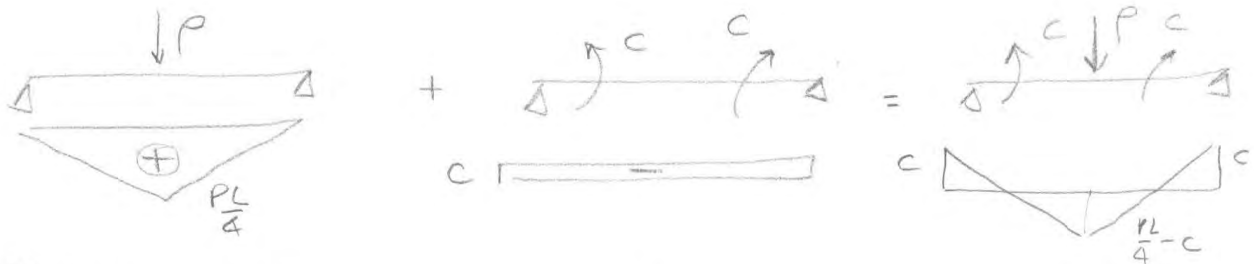
$$P_L^{(2)} = \frac{2M_p}{L} < P_L^{(1)}$$

CONFIGURAZIONE SBAGLIATA

Se ipotizzo una richiesta di cerniere diversa da quella reale, irrobustisco la struttura e ottengo un carico di collono maggiore di quello reale.

ESEMPI

DIAGRAMMI DI MOMENTO STATISTICAMENTE AMMISSIBILI



Rotolo il diagramma in altro caso $c = \frac{PL}{8} \rightarrow \frac{PL}{8}$ $\frac{PL}{8}$



Cambiare le condizioni statiche significa aggiungere un altro diagramma a quello esistente.

3) TEOREMA MISTO

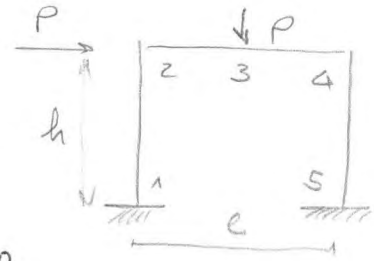
Se un carico P è cinematicamente e staticamente ammissibile, è il vero carico limite.

$$\begin{matrix} \text{STATISTICAMENTE} \\ \text{CINEMATICAMENTE} \end{matrix} \quad \begin{matrix} P \leq P_L \\ P \geq P_L \end{matrix} \quad \left\{ \quad P = P_L \right.$$

Considero una struttura con distribuzione dei momenti flessionali statisticamente ammissibile, tale che $M = M_p$ in un numero di sezioni sufficiente alla formazione di un meccanismo in cui a fianco rotazioni nelle cerniere plastiche.

2) Considero un TELAIIO :

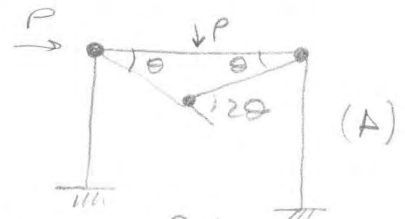
Considero un telaio dove si formano 4 cerniere plastiche : MA se si formano 3 cerniere di fila ho il collasso PARTIALE.



(a) lavoro solo la forza verticale :

$$P \frac{l}{2} \theta = M_p \theta + M_p 2\theta + M_p \theta = 4 M_p \theta$$

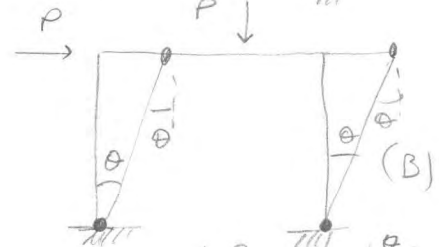
$$P_{L,a} = \frac{8 M_p}{L} \rightarrow \frac{P_{L,a} \cdot L}{M_p} = 8$$



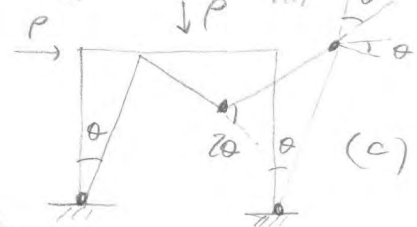
(b) lavoro solo la forza orizzontale :

$$P h \theta = M_p \theta + M_p \theta + M_p \theta + M_p \theta = 4 M_p \theta$$

$$P_{L,b} = \frac{4 M_p}{h} \rightarrow \frac{P_{L,b} \cdot L}{M_p} = 4 \frac{L}{h}$$



le 4 cerniere plastiche lavorano tutte con lo stesso valore di θ .



(c) lavorano sia la forza verticale che orizzontale

$$P h \theta + P \frac{l}{2} \theta = M_p (\theta + 2\theta + 2\theta + \theta) = 6 M_p \theta$$

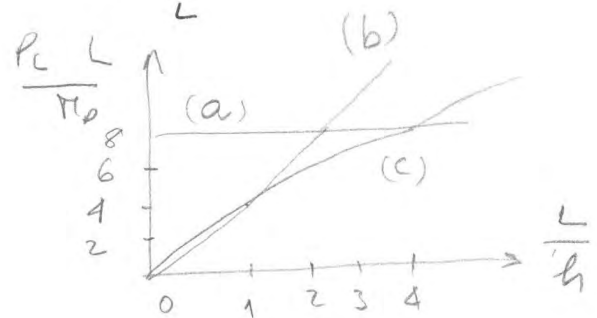
$$P_{L,c} = \frac{6 M_p}{h + \frac{l}{2}} \rightarrow \frac{P_{L,c} \cdot L}{M_p} = \frac{12}{1 + \frac{2h}{L}}$$

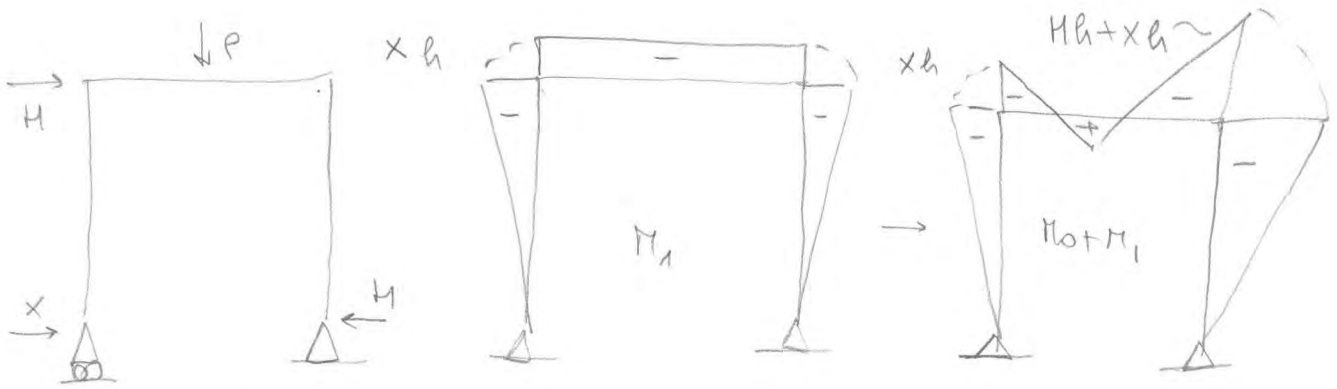
$$\frac{L}{h} < 1 \rightarrow \text{meccanismo (b)}$$

$$\frac{L}{h} = 1 \rightarrow \text{meccanismo (b, c)}$$

$$1 < \frac{L}{h} < 4 \rightarrow \text{meccanismo (c)}$$

$$\frac{L}{h} > 4 \rightarrow \text{meccanismo (a)}$$





Con 1 incognita iperstatica è facile, penso ragionare come sottrazione di diagrammi.

Quando ho M-incognite iperstatiche:

$$M = M_0 \lambda + \sum_{j=1}^m M_j x_j$$

Per il Teorema statico:

$$-M_p \leq M_0 \lambda + \sum_{j=1}^m M_j x_j \leq M_p$$

In genere devo lavorare sulle reti in cui carichi concentrati ed elementi rettilinei possono produrre le cerniere plastiche:

- presenza di carico concentrato;
- appartenenza ad un modo strutturale;
- Discontinuità del valore dei momenti limite, dove compare la rete.

λ = moltiplicatore di carico a colonna

Se il moltiplicatore di carico a colonna λ^* coincide con il minimo della funzione lineare $Z = \lambda$ può avvenire, nel rispetto della disuguaglianza

$$-M_p \leq M_0 \lambda + \sum_{j=1}^m M_j x_j \leq M_p$$

Devo ottimizzare λ nei vincoli dove $M_{MAX} = M_p$: è una questione di programmazione lineare.

MATERIALI DA COSTRUZIONE

In questo corso trattiamo solo dei migliori materiali come CLS e acciaio e non quelli accoppiati (C.A).

CALCESTRUZZO

Il CLS ordinario è quel materiale composto di cemento, aggregati, acqua, additivi e particelle addizionali con resistenza cilindrica $f_{ck} \leq 120 \text{ MPa}$.

- CLS SPECIALE : $f_{ck} > 120 \text{ MPa}$
- NSC : calcestruzzo a resistenza normale : $f_{ck} \leq 50 \text{ MPa}$
- HSC : calcestruzzo ad alta resistenza : $f_{ck} > 50 \text{ MPa}$.

CLASSI

C120 ÷ C12 con $C12 = f_{ck} 12 \text{ MPa}$ valore minimo di resistenza cilindrica per calcestruzzo con CLS strutturale (se $f_{ck} < 12 \text{ MPa} \rightarrow \text{MAGEO}$).

LC80 ÷ LC8, CLS leggeri con aggregati leggeri (anidride).

CLASSIFICAZIONE PER

PESO SPECIFICO

- leggero $800 \div 2000 \text{ kg/m}^3$
- Normale $2000 \div 2600 \text{ kg/m}^3$
- Pesante $> 2600 \text{ kg/m}^3$

In sito dobbiamo pensare all'aggiunta di ferro e a della quantità d'acqua (per il ritiro)

$$w/c = \frac{H_2O}{\text{cemento}}$$

REINFORCMENT RATIO	C30 $w/c = 0,65$	C80 $w/c = 0,35$	C120 $w/c = 0,25$
0.0 %	2350	2450	2500
1.0 %	2400	2500	2550
2.0 %	2450	2550	2600

CASI PARTICOLARI

Tetto la vera resistenza e non il valore fornito in laboratorio: mi riferisco alla RESISTENZA MEDIA

$$f_{cm} = f_{ck} + \Delta f \quad f_{Lcm} = f_{Lck} + \Delta f \quad \Delta f = 8 \text{ MPa}$$

f_{cm} è molto usato nelle verifiche di progetto.

2) RESISTENZA A TRAZIONE (PROVA UNIASSIALE)

Considero 2 fattori della resistenza caratteristica media a trazione (f_{ctm})

- $f_{ctm} = 0.3 (f_{ck})^{2/3}$ CONCRETE GRASSES $\leq C 50$
- $f_{ctm} = 2.12 \ln(1 + 0.1(f_{ck} + \Delta f))$ C.G. > 50

$$f_{ctk, min} = 0.7 f_{ctm}$$

$$f_{ctk, max} = 1.3 f_{ctm}$$

Uno o 2 fattori perché, magari, il fattore minore non è a favore di sicurezza.

- Se voglio mettere l'armatura minima: $f_{ctk, max}$
- Per determinare il carico di rottura: $f_{ctk, min}$

PER CLS LEGGERI:

Stene esponiamo per i CLS normali, moltiplicate per η_L che tiene conto del peso specifico del CLS leggero:

$$\eta_L = \left(0.4 + 0.6 \frac{\rho}{2200} \right)$$

ρ : peso specifico in kg/m^3

Bisogna avere dei materiali con elevate energie di rottura G_f .

Nel passaggio da materiale a struttura, devo introdurre dei criteri di resistenza.

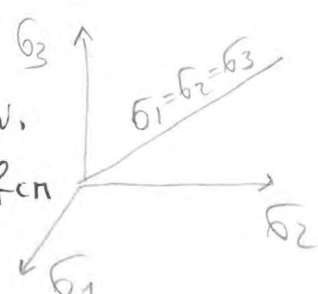
FORMULA DI OTTOSEN

$$\alpha \frac{J_2}{f_{cm}^2} + \lambda \frac{\sqrt{J_2}}{f_{cm}} + \beta \frac{I_1}{f_{cm}} - 1 = 0$$

I, J = invarianti del tensore delle tensioni e del deviatore degli sforzi.

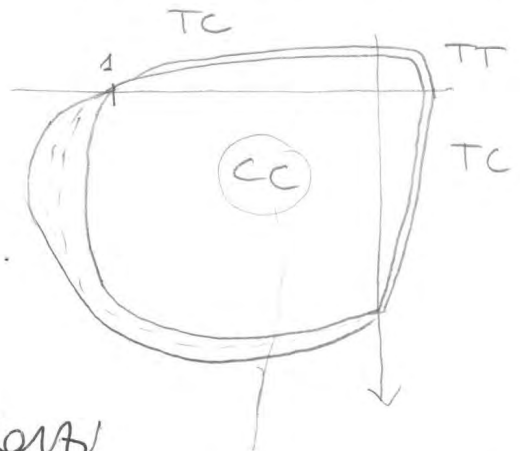
α, β = coefficienti che dipendono da f_{ctm}, f_{cm}

λ = coefficiente che dipende dagli invarianti del deviatore degli sforzi e f_{ctm}, f_{cm} .



STATO BIASSIALE

lo stato biassiale è il più favorevole perché i c/c a bassa resistenza sfruttano al meglio le zone plastiche.

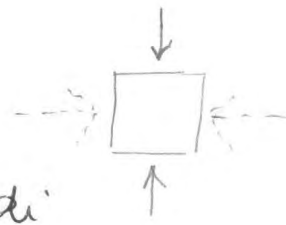


COMPRESSIONE BIASSIALE

$$\lambda = c_1 \cos \left[\frac{1}{3} \arccos (c_2 \cos 3\theta) \right]$$

λ è funzione del tensore degli sforzi

Se lo comprimiamo in 1 direzione (\rightarrow), la resistenza nell'altra faccia (\dots) aumenta all'aumentare della forza di compressione in direzione (\rightarrow).



TC: la resistenza a trazione si riduce quando aumento la compressione nell'altra direzione.

6) RELAZIONE $\sigma \div \epsilon$ PER CARICHI A BREVE TERMINE

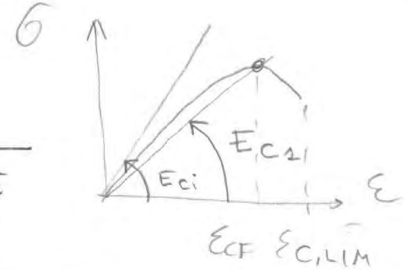
• COMPRESSIONE

$$\frac{\sigma_c}{f_{ck}} = - \left(\frac{k\eta - \eta^2}{1 + (k-2) \cdot \eta} \right)$$

per $|\epsilon_c| < |\epsilon_{c,lim}|$

$$k = \frac{E_{ci}}{E_{c1}} = \frac{\text{MODULO ALL'ORIGINE}}{\text{MODULO ALLA MASSIMA TENSIONE}}$$

$$\eta = \frac{\epsilon_c}{\epsilon_{c1}} = \frac{\text{DEFORMAZIONE CORRENTE}}{\text{DEFORMAZIONE ALLA MASSIMA TENSIONE (di picco)}}$$



Il CLS è completo da trattare nell'analisi non lineare.

$k =$ NUMERO DI PLASTICITA'

Oltre ϵ_{cf} c'è $\epsilon_{c,lim}$, che indica il softening.

Ma il CLS ci può bisognar una risposta lineare: aumentare la resistenza nel CLS significa diminuire le zone plastiche.

• TRAZIONE - CAMPIONE NON FESSURATO

La fase di scarico su un campione non fessurato è una risposta lineare

$$\Delta \sigma_c = E_{ci} \Delta \epsilon_c$$

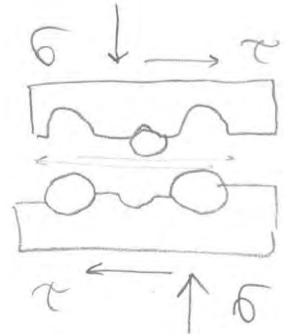
La trazione per elementi non fessurati:

$$\sigma_{ct} = E_{ci} \cdot \epsilon_{ct} \quad \text{per } \sigma_{ct} \leq 0,9 f_{ctm}$$

$$\sigma_{ct} = f_{ctm} \left(1 - 0,1 \frac{0,00015 - \epsilon_{ct}}{0,00015 - 0,9 \frac{f_{ctm}}{E_{ci}}} \right) \quad \text{per } 0,9 f_{ctm} < \sigma_{ct} < f_{ctm}$$

SHEAR - FRICTION NELLE FESSURE

Comportamento di trascinamento al taglio per attrito: per far muovere le 2 facce della fessura devo applicare delle forze normali e tangenziali (per effetto della rugosità).



$$\tau = c_f \left\{ -0,04 f_c + \left[1,8 w^{-0,8} + (0,292 w^{-0,7} - 0,25) f_c \right] \delta \right\}$$

$$\sigma = c_f \left\{ -0,06 f_c + \left[1,35 w^{-0,63} + (0,242 w^{-0,55} - 0,19) f_c \right] \delta \right\}$$

w = apertura della fessura

δ = scorrimento relativo (mm)

c_f = coefficiente di frizione (coefficiente degli inerti)

• $c_f = 1$ per inerti INTEGRI = FESSURA SCABRA

• $c_f = 0,35$ per inerti ROTTI = FESSURA LISCIA

f_c = resistenza cilindrica.

Il più è piccolo la frattura e maggiore è l'effetto (σ, τ).

f) EFFETTI DEL TEMPO

Nel CIS la resistenza si sviluppa nel tempo

$$\boxed{f_{cm}(t) = \beta_{cc}(t) \cdot f_{cm}} \quad \text{con} \quad \beta_{cc}(t) = e^{1,5 \left[1 - \left(\frac{28}{t} \right)^{0,5} \right]}$$

S = coefficiente finale della resistenza e tipo di CIS.

la resistenza viene misurata in giorni.

N = CIS NORMALE, giorni più giorni

R = CIS RAPIDO, maturazione più fine e il CIS reagisce più velocemente.

f_{cm} = resistenza a compressione MEDIA funzione di
 2 effetti: $\beta_{cc}(t)$ = effetto positivo e
 $\beta_{c,sus}(t, t_0)$ effetto negativo, che \approx si compensano.

Il valore minimo di $f_{c,sus}$ si ottiene a 28 giorni:

$$| f_{c,sus, min} = 0,78 f_{cm} |$$

e per tempi superiori ho un aumento di R nel tempo.

β_{cc} = coefficiente che tiene conto dell'aumento di resistenza nel tempo.

• RESISTENZA A TRAZIONE SOTTO CARICHI PERMANENTI

$$| f_{ctk,sus} = \alpha f_{ctk} |$$

la resistenza a trazione (circa il 7-8% della resistenza a compressione) si riduce nel tempo.

$\alpha = 0,6$ per CLS normali e $\alpha = 0,75$ per CLS resistenti

Anche il modulo di elasticità cresce nel tempo

$$E_{ci}(t) = \beta_E(t) E_{ci} \quad \text{con} \quad \beta_E(t) = [\beta_{cc}(t)]^{0,5}$$

8) VISCOSITÀ

$$| \epsilon_{cc}(t, t_0) = \frac{\sigma_c(t_0)}{E_{ci}} \varphi(t, t_0) |$$

$$| \varphi(t, t_0) = \varphi_{0,BC} \beta_{BC}(t, t_0) + \varphi_{0,DC} \beta_{DC}(t, t_0) |$$

la funzione di viscosità è somma di 2 contributi

$$\varphi(t, t_0) = \text{BASIC CREEP} + \text{DRYING CREEP}$$

Se il ciclo di vapore è nel folto, la temperatura cresce molto in fretta ed ha AUTOTENSIONI e FRACTURE:

- Naturazione naturale, è preferibile e bisogna coprire il getto di CLS;
- Naturazione a vapore, più veloce e bisogna farlo bene per evitare gli shock termici.

La non linearità della viscosità può essere volutamente modificando ρ_0 in ρ_{0K} .

9) RITIRO

$$\epsilon_{CS}(t, t_s) = \epsilon_{CAS}(t) + \epsilon_{CDS}(t, t_s)$$

$\epsilon_{CAS}(t) = \epsilon_{CAS0}(f_{CR} \cdot P_{DS}(t))$: RITIRO AUTOGENO ALLA PRESA, funzione di ϵ_{CAS0} , ritiro che dipende dalla resistenza media del CLS.

ϵ_{CDS} = Ritiro di ESSICAMENTO, per perdita d'acqua, funzione della resistenza media, dell'umidità relativa ed è una funzione che dà lo sviluppo nel tempo.

Abbiamo più ritiro nei CLS ad alta resistenza.

10) EFFETTI DELLA TEMPERATURA

Le informazioni precedenti riguardavano un intervallo di temperature operative:

$$-20^{\circ}\text{C} \leq T \leq +40^{\circ}\text{C}$$

Adesso considero $0 \leq T \leq +80^{\circ}\text{C}$

5 - MODULO DI ELASTICITÀ

- NCS $E_{c_i}(T) = E_{c_i}(1,06 - 0,003 T)$

- KCS $E_{k_i}(T) = E_{k_i}(1,04 - 0,002 T)$

6 - VISCOSITÀ

$$\beta_{H,T} = \beta_H \beta_T \quad \varphi_{RH,T} = \varphi_T + (\varphi_{RH} - 1) \varphi_T^{1/2}$$

se la temperatura aumenta mentre l'elemento è sotto carico:

$$\varphi(t, t_0, T) = \varphi_0 \beta_c(t, t_0) + \Delta \varphi_{T, TRANS}$$

se la temperatura aumenta e perché l'elemento è inserito in un contesto con temperature maggiori delle temperature di progetto.

7 - RITIRO

Il ritiro autogeno è fortemente influenzato dalla T

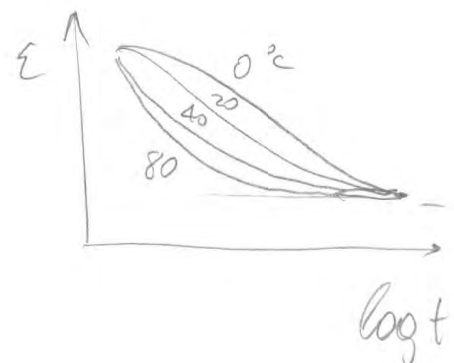
$$\varepsilon_{CAS}(t) = \varepsilon_{CAS0}(f_{cm}) \beta_{AS}(t, T)$$

Se la T $\neq 20^\circ\text{C}$ durante l'innescamento:

$$\alpha_{ST}(T) = 0,035 \text{ hz e } [-0,06 (T-20)]$$

Anno' diverse evoluzioni del ritiro con le diverse temperature MA il valore iniziale è fissa per i diversi con nomi gli item.

Se aumentiamo la T ho un forte ritiro immediato.



I CLS ad elevato rendimento sono maggiormente esposti alla fatica (fragili).

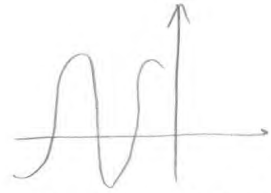
- COMPRESSIONE - TRAZIONE $\sigma_{CT,MAX} \leq 0,026 |\sigma_{C,MAX}|$

$$(A) \quad \log N = 9 (1 - S_{CT,MAX})$$

- TRAZIONE PURA $\sigma_{CT,MAX} > 0,026 |\sigma_{C,MAX}|$

$$(B) \quad \log N = 12 (1 - S_{CT,MAX})$$

Se la trazione è molto piccola rispetto alla compressione uso la (A), se è significativa (B).



$S_{CT,MAX}$ = tensione di trazione massima riferita.

FORMULA DI PALIGREN - PUMER - SPETTRI DI LIVELLI DI CARICO -

$$D = \sum_i \frac{N_{Si}}{M_{Ri}}$$

Nella realtà la struttura è soggetta a cicli di ampiezza diversa: questa formula assume che la vita della struttura venga usata da ciascuno dei cicli di ampiezza nella struttura.

1 ciclo carico $x\%$ della vita della struttura e $\sum \text{CICLI} = 100\% \text{ VITA}$.

D = danneggiamento, se $D=1 \rightarrow$ rottura

N_{Si} = numero di cicli car uguali σ_{MAX} e $\Delta\sigma$.

M_{Ri} = numero di cicli a rottura con uguali σ_{MAX} e $\Delta\sigma$.

Quando applico D devo aspettarmi una grande variabilità dei risultati.

- la permeabilità dell'acqua è regolata dalla legge di Darcy

$$V = k_w \frac{A}{L} \Delta h_w / t$$

V : volume d'acqua (m^3) permeante in t

k_w : coefficiente di permeabilità (m/s)

L : spessore (m); A : area penetrata (m^2)

Δh_w : manomera idraulica (m)

DIFFUSIONE

1° legge di Fick: trasporto di liquidi e gas per effetto di gradienti di concentrazione costante

$$Q = D \frac{c_1 - c_2}{L} A t$$

Q : quantità trasportata (g)

D : coeff. di diffusione

Δc : differenza di concentrazione

vale in condizioni stazionarie.

2° legge di Fick: condizioni transitorie

$$\frac{\partial c}{\partial t} = D \frac{\partial^2 c}{\partial x^2} + S$$

s : quantità di sostanza trasportata che diventa immobile.

SUZIONE CAPILLARE (ASSORBIMENTO)

$$w = w_1 \left(\frac{t}{t_1} \right)^n = M_w t^m$$

w : acqua assorbita per area unitaria al tempo t

w_1 : acqua assorbita al tempo noto t_1

M_w : coefficiente di assorbimento dell'acqua.

C) ATTACCO DA ACIDI (DISSOLVIMENTO)

$$d = k_c \cdot \sqrt{ct}$$

D) PROCESSI DI DILATAZIONE

$$E = k_1 (1 - e^{-k_2 t}) + k_3 \sqrt{t} + k_4 t$$

ACCIAI DA CEMENTO ARMATO

le barre d'acciaio possono essere:

- LISCE, ancorate con dei caviglietti;
- SAGOMATE con RISALTI o IMPROVVISURE che servono per aumentare l'aderenza e trasferire gli sforzi del CLS.

le proprietà meccaniche sono rinforzate a $-40^\circ C \leq T \leq 40^\circ C$:

- f_{TK} resistenza ultima caratteristica;
- f_{YK} resistenza caratteristica di snervamento;
- ϵ_{UK} deformazione alla massima tensione.

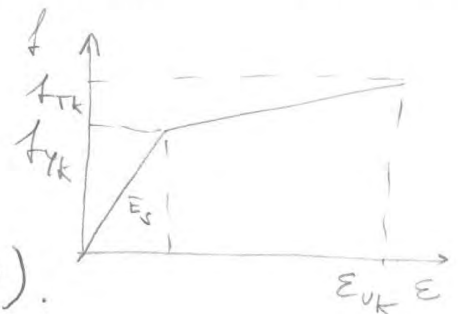
DUTTILITÀ $f_{YK} \leq 600 \text{ MPa}$; in barre alle 4 clom,

$$\epsilon_{UK} \geq 2,5 \div 8\%$$

COEFFICIENTE DI DILATAZIONE LINEARE: $\alpha = 10 \cdot 10^{-6} = C^{-1}$ ($-20^\circ C < T < 180$)

gli acciai speciali possono essere:

ZINCATI, rivestiti con resina epossidica ed INOSSIDABILI (dipende dalla concentrazione dei cloruri).



ACCIAIO PER CARPENTERIA (ACCIAIO STRUTTURALE)

REQUISITI DI DUTTILITA'

- $\frac{f_u}{f_y} \geq 1.10$ la resistenza ultima dev'essere più grande del 10% dello snervamento.
- Allungamento a rottura su $5.65 A_0 \geq 15\%$
con A_0 = area netta originaria.
- Deformazione ultima $\epsilon_u \geq \epsilon_y \cdot 15$

PARAMETRI MECCANICI:

$$E = 210'000 \text{ N/mm}^2 \quad G = 81'000 \text{ N/mm}^2 \quad \nu = 0,3 \quad \alpha = 12 \cdot 10^{-6}$$

Per l'acciaio normale ho 3 diverse categorie in funzione del contenuto di Carbonio (metzo variabile).

RESISTENZA A FATICA

Aspetto importante nella carpenteria metallica

($\log \Delta \sigma_R, \log N$) ($\log \Delta \tau_R, \log N$) CURVE TIPICHE

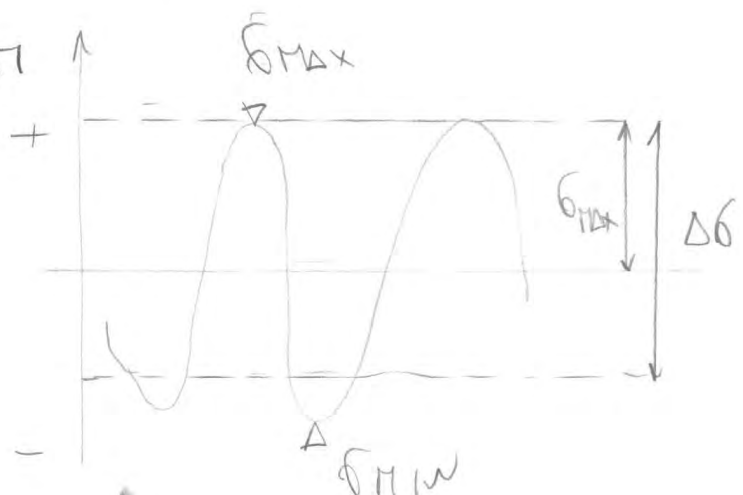
$\Delta \sigma_c, \Delta \tau_c$ valori di riferimento per ogni dettaglio per la resistenza a $2 \cdot 10^6$ cicli.

$$\Delta \sigma_R^m N_R = \Delta \sigma_c^m \cdot 2 \cdot 10^6; \quad \Delta \tau_R^m N_R = \Delta \tau_c^m \cdot 2 \cdot 10^6$$

Per gli elementi non saldati

$$\Delta \sigma = |\sigma_{\max}| + 0,6 |\sigma_{\min}|$$

$\Delta \sigma$ non è la semplice differenza $\sigma_{\max} - \sigma_{\min}$.



ESERCITAZIONE TECNICA D.C.

DIEGO, ALLA IX @ POLITO.IT VEN 11.30 ÷ 13 4825 DISEG
ARGOMENTI

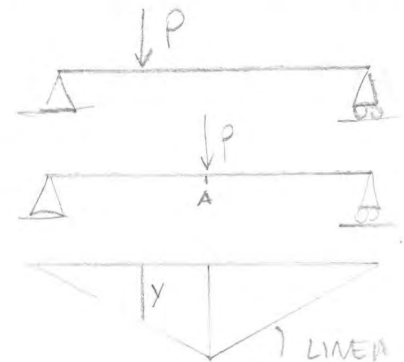
1) SICUREZZA STRUTTURALE

2) LINEE DI INFLUENZA

Le linee di influenza sono i diagrammi riferiti agli spostamenti di un punto della struttura, alle reazioni vincolari o alle sollecitazioni (a taglio) della struttura. Queste linee sono utili per capire quali sono le condizioni più gravose per le caratteristiche delle strutture.

ESEMPIO: PONTE CON VEICOLO (P)

Il veicolo occupa diverse posizioni nel tempo e produce diversi momenti flettenti: considero la posizione più sfavorevole e calcolo il massimo momento flettente.



DI INFLUENZA DI M_A

La linea d'influenza è riferita ad una precisa grandezza; cambiando sezione cambia la linea d'influenza.

y = coordinata della linea d'influenza.

Per il Teorema di Betti: $M_A = P \cdot y$

Considereremo poi le deformazioni indotte, quelle prodotte dalla dilatazione termica.

3) FACTORIZZAZIONE DELLE AZIONI (COMBINAZIONE DELLE AZIONI)

le azioni permanenti $G_k = \gamma_G \textcircled{G_k}$

valore caratteristico delle azioni permanenti /

le azioni variabili $Q_k = \gamma_Q \textcircled{Q_k}$ variabili

B) DEFORMAZIONI COMPATIBILI E NON C. CON VINCOLI

Bisogna vedere con è fatta TUTTA la struttura e NON basta la deformazione ugnema nella sezione

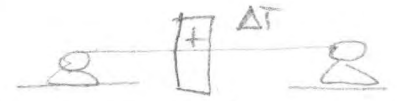
L'effetto strutturale nella trave appoggiata è l'allungamento stesso della trave, il cuneo si sposta.



$$\bar{\epsilon}_T = \alpha \Delta T \quad \text{deformazione } [\epsilon_T] = [-]$$

α - coefficiente di dilatazione lineare [$^{\circ}\text{C}^{-1}$]

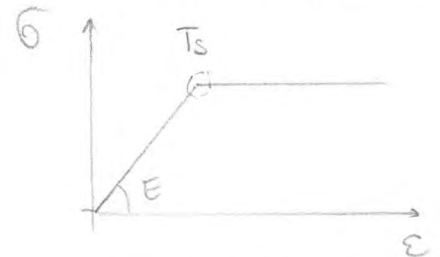
Se considero una trave iperbolica con 2 cerniere, le cerniere impediscono gli spostamenti orizzontali; il vincolo si oppone alla deformazione lineare libera: NON si ha la compatibilità con i vincoli e nascono delle reazioni vincolari.



La stessa struttura influenza le deformazioni ugnerne.

B) PLASTICITÀ

Per l'acciaio di carpenteria o nelle barre vale la legge Elastoplastica



La tensione di smernamento è una stima di calcolo del CARICO DI COLASSO nelle strutture IPERSTATICHE.

T_S = TENSIONE DI SMERNAMENTO

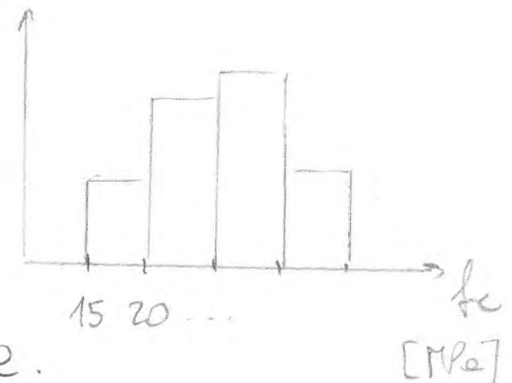
Strutture con importanti diviene (Staiu oppure Ospedate), avranno diversi livelli di sicurezza.

METODI PROBABILISTICI

I metodi probabilistici sono metodi sviluppati in una serie di evidenze: le proprietà del materiale e le azioni non sono mai determinate precisamente MA definite da un livello di casualità.

ESEMPIO

Se realizzo tanti cubetti di CLS con gli stessi materiali ed eseguo una prova di compressione, ogni provino fornirà un diverso valore di resistenza a compressione.



ISTOGRAMMA DELLE FREQUENZE: è un'immagine dell'aleatorietà che contraddistingue le proprietà dei materiali (tutte le grandezze delle strutture non sono deterministiche).

S = sollecitazione dei carichi

R = resistenza delle strutture, dipende dalle proprietà dei materiali (che sono casuali).

Non possiamo definire a PRIORI e CON CERTEZZA il carico di rottura delle strutture perché azioni e sollecitazioni sono delle grandezze casuali.

Se $R < S$ ho rottura MA non posso stabilire con certezza se la struttura crolla o no.

Se progettiamo con gli Eurocodici c'è una probabilità di rottura di 10^{-7} - 10^{-8} .

la definizione di tipo classico può essere applicata solo se conosco tutti i risultati.

- lancio una moneta non truccata $P(\text{TESTA}) = \frac{1}{2}$
- lancio un dado $P(M \geq 3) = \frac{4}{6} = 0,6\bar{6}$
- lancio 2 dadi e voglio ottenere 8 $N = 36$
 Risultati $\{ 2,6; 3,5; 4,4; 5,3; 6,2 \} \rightarrow N_A = 5$

$$P(8) = \frac{N_A}{N} = \frac{5}{36}$$

Nel caso classico devo ESPLICITARE tutti i risultati.

2) DEFINIZIONE FREQUENTISTA

la definizione frequentista, a differenza di quella classica, è fatta solo dopo una serie di prove.

FREQUENZA ASSOLUTA M_A

la frequenza assoluta di un evento è il numero di volte in cui si è verificato l'evento favorevole.

FREQUENZA RELATIVA f_A

la frequenza relativa è il rapporto tra il numero di volte in cui si è verificato l'evento favorevole e il numero N delle volte in cui è ripetuto l'esperimento nelle medesime condizioni

$$f_A = \frac{M_A}{N}$$

4) DEFINIZIONE ASSIOMATICA (KOLMOGOROV)

FENOMENO ALEATORIO

Fenomeno empirico caratterizzato dalla proprietà particolare (getto di dadi ha tutti i valori diversi) che la sua osservazione in un istante finito di circostanze non conduce sempre agli stessi risultati.

SPAZIO CAMPIONE (Ω)

l'insieme costituito da tutte le possibili osservazioni, tutti i possibili risultati, che si possono ottenere dal fenomeno aleatorio.

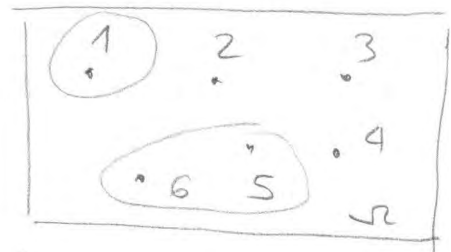
lancio del dado $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

EVENTO (A)

L'evento è un qualunque insieme di risultati (ω), ovvero un sottoinsieme dello spazio campione Ω relativo ad un determinato fenomeno aleatorio

DIAGRAMMA DI VENN

Rappresenta lo spazio campionario e riparto i possibili risultati.



- EVENTO ELEMENTARE $A = \{2\}$, 1 solo risultato
- EVENTO COMPOSTO $B = \{5, 6\}$, 2 o + risultati.

LOGICA DEGLI EVENTI

1) EVENTO A IMPLICA B ($A \subseteq B$)

A implica B, MA B NON implica A

$B = \{Pari\}$ $A = \{2\}$



\bar{A} = complementare di A, risultati che non fanno parte di A

ASSIOMI DI KOLMOGOROFF

Ad ogni evento A è possibile associare la probabilità $P(A)$ che si verifichi l'evento: $P(A) = 0 < x < 1$

la definizione ambiziosa è di tipo rigorosa e bisogna parlare di funzioni di probabilità

Dato un evento, posso associare una funzione di probabilità che soddisfi 3 assiomi.

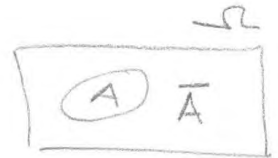
1) $P(A) \geq 0$

2) $P(\Omega) = 1$

3) Se considero una sequenza di eventi A_1, \dots, A_m mutuamente escludenti, il verificarsi di uno implica che gli altri non si verificano.

$$P\left(\bigcup_{i=1}^m A_i\right) = \sum_{i=1}^m P(A_i)$$

• CONSEQUENZE:



1) $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$

lo spazio campionario $\Omega = A \cup \bar{A} \rightsquigarrow P(\Omega) = 1$

DIMOSTRAZIONE

A, \bar{A} sono mutuamente escludenti

$$P(\Omega) = P(A) + P(\bar{A}) = 1 \quad P(\bar{A}) = 1 - P(A)$$

2) $P(\emptyset) = 0 \quad P(\emptyset) = 1 - P(\Omega)$

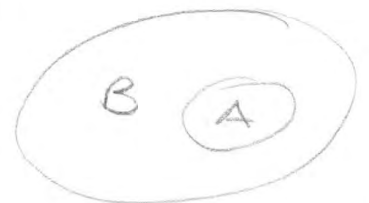
L'insieme vuoto è il complementare di Ω

3) $A \subset B \rightarrow P(A) \leq P(B)$

DIMOSTRAZIONE

$B = A \cup (\bar{A} \cap B) \rightsquigarrow$ 2 eventi escludenti

$$P(B) = P(A) + \underbrace{P(\bar{A} \cap B)}_{\geq 0} \rightsquigarrow P(A) \leq P(B) \quad 0 < x < 1$$



EVENTI INDIPENDENTI

Due eventi A, B sono STATISTICAMENTE INDIPENDENTI se il verificarsi di uno non influenza la probabilità di verificarsi dell'altro.

$$P(A) = P(A|B)$$

ESEMPIO Lancio un dado non truccato

$$A = \{ \# \text{ pari} \} = \{ 2, 4, 6 \} \quad B = \{ 2 \} \quad P(B) = P(2) = 1/6$$

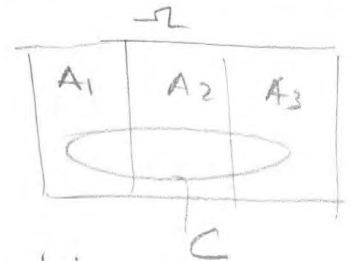
$$P(B|A) = \frac{P(B \cap A)}{P(A)} = \frac{1/6}{1/2} = \frac{1}{3} \neq P(B) = \frac{1}{6}$$

i 2 eventi non sono statisticamente escludentisi.

PROBABILITA' TOTALE

Sia $A_1 \dots A_n$ eventi mutuamente escludentisi ed ESAUSTIVI; l'unione di tutti gli eventi costituisce lo spazio campionario e dentro e non possono avere altri eventi. Considero l'evento C:

$$P(C) = \sum_{i=1}^n P(C|A_i) P(A_i)$$



n = numero di eventi mutuamente escludentisi

DIMOSTRAZIONE

$$C = (C \cap A_1) \cup (C \cap A_2) \cup (C \cap A_3) \quad \text{unione di 3 eventi}$$

$$P(C) = P(C \cap A_1) \cup P(C \cap A_2) \cup P(C \cap A_3)$$

risolvo in funzione delle probabilità condizionate

$$P(C|A_1) = \frac{P(C \cap A_1)}{P(A_1)} \rightarrow P(C \cap A_1) = P(C|A_1) \cdot P(A_1)$$

$$P(C) = P(C|A_1) \cdot P(A_1) + P(C|A_2) \cdot P(A_2) + P(C|A_3) \cdot P(A_3)$$

Quando posso applicare la formula di Bayes?

C = danneggiamento dell'edificio; può essere provocato dal vento (V) o dal terremoto (T)

$P(T|D)$, $P(V|D)$ probabilità che T/V provocano D

So che l'edificio è danneggiato (dato certo) e calcolo la probabilità delle cause che hanno provocato il danneggiamento (diverso dal calcolo la probabilità che il T/V danneggiino le strutture).

DATI : $P(T) = 0,8$; $P(V) = 0,2$; $P(D|T) = 0,1$; $P(D|V) = 0,05$

$$P(T|D) = \frac{P(D|T) \cdot P(T)}{P(D)} = \frac{0,1 \cdot 0,8}{0,09} = 0,89$$

$$P(D) = \text{T. probabilità totale} = P(D|T) \cdot P(T) + P(D|V) \cdot P(V) \\ = 0,1 \cdot 0,8 + 0,05 \cdot 0,2 = 0,09$$

$$P(V|D) = \frac{P(D|V) \cdot P(V)}{P(D)} = \frac{0,05 \cdot 0,2}{0,09} = 0,11$$

$$P(T|D) + P(V|D) = 1$$

VARIABILI ALGEBRICHE

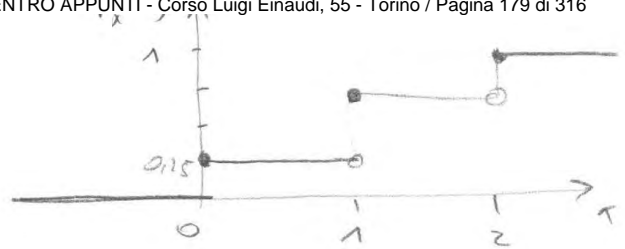
Le variabili algebriche sono degli 'strumenti' che permettono di descrivere ciò che noi e' noto a priori in modo deterministico.

La variabile algebrica X è una funzione che associa ad ogni risultato dello spazio campionario (Ω) un numero reale ($\in \mathbb{R}$)

Uno dei motivi per poter determinare in maniera più efficiente la probabilità degli eventi.

• Se $x = 2$ $F_X(x) = 1$

• Se $x > 2$ $F_X(x) = 1$



VARIABILI ALEATORIE CONTINUE

A) FUNZIONE DI DISTRIBUZIONE CUMULATIVA $F_X(x)$

$F_X(x)$ esprime la probabilità che X assume valori inferiori o uguali al numero reale x

$$F_X(x) = P(X \leq x)$$

PROPRIETÀ

1) $F_X(x) \geq 0$ e NON NEGATIVA

2) $\lim_{x \rightarrow -\infty} F_X(x) = 0$ e $\lim_{x \rightarrow +\infty} F_X(x) = 1$

3) Funzione ~~non~~ MONOTONA e non decrescente tra 0 e 1

4) Se $x_1 \leq x_2$, $F_X(x_2) \geq F_X(x_1)$

DIMOSTRAZIONE

$$F_X(x_2) = P(X \leq x_2) = P(X \leq x_1) + P(x_1 < X \leq x_2)$$

$$F_X(x_2) = F_X(x_1) + \underbrace{P(x_1 < X \leq x_2)}_{\text{NUMERO NON NEGATIVO}}$$

$\hookrightarrow F_X(x_2) \geq F_X(x_1)$.

ESEMPIO Traffico veicolare su un ponte.

X = numero di ASSIACI dei veicoli

$\Omega = \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$

valore di x	frequenze	$P(X = x_i)$
2	0,108	0,108
3	0,058	0,058
4	0,235	0,235
5	0,53	0,53
...		

con molte prove, la
frequenza relativa
rende il valore di probabilità

MOMENTI DI VARIABILI ALGEBRAICHE (X VARIABILI CONTINUE)

I momenti sono indicatori di determinate proprietà della funzione di densità di probabilità $X(\omega)$.

V.A. CONTINUA

$$E(X^q) = \int_{-\infty}^{+\infty} x_i^q f_x(x) dx$$

V.A. DISCRETA

$$E(X^q) = \sum_{i=1}^m x_i^q f_x(x_i)$$

Si sa che $f_x(x) \geq 0$, $E(X^{\text{PARI}})$ sono sempre non negativi

1- MOMENTI DEL PRIMO ORDINE - VALORE MEDIO μ_x

$q = 1$

V.A. CONTINUA

$$\mu_x = \int_{-\infty}^{+\infty} x f_x(x) dx$$

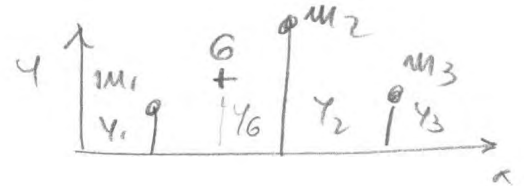
V.A. DISCRETA

$$\mu_x = \sum_{i=1}^m x_i f_x(x_i)$$

Il momento del primo ordine rappresenta il BARICENTRO della distribuzione di probabilità definita dalla funzione di densità di probabilità $f_x(x)$.

DITT: V.A. discrete

$$\mu_x = \frac{\sum_{i=1}^m x_i f_x(x_i)}{\sum_{i=1}^m f_x(x_i)} = \frac{\sum_{i=1}^m x_i f_x(x_i)}{1}$$



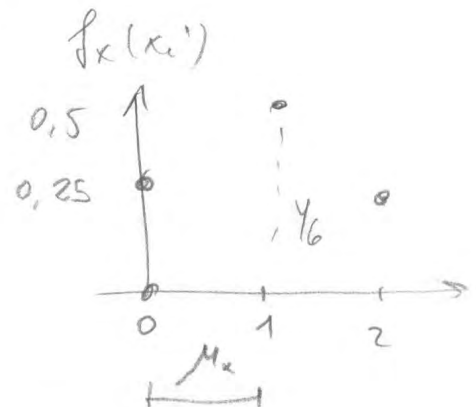
$$y_G = \frac{\sum_{i=1}^m m_i y_i}{\sum m_i}$$

concentro tutte le masse nel baricentro

Ricordando l'esempio precedente:

$$m_i = f_x(x_i)$$

μ_x = rappresentazione geometrica del valore medio.



Nel grafico $(F_X(x), x)$ se ho $b_1 > b_2$:

- Per valori $x < \mu_x$, $F_Y(y) > F_X(x)$;
- Per valori $x > \mu_x$, $F_Y(y) < F_X(x)$.

3- MOMENTO DEL TERZO ORDINE - ASIMMETRIA -

$$\mu_{3X} = \int_{-\infty}^{+\infty} (x - \mu_x)^3 f_X(x) dx$$

Coefficiente di asimmetria = $\frac{\mu_{3X}}{\sigma_x^3}$

Possono avere distribuzioni con $\mu_{3X} = 0$ MA essere comunque asimmetriche.

COEFFICIENTE DI VARIAZIONE - COVARIANZA -

$$COV(X) = \frac{\sigma_x}{\mu_x}$$

la covarianza fornisce un'idea sulla distribuzione della variabile x .

ESEMPI

- 1) Resistenza a compressione dell'acciaio $x \rightarrow f_x$, $COV(x) \sim 5\%$
 Resistenza a compressione del c/c $y \rightarrow f_c$, $COV(y) \sim 15\%$

la covarianza è usata nelle analisi di sicurezza.

f_x = funzione di momento

f_c = resistenza a compressione del c/c.

Struttura 1 : $R_1 = R_1(f_x)$

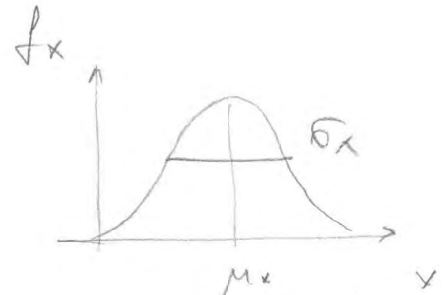
Struttura 2 : $R_2 = R_2(f_c)$

S = sollecitazione

$P_R = P(R \leq S)$ probabilità

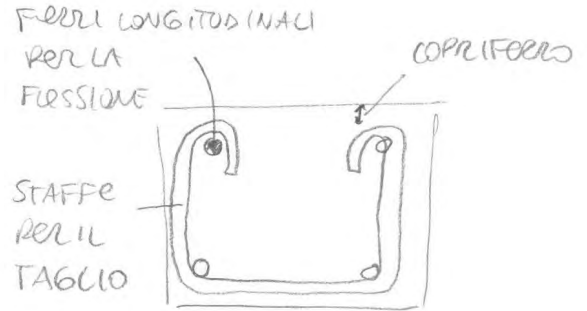
DISTRIBUZIONE NORMALE

$$f_x(x) = \frac{1}{\sigma_x \sqrt{2\pi}} e^{\left[-\frac{1}{2} \left(\frac{x - \mu_x}{\sigma_x} \right)^2 \right]}$$



In teoria non va bene per le resistenze dei materiali perché potrebbe assumere valori negativi, ma ciò è fin troppo improponibile.

La uso per le resistenze, come il copriferro nelle armature: il copriferro superiore nella trave ha uno spessore variabile che dipende dal getto e dalla vibrazione.

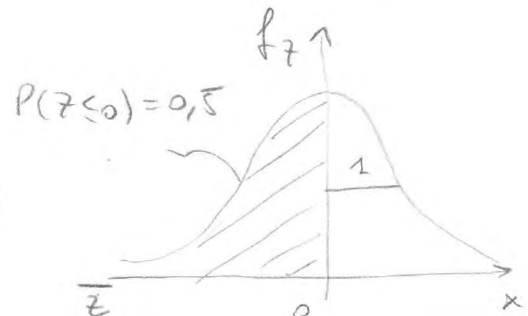


$$F_x(x) = \int_{-\infty}^x \frac{1}{\sigma_x \sqrt{2\pi}} e^{\left[-\frac{1}{2} \left(\frac{t - \mu}{\sigma_x} \right)^2 \right]} dt$$

Se x è una variabile normale $x \sim N(\mu_x, \sigma_x)$

VARIABILE STANDARDIZZATA

$$z = \frac{x - \mu_x}{\sigma_x} \quad z \sim N(0, 1)$$



$$P(x \leq \bar{x}) = F_x(\bar{x}) = P\left(\frac{x - \mu_x}{\sigma_x} \leq \frac{\bar{x} - \mu_x}{\sigma_x} \right) = P(z \leq \bar{z})$$

$$F_x(\bar{x}) = P(z \leq \bar{z}) = F_z(\bar{z})$$

ESERCIZIO DA ESARE

- 1) ACCIAIO S500 usato per le barre di armatura con $f_{yk} = 500$ MPa.

Questo non è in accordo con $x_k = 500$ MPa MA la differenza tra x_k teorico e x_k calcolato è trascurabile.

$$P(x \leq 500) = 0,0228$$

$$P(x \leq 510,65) = 0,05$$

Così soli 10 MPa di differenza hanno raddoppiato della probabilità, questo perché $\sigma_x = 30$ è piccola: la distribuzione è molto centrata nel attorno al valore medio; una piccola variazione di x produce una grande variazione di P .

ACCIAIO: probabilità di variazione molto buone.

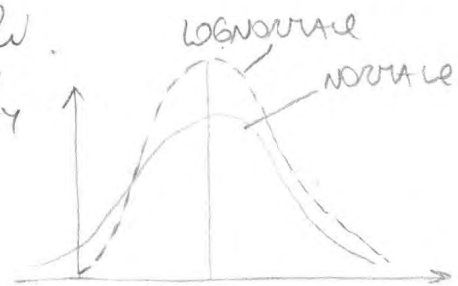
DISTRIBUZIONE LOG-NORMALE

Distribuzione simile alla normale

$$0 < x < +\infty \quad f_x(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \times \xi_x} e^{\left[-\frac{1}{2} \frac{(\ln(x) - \lambda_x)^2}{\xi_x^2} \right]}$$

Definisce solo i valori positivi, ed è usato bene per descrivere le proprietà dei materiali.

La differenza tra le distribuzioni normale e log-normale si ha solo quando c'è un valore medio molto piccolo.



$$\xi_x = \sqrt{\ln\left(1 + \left(\frac{\sigma_x}{\mu_x}\right)^2\right)} \quad \lambda_x = \ln(\mu_x) - \frac{1}{2} \xi_x^2$$

nota $(\sigma_x, \mu_x) \rightarrow (\xi_x, \lambda_x)$

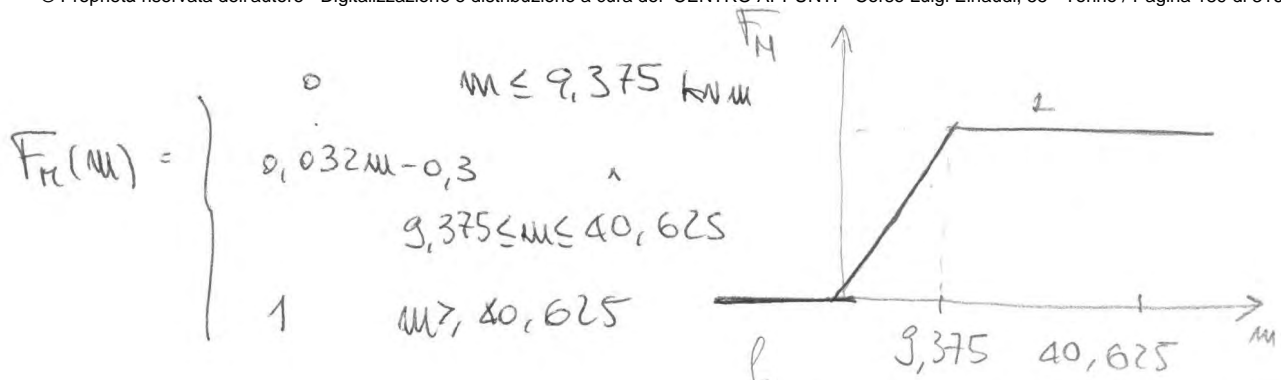
ESEMPIO

1) ACCIAIO $\sigma = 500$ MPa $f_x \rightarrow x \sim LN(560, 30)$

con $\xi_x = 0,053$ e $\lambda_x = 6,33$

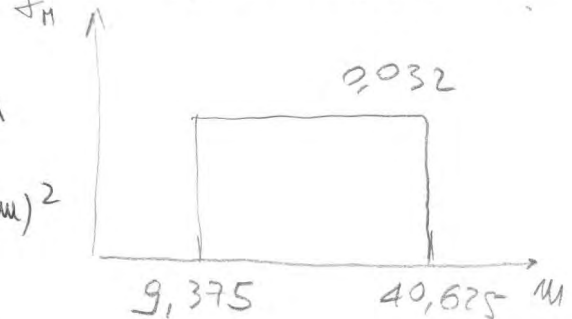
CALCOLATI CON I DATI DELL'ESERCIZIO PRIMA

Normale standardizzata $Z = \frac{\ln(x) - \lambda_x}{\xi_x} \sim N(0, 1)$



$$\mu_M = \frac{9,375 + 40,625}{2} = 25 \text{ kNm}$$

$$\sigma_M^2 = \frac{(40,625 - 9,375)^2}{12} = 81,38 \text{ (kNm)}^2$$



Calcolo (μ_M, σ_M^2) per un'altra via, sapendo che $M = \frac{qL^2}{8}$

$$\mu_M = \mu_q \cdot \frac{L^2}{8} = \frac{8 \cdot 25}{8} = 25 \text{ kNm}$$

• PROPRIETÀ VALORE MEDIO μ

1) Considero la variabile aleatoria $x = x(\mu_x, \sigma_x^2)$ e la variabile lineare $y = ax + b$

$$\boxed{\mu_y = a\mu_x + b}$$

Nell'esempio, noto q posso calcolare M

2) Considero un insieme di variabili aleatorie

x_i con $i=1, 2, \dots, n$, noti $(\mu_{x_i}, \sigma_{x_i}^2)$:

$$y = a_1 x_1 + a_2 x_2 + \dots + a_n x_n$$

$$\mu_y = a_1 \mu_{x_1} + a_2 \mu_{x_2} + \dots + a_n \mu_{x_n}$$

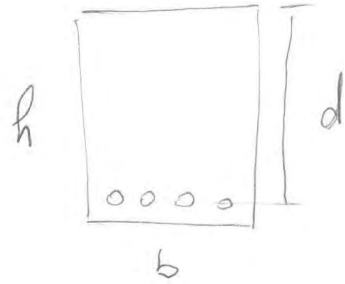
• PROPRIETÀ DELLA VARIANZA σ^2

Considero $x(\mu_x, \sigma_x^2)$ e $y = ax + b$

$$\boxed{\sigma_y^2 = a^2 \sigma_x^2}$$

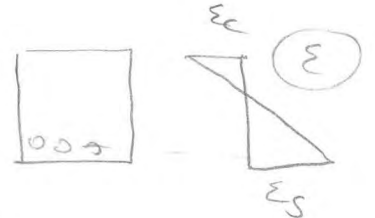
ESAMINATO LE RESISTENZE

Trave rettangolare in CA soggetta solo a flessione.



d = distanza tra il baricentro delle armature ed il lembo superiore
 A_s = aree delle armature.

IPOTESI



1) CONSERVAZIONE DELLE SEZIONI PIANE:

Il diagramma delle deformazioni è lineare.

2) PERFETTA ADERENZA TRA CLS e ACCIAIO

$\epsilon_s = \epsilon_c$

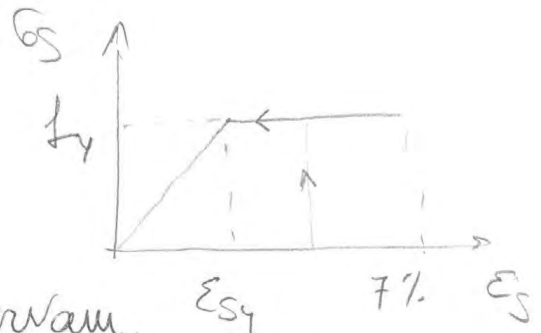
le deformazioni di cls e acciaio sono uguali:
 i 2 materiali sono perfettamente aderenti.

3) ACCIAIO IN TRAZIONE:

DIAGRAMMA ELASTOPLASTICO

f_y = tensione di snervamento

$\epsilon_{sy} = \frac{f_y}{E_s}$ deformazione di snervam.



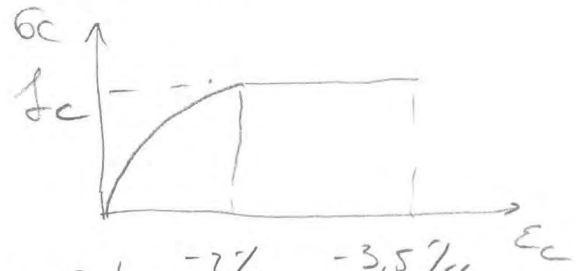
E_s = modulo dell'acciaio ($\approx 200\ 000$)

4) CLS IN COMPRESSIONE:

LEGGE PARABOLA-RETTANGOLO

f_c = resistenza a compressione

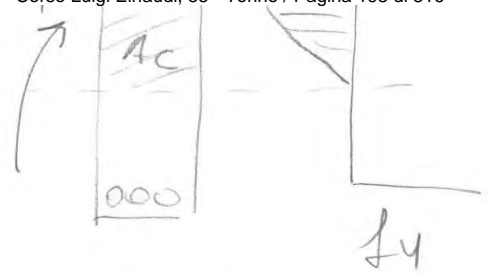
le deformazioni sono negative perché di compressione



l'acciaio ha deformazione ultima del 7%, il cls 3,5%

5) Trascuro la resistenza a trazione del cls.

Pausa da un lato N e
dall'altro il diagramma σ



EQUAZIONE AUTOTRASLAZIONE

Esprimiamo volendo per ogni legge costitutiva

$$N = \int_A \sigma dA = - \int_{Ac} \sigma_c dA + \underbrace{A_s f_y}_{T} = -C + T = 0$$

TENSIONE CHE AGISCE SULL'ACCIAIO

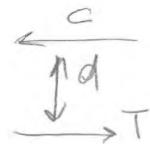
$$\boxed{T = C}$$

$N = 0$ sforzo normale esterno nullo.

la pendenza del diagramma ϵ viene definito per avere equilibrio tra $T = C$.

EQUAZIONE AUT ROTAZIONE

$$M_R = T d^* - A_s f_y \cdot 0,9d$$



$d^* = 0,9d$ altezza utile della sezione misurata tra il centro delle armature tese e il lobo superiore.

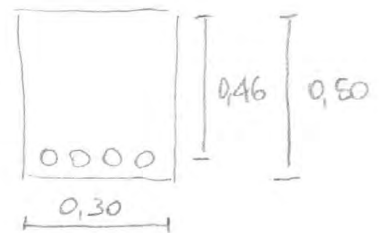
OSSERVAZIONE

Se f_y è una variabile aleatoria, anche M_R è una V.A.

ESEMPIO

$$A_s = 4\phi 16 = 4 \cdot \frac{\pi 16^2}{4} = 804 \text{ mm}^2$$

$$f_y \sim N(560 \text{ MPa}, 30 \text{ MPa})$$



$$y = aX + b \quad \text{con } M_R = y, \quad f_y = X, \quad a = A_s \cdot 0,9d, \quad b = 0.$$

la funzione di densità di probabilità della variabile y

$$f_y(y) = f_x\left(\frac{y-b}{a}\right) \cdot \frac{1}{|a|} \quad \text{NOTO } f_x(x) \rightarrow f_y(y)$$

Se $f_x(x)$ ha una distribuzione normale

$$f_x(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma_x} e^{-\frac{1}{2} \left[\frac{(x-\mu_x)^2}{\sigma_x^2} \right]}$$

• MOMENTO CENTRALE DETTO COVARIANZA

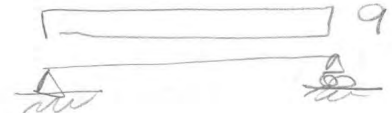
$$\boxed{\text{Cov}(X, Y) = E\{XY\} - \mu_X \cdot \mu_Y}$$

• COEFFICIENTE DI CORRELAZIONE

$$\boxed{\rho(X, Y) = \frac{\text{Cov}(X, Y)}{\sigma_X \cdot \sigma_Y}}$$

ESEMPIO

Valuto la possibilità di rottura in termini dello SLO della flessione.



$$P_R = P(\pi_R \leq \pi_S) = \int_{D_R} f_{\pi_R, \pi_S}(\mu_R, \mu_S) d\mu_R d\mu_S$$

$\pi_S = \frac{q l^2}{8}$ funzione di "q", variabile aleatoria e "l" variabile deterministica.

Ma delle incertezze su π_S solo nel carico applicato

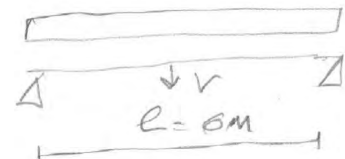
$$\pi_R = A_s f_y q d \quad \text{incertezze solo su } f_y$$

f_y è indipendente di (q, π_R, π_S) , variabili indipendenti.

ESEMPIO STRUTTURALE

$$E = 210000 \text{ N/mm}^2 \quad I = 5790 \text{ cm}^4$$

$$q \sim N(12 \text{ kN/m}, 2,4 \text{ kN/m})$$



Calcolare $P(v \geq \frac{L}{250})$?

v = spostamento verticale, è una variabile aleatoria

q = variabile aleatoria.

Questa è una condizione di esercizio

Applico il Metodo di livelli L_3, L_2 e Monte Carlo.

$$1 - P\left(z \leq \frac{2\alpha - \mu_v}{\sigma_v}\right) = 1 - P(z \leq 2,2) = 0,0139$$

Il metodo L3 può essere scritto in termini di:

- carico q , variabile di WAST;
- grandezza statica / meccanica, studiato (r).

Metodo Monte Carlo

$$q \sim (12; 2,4) \text{ KN/M}$$

$$EI \sim N(12159; 607,95) \text{ KN} \cdot \text{m}^2$$

$$MEI = EI = 210000 \cdot 5790 \cdot 10^4 = 12159 \text{ KN} \cdot \text{m}^2$$

$$\sigma_{EI} = 12159 \cdot 0,05 = 607,95 \text{ KN} \cdot \text{m}^2$$

Trave in Acciaio: coefficiente di variazione 5%.

Come nel metodo L3: $P(r > \frac{L}{250})$

FUNZIONE DI STATO LIMITE

$$g(q, EI) = \frac{L}{250} - \frac{5}{384} \frac{qL^4}{EI} \geq 0$$

$g > 0$ SUCCESSO
 $g = 0$ CONDIZIONE DI STATO LIMITE DI r
 $g < 0$ INSUCCESSO

$$\frac{5}{384} \frac{qL^4}{EI} < \frac{L}{250} = 24$$

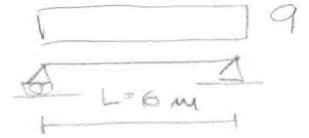
Il Metodo Monte Carlo è un metodo SIMULATIVO con N simulazioni, N dipende dall'ordine di grandezza della probabilità di rottura che ci attendiamo.
 (es. se la $P(\text{rottura}) = 10^{-6}$, $N = 10^7$).

Qui siamo in condizioni di esercizio.

$$P(\text{rottura}) = 10^{-2} \rightarrow N = 1000 \text{ SIMULAZIONI.}$$

$N_R = 0$ numero di volte che FSL assume valori inferiori di zero, quando non sono nel dominio di successo.

$N = 1000$ simulazioni.



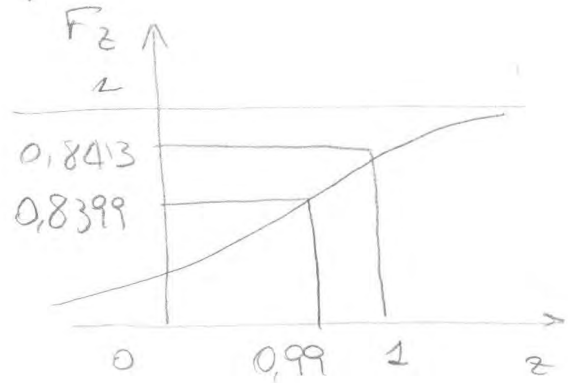
$$F_{ub} = F_{EI}(EI_1) = P(EI \leq EI_1) =$$

$$= P\left(\frac{EI - \mu_{EI}}{\sigma_{EI}} \leq \frac{EI_1 - \mu_{EI}}{\sigma_{EI}}\right) = P(z \leq z_1) = 0,841$$

Interpolazione lineare

$$z_1 = 0,99 + (0,841 - 0,8389) \cdot$$

$$\frac{(1 - 0,99)}{(0,8413 - 0,8389)} = 0,999$$



$$z_1 = \frac{EI_1 - \mu_{EI}}{\sigma_{EI}} = 0,999$$

$$EI_1 = \mu_{EI} + z_1 \cdot \sigma_{EI} = 12159 + 0,999 \cdot 607,95 = 12766 \text{ kNm}^2$$

$$g_1 = \frac{L}{250} - \frac{5}{384} \frac{q_1 L^4}{EI_1} = \frac{6000}{250} - \frac{5}{384} \cdot \frac{10,34 \cdot 6000^4}{12766 \cdot 10^9} = 10,33 \text{ mm}$$

la funzione di stato limite deve confrontare 2 grandezze con le stesse unità di misura: sono nel dominio di successo.

(METODO MONTECARLO: DOMANDA ORALE, sapere come funziona un ciclo di simulazione e come passare a g.)

METODO LZ } AFOSM } CATEGORIA FORM
 } MVFOSM }

FD = Approssimazione d 1° ordine della FSL.

RM = Serve per determinare l'affidabilità della struttura.

Calcolo la probabilità di ammasso

$$P(g(x) \leq 0) = P(Z \leq 0) = P\left(\frac{Z - \mu_Z}{\sigma_Z} \leq -\frac{\mu_Z}{\sigma_Z}\right)$$

$$= 1 - 0,9861 = 0,0139 \quad \sim N(0,1) \quad \beta = 2,2$$

CONGLI ARROTONDAMENTI DI σ^2 , $P(Z \leq 0) = 0,016$

la stima di β cambia se in un problema fisico descrivo la FSL in modi diversi.

$g = \frac{L}{250} - v \rightarrow \beta = 2,2$ LIMITE FISICO, la struttura vede limitata la sua funzionalità se $v > L/250$.

$g = \left(\frac{L}{250}\right)^2 - v^2 \rightarrow \beta = 2,61$ espressione diversa.

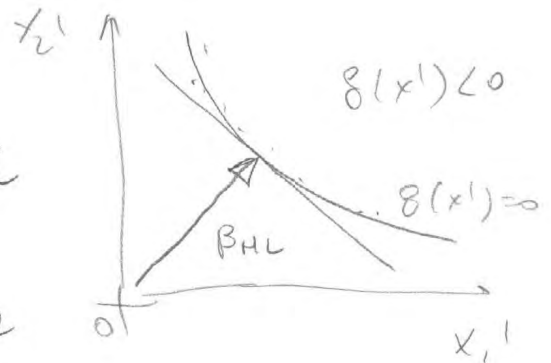
Se il metodo è giusto, deve dare lo stesso risultato: questo metodo dà dei risultati fortemente influenzati dalla definizione analitica di g .

• AFOSH

Risolve il problema di dipendenza / variabilità dello stato limite facendo una trasformazione di variabili.

$$X \rightarrow X' = \frac{X - \mu_X}{\sigma_X} \sim N(0,1)$$

β_{HL} = minima distanza delle FSL nel piano (x'_1, x'_2) .



Da MVFOSH \rightarrow AFOSH ho una diversa definizione di β , in particolare β_{HL} :

- deriva dalla risoluzione di un problema di OTTIMIZZAZIONE;

$$\beta = \min \|x'\| = \sqrt{x_1'^2 + x_2'^2}$$

Nome del vettore x' = lunghezza del vettore

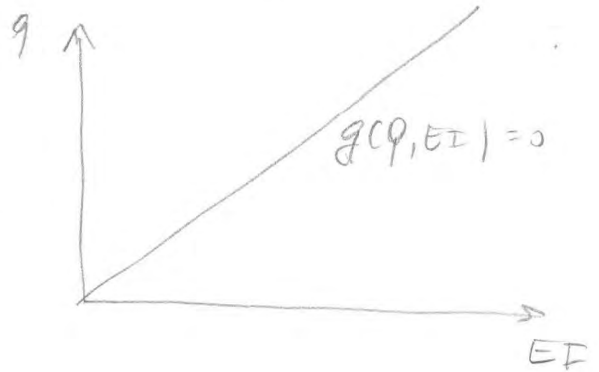
VINCOLO: $g^*(x') = 0$.

AFOSH $x \rightarrow x' = \frac{x - \mu_x}{\sigma_x} \sim \text{mercato } \beta$.

Relazione lineare

$$g(q, EI) = 0 \Rightarrow \frac{L}{250} = \frac{5}{384} \frac{qL}{EI}$$

$$\left| \left(\frac{L}{250} \right) EI - \left(\frac{5}{384} L \right) q = 0 \right|$$



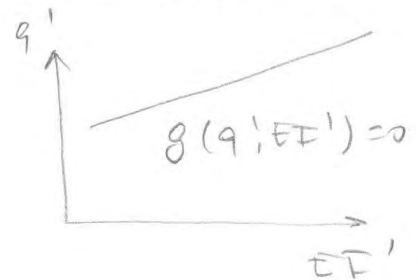
↳ funzione lineare di (q, EI) .

2 - Si riscrive la FSL in funzione delle variabili ridotte q', EI'

$$q' = \frac{q - \mu_q}{\sigma_q}$$

$$EI' = \frac{EI - \mu_{EI}}{\sigma_{EI}}$$

$$g(q', EI') = \frac{L}{250} - \frac{5}{384} \frac{(\mu_q + q' \sigma_q) L}{(\mu_{EI} + EI' \sigma_{EI})}$$



Trasformazione lineare $\Rightarrow g(q', EI') = 0$ di tipo lineare

$$\boxed{14.59 EI'^2 - 40.50 q' + 89.32 = 0}$$

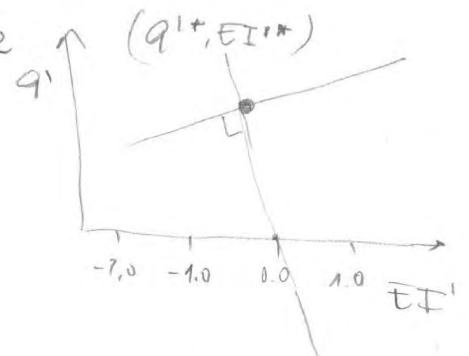
ESPRESSIONE ANALITICA DELLA FSL.

È una funzione lineare per le (q, EI) sono V.A. NORMALI.

3 - Calcolo di β : indice di affidabilità - che è la minima distanza della FSL $g(q', EI') = 0$ dall'origine del S.R.

β = distanza (q'^*, EI'^*) dall'origine

$$\beta = \min \|x'\|, \text{ modo } g(x') = 0$$



Il valore min è dato dalla retta \perp che passi per il S.R.

$$\left. \begin{array}{l} \text{PUNTO} \\ q'^* = 1.95 \\ EI'^* = -0.70 \end{array} \right\} \beta = 2.07.$$

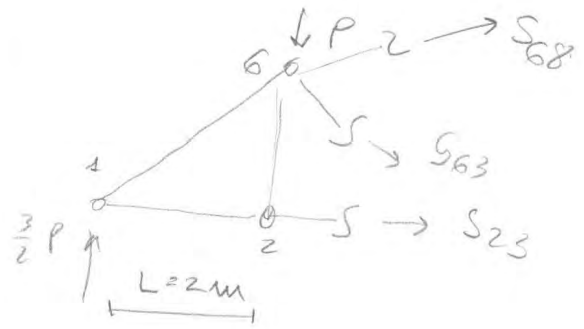
dove $q' = \frac{14.59}{40.5} EI' + \frac{89.32}{40.5} = 0$ CONDIZIONE $g = 0$

con le sezioni alter:

Facciamo 1 eq. dello rotazione in 6

$$6) -\frac{3}{2} PL + S_{23} \cdot L \tan \alpha = 0$$

$$S_{23} = 10,67 P.$$



Abbiamo definito il problema strutturale

• METODO DI LIVELLO 3

$P(S_{23} > R)$ siccome $P = V.A$ normale $\rightarrow S_{23}, R$ sono V.A.

Sia (S_{23}, R) sono 2 V.A a distribuzione normale

RAGIONAMENTO QUALITATIVO

Variazioni delle resistenze o delle cariche "dei concetti"

Diagramma:

Per le resistenze in lavoro nelle code di sinistra

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s > 1}$$



Per le sollecitazioni in lavoro

nelle code di destra delle distribuzioni delle sollecitazioni

$$S_{23d} = \gamma_Q S_{23k}$$

Considero l'area di sovrapposizione delle 2 curve:

maggiore e' l'area di sovrapposizione, maggiore e' la probabilità a rottura (idea QUALITATIVA)

$$P_R = P(S_{23} > R) = \int_{D_R} f_{S_{23}, R}(S_{23}, R) dS_{23} dR$$

$$\text{con } Z = R - S_{23}$$

LINEE DI INFLUENZA

Una struttura va progettata in funzione delle possibili azioni di azione su di essa.

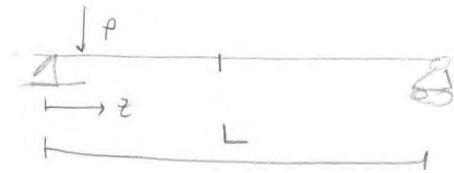
AZIONI: peso proprio (Fissa), vento, neve (variabili)

Le azioni variabili possono occupare posizioni diverse nella struttura (vento).

ES.

Potrebbe dare i veicoli (P) occupano posizioni diverse nella struttura,

quindi vanno diretti in riferimento: dove metterli nelle condizioni peggiori



LINEE DI INFLUENZA: strumenti di consentano al progettista di disporre i carichi variabili.

La linea di influenza di un determinato EFFETTO (spostamento, reazione vincolare, caratteristiche di sollecitazione) è un DIAGRAMMA, le cui ordinate, lette sotto le diverse posizioni del carico, rappresentano il valore dell'effetto indotto da un carico mobile unitario.

Ogni diagramma è riferito ad 1 preciso effetto strutturale

es. LINEA d'influenza dello spostamento verticale in riferimento

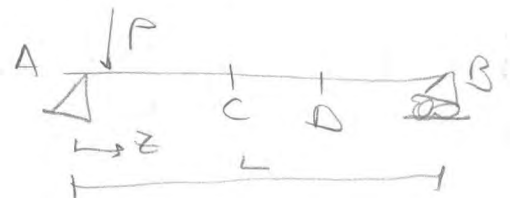
1 Specificare sempre l'effetto ed il punto della struttura considerato.

Non esiste 1 solo diagramma, MA esiste 1 solo

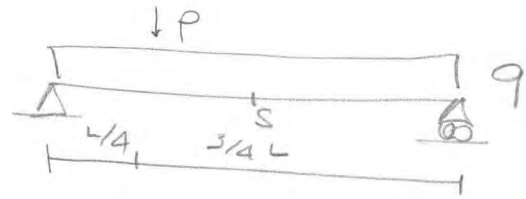
diagramma della reazione vincolare nel vincolo.

Se sposta l'osservazione in un altro vincolo, cambia la LI

- L.I. Reazione vincolare in A
- L.I. Momento flettente nella sezione C



ESEMPIO 2



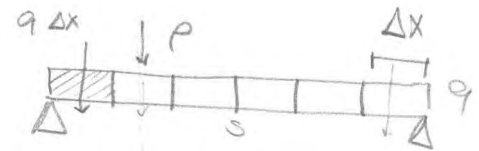
$$M_s = M_{s,q} + M_{s,p}$$

Si come mai in istrata lineare vale il PSE.

HP: sovrappongo il carico uniformemente distribuito ai tanti blocchi di lunghezza Δx .

Calcolo la risultante dei blocchi:

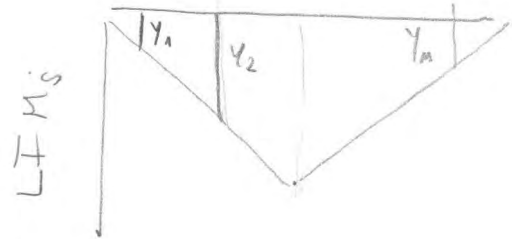
$$q \cdot \Delta x$$



$$M_{sq} = (q \cdot \Delta x) \cdot y_1 + (q \cdot \Delta x) y_2 +$$

$$+ \dots + (q \cdot \Delta x) y_n =$$

$$= \int q y dz = q \cdot \underbrace{A_{area, LI}}_{\text{area della linea di influenza}}$$



$$\cdot M_{sq} = q \left(\frac{1}{2} L \cdot \frac{L}{4} \right) = \frac{qL^2}{8}$$

Valore del momento flessionale in maniera

$$\cdot M_{sp} = P \left(\frac{L}{8} \right) =$$

$$\cdot M_s = \frac{qL^2}{8} + P \frac{L}{8}$$

LINEA DI INFLUENZA: UNICO DIAGRAMMA nella struttura per calcolare gli spostamenti per ogni tipo di carico (q, P)

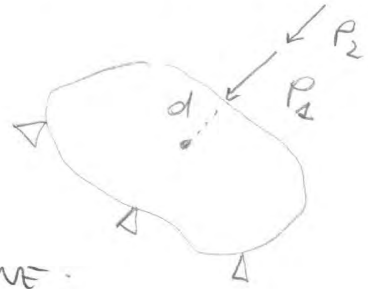
METODI DIRETTI: permettono di costruire le linee

di influenza solo quando la struttura è SEMPLICE

TEOREMA DI BETTI

Il Teorema di Betti riguarda il lavoro di deformazione

Considero un solido vincolato su cui applico una forza P_2 : il punto d'applicazione della forza si sposta di (d) - si produce un lavoro di DEFORMAZIONE.



$$L = \frac{1}{2} P_1 d + \frac{1}{2} P_2 d + P_1 d$$

Applico sullo stesso punto una seconda forza P_2 dove $\frac{1}{2}$ deriva dal Teorema di Clapeyron.

Per effetto dell'applicazione di P_2 , il punto d'applicazione di P_1 subisce un ulteriore spostamento d .

$$L_{P_1} = \frac{1}{2} P_1 \cdot d \quad \text{lavoro della 1ª forza}$$

$$L_{P_2} = \frac{1}{2} P_2 d \quad \text{lavoro della 2ª forza}$$

$$L_{P_1-2} = P_1 \cdot (d) \quad \text{spostamento del punto d'applicazione della 1ª forza per effetto della 2ª forza.}$$

LAVORO MUTUO: dovuto all'intervento di entrambe le forze

$$\text{Se } P_1 = P_2 = P$$

$$\boxed{L_{TOT} = 2 P d}$$

Si come è presente il lavoro mutuo, non posso applicare il principio di sovrapposizione degli effetti.

Considero 2 sistemi di forze A, B applicate alla struttura che produrranno una deformazione.

Applico il sistema A poi il sistema B.

$$L_{A+B} = L_A + L_B + L_{AB}$$

L_B = lavoro compiuto dalle forze B quando vengono applicate singolarmente

$$\boxed{\sum F_A M_B + \sum R_A \gamma_B = L_{esterno}}$$

γ_B = cedimenti verticali dei vincoli corrispondenti

R_A = reazioni vincolari

M_B = spostamenti

$$\boxed{\int_L N_A \frac{N_B}{EA} dz + \int_L M_A \frac{M_B}{EI} dz + \int_L t \frac{T_A T_B}{GA} dz = L_{INTERNO}}$$

A: sistema di forze equilibrate (staticamente ammissibili)

B: sistema di deformazioni (cinematicamente ammissibili)

Risolvere il PLV invertendo

A = sistema di deformazione B = sistema di forze.

$$\left. \begin{array}{l} \sum F_B M_A + \sum R_B \gamma_A = L_{est} \\ \int_L N_B \frac{N_A}{EA} dz + \int_L M_B \frac{M_A}{EI} dz + \int_L t \frac{T_B T_A}{GA} dz = L_{int} \end{array} \right\}$$

$$\int_L N_B \frac{N_A}{EA} dz + \int_L M_B \frac{M_A}{EI} dz + \int_L t \frac{T_B T_A}{GA} dz = L_{int}$$

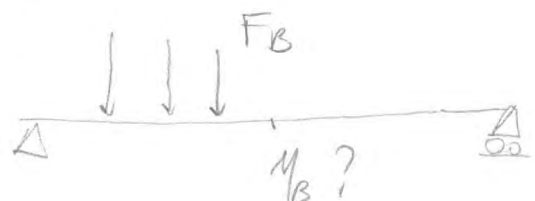
IPOTESI: γ_A, γ_B NULLI, non ho cedimenti (VINCOLI PERFETTI)

I 2 lavori interni sono uguali tra di loro, quindi anche i lavori esterni sono uguali.

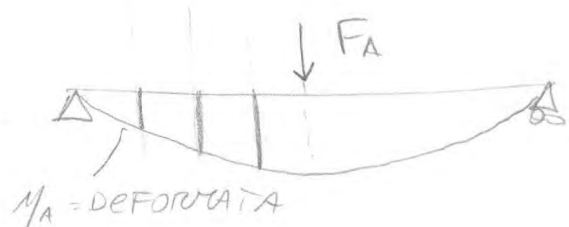
$$\sum F_A M_B = \sum F_B M_A$$

ESEMPIO

Potremmo scegliere un sistema A di forze indipendenti da B, applicato nella sezione (di mezz'ora) riferita ad M_B .



Una F_A verticale perché
voglio calcolare lo spostamento
verticale M_B .



$$\varepsilon_z = \frac{\Delta L}{dL} = -\frac{y}{r} \quad \text{DEFORMAZIONE}$$

$$\sigma_z = E \varepsilon_z = -\frac{E y}{r} \quad \text{TENSIONE}$$

Scrivo le equazioni di equilibrio

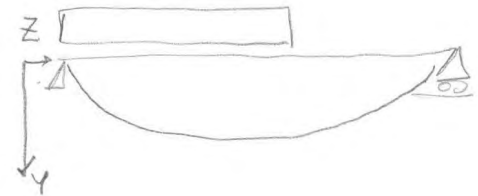
$$N_z = \int_A \sigma_z dA = -\frac{E}{r} \int_A y dA = -\frac{E}{r} S_x = 0$$

$$M_x = \int_A \sigma_z y dA = -\frac{E}{r} \int_A y^2 dA = -\frac{E I_x}{r}$$

$$\frac{1}{r} = -\frac{M_x}{E I_x} = \kappa_x$$

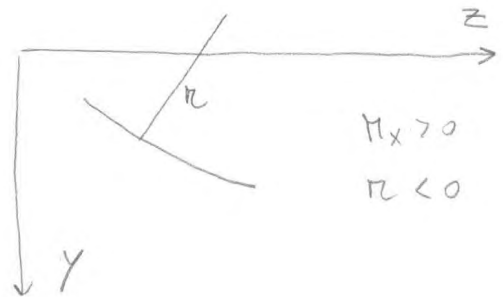
la curvatura del cavo è uguale al rapporto tra momento flettente e rigidità flettente ($E I_x$)

$$\frac{1}{r} = \pm \frac{\frac{d^2 y}{dz^2}}{\left[1 + \left(\frac{dy}{dz}\right)^2\right]^{3/2}} \approx \pm \frac{d^2 y}{dz^2}$$



$$M_x > 0 \quad r < 0 \quad \frac{dy}{dz} \downarrow$$

$$\frac{d^2 y}{dz^2} < 0$$



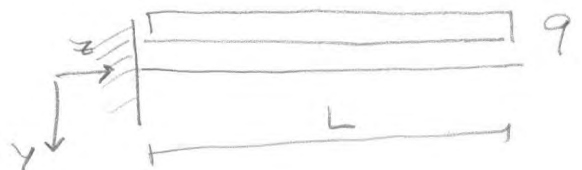
$$\frac{1}{r} = \frac{d^2 y}{dz^2} = -\frac{M_x}{E I_x}$$

Utilizzo questa equazione per trovare l'eq. dello linea elastica.

ESEMPIO

Meccanica con carico uniforme.

Calcolare $y = f(z)$?



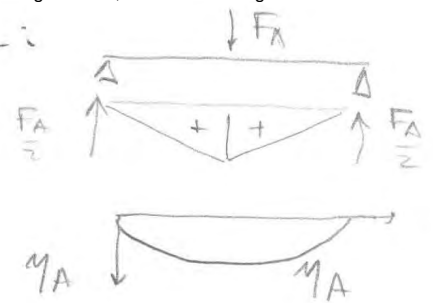
Applico l'equazione della linea elastica:

$$\frac{d^2 \eta_A}{dz^2} = - \frac{M_x}{EI_x}$$

$$0 \leq z \leq \frac{l}{2} \quad M_x = \frac{F_A z}{2}$$

$$\frac{l}{2} \leq z \leq l \quad M_x = \frac{F_A}{2} (l - z)$$

$$\bullet \quad 0 \leq z \leq \frac{l}{2} \quad \frac{d^2 \eta_A}{dz^2} = - \frac{F_A}{2EI_x} \cdot z = \chi \text{ CURVATURA}$$



$$\frac{d\eta_A}{dz} = - \frac{F_A}{4EI_x} z^2 + C_1 = \varphi \text{ ROTAZIONE}$$

$$\eta_A = - \frac{F_A z^3}{12EI_x} + C_1 z + C_2$$

$$\bullet \quad \frac{l}{2} \leq z \leq l \quad \frac{d^2 \eta_A}{dz^2} = - \frac{F_A}{2EI_x} (l - z)$$

$$\frac{d\eta_A}{dz} = - \frac{F_A}{2EI_x} (lz - \frac{z^2}{2}) + C_3$$

$$\eta_A(z) = - \frac{F_A}{2EI_x} (lz^2 - \frac{z^3}{6}) + C_3 z + C_4$$

Imposto le condizioni al contorno.

- | | | | |
|--------------------|---|--|-----------------|
| 1) $z=0$ | $\eta_A=0 \rightarrow \boxed{C_2=0}$ | 1) $z=0$ | $\eta_A=0$ |
| 2) $z=\frac{l}{2}$ | $\frac{d\eta_{sx}}{dz} = \frac{d\eta_{dx}}{dz}$ | 2) $\frac{d\eta_{sx}}{dz} = \frac{d\eta_{dx}}{dz}$ | $z=\frac{l}{2}$ |
| | | 3) $\eta_{sx} = \eta_{dx}$ | $z=\frac{l}{2}$ |
| | | 4) $z=l$ | $\eta_A=0$ |

$$- \frac{F_A}{2EI_x} \frac{l^2}{8} + C_1 = - \frac{F_A}{2EI_x} \left(\frac{l^2}{2} - \frac{l^2}{8} \right) + C_3$$

$$C_1 = C_3 + \frac{F_A l^2}{16EI_x} - \frac{F_A}{2EI_x} \left(\frac{l^2}{8} \right) = C_3 + \frac{F_A l^2}{8EI_x}$$

$$3) \quad - \frac{F_A}{12EI_x} \frac{l^3}{8} + C_1 \frac{l}{2} = - \frac{F_A}{2EI_x} \left(\frac{l^3}{8} - \frac{l^3}{48} \right) + C_3 \frac{l}{2} + C_4$$

$$C_1 \frac{l}{2} = C_3 \frac{l}{2} + C_4 + \frac{F_A l^3}{EI_x} \left(\frac{1}{96} - \frac{1}{16} + \frac{1}{96} \right) - \frac{1}{24} \quad *$$

Impulso rotazionale in vertenza una sola forza F_a e applicata in vertenza

$z=0 \quad \eta_a = 0 \rightarrow \boxed{C_2 = 0}$

$z = \frac{l}{2} \quad \frac{d\eta_a}{dz} = 0 = -\frac{F_a l^2}{16EI} + C_1 \rightarrow \boxed{C_1 = \frac{F_a l^2}{16EI}}$

$\eta_a = -\frac{F_a z^3}{12EI} + \frac{F_a l^2}{16EI} z$ per $0 \leq z \leq \frac{l}{2}$

$\eta_a = \frac{F_a}{EI} \left(-\frac{z^3}{12} + \frac{l^2 z}{16} \right)$

1- $\eta_a \left(z = \frac{2}{10} l \right) = \frac{F_a}{EI} \left(-\frac{(0,2l)^3}{12} + \frac{l^2 \cdot 0,2l}{16} \right) = 0,012 \frac{F_a l^3}{EI}$

2- $\eta_a \left(z = \frac{3}{10} l \right) = \frac{F_a l^3}{EI} \left(-\frac{0,3^3}{12} + \frac{0,3}{16} \right) = 0,017 \frac{F_a l^3}{EI}$

3- $\eta_a \left(z = \frac{4}{10} l \right) = \frac{F_a l^3}{EI} \left(-\frac{0,4^3}{12} + \frac{0,4}{16} \right) = 0,020 \frac{F_a l^3}{EI}$

Calcolo spostamento η_b

$$\frac{F_a}{EI} \eta_b = \sum F_b \eta_a = 1 \eta_a \left(\frac{2}{10} l \right) + 2 \eta_a \left(\frac{3}{10} l \right) + 3 \eta_a \left(\frac{4}{10} l \right)$$

$$= \frac{P F_a l^3}{EI} (0,012 + 2 \cdot 0,017 + 3 \cdot 0,020) = 0,106 \frac{P F_a l^3}{EI}$$

$$\boxed{\eta_b = 0,106 \frac{P l^3}{EI}}$$

Paraggio concettuale:

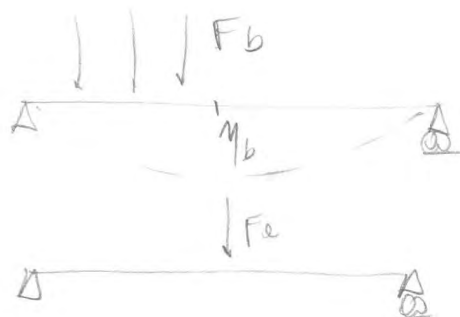
→ $\eta_b =$ effetto incognito

→ $F_b =$ causa data

→ $F_a =$ sistema esplorativo.

→ $\eta_a =$ funzione di influenza.

↓
E' la LINEA DI INFLUENZA.

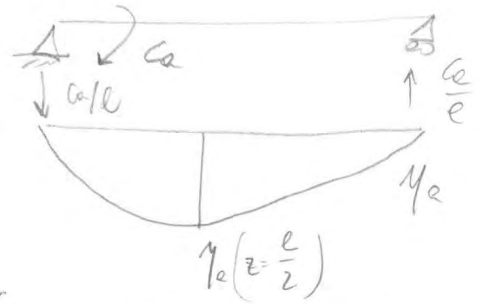


La scelta di F_a in vertenza non è casuale: deve metterlo nel punto dove causasse ciò che dev'essere calcolato.

$$\frac{d^2 \eta_a}{dz^2} = - \frac{M_x}{EI}$$

$$\frac{d\eta_a}{dz} = - \frac{C_a}{EI} \left(lz - \frac{z^2}{2} \right) + C_1$$

$$\eta_a(z) = - \frac{C_a}{2EI} \left(l \frac{z^2}{2} - \frac{z^3}{6} \right) + C_1 z + C_2 \quad \text{per } 0 \leq z \leq l.$$



Condizioni al contorno:

$$\begin{cases} z=0 & \eta_a=0 \rightarrow C_2=0 \\ z=l & \eta_a=0 = - \frac{C_a}{2EI} \left(\frac{l^3}{2} - \frac{l^3}{6} \right) + C_1 \cdot l \end{cases}$$

$$C_1 = \frac{C_a \cdot l}{3EI}$$

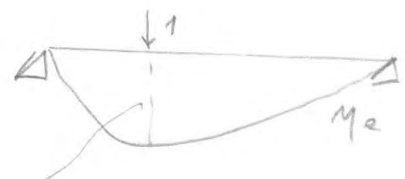
$$\eta_a(z) = - \frac{C_a}{2EI} \left(\frac{lz^2}{2} - \frac{z^3}{6} \right) + \frac{C_a l}{3EI} z$$

$$\eta_a \left(z = \frac{l}{2} \right) = - \frac{C_a}{2EI} \left(\frac{l^3}{8} - \frac{l^3}{48} \right) + \frac{C_a l^2}{6EI} = \frac{1}{16} \frac{C_a l^2}{EI}$$

$$+ C_a \alpha_B = P_B \frac{1}{16} \frac{C_a l^2}{EI}$$

SE AVESSI INVERTITO IL VERSO DI C_a , AVREI OTTENUTO LO STESSO RISULTATO.

$$\frac{C_a \cdot \alpha_B}{S \cdot E} = \frac{P_B \cdot \eta_a}{EI \cdot CD \cdot FI}$$



ordinate della rotazione α_B dovuto alla forza unitaria.

$$\bar{\mu} = \frac{-\alpha \Delta T}{\frac{h}{2}} \quad \text{curvatura upwards} \Rightarrow \quad \bar{\mu} = -\frac{2\alpha \Delta T}{h}$$

C.D. $\bar{\epsilon}_z \rightarrow \bar{\mu}_B \Rightarrow F.I. Ma$

Sistema (a): $F_a \neq 0$
 $\gamma_a = 0$
 $\bar{\epsilon}_a = 0$ } campo una forza verticale in mezzo
 $(M_a, \epsilon_{ea}, \sigma_e)$

Sistema (b): $F_b = 0, \gamma_b = 0, \bar{\epsilon}_b \neq 0 \Rightarrow (M_b, \epsilon_{eb}, \sigma_b)$

Guardiamo le 2 espressioni del lavoro:

• $F_a \neq 0$, quindi $R_a \neq 0$ ma $\gamma_b = 0$

$$\left\{ \begin{aligned} \sum F_z M_b &= \int_V \sigma_a \epsilon_{eb} dV + \int_V \sigma_a \bar{\epsilon}_b dV \\ 0 &= \int_V \sigma_b \epsilon_{ea} dV \end{aligned} \right.$$

per Betti: $\int_V \sigma_b \epsilon_{ea} dV = 0 = \int_V \sigma_a \epsilon_{eb} dV$

questo perché i 2 contributi di lavoro sono uguali tra di loro ed uguali a zero.

$$\sum F_a M_b = \int_V \sigma_a \bar{\epsilon}_b dV$$

Passiamo da tensioni e deformazioni $(\sigma_a, \bar{\epsilon}_b)$ all'esprimere con curvatura e momento (M_B, M_A) .

$$\int_V \sigma_a \bar{\epsilon}_b dV = \int_L dz \int_A \sigma_a \bar{\epsilon}_b dA$$

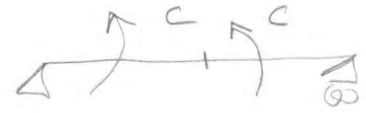
Ho diviso il volume in lunghezza e sezione trasversale

con: $\sigma_A = \frac{M_A}{I_x} \cdot y$ $\bar{\epsilon}_B = \bar{\mu}_B \cdot y$

$$\int_L dz \int_A \sigma_A \bar{\epsilon}_B dA = \int_L dz \int_A \left(\frac{M_A}{I_x} y \right) \cdot (\bar{\mu}_B y) dA =$$

$$= \int_L \frac{M_A \bar{\mu}_B}{I_x} dz \int_A y^2 dA = I_x$$

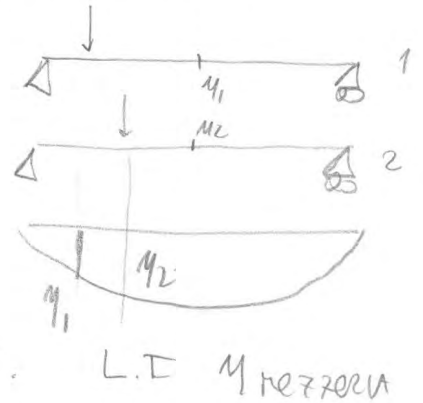
la linea di influenza delle forze verticali in mezzeria non può essere scritta se applico i momenti:



la L.I. viene scritta in funzione del tipo di carichi applicati MA la L.I. viene trovata senza sapere la reale ENTITA' e DISTRIBUZIONE dei carichi.

la LINEA DI INFLUENZA può essere determinata:

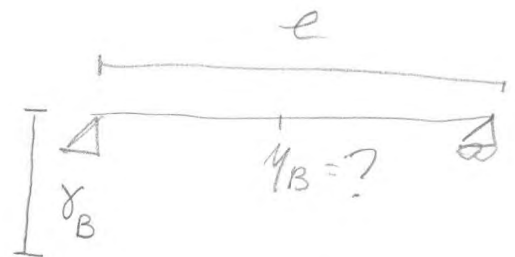
- METODO INDIRECTO : applico il teorema di Betti;
- METODO DIRETTO : faccio variare la disposizione dei carichi per ottenere diversi valori.



Ragionare in termini di lavoro semplifica il tracciamento delle L.I.

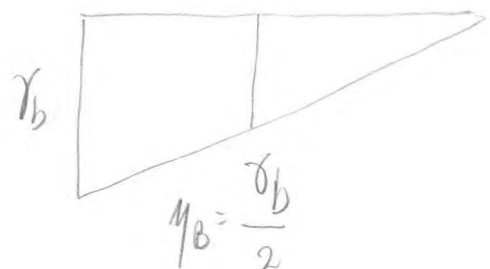
L.I. PER CARICHI VINCOCI

Data una trave di luce L , calcolare lo spostamento vert. col. in mezzeria per effetto del cedimento verticale γ_B .



sopprimendo la cerniera, sono posto da una struttura isostatica, ad un asta rigida che ruota rigidamente attorno al conello (struttura e-labile).

la struttura ruota rigidamente: il diagramma è LINEARE



Semplificando:

$$\sum F_A \gamma_b + \sum R_A \gamma_b = \int_V \delta_a \epsilon^T \epsilon_e b \, dV$$

$$0 = \int_V \delta_b \epsilon^T \epsilon_e a \, dV$$

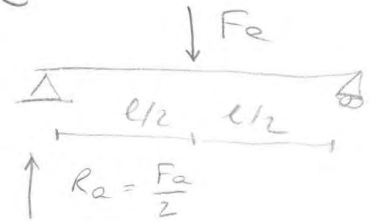
Per il Teorema di Betti: $\int_V \delta_a \epsilon^T \epsilon_e b \, dV = \int_V \delta_b \epsilon^T \epsilon_e a \, dV$

$$\sum F_A \gamma_B = - \sum R_A \gamma_B$$



Si dice che ho 1 SOLA FORZA F_2 ed il cedimento avviene solo in un vincolo, allora è numeratore

$$\boxed{F_A \gamma_B = - R_A \gamma_B}$$



$R_A \cdot \gamma_B$ lavoro negativo perché le

- R_A è diretta verso l'alto
- γ_B cedimento verso il basso



$$\cancel{F_A} \gamma_B = + R_A \gamma_B = \frac{F_2}{2} \gamma_B$$

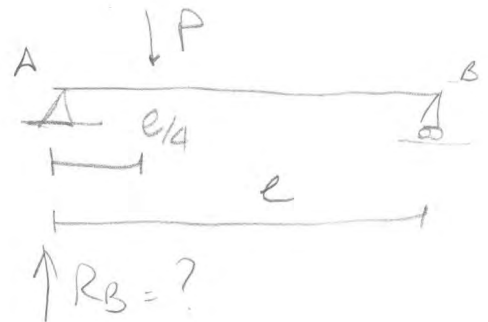
$$\leadsto \boxed{\gamma_B = \frac{\gamma_B}{2}}$$

ES. 1

Calcolare la reazione verticale nel vincolo A per effetto del carico P

$$EI \cdot R_B \rightarrow S.E \gamma_A \text{ in } A$$

$$C.D \ F_b \rightarrow F.T \ M_A$$



devenere il duale delle cause date

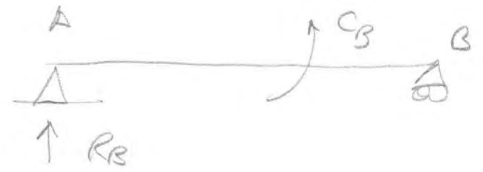
M_A = il grafico delle F.T. è la L.T. della reazione R_B , E.T. per forze verticali.

$$R_B \gamma_A = F_B \gamma_A$$

LAVORI

Scriviamo i 2 sistemi (A, B) -

ES. 2 - ES. DI CARBONE -



$EI = R_B \rightarrow S.E. \gamma_A \text{ in } A$

$C_D C_B \rightarrow F.I. \varphi_A$

Equazione risolvibile: $R_B \gamma_A = C_B \varphi_A$

Le forze F_A possono essere: F, q, M

SISTEMA A)	$F_A = 0$	}	δ_A	SISTEMA B)	$C_B \neq 0$	}	δ_B
		$\gamma_A \neq 0$		φ_A			$\gamma_B = 0$		φ_B
		$\bar{\epsilon}_a = 0$		ϵ_{eA}			$\bar{\epsilon}_b = 0$		ϵ_{eB}

Scrivo 2 equazioni con il PLV:

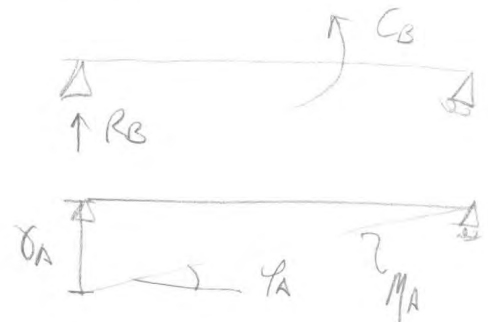
$\int F_A \varphi_B + \int R_A \gamma_B = \int \delta_B \{ \epsilon_{eB} \} dV + \int \delta_A \{ \bar{\epsilon}_b \} dV$

$\int C_B \varphi_A + \int R_B \gamma_A = \int \delta_B \{ \epsilon_{eA} \} dV + \int \delta_B \{ \bar{\epsilon}_a \} dV$

$$\left\{ \begin{aligned} 0 &= \int \delta_A \{ \epsilon_{eB} \} dV \\ \int C_B \varphi_A + \int R_B \gamma_A &= \int \delta_B \{ \epsilon_{eA} \} dV \end{aligned} \right.$$

Per il Teorema di Betti' ottengo che: $\int C_B \varphi_A = - \int R_B \gamma_A$

VERSI: $R_B \uparrow \gamma_A \downarrow \sim R_B \gamma_A < 0$



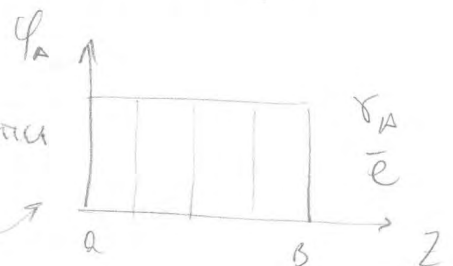
γ_A è la deformata; la rotazione φ_A è la derivata prima di γ_A ; è la pendenza delle trave (costante).

$\gamma_A =$ funzione lineare $\rightarrow \varphi_A =$ costante

Nelle strutture iperboliche, φ_A varia a seconda del punto di applicazione C_B .

$\varphi_A = \frac{\gamma_A}{e}$

cost. nelle strutture isostatiche



Questa è la linea d'influenza per coppie viaggiante

$R_B \gamma_A = C_B \varphi_A = C_B \frac{\gamma_A}{e} \sim \left[R_B = \frac{C_B}{e} \right]$

$$\int_V \delta_A \{ \epsilon_B \} dV = - \int_V \delta_A \{ \sigma_B \} dV, \text{ lo sostituisco}$$

$$\int_V \delta_B \gamma_A = - \int_V \delta_A \{ \sigma_B \} dV$$

$$R_B \gamma_A = - \int_V \delta_A \epsilon_B dV = - \int_0^{2e} \int_A \delta_A \bar{\epsilon}_B dA dz =$$

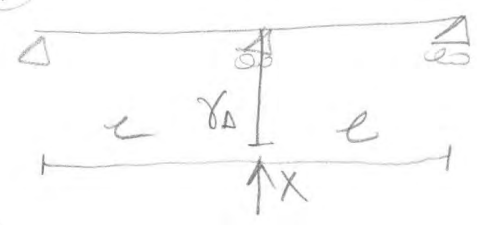
$$\text{con } \bar{\sigma}_A = \frac{M_A}{I_x} \cdot y \quad \text{e} \quad \bar{\epsilon}_B = \bar{\mu}_B \cdot y$$

$$= - \int_0^{2e} \frac{M_A}{I_x} \bar{\mu}_B dz \int_A y^2 dA I_x = - \int_0^{2e} \frac{\pi A}{I_x} \bar{\mu}_B I_x dz$$

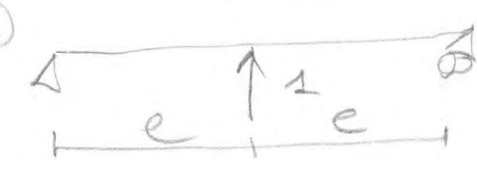
$$R_B \gamma_A = - \int_0^{2e} \bar{\mu}_B \pi A dz$$

Dobbiamo determinare π_A dell'applicazione del S.E. nella trave (per effetto del cedimento). (A)

incognita ipstatica X dovuta al cedimento vincolare.



$$\int F_c \gamma_A + \int R_c \delta_A = \int_0^{2e} \pi_c \frac{\pi_A}{EI} dz \quad (C)$$



δ_A cedimento vincoli esterni

$$-1 \cdot \delta_A = \int_0^{2e} \pi_c \frac{\pi_A}{EI} dz$$

$$\pi_A = \gamma_A$$

$$M_A = \pi_0 + X \pi_c \quad \pi_0 = 0 \text{ perché non ho carichi}$$

con π_0 momento flettente dovuto ai carichi applicati

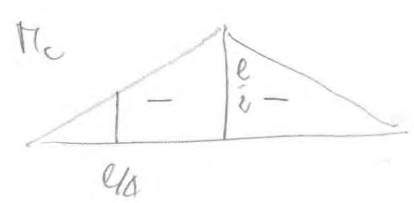
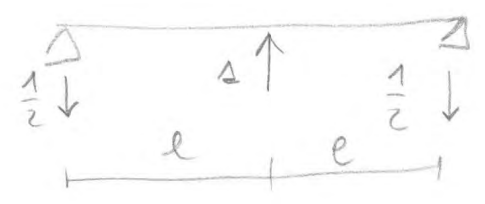
$$-1 \cdot \gamma_A = \frac{X}{EI} \int_0^{2e} \pi_c^2 dz \quad \left(\frac{EI}{L} = \text{cost lungo la struttura} \right)$$

Per ricavare X devo conoscere il diagramma del momento π_c .

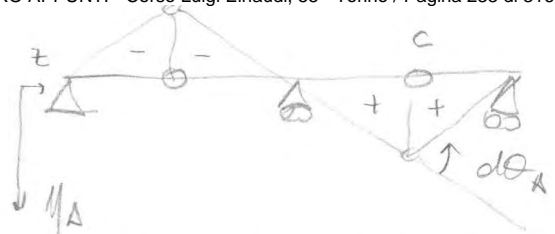
$$\int_0^{2e} \pi_c^2 dz = 2 \int_0^e \pi_c^2 dz =$$

$$2 \frac{e}{6} \left[\pi_c(z=0)^2 + 4 \pi_c(z=\frac{e}{2})^2 + \pi_c(z=e)^2 \right] =$$

$$= \frac{e}{3} \left[0 + 4 \frac{e^2}{16} + \frac{e^2}{4} \right] = \frac{e^3}{6}$$



Applico una rotazione relativa $d\theta_A$



Il diagramma di spostamenti verticali η_A è composto da tratti rettilinei perché, salvo paradosso, mediante l'aggiunta di una cerniera, da una struttura ISOSTATICA a LABILE.

Quando impiego un azionamento sulla struttura labile ottengo un diagramma di spostamento verticale rettilineo

STRUTTURA PRESENZA	DIVENTA	TRATTI
ISOSTATICA	LABILE	RETILINEI
IPERSTATICA	ISOSTATICA	CURVILINEI

$EI \ M_B \rightarrow S.E. \ d\theta_A$ $C.D. \ P_B \rightarrow F.I. \ \eta_A$

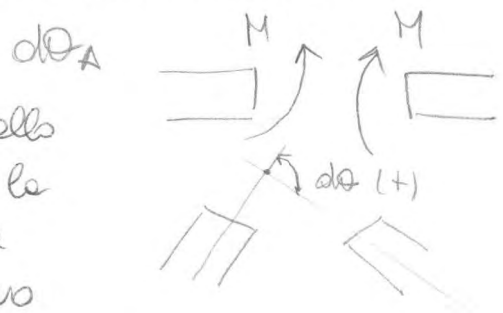
Il grafico di η_A (F.I.) è la linea di influenza del momento flettente M_B (E.I.) nella sezione C per forze verticali (C.D.).

Cos'è una distorsione?

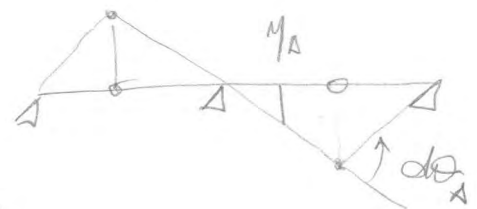
Una distorsione è un movimento relativo dovuto ad una sconnessione; una distorsione è definita positiva quando compie lavoro con la relativa caratteristica di sollecitazione positiva.

1) Momento Flettente

Faccio ruotare la parte di struttura nello stesso verso del momento flettente M : la rotazione relativa $d\theta$ è positiva ed ha formato un angolo positivo perché momento e rotazione degli assi hanno verso concorde

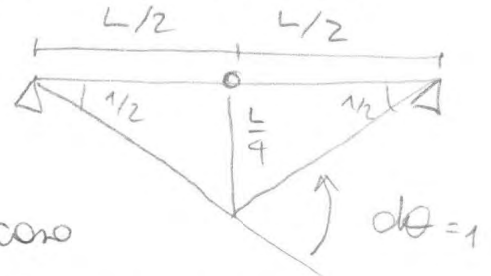


Confronto questo diagramma con quello della struttura LABILE: la rotazione nella struttura labile



nel risultato: scelto da UNITARIO, che produrrà un lavoro negativo.

$$M_A \left(\frac{L}{2} \right) = \frac{L}{4}$$

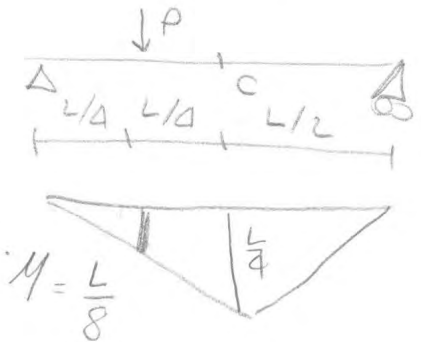


Le linee d'influenza valgono nel caso di elasticità lineare: valgono piccoli spostamenti, e $d\theta = 1$ è comodo da usare nei calcoli.

Unico adesso la L.I. per calcolare il momento flettente in C.

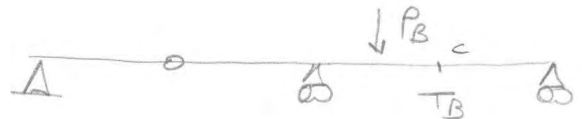
$$M_C \cdot 1 = P \cdot \eta = \boxed{P \frac{L}{8}}$$

η = ordinata delle L.I. volute nel punto d'applicazione delle forze.



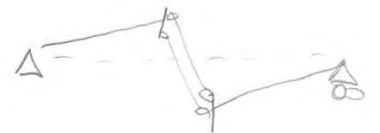
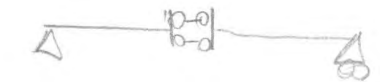
ES. 2

L.I. T_C per forze verticali.

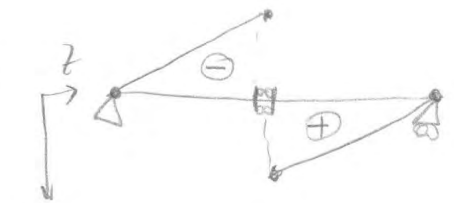


Introduco un BIPENDELO.

Per il taglio devo introdurre uno spostamento verticale relativo negativo

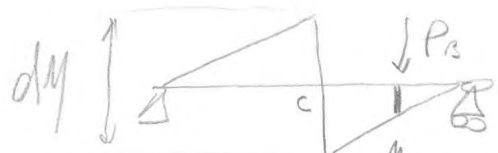


Ottengo la L.I. come diagramma di spostamenti, ottenuto tramite l'introduzione di un bipendolo; il diagramma di spostamenti verticali è formato da tratti rettilinei.



Come mai ho scelto uno spostamento verticale negativo?

Considero una forza verticale applicata nel tratto di destra.



$$-T_{B,c} dM + P_B \cdot \eta_A \stackrel{!}{=} 0 \text{ struttura labile, } dL_{int} = 0$$

METODO PER LE STRUTTURE IPERSTATICHE

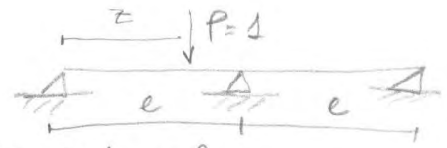
PRINCIPIO DI RECIPROCIITA' DI LANG - COONNETTI

Trave a 2 campate con forza

verticale unitaria: L.I di

caratteristiche di sollecitazioni per forze verticali.

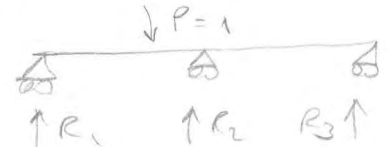
Questa è una struttura 1-volte iperstatica.



Questa struttura è labile per forze

orizzontali ed è iperstatica per forze

verticali (3 incognite in 2 equazioni) → 1-volta iperstatica



Il grado di iperstaticità di una trave continua soggetta solo a forze verticali, è determinato dal numero di appoggi interne.

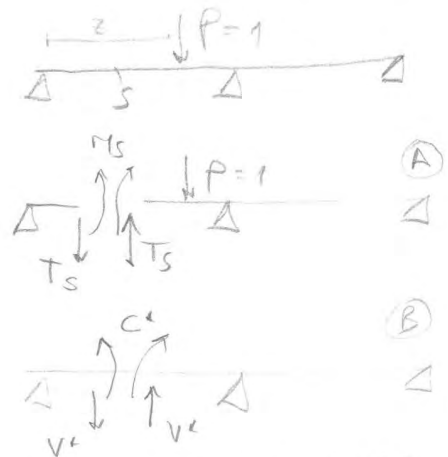
Voglio determinare la LI del momento flettente nella sezione s .

Sistema a: rapprerento M_s, T_s

Sistema b: applico C^*, V^* detto

SISTEMA DI AZIONI DISTORCENTI

orientate nel verso positivo delle caratteristiche (C^*, V^*) .



Applico il Teorema di Betti: F_A, η_B

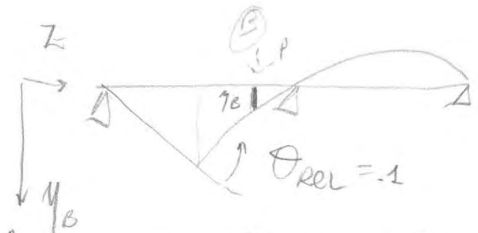
$$M_s(-1) + T_s \cdot 0 + P \cdot \eta_B = L_{A-B}$$

L_{AB} = lavoro compiuto dalle forze del sistema (a) per gli spostamenti del sistema (b).

L_{BA} = lavoro compiuto dalle forze del sistema (b) per gli spostamenti del sistema (a).

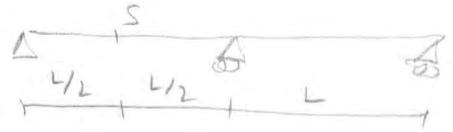
$$C^* \cdot 0 + V^* \cdot 0 = L_{BA}$$

Nel sistema (a) non si hanno né rotazioni né spostamenti relativi perché la trave è continua.



Vediamo praticamente come determinare il sistema distorto e l'espressione analitica della deformata (quindi della linee di influenza).

Definiamo l'equazione analitica della L.I.



Questo schema qualitativo viene disegnato senza sapere quali carichi vengono applicati alla struttura: conosco solo le "sue" cariche verticali.

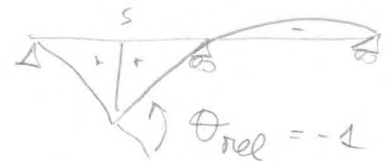


Inserisco una cerniera in S ed applico solo C^+ : non applico T^+ perché non taglio la struttura:

- se taglio la struttura ho (C^+, V^+) ;
- se metto una cerniera ho solo C^+ .

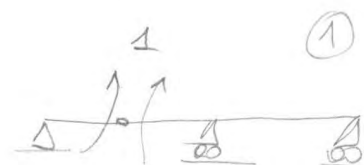


Devo imporre delle condizioni a C^+ per avere rotazione unitaria negativa.



Applico il PLV: risolve il problema inverso: ho NOTI gli spostamenti/rotazioni relativi e voglio calcolare l'entità delle forze che generano tali rotazioni.

Considero un sistema ① soggetto a coppie unitarie.

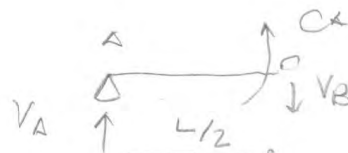
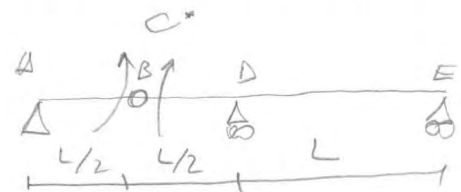


$$1 - \theta_{rel} = \int_0^{2L} M_0 \cdot \frac{M_1}{EI} dx$$

M_0 = diagramma del momento flettente dovuto alle coppie C^+

SISTEMA ZERO

$$B) \quad C^+ - V_A \frac{e}{2} = 0 \quad \left[V_A = \frac{2C^+}{e} \right]$$



Condizioni al contorno: 1) $z=0$ $\eta=0$ 2) $z=l$ $\eta=0$

3) $z = \frac{l}{2}$ $\theta_{REL} = \theta_{Dx} - \theta_{Sx} = -1$ infatti $\theta_{Dx} \neq \theta_{Sx}$ perché ho una cerniera interna

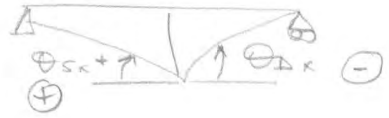
Al crescere di z : η cresce con z

quindi $\theta_{Sx} = \frac{d\eta}{dz} > 0$ e $\theta_{Dx} < 0$.

$\rightarrow \theta_{REL} = -1$

$$\theta_{REL} = \left(\frac{d\eta}{dz}\right)_{Dx} - \left(\frac{d\eta}{dz}\right)_{Sx} = -1$$

la cerniera interna consente solo la rotazione relative



4) $z = \frac{l}{2}$ $\eta_{Sx} = \eta_{Dx}$ stemi spostamenti verticali.

1) $z=0$ $\eta=0 \rightarrow \boxed{C_2=0}$

2) $z=l$ $\eta=0 = \frac{C^*}{EED} \frac{l^3}{3} + C_3 \cdot l + C_4$

3) $z = \frac{l}{2}$ $\theta_{REL} = -1 = \frac{C^*}{EED} \frac{l^2}{4} + C_3 - \frac{C^*}{EED} \frac{l^2}{4} - C_1$

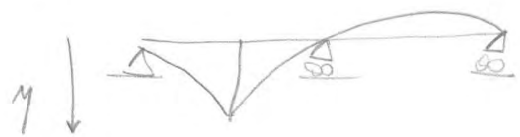
$C_3 = C_1 - 1$

4) $z = \frac{l}{2}$ $\eta_{Sx} = \eta_{Dx} = \frac{C^*}{3EEl} \frac{l^3}{8} + C_1 \frac{l}{2} = \frac{C^*}{3EEl} \frac{l^3}{8} + C_3 \frac{l}{2} + C_4$

$C_1 \frac{l}{2} = C_3 \frac{l}{2} + C_4 = C_1 \frac{l}{2} - \frac{l}{2} + C_4 = C_1 \frac{l}{2} \rightarrow \boxed{C_4 = \frac{l}{2}}$

Sostituendo nella 2: $\boxed{C_3 = -\frac{1}{2} - \frac{C^* l}{3EEl}}$

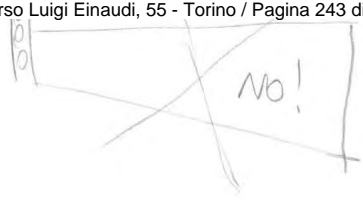
$\boxed{C_1 = C_3 + 1 = \frac{1}{2} - \frac{C^* l}{3EEl}}$



Nelle strutture iperstatiche le LI

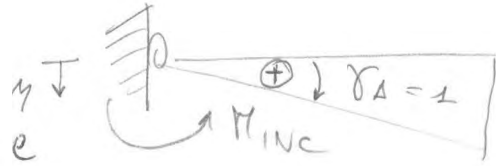
sono formate da molti curvilinei (nelle strutture iperstatiche aerea sono molti curvilinei).

Il cedimento di deve avvenire, funzione di forze verticali, dev'essere un cedimento verticale: il pattino non fa avvenire rotazioni.



ES. 2

Introduciamo una cerniera e calcoliamo la reazione vincolare all'incastro (momento all'incastro) per forze verticali.



$\delta_A = 1$ cedimento vincolare nel verso opposto di M_{inc}

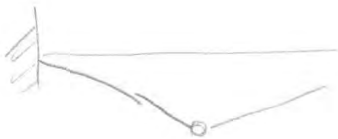
Con la cerniera: struttura ipostatica \rightarrow labile: la L.I della reazione vincolare è rettilinea.

ES. 3

Calcolare la L.I di M_s .

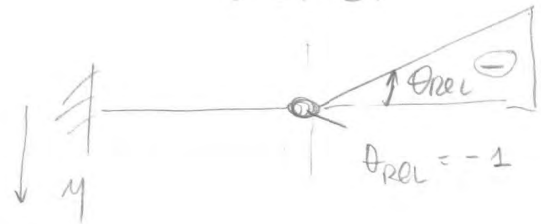


Introduco una cerniera che permette la rotazione relativa: la struttura è diventata labile.



NO! LA STRUTTURA LABILE RIVOLTE SOLO TRATTI RETTILINEI

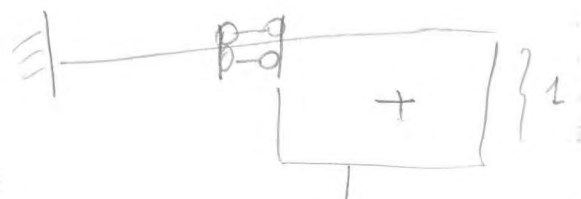
La prima parte della mensola resta RIGIDA: solo la 2° parte ruota rispetto la cerniera



ES. 4

Calcolare la L.I di T_s

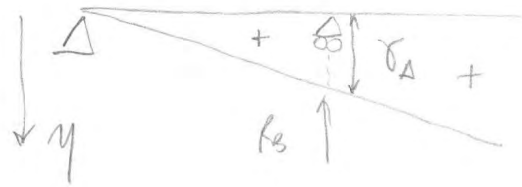
la non numeraria deve permettere solo spostamento verticale relativo e non rotazione relative.



SOLO SPOSTAMENTO VERTICALE: $t_g = 0$

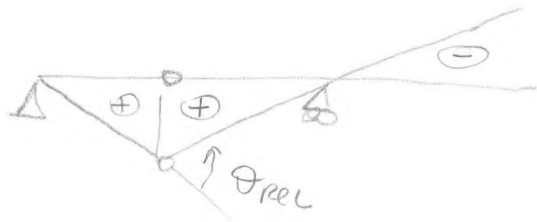
2) L.I. R_B per forze verticali

considero il cedimento dell'appoggio B



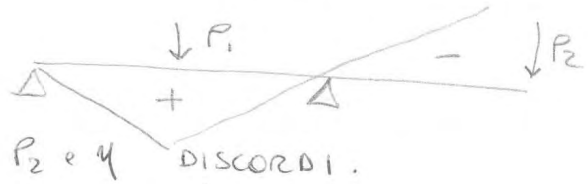
3) L.I. M_C per forze verticali

introduco una cerniera in C: la struttura da ISO \rightarrow LABICE, è formata da tratti rettilinei.



Se mettiamo $P_1 \rightarrow M_C > 0$

Se mettiamo $P_2 \rightarrow M_C < 0$ perché P_2 e η discordi.

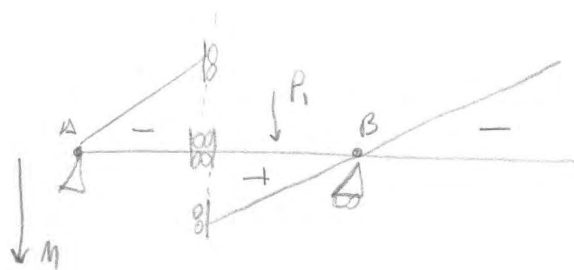


4) L.I. T_C per forze verticali

introduco un doppio pendolo: lo L.I. deve passare per A, B.

Se mettiamo $P_1 \rightarrow T_C > 0$

perché P_1, η sono concordi.



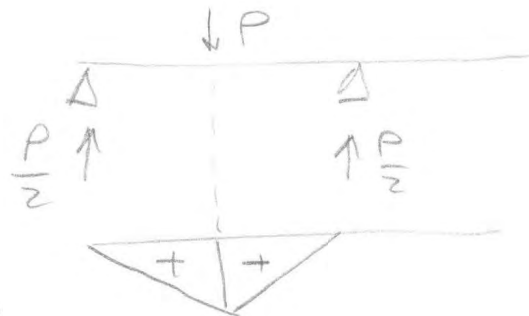
5) L.I. M_B per forze verticali

introduco una cerniera in B: da A-B tratto orizzontale, oltre B rotazione verso l'alto. Perché L.I. M_B ha questo andamento?

AB: L.I. deve coincidere con l'axe della struttura.

Se la forza è applicata in campata, il momento in B è nullo.

Se la forza è applicata nello sbalzo, il momento non è nullo.



Alex duce :

$$L I_{T_{B_{Dx}}} - L I_{T_{B_{Sx}}} = L I_{R_B}$$

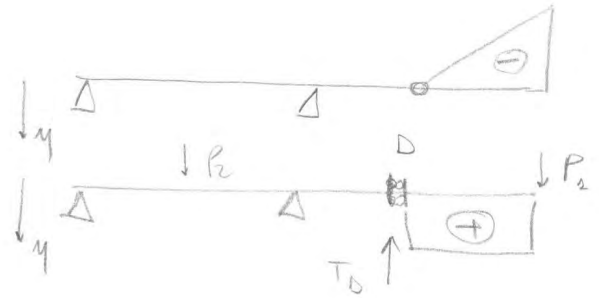
6) L.I. M_D per forze verticali

7) L.I. T_D per forze verticali

Stesso ragionamento di $T_{B_{Sx}}$.

Potremmo verificare che $T_D = P_1$

se mettiamo P_2 , $T_D = 0$ perché P_2 non influenza la L.I.

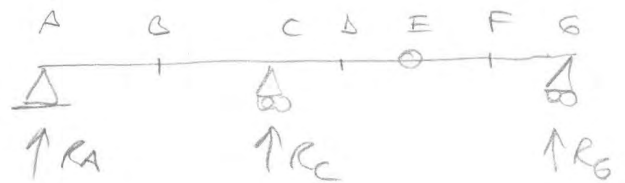


ES. 6



A cosa quadrare il corso
con la cerniera in B.

la struttura è ipostatica



1) L.I. R_A per forze verticali

Impongo un cedimento
verticale e applico le
condizioni di pirogaggio nei conelli.

Diagramma di spostamenti con tratti rettilinei.

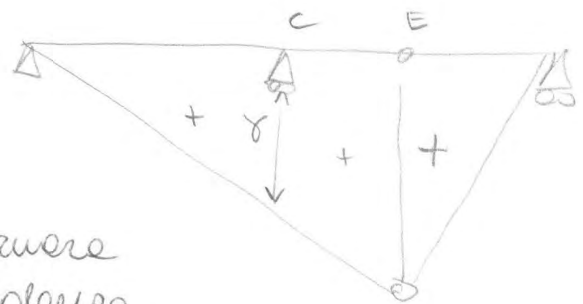
Diagramma di spostamenti con tratti rettilinei.



2) L.I. R_C per forze verticali

Applico un cedimento in C:

per continuità ho il tratto
rettilineo fino E; dopo E (cerniera
interna) ho il cambio di pendenza.



3) L.I. R_G per forze verticali



L.I. M_F

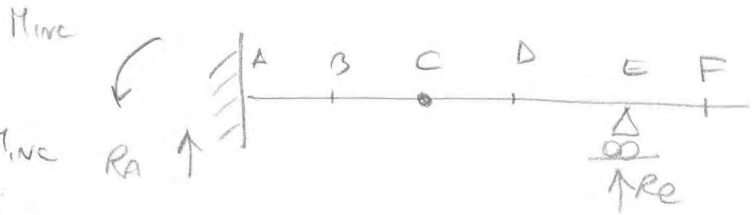


L.I. T_F



ESERCIZIO A CASA:

Calcolare L.I. per R_v , M_{max} e T, π nelle sezioni.



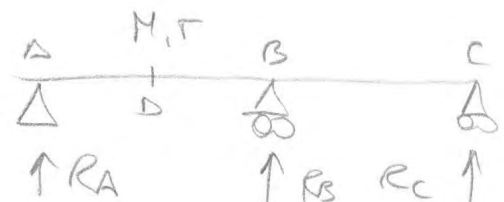
STRUTTURE IPERSTATICHE

L.I. per R_v e Costituenti di sollecitazione

ES. 1

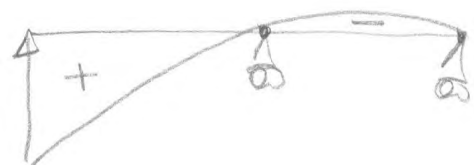
Struttura 1-velta iperstatica

perché è soggetta a sole forze verticali: nelle strutture continue il grado di iperstaticità è uguale al numero di appoggi interni.



1) L.I. R_A per forze verticali

Applicando un cedimento in A la struttura diventa isostatica e non labile, cambiano le L.I.

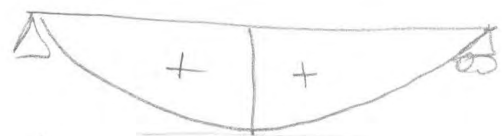


il diagramma curvilineo è fatto per spostamenti verticali, quindi deve porre per i e conelli.

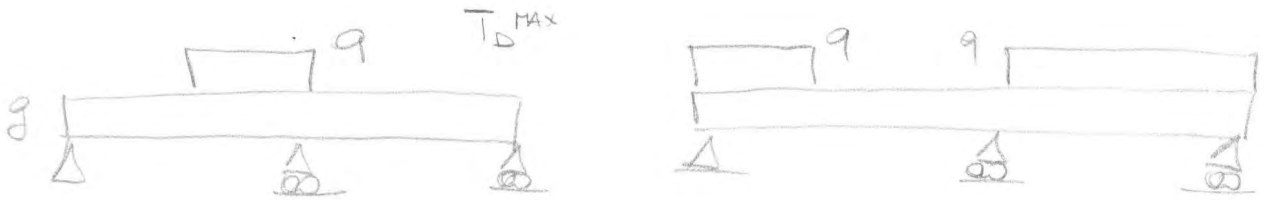
2) L.I. R_B per forze verticali



devono avere la stessa t_g



Calcolo T_D^{MAX} e T_D^{MIN}

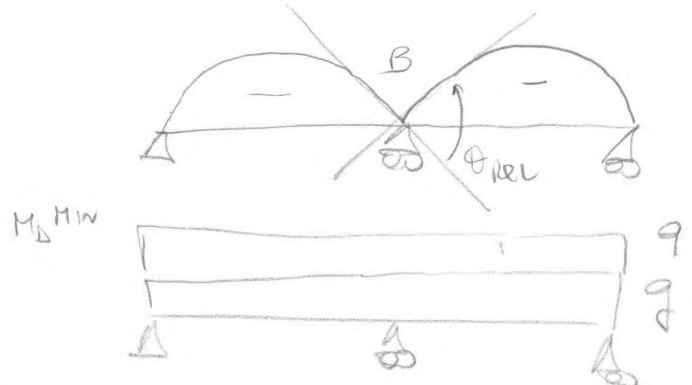
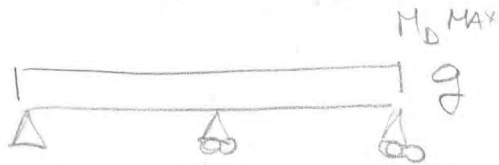


T_D^{MAX} : il carico variabile q va messo dove la L.I. ha segno positivo per ottenere T_D^{MAX} .

T_D^{MIN} = messo q dove la L.I. è negativa per avere T_D^{MIN} .

6) L.I. M_B per forze verticali

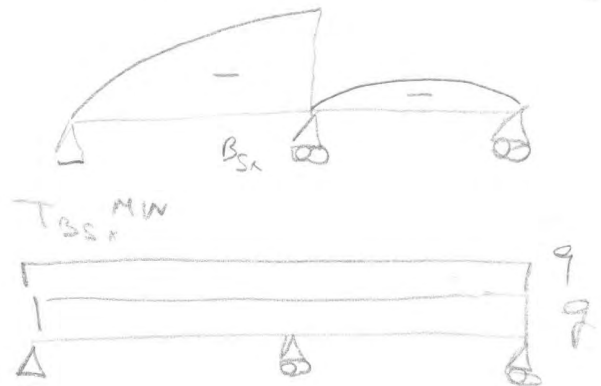
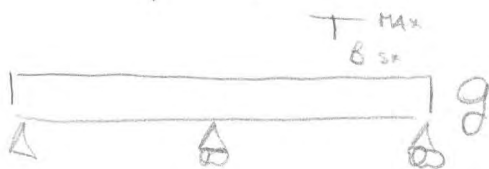
Calcolo M_D^{MAX} e M_D^{MIN}



Per ottenere M_D^{MAX} messo solo q mentre per ottenere M_D^{MIN} devo mettere q su tutta la struttura.

7) L.I. T_B^{S+} per forze verticali.

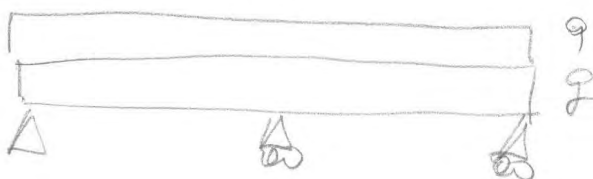
Come disporre i carichi?



L.I. T_B^{D+} per forze verticali



Come disporre i carichi?



COMBINAZIONE DELLE AZIONI EN 1990

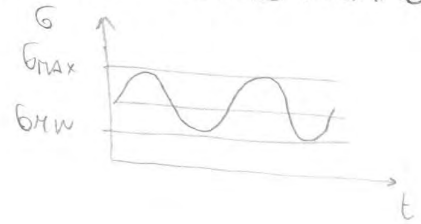
Una struttura dev'essere verificata sia per lo SLU (colono) che SLE (funzionalità) della struttura.

Le SLE sono fortemente legate al materiale della struttura MA

SOLO SLU: • con STR $M_{sda} \leq M_{eda}$ STATO LIMITE STRUTTURALE

- EQU equilibrio struttura, intero come corpo rigido
- GEO quando interviene la resistenza del terreno
- FAT la fatica si ha quando le sollecitazioni di tensione che provocano rottura anche se siano lontani dal carico massimo.

Se aumento l'ampiezza dei cicli cambia il tempo di rottura per fatica:



1) VALORE DI CALCOLO STR

Nell' Eurocodice si scrive $M_{sda} \leq M_{eda} \rightarrow E_d \leq R_d$

il valore di calcolo delle sollecitazioni dev'essere inferiore al valore di calcolo delle resistenze

$$E_d = \gamma_{sd} E \quad \{ \gamma_{fi} \cdot F_{rep,i} ; ad \}$$

γ_{sd} = fattore parziale che tiene conto delle incertezze sugli effetti delle azioni

$\gamma_{sd} = 1.20$ azioni permanenti $\gamma_{sd} = 1.1$ a. variabili

γ_{sd} moltiplica il valore di calcolo dell'effetto delle azioni

$F_{rep,i}$ cambia in funzione della combinazione

$F_{rep,i} \rightarrow F_k$ valore caratteristico
 $F_{rep,i} \rightarrow \psi_0 F_k$
 $F_{rep,i} \rightarrow \psi_1 F_k$
 $F_{rep,i} \rightarrow \psi_2 F_k$

(ψ_0, ψ_1, ψ_2) = coefficienti di combinazione

$\gamma_{fi} \rightarrow \gamma_g$ PERMANENTI

$\gamma_{fi} \rightarrow \gamma_q$ VARIABILI

γ_{fi} = fattore parziale

ad = fattore di calcolo delle dimensioni geometriche

E_d = valore di calcolo delle azioni

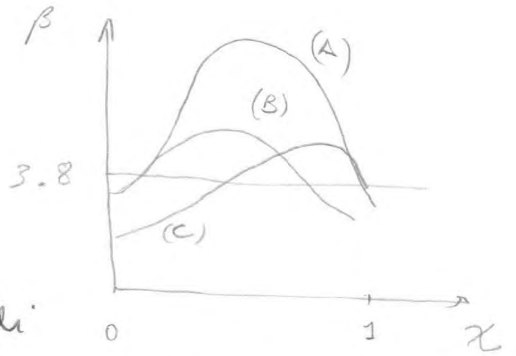
$$E_d = E \quad \{ \gamma_{Fi} \cdot F_{rep,i} ; ad \}$$

FORZA PIU'
COMBINATA

Il valore di target di β che mi vuole ottenere è $\beta = 3.8$

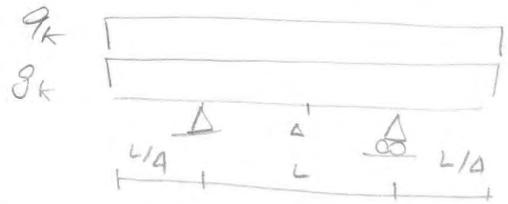
Scrivo i valori per le espressioni (a), (b) e (c):

l'espressione (A) fornisce dei valori di misura più soddisfacenti di (B), (C), quindi la usiamo.



ESEMPIO 1 (ESAME)

Struttura sovrapposta a arco permanente e variabile delle quali calcolo il valore caratteristico.



Ed \rightarrow M_{sdA} , devo combinare le 2 azioni per trovare il valore di calcolo Ed.

- PROCEDIMENTO:
- 1- DISPONGO CARICHI
 - 2- COMBINAZIONE DELLE AZIONI, scelgo γ_g, γ_q

Per questi esercizi devo calcolare il valore MASSIMO e MINIMO del momento flettente.

M_{sdA}^{MAX}

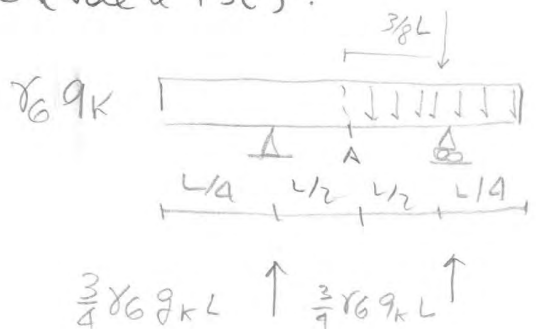
$\gamma_g g_k$



- le azioni permanenti le metto su tutta la struttura
- le azioni variabili le metto in riserva.

Per scegliere il valore di γ_g, γ_q compango questo schema di carico in schemi di carico separati per avere degli schemi soggetti ad un UNICO CARICO (Vede il PSE).

SCHEMA 1 - CARICO PERMANENTE



le reazioni negli appoggi

valgano $\frac{3}{4} \gamma_g g_k L$.

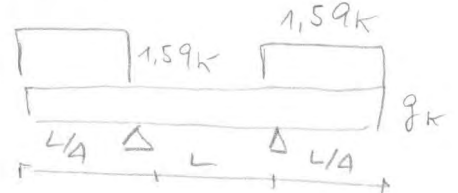
$$M_A(\gamma_a q_k) = \gamma_a q_k \frac{L}{4} \frac{L}{2} - \gamma_a q_k \frac{L}{4} \left(\frac{L}{2} + \frac{L}{8} \right) =$$

$$= \gamma_a q_k \frac{L^2}{8} - \gamma_a q_k \frac{L}{4} \cdot \frac{5}{8} L = -\frac{1}{32} \gamma_a q_k L^2$$

$$M_{sda}^{nw} = M_A(\gamma_G q_k) + M_A(\gamma_a q_k) = \frac{3}{32} \gamma_G q_k L^2 - \frac{1}{32} \gamma_a q_k L^2$$

Scelgo $\gamma_G = 1$ e $\gamma_a = 1.5$ per avere M_{sda}^{nw}

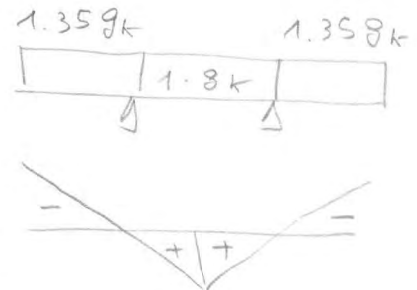
$$M_{sda}^{nw} = \frac{3}{32} q_k L^2 - \frac{3}{64} q_k L^2$$



Osservazione: la situazione è diversa se i carichi hanno diversa ENTITA'.

Poiché sfruttare il carico permanente?

Nella realtà non si fa perché la trave viene gettata con un unico getto
 → sistema di distribuzione di probabilità



In questo caso assumo come valore caratteristico di q_k il valore medio (pesato) di battenti nelle EQU).

Altro modo per scrivere M_{sda}^{nw}

$$M_{sda}^{nw} = \gamma_G \left(\frac{3}{32} q_k L^2 \right) + \gamma_a \left(-\frac{1}{32} q_k L^2 \right)$$

$$= \gamma_G M_{GKA} + \gamma_a M_{aKA} = 1 \cdot M_{GKA} + 1.5 M_{aKA}$$

Il vantaggio di questa scrittura è notabile perché q_k è noto quindi nello calcolo (M_{GKA}, M_{aKA}) sono dei numeri



Questo metodo vale se la teoria è studiata nell'ambito elastico lineare (non fenomeni del 2° ordine).