NUMERO: 597 DATA: 23/07/2013

A P P U N T I

STUDENTE: Marsicovetere

MATERIA: Meccanica delle Macchine + Eserc.
Prof. Jacazio

Al fondo del quaderno sono presenti i testi delle esercitazioni.

Gli esercizi con la dicitura "LIBRO" si riferiscono al libro:

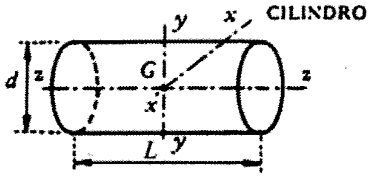
Titolo: ESERCIZI DI MECCANICA APPLICATA ALLE MACCHINE
Autori: Jacazio – Pastorelli
Edizioni: Levrotto & Bella
ISBN: 8882181219

Le esercitazioni, accompagnate da un paio di esercizi del libro per ogni capitolo, sono più che sufficienti a passare l'esame.

Il formulario ad inizio quaderno è quello ufficiale del professore che permette di portare all'esame.

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 3 di 205

3. Momenti d'inerzia di un cilindro



$$\begin{cases} I_x = I_y = \dfrac{m}{4}\left(\dfrac{d^2}{4} + \dfrac{L^2}{3}\right) \\ I_z = \dfrac{m\, d^2}{8} \end{cases}$$

4. Urti

Coefficiente di restituzione:

$$e = -\frac{V_1^+ - V_2^+}{V_1^- - V_2^-}$$

dove V_1, V_2 sono le velocità dei corpi (1) e (2),
(–) è la velocità prima dell'urto,
(+) è la velocità dopo l'urto,

5. Equilibramento dinamico dei rotori

Coppia d'inerzia:

$$M'_G = \omega^2\, (I - J) \sin\alpha\, \cos\alpha$$

dove ω è la velocità angolare,
I è il momento d'inerzia polare,
J è il momento d'inerzia diametrale,
α è l'angolo fra l'asse di rotazione e l'asse principale d'inerzia,

6. Rendimento in un ingranaggio a vite

Rendimento diretto:

$$\eta = \frac{C_R\ \omega_2}{C_V\ \omega_1} = \frac{\cos\vartheta_n - f\ \tan\alpha}{\cos\vartheta_n + (f/\tan\alpha)}$$

Rendimento inverso:

$$\eta' = \frac{C_V\ \omega_1}{C_R\ \omega_2} = \frac{\cos\vartheta_n - (f/\tan\alpha)}{\cos\vartheta_n + f\ \tan\alpha}$$

dove α è l'angolo di inclinazione dell'elica rispetto al piano normale all'asse,
f è il coefficiente d'attrito,
ϑ_n è l'angolo di pressione nel piano normale,

Dipartimento
di Meccanica
Politecnico di Torino

8. Vibrazioni

Risposta di un sistema a un grado di libertà a un comando impulsivo:

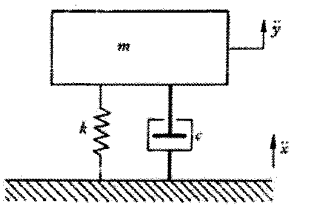
$$x = \frac{V_0}{\sigma_n \sqrt{1-\zeta^2}} \, e^{-\zeta \sigma_n t} \sin\left(\sigma_n \sqrt{1-\zeta^2}\, t\right)$$

dove V_0 è la velocità iniziale,
σ_n è la pulsazione propria di oscillazione del sistema non smorzato,
ζ è il fattore di smorzamento,
t è il tempo,

Risposta in frequenza: massima amplificazione della risposta:

$$Q = \frac{1}{2\,\zeta \sqrt{1-\zeta^2}}$$

Vibrazioni casuali:
valore quadratico medio dell'accelerazione di un sistema a un grado di libertà sottoposto a un'eccitazione $\ddot{x}$ caratterizzata da un rumore bianco di ampiezza W_0:

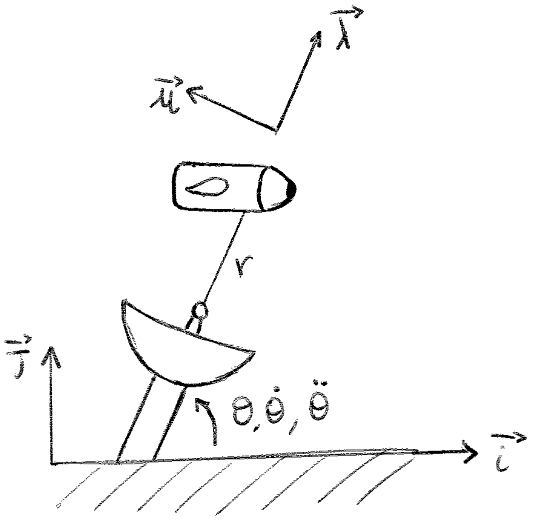


$$\overline{\ddot{y}}^2 = \frac{\pi\, W_0\, f_n}{4\,\zeta}$$

dove f_n è la frequenza di risonanza del sistema non smorzato espressa in Hz,
ζ è il fattore di smorzamento,

Dipartimento
di Meccanica
Politecnico di Torino

PROBLEMA 2



$\theta = 60°$

$r = 80$ Km

$\dot{r} = 1200$ m/s

$\dot{\theta} = -0{,}8°/s$

$g = 9{,}2$ m/s^2

Determinare il valore della velocità V del razzo e i valori r e θ delle accelerazioni di allontanamento del razzo dal radar e angolare

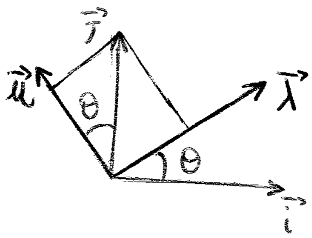
$$\vec{V} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{d(r\vec{\lambda})}{dt} = \frac{dr}{dt}\vec{\lambda} + r\frac{d\vec{\lambda}}{dt} = \dot{r}\vec{\lambda} + r(\vec{\omega}\wedge\vec{\lambda}) = \dot{r}\vec{\lambda} + \dot{\theta} r \vec{u}$$

$$|v| = \sqrt{\dot{r}^2 + (r\ddot{\theta})^2} = \sqrt{1200^2 + 1117^2} = 1639{,}46 \frac{m}{s}$$

$$\vec{a} = -g\vec{J} = \frac{d\vec{v}}{dt}$$

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = \ddot{r}\vec{\lambda} + \dot{r}\dot{\theta}\vec{u} + \dot{r}\dot{\theta}\vec{u} + r\ddot{\theta}\vec{u} - r\dot{\theta}^2\vec{\lambda} = (\ddot{r} - r\dot{\theta}^2)\vec{\lambda} + (2\dot{\theta}\dot{r} + r\ddot{\theta})\vec{u}$$

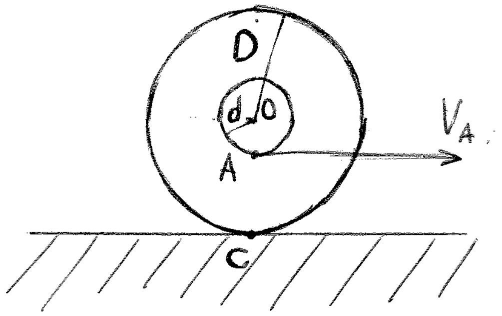
$-g\vec{J} =$



$$= \begin{cases} -g \operatorname{sen}\theta = a_\lambda \\ -g\cos\theta = a_u \end{cases}$$

2

PROBLEMA 3



$D = 1{,}6\,m$

$d = 0{,}6\,m$

$V_A = 0{,}3\,m/s$

Determinare la velocità angolare del rullo e la velocità del suo centro O

$$\omega = \frac{V_c}{\overline{AC}} = \frac{0{,}3}{0{,}5} = 0{,}6\,rad/s$$

$$V_O = \omega \cdot \overline{OC} = 0{,}6 \cdot 0{,}8 = 0{,}48\,m/s$$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 11 di 205

$$\vec{a}_A = \underbrace{\vec{a}_{Ar}}_{=0} + \vec{a}_{Ac} + \vec{a}_{At}$$

$=0$ ⇝ l'uomo ha moto costante

$$\vec{a}_{At} = \vec{a}_c + \ddot{\theta}\vec{k} \wedge \vec{CA} - \dot{\theta}^2 \vec{CA}$$

$$\vec{a}_{AC} = 2\vec{\omega} \wedge \vec{V}_{REL}$$

$$\vec{a} = \vec{a}_c + \ddot{\theta}\vec{k} \wedge \vec{CA} - \dot{\theta}^2 \vec{CA} + 2\vec{\omega} \wedge \vec{V}_{REL} =$$

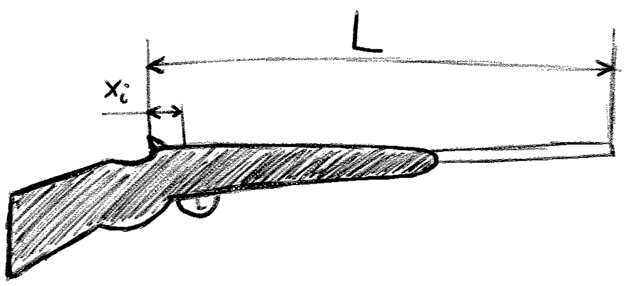
$$= \vec{a}_c + \ddot{\theta} CA_x \vec{j} - \ddot{\theta} CA_y \vec{i} - \dot{\theta}^2 CA_x \vec{i} - \dot{\theta}^2 CA_y \vec{j} + 2\dot{\theta} V_{REL} \cos\theta \vec{j} +$$

$$- 2\dot{\theta} V_{REL} \operatorname{sen}\theta \vec{i}$$

$$\vec{a} = \left(a_c - \ddot{\theta} CA_y - \dot{\theta}^2 CA_x - 2\dot{\theta} V_{REL} \operatorname{sen}\theta \right) \vec{i} + \left(\ddot{\theta} CA_x - \dot{\theta}^2 CA_y + 2\dot{\theta} V_{REL} \cos\theta \right)$$

$$= -0{,}716\,\vec{i} + 5{,}838\,\vec{j}$$

4.2



$$a = \frac{K}{x}$$

$x_i = 7,5$ mm

$L = 760$ mm

$V_L = 600$ m/s

$x_m = 380$ mm

Calcolare l'accelerazione a metà del fucile a_m

$$a = \frac{dv}{dt} \qquad v = \frac{dx}{dt} \qquad dx = v\,dt$$

$$dt = \frac{dv}{a} \qquad dx = \frac{v\,dv}{a}$$

$$dx = \frac{v\,dv}{\frac{K}{x}} \qquad \int_{x_i}^{L} \frac{1}{x}\,dx = \int_0^{V_L} \frac{v\,dv}{K}$$

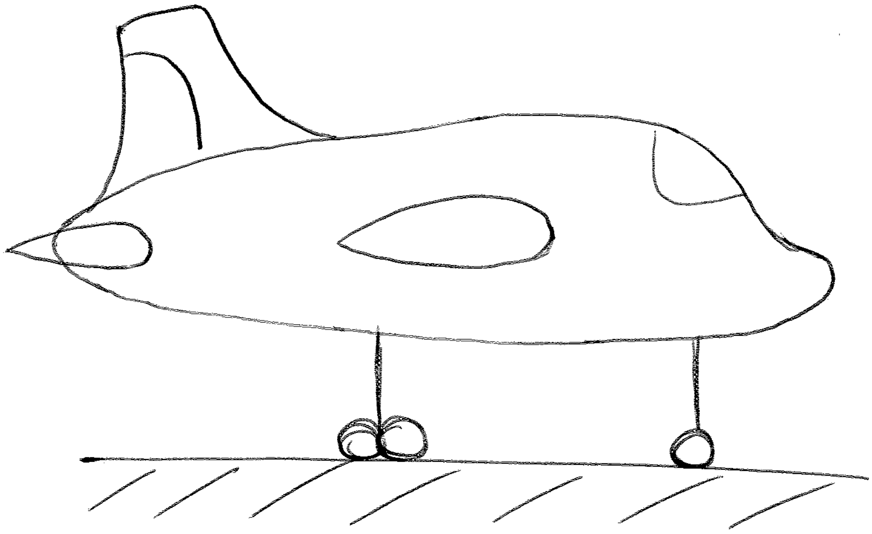
$$\left[\log x\right]_{x_i}^{L} = \frac{1}{K}\left[\frac{v^2}{2}\right]_0^{V_L}$$

$$K = \frac{V_L^2}{2} \cdot \frac{1}{\log\frac{L}{x_i}} = \frac{600^2}{2} \cdot \frac{1}{\log\frac{0,760}{0,0075}} = 38974,4\ \frac{m^2}{s^2}$$

$$a_m = \frac{K}{x_m} = \frac{38974,4}{0,380} = 102564,228\ \frac{m}{s^2}$$

2

LIBRO 1.3



$a = 1{,}6\ m/s^2$

$V_D = 200\ km/h$

$V_v = 20 km/h$

Determinare il tempo e lo spazio di decollo t_D ed S_D, anche nella condizione di vento contrario

$$t_D = \frac{V_D}{a} = \frac{55{,}\bar{5}}{1{,}6} = 34{,}7\bar{2}\ s$$

$$S_D = \frac{1}{2} a t_D^2 = 964{,}5\ m$$

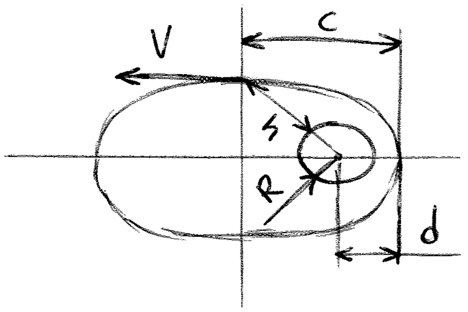
con il vento:

$$t_{Dv} = \frac{V_v}{a} = 31{,}25\ s$$

$$S_D = \frac{1}{2} a t_{Dv}^2 = 781{,}25\ m$$

4

LIBRO
1.8



$V = 17970 \ km/h$

$$g = g_0 \left[\frac{R}{R+h} \right]^2$$

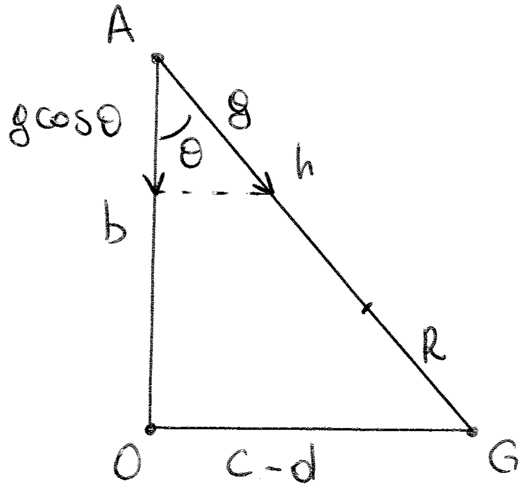
$g_0 = 9{,}821 \ m/s^2$

$R = 6371 \ km$

$b = 13860 \ km \qquad c = 16000 \ km$

$d = 8000 \ km$

Trovare il raggio di curvatura ρ



$$\overline{AG} = R + h = \sqrt{b^2 + (c-d)^2}$$

$$\overline{AG} = 16003 \ km$$

$$g = g_0 \left[\frac{6371}{16003} \right]^2 = 1{,}557 \ m/s^2$$

$$\cos\theta = \frac{b}{\overline{AG}} \rightarrow \theta = \arccos \frac{b}{\overline{AG}} = 30°$$

$$a_c = g\cos\theta = \frac{V^2}{\rho}$$

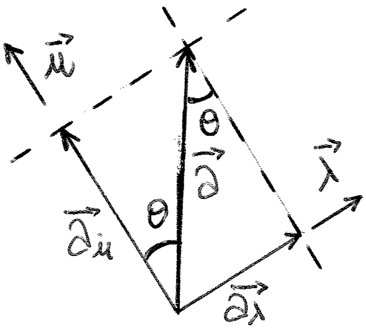
$$\rho = \frac{V^2}{g\cos\theta} = \left(\frac{17970}{3{,}6}\right)^2 \cdot \frac{1}{1{,}557 \cdot \cos 30°} = 18478 \ km$$

6

LIBRO 1.20

$$\vec{a} = (\ddot{r} - r\dot{\theta}^2)\vec{\lambda} + (r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta})\vec{\mu} = a_\lambda \vec{\lambda} + a_\mu \vec{\mu}$$

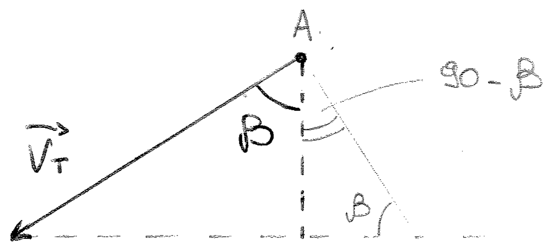
$$a_\lambda = \ddot{r} - r\dot{\theta}^2 = 17{,}8 \ m/s^2$$



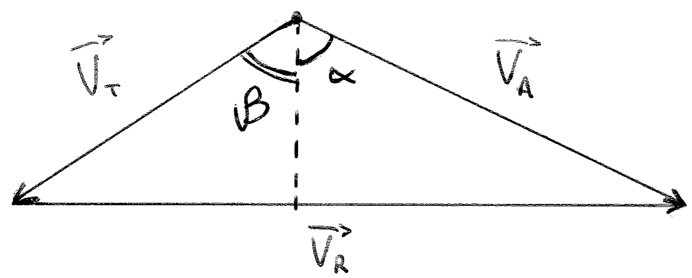
$$a_\lambda = a \cdot \text{sen}\,\theta \qquad a = \frac{a_\lambda}{\text{sen}\,\theta}$$

$$a = \frac{17{,}8}{\sqrt{3}} \cdot 2 = 20{,}55 \ m/s^2$$

$$V_T = \omega_2 \vec{k} \wedge \overrightarrow{O_2A}$$



triangolo delle velocità:

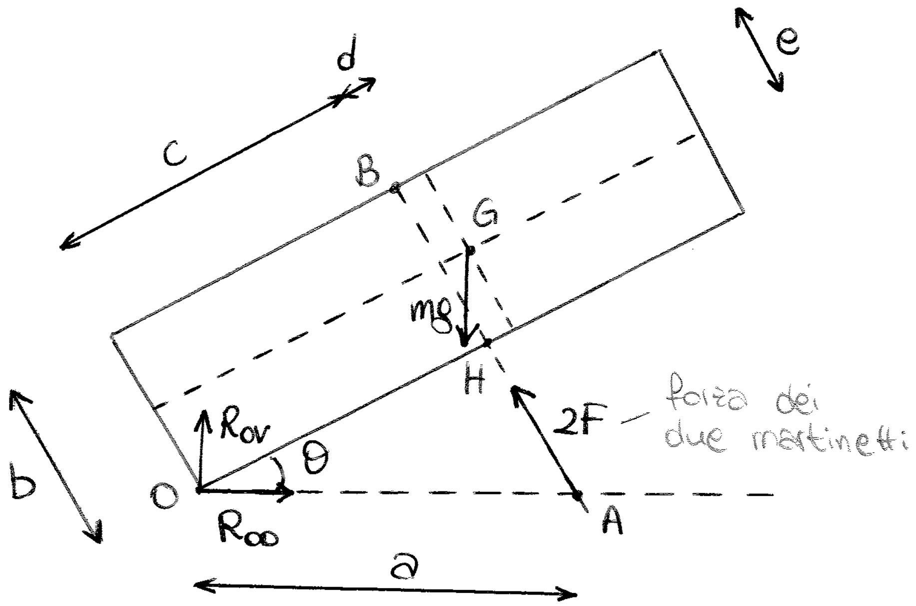


$$\begin{array}{l} \rightarrow \\ \uparrow \end{array} \begin{cases} V_R = V_T \operatorname{sen}\beta + V_A \operatorname{sen}\alpha \\ V_T \cos\beta = V_A \cos\alpha \end{cases}$$

$$\begin{cases} V_R = V_A \cos\alpha \operatorname{tg}\beta + V_A \operatorname{sen}\alpha & = 8{,}25 \ m/s \\ V_T = V_A \dfrac{\cos\alpha}{\cos\beta} & = 5{,}031 \ m/s \end{cases}$$

$$\omega_2 = \frac{V_T}{O_2A} = 5{,}63 \ \frac{rad}{s}$$

PROBLEMA 7



Determinare la forza di compressione agente sui martinetti per la posizione in cui l'asse $\overline{AB}$ è perpendicolare all'asse del tubo di lancio

$a = 5m$
$b = 2,5m$
$c = 4,5m$
$d = 0,5m$
$e = 1,25m$
$m = 6t$

$\overline{OH} = a \cdot \cos\theta = c$

$\cos\theta = \frac{c}{a}$

$\theta = \arccos\left(\frac{c}{a}\right) = 25,84°$

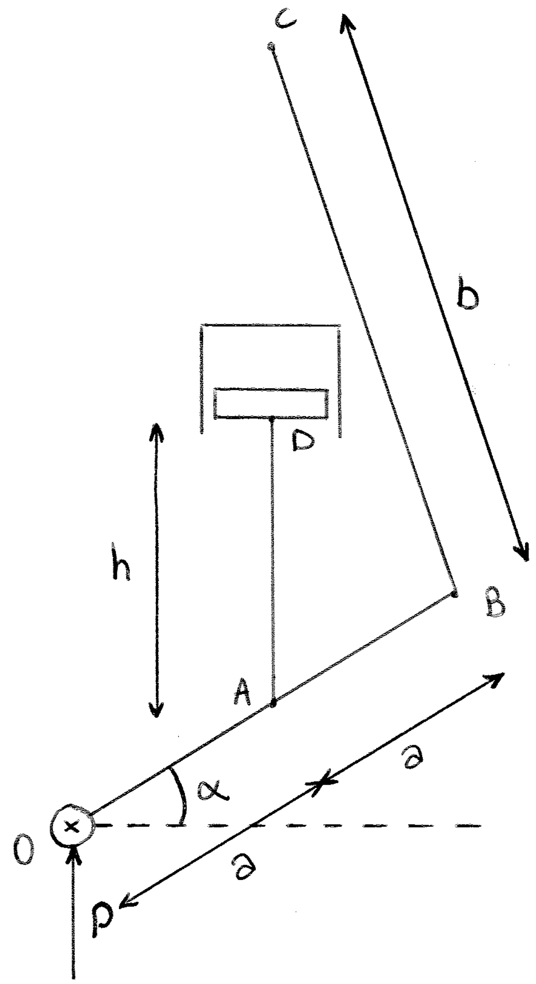
$$O) \quad 2F \cdot c + mg \cdot sen\theta \cdot (b-e) - mg \cdot \cos\theta\,(c+d) = 0$$

$$F = \frac{mg \cdot \cos\theta(c+d) - mg \cdot sen\theta\,(e)}{2c}$$

2

$$F = \frac{264874,3\ N \cdot m - 32091,48\,N \cdot m}{2 \cdot 4,5\,m} = 25864,75N$$

PROBLEMA 9



$P = 30\ kN$

$a = 300\ mm$

$b = 800\ mm$

$\theta = 30°$

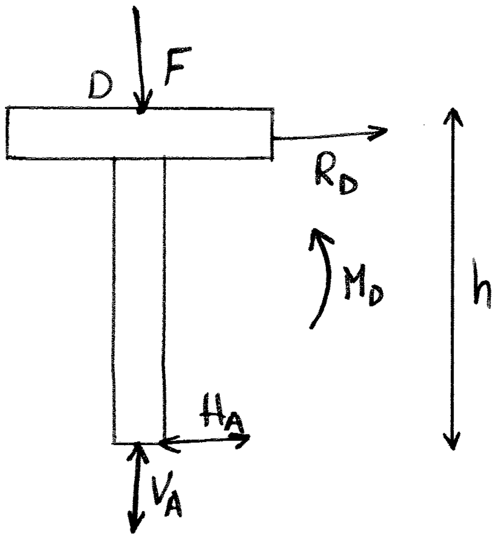
$h = 600\ mm$

Determinare l' equilibrio del carrello

4.1

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 27 di 205

equilibrio del pistone:



$\uparrow \quad F = -V_A$

$\longrightarrow \quad R_D = -H_A$

$A) \quad M_D = R_D \cdot h = -H_A \cdot h$

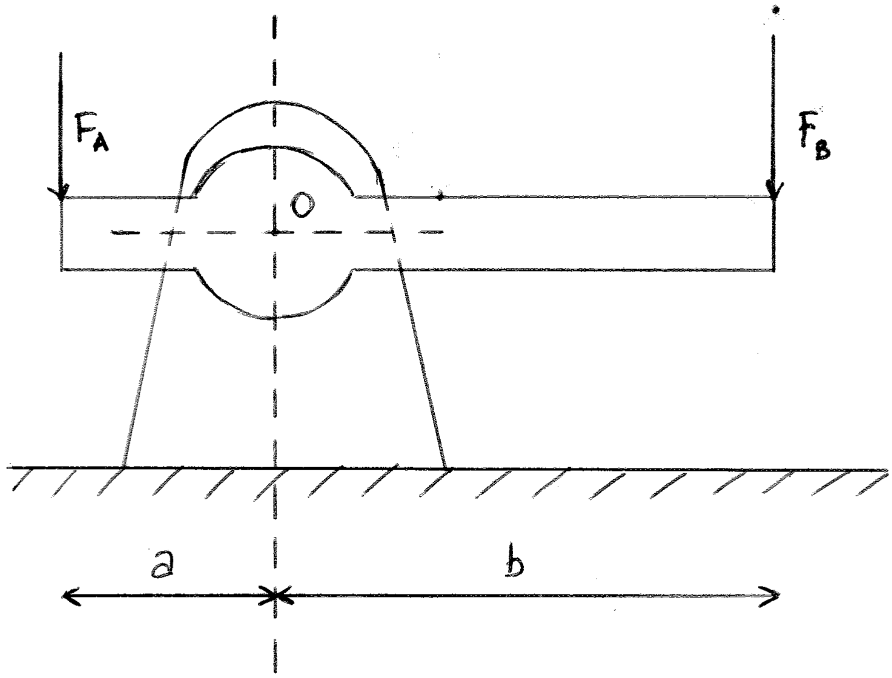
$F = +\,55'982\,N$

$R_D = +\,8'921\,N$

$M_D = +\,5'352\,N \cdot m$

4.2

PROBLEMA 12



$a = 150 mm$
$b = 350 mm$
$r = 20 mm$ → raggio cerniera
$f = 0,4$ → attrito perno
$F_B = 100 N$

Si determini F_A per garantire velocità costante alla rotazione, in verso orario o antiorario.

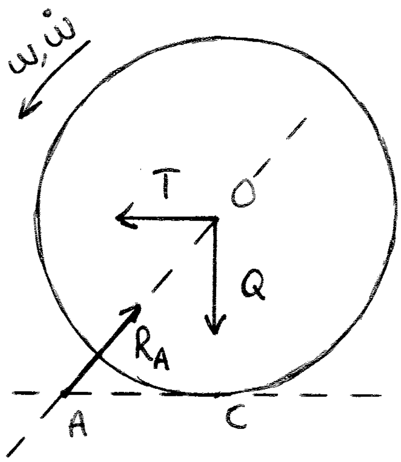
↑ $R = F_A + F_B$

$\rho = r \cdot sen\,\varphi$ $\qquad \varphi = arctg\, f = 21,80°$

$\rho = 20 \cdot sen\,\varphi = 7,428\ mm$

6

PROBLEMA 13



$d = 1194\,mm$

$m = 360t$

$L = 60\%\,m$

$V = 200\,\frac{Km}{h}$

$f_0 = 0{,}01 + 1{,}5 \cdot 10^{-6}\omega^2$

$N = 16$ ruote

Si trovi il valore di T su ogni ruota

caso $V=0 \rightarrow \omega = 0$

$f_V = 0{,}01 \qquad \frac{T}{Q} = f_V \qquad Q = \frac{m \cdot g}{16} = 220'725\,N$

$T = f_V \cdot Q = 2207{,}25\,N$

caso $V = 200\,\frac{km}{h} = 55{,}\overline{55}\,m/s$

$\omega = \frac{V}{r} = \frac{V}{d/2} = 93{,}02\,\frac{rad}{s}$

$f_V = 0{,}01 + 0{,}015 \cdot 10^{-3}\omega^2 = 0{,}023$

7

$T = Q \cdot f_V = 5074{,}39\,N \rightarrow$ senza portanza

$Q_i = \frac{mg}{16} - 0{,}6\,\frac{mg}{16} = 0{,}4\,\frac{mg}{16} = 88'290N \rightarrow$ peso con portanza

$T = Q_i \cdot f_V = 2029{,}76N$

$$a_A = -0{,}4462\vec{\lambda} + 0{,}1396\vec{\mu} + \ddot{x}\vec{i} =$$ → rispetto al terreno

$$= -0{,}4462\vec{\lambda} + 0{,}1396\vec{\mu} - 3{,}464\vec{\lambda} - 2\vec{\mu} =$$

$$= 3{,}9062\vec{\lambda} - 1{,}8604\vec{\mu}$$

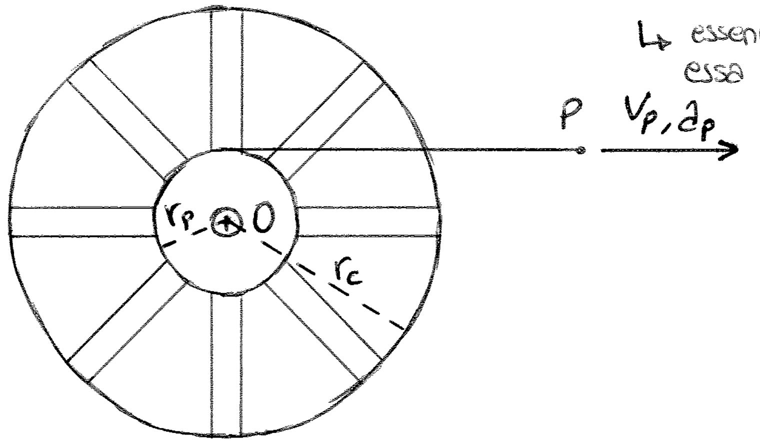
$r_c = 120$ mm

$r_p = 100$ mm

$V_p = 2,2 \ m/s$

$a_p = 1,3 \ m/s^2$

↳ essendo del punto P, essa è tangenziale



Determinare la velocità angolare ω, l'accelerazione angolare $\dot{\omega}$, la componente centripeta dell'accelerazione a_c e il valore dell'accelerazione complessiva a in un punto sul cestello

$$\omega = \frac{V_p}{r_p} = \frac{2,2}{0,1} = 22 \ \frac{rad}{s}$$

$$\dot{\omega} = \frac{a_p}{r_p} = \frac{1,3}{0,1} = 13 \ \frac{rad}{s^2}$$

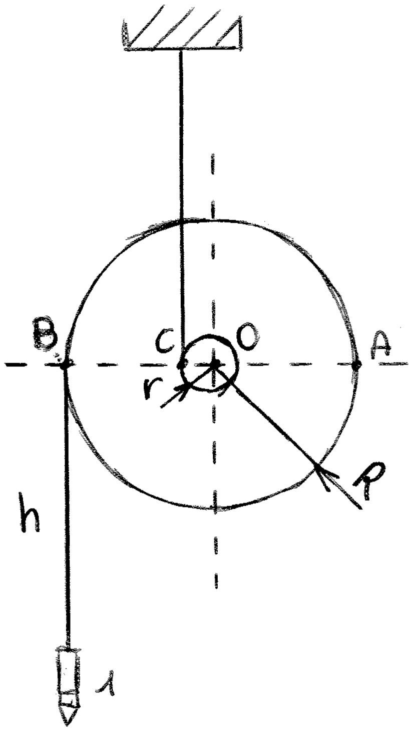
$$a_c = \omega^2 \cdot r_c = 22^2 \cdot 0,12 = 58,08 \ m/s^2$$

$$a_t = \dot{\omega} \cdot r_c = 13 \cdot 0,12 = 1,56 \ m/s^2$$

$$a = \sqrt{a_c^2 + a_t^2} = \sqrt{58,08^2 + 1,56^2} = 58,1 \ m/s^2$$

2

LIBRO 1.25



$h = 1500 mm$

$d = 80 mm$

$R = 200 mm$

$a_1 = 0,1\ m/s^2$

$V_0 = 0$

Determinare accelerazione di O e velocità di A

$$s = \frac{1}{2} a_1 t^2 \qquad t = \sqrt{\frac{2s}{a_1}} = 5,477\ s$$

$$V_B = V_1 = 0,5477\ m/s = a_1 t$$

$$V_A = V_B \cdot \frac{\overline{AC}}{\overline{BC}} = V_B \cdot \frac{R+r}{R-r} = 0,821\ m/s$$

$$a_O = a_B \cdot \frac{\overline{OC}}{\overline{BC}} = a_B \cdot \frac{r}{R-r} = 0,025\ m/s^2$$

4

LIBRO
1.28

$$\alpha = \operatorname{arcsen}\left[\frac{\overline{AC}\cdot\cos\frac{\theta}{2}}{\overline{AO}}\right]$$

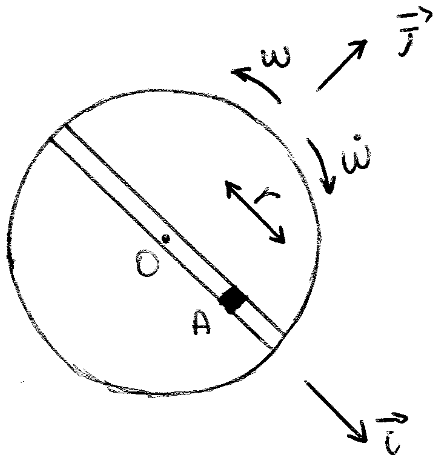
$$V_A = \frac{\omega\overline{AC}\cdot\operatorname{sen}\frac{\theta}{2}}{\cos\alpha}$$

$$V = \omega\overline{AC}\cdot\cos\frac{\theta}{2} + \omega\overline{AC}\cdot\operatorname{sen}\frac{\theta}{2}\operatorname{tg}\alpha$$

$$\omega = \frac{V}{\overline{AC}\left(\cos\frac{\theta}{2}+\operatorname{sen}\frac{\theta}{2}\operatorname{tg}\alpha\right)}$$

$$\omega = \frac{V}{\overline{AC}\left(\cos\frac{\theta}{2}+\operatorname{sen}\frac{\theta}{2}\cdot\operatorname{tg}\left[\operatorname{arcsen}\left[\frac{\overline{AC}\cdot\cos\frac{\theta}{2}}{\overline{AO}}\right]\right]\right)}$$

$$\omega = 0{,}433\ \frac{rad}{s}$$



$r = 180\,mm$

$\dot{r} = 115\ mm/s$

$\ddot{r} = 1025\ mm/s^2$

$\omega = 5\ rad/s$

$\dot{\omega} = 12\ rad/s^2$

Determinare velocità ed accelerazione assolute di A

$$V_A = \dot{r}\vec{i} + \omega r \vec{j} = 0{,}115\vec{i} + 0{,}9\vec{j}\ m/s$$

$$a_A = \frac{dV_A}{dt} = \ddot{r}\vec{i} + \dot{r}\omega\vec{j} - \dot{\omega}r\vec{j} - \omega^2 r\vec{i} + \dot{r}\omega\vec{j} =$$

$$= \vec{i}\left(\ddot{r} - \omega^2 r\right) + \vec{j}\left(2\dot{r}\omega - \dot{\omega}r\right) =$$

$$= -3{,}475\vec{i} - 1{,}01\vec{j}\ m/s^2$$

7

LIBRO 1.31

$$V_R = (V_A + \omega r \cdot \cos\alpha) \cdot \frac{1}{\operatorname{sen}\alpha}$$

$$V_B = V_R \cos\alpha + \omega r \operatorname{sen}\alpha$$

$$r = \overline{AB} = \sqrt{(a-r_2)^2 + (b-r_1)^2} = 0{,}25 \text{ m}$$

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{b-r_1}{a-r_2} \rightarrow \alpha = \operatorname{arctg}\frac{b-r_1}{a-r_2} = 53{,}13°$$

$$V_B = V_A \operatorname{cotg}\alpha + \omega r \operatorname{sen}\alpha + \omega r \operatorname{cotg}\alpha \cos\alpha$$

$$V_B - V_A \operatorname{cotg}\alpha = \omega r (\cos\alpha \operatorname{cotg}\alpha + \operatorname{sen}\alpha)$$

$$\omega = \frac{V_B - V_A \operatorname{cotg}\alpha}{r(\cos\alpha \operatorname{cotg}\alpha + \operatorname{sen}\alpha)} =$$

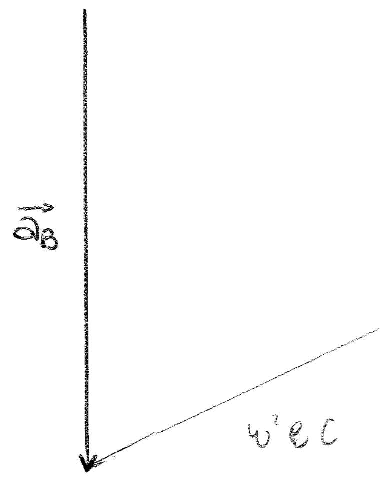
$V_B \cdot \operatorname{sen}\varphi = \omega \overline{BC}$

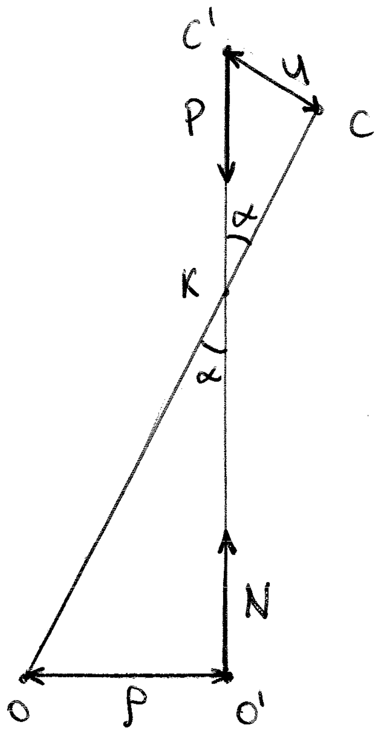
$$\omega = \frac{V_B \cdot \operatorname{sen}\varphi}{\overline{BC}} = 0,7936 \ rad/s = \dot{\varphi}$$

$V_R = V_B \cdot \cos\varphi = 1,1538 \ m/s$

$\vec{a}_B = -\omega_0^2 r \vec{J} = -6,25 \vec{J} \ m/s^2$

$\vec{a}_B = \vec{a}_c + \vec{\omega} \wedge \vec{AB} - \vec{\omega}^2 \vec{AB}$





$$\overline{OK} = \frac{\rho}{\operatorname{sen}\alpha}$$

$$\overline{CK} = \frac{u}{\operatorname{tg}\alpha}$$

$$\overline{OK} + \overline{CK} = \frac{D}{2}$$

$$\frac{\rho}{\operatorname{sen}\alpha} + \frac{u}{\operatorname{tg}\alpha} = \frac{D}{2}$$

$$\operatorname{sen}\alpha = \frac{\operatorname{sen}\alpha}{\sqrt{\operatorname{sen}^2\alpha + \cos^2\alpha}}$$

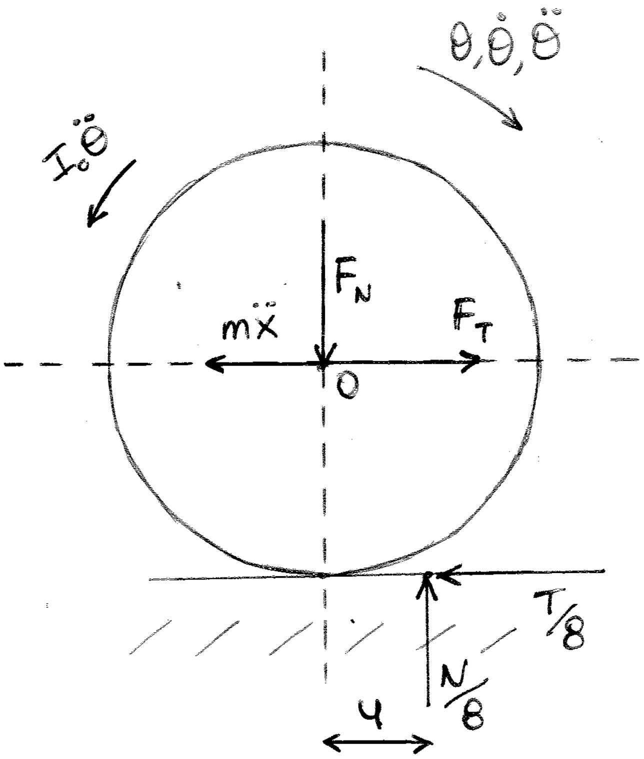
$$\operatorname{sen}\alpha = \frac{\operatorname{tg}\alpha}{\sqrt{\operatorname{tg}^2\alpha + 1}} \sim \operatorname{tg}\alpha \rightarrow \text{per piccoli angoli}$$

$$\frac{\rho}{\operatorname{tg}\alpha} + \frac{u}{\operatorname{tg}\alpha} = \frac{D}{2} \qquad \frac{u+\rho}{\operatorname{tg}\alpha} = \frac{D}{2}$$

$$\frac{1}{\operatorname{tg}\alpha} = \frac{D}{2(u+\rho)} \qquad \operatorname{tg}\alpha = \frac{2(u+\rho)}{D}$$

$$\alpha = \operatorname{arctg}\left[\frac{2(u+\rho)}{D}\right] = 1{,}24°$$

PROBLEMA 16



$M = 65t$

$V = 180\ km/h$

$L = 60\%\ P$

$n = 8$ ruote

$d = 1800\ mm$

$\rho_i = 630\ mm$

$m = 380\ kg$

$R = 80\cdot000\ N$

$f = 0{,}25 \rightarrow$ ruota - terreno

$f_v = 0{,}025 \rightarrow$ //

Determinare:

1) decelerazione iniziale dell'aereo
2) accelerazione angolare delle ruote
3) tempo e spazio percorso dal contatto a quando cessa lo slittamento
4) numero di giri percorsi dalle ruote durante lo slittamento

3.1

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 51 di 205

$$D = \left[V_0 t + \ddot{x} \cdot \frac{1}{2} t^2 \right]_0^t$$

$$D = 50 \cdot 1{,}228 - 2{,}21 \cdot \frac{1}{2} (1{,}228)^2 = 60 \text{ m}$$

4 $\int \dot{\theta} = \int \ddot{\theta} t$

$$\theta^* = \ddot{\theta} \cdot \frac{1}{2} t^2$$

$$\theta^* = 5{,}14 \text{ giri}$$

3.2

$$\ddot{x} = \frac{I_G \ddot{y} \, 2/d}{m \, d/2 + I_G \, 2/d} = 0,577 \, m/s^2$$

$$s = \frac{1}{2} a t^2 \qquad t = \sqrt{\frac{2s}{\underbrace{a_r}_{a_r = \ddot{\theta} d/2 = \ddot{y} - \ddot{x}}}} = \sqrt{\frac{2L}{\ddot{y} - \ddot{x}}} = 2,549 \, s$$

$$y = \frac{1}{2} \ddot{y} t^2 = 4,875 \, m$$

$$\begin{cases} N = Q - F\cos\beta \\ T = -F\,\text{sen}\,\beta \\ Q\cdot(a+u) = F(a+b+u)\cos\beta + F\cdot h\cdot \text{sen}\,\beta \end{cases}$$

$$Q(a+u) = (a+b+u)(N-Q) \quad Th$$

$$-Qb + Th + \frac{Td}{2(u+\rho)}\cdot(a+b+u)$$

$$-Qb + \frac{-2Th(u+\rho) + Td(a+b+u)}{2(u+\rho)}$$

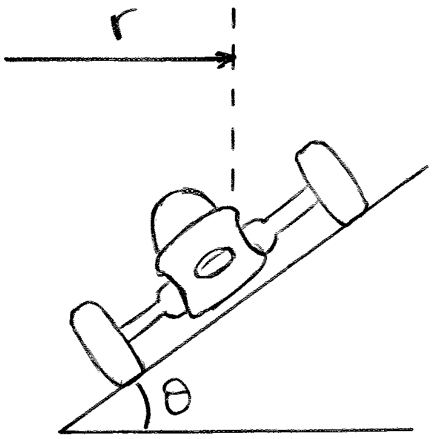
$$T = \frac{2Qb(u+\rho)}{-2h(u+\rho)+d(a+b+u)} = 25,899\,N$$

$$N = \frac{Td}{2(u+\rho)} = 424\,N$$

$$\begin{cases} F\cos\beta = 476\,N \\ F\,\text{sen}\,\beta = -25,899\,N \end{cases}$$

$$tg\beta = \frac{25,899}{476} \rightarrow \beta = 3,11°$$

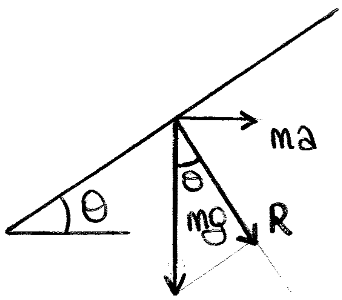
$$F = \frac{476}{\cos(3,11°)} = 476,7\,N$$



$r = 450\ m$

$V = 200 \frac{Km}{h}$

Determinare θ affinché la macchina da corsa non scivoli



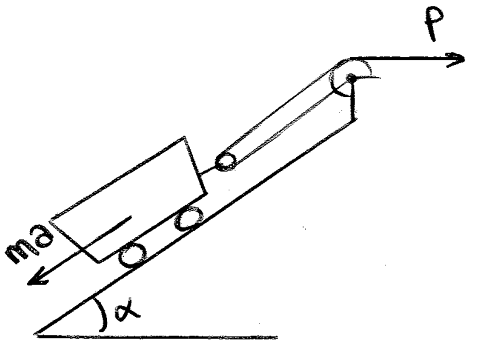
per non esserci scivolamento, la risultante delle forze deve essere ⊥ al terreno

$$tg\theta = \frac{\cancel{m}a}{\cancel{m}g} = \frac{V^2}{rg} = \frac{sen}{cos}$$

$$\theta = arctg\left[\frac{V^2}{rg}\right] = 34,9595°$$

3

LIBRO 3.9



$m = 150\,kg$

$\alpha = 30°$

$v_0 = 4\,m/s$

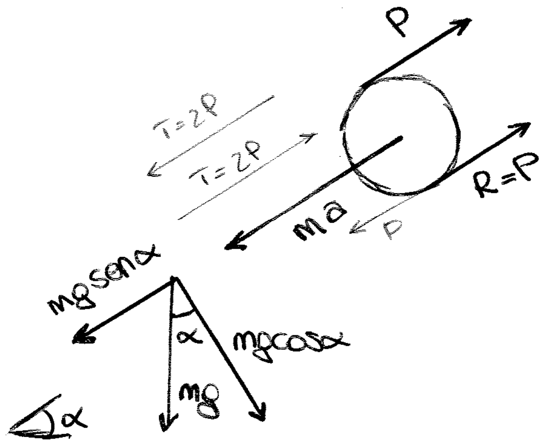
$P_{max} = 600N$

$P_{min} = 0$

$t^* = 4s$

$t_2 = 8s$

Determinare l'istante t_1 in cui il carrello inverte il moto e la velocità del carrello nell'istante t_2



→ reazione vincolare che evita il movimento della carrucola

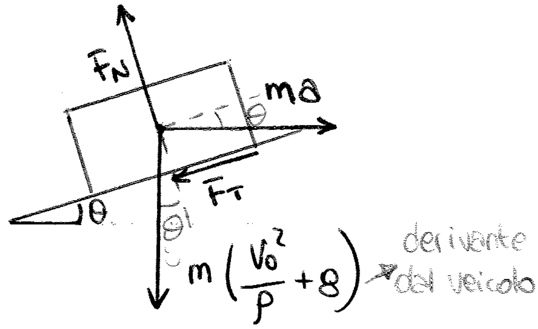
dall'equilibrio ottengo:

$$2P - ma - mg\,sen\alpha = 0$$

$$a = \frac{2P}{m} - g\,sen\alpha = \frac{2P}{m} - \frac{g}{2} = \frac{dv}{dt}$$

5

LIBRO 3.13



$V_0 = 70\,\frac{km}{h} = 19,\bar{4}\ m/s$

$\rho = 80\,m$

$a = 5\,m/s^2$

$f_a = 0,2$

Determinare l'inclinazione θ del sedile affinché il pacco non scorra in avanti.

$$\nwarrow \quad F_N = m\left(\frac{V_0^2}{\rho}+g\right)\cos\theta + ma\,\text{sen}\theta$$

$$\swarrow \quad F_T = ma\cos\theta - m\left(\frac{V_0^2}{\rho}+g\right)\text{sen}\theta$$

$$F_T = f_A \cdot F_N$$

$$f_A \cdot \left[m\left(\frac{V_0^2}{\rho}+g\right)\cos\theta + ma\,\text{sen}\theta\right] = ma\cos\theta - m\left(\frac{V_0^2}{\rho}+g\right)\text{sen}\theta$$

$$\cancel{m}a\left(f_A\,\text{sen}\theta - \cos\theta\right) + \cancel{m}\left(\frac{V_0^2}{\rho}+g\right)\left(\cos\theta\, f_A + \text{sen}\theta\right) = 0$$

$$\text{sen}\theta\left(a f_A + \frac{V_0^2}{\rho} + g\right) + \cos\left(a - \frac{V_0^2}{\rho} f_A - g f_A\right) = 0$$

$$tg\theta = \frac{a - K f_A}{a f_A + K} \qquad \theta = \text{arctg}\left[\frac{a - K f_A}{a f_A + K}\right]$$

$$K = \frac{V_0^2}{\rho} + g$$

$$\theta = 7,6718°$$

6

LIBRO
3.19

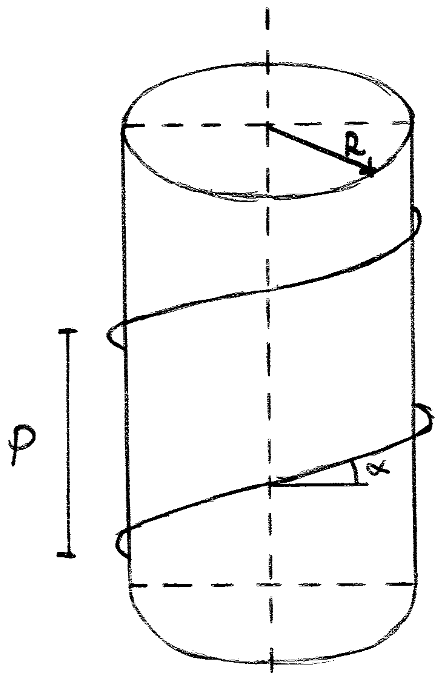
$$\begin{cases} \uparrow \quad N_A = f N_B - m\ddot{\theta}\frac{L}{2}\operatorname{sen}\alpha + mg \\ \rightarrow \quad N_B = m\ddot{\theta}\frac{L}{2}\cos\alpha \\ \circlearrowleft C \quad I_G\ddot{\theta} + m\ddot{\theta}\frac{L^2}{4} + f N_B L \operatorname{sen}\alpha - mg\frac{L}{2}\operatorname{sen}\alpha = 0 \end{cases}$$

$$\cancel{m}\frac{L^{\cancel{2}}}{12}\ddot{\theta} + \cancel{m}\ddot{\theta}\frac{L^{\cancel{2}}}{4} + f\cancel{m}\ddot{\theta}\frac{L^{\cancel{2}}}{2}\operatorname{sen}\alpha\cos\alpha - \cancel{m}g\frac{\cancel{L}}{2}\operatorname{sen}\alpha = 0$$

$$\ddot{\theta} = \frac{0{,}5 \cdot g \cdot \operatorname{sen}\alpha}{\frac{L}{12} + \frac{L}{4} + f\frac{L}{2}\operatorname{sen}\alpha\cos\alpha} = 3{,}226\ \mathrm{rad}/s^2$$

$$a_A = \ddot{\theta}\,\overline{AC} = \ddot{\theta}\cdot\overline{AB}\cdot\cos\alpha = 5{,}929\ m/s^2$$

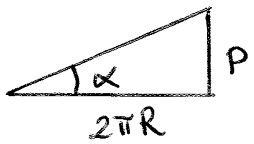
PROBLEMA 20



$R = 50 mm$

$p = 28 mm$

$n = 10$ giri



Calcolare la componente verticale di velocità della sferetta

$$tg\alpha = \frac{p}{2\pi R} = 5{,}093°$$

$$U_1 + E_1 = U_2 + E_2$$

$U_1 = m \cdot g \cdot 10p$ $\qquad U_2 = 0$

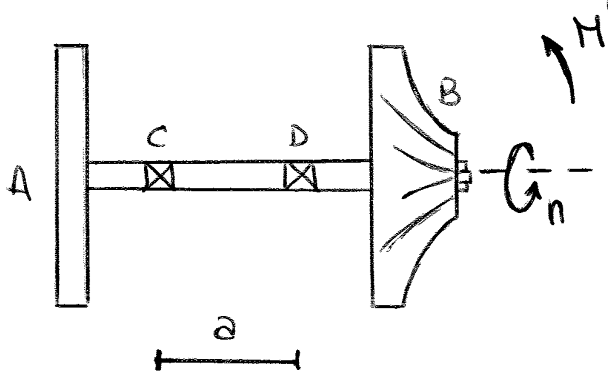
$E_1 = 0$ $\qquad E_2 = \frac{1}{2} m v^2$

$$\cancel{m} g \cdot 10p = \frac{1}{2} \cancel{m} v^2$$

$$v = \sqrt{20 g \cdot p} = 2{,}34 \; m/s$$

3

PROBLEMA 22



$m_A = 3,5\ kg$ $\rho_A = 79\ mm$

$m_B = 2,4\ kg$ $\rho_B = 71\ mm$

$n = 20\,000\ \frac{giri}{min}$ $V = 110°/s$ (oraria)

Determinare le forze radiali sui supporti C e D

$I_A = m_A \rho_A^2 = 0,02186\ kg\,m^2$

$I_B = m_B \rho_B^2 = 0,0121\ kg\,m^2$

$M' = (I_A + I_B)\,\omega\,\Omega$ → coppia giroscopica

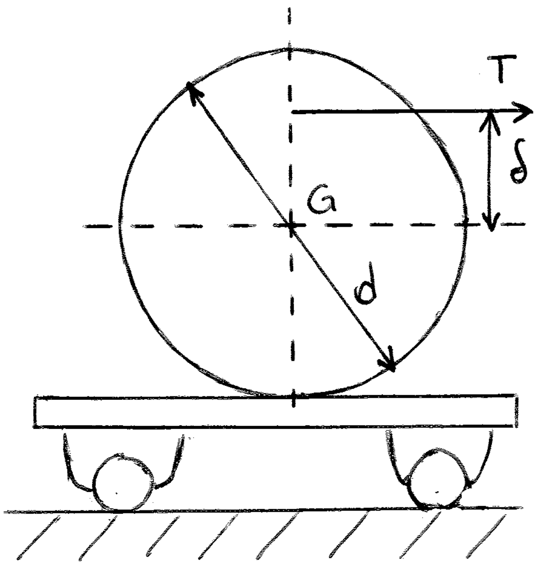
velocità di rollio

$\omega = n \cdot \frac{2\pi}{60} = 2094,4\ \frac{rad}{s}$

$\Omega = V \cdot \frac{2\pi}{360} = 1,92\ \frac{rad}{s}$

$M' = 136,5\ N \cdot m$

5



$m = 8 \, kg$

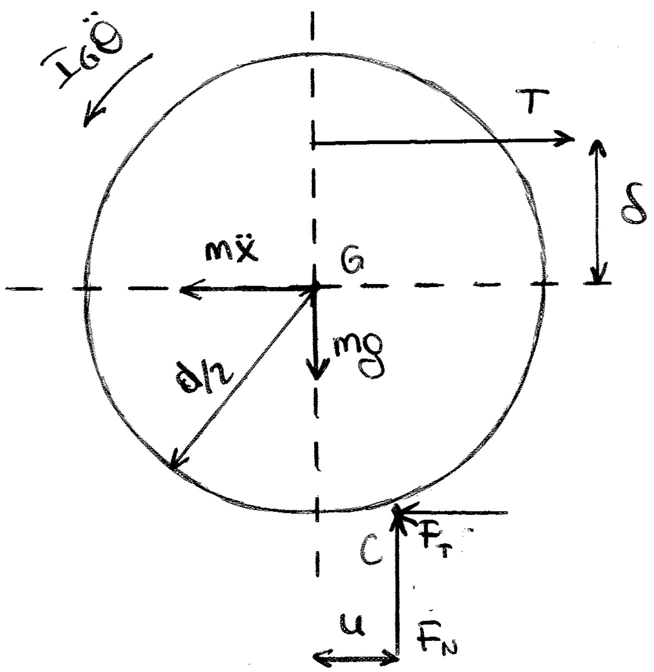
$I_G = 0{,}12 \, kg \cdot m^2$

$d = 300 \, mm$

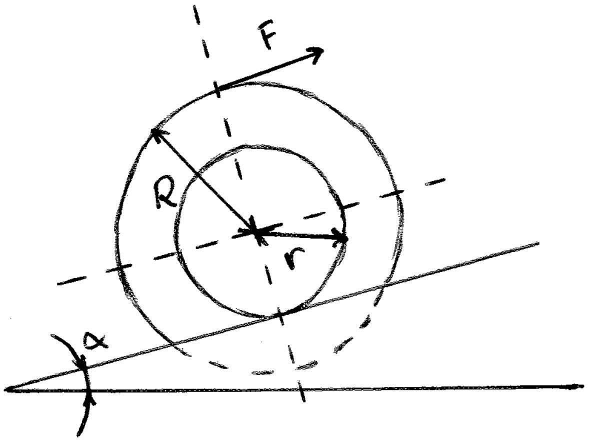
$T = 20 \, N$

$u = 0{,}3 \, mm$

Determinare la distanza δ affinché il carrello non si muova. Calcolare poi l'accelerazione a del baricentro del rullo



1
LIBRO
3.32



$r = 100mm$

$\alpha = 15°$

$R = 200mm$

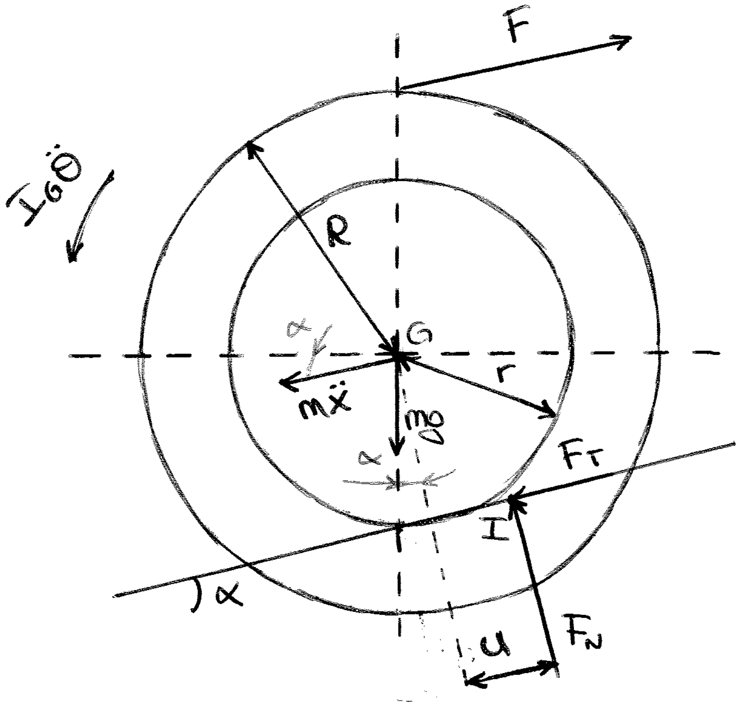
$m = 40kg$

$\rho = 0,15m$

$u = 0,8mm$

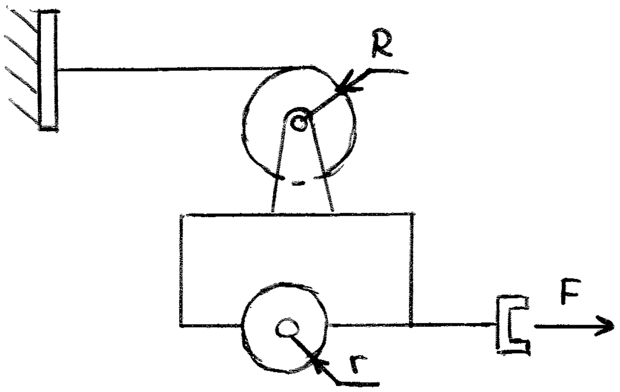
$F = 100N$

Determinare il valore dell' accelerazione del cilindro



2

LIBRO 3.34



$R = 0{,}5\,m$

$m_2 = 50\,kg$

$\rho_2 = 420\,mm$

$M = 100\,kg$

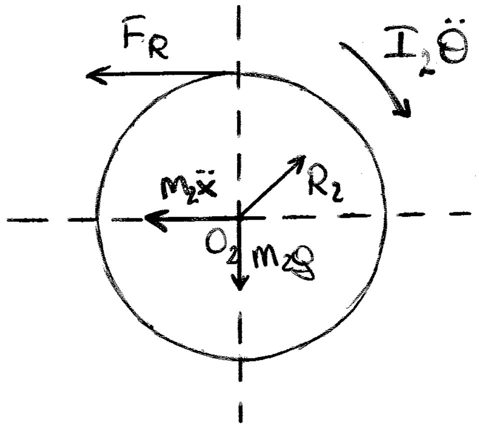
$m_1 = 15\,kg$

$\rho_1 = 300\,mm$

$r = 0{,}4\,m$

$F = 400\,N$

Calcolare l'accelerazione a del rimorchio



$\rightarrow \quad R_2 \frac{\sqrt{2}}{2} = F_R + m_2 \ddot{x}$

$\uparrow \quad R_2 \frac{\sqrt{2}}{2} = m_2 g$

$\curvearrowleft_{O_2} \quad I_2 \ddot{\theta} = F_R \cdot R$

$$\begin{cases} F_R + m_2 \ddot{x} = m_2 g \\ I_2 \ddot{\theta} = F_R R \end{cases}$$

3.1

LIBRO 3.35

$$\ddot{\theta}_2 = \frac{\ddot{x}}{R} \qquad \ddot{\theta}_1 = \frac{\ddot{x}}{r}$$

$$F_R = I_2 \frac{\ddot{\theta}_2}{R} = I_2 \frac{\ddot{x}}{R^2}$$

$$F_T = I_1 \frac{\ddot{\theta}_1}{r} = I_1 \frac{\ddot{x}}{r^2}$$

sostituisco gli equilibri orizzontali:

$$F_R + m_2 \ddot{x} + 2F_T + 2m_1 \ddot{x} = F - M\ddot{x}$$

$$\ddot{x} = \frac{F}{m_2 + 2m_1 + M + \frac{2I_1}{r^2} + \frac{I_2}{R^2}}$$

$$I_1 = m_1 \rho_1^2 = 1{,}35 \, kg \cdot m^2$$

$$I_2 = m_2 \rho_2^2 = 8{,}82 \, kg \cdot m^2$$

$$\ddot{x} = 1{,}7229 \, m/s^2$$

3.2

LIBRO
3.35

$$\ddot{x} = \ddot{\theta} R$$

$$\uparrow \quad I_G \ddot{\theta} + m \ddot{\theta} R^2 + Pr = 0$$

$$\ddot{\theta} = -\frac{Pr}{I_G + mR^2} \qquad I_G = m\rho^2 = 3,75 \ Kg \cdot m^2$$

$$\ddot{\theta} = \dot{\omega}$$

$$\int_{\omega_0}^{\omega} \dot{\omega} \, d\omega = -\int_0^t \frac{Pr}{I_G + mR^2} dt \qquad t = 10 s$$

$$\omega - \omega_0 = -\frac{kt^2 r}{2(I_G + mR_2)} \qquad K = 6,5 \frac{N}{s}$$

$$\omega_0 = \frac{V_0}{R} = 2 \frac{rad}{s}$$

$$\omega = -\frac{kt^2 r}{2(I_G + mR^2)} + \omega_0 = -2,599 \frac{rad}{s}$$

$$R_B = \frac{M' + mga}{a+b}$$

$$R_A = mg - \frac{M' + mga}{a+b} = \frac{mgb - M'}{a+b}$$

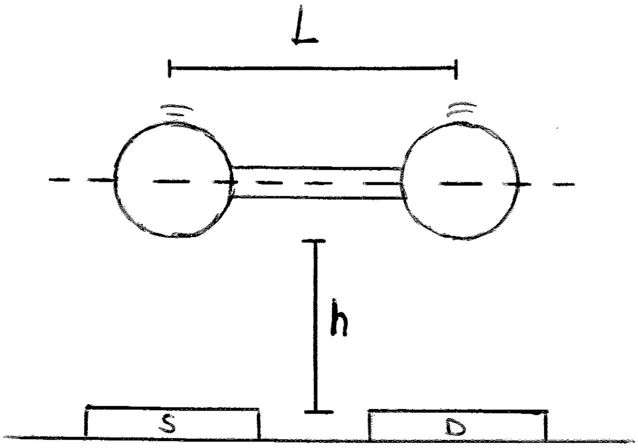
$R_A = 5437{,}062\ N$

$R_B = 4372{,}937\ N$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 81 di 205

ESERCITAZIONE 5

PROBLEMA 23



$L = 600\,mm$

$h = 150\,mm$

$e_S = 0{,}4$

$e_D = 0{,}6$

Determinare la velocità angolare dopo l'urto

$$\frac{1}{2}\cancel{m}V^2 = \cancel{m}gh$$

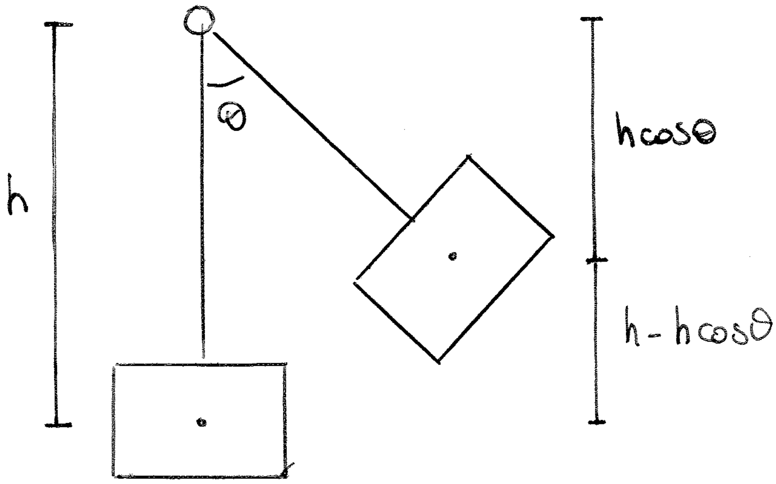
$$V = \sqrt{2gh} = 1{,}715\ m/s$$

$$V_S = e_S V = 0{,}686\ m/s$$

$$V_D = e_D V = 1{,}029\ m/s$$

$$\omega = \omega_D - \omega_S = \frac{V_D}{L} - \frac{V_S}{L} = 0{,}5718\ rad/s$$

1



© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 85 di 205

$$\begin{cases} C_m - I_m \dot{\omega}_m - Q \cdot z_m = 0 \\ C_u + I_u \dot{\omega}_u - Q \cdot z_u = 0 \end{cases}$$

$$Q = \frac{C_u + I_u \dot{\omega}_u}{z_u}$$

$$C_m - I_m \dot{\omega}_m - (C_u + I_u \dot{\omega}_u) \frac{z_m}{z_u} = 0$$

$$\frac{z_m}{z_u} = \tau = \frac{\omega_u}{\omega_m} = \frac{\dot{\omega}_u}{\dot{\omega}_m}$$

$$C_m - I_m \dot{\omega}_m - \tau (C_u + I_u \dot{\omega}_u) = 0$$

1) $$C_m - \underbrace{\cancel{I_m \dot{\omega}_m}}_{=0} = \tau (C_u + \underbrace{\cancel{I_u \dot{\omega}_u}}_{=0})$$

$$C_m = \tau C_u = \tau \cdot \omega_u^2 K$$

$$C_m \cdot \omega_m = P_m \qquad P_m = \frac{1}{\tau} \omega_u \cdot \tau C_u = C_u \omega_u$$

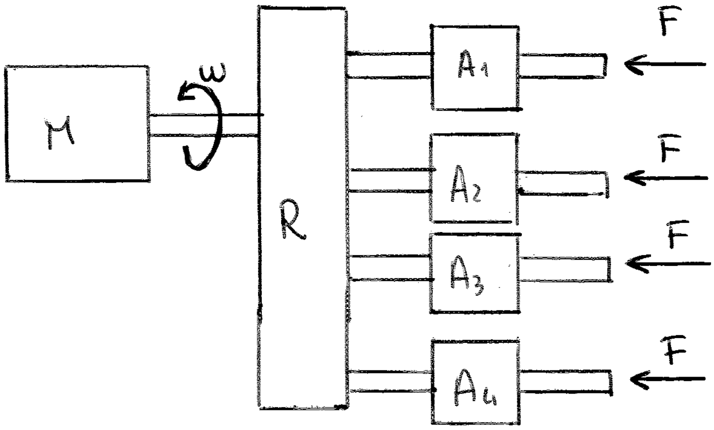
$$C_m = \frac{P_m}{\omega_m} = \frac{P_m \tau}{\omega_u}$$

$$\frac{\cancel{\tau} P_m}{\omega_u} = \cancel{\tau}\, \omega_u^2 \cdot K \qquad \omega_u^3 = \frac{P_m}{K}$$

$$\omega_u = \sqrt[3]{\frac{P_m}{K}} = 125{,}992 \ \mathrm{rad/s}$$

$$\omega_m = \frac{\omega_u}{\tau} = 440{,}972 \ \mathrm{rad/s}$$

PROBLEMA 26



$C = C_0 - K\omega$ $\quad C_0 = 3 N \cdot m$

$K = 2{,}23 \cdot 10^{-3} \frac{Nms}{rad}$ $\quad F = 5000 N$

$V = 0{,}05 \, m/s$

Determinare il rapporto di trasmissione $\frac{V}{\omega_R}$ del riduttore e la forza F_0 agente su un attuatore supponendo che, senza carico ($F=0$), si impunti

$P = 4F \cdot V = C \cdot \omega$

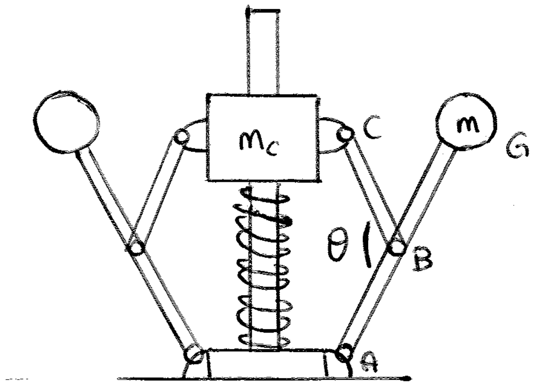
$4F \cdot V = C_0\omega - K\omega^2$

$K\omega^2 - C_0\omega + 4F_V = 0$

Considero solo la > perché vuole la massima

$$\omega_R = \frac{C_0 \pm \sqrt{C_0^2 - 16FVK}}{2K} = 736{,}063 \frac{rad}{s}$$

4



$m = 3\,kg$

$m_c = 4\,kg$

$\theta = 180° \rightarrow V_G = 0\,m/s$

$K = 900\,N\cdot m$

$\overline{AB} = \overline{BC} = 200\,mm$

$\overline{BG} = 300\,mm$

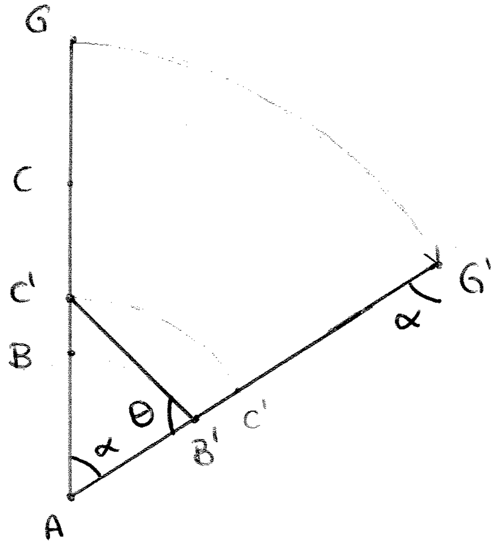
Determinare θ corrispondente

alla massima compressione della molla

$$\underbrace{E_i}_{=0} + U_i = \underbrace{E_f}_{=0} + U_f$$

=0 → la molla lo ricatta verso l'alto → solo energia potenziale

$$2mgh_G + m_c g h_c = 2mgh_{G'} + m_c g h_{c'} + \frac{1}{2}K\left(h_c - h_{c'}\right)^2$$



$\theta = \pi - 2\alpha \leftarrow \overline{AB} = \overline{BC}$

triangolo isoscele

$h'_c = h_c \cos\alpha$

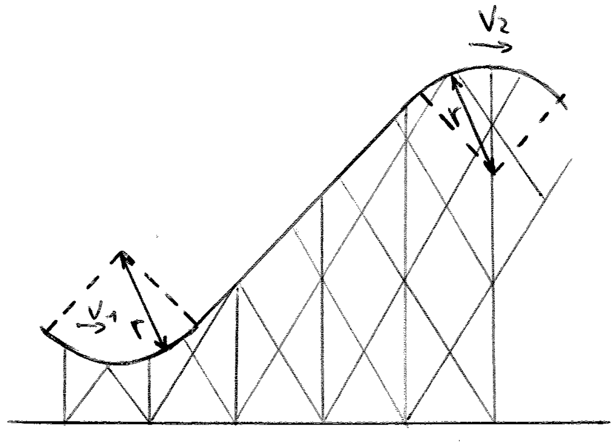
$h'_G = h_G \cos\alpha$

$h_c - h'_c = h_c(1 - \cos\alpha)$

1

LIBRO

3.46



$V_1 = 90\,Km/h$

$r = 15\,m$

$\alpha = 90°$

Determinare V_2

$$h_G = \frac{r\,sen\frac{\alpha}{2}}{\left(\frac{\alpha}{2}\right)_{rad}} = 13{,}5\,m$$

$$E_i + U_i = E_f + U_f$$

$$\frac{1}{2}\cancel{m}V_1^2 = \frac{1}{2}\cancel{m}V_2^2 + \cancel{m}g\cdot 2h$$

$$V_1^2 = V_2^2 + g\cdot 2h$$

$$V_2^2 = V_1^2 - g\,2h$$

$$V_2 = \sqrt{V_1^2 - 2gh} = 9{,}762\,m/s = 35{,}16\,\frac{Km}{h}$$

2

LIBRO
3.47

$$L_r = \Delta E_r + \Delta U_r$$

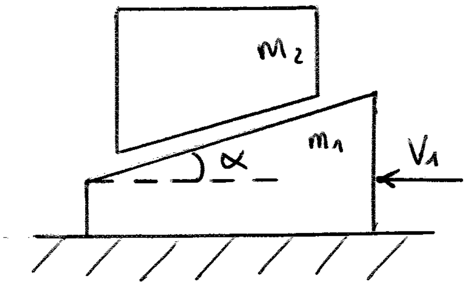
$$\int_0^{\frac{x_m}{2}} -ma\,ds = \frac{1}{2} m V_R^2 + \frac{1}{2} k \frac{x_m^2}{4}$$

$$ma \frac{x_m}{2} = \frac{1}{2} m V_R^2 + \frac{k x_m^2}{8}$$

$$ma\,x_m = m V_R^2 + k x_m^2 \cdot \frac{1}{4}$$

$$V_R^2 = \frac{ma\,x_m - \frac{k x_m^2}{4}}{m}$$

$$V_R = \sqrt{\frac{x_m \left(ma - \frac{k x_m}{4} \right)}{m}} = 0{,}894 \; m/s$$



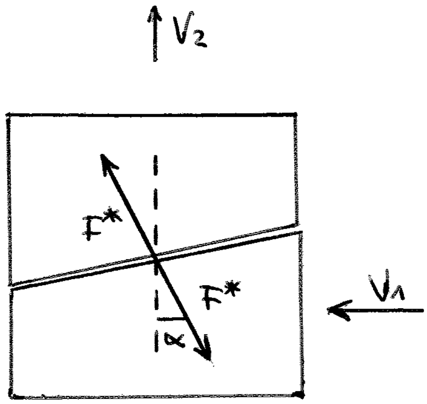
$m_1 = 2\,kg$

$V_1 = 2\,m/s$

$m_2 = 30\,kg$

$\alpha = 8°$

Calcolare la velocità dei due corpi subito dopo l'urto



5

LIBRO 3.70