



Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino

**Appunti universitari**

**Tesi di laurea**

**Cartoleria e cancelleria**

**Stampa file e fotocopie**

**Print on demand**

**Rilegature**

NUMERO: 596

DATA: 23/07/2013

# **A P P U N T I**

STUDENTE: Fiorello

MATERIA: Geotecnica + Eserc.

Prof. Lancellotta\_Tordella

Il presente lavoro nasce dall'impegno dell'autore ed è distribuito in accordo con il Centro Appunti.

Tutti i diritti sono riservati. È vietata qualsiasi riproduzione, copia totale o parziale, dei contenuti inseriti nel presente volume, ivi inclusa la memorizzazione, rielaborazione, diffusione o distribuzione dei contenuti stessi mediante qualunque supporto magnetico o cartaceo, piattaforma tecnologica o rete telematica, senza previa autorizzazione scritta dell'autore.

**ATTENZIONE: QUESTI APPUNTI SONO FATTI DA STUDENTIE NON SONO STATI VISIONATI DAL DOCENTE.  
IL NOME DEL PROFESSORE, SERVE SOLO PER IDENTIFICARE IL CORSO.**



**CORSO DI**

**GEOTECNICA**

**TEORIA**

**Prof. R. Lancellotta, L. Tordella**

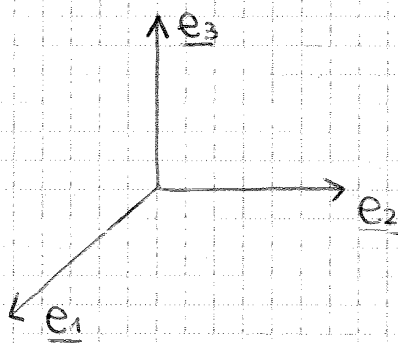
**A.A. 2012 - 2013**

Se basta solo uno coord (coso ①) vuol dire che la quantità è un invariante, cioè è uno scalare (tensore di ordine zero). Per indicare uno scalare basta solo una lettera ( $a$ ). la densità è una quantità di tipo scalare.

Devo però introdurre quantità di ordine superiore per descrivere i fenomeni.

Nel caso ② il pedice "i" può assumere i valori 1, 2, 3, perché siamo in uno spazio a 3 dimensioni.

Quando parliamo di corpo deformabile dobbiamo inserire nuove quantità di ordine superiore, per es il tensore del secondo ordine (coso ③)



Vettore di base generico:  $\underline{e}_i$

Vettore velocità:  $\underline{v}$

$$\underline{v} = v_1 \underline{e}_1 + v_2 \underline{e}_2 + v_3 \underline{e}_3 = v_k \underline{e}_k = v_j \underline{e}_j = v_n \underline{e}_n$$

Se l'indice è ripetuto come in questo caso,  $k$  assume i valori 1, 2, 3 e i valori vanno sommati (matriciale di Einstein, vedi Idraulica).

$k$ : INDICE SATURATO perché è ripetuto già 2 volte e non può comparire più di 2 volte. Quando l'indice è ripetuto io posso usare quel indice ( $k, j, n, \dots$ )

Se invece l'indice non è ripetuto es. di:

$j$ : INDICE LIBERO

$a_i = b_i + c_i$  ← questa notazione racchiude 3 eq. perché siamo in  $\mathbb{R}^3$  e l'indice "i" può assumere i valori 1, 2, 3

~~$a_i = b_i + c_k$~~  ← questa notazione è SBAGLIATA! Gli indici liberi devono essere uguali a dx e sx dell'uguale.



le delta di Kr gode della proprietà di essere un "operatore di sostituzione".

di  $\delta_{ik}$  : ci sono 3 termini ma quelli che hanno  $i \neq k$  valgono zero. All con  $i=k$  sono  $\neq 0$ .

$$\delta_{ik} = \delta_{ki} = \delta_{kk} = \delta_{ii}$$

le delta di Kr sostituisce all'indice ripetuto quello libero.

$$\underline{a} \cdot \underline{b} = a_i \underline{e}_i \cdot b_k \underline{e}_k = a_i b_k \underbrace{\underline{e}_i \cdot \underline{e}_k}_{\delta_{ik}} = a_i b_k \delta_{ik} = \delta_{kk} b_k = a_i b_i$$

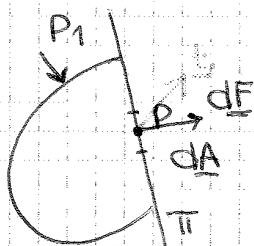
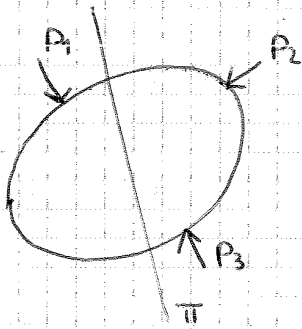
↑  
devo fare l'espansione del vettore nelle sue comp.

↑  
posso usare qes indice purché sia  $\neq$  da "i".

↑  
prodotto scalare tra vettori di uno base ortogonale  
 $= 0$  se  $i \neq k$   
 $= 1$  se  $i = k$   
→ uso il delta di Kr.

↑  
poiché  $\delta$  ha qes in comune sia con  $a$  che con  $b$  posso applicarlo ad uno dei 2.

## → TENSIONE e TENSORE DEGLI SFORZI



Prendo un corpo soggetto a 3 forze, lo seziono con un piano  $\pi$ .

Il corpo sezionato non è più in equilibrio a meno che non inserisca le azioni che la parte rimossa ottiene su quella rimasta.

L'operazione che facciamo però non è reale.

Cauchy fu il primo ad introdurre il concetto astratto di TENSIONE.

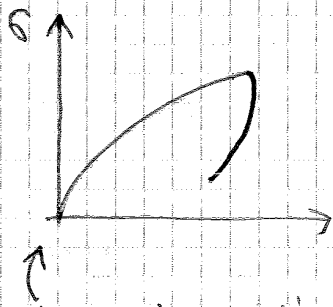
Considero un punto  $P$  e faccio  $\epsilon \rightarrow 0$  che le azioni di interazione

sono continue (sono quindi dei campi) ma non devono essere necessariamente omogenee.

$$\exists \lim_{dA \rightarrow 0} \frac{dF}{dA} = \underline{t} \quad \text{tensione o vettore tensione}$$

Se cambia il piano di taglio, cambia il vettore tensione.

Quando riuoviamo il carico le particelle non tornano indietro → **IRREVERSIBILITÀ DI COMPORTAMENTO** (HIP 2)  
Il mezzo è **NON LINEARE** (HIP 1)



Nell'elasticità lo stato dei carichi non ha importanza.

In un mezzo non lineare ed anelastico è importante la storia dei carichi.

A parità di incremento  $\sigma$  non corrisponde sempre lo stesso incremento di  $\epsilon$

È quindi necessario, per problemi di questo tipo:

- ↳ STABILIRE le CONDIZIONI INIZIALI
- ↳ STABILIRE la SUCCESSIONE DEI CARICHI
- ↳ STABILIRE l'ENTITÀ del PROCESSO di CARICO

Prima di applicare un carico devo considerare la condizione iniziale presente.

Riassumendo, abbiamo fatto qst premessa: comportamento meccanico dei terreni è **NON LINEARE, ANELASTICO, ANISOTROPO**

→ dobbiamo conoscere le condizioni iniziali, la storia pregressa dei carichi e poiché c'è anisotropia dobbiamo stabilire il percorso dei carichi.

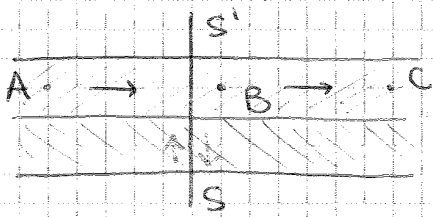
Est sono i principi della meccanica delle terre

[cap. 3 (no 3.3)]

L'eq indefinita di equilibrio è un'eq. differenziale alle derivate parziali.

l'unico modo di introdurre qst ipotesi:

→ omogeneità in direzione orizzontale (x) del terreno



A → B → C non ho variazione

L'omogeneità del terreno la descrivo come: la derivata parziale di ogni proprietà in direz x è uguale a zero.

$$\frac{\partial(\cdot)}{\partial x} = 0$$

→ in questo modo le eq. indefinite di equilibrio si semplificano:

$$\frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} - \gamma = 0$$

Se non ci sono variaz. lungo x, il piano  $ss'$  è un piano di simmetria.

Se rispetto la simmetria non posso rispettare

↑ l'equilibrio → le tensioni  $\sigma_{ij}$  devo essere NULLE sul piano verticale ed orizzontale → qst piani sono PIANI PRINCIPALI

↳ In condizioni geostatiche i piani verticali e orizzontali sono principali, sui quali ci sono solo tensioni normali e non tangenziali

$$\sigma_{ij} = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{zz} \end{bmatrix}$$

NB: per simmetria  $\sigma_{yy} = \sigma_{xx}$   
→ solo 2 sono le componenti indipendenti:

$\sigma_{zz} = \sigma_{vo}$ : tensione verticale totale geostatica.

$\sigma_{xx} = \sigma_{ho}$ : tensione orizzontale totale geostatica.

l'acquifero (1) non è detto che abbia gli stessi livelli dell'acquifero (3). In mezzo (2) c'è un acquicludo.

- (1): acquifero freatico
- (3): acquifero profondo

Metto in (3) un piezometro → il livello dell'HzO risale di 2m rispetto al PC. Se il livello supera il tetto della formazione, ho un acquifero in pressione. Se il livello supera il PC ho un acquifero artesianico.

Quota piezometrica:

$$h = S + \frac{u}{\gamma_w} \quad \text{energia potenziale} \quad (h = z + \frac{p}{\gamma})$$

Se tra 2 punti  $\Delta h = 0 \rightarrow$  non c'è moto tra i 2 punti  
 $\Delta h \neq 0 \rightarrow$  moto di filtrazione

Mettiamo il SP in coincidenza del punto C.

$$\left. \begin{aligned} h_C &= 11 \text{ m} = (5 + 4 + 2) \text{ m} \\ h_A &= 9 \text{ m} = (5 + 4) \text{ m} \end{aligned} \right\} \text{MOTO DI FILTRAZIONE}$$

Ho preso i 2 punti estremi del dominio che si trovano a 2 quote piezometriche  $\neq \rightarrow$  c'è una differenza di carichi piezometrici  $\rightarrow$  c'è un moto tra i 2 punti  $\rightarrow$  non posso usare la formula  $u = \gamma_w z \rightarrow$  c'è un MOTO di FILTRAZIONE dal basso verso l'alto (da energia maggiore ad energia minore).

Da A a C ho una perdita di carico di 2m:

$\Delta h = 2 \text{ m}$  : energia che spendo per mettere in movimento l'acqua e che si sviluppa sotto forma di attrito.

Rossario da sabbia ad argilla ci sono ordini di grandezza diversi  $\rightarrow$  quali sono le dimensioni dei nodi? Sono = a quelle delle particelle.

Vogliamo determinare l'andamento delle pressioni dell'acqua

$$\left. \begin{aligned} h_c &= 8 \text{ m} = 6 + 4 - 2 \\ h_a &= 12 \text{ m} \end{aligned} \right\} \Delta h \neq 0 \rightarrow \text{moto di filtrazione}$$

Le perdite si hanno nello strato (3) argilloso, e l'andamento delle pressioni dalle due parti è come se fosse lineare.

$$\begin{aligned} h_a &= h_b \\ h_c &= h_d \end{aligned}$$

Se le perdite sono in (3) e (2) e (4) non hanno perdite di carico, è come se l'acquifero superiore ed inferiore fossero due serbatoi al contorno. Quindi il mio dominio di filtrazione è lo strato (3).

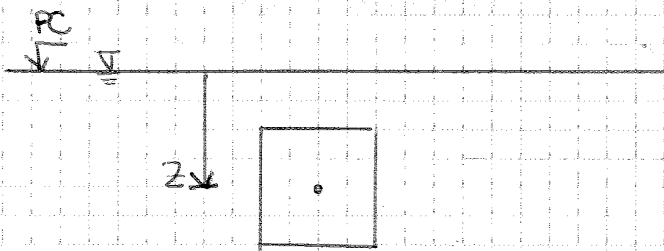
(2) = serbatoio a monte

(4) = serbatoio a valle

$$\sigma'_{10} = \sigma_{10} - u = \gamma z - u$$

$\uparrow$  tensione totale       $\uparrow$  pressione dell'acqua       $\uparrow$  va calcolata tenendo conto delle condizioni idrauliche al contorno.

### → TENSIONE ORIZZONTALE GEOSTATICA



$$\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} - b_i = 0$$

$$b_i = \begin{cases} b_z = \gamma \\ b_x = 0 \\ b_y = 0 \end{cases}$$

I termini con pedice misto sono le tensioni  $t_{ij}$  che sono nulle:

$$\frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} = \frac{\partial h_0}{\partial x} \equiv 0 \leftarrow \text{il valore della } \sigma_{10} \text{ è indeterminato perché abbiamo 3 valori che soddisfanno l'eq indefinita di equilibrio.}$$

(B) :

$$\sigma_{vo} = \gamma \cdot z = 19 \cdot 4 = 76 \text{ kPa}$$

$$u = \gamma_w \cdot z = 9,81 \cdot 4 = 39,24 \text{ kPa}$$

$$\sigma'_{vo} = \sigma_{vo} - u = 76 - 39,24 = 36,76 \text{ kPa}$$

(C) :

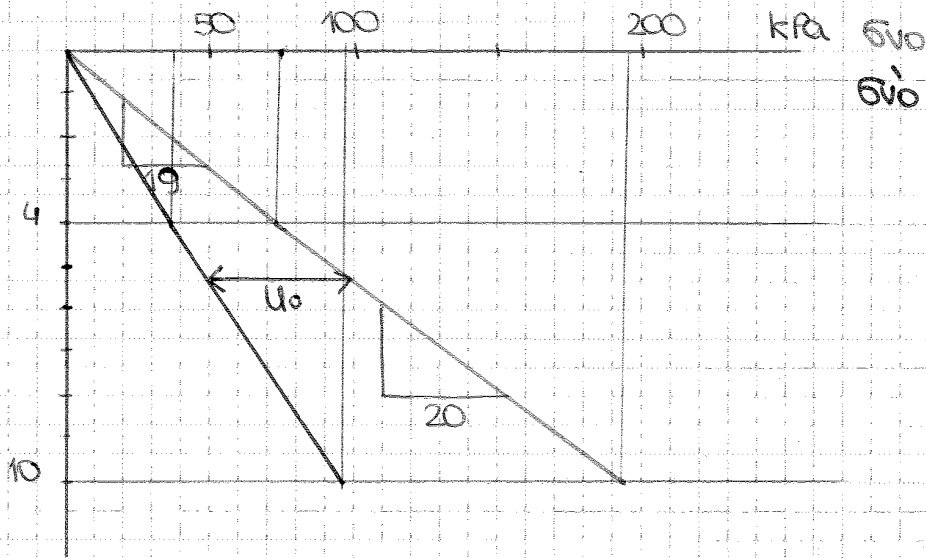
$$\sigma_{vo} = \sum \gamma_i \Delta z_i = \gamma_s \cdot 4 + \gamma_A \cdot 6 = 76 + 20 \cdot 6 = 196 \text{ kPa}$$

↑  
se il terreno è  
sabbia fine

$$u_o = \gamma_w \cdot 10 = 98,10 \text{ kPa}$$

↑  
se solo in  
regime idrostatico

$$\sigma'_{vo} = \sigma_{vo} - u = 97,90 \text{ kPa}$$



calcolo delle tensioni orizzontali

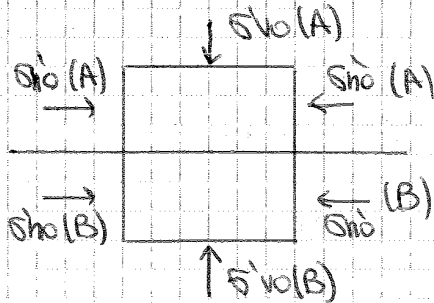
(a) :  $\sigma'_{ho} = k_o \cdot \sigma'_{vo}$

(b) :  $\sigma_{ho} = \sigma'_{ho} + u_o$

La variazione di  $k_0$  ha 2 effetti:

- cambiano i gradienti di crescita (le pendenze)
- genera un salto

Suppongo di prendere un elemento di volume a cavallo della discontinuità



Le componenti di tensione // alle discontinuità possono essere  $\neq$  perché non viene ridotta la continuità

Nella componente verticale non ci può essere discontinuità.

→ Riassumendo: dobbiamo stabilire le condizioni di stato iniziali definite da  $\sigma'_{vo}$ ,  $\sigma'_{ho}$ , la determinazione di  $\sigma'_{vo}$  passa attraverso l'integrazione delle condiz. di equilibrio.  $\sigma'_{ho}$  sarebbe indeterminata ma la posso definire come:

$$\sigma'_{ho} = k \sigma'_{vo}$$

↑ coeff. di spinta a riposo: dipende dallo stato dei depositi

$U$ : pressione interstiziale funz. delle condiz. idrauliche al contorno e possono essere tali da determinare una condizione idrostatica o un regime di filtrazione.

Anche in presenza di filtrazione siamo in grado di calcolare e andamento interstiziale della sezione.

Il regime di filtrazione può essere transitorio → devo studiare il moto interstiziale dei fluidi.



Misuriamo la portata  $Q$  al variare di diversi valori geometrici (area del cilindro, lunghezza  $L$ )

A seguito di tali esperimenti, Darcy trova:

$$Q = -k \frac{h_2 - h_1}{L} \cdot A$$

$$\frac{Q}{A} = v$$

$$j = - \frac{h_2 - h_1}{L} \quad \text{perdita di carico specifico (perdita per unità di lunghezza)}$$

$$\rightarrow v = k \cdot j \quad \begin{array}{l} \text{LEGGE} \\ \text{DI} \\ \text{DARCY} \end{array} \quad k: \text{conducibilità idraulica}$$

OSS 1: significato della velocità  $v$ : non è la reale velocità con cui il fluido si muove attraverso i pori, in quanto la sup. che compete ai moti è una frazione  $n$  dell'area totale.

$$A_w = n \cdot A$$

$$v_w = \frac{Q}{A_w} \quad v = \frac{Q}{A}$$

$$\rightarrow v_w A_w = v \cdot A \quad \rightarrow \boxed{v_w = \frac{v}{n}} \quad \boxed{n < 1 \rightarrow v_w < v}$$

$v_w$  è la velocità reale.

Darcy ha pensato in realtà ad un mezzo continuo e non poroso. Ha fatto il passaggio dal discreto al continuo.

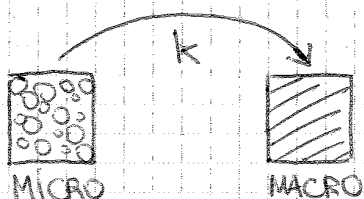
$v$  è la velocità a livello macroscopico.

È il coeff. di permeabilità che ci fa passare dal livello microscopico a quello macroscopico.

dove ho continui sovrapposti

quindi  $k$  dipende da:

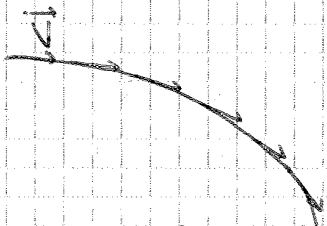
- mezzo poroso
- fluido





Quindi condiziona il moto di un fluido, scrivendo le eq, ho un'eq differenziale  $\rightarrow$  trovo localmente dei valori. Per oppr. globalmente il fenomeno del moto dell'acqua uso le LINEE di FLUSSO.

**DEF** LINEE di FLUSSO: linea che in ogni punto ha il vettore velocità  $\vec{v}$  alla curva stessa  $\rightarrow$  descrive il campo cinematico.



$$\underline{v} = -k \nabla h$$

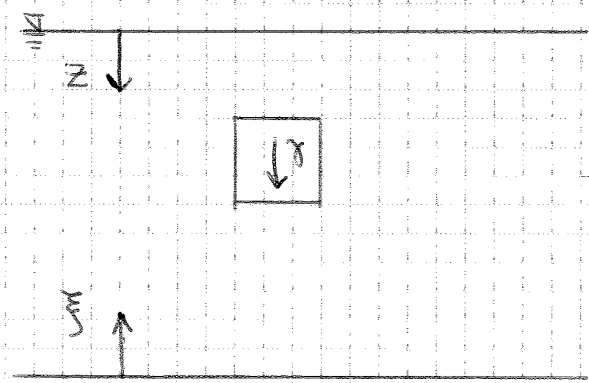
localmente la direz di  $\vec{v}$  è data da quella del gradiente di  $h$ .

le linee di flusso sono  $\perp$  alle linee equipotenziali - se il mezzo è ISOTROPICO

**NB**: linee di flusso  $\neq$  traiettoria.

Uteremo linee di flusso ed equipotenziali per vedere graficamente il moto, le linee equipotenziali ci dicono come viene dispersa l'energia per generare questo moto

considerazioni di equilibrio in presenza di moto di filtrazione (Risoluz. del problema visto precedentemente dal punto di vista cinematico).



Moto di filtrazione monodimensionale (x semplicità)

Consideriamo un elemento di volume, soggetto a peso di volume  $\gamma$ .

$$\frac{\partial \bar{z}}{\partial z} = -1$$

$\uparrow z \rightarrow \downarrow \bar{z}$  hanno segni opposti

1D:  $\sigma_{xz} = \sigma_{yz} = 0$

$\hookrightarrow$  eq indefinita di equilibrio:

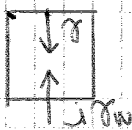
$$\left[ \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} - \gamma = 0 \right] \quad (3)$$

Quel considero la singola  $p_{se}$ , campo  $\gamma_w$ , quel considero il mezzo poroso,  $\gamma_w$  non c'è perché esso rappresenta la resistenza al moto che l'acqua oppone allo scheletro solido e viceversa.  $\gamma_w$  rappresenta le azioni reciproche tra scheletro solido e fase fluida e quindi non comparso quel considero il mezzo poroso nel suo insieme il nostro mezzo è soggetto a campo gravitazionale e a quello del moto di filtrazione. Se annullo il gradiente idraulico ho il caso particolare idrostatico.

Le semplificazioni pratiche

- moto di filtrazione
  - frontiera libera
  - gradiente idraulico
- } →  $u$  e  $\sigma'_{zz}$  le calcolo con (1) e (2)

Se il moto è verso l'alto, il  $\gamma_w$  sarà ridotto verso l'alto.



$$\sigma'_{zz} = (\gamma' - \gamma_w) z \quad (1)$$

$$u = (\gamma_w + \gamma_w) z \quad (2)$$

È un valore critico oltre il quale si genera instabilità? Se le tensioni efficaci si annullano, le resistenze si annullano, come la rigidità → il mezzo poroso (le cui proprietà dipendono dalle tensioni efficaci) diventa un liquido pesante. (LIQUEFAZIONE)

$$\sigma'_{zz} = (\gamma' - \gamma_w) z = 0 \text{ annullamento delle tensioni} \left. \begin{array}{l} \text{LIQUEFAZIONI} \\ \text{O SIFONAMENTO} \end{array} \right\}$$

↳  $\gamma = \gamma_c = \frac{\gamma'}{\gamma_w}$  valore critico

↑  
CRITICO

Il fenomeno si chiama sifonamento e avviene in corrispondenza della 1ª linea di sbocco.

ES

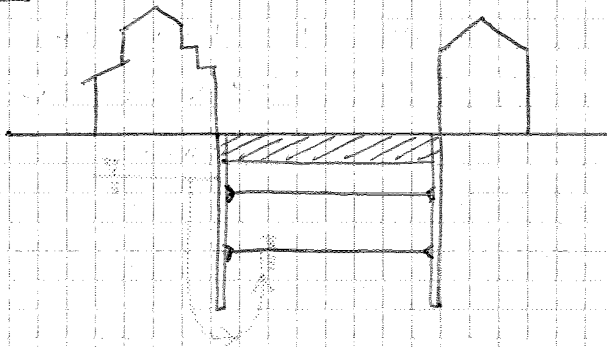


Immagine di costruire una metropolitana in area urbana.

Devo realizzare uno scavo che genererà degli effetti, l'obiettivo è quello di minimizzarli.

Uso il metodo TOP-DOWN: fondo delle paratie sotto agli edifici, le paratie sono delle pareti di c/c armato.

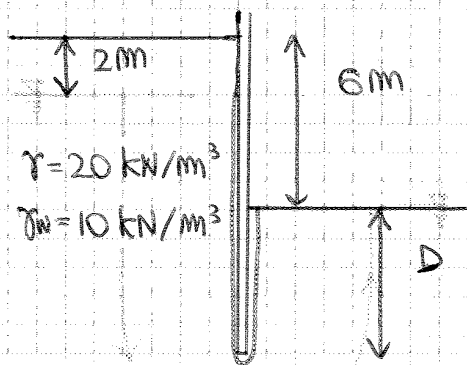
Ad una certa profondità le paratie si inflettono → causa danno all'edificio. Per minimizzare i danni realizzo un

SEZIONE di TESTA. Progressivamente scavo di interno e per minimizzare gli effetti inserisco dei puntelli o dei tiranti fino al punto di "pudo scavo" → realizzo il settore di base e realizzo l'opera.

Per realizzare lo scavo devo portare il acqua ed abbassare il livello di falda. → si generano un modo di filtraz., nello scavo ho linee di flusso dirette verso l'alto → rischio di sfondamento.

→ Risoluzione del problema

Immagine di essere in terreno argilloso (limo-sabbioso)



? D: livello di infiltrazione

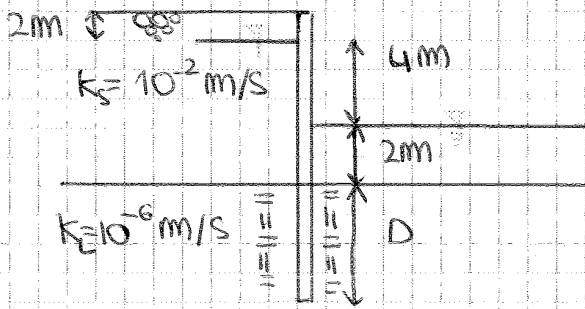
$$j_c = \frac{\gamma'}{\gamma_w} = \frac{\gamma - \gamma_w}{\gamma_w} = 1$$

Ho il max gradiente quando ho il minor percorso → che è quel attaccato alla paratie → linearizzo il problema

$$j = \frac{\Delta h}{L} = \frac{6-2}{4+2D} = \frac{4 \text{ m}}{4+2D}$$

↑  
varia in base alla linea di flusso  
→ scelgo il percorso minore x' è lì che si genera sfondamento

ES



$$F_s = 4$$

$$\Delta h = 4 \text{ m}$$

$$L = 2D$$

L: percorso lungo il quale avvengono le perdite di carico  
 → dove  $K$  è minore ( $\frac{1}{4}$ )

$V_s = V_L$  : condiz. di continuità  
 ↑ SABBIA ↑ LIMO

$$K_s j_s = K_l j_l$$

$$j_s = j_l \frac{K_l}{K_s} = j_l \cdot 10^4$$

$$j = \frac{\Delta h}{L} = \frac{4}{2D}$$

$$\frac{j_c}{F_s} = j \rightarrow \frac{1}{4} = \frac{4}{2D} \rightarrow D = 8 \text{ m}$$

È come se lo strato superiore agisse da serbatoio

### RIASSUMENDO:

Il comportamento meccanico dei terreni è:

- NON LINEARE
- IRREVERSIBILE
- ANISOTROPO

↳ senza conoscere le condizioni iniziali, la storia pregressa, le condiz. di carico.

(a) condiz. iniziali → condiz. idrauliche al contorno

→  $\sigma'_{vo}$  (dalle condiz. di equilibrio)

→  $\sigma'_{ho} = K_0 \sigma'_{vo}$

(b) Eq. di congruenza:

$$E_{HK} = -\frac{1}{2} \left( \frac{\partial U_H}{\partial X_K} + \frac{\partial U_K}{\partial X_H} \right) \quad U_H, U_K: \text{componente vettore spostamenti}$$

↳ sono positivi gli accorciamenti e non le dilataz.

NB:  $E_{HK} = E_{KH} \rightarrow$  ho 6 componenti indipendenti di deformazioni  $\rightarrow$  6 eq. indipendenti

Durante il processo deformativo non ammettiamo né STRAPPI né SOVRAPPOSIZIONE di materia. Il mezzo deformato conserva le proprietà topologiche dell'insieme di partenza, rimane simile a se stesso. Reghiamo un campo di spostamenti e la deformat. che ne deriva è governata dall'eq. (b).

le incognite sono:

3 di spostamento

6 di deformazione

6 di tensione

ho solo 6 eq  $\rightarrow$  devo appiungere altre.

Spostamenti  $\rightarrow$  deformazioni

(a) e (b) sono indipendenti tra di loro perché non consideriamo il materiale.

(c) eq. costitutive che legano  $\sigma$  ed  $\epsilon$ :

$$\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial t} = D_{ijkl} \frac{\partial \epsilon_{kl}}{\partial t}$$

L'eq (c) è spuerde e non dice nulla sulla natura del tensore degli sforzi.

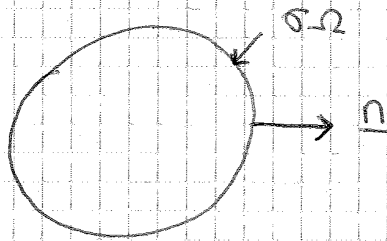
NB Ho 6 eq. indipendenti dello stato di sforzo.

Ho quindi 15 eq in 16 incognite,  $\rightarrow$  devo inserire un'altra equazione:

(e) eq. di continuità

$\Omega$ : dominio

$\partial\Omega$ : sup. regolare (in ogni punto della sup. posso definire in maniera univoca la normale alla superficie  $\rightarrow$  posso def. la derivata direzionale)



Su  $\Omega$  è definito un campo vettoriale di velocità  $\underline{v}$

$\nabla \cdot \underline{v}$  (divergenza di  $\underline{v}$ )

la  $\text{div } \underline{v}$  indica il flusso di  $\underline{v}$  attraverso la superficie.

Hip: le singole particelle e l'acqua sono incompressibili e il mezzo poroso è saturo (è pieno di acqua).

$$\frac{\partial E_v}{\partial t} = \nabla \cdot \underline{v}$$

$E_v$ : variazione di volume

$$\underline{v} = -k \nabla h \quad (\text{legge di Darcy})$$

$$h = z + \frac{u_{st}}{\gamma_w} + \frac{u}{\gamma_w}$$

$\uparrow$   $\uparrow$   
 pressione SOPRAPPRESSIONE  
 stazionaria INTERSTIZIALE (u)

cost  $\times$

$$h = z + \frac{u_{st}}{\gamma_w} + \frac{u}{\gamma_w}$$

$$\nabla \underline{v} = -k \nabla \cdot \nabla h = -k \nabla^2 h = -\frac{k}{\gamma_w} \nabla^2 u$$

$\uparrow$   $\uparrow$   
 div grad laplaciano

$$\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial z^2}$$

$$\frac{\partial E_v}{\partial t} + \frac{k}{\gamma_w} \nabla^2 u = 0$$

$$\rightarrow \Delta \sigma_{ij} \equiv \Delta \sigma_{ij} + u \quad (1)$$

↑ che però trascurato

mi trovo quindi in CONDIZIONE DRENATA (cioè vale la (1) e la  $u$  si dissipa istantaneamente)

e ogni effetto transitorio viene trascurato, mi riferisco a condizioni stazionarie.

$$\rightarrow \nabla^2 h = 0 \quad (\text{eq. di Laplace})$$

In ogni punto del dominio deve essere soddisfatta l'eq. di Laplace e l'unica incognita è  $u$  → la ricerca e poi sommarla alle tensioni totali, sono quelle efficaci.

→ problema disaccoppiato

- Nel caso di materiali a grano fine (limi e argille, con  $k < 10^{-7}$  m/s)

L'applicazione del carico avviene sempre in condiz. non drenate. L'elemento si deforma ma l'acqua non fluisce → assenza di variazioni di volume per mancanza di flusso dell'acqua.

→ se l'elemento di volume non può scambiare acqua, è come se fosse un sistema chiuso dal punto di vista termodinamico →

→ il mezzo è incomprensibile e soggetto alle tensioni totali.

→ problema disaccoppiato.

Analizzo cioè le 2 configuraz. estreme: quella drenata e quella non drenata.

Nei materiali a grano fine, si distinguono 3 fasi:

- condiz. iniziale non drenata
- fase transitoria di flusso chiamata "consolidazione"
- fase finale stazionaria "drenata".



(1) Problema in condiz. di deformazioni plane.

Ogni sez. // al piano delle  
 lamiere può essere  
 considerato piano di  
 simmetria → le deformaz. I

a questo piano sono nulle.

$$\epsilon_{yy} = 0$$

Questo accade per una dimensione è nettamente  
 maggiore dell'altra.

Qual'è l'espressione del lavoro in condiz. di  
 deformazione plane?

$$\delta W = \sigma_1 \delta \epsilon_1 + \sigma_3 \delta \epsilon_3$$

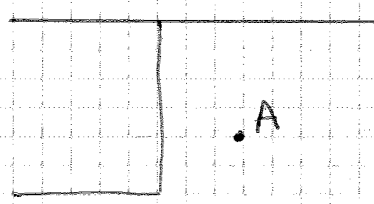
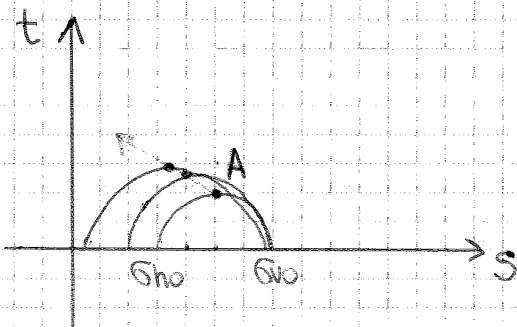
(non c'è  $\epsilon_2$  perché siamo in condiz. plane)

Immagino di introdurre le seguenti var. tensionali:

$t = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}$	(spazio deviatorico) →	$\epsilon_s = \epsilon_1 - \epsilon_3$
$s = \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2}$	(spazio medio) →	$\epsilon_v = \epsilon_1 + \epsilon_3$

$$\delta W = t \delta \epsilon_1 + s \delta \epsilon_3$$

Mi metto ora in un nuovo piano s-t.



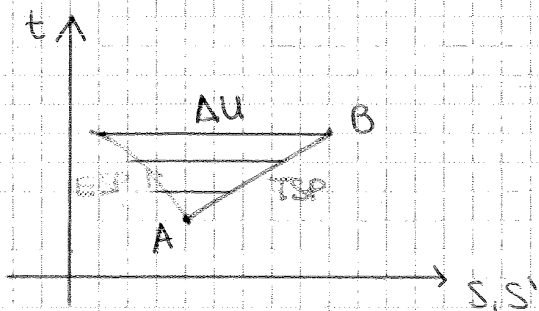
$$(\sigma_1 = \sigma_0, \sigma_2 = \sigma_0)$$

Solo il punto A rappresenta lo stato tensionale non tutto  
 il cerchio di Mohr.

Se realizzo uno scavo ed esamino le condiz. di  
 equilibrio del punto A: la tensione verticale non  
 cambia, la tensione orizzontale invece si riduce



Nel caso non drenante:



$\Delta u$  fa sì che si modifichi il percorso di carico tra TSP e ESP (effective stress path)

$$ESP = TSP - \Delta u$$

## STORIA TENSIONALE e COMPRESSIBILITÀ (cap. 4)

1. Descrivere e quantificare la storia tensionale di un deposito
2. Simulare sperimentalmente tale storia in laboratorio (prove edometriche)
3. Variabili di stato e parametri di compressibilità
4. Calcolo dei cedimenti delle strutture in condiz. monodimensionali (metodo edometriche)

### 1: STORIA TENSIONALE di un DEPOSITO

La configuraz. attuale di un terreno è il risultato della sua storia geologica, noi però parliamo di STORIA TENSIONALE. Dobbiamo conoscere il comportamento del terreno sulla struttura.

Nella primaz. di un terreno la fase di deposizione è la più impo. Intervengono gli agenti di trasporto e abbiamo la fase di sedimentazione che è la prima fase. Il materiale si comprime sotto l'effetto di peso proprio.

### (a) SEDIMENTAZIONE e COMPRESSIONE per PESO PROPRIO

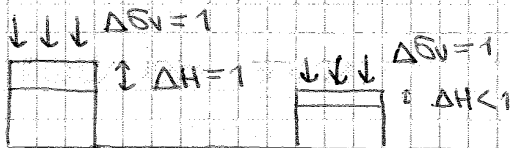


Considero un elemento A frutto di una recente deposizione.

Devo descrivere la storia di carico di A.

Da A a B il percorso è NON LINEARE  
 la riduzione di "e" (dei nodi) è dovuta al moto relativo tra le particelle che è un fenomeno non lineare perché la loro geometria è sempre diversa.  
 Devo conoscere però anche la concavità, l'indice dei nodi per sua definizione ha un limite che è 1, quindi quando tutti i nodi  $\rightarrow$  un costato orizzontale  $\rightarrow$  la concavità sarà solo verso l'alto. U.

Innanzitutto di applicare  $\Delta \sigma_v = 1 \rightarrow$  l'elemento A si ossessa:



A parità di incrementi di  $\sigma_v \rightarrow$  i  $\Delta H$  diminuiscono perché il materiale diventa

più rigido  $\rightarrow$  la concavità è verso l'alto  
 appunto ora di passare da B a C.

Se la fase di sedimentazione è solo di compressione, il sedimento si dice: NORMAL CONSOLIDATO N.C.

La max tensione verticale subita dal proclivo nel corso della sua storia è:  $\sigma'_p$

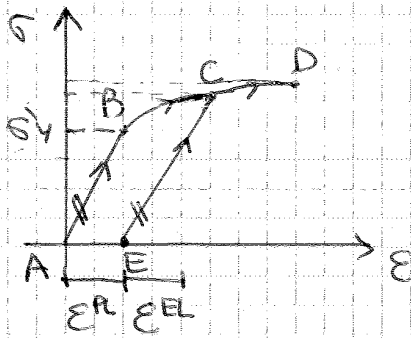
Tensione attuale:  $\sigma'_{vo}$

Se il terreno è NC per definizione:  $\sigma'_p \equiv \sigma'_{vo}$

Spesso i terreni non hanno subito una storia così semplice e due fasi di carico sono seguite quelle di scarico. (es. glaciazione (carico) e disgelo (scarico)).

Se scarico è elemento A non torno al punto di partenza perché il comportamento è elastico ed irreversibile quindi da C vado a D.

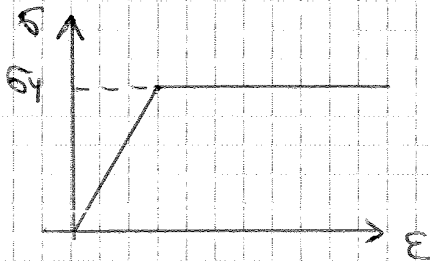
Nel punto D la max tensione a cui è stato sottoposto il proclivo è  $\sigma'_p$  mentre la tensione attuale è  $\sigma'_{vo}$  ma  $\sigma'_p \neq \sigma'_{vo}$ . Il terreno si dice SOVRA CONSOLIDATO O.C.



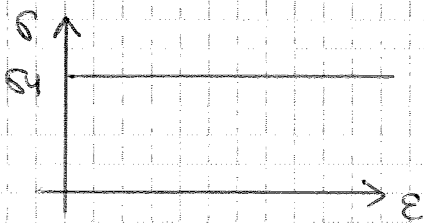
Se scarico il materiale ( $C \rightarrow E$ ) e poi lo ricarico, vedo da  $E \rightarrow C$ ,  $C \rightarrow D$ , cioè il materiale ha MEMORIA del percorso di carico. I materiali elasto-plastici hanno memoria di carico, quelli elastici NO.

La storia dei carichi influenza la storia tensionale. Il materiale si evolve con la storia dei carichi, si parla di INCRUDIMENTO, la tensione di snervamento  $\sigma_y$  si evolve nel tempo.

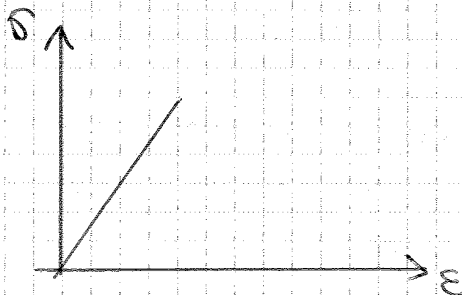
### MODELLI SEMPLICI ELEMENTARI



MODELLO ELASTICO - PERFETTAMENTE PLASTICO  
La  $\sigma_y \equiv$  con la  $\sigma$  di rottura ( $\sigma_R$ )



MODELLO MEZZO PLASTICO PERFETTO o RIGIDO-PLASTICO  
Il materiale si comporta rigidamente fino alla  $\sigma_y \equiv \sigma_R$  (capacità portanti)



MODELLO MEZZO ELASTICO LINEARE (cedimenti)

↑ distanza da punto corrente a punto di OC →

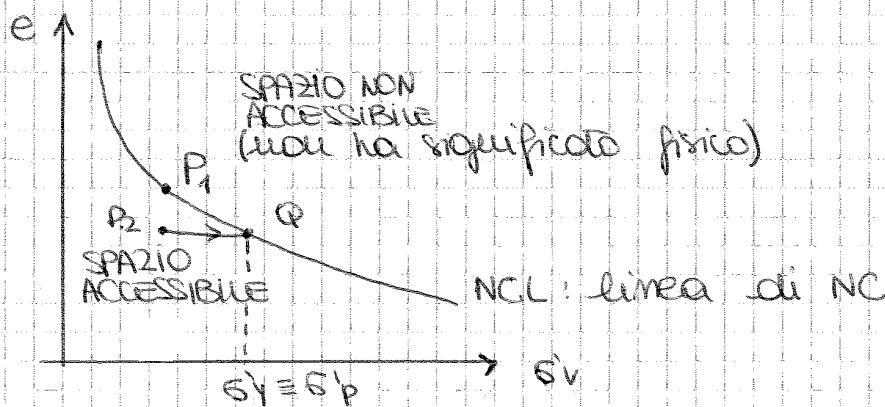
↑ lo stato di OC

OCR: over consolidation ratio (rapporto di OC)  
 quantifico l'entità di OC

$$\text{OCR} = \frac{\sigma'_p}{\sigma'_{vo}}$$

OC  
 ATTUALE

$$\begin{cases} \text{OCR (NC)} = 1 \\ \text{OCR (OC)} > 1 \end{cases}$$



$P_1 \in \text{NCL} \rightarrow \text{NC} \rightarrow$  tensione di smernamento ( $\sigma'_y$ )  $\equiv$  con la tensione corrente ( $\sigma'_v$ )

$P_2 < \text{NCL} \rightarrow \text{OC} \rightarrow$  qui vale OCR?

In  $P_2$  devo capire qual è stata la storia di carico. Devo caricare il terreno fino alla  $\sigma'_p$ , tensione di smernamento (fino ad incontrare NCL)

Quel solo lato la NCL devo immaginare la curva di carico - scarico e devo intersecarla con la NCL.

Le curve di scarico - ricarica, indicano la risposta di un terreno OC.

La tensione di smernamento è la traccia del dominio elastico. Curva di compressione + curva scarico - carico se  $P \in$  curva carico - scarico  $\rightarrow$  piccole deformazioni e piccoli cedimenti, alte resistenze al taglio.

totalmente invece causato solo da componente cinematica.  
 spostamento radiale = 0 :  $U_r = 0$

Devo capire quali sono tensioni e deformazioni.

Ragiono con le corde cilindriche.

Prendo il tensore degli sforzi  $\sigma_{ij}$  : non conosco tensioni  $\tau_{ij}$ , le tensioni normali sono, per definizione anche principali.

$$\sigma_{ij} = \begin{bmatrix} \sigma_{rr} & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{\theta\theta} & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{zz} \end{bmatrix}$$

Devo conoscere le relative componenti di deformazione.

$$\epsilon_{ij} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_{zz} \end{bmatrix}$$

$$\epsilon_{rr} = \frac{\partial U_r}{\partial r} = 0 \text{ perché } U_r = 0$$

Nel caso della prova le fibre continuano a rimanere  $\perp$  tra loro  $\rightarrow$  scorrimenti angolari = 0.

$$\epsilon_{\theta\theta} = \frac{U_r}{r} = 0$$

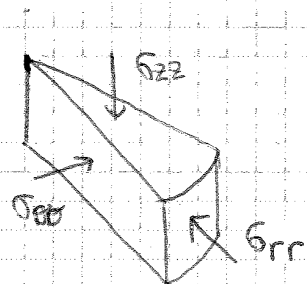
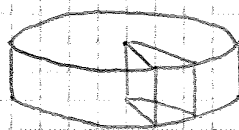
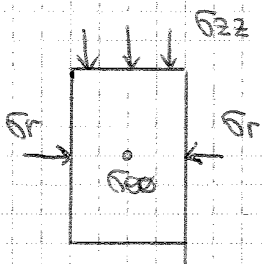
$$\epsilon_{zz} = \frac{\partial U_z}{\partial z} \neq 0$$

$$\epsilon_{zz} = \frac{\Delta H}{H_0} = - \frac{\Delta e}{\underbrace{1/\rho_0}_{\text{VOLUME INIZIALE}}}$$

c'è il meno x' consideriamo positive la compressione

$\epsilon_{ij}$  ha solo una componente non nulla, x' q'st la prova si chiama monoassiale.

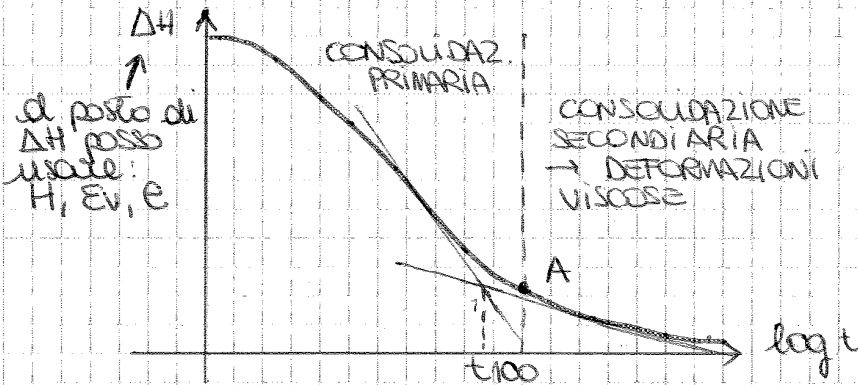
$\sigma_{ij}$  ha 3 componenti  $\neq 0$  perché ho le reaz. di vincoli, se ho uno spostamento impedito, nascono delle tensioni.



la consolidazione dipende dalle condizioni di contorno di drenaggio, dalla lunghezza del percorso di drenaggio. È meglio usare proietti sottili (2 cm di altezza) per ridurre i tempi di drenaggio. la prova di solito è molto lunga (3-4 settimane)

Applicazione del primo gradino:

$$\frac{N}{A} = \sigma_{zz} = 50 \text{ kPa}$$



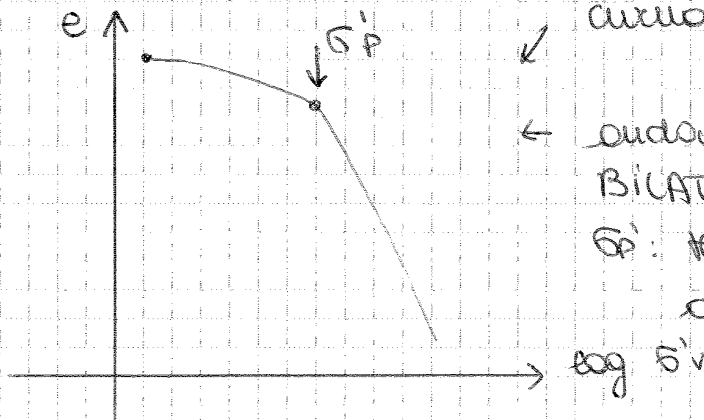
A: tutta la  $u$  si è dissipata. Se il comportamento fosse elastico-plastico, da A in poi non darei vedere più deflezioni, in realtà però il

comportamento è viscoso, ho deformazioni viscosi con carico applicato costante.

Traccio le  $T_g$  di flessi e trovo il  $t_{100}$ .

$$\frac{\Delta H_0}{H_0} = \frac{-\Delta e}{1+e_0} \rightarrow e$$

trasformo di ordinamenti in indice dei vuoti.



curva spazio-deformazione.

← andamento di una BILATERA.

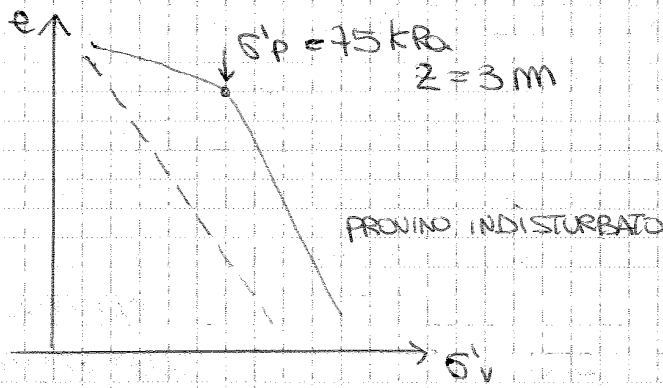
$\sigma'_p$ : tensione di preconsolidaz. o di svernamento.

Applico un secondo gradino di carico. Il carico è applicato in progressione geometrica:

$$\frac{\Delta N}{N} = 1 \quad 50, 100, 200, 400, 800, 1600$$

Ad ogni gradino corrisponde una curva.





Se tocco il provino e lo modello, ottengo una curva patta perché la sua storia precedente è stata cancellata. Devo quindi presumere la struttura del provino sia durante la prelievo che durante l'analisi

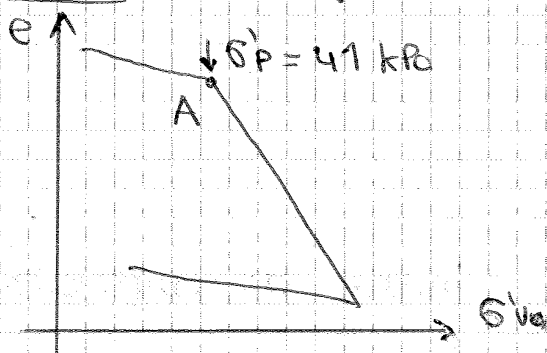
$$\sigma'_{v0} = \gamma z - \gamma_w z_w = \quad (\gamma = 18 \text{ kN/m}^3)$$

$$= 18 \cdot 3 - 9,81 \cdot 3 = 24,57 \text{ kN/m}^2 (= \text{kPa})$$

$z = 3\text{m}$ :  $OCR = \frac{\sigma'_p}{\sigma'_{v0}} = \frac{75}{24,57} = 3,05 \rightarrow$  terreno OC

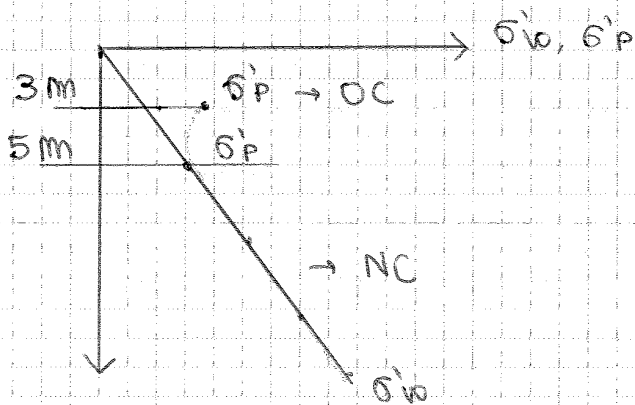
Solo la parte di provino indizzata è in terreno OC, non possiamo ancora dire nulla sull'intero terreno.

Prendo un secondo provino alla profondità di 5m.  $z = 5\text{m} \rightarrow$  eseguo una 2<sup>a</sup> prova edometrica  $\rightarrow$

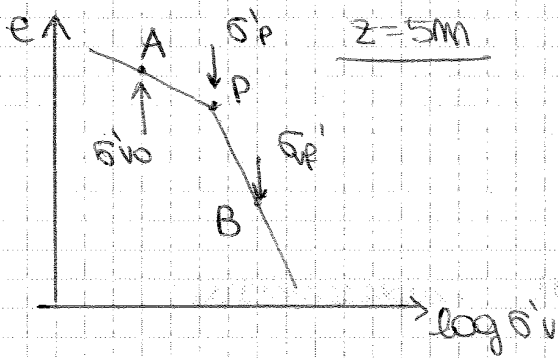


$$\sigma'_{v0} = 18 \cdot 5 - 9,81 \cdot 5 = 40,95 \text{ kPa}$$

$$OCR = \frac{\sigma'_p}{\sigma'_{v0}} = 1 \rightarrow \text{terreno NC}$$



Mi dice come si colloca  $\sigma'_p$  rispetto  $\sigma'_{v0}$  con posso sapere qual' è la causa che ho portato a quel tipo di deposito.



$$\Delta \sigma'_{zz} \rightarrow \sigma'_{vp} = \sigma'_{v0} + \Delta \sigma'_{zz}$$

quale sarà l'accorciamento in seguito all'applicazione del carico.

scampando il percorso e sommo i contributi.

$$\frac{\Delta H}{H_0} = \frac{-\Delta e}{1+e_0} \rightarrow \Delta H = \frac{H_0}{1+e_0} \left\{ C_r \cdot \log \frac{\sigma'_{p'}}{\sigma'_{v0}} + C_c \cdot \log \frac{\sigma'_{vp}}{\sigma'_{p'}} \right\}$$

$\underbrace{\log \sigma'_{p'} - \log \sigma'_{v0}}_{\text{da A a P}} \quad \underbrace{\log \sigma'_{vp} - \log \sigma'_{p'}}_{\text{da P a B}}$

Ogni volta che eseguo la prova edometrica, oltre a  $\sigma'_{p'}$  devo stabilire anche la pendenza di AP e PB

$C_c = 0,7$   
 $C_r = 0,09$

sono ≠ fra loro perché  $C_r$  indica una deformaz. elastica,  $C_c$  una deformaz. elasto-plastica

l'unico modo ora di ottenere altri 2 valori a  $z=5m$

$C_c = 0,8$   
 $C_r = 0,12$

comincio con la propadità

Analizzo lo stato (B) e assumo allo stato (B) lo stesso comportamento dell'elemento di volume, qst x' (B) è sottile (2m).

STRATO B.

$z=3m$  condizioni iniziali:  $(\sigma'_{v0}, e_0)$  :  $\begin{cases} \sigma'_{v0} = 24,57 \text{ kPa} \\ e_0 = 0,8 \end{cases}$

(valori ottenuti dall'analisi dell'elemento di volume)

$\sigma'_{p'} = 75 \text{ kPa}$        $C_c = 0,7$   
 $C_r = 0,09$

la larghezza dello strato è  $\gg$  dell'altezza (2m).

$\Delta \sigma'_{zz} = 150 \text{ kPa} \rightarrow \sigma'_{vp} = \sigma'_{v0} + \Delta \sigma'_{zz} = 174,57 \text{ kPa}$



ES

$$\sigma'_{10} = 40 \text{ kPa}$$

$$\sigma'_p = 180 \text{ kPa}$$

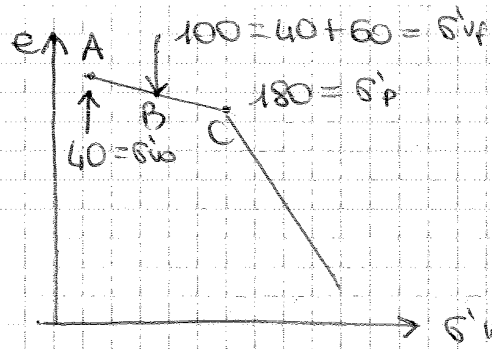
$$\Delta\sigma'_{zz} = 60 \text{ kPa}$$

$$C_r = 0,15$$

$$C_c = 0,8$$

$$H = 3 \text{ m}$$

$$e_0 = 0,6$$



$$\Delta H = \frac{3}{1,6} \left\{ 0,15 \log \frac{100}{40} \right\}$$

lo parto da A, arrivo a B, non a C, non raggiungo la tensione di svernamento  $\sigma'_p$ .

RIASSUMENDO: devo calcolare i cedimenti del terreno.  
 Per prima cosa devo conoscere q. Caratterizzo poi il terreno attraverso prove in laboratorio. Suddivido il terreno in orizzonti via via più cipi. Prelevo i campioni indisturbati e su qst eseguo una prova di compressione monodimensionale. Ottengo così una serie di informazioni:  $\sigma'_p$ ,  $C_c$ ,  $C_r$ . Ho 2 casi: il materiale ha un comportamento elastico-plastico. Se conosco lo stato di partenza e quel finale (sommando alla tensione iniziale il carico q applicato) so su quale caso mi sto muovendo.

Normalizzo (divido per l'area):

$$T_R = \sigma \mu$$

se pongo  $\mu = \operatorname{tg} \varphi$

$$T_R = \sigma \operatorname{tg} \varphi$$

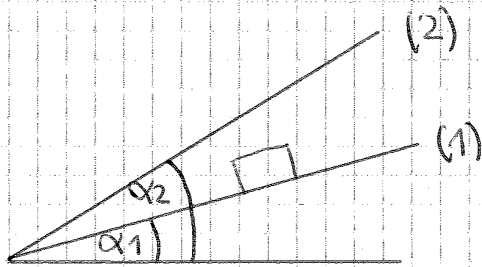
$\varphi$ : angolo di resistenza al taglio (o di attrito)

Dopo 150 anni: 1923 → Terzaghi parla di principio degli spazi efficaci: anche la resistenza al taglio dipende dagli spazi efficaci.

$$T_R = (\sigma - u) \operatorname{tg} \varphi' = \sigma' \operatorname{tg} \varphi'$$

↑ deve essere misurato in termini di tensioni efficaci

L'attrito è un concetto meccanico, l'angolo è un concetto geometrico.



Nella configuraz. (1) il blocco è in equilibrio.  
Nella configuraz. (2)  $\uparrow T$ ,  $\downarrow N$   
 $\rightarrow \mu N \downarrow$

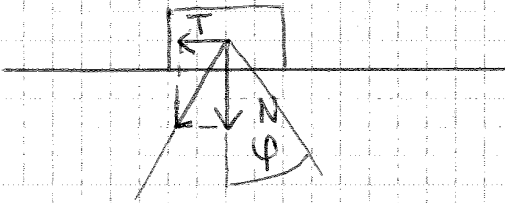
$$F_s = \frac{T_R}{T} = \frac{\mu}{\operatorname{tg} \alpha}$$

È un valore critico di  $\alpha$  oltre il quale c'è lo scivolimento  $\rightarrow \operatorname{tg} \alpha = \mu \rightarrow \alpha = \varphi$

Quid si raggiunge  $\alpha$  critico, viene mobilitata la resistenza al taglio.

Se  $W$  fosse l'alto sp non ci sarebbe scivolimento.  $T \exists$  perché  $W$  ha un'aliquota.

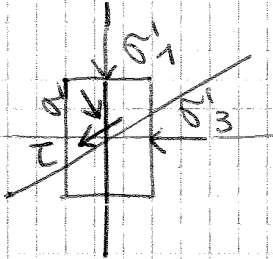
Le rette inviluppano tutti gli stati possibili, lontani dalla rottura. Le rette quindi rapp. lo stato limite di rottura. I punti fuori dall'inviluppo delle rette sono privi di significato. Le rette inviluppano gli stati finiti possibili → INVILUPPO DI ROTTURA.



Suppongo che il corpo sia soggetto solo ad una forza normale  $N$ . Applico poi una forza  $T$ . Se ↑  $T$ , ↑ l'obliquità della risultante

and l'obliquità della risultante raggiunge il massimo valore, il corpo si muove ( $\varphi$ )

$\varphi$ : MAX OBLIQUITA'



Sono in condizioni di stato piano.

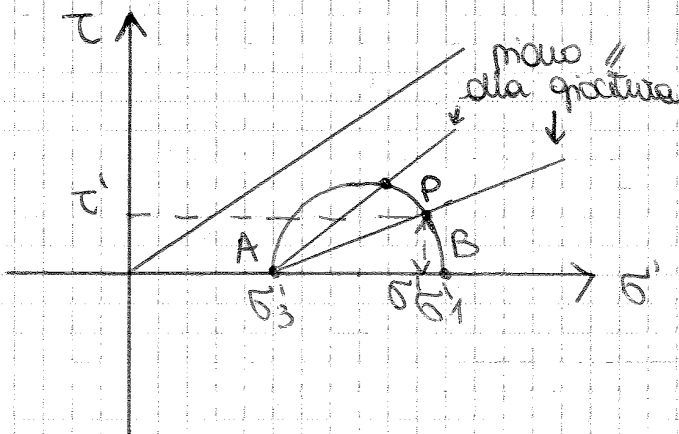
Il piano è soggetto alle tensioni principali:  $\sigma_1'$  e  $\sigma_3'$

Se considero un piano verticale, quello può essere un piano di rottura? (1)

NO perché non c'è una tensione di taglio, lo stesso vale per il piano orizzontale.

I piani principali per definizione NON sono piani di rottura

Un piano  $\angle$  può essere un piano di rottura perché lì ho sempre  $\sigma'$  e  $\tau$ .



La A ho l'origine dei piani ( $A \equiv P$ )

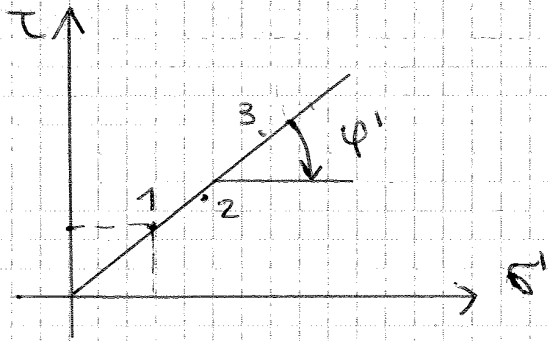
Traccio per P una // alla giacitura del piano e ottengo le componenti di tensioni agenti su quel piano.

$\frac{T_R}{\sigma'}$  indica l'obliquità del piano.

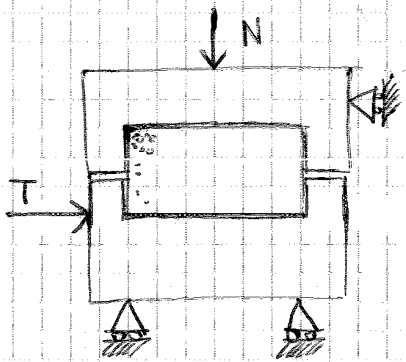
CRITERIO DI COULOMB:  $T_R = \sigma' \operatorname{tg} \varphi'$

Per vedere se siamo o meno a rottura dobbiamo vedere se è soddisfatta l'eq scritta sopra.

Dobbiamo conoscere l'angolo di resistenza al taglio dei terreni che deve essere dedotto dopo un'indagine sperimentale.



I punti sul grafico li dobbiamo determinare per tracciare la retta.



compilare di sabbia contenuto tra 2 scatole.

Se le 2 scatole scorrono fra loro si genera un piano di rottura.

A: area sez orizzontale

$$\sigma' = \frac{N}{A}$$

$\uparrow T \rightarrow$  raggiunge l'angolo di resistenza al taglio  
 $\rightarrow$  si genera rottura.

$$T_R = \frac{T_R}{A}$$

$(\sigma', T_R)_1$ : punto a rottura

Tramite qst coppia di valori determino il punto part della retta.

divido per  $\sigma'_{yy} \delta x$ :

$$\frac{\tau_{yx}}{\sigma'_{yy}} = \mu + \frac{\delta y}{\delta x}$$

$$\frac{\tau}{\sigma'} = \mu + \frac{\delta y}{\delta x} \quad (1) \quad \text{EQUAZIONE DI COULOMB}$$

la (1) è ≠ dall'eq. di Coulomb che era:  $\tau/\sigma' = \mu$   
 Da un punto di vista sperimentale, a rottura otteniamo  $\tau$  e  $\sigma'$ , la interpretiamo con Coulomb, ottenendo una pendenza che rappresenta con  $\mu$ .  
 Le termine  $\mu = \tan \varphi$  ma però al di là dell'attrito

$$\frac{\tau}{\sigma'} = \underbrace{\mu}_{\text{ATTRITO}} + \frac{\delta y}{\delta x}$$

$\uparrow$  var. di volume ( $\delta y$ )  
 associate alle deformazioni per taglio ( $\delta x$ )  
 $\hookrightarrow$  DILATAZIONE

$\varphi'$  è risultato dalla somma di attrito e dilatazione.  
 Il comportamento meccanico delle terre dipende dalle tensioni efficaci e dalla dilatazione.

In E la  $\tau_g$  è positiva ma è minore di quella che ho in F  $\rightarrow \mu + \delta\gamma/\delta x$  è minore rispetto a prima. In F' ho un picco di deformazioni e poi un orizzonte orizzontale.

[2]: in qst caso non vibro il mio campione, ho così molti nodi  $\rightarrow$  sembra sciolta.

la curva orzontale ci dice che con il passare del tempo il profumo continua ad addensarsi,  $\delta\gamma/\delta x = 0$  solo sull'orizzonte.

$$A: \delta\gamma/\delta x < 0 \rightarrow \tau/\sigma' < \mu$$

$$B: \delta\gamma/\delta x < 0 \text{ MA } (\delta\gamma/\delta x)_B \ll (\delta\gamma/\delta x)_A \rightarrow (\tau/\sigma')_A < (\tau/\sigma')_B$$

Non ho più un picco ma solo un valore orizontale. Se interviene  $\rightarrow$  meno la dilatazione, cambia la risposta del materiale.

[1]: COMPORTAMENTO MECCANICAMENTE INSTABILE: dopo un picco ho un decadimento della resistenza.

[2]: COMPORTAMENTO UTILE: il materiale accumula deformazione, senza mai caduta di resistenza.

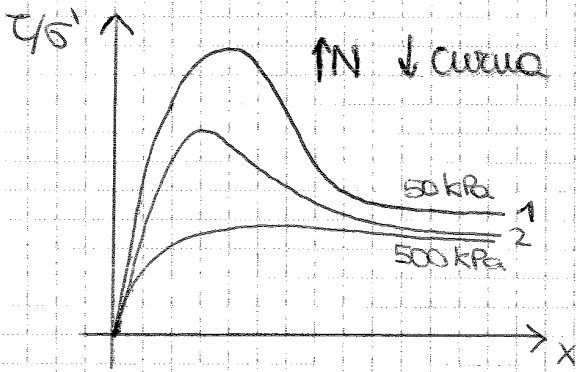
Indipendentemente dalle condiz. iniziali (setto denso o sciolto) E' una condizione ultima tale che (raggiunta la quale):  $\delta\gamma/\delta x = 0$   $\frac{d\tau}{dx} = 0$   $\frac{d\sigma'}{dx} = 0 \rightarrow$  il materiale

è in condizione STAZIONARIA. o CONDIZIONE DI STATO CRITICO (nonostante il nome bisogna ricordarsi che ci si è in condiz. stazionaria).

$$\text{Se } \delta\gamma/\delta x = 0 \rightarrow \tau = \sigma' \mu = \sigma' \operatorname{tg} \varphi'_{cv}$$

$\varphi'$  è l'angolo che si ottiene a volume costante:  $\varphi' \rightarrow \varphi'_{cv}$

la distanza tra retta e curva è il contributo della dilatazza.



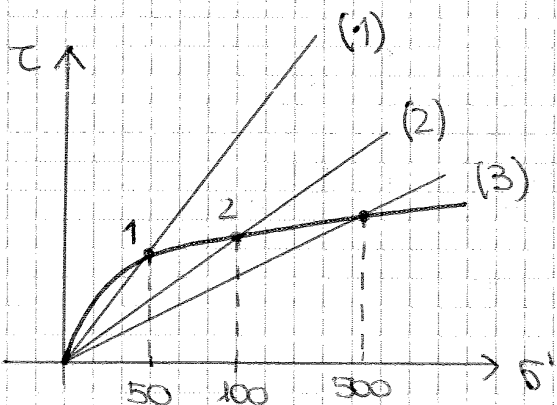
Eseguo una prova di taglio su un materiale addensato. A parità di indici dei vuoti faccio una 2<sup>a</sup> prova.

$$\sigma'_1 = \frac{N}{A} = 50 \text{ kPa (1<sup>a</sup> prova)}$$

$$\sigma'_2 = \frac{N}{A} = 100 \text{ kPa (2<sup>a</sup> prova)}$$

la dilatazza è inibita se io applico una grande  $\sigma'_1$ . All'aumentare dello spazio normale, la curva si abbassa. Il comportamento del prumo dipende quindi anche dallo spazio normale.

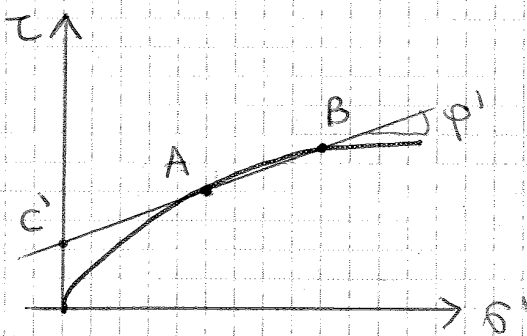
$$\tan \varphi'_p = \frac{\tau}{\sigma'_1} \rightarrow \varphi'_p(1) \quad \varphi'_p(2) < \varphi'_p(1)$$



↑ N → ↓  $\varphi'_p$  → ho un andamento curvilineo dell'inviluppo di rottura.

**! ERRORE DA NON COMMITTERE:**

Sono in presenza di sabbia densa, vengo eseguite 2 prove di laboratorio



→ A e B interpola linearmente, C' è il punto di intersezione.

la retta NON È solo una linearizzazione arbitraria. l'andamento corretto è quello rose!



## ↳ COMPORTAMENTO MECCANICO DELLE ARGILLE TENERE: Percorsi di carico drenati e non drenati (p. 5.7)

Quando si eseguono prove triassiali, applichiamo uno stato di sforzo isotropo tramite pressione in cella:

1<sup>a</sup> FASE: RICONSDIAZIONE  
 $\sigma'_3 = \sigma'_1$  : CONSOLIDAZIONE ISOTROPA (CI)  
 ↑ tensione verticale = 4 direz.

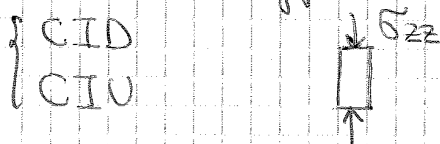
Reo il percorso lo stato tensionale è quello quindi dobbiamo ripristinarlo per poterlo studiare e studiare il comportamento del prumo. Le tensioni totali con il passare del tempo diventano efficaci.

Posso anche ripristinare uno stato tensionale anisotropo (CA)

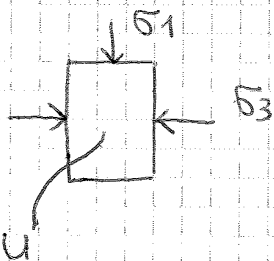
CI:  $\begin{cases} \text{CI} \\ \text{CA} \end{cases}$  (CI è la sigla con cui si indica la prova triassiale)

Applicare lo stato di sforzo significa non arrivare mai a rottura

2<sup>a</sup> FASE: ROTURA: Applico un  $\Delta\sigma_{zz} = \frac{\Delta N}{A}$  (la 2<sup>a</sup> fase si può eseguire a drenaggio aperto (CID: prova drenata) o a drenaggio chiuso (CIU: prova non drenata))

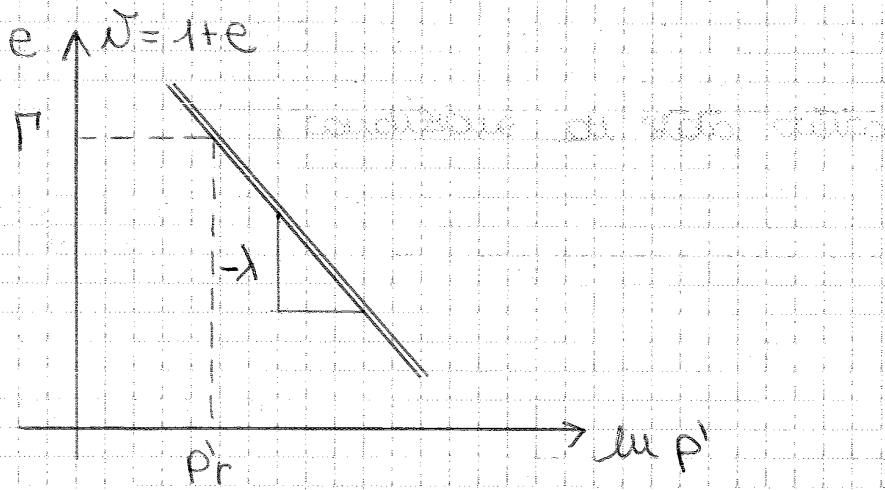


Quindi applichiamo  $\sigma'_3$  (1<sup>a</sup> fase) +  $N$  (2<sup>a</sup> fase) assieme.



La risp. di volume condiziona il comportamento del materiale → devo togliere la risp. di volume come variat. di volume (devo inserire una var. di deformazione di volume e deviatorica). → introduco nuove variabili





La retta di SC è definita da  $\Gamma$  (posta per  $\Gamma'$ ) e dall'inclinazione  $\lambda$ .

$$v = \Gamma - \lambda \ln \left( \frac{p'}{p_r} \right) \quad (2)$$

Un materiale ha raggiunto la SC quando lo spazio deviatore è nullo. La tensione media efficace  $p'$  e volume specifico soddisfanno le 2 eq. dello stato critico (1) e (2).

Idea centrale della teoria dello SC:

il comportamento meccanico dipende dalla relazione esistente tra STATO INIZIALE e STATO CRITICO

... "coordinate di riferimento" ...

SI  $\rightarrow$  condizioni di stato imposte dalla prova  $\rightarrow$  SC

Lo stato iniziale e lo stato critico li consideriamo come coordinate di riferimento della storia di carico del materiale. Dobbiamo però capire come si sviluppa la storia.

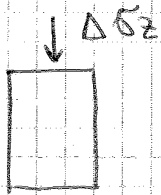
in (1) A si trova nell'origine perché  $q=0$  e non sono intervenute delle azioni.

Se il materiale è ormai consolidato, A si trova su  $NCL \rightarrow A'$ . Queste sono le condiz. iniziali. Alla fine il punto si dovrà trovare sulla linea di stato critico, ma come avviene il passaggio?

Eseguo una prova drenata (C.I.D) ← prova consolidata isotropicamente a drenaggio aperto.

1ª fase: le condiz. di drenaggio al continuo devono essere libere ma qst non basta perché  $\Delta u$  deve essere = 0 e  $\sigma = \sigma'$ , le prove deve quindi essere caricate lentamente così che non possano scarsi tensioni interstiziali.

2ª fase (drenata):  $\int v dt$   
 $TSP \equiv ESP$   
 $\left. \begin{array}{l} p = p' \\ \Delta u = 0 \end{array} \right\}$   
 ↑ TOTAL STRESS PATH      ↑ EFFECTIVE STRESS PATH



$$\Delta p = \frac{\Delta \sigma_z + 2 \Delta \sigma_r}{3} = \frac{\Delta \sigma_z}{3}$$

$$\Delta q = \Delta \sigma_z - \Delta \sigma_r = \Delta \sigma_z$$

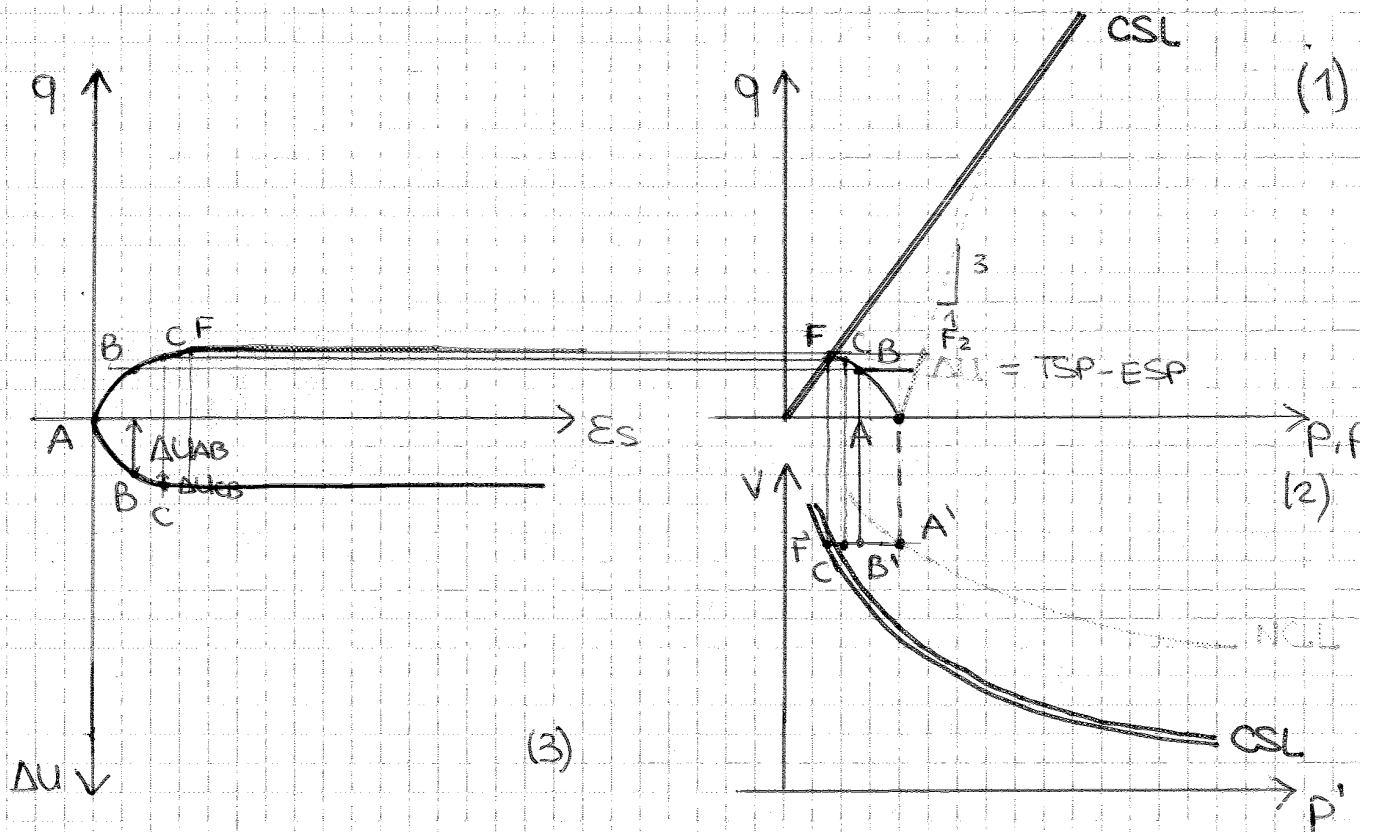
$\Delta q / \Delta p = 3 \rightarrow$  in (2) rappresenta la retta. Se la prova è eseguita con incremento delle tensioni assiali, il materiale è obbligato a seguire una retta di percorsi di carico con pendenza 3 su 1.

Prendo su (2) il pt B che deve E alla curva sforzo-deformaz su (1). Il passaggio da A a B è lineare o no? Se carico un materiale che si trova già su  $NCL$  le deformaz saranno prevalentemente plastiche  $\rightarrow$  il passaggio da A a B sarà non lineare ed irreversibile.

Quel la retta arriva ad F la prova finisce e su in (3) F si deve trovare sulla linea di stato critico.

una reazione al vincolo che è la sovrappressione interstiziale  $\Delta u$ .

ARGILLA NORMALE CONSOLIDATA



(1) è l'equivalente del piano di Mohr, la pressione media totale ( $p$ ) e quella efficace ( $p'$ ) sono diverse

(2) è il piano di compressione.

In (1) rappresento le condiz. imposte di prova, lo stress path. (2) rapp. la risp. del materiale che dipende solo dalle tensioni efficaci.

(3) metto  $\Delta u$  e non  $E_v$  perché in qst caso  $E_v$  è costantemente varia  $\Delta u$ .

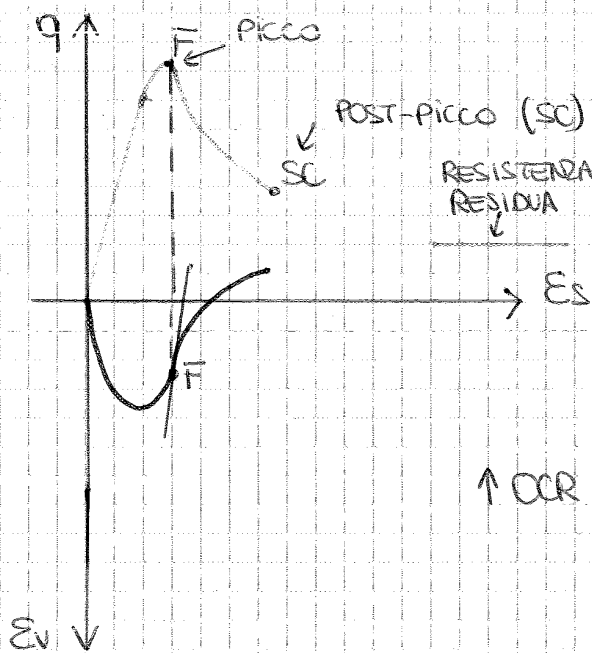
$\Delta E_v$  e  $\Delta u$  rapp. 2 aspetti (carattere duale) dello stesso fenomeno.

Miglior le coord. di riferimento: in (1) la linea di  $SC$  e in (2) la curva di  $ST$  e la  $NCL$ .

## 2. L'APPORTAMENTO MECCANICO DELLE ARGILLE CONSISTENTI



Aspetti geomorfologici delle argille consistenti:  
 Immaginario di eseguire delle prove CID e ripartire  
 il valore del deviatore in funz. della deformaz. deviatorica



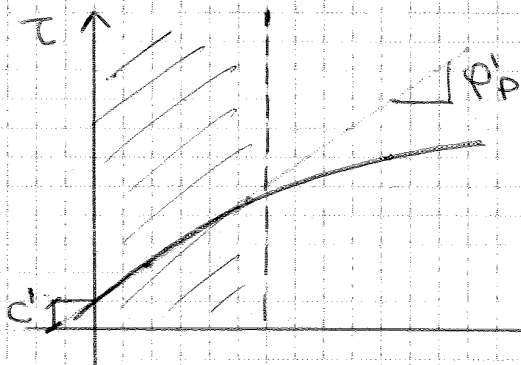
All'inizio ho un modulo  
 di deformaz. molto alto  
 e dopo un picco ho una  
 caduta di resistenza.

Il punto di flesso  
 (max. deformaz.)  
 corrisponde al  
 punto di picco.

↑ OCR → ↑ la caduta di resistenza.

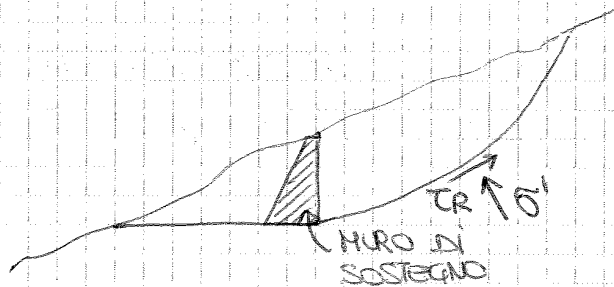
Quando si produce una sup. di rottura le particelle del  
 materiale (che sono lamellari) si isorientano → si riduce  
 la resistenza al taglio (detta resistenza residua)  
 la resistenza residua è associata allo scorrimento  
 laminare delle particelle argillose, di primo  
 appiattito, che al progredire della deformazione  
 si allineano parallelamente alla direzione dello  
 scorrimento

Se riproto le curve dei punti di rottura sul piano di Mohr: i punti denso e di involucro di rottura del materiale  $\rightarrow$  si genera un involucro curvilineo che non passa per l'origine, (presenta un'intercetta)  $\exists$  perché tra le particelle  $\exists$  dei legami non necessariamente di natura solida  $\rightarrow$  nasce un contributo di natura diagenetica  $\rightarrow \exists$  una resistenza  $\tau \neq 0$  anche quando  $\sigma = 0$ .



L'ing tende a linearizzare quest involucro ma la linearizzaz. va fatta solo nell'ambito dell'intervallo tensionale del problema in esame.

Se per es ho un pendio in argilla su cui voglio realizzare una strada a mezzo costa.



Quel rimane il terreno ovvero le condiz. di equilibrio preesistente.

L'azione stabilizzante che impedisce lo scivolamento è la  $T_R$ . La resistenza di taglio dipende da  $\sigma'$ . Se l'involucro di rottura è curvilineo, per trovare il legame tra  $\sigma'$  e  $T_R \rightarrow$  linearizz

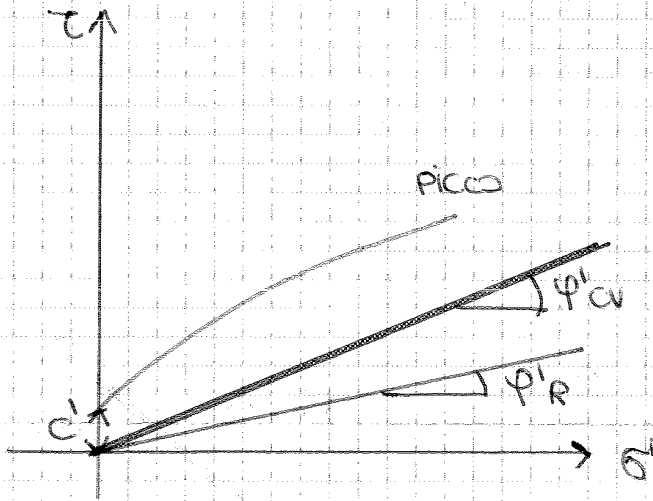
Spessore  $\times \gamma \rightarrow$  mi dà lo stato tensionale.

La linea  $\perp$  mi divide la parte sx (che è quella di nostro interesse) da quella dx che invece supera il nostro intervallo tensionale.

$$T_R = c' + \sigma' \tan \phi' \leftarrow \text{eq di Coulomb che interpreta la retta che linearizza il mio involucro curvilineo.}$$

$c'$  e  $\phi'$  sono significativi solo ai fini dell'analisi che sto facendo e nell'intervallo tensionale da me considerato.

## confronto



$$\varphi'_R: 5^\circ - 14^\circ$$

$$\varphi'_{cv}: 22^\circ - 32^\circ$$

$\uparrow$  PI  $\downarrow$   $\varphi'_{cv}$  (PI: indice di plasticità)

$c'$  } leggi di interazione  
 $\varphi'_p$  } tensione

Se posto a rottura un materiale consistente, il comportamento è caratterizzato da un picco, uno stato critico ed uno stato residuo. L'involucro di picco è curvilineo, quello di ST è lineare, quello ultimo è anch'esso lineare.

Parametri di resistenza al taglio: → SCELTA

Voglio realizzare un edificio e devo fare uno scavo.

Devo fare uno studio geomorfologico (processi in atto o pregressi)

In epoche passate il pendio ha già avuto dei movimenti in passato. Se avviene un altro movimento si tratterebbe di riattivazione di movimenti pregressi.

Abbiamo quindi perciò questa domanda: Riattivazione di precedenti movimenti?

- Se SI → la resistenza disponibile è = a quella residua:  
 $\tau_R = \sigma' \operatorname{Tg} \varphi'_R$  (l'analisi va fatta con i valori residui)
- Se NO → ho movimenti di primo distacco → ci poniamo i seguenti interrogativi:



Nel caso a. ho un  $\Delta U$  che sorge per effetto del carico applicato

$\uparrow$  tensioni efficaci ( $\sigma'$ )  $\rightarrow \uparrow t_e$

Le  $\sigma'$  sono maggiori a lungo o a breve termine?

$$T_R = \sigma' \operatorname{tg} \varphi_{cv} = (\sigma - u_0 - \Delta U) \operatorname{tg} \varphi'_{cv} \quad t = t_0$$

Prima di mettere il carico ho  $u_0$  del caso idrostatico, poi metto il carico e si genera un  $\Delta U$ .

$$T_R = \sigma' \operatorname{tg} \varphi_{cv} = (\sigma - u_0) \operatorname{tg} \varphi'_{cv} \quad t = t_0$$

Al tempo  $t_0$  tutto il  $\Delta U$  si è dissipato  $\rightarrow$  al tempo  $t_0$  ha uno  $\sigma'$  maggiore  $\rightarrow$  maggiore resistenza

La condizione critica non diventa se è oro a breve termine ( $\Delta U > 0$ )

$$T_R = (\sigma - u_0 - \Delta U) \operatorname{tg} \varphi'_{cv}$$

$\uparrow$

devo sapere qual'è il  $\Delta U$  per fare qst tipo di analisi.

Calcolare  $\Delta U$  non è facile  $\rightarrow$  alternativo

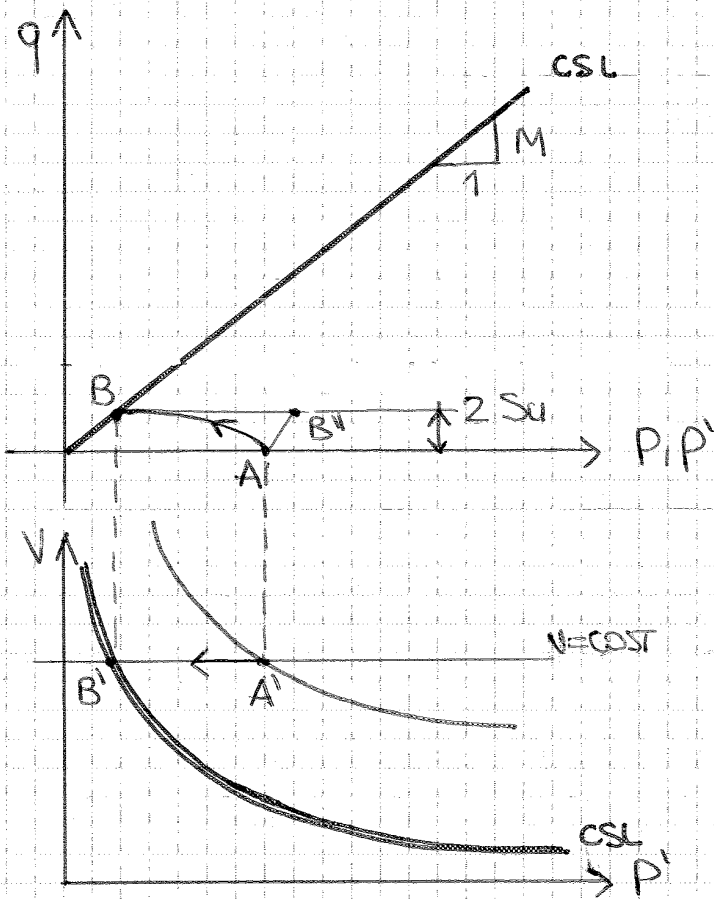
ALTERNATIVA:

(a) se sono in condiz. non drenata il terreno non scambia acqua con l'ambiente circostante  $\rightarrow$  dal punto di vista termodinamico ho un sistema chiuso manofse perché qui la fase fluida non scambia con l'ambiente circostante, è inutile dividere le 2 fasi.

(b) faccio quindi un'analisi in termini di tensioni totali



② Diagnosi della resistenza non diretta



Porto a rottura il  
piano A in condiz.  
non diretta

$$q = \sigma_1 - \sigma_3$$

$$S_u = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}$$

$$q = 2 S_u$$

NB:  $S_u$  è legato a tutto ciò che abbiamo detto ieri.

$$S_u = \frac{1}{2} q_{sc} = \frac{1}{2} M p'_{sc}$$

$$V_{os} = V_o = \Gamma - \lambda \ln \left( \frac{p'_{sc}}{p'_r} \right) \quad \text{linea di SC}$$

↳  $p'_r$  di riferimento

↳ da qui ricaviamo  $p'_{sc}$

$$p'_{sc} = p'_r e^{\left( \frac{\Gamma - V_o}{\lambda} \right)}$$

$$S_u = \frac{1}{2} p'_r M \exp \left( \frac{\Gamma - V_o}{\lambda} \right)$$

$S_u$  è un modo + di chiamare il deviatore a rottura  
ed è legato ai parametri che definiscono lo SC.

# MOTI DI FILTRAZIONE [cap. 6]

Par : 6.1 - 6.5 : richiami

Par : 6.6 : moti in regime stazionario

Par : 6.7 - 6.10 : approfondimenti

Par : 6.11 : teoria della capillarità, regime transitori

## 1. MOTI IN REGIME STAZIONARIO

a. la legge che lega carattere e moto di filtrazione è la legge di Darcy:

$$\underline{v} = -k \nabla h \quad (h: \text{carico idraulico totale } (\equiv \text{carico piezometrico}))$$

Il moto di  $\underline{v}$  è contrario a quello di  $h$ .

Se  $k$  è uno scalare (mezzo omogeneo ed isotropo)

$\underline{v}$  e  $h$  sono 2 vettori collineari.

b. Qui consideriamo i 2 mezzi sovrapposti (liquido e solido) il volume dell'  $H_2O$  che esce dai pori deve essere = alle variaz. di volume dello scheletro solido

$$\frac{\partial \epsilon v}{\partial t} = \nabla \cdot \underline{v} \quad (\text{espressione locale dell' eq. di continuità})$$

↳ MODELLO ACCOPPIATO : semplifico usando le 2 configuraz. estreme : drenata e non drenata.

Se sono in presenza di MOTO STAZIONARIO (tip) i caratteri del moto sono indipendenti dal tempo.

(caricamento piezometrico, pressione nel pto) (possono però dipendere dallo spazio)

→ l'eq di continuità (b) implica che:

$$\frac{\partial \epsilon v}{\partial t} = 0 \rightarrow \boxed{\nabla \cdot \underline{v} = 0}$$

Il campo di velocità deve avere divergenza nulla.

Dopo aver risolto l'eq. so' qui vede il carico idraulico. A noi però serve la resistenza al taglio che dipende dalle tensioni efficaci, anche i cedimenti dipendono dalle tensioni efficaci. Se conosciamo la pressione interstiziale, conosciamo anche le tensioni efficaci.

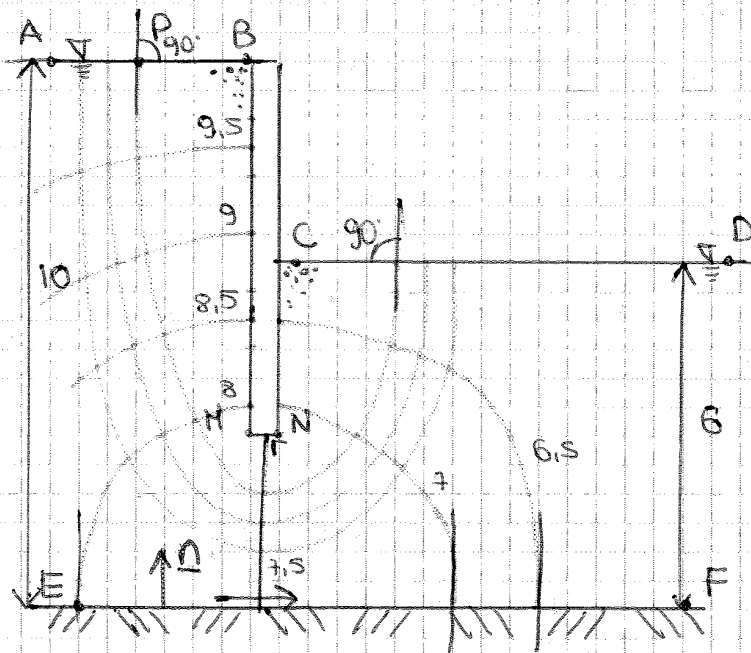
Il nostro interesse primario è quindi il calcolo delle pressioni interstiziale. → tensioni efficaci → analisi di stabilità.

Se conosco  $h$ , il problema è risolto perché:

$$h = \xi + \frac{u}{\gamma_w} \rightarrow u = \gamma_w (h - \xi) \rightarrow \sigma' = \sigma - u$$

$\uparrow$  quota geometrica nota x definiz.       $\uparrow$  pressione H<sub>2</sub>O (pressione interstiziale)       $\uparrow$  tensioni efficaci

↳ PROBLEMA: PARATIA



Supponiamo di avere un mezzo anisotropo e di conoscere le condiz. idrauliche a monte e a valle. Supponiamo che il terreno si trovi su un strato roccioso impermeabile. (Se non ho lo strato roccioso mi posso ad una dist. che non ho + interesse

dal modo di filtrazione). Se  $h = \text{cost}$  ho il luogo dei punti che hanno  $h = \text{cost}$ , se mi muovo ho una curva di livello corrispondente ad una determinata  $h$ .

$$\left. \begin{array}{l} h_A = 10 \\ h_B = 10 \end{array} \right\} \overline{AB} \text{ è equipotenziale : } \underline{h = 10 \text{ m}}$$

$$\rightarrow \text{TRATTO } \overline{CD} : \left. \begin{array}{l} h_C = 6 \\ h_D = 6 \end{array} \right\} \overline{CD} \text{ è equipotenziale : } \underline{h = 6 \text{ m}}$$

$\rightarrow$  TRATTO  $\overline{EF}$  : la componente verticale della velocità deve essere nulla perché lo strato sotto è impermeabile. Quindi la velocità deve essere  $t_g$  in ogni punto ad  $\overline{EF} \rightarrow$   
 $\overline{EF}$  è linea di flusso

Le potenziali, su  $\overline{EF}$ , sono  $\perp \overline{EF}$ .  
 Le linee equipotenziali partono orizzontali in  $AB$ , diventano verticali in  $\overline{EF}$  e poi tornano orizz. in  $CD$ .

$\uparrow \underline{n}$  : vettore normale ad  $\overline{EF}$

$$\underline{V} \cdot \underline{n} = 0 \text{ perché sono tra loro } \perp.$$

Se  $F=0$  è la superficie, la normale alla sup è :  $\underline{n} = \frac{\nabla F}{|\nabla F|}$  ( $F$ : mano orizzontale)

$$\underline{V} = -k \nabla h \rightarrow \underline{V} = \nabla h \text{ a meno di un cost.}$$

$$\underline{\nabla h} \cdot \frac{\nabla F}{|\nabla F|} = 0 \leftarrow \text{eq. valida } \forall \text{ superficie}$$

$\uparrow$  in qst modo diciamo che  $\nabla h$  non può avere componente verticale.

$\rightarrow$  TRATTO  $\overline{BHNC}$  :  $\overline{BHNC}$  è linea di flusso

$$\underline{\nabla h} \cdot \frac{\nabla F}{|\nabla F|} = 0 \text{ (F: mano verticale)}$$

Vogliamo dimostrare che se è nota la rete di flusso, sono note tutte le grandezze che ci interessano.

1. Consideriamo un punto R: conosciamo il valore dell'equipotenziale (come in qualsiasi altro punto)  
 Sappiamo di voler conoscere la pressione interstiziale in R

$$U_R = \gamma_w (h_R - f_R) \rightarrow \text{conosco anche: } \begin{cases} \delta' = \delta - u \\ T_R = (\delta - u) \tan \varphi \end{cases}$$

conosco cioè tensioni efficaci e resistenza al taglio ( $T_R$ )

2. Conosco anche il gradiente idraulico. Io lo voglio conoscere dove c'è pericolo di sfondamento, in corrispondenza del pelo libero di valle:

$$j_s = \frac{\Delta h}{l} = \frac{h_R - h_S}{SR}$$

In C, S, T, la differenza di potenziale tra 2 punti è pari a 0,5. Il gradiente idraulico è  $\Delta h / l \rightarrow$  esso è maggiore dove è minore il tratto  $l$ .

La linea di flusso alla quale compete maggiore gradiente idraulico è quella a tergo del diaframma poiché a parità di  $\Delta h$ , ho un " $l$ " minore.  
 Ho fenomeni di sfondamento vicino alla parotta.

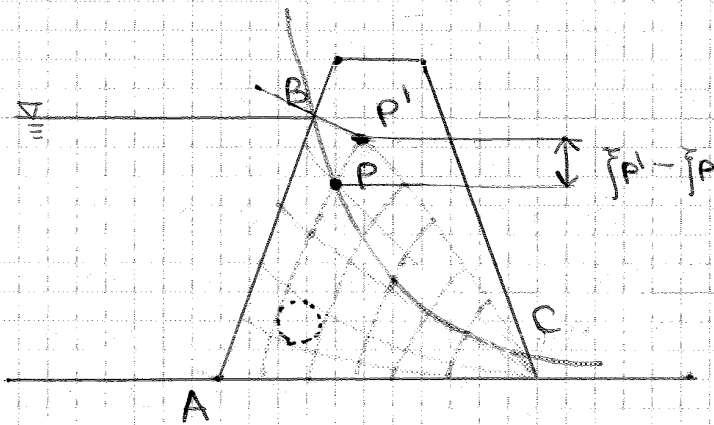
3. Ci interessa anche la quantità di  $H_2O$  che passa sotto la parotta per sapere che tipo di pompa usare.

Il volume tra 2 linee di flusso è un tubo di flusso e in ogni sua sez.  $\times$  continuità, passa la stessa quantità di  $H_2O$  ( $\uparrow A \rightarrow \downarrow V \quad Q = A \cdot V = \text{cost}$ )

Quando il tubo di flusso nel tratto verticale sotto MN

$$Q = v \cdot A = (k \cdot j) \cdot A = k \frac{h_R - h_S}{SR} \cdot RR$$

Se conosco la rete di flusso, conosco tutte le info che ci servono.



Devo evitare i  
fluocenni di focine  
devo dare un  
"fauco idraulico"  
tra la cresta delle  
diga ed il max imo

$\overline{AB}$  è un equipotenziale  $\rightarrow$  le linee di flusso saranno  $\perp$  ad  $\overline{AB}$ .

Non conosco a priori la posizione delle sup. libera, quindi la suppongo e poi faccio la verifica, se non la rispetto, la cambio.

BC è una linea di flusso e una sup. libera.

$$BC \begin{cases} \text{linea di flusso: } \nabla h \cdot \frac{\nabla F}{|\nabla F|} = 0 & (1) \\ \text{superficie libera: } u = 0 & (2) \end{cases}$$

Suppongo BC per soddisfare lo (1), poi verifico per soddisfare lo (2) spostandola  $\uparrow$  o  $\downarrow$  se necessario.

Devo conoscere la pressione interstiziale. L'unico modo di disegnare una sup. di scioglimento, - voglio calcolare  $u$  in  $P$ . Io conosco l'equipotenziale di  $P$ . Prendo un punto che è alla stessa equipotenziale e che si trova sullo sup. libera.

Per def. di equipotenziale:  $h_P = h_{P'}$

$$h_P = \bar{h}_P + \frac{u_P}{\gamma_w} = \bar{h}_{P'} + \frac{u_{P'}}{\gamma_w} = h_{P'}$$

$$u_{P'} = 0 \quad \text{X' } P' \text{ è sup. libera}$$

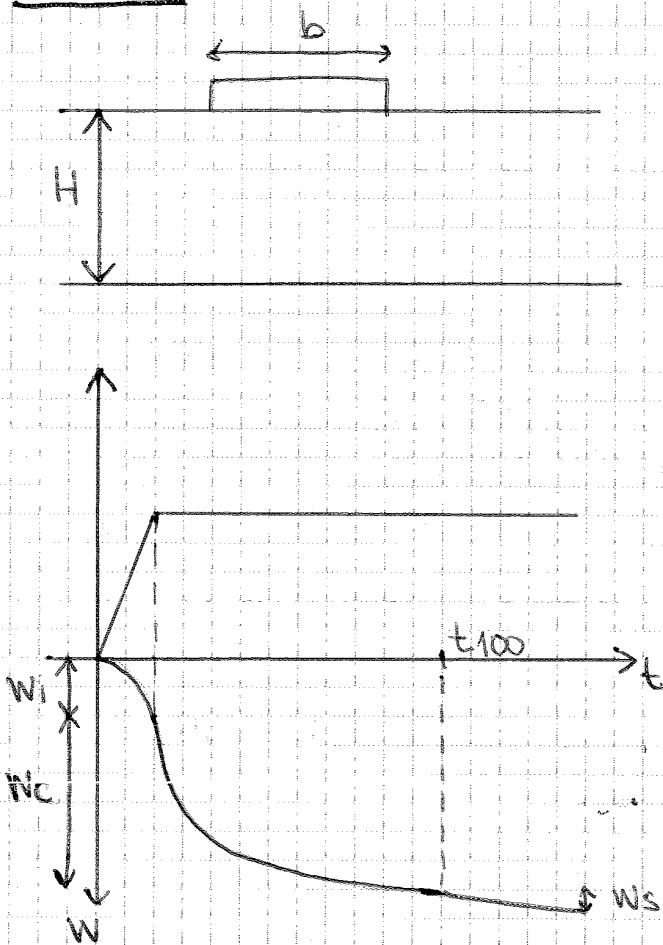
$$u_P = (\bar{h}_{P'} - \bar{h}_P) \cdot \gamma_w$$

$\downarrow$   
differenza di quota lungo l'equipotenziale.



## 2. MOTI DI FILTRAZIONE IN REGIME TRANSITORIO: TEORIA DELLA CONSOLIDAZIONE

PREMESSA:

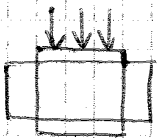


Se realizziamo una fondaz. di dimensioni finite, su strato di argilla, possiamo distinguere nel corso dell'applicaz. del carico, i cedimenti per diverse diposte

se il terreno ha bassa conduttività, siamo in condiz. non drenate

$W_i$ : cedimento immediato  
 $W_i$  avviene in condiz. non drenate, quindi a volume costante, se considero un generico elemento  $A$  sotto la fondaz. di accorciamento osside deve corrisp. un'

espansione laterale, tale che la variaz. di volume sia nulla. Nasce una  $\Delta u > 0$  (saturazione interstiziale). Nel tempo, inizia il flusso dell' $H_2O$  dai pori  $\rightarrow$  si riduce l'indice dei vuoti.



$W_c$ : cedimento di consolidazione che è il cedimento prodotto da una variaz. delle tensioni efficaci, dovuta alla dissipazione delle  $\Delta u$  (saturazione interstiziale)

Le  $t_{100}$  segue la fine del processo di consolidazione e  $\Delta u = 0 \rightarrow \sigma = \sigma'$ .

Nel tempo c'è un'ulteriore diposta di cedimento:

$W_s$ : cedimento secondario dovuto alle deformaz. viscosse e che avviene sotto tensioni efficaci costanti (sono cioè in equilibrio con i carichi applicati)