NUMERO: 589

DATA: 17/07/2013

A P P U N T I

STUDENTE: Roveda

MATERIA: Meccanica delle Macchine
Prof. Pastorelli

06/03/13

MECCANICA DELLE MACCHINE

Docenti:

Stefano Pastorelli stefano.pastorelli@polito.it DIMEAS
Stefano Marchesiello stefano.marchesiello@polito.it DIMEAS

Esame: 2h 3-4 esercizi

2 Testi: TEORIA — Meccanica applicata alle macchine | Autori
ESERCIZI esercizi di " | Jacazio-Pastorelli

Programma delle lezioni del corso sul portale

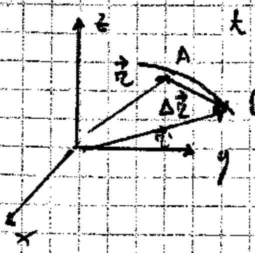
Ricevimento: alla fine delle lezioni o su appuntamento

Importante <u>acquisire un metodo di analisi</u>

• Richiami di <u>cinematica del corpo puntiforme</u>

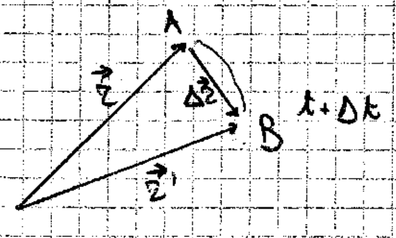
Parliamo di cinematica quando dobbiamo occuparci del solo movimento del corpo, di un corpo puntiforme si possono trascurare le dimensioni. Ciò che ci interessa del movimento del corpo è che in un istante può avere una certa <u>posizione</u> e che essa può cambiare

Possiamo individuare la posizione in un sistema di assi cartesiani



la posizione è identificata dal vettore $\vec{r}$.
è una grandezza vettoriale

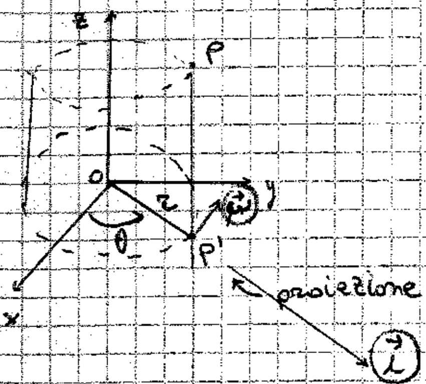
Una grandezza vettoriale è identificata da: <u>direzione</u>, <u>modulo</u>, <u>verso</u>



$$\vec{r}\,' = \vec{r} + \Delta\vec{r}$$

Per disegnare il vettore somma adottiamo la solita REGOLA DELLA POLIGONALE in altre situazioni sarà più utile un diverso sistema di coordinate:

COORDINATE CILINDRICHE



consideriamo un cilindro che ha asse lungo z e raggio tale da passare per A

se P cambia posizione (a meno che non si sposti // all'asse z) cambia anche P'.

Si può identificare P grazie ai parametri raggio, angolo e distanza tra P' e P

il vettore posizione sarà la somma di 2 vettori:

$$\vec{r} = r\vec{l} + z\vec{K}$$
$$\vec{OP} \quad \vec{OP'} \quad \vec{PP'}$$

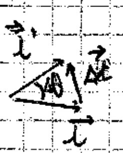
abbiamo 2 termini ma l'informazione è sempre di dimensione 3

θ determina la direzione di l

Per fare la derivata dovrò derivare anche l

sul libro c'è scritto "derivata di un vettore rispetto al tempo", vuol dire che la lunghezza rimane costan

dobbiamo trattare la
Derivata di un versore



la variazione è un angolo perché l è un versore, ha modulo costante = 1

abbiamo un angolo che varia nel tempo

noi abbiamo 2 versori, che quindi individuano un piano.

Introduciamo la VELOCITÀ ANGOLARE $\vec{\omega}$ è un vettore perché individua:

- un asse perpendicolare al vettore radiale $\vec{l}$
- un verso di rotazione con la regola della mano dx

anche se è una "freccia nello spazio" visto il suo significato possiamo rappresentarlo come una freccia curva oraria o antioraria

$\vec{\omega}$ sempre $\perp$ a $\vec{l}$
e anche sempre $\perp$ al piano, infatti ( ) serve per fare la regola della mano dx, il pollice "esce"

$$\vec{\omega} = \frac{d\vec{\theta}}{dt}$$

con l'angolo $\vec{\theta}$ si indica il vettore uscente e di modulo θ

(si indica l'angolo come un vettore semplicemente

la lunghezza di $\Delta\vec{l}$ dipende da $\vec{\omega}$

Moto rettilineo

il punto sta sempre su un asse

$\vec{r} = x\vec{i}$

siccome la direzione è fissa possiamo ignorare il versore

Identificato x sappiamo tutto sulla posizione: il problema diventa scalare

x posizione

$v = \dot{x}$

$a = \ddot{x}$

ACCELERAZIONE COSTANTE

a = costante nel tempo

$\frac{dv}{dt} = a \Rightarrow dv = a\,dt$

$\int dv = \int a\,dt$

$\frac{dv}{dt} = a$

$$\int_{v_0}^{v(t)} dv = \int_0^t a\,dt$$

$v(t) - v_0 = at - a\cdot 0 = at$

$$v(t) = a(t-0) + v_0 = at + v_0$$

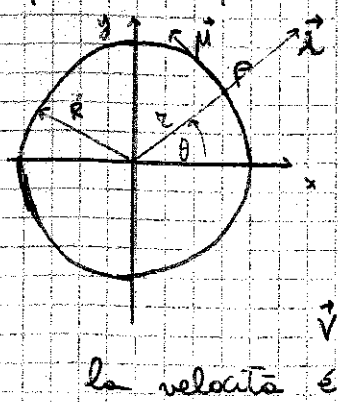
$$\int_{x_0}^{x(t)} dx = \int_0^t v(t)\,dt = \int_0^t (at + v_0)\,dt$$

$x(t) - x_0 = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t - \cancel{(a\cdot 0)} - \cancel{(v_0\cdot 0)}$

$$x(t) = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2$$

Moto curvilineo

moto su una curva che è in realtà una circonferenza (ogni curva può essere "spezzata" in parti di circonferenza)



siamo in una condizione di coordinate cilindriche in cui
$$\begin{cases} r \text{ è costante} \Rightarrow \dot{r} = \ddot{r} = 0 \\ z = 0 \Rightarrow \dot{z} = \ddot{z} = 0 \end{cases}$$

utilizzo le formule appena ottenute

$$\vec{v} = R\dot{\theta}\,\vec{\mu} \qquad \vec{a} = R\ddot{\theta}\,\vec{\mu} - R\dot{\theta}^2\,\vec{\lambda}$$

la velocità è tangente alla traiettoria

Il corpo se si sposta può traslare e ruotare. La prima si ricava dalla variazione della posizione, la seconda dalla variazione di orientazione

avevamo $\vec{r}_P = \vec{r}_A + \vec{r}_{A,P}$

derivando abbiamo

$$\frac{d\vec{r}_P}{dt} = \frac{d\vec{r}_A}{dt} + \frac{d\vec{r}_{A,P}}{dt}$$

la lunghezza di $\vec{r}_{A,P}$ non si modifica, al massimo varia la sua direzione

perché è la derivata di un vettore a modulo costante, che quindi può solo ruotare

siamo di nuovo nel caso della derivata è la stessa di $\frac{d\vec{l}}{dt} = \vec{\omega} \times \vec{l}$ di un vettore a modulo costante

$$\boxed{\vec{V}_P = \vec{V}_A + \vec{\omega} \times \vec{AP}}$$ Espressione fondamentale della cinematica

possiamo vederlo anche così

$$\vec{V}_P = \vec{V}_A + \vec{V}_{P,A}$$

velocità di P attorno ad A — non c'è se $\omega = 0$

se il corpo non ruota $\vec{V}_P = \vec{V}_A$

$\vec{\omega} \times \vec{AP}$ è il contributo che ottengo se tenessi il punto A fermo e se facessi girare P.

I vari contributi mi identificano completamente il moto di P

derivando ancora:

$$\vec{a}_P = \vec{a}_A + \underbrace{\frac{d\vec{\omega}}{dt} \times \vec{AP} + \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{AP})}_{(\vec{\omega} \times \vec{AP})'}$$

sarebbe $\vec{\omega} \times \frac{d\vec{AP}}{dt}$

$(\vec{\omega} \times \vec{AP})$

sempre lo stesso discorso

Posso quindi vederla

$$\vec{a}_P = \vec{a}_A + \vec{a}_{P,A}$$

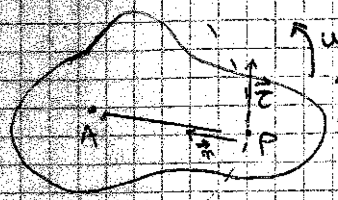
accelerazione di P attorno ad A, che come abbiamo visto è composta da due term

(*) siccome $\overline{AP}$ non cambia A e P possono essere qualunque, ma nel tempo devono avere la stessa coordinata sull'asse AP. (IMP)

Infatti essendo $\overline{AP}\,\omega\,\vec{\tau}$ perpendicolare rispetto a $\vec{V}_A$, la proiezione di $\vec{V}_P$ è quella di $\vec{V}_A$ (su $\overline{AP}$)

che giace sul piano di ...

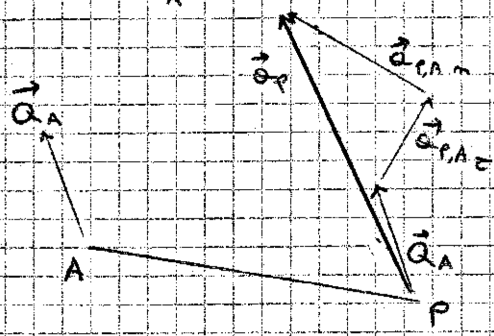
• considerando le accelerazioni



ω se cambia resta sempre $\perp$ al piano del moto

$$\vec{a}_P = \vec{a}_A + \vec{a}_{P,A} = \vec{a}_A + \vec{a}_{P,A\,\tau} + \vec{a}_{P,A\,n} =$$

$$= \vec{a}_A + \overline{AP}\,\dot{\omega}\,\vec{\tau} + \overline{AP}\,\omega^2\,\vec{n}$$

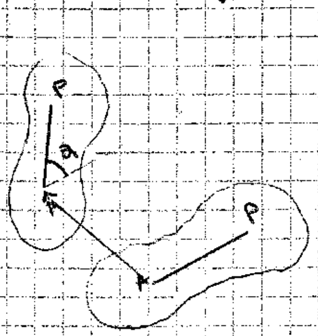


come vediamo questo metodo ha una forma analitica e una forma grafica, bisogna trovare quella più comoda per il problema

N.B.

La velocità angolare è una qualità del corpo, non ha senso dire di un singolo punto

ex



AP cambia di posizione (1) e orientazione (2)

(1) basta guardare come è cambiato A e P

(2) devo guardare θ, che vale se guardo AP ma varrebbe anche se guardassi qualsiasi altra coppia di punti nel corpo

Partiamo da A con un segmento ⊥ al vettore V_A analogamente con P.
Dove si incrociano i 2 segmenti troviamo il CIR ← seguendo il ragionamento di prima e sapendo che un punto è individuato da 2 rette

Conoscendo CIR posso guardare ogni altra velocità di un altro punto
ad esempio $\vec{v}_B = \vec{\omega} \times \vec{CB}$

Nell'analisi di sistemi di corpi rigidi è utile riconoscere il CIR.

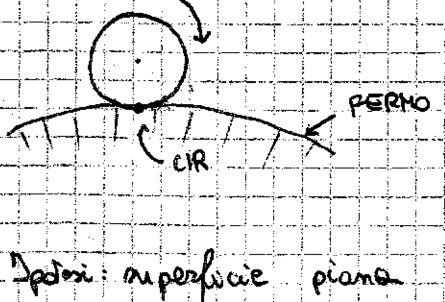
essendo di ISTANTANEA rotazione il CIR può cambiare in ogni istante

ex Se prendo un foglio e punto una matita. Faccio girare il corpo poi punto la matita e faccio girare di nuovo. Il foglio si muoverà a caso, con movimento generico

La velocità del CIR è nulla ma la sua accelerazione non è detto sia nulla vedi p. dopo

ex
MOTO DI ROTOLAMENTO PURO (o SENZA STRISCIAMENTO)
È il moto di un corpo circolare che si muove a contatto con una linea (questo è il sistema adottato nel piano, ovvero è rullo / superficie)

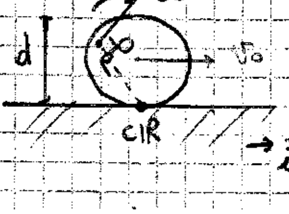
Senza strisciamento vuol dire che nel punto di contatto non abbiamo moto dell'uno rispetto all'altro.
⇓
Se il corpo è fermo in quel punto potrà solo ruotare attorno a quel punto, che è il CIR



O il corpo è fermo o il CIR è unico
↓
e allora il CIR non è

Ipotesi: superficie piana

d = diametro



$\vec{v}_0 = \omega \frac{d}{2} \vec{i}$

Qualunque punto P della ruota ha una velocità
$V_{P,C} = \omega \vec{CP}$

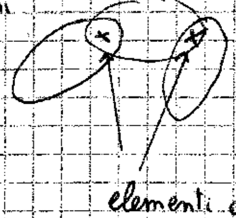
[illegible]ATISMI

[illegible]CCANISMO:

[illegible] formato da più corpi rigidi collegati fra loro con degli [illegible] che consentono un parziale moto relativo

[illegible] costituenti i cinematismi

[illegible] elementi sono i VINCOLI



[illegible] sono legati ai GRADI di LIBERTÀ, che per un corpo sono 6,
[illegible] il corpo è piano ne bastano 3

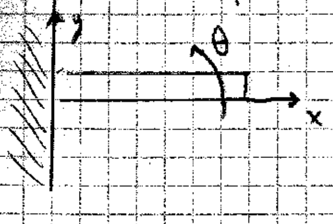
2 per come trasla verticalmente o orizzontalmente e una per come è orientato

3 per dove è posizionato,

3 per come è orientato (3 angoli rispetto agli assi del sistema di riferimento)

[illegible] i vincoli limitano le possibilità di movimento del corpo

- Il vincolo più semplice è l'INCASTRO

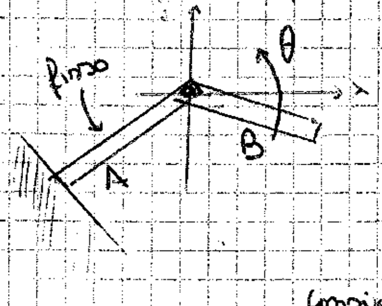


$g = 0 \quad (3-3)$

$v = 3 \quad (x, y, \theta)$

- CERNIERA o COPPIA ROTOIDALE

* per dove vincolo a un corpo bisogna che sia a contatto con qualcos'altro; per questo sono sempre in coppia



Ad es. sistema perno-foro

$g = 1 \quad (3-2)$

considero solo il corpo B

$v = 2 \quad (x, y)$

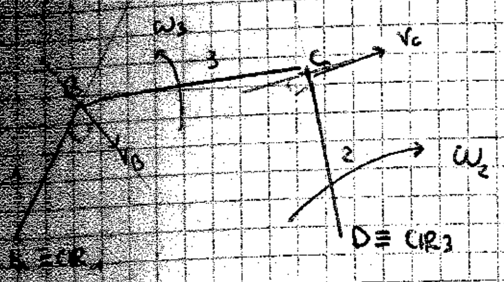
$CIR_3 \equiv E$

Consideriamo questo problema con la notazione di CIR.

(Punto ideale solidale ad un corpo con $V=0$)

Ogni corpo ne ha uno

CIR 1
CIR 2
CIR 3



$A \in a\ 1$ e $V_A = 0$

distribuzioni di velocità, pari ω ma aumenta la distanza

$V_B = \omega_1 (AB) \leftarrow$ a questo mi serve il CIR: il braccio è tutto AB

Analogamente con D.

Ra Conosco la direzione della velocità di B ($\perp$ a 1) e di C ($\perp$ a 2).

Il CIR sarà sulla normale a questi vettori, siccome C e B appartengono allo stesso corpo il CIR dovrà essere contemporaneamente alle due normali

facendo calcoli normali

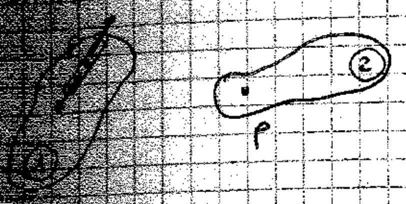
$$\begin{cases} \omega_3 = \dfrac{V_B}{BE} \\ V_c = \omega_3\, CE \\ \omega_2 = \dfrac{V_c}{CD} \end{cases}$$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 17 di 140

[illegible] RELATIVI e COMPOSIZIONE DI MOTI

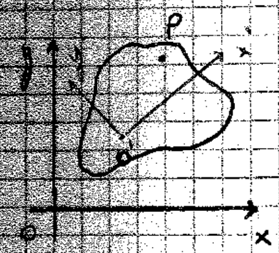
[illegible] al quadrilatero appena utilizzato analizzavo il moto di 2 corpi [illegible] attraverso a un punto che poteva appartenere al primo o al [illegible] corpo 2. In più rimaneva fisso nei rispettivi corpi (il corpo [illegible] ma il punto no)

[illegible] ad esempio un carrello scorrevole



P non é più un punto del corpo rigido → la distanza tra P ed A cambia

È necessario introdurre il moto relativo, che si ha sempre quando ho un punto che si muove rispetto a un corpo che a sua volta si muove rispetto al piano fisso.



è importante individuare 3 entità

1. O_{xy} sistema fisso
2. $O'x'y'$ sistema mobile, solidale con il corpo
3. P punto mobile rispetto al piano fisso E ANCHE mobile rispetto al corpo

• Introduciamo 3 termini che indicano le posizioni (moto) variazioni reciproche

• MOTO ASSOLUTO
moto di P rispetto al sistema fisso 1   sarebbe il moto "totale" = relativo + trascinamento

• MOTO RELATIVO
moto di P rispetto al corpo mobile 2

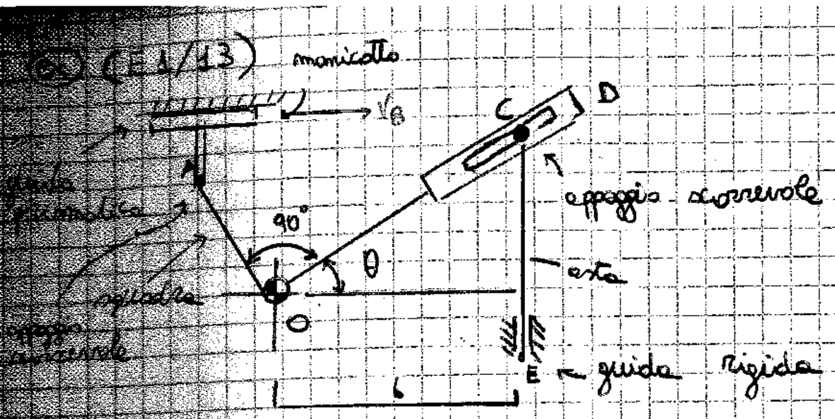
• MOTO DI TRASCINAMENTO
moto di P rispetto al sistema fisso quando è annullato il moto relativo

i due moti sono collegati tra loro da questo moto

(Dovuto al fatto che il corpo trascina con sé un punto solidale)

15/03/13

(E1/13)



Il vincolo in A è cinematicamente uguale a quello in C

Known

V_B modulo costante, noto

AO = 2

Find

$\vec{V}_E$, a_E

Analysis

gradi di libertà = 3×3 − 2 − 1 − 2 − 1 − 2 = 1

manicotto A O C asta

É sufficiente un solo parametro per rappresentare la condizione di moto

Se faccio variare la posizione del manicotto faccio variare tutto

Partiamo dal manicotto - squadra in A: il punto A sull'asta è fisso, rispetto al manicotto si può muovere nell'appoggio scorrevole

$\vec{V}_A = \vec{V}_{A\,rel} + \vec{V}_{A\,tras}$

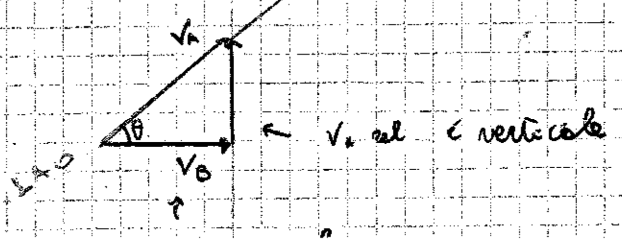
$\vec{V}_{A\,tras} = \vec{V}_B$ completamente nota (moto del manicotto rispetto all'asta)

$\vec{V}_{A\,rel}$: so che è verticale, ma non so altro

considerando A come rispetto all'asta so: ⊥ AO

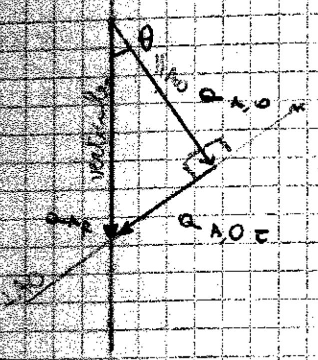
AO (?)

costruendo graficamente



$$\vec{a}_A = a_{A,O_n} + a_{A,O_t}$$

$/\!/ AO$	$\perp AO$
$\omega^2 AO$	$\dot\omega\, AO$ (?)
$A \to O$	?



$$a_{A,O_t} = a_{A,O_n} \, tg\,\theta$$

$$\dot\omega = \frac{a_{A,O_t}}{AO}$$

Ora mi sposto nel punto C come prima

$$\vec{a}_C = \vec{a}_{C_R} + a_{C_{TR}} + \vec{a}_{C_c}$$

$\vec{a}_C$: verticale

$\vec{a}_{C_R}$: $/\!/ \overline{OC}$

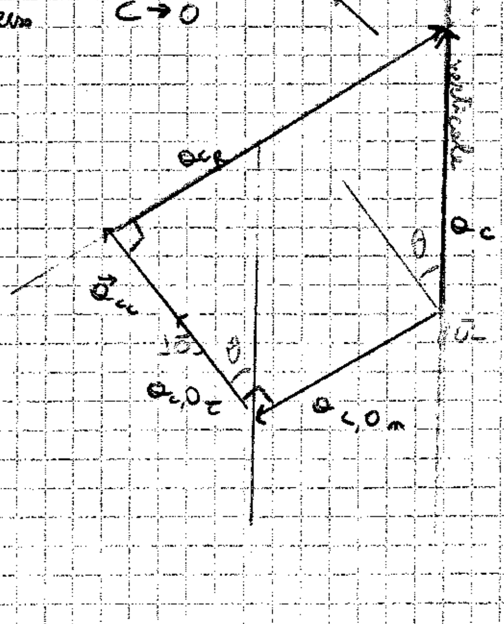
$a_{C_{TR}} = \vec{a}_{C,O_n} + \vec{a}_{C,O_t}$

	$\vec{a}_{C,O_n}$	$\vec{a}_{C,O_t}$
diret.	$/\!/ \overline{CO}$	$\perp CO$
modulo	$\omega^2 OC$	$\dot\omega\, OC$
verso	$C \to O$	↖

$\vec{a}_{C_c}$: $2\vec{\omega} \times \vec{V}_{C_R}$

$\left.\begin{array}{l}\perp CO \\ \nwarrow \\ 2\omega V_{C_R}\end{array}\right\}$ completamente noto perché coinvolge solo le velocità

NB.
La squadra è composta da un unico oggetto: la cerniera è una cerniera esterna



$a_C = a_E$

come prima, perché l'asta trasla

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 23 di 140

DINAMICA

[illegible] è una conseguenza di azioni sul corpo, queste vengono studiate dalla DINAMICA

CLASSIFICAZIONE FORZE (AZIONI)

Le forze possono essere ~~cl~~ classificate secondo vari criteri:

1) NATURA della forza

→ Forze di massa, dovute alla massa (forza peso, forza elettrica, che si genera nel massa)
vengono applicate dentro il corpo

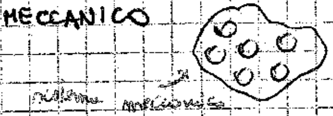
→ Forze di superficie, nascono dalle interazioni molecolari dovute al contatto.
Stanno sulla superficie esterna, si applicano sul perimetro

2) POSIZIONE rispetto al corpo

→ Interne
esercitate fra elementi interni al sistema

→ Esterne
esercitate su elementi interni da elementi esterni

per capire meglio questi concetti bisogna pensare al SISTEMA MECCANICO



A priori non si può definire, perché dipende da che sistema consideriamo

Per la III legge di Newton ho che Σ forze interne $= 0$ perché ad ogni forza c'é ne é una uguale e opposta e le considero tutte perché sono interne. Le forze esterne invece non considero la risposta del sistema sull'esterno perché vorrebbe dire andare fuori dal sistema

3) ORIGINE della forza

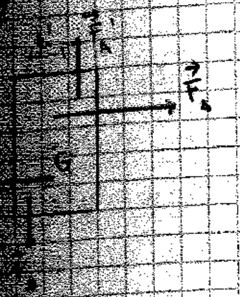
→ attive
note o funzione del moto del sistema (dipendono da come il sistema si muove)

ex) la forza peso é sempre nota → attiva
la forza areodinamica non la conosco ma dipende dalla mia velocità (attiva)

→ reattive
Nascono in funzioni di altre forze applicate al sistema (reazioni vincolari)

[illegible] la completa inalterazione del moto introduco un'altra coppia [illegible] con la stessa coppia ma nel verso opposto

coppia $F'_1 \cdot b' = F_1 \cdot b$



Σ MOMENTI e COPPIE $= 0$

EQUILIBRIO STATICO, cioè non cambia le proprie condizioni di

$$\boxed{\begin{array}{l} \Sigma \text{ FORZE} = 0 \\ e \\ \Sigma \text{ MOMENTI} = 0 \end{array}}$$

[illegible]posizione dei momenti: il momento in un punto è uguale a quello in un altro punto più una componente che dipende dalle forze applicate

$$\vec{M}_o = \vec{OP} \times \vec{R}$$

$$\vec{M}_{o'} = \vec{M}_o + \vec{R} \times \vec{OO'}$$

ma se la mia risultante è uguale a zero questa componente non si presenta

[illegible] $= 0$ il momento [illegible] andare a calcolare in ogni punto che è uguale

[illegible] si ha detto che Σ forze interne si annulla quando [illegible] un sistema studierò solo le forze esterne

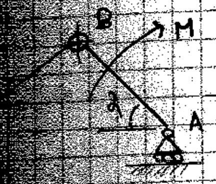
[illegible]

Σ FORZE ESTERNE $= 0$

Σ MOMENTI $= 0$

...rché non faccio i calcoli non so il loro valore

3 reazioni vincolari



AB = a

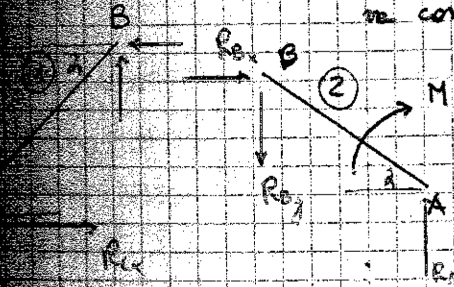
BC = b

calcoliamo le reazioni vincolari

... fermo possiamo considerare delle parti e forze e momenti ... zero

DIAGRAMMA DEL CORPO LIBERO (isolo delle parti)

... isolo i due corpi → scompongo i vincoli nelle parti coniugate, ... vedere le reazioni vincolari di un corpo rispetto all'altro e ... una reazione diventa esterna rispetto al corpo e allora ... va considerata



Scelgo il verso delle reazioni arbitrariamente

IMP (se mi viene il meno ... cambio, se modifico solo il vettore scombino tutto l'ins... di vettori, semplicemente so che il verso sarà l'altro, ma tengo e continuo a scrivere col meno)

... $= 0$

... $\sin\alpha - R_{By}\, a \cos\alpha = 0$

... calcolo il momento rispetto ad un punto qualsiasi: scelgo A

... incognite: ottengo tutto (infatti tieni conto che M lo conosco già)

... che ho ottenuto mi calcolo tutto anche del corpo 1

conosco anche gli angoli

... $= 0$

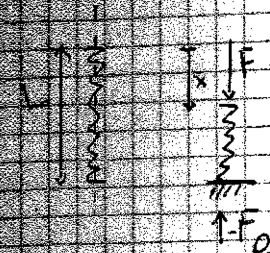
$R_{\dots y} = 0$

AZIONI ELASTICHE

Servono a rappresentare il fatto di quando ho dei corpi che si deformano

La forza elastica è l'azione che devo applicare ad un corpo per deformarlo

Il modello che adotteremo ha massa trascurabile e l'unica sua caratteristica è essere indeformabile: MOLLA LINEARE



ha un suo asse principale, una sua lunghezza indeformata

Per deformarlo devo imporre una reazione da una parte, sennò si sposta e basta (devo mettere un vincolo che imponga una forza uguale e contraria)

$\boxed{F = Kx}$ K = rigidezza $\frac{N}{m}$

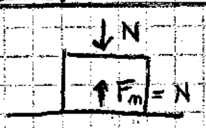
20/03/13

FORZE DI ATTRITO

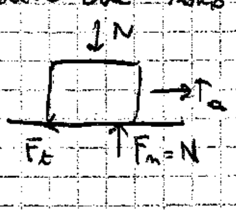
- Strisciamento (moto relativo)
- Aderenza (senza moto relativo) ← (HP) NEL PUNTO DI CONTATTO! (una ruota è in aderenza)

Per il modello che assumiamo consideriamo un corpo appoggiato su una superficie orizzontale, schiacciato da una generale forza normale N

La superficie di contatto non è altro che un VINCOLO, reagisce portando il corpo all'equilibrio



Ora supponiamo di applicare una piccola forza T_a // alla superficie, che essendo piccola non riesce a vincere le altrettanto piccole forze (ma non con tanto, altrimenti le vincerebbe) resistive che sono dovute alle imperfezioni della superficie



F_n si sposta per mantenere il momento nullo e mantenere l'equilibrio: la situazione è di ADERENZA

Ho quindi un CONO DI ADERENZA generato da quel triangolo

se R ricade all'interno del cono il corpo resta in aderenza

siccome il triangolo cambia direzione e orientazione

Per lo strisciamento avrò di nuovo l'uguaglianza

$$F_T = f\,F_N$$

coeff. di attrito

angolo di attrito

$$tg\,\varphi = \frac{F_T}{F_N} = f$$

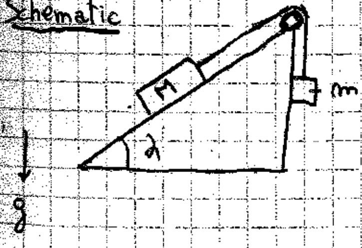
avrò di nuovo il cono, ma il vettore R può trovarsi ovunque a patto che sia sulla superficie

Prima identificavo un volume, ora una superficie. L'angolo rimane fisso

In genere si dice che $f_a > f$, in realtà dipende dalle condizioni e dalla complessità del sistema a volte sostanzialmente hanno lo stesso valore

ex (ES. 2/9)

Schematic



Assumption
aderenza

Known
M = 100 Kg
$\lambda = 20°$
$f_a = 0,3$

Find
Range di variazione di m tale per cui il sistema rimane fermo

Se m ha un certo valore (rientra in un certo campo di variazione) la forza risultante su M non sarà abbastanza grande per "uscire dall'aderenza". Non salirà né scenderà.

$M_g \sin\alpha + F_T = 0$ $\qquad F = mg$

$M_g \cos\alpha - F_N = 0$ $\qquad$ LIMITE $F_T = f_a F_N$

m_{min}

Quindi

LIMITE DISCESA $\quad m = M(\sin\alpha - f_a \cos\alpha) = 6\,Kg$

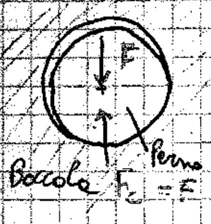
$6 < m < 62{,}4$

All'interno del cono ho sempre aderenza: man mano che riduco la massa il vettore F_n si rimpicciolisce, cambia verso e raggiunge l'altro limite. R cade sempre nel cono

ATTRITO NEI PERNI

Richiamo il vincolo CERNIERA, si tratta di un generale accoppiamento perno-boccola: un corpo è attaccato al perno l'altro alla boccola. Se il perno gira nella boccola il corpo 2 gira attorno al corpo 1

Consideriamo un corpo cilindro (maschio) inserito in una boccola

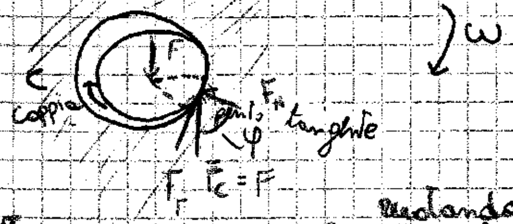


il diametro del primo è più piccolo in modo da girare attorno al proprio centro, che è il vincolo.

questa è l'immagine relativa

Consideriamo ASSENZA DI MOTO

ora consideriamo un moto con velocità angolare costante in senso orario

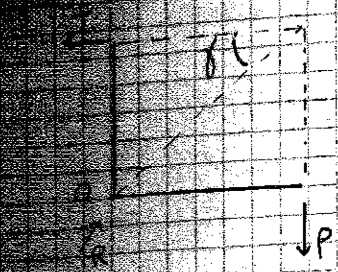


L'equilibrio io lo trovo grazie ad una forza tra perno e boccola

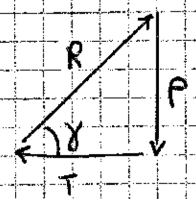
ruotando cambia la posizione nel punto di contatto a cui viene applicata la risposta vincolare che però a questo punto anche se ha sempre direzione di F cambiando il punto presenta, ora nel punto di contatto il perno riceverà per l'accoppiamento una forza normale e una forza tangenziale dovuta all'attrito che sono le componenti della risposta vincolare (normale e tangenziale rispetto al cerchio)

$$\boxed{F_T = f F_N = tg\,\varphi\, F_N}$$

la condizione non è ancora di equilibrio perché c'è una coppia: questo è quello che vedo nella realtà perché se c'è un attrito per avere moto devo esercitare un'azione



→ L'unico modo per avere equilibrio è che R sia sulla stessa retta con verso oppos



$\vec{T}+\vec{P}+\vec{R}=0$

$T=\dfrac{P}{tg\,\gamma}$ $\quad tg\,\gamma=\dfrac{b}{a}$

SE C'È ATTRITO

$\vec{R}+\vec{T}+\vec{P}=0$

$\vec{R}$ tg al cerchio di attrito

d = diametro del perno

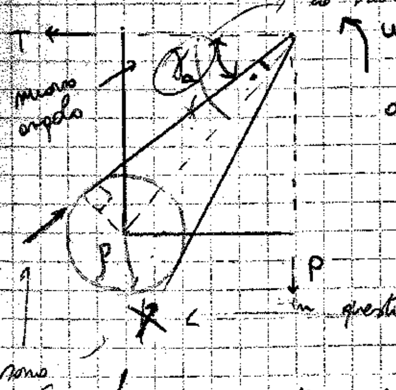
$\rho=\dfrac{d}{2}\,sen\,\varphi$

$\varphi=arctg\,f$

f = coefficiente di attrito

ridisegniamo il sistema del corpo libero

lo trovo perché conosco $\hat{\,}$ dal fatto che conosco l'ipotenusa ($\sqrt{a^2+b^2}$) e il cateto (ρ) del triangolo rettangolo



ora ho 2 tangenti perché mi deve risultare il verso dell'attrito, che dipende da come è diretto ω

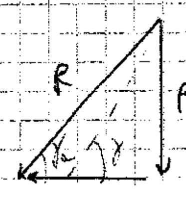
2 possibili soluzioni

in questo caso scarto questa soluzione

sono F_c che avranno una componente normale che deriva dalla naturale reazione della boccola al perno

Il cambio del verso di strisciamento causa un cambio di forza $\quad \gamma_c=\gamma-\hat{\,}$

γ_c più piccolo → T più grande

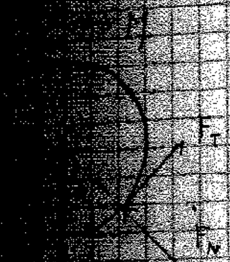


2/13)

Assumptions
rotolamento puro

Find
Calcolare la coppia di rotolamento puro per mantenerlo in moto uniforme

Known
P peso
r
α



$F_T \le f_a F_N$

$$\begin{cases} F_T = P \operatorname{sen} \alpha \\ F_N = P \cos \alpha \\ M = F_T\, r = P \operatorname{sen} \alpha\, r \end{cases} \Rightarrow f_a \ge \frac{F_T}{F_N} \qquad f_a \ge \operatorname{tg} \alpha$$

scelgo rullo il momento rispetto al centro

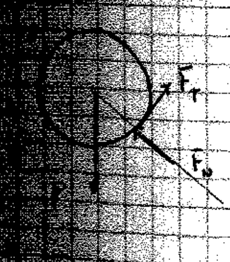
... sufficiente per avere la mia condizione di moto ? *

... (ancora per il rotolamento puro)

... tra traslazione del centro e rotazione del rullo

il piano non è in grado di tenere quel punto fermo → NO rotolamento puro

...MENTO CON STRISCIAMENTO



Strisciamento

$F_T = f F_N$

$F_N = P \cos \alpha$

$P \operatorname{sen} \alpha - F_T = P \operatorname{sen} \alpha - f P \cos \alpha \lessgtr 0$

$F_T \lessgtr 0$

dipende dai

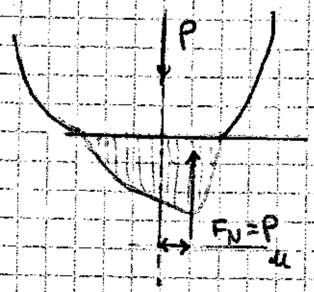
... equazione in base alle forze

ritardo

Tuttavia come tutti i fenomeni reali c'è una sorta di isteresi: il materiale ritorna ad essere non deformato a meno di una certa costante: si crea quindi una dissimmetria tra dx e sx

una parte sarà più d... dell'altra

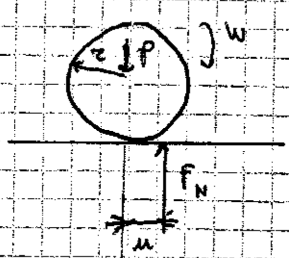
La reazione vincolare, a causa della risulta spostata rispetto all'asse



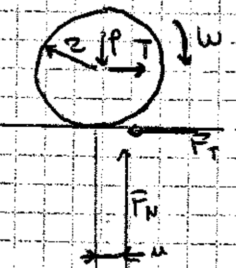
u[m]

PARAMETRO DI ATTRITO VOLVENTE

Dall'esterno noi vediamo



avendo una forza F_N che fa un certo braccio il rullo tenderebbe a rallentare: per farlo andare con velocità costante devo applicare un'azione



- Applicando T genero un momento che equilibria i momenti.
- Applicandola automaticamente si genera l'azione opposta del piano F_T che riequilibria la risultante R

cons... di equil...

$$\begin{cases} F_N = P \\ F_T = T \\ T r = P u \end{cases}$$

$$T = P \frac{u}{r}$$

u dipende dai materiali a contatto perché dipende dalla deformazione di questi

$$\boxed{f_v = \frac{u}{r} \quad \text{COEFFICIENTE DI ATTRITO VOLVENTE}}$$

Se consideriamo il corpo come rigido (indeformabile) il baricentro è fisso

Noi guarderemo il moto del corpo con il moto del baricentro: approssimeremo il corpo come il suo baricentro.

Se non possiamo approssimare il corpo ad un punto dobbiamo, per avere gli elementi per risolvere il problema, considerare i momenti d'inerzia:

- $I_{xx} = \int_m (y^2 + z^2)\, dm$ moltiplichiamo la massa per la sua distanza dall'asse x al quadrato (teorema di Pitagora)
- $I_{yy} = \int_m (x^2 + z^2)\, dm$ Per ciascuna massa poi avrò, se sommo, il momento di inerzia rispetto all'asse x
- $I_{zz} = \int_m (y^2 + x^2)\, dm$ analogamente per gli altri

Momenti centrifughi (o prodotti di inerzia)

- $I_{xy} = \int_m xy\, dm = I_{yx}$
- $I_{xz} = \int_m xz\, dm = I_{zx}$ $I = [Kg\, m^2]$
- $I_{yz} = \int_m yz\, dm = I_{zy}$

tengono conto di come è distribuita la massa

$I_{xx,yy,zz} > 0$
sempre positivi perché dipendono da distanze al quadrato

Quelli centrifughi possono essere $\gtrless 0$

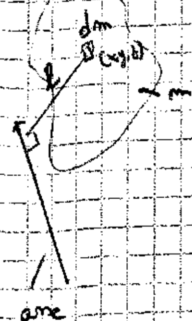
RAGGIO D'INERZIA

distanza dall'asse, cambia da punto a punto,

$$I = \int_m \ell^2 \, dm$$

viene l'integrale di prima

momento d'inerzia rispetto all'asse



il raggio di inerzia ρ è quella distanza per cui ottengo lo stesso momento di inerzia

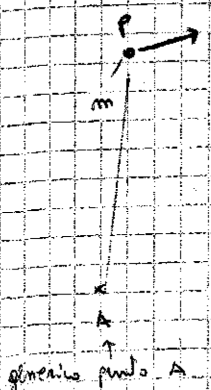
$$\boxed{I = \rho^2 m}$$

ottenuto normalmente però considerando il corpo come un punto lontano quella distanza dall'asse

$$\rho = \sqrt{\frac{I}{m}} \qquad \rho\,[m]$$

Se ho corpi di forma complessa non posso fare l'integrale, I lo devo calcolare sperimentalmente utilizzando ρ.

CORPO PUNTIFORME



- $\vec{Q} = m\vec{v}$

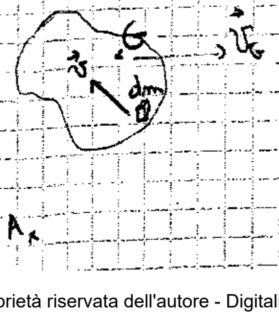
quantità di moto del corpo (q dm)

- $\vec{H}_A = \vec{AP} \wedge \vec{Q}$

momento della quantità di moto (m q dm)

rispetto a 1 generico punto A

CORPO RIGIDO



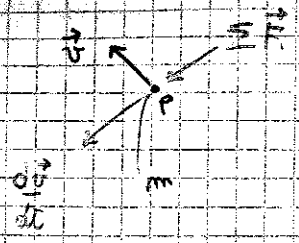
in realtà costituito da tante masse a distanza reciproca costante

- $\underset{q\,dm}{\vec{Q}} = \int_m \vec{v}\, dm = \boxed{m\,\vec{v}_G}$

EQUAZIONI DI EQUILIBRIO DINAMICO

Corpo puntiforme

$\vec{Q} = m\vec{v}$



× A

se non applichiamo nessuna azione lui continua, però tende a variare il suo stato di moto e questa variazione è tanto maggiore quanto è minore la sua massa

$$\Sigma \vec{F}_i = \frac{d\vec{Q}}{dt} = m\frac{d\vec{v}}{dt}$$

l'accelerazione è nella direzione dell'applicazione della forza

L'equazione possiamo utilizzarla in 2 punti di vista

1) $\frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{a}$ $\qquad \Sigma\vec{F}_i - m\vec{a} = 0$

$$\boxed{\Sigma\vec{F}_i + \vec{F}' = 0}$$

$\vec{F}' = -m\vec{a}$ forza d'inerzia

mi ritrovo con una equazione come quella di equilibrio statico

ottengo legame tra forze reali e il moto del corpo "nascosto" nelle eq. di inerzia

2) $\boxed{\Sigma\vec{F}_i\, dt = d\vec{Q}}$

$$\underbrace{\int_{t_1}^{t_2}\Sigma\vec{F}_i\, dt}_{\text{IMPULSO DELLE FORZE}} = \int_1^2 d\vec{Q} = \vec{Q}_2 - \vec{Q}_1 = \Delta\vec{Q} = \underbrace{m(v_2 - v_1)}_{\text{VARIAZIONE DELLA QUANTITÀ DI MOTO}}$$

A fermo il baricentro

$$\sum\left[\left(\vec{GP_i}\times\vec{F_i}\right)+\vec{C_i}\right]=\frac{d\vec{H}_G}{dt}$$

il secondo contributo ($\dot{\vec{v}}_o=\vec{0}$) è zero

1) $$\boxed{\frac{d\vec{H}_G}{dt}=\vec{M}'_G}$$

momenti delle azioni di inerzia rispetto a G

$$\boxed{\sum\left[\left(\vec{GP_i}\times\vec{F_i}\right)+C_i\right]+\vec{M}'_G=0}$$

di nuovo posso studiare il caso dinamico come se fosse statico più di aggiungere una cosa che in questo caso è il momento delle forze di inerzia rispetto al baricentro

Se moto piano $\vec{H}_G=I_G\,\omega\vec{K}$ ← vedi 2 p. indietro

$$\vec{M}'_G=-I_G\,\dot{\omega}\,\vec{K}$$

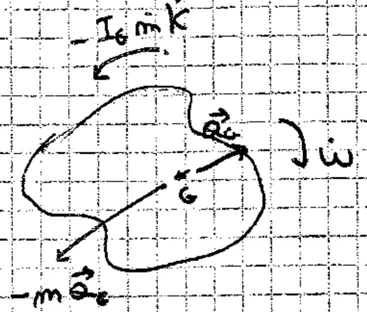


diagramma corpo libero

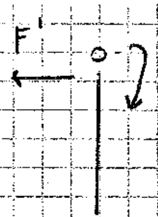
Se io scrivo il momento rispetto ad un altro punto che non è il baricentro, siccome sto considerando come se fosse equilibrio statico e la risultante è zero allora il momento è indifferente dal punto che prendo (IMP)

2) $$\boxed{\int_{t_1}^{t_2}\sum\left[\left(\vec{GP_i}\times\vec{F_i}\right)+\vec{C_i}\right]dt=\Delta\vec{H}_G=\vec{H}_{G_2}-\vec{H}_{G_1}}$$

La chiave della furbata di usare forze di inerzia è che po

III

$$F'\,\frac{2}{3}L = m\frac{L}{3}\dot{\omega} - I_o\dot{\omega}$$



applicata nell'...

Questo perché se la risultante è nulla posso prendere momento qualsiasi

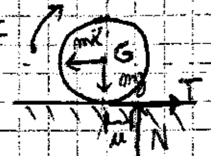
05/04/13

ex

E 3/7

$I_G\ddot{\theta}$ — $\ddot{\theta}$ positiva in verso orario

$\ddot{x}$ positivo in questo senso



$m = 0{,}5$ Kg

C: 0,04 Nm / 0,01 Nm

$d = 40$ mm

$f_a = 0{,}38$

$f = 0{,}22$

$u = 0{,}12$ mm

Il baricentro si può muovere lungo una retta parallela al piano

$$I_G = m\frac{L^2}{12}$$

<u>Indipendentemente dal caso facciamo un'ipotesi di aderenza, se poi i conti non tornano torno indietro e considero lo strisciamento.</u>

<u>Ipotesi di aderenza</u>

$$\begin{cases} N - mg = 0 \\ T - m\ddot{x} = 0 \\ Nu + T\frac{d}{2} + I_G\ddot{\theta} - C = 0 \\ \ddot{x} = \ddot{\theta}\frac{d}{2} \end{cases}$$

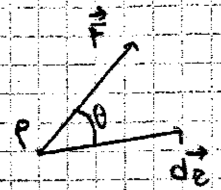
solo se risulterà $T \le f_a N$ altrimenti cambio

ipotesi di aderenza
⇓
rotolamento puro

$$\begin{cases} \ddot{x} = \frac{4}{3d}\left(\frac{C}{m} - gu\right) \\ \ddot{\theta} = \frac{2\ddot{x}}{d} \end{cases}$$

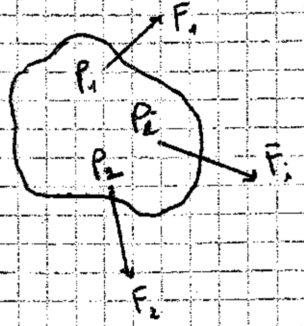
ASPETTO ENERGETICO

LAVORO



$$d\mathcal{L} = \vec{F} \cdot d\vec{z} = F\, dz \cos\theta$$

Possiamo proiettare l'uno sull'altro in qualunque ordine



$$d\mathcal{L} = \sum_{i=1}^{N} \vec{F}_i \cdot d\vec{z}_i =$$

Se il corpo è rigido gli spostamenti dei punti sono tutti collegati fra loro

$$= \Sigma \vec{F}_i \left(d\vec{z}_A + d\vec{\theta} \times \vec{z}_{P,A} \right)$$

$d\vec{z}_A$ e $d\vec{\theta}$ sono costanti rispetto alla sommatoria

$$d\mathcal{L} = \left(\Sigma \vec{F}_i\right) \cdot d\vec{z}_A + \Sigma\left(\vec{F}_i \cdot d\vec{\theta} \times \vec{z}_{P,A}\right)$$

prodotto misto, posso invertire

$$\Sigma \left(d\vec{\theta} \cdot \vec{z}_{P,A} \times \vec{F}_i \right)$$

da cui posso tirare fuori

$$d\vec{\theta}\, \Sigma \left(\vec{z}_{P,A} \times \vec{F}_i \right)$$

$$\Rightarrow d\mathcal{L} = \underbrace{\left(\Sigma F_i\right)}_{\vec{R}} d\vec{z}_A + d\vec{\theta} \cdot \underbrace{\Sigma \left(\vec{z}_{P,A} \times \vec{F}_i \right)}_{\vec{M}_A}$$

$$= -K\frac{x^2}{2}$$

Potrebbe anche essere $K\frac{x^2}{2}$, dipende sempre da quale forza vado a considerare.

Se guardo anche il tempo:

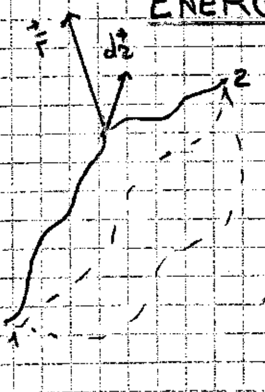
POTENZA

$$W = \frac{d\mathcal{L}}{dt} = \frac{\vec{F}\cdot d\vec{r}}{dt} = \vec{F}\cdot\frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{F}\cdot\vec{v} = F v \cos\theta$$

x associata ad una ottore di coppia

$$W = \frac{d\mathcal{L}}{dt} = \frac{\vec{C}\, d\vec{\theta}}{dt} = \vec{C}\cdot\frac{d\vec{\theta}}{dt} = \vec{C}\cdot\vec{\omega}$$

ENERGIA POTENZIALE



$$\mathcal{L}_{12} = \int_1^2 \vec{P}\cdot d\vec{r}$$

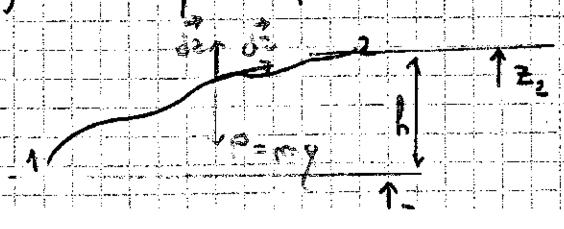
in caso di CAMPO DI FORZA CONSERVATIVA

Noi avremo

1) FORZA COSTANTE

2) FORZA FUNZIONE DELLA POSIZIONE

1) Lavoro forza peso



$$\mathcal{L}_{1,2} = \int_1^2 \vec{P}\, d\vec{z} = \int_1^2 -mg\, dz = -mg\,($$

Lavoro complessivo della forza d'inerzia tra 1 e 2

$$\mathcal{L}'_{1,2} = \int_1^2 \vec{F}' \cdot d\vec{z} = \int_1^2 -m \frac{d\vec{v}}{dt} d\vec{z} = \int_1^2 -m \frac{d\vec{v}}{dt} \vec{v}\, dt =$$

per farlo entrare nella derivata devo moltiplicare per $\frac{1}{2}$

$$= -\frac{m}{2} \int_1^2 \frac{d(\vec{v} \cdot \vec{v})}{\cancel{dt}} \cancel{dt} = -\frac{m}{2}\left(v_2^2 - v_1^2\right) = -\left(E_{c_2} - E_{c_1}\right)$$

$$\mathcal{L}'_{1,2} = -\Delta E_c \qquad E_c = \frac{1}{2} m v_G^2 + \frac{1}{2} I_G \omega^2$$

associato al lavoro della forza di inerzia

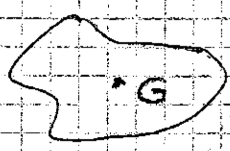
associato al lavoro del momento di inerzia

$$\int M_A\, d\theta = \int I_G \dot{\omega} \ldots$$

$$\int I_G \frac{d\omega}{dt} d\theta = \int \ldots$$

$$I_G \int \omega\, d\omega = I_G [\ldots] = \frac{1}{2} I_G \omega^2$$

Questo PER UN CORPO RIGIDO IN MOTO PIANO



EQUAZIONE DELL'ENERGIA

$$\mathcal{L}_{1,2} + \mathcal{L}'_{1,2} = 0$$

lavoro azioni di inerzia

lavoro di tutte le azioni interne ed esterne

Sistema meccanico che evolve (modifica il suo stato di moto) dallo stato 1 ad uno stato 2

$$\mathcal{L}_{1,2} = \Delta E_c + \Delta U_G + \Delta U_e$$

forze peso

forze elastiche

altra forma:

$$\mathcal{L}_{1,2\,ext} + \mathcal{L}_{1,2\,int} = \Delta E_c + \Delta U_g + \Delta U_e$$

azioni motrici $\mathcal{L} > 0$

azioni d'attrito $\mathcal{L} < 0$

discesa la forza peso stavolta compie lavoro positivo

motore = carico
trasmissione = fune più tamburo
utilizzatore = MOT

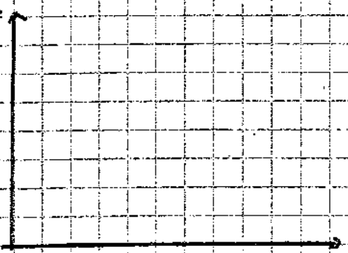
condizione di
CARICO TRASCINANTE

è il motore che dovendo mantenere un certo momento giù, si oppone carico e f (Freno d' i

CARATTERISTICHE MECCANICHE DEI COMPONENTI MECCANICI

é la funzione che esprime l'azione che il componente esercita in funzione della velocità a cui esso lavora

coppia C
forza F

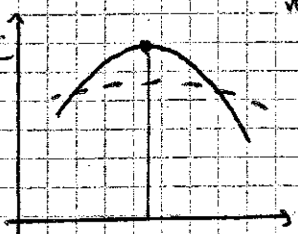


può essere espresso a seconda, $C = C(\omega)$, $F = F(v)$

ω velocità angolare
v velocità lineare

ex

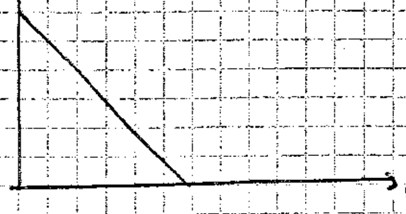
veicolo



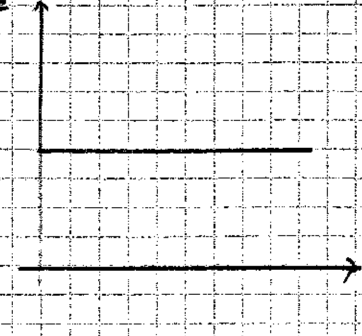
velocità a cui il motore mi dà la coppia MAX (la "coppia")

motore asincrono

motore corrente continua



UTILIZZATORE carico costante (forza peso)

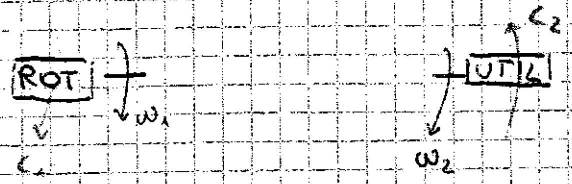


UTILIZZATORE con azioni areodinamiche (come le pale e l'attrito viscoso dell'

funzione di 2° grado

→ 2) moltiplicatore $\tau = \frac{\omega_2}{\omega_1} > 1$

→ 1) riduttore $\tau = \frac{\omega_2}{\omega_1} < 1$



supponiamo per ora che non ci siano azioni dissipative (come attriti) nella trasmissione

$$C_1 \omega_1 \, dt - C_2 \omega_2 \, dt = \Delta E_c$$

FUNZIONAMENTO A REGIME ← che posso considerare anche quando non ho ω_r ma considero Δt infinitesimi

$$\boxed{C_1 \omega_1 = C_2 \omega_2} \quad (*)$$

IMP

potenza motrice	potenza assorbita
ingresso nella trasmissione	uscita nella trasmissione

Infatti per definizione il funzionamento a regime è quando ho $\Delta E_c = 0$ cioè $L = 0$. Se il tempo è infinitesimo anche lo spostamento lo è → $L = 0$

Da questa formula otteniamo che:

$$\boxed{\tau = \frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{C_1}{C_2}}$$

per definizione — di conseguenza a (*)

Questo spiega perché di solito il momento di trasmissione è RIDUTTORE: la sua dimensione dipende da quanto alte sono le coppie a cui lavora. Per ottimizzare il sistema meccanico bisogna prendere un motore che lavora con coppia bassa e velocità alta. La trasmissione è piccola e riporterà valori coppia-velocità ai livelli richiesti dall'utilizzatore

Nota che, a seconda di cosa consideriamo, la trasmissione può essere considerata parte del motore o dell'utilizzatore (ad es. concentrandoci sull'[illegible] [illegible] vedere [illegible] come componenti motore-trasmissione) Si di a seconda dei casi potrò viceversa considerare solo il motore e vedere un "utilizzatore equivalente" che è trasmissione + utilizzatore

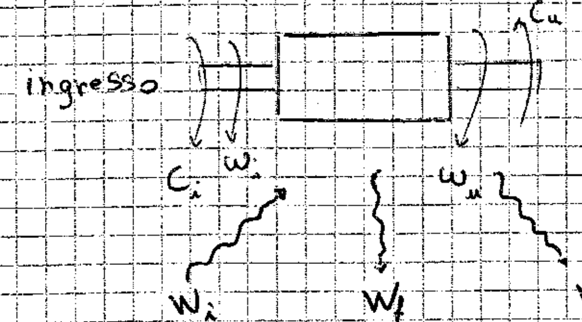
nella realtà se ho un riduttore

essendo riduttore diminuisce la velocità ma aumenta la coppia

se lo monto girato lo farò lavorare come moltiplicatore

RENDIMENTO

Dal punto di vista meccanico è associato alla trasmissione



l'utilizzatore fornisce un'azione resistente (opposta alla velocità)

Se non ci sono fenomeni dissipativi $W_i = W_u$ ($W_f = 0$)

nella realtà ci sono per forza, avrò qualcosa che se ne va

$$\boxed{\eta = \frac{|W_u|}{|W_i|}}$$ sempre ≤ 1 (uguale a 1 se trascuro le perdite)

$$\eta = \frac{C_u \, \omega_u}{C_i \, \omega_i} = \frac{C_u}{C_i} \tau$$

se io metto le freccie il segno lo so già: inserisco quindi numeri positivi

Quindi in questo caso $\tau = \frac{\omega_2}{\omega_1} \neq \frac{C_1}{C_2}$

(è uguale solo se $\eta = 1$)

$|W_f| = |W_i| - |W_u|$ potenza che si trasforma, praticamente sempre in potenza termica ex $a = 1\ m$ $\quad \rho = 0{,}01\ m$

	$b = 0{,}1\ m$	$b = 0{,}02$
RID	$\tau_R = \frac{1}{10}$	$\tau_R = \frac{1}{50}$
	$\eta_R = 0{,}90$	$\eta_R = 0{,}66$
MOLT	$\tau_M = \frac{10}{1}$	$\tau_M = \frac{50}{1}$
	$\eta_M = 0{,}891$	$\eta_M = 0{,}4$

Qualunque trasmissione meccanica ha un rendimento migliore come riduttore che come moltiplicatore

Tanto più grande è l'effetto di riduzione tanto più piccolo sarà il ren

CASO Limite $\quad b = 0{,}01 = \rho \quad \tau_R = \frac{1}{100} \quad \tau_M = \frac{100}{1}$

$\eta_R = 0{,}495 \quad \boxed{\eta_M = 0}$

se $b = \rho$

S è applicata nello stesso punto di R: si equilibriano, il sistema non si muove più perché bilanciato: il sistema è IRREVERSI

rendimento si è abbassato ancora

(quando il carico diventa trascinante non è in grado di trascinare)

utile ad esempio negli elevatori, pago un meccanismo intrinsecamente sicuro con un livelli di rendimento basso

Questo ragionamento non vale solo per la leva: si può estendere a qualsiasi tipo di trasmissione

PERCORSO DI CARICO

vedi disegno p. 4.23 $\quad$ la molla è l'utilizzatore

il telaio o qualsivoglia cosa anche il terreno, a cui sia collegato motore o trasmissione o utilizzatore, presenterà delle REAZIONI VINCOLA che devono essere considerate quando faccio il diagramma del corpo rigido

La parte del motore che mi interessa è il rotore
(MOTORE = STATORE + ROTORE)

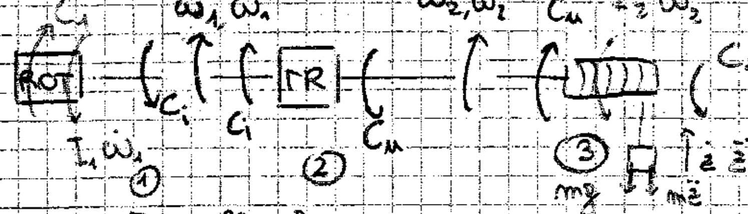


Diagramma Corpo li[bero]
solo
UTILI ALLA TRAS[MISSIONE]
DEL MOTO
infatti non sono con[siderati]
non ha messo tutti

il rotore esercita sulla trasmissione una coppia, che sarà la coppia di ingresso e per le leggi di azione/reazione viceversa

- $\tau = \frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{\dot\omega_2}{\dot\omega_1} \left(= \frac{\theta_2}{\theta_1} \right)$ Relazioni cinematiche

- $\dot z = \omega_2 \frac{D}{2}$; $\ddot z = \dot\omega_2 \frac{D}{2}$

infatti visto come il rapporto delle due velocità sarebbe $\frac{D}{2} = \frac{\dot z}{\omega_2}$ nel uscita / nel entrata

rappresenta il rapporto di trasmissione carico / tamburo

C_i è una quantità inerziale, come $F = mg$ sarebbe più immediato scritto come $C_i = C_1 - I_1 \dot\omega_1$

$C_1 - I_1 \dot\omega_1 - C_i = 0$ (1)

$C_i \, \omega_1 \, \eta = C_u \, \omega_2 \Rightarrow C_i \, \eta = C_u \, \tau$ (2)

$C_u - I_2 \dot\omega_2 - C_2 - mg \frac{D}{2} - m \ddot z \frac{D}{2} = 0$ (3)

Relazioni che legano fra loro le azioni applicate

Sistema equivalente ridotto all'asse motore 1

Andiamo a calcolare $\dot\omega_1$

C_i: (1) $\rightarrow \dot\omega_1$
C_u: (2) $\rightarrow C_i$
(3) $\rightarrow C_u$

Schema di cosa si ricava e cosa si sostituisce

alla fine avremo

$$\boxed{\dot\omega_1} = \frac{C_1 - \frac{\tau}{\eta} C_2 - \frac{\tau}{\eta} \frac{D}{2} mg}{I_1 + \frac{\tau^2}{\eta} I_2 + \frac{\tau^2}{\eta} \frac{D^2}{4} m}$$

sembra complessa
... non vederla componente per componente

Essendo transitorio abbiamo visto che il sistema accelera

$$\omega_1(t) - \omega_{10} = \int_0^t \dot{\omega}_1 \, dt$$

(?)

Da queste condizioni posso studiare anche la condizione a regime semplicemente imponendo $\dot{\omega}_1 = 0$

Il numeratore viene uguale a zero e coppia motrice = coppia

ex (E. 4/2 + E 4/6) Studio lo sviluppo del sistema in

MOT —— RID —— UTIL

Known

costante impressionata

$$C_m = C_{m0} - K_m \omega_m$$

$C_{m0} = 45 \ Nm$, $K_m = 0{,}06 \ \frac{Nms}{rad}$, $\eta = 1$

$$C_u = K_u \omega_u$$

$K_u = 0{,}8 \ \frac{Nms}{rad}$

$$\tau = \left(\frac{\omega_u}{\omega_m}\right)$$

$\tau = \frac{\omega_u}{\omega_m}$; $\omega_u = \tau$

$I_m = 0{,}08 \ Kg \, m^2$ $I_u = 0{,}15 \ Kg \, m^2$

Riducendo il sistema all'asse motore

$$\dot{\omega}_m = \frac{C_m - C_u \tau}{I_m - \tau^2 I_u} = \frac{C_{ue}}{I_{ue}}$$

coppia equivalente nell'asse motore

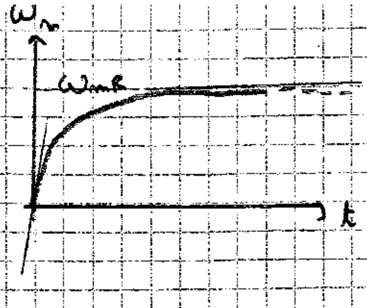
inerzia equivalente nell'asse

Se a REGIME

$$\dot{\omega}_m = 0 \Rightarrow C_m = C_u \tau$$

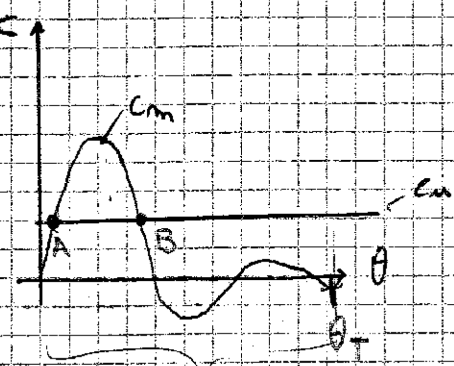
$$C_{m0} - K_m \omega_m = \tau^2 K_u \omega_m$$

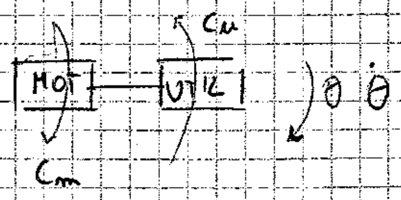
da qui troviamo la per la quale il sistema è a regime



Il termine regime viene utilizzato anche per REGIME PERIODICO dove la coppia motrice cambia ciclicamente nel tempo, a tempi determinati mi ritrovo sempre nella stessa posizione
caratteristico in meccanismi in cui la coppia cambia a seconda della posizione angolare dell'albero (come i motori a scoppio delle autovetture)

IRREGOLARITÀ PERIODICA



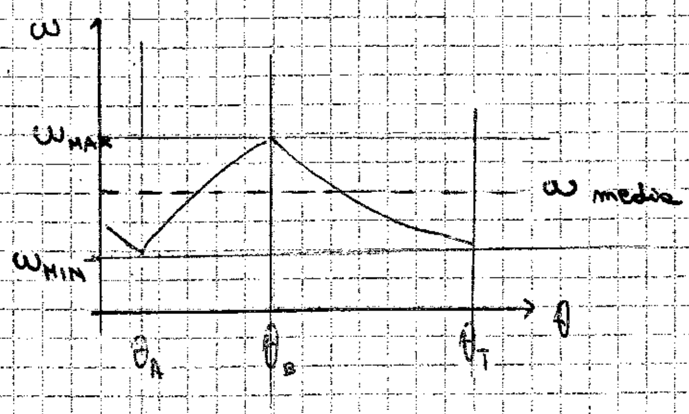


T = periodo

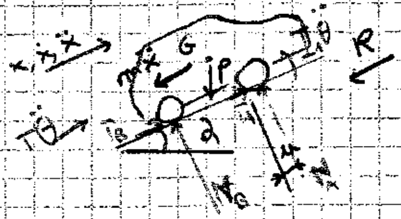
per un periodo, che si ripete

$\theta_A < \theta < \theta_B \quad C_m > C_u \Rightarrow \omega$ cresce

$$\begin{cases} 0 < \theta < \theta_A \\ \theta_B < \theta < \theta_T \end{cases} \quad C_m < C_u \Rightarrow \omega \text{ decresce}$$



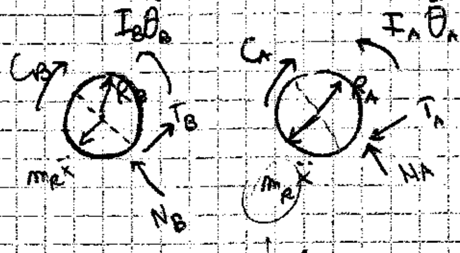
Dinamica dei veicoli con ruote (revisione)



$P = mg$ per tutto il veicolo

R forza aerodinamica

u parametro rolvente



sola massa della ruota

$T_A \; T_B \; N_A \; N_B \; \ddot{x} \; \ddot{\theta}_A \; \ddot{\theta}_B$ 7 incognite

= 3 equazioni di equilibrio del veicolo

− 1 eq. equilibrio di coppia ...

− 1 " " " " ruote

= 2 equazioni cinematiche (aderenza)

o equazioni tra forze (strisciamento)

Le azioni di inerzia ci sono SEMPRE

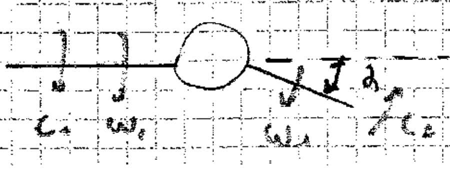
L'impostazione di coppia non cambia se le ruote non sono motrici

SISTEMI DI TRASMISSIONE

GIUNTI servono per trasmettere movimento tra alberi che ruotano avendo come obiettivo presentare un rapporto di trasmissione circa unitario, ~~...~~ visto che nel caso dei giunti gli alberi hanno un disallineamento

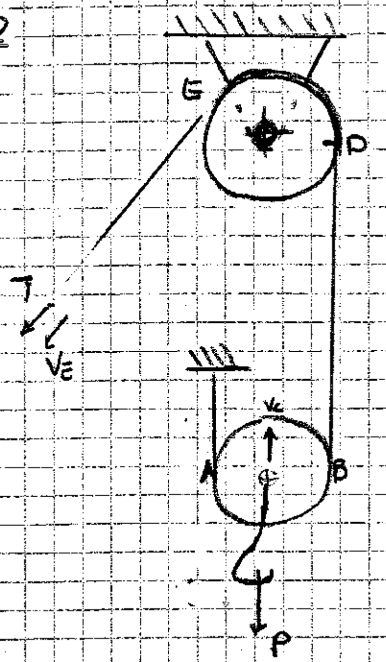
non modificano ω ma mitigano il disassamento

$\tau \approx 1$



1)

ARGANO



il sistema può ruotare attorno al suo centro che è una puleggia ad asse fisso

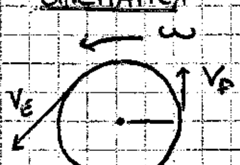
l'elemento di giunzione è una fune che parte da un punto fisso (Telaio) si gira attorno alla puleggia mobile poi intorno alla puleggia fissa

la puleggia mobile ha collegato il carico

In seguito a come è costruito ci sono delle azioni che schiacciano la fune alla puleggia, siamo quindi in condizioni di aderenza

Viene usato come moltiplicatore

CINEMATICA



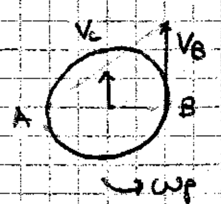
Fissa

$V_D = V_E = \omega \frac{d}{2}$

essendo la corda tesa non si allunga e non si accorcia

$V_B = V_D$

↳ siccome c'è aderenza fra puleggia e fune



Mobile

$V_c = \frac{V_B}{2}$

$\omega_p = \frac{V_B}{d}$

Il punto A continua a rimanere fermo: è il CIR

Lì la corda è come si arrotolasse la puleggia attorno ad A

$$\begin{cases} \boxed{V_E = 2V_c} \\ \boxed{\omega = 2\omega_p} \end{cases}$$

La puleggia fissa ha moto di pura rotazione attorno al suo centro,

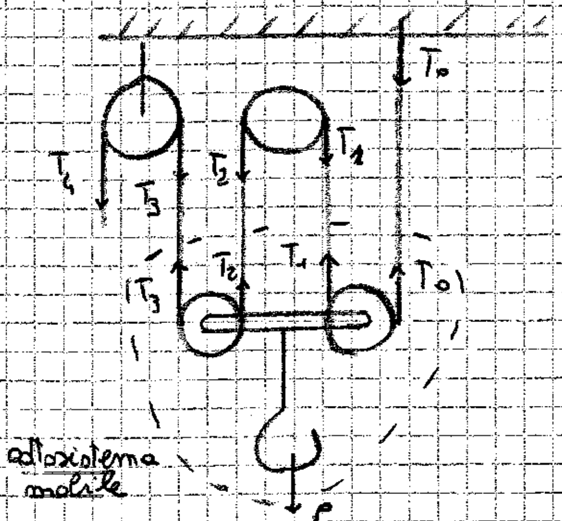
$T_D = T_B$ questo resta uguale perché è sempre la stessa deformazione

$T_E = (1+K)\,T_D$ Ogni volta che passo per una puleggia devo avere una tensione più alta

(119)

$T_A + T_B = P$

PARANCO È un sistema più complesso con tante pulegge



è come se fossero 2 organi in fila

le pulegge mobili sono collegate da un'unica traversa su cui è applicato il carico

avremo, come già visto, (consideriamo subito gli attriti)

$$\begin{cases} T_0 \\ T_1 = (1+K)\,T_0 \\ T_2 = (1+K)\,T_1 \\ T_3 = (1+K)\,T_2 \\ T_4 = (1+K)\,T_3 \end{cases} \Rightarrow \quad T_4 = (1+K)^4\,T_0$$

equilibrio sottosistema mobile

$$P = T_0 + T_1 + T_2 + T_3 = \left[\sum_{n=0}^{3} (1+K)^n\right] T_0$$

avendo T_0 nelle relazioni le posso mettere insieme

$$\boxed{T_4 = P\,\frac{(1+K)^4}{\sum^{3} (1+K)^n}}$$

a parità di carico tanto T_4 si riduce quanti ... io metto il tutto sempre

$\beta_1 > \beta_2$ se il diametro $d_1 > d_2$ e viceversa

i punti dove la cinghia "esce" sono i punti in cui il raggio è $\perp$ alla parte libera (cioè non avvolta)

$C_1 = (T_1 - T_2) r_1$ ← ricavabili per effetto della geometria

$C_2 = (T_1 - T_2) r_2$ Forza complessiva per il ra

$$\boxed{\frac{C_1}{C_2} = \frac{r_1}{r_2}}$$

Se suppongo gli attriti nulli → $\eta = 1$ ⇒ $C_1 \omega_1 = C_2 \omega_2$

allora

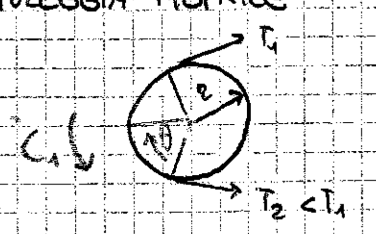
$\tau = \frac{C_1}{C_2} = \frac{r_1}{r_2} = \frac{\omega_2}{\omega_1}$ ← nella realtà la trasmissione tra cinghia e puleggia avviene con dei micro-slittam

sempre

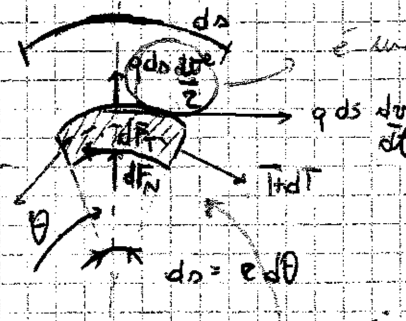
solo se $\eta = 1$, situazione opposta a quella precedente, dove garantivo il legame cinematico

perché la cinghia si allunga o si accorcia un po' visto che $T_1 > T_2$

PULEGGIA MOTRICE



Prendendo un elementino (diagramma del co libero)



è una forza m · $a = \frac{v^2}{r}$

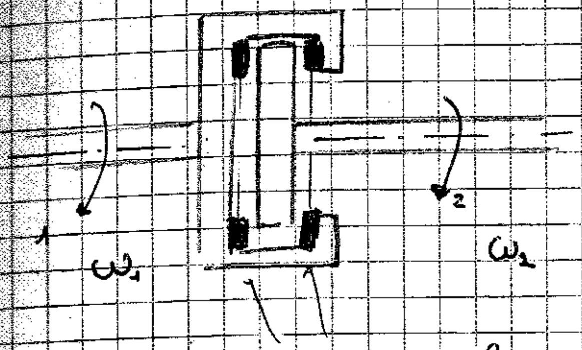
è opposta all'angolo

$\omega, \dot{\omega}$

~~forze~~ dell'attrito

q = massa per unità di lunghezza (carico)

Ad esempio con 2 corone circolari



corone circolari in sezione che vengono entrambe tenute da un sostegno (scatola) solidale al motore

$$C_f = 2fN\,\frac{r_e + r_i}{2}$$

con più superfici d'attrito

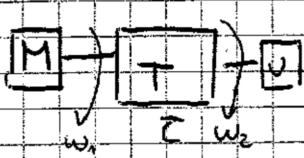
Come al solito se io eccito il sistema con $\omega \cong \omega_n$ cioè con frequenza di risonanza, la massa tende a oscillare verso all'infinito e se il sistema è poco smorzato la molla si rompe per le deformazioni

Se invece ho smorzamento riesco a limitare il picco

FRIZIONI

La frizione è molto simile al freno a disco ma ha un'applicazione diversa.

Con un motore e un utilizzatore avremo un rapporto di trasmissione τ



Per cambiare τ cambiando degli ~~accoppiati~~ accoppiamenti (Tipo cambio della macchina), non posso farlo immediatamente, devo fermare il sistema

La frizione accoppia motore con utilizzatore quando hanno velocità diverse: c'è un disco sul motore e uno sull'utilizzatore, quando cambio si staccano, poi si riattaccano e la frizione frena uno rispetto all'altro finché non hanno la stessa velocità.

Nei freni a disco la velocità del disco era zero, qui la velocità è quella del motore e ciò che studieremo sarà una Δv tra il motore e l'utilizzatore

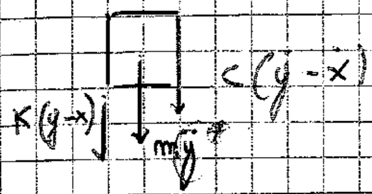
quando cambio τ i dischi

eccitazione (forzante) ⟶ $x(t) = x_0 \sin(\omega t)$

risposta del sistema a regime ⟶ $y(t) = y_0 \sin(\omega t + \varphi)$

Trasmissione di spostamento attraverso il sistema vibrante

Studio con DCL



moto assoluto cioè rispetto ad un sistema fisso

Avremo un'accelerazione assoluta *

→ La deformazione della molla dipende dal movimento di ENTRAMBI gli estremi!

Se ~~la velocità~~ x è uguale alla ~~velocità~~ y (x e y sono [illegible] gli estremi)

Se $y > x$ la molla si allunga, ci sarà dunque una forza di richiamo, tende ad accorciarsi e la forza sarà verso il basso

→ Lo smorzatore fa la stessa cosa, ma lavora con le velocità

Dal DCL otteniamo

$$\boxed{m\ddot{y} + c(\dot{y} - \dot{x}) + k(y - x) = 0}$$

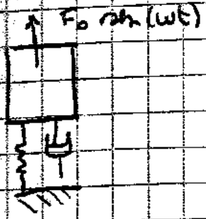
separiamo i gradi di libertà

$$m\ddot{y} + c\dot{y} + ky = c\dot{x} + kx$$

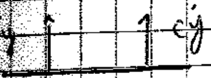
procediamo analogamente a come abbiamo fatto nelle lezioni

$$\frac{\ddot{y}}{k} + \frac{c}{k}\dot{y} + y = \frac{c}{k}\dot{x} + x$$

Abbiamo studiato il comportamento del genere:

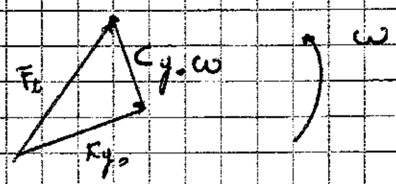


consideriamo le reazioni del terreno



$F_t = Ky + c\dot{y}$

forza trasmessa al terreno



$$F_t = F_{t_0} \sin(\omega t + \varphi_t)$$

$$F_{t_0} = \sqrt{(Ky_0)^2 + (cy_0\omega)^2} = Ky_0 \sqrt{1 + \left(\frac{c}{K}\omega\right)^2}$$

$$F_{t_0} = Ky_0 \sqrt{1 + \left(\frac{c}{K}\omega\right)^2} = \boxed{Ky_0 \sqrt{1 + \left(\frac{2\zeta}{\sigma_n}\omega\right)^2}}$$

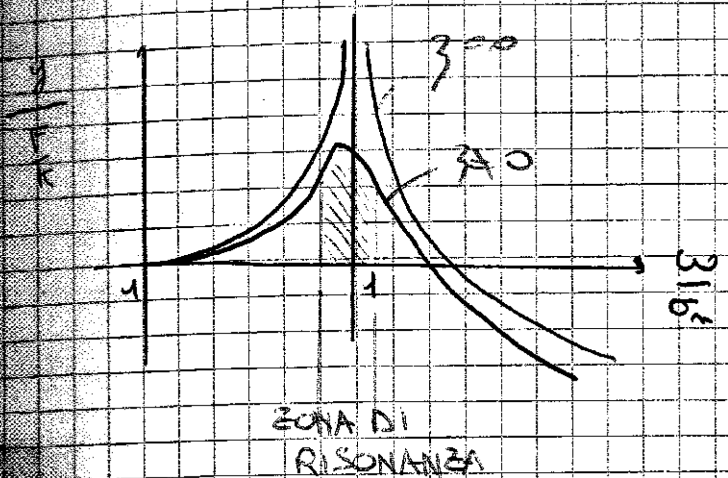
$$\frac{y_0}{\frac{F_0}{K}} = \frac{1}{\sqrt{(\quad)}}$$ espressione di prima

$$\boxed{\frac{F_{t_0}}{F_0} = \frac{\sqrt{1 + \left(\frac{2\zeta\omega}{\sigma_n}\right)^2}}{\sqrt{\left(1 - \frac{\omega^2}{\sigma_n^2}\right)^2 + \left(\frac{2\zeta\omega}{\sigma_n}\right)^2}}}$$

mi dice qual è il rapporto tra la forza trasmessa a terra rispetto la forza di eccitazione

TRASMISSIBILITÀ DI FORZA

σ alta e ω forzante



ricorda che σ_n è una proprietà del sistema!

ciò che conta non è l'ampiezza di F ma la sua pulsazione

se $\omega = \sigma_n$ del corpo le oscillazioni raggiungono un picco, anche se non sarà infinito per fenomeni dissipativi di smorzamento.

Quindi se ho delle pulsazioni della forzante simili alla pulsazione mi trovo in ZONA DI RISONANZA: il sistema entra in risonanza e ha grosse oscillazioni.

Esempi: TACOMA BRIDGE (visto anche in strutturale), marcia dei soldati, corazzate che si spaccano in due perché entrano in risonanza con le onde ...

introduciamo nuova unità di grandezza

$$\boxed{\left.\frac{y}{\frac{F_0}{k}}\right|_{dB} = 20 \log \frac{y}{\frac{F_0}{k}}}$$

se $y = \frac{F_0}{k} \Rightarrow 0\,dB$

usando log riesco a rappresentare una scala più ampia

se ζ oltre a $\frac{1}{\sqrt{2}}$ aumentando ζ non ho più il picco per la risonanza
(sono oltre 1)

Devo quindi trovare y_0 e φ

essendo una soluzione risolve l'eq. differenziale

$\dot{y} = y_0\, \omega \cos(\omega t + \varphi)$

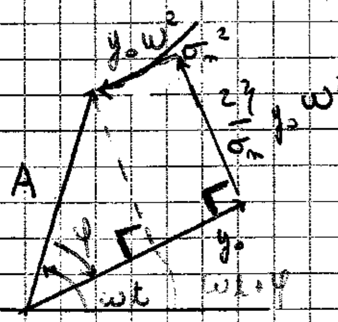
$\ddot{y} = -y_0\, \omega^2 \operatorname{sen}(\omega t + \varphi)$ la metto dentro l'equazione,

Avendo solo funzioni armoniche (1°, 2°, 3° addendo e termine dopo l'=) con oltretutto la stessa pulsazione, uso per risolvere i

VETTORI ROTANTI

ogni funzione armonica sarà un vettore rotante, quindi al primo membro avrò una somma di vettori rotanti, che sarà uguale ad un altro fasore corrispondente a $A \operatorname{sen}(\omega t)$

Farò dunque una somma di vettori



La forzante è la causa, deve dunque venire prima dell'effetto, che è legato ad y. y dunque è in ritardo rispetto a F

A sen ωt

essendo y in ritardo mi aspetto un φ negativo

Se proietto tutti i vettori sull'asse verticale (y) ottengo esattamente l'eq. canonica (scrivo come addendi i moduli dei vettori

* la derivata è moltiplicata, anziché il sen per il cos (dello stesso angolo) quindi è messo di 90° rispetto al primo vettore

gdl	traslazione	rotazione	
	$[K] = \frac{N}{m}$	$[K] = \frac{Nm}{rad}$	molla
	$[c] = \frac{Ns}{m}$	$[c] = \frac{Nms}{rad}$	smorzatore

siccome sono degli artifizi che introduco io, a seconda del problema che ho cambieranno anche le unità di misura, perché l'importante che alla fine mi venga una forza per la traslazione e un momento per la rotazione

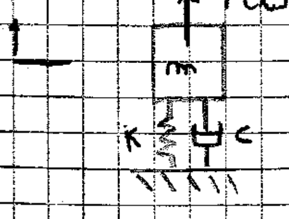
VIBRAZIONI FORZATE

Come abbiamo visto qualunque sistema a vibrazioni libere prima o poi si ferma. Per mantenere l'oscillazione dovrò continuare ad eccitarlo con una certa periodicità

vedi ex. indietro

Quando il sistema oscilla sotto l'effetto di una forza con parametri esterni al sistema l'oscillazione è forzata

Riprendiamo l'esempio di prima



$F(t)$ — forzante armonica

una qualunque funzione la posso vedere come composta in tanti fattori armonici (serie di Fourier) e noi faremo così

y gdl rispetto configurazione di equilibrio statico

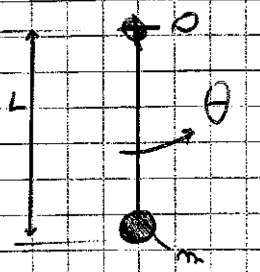
Immaginiamo direttamente il caso di $F(t) = F_0 \sin(\omega t)$

F_0: ampiezza

ω: pulsazione (ovviamente non c'entra se $\zeta << 1$ $\quad 1-\zeta^2 \cong 1$

Posso usare la forma approssimata $\boxed{\delta \cong -2\pi\zeta}$

• Un diverso sistema meccanico che si riconduce ~~al~~ sempre all'equazione canonica del moto (che vale per tutti i sistemi meccanici, a parametri concentrati lineari) è il seguente

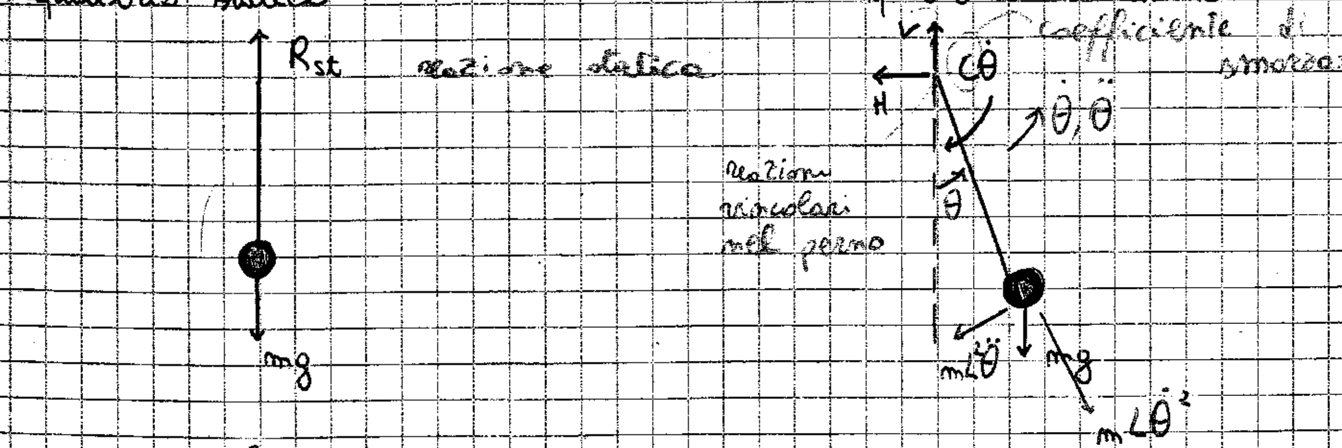


vedo solo una grandezza massa, nessuna forza elastica

m

effetto dissipativo viscoso di azione aerodinamica + attrito in O

Equilibrio il sistema, lo sposto dalla configurazione di equilibrio statico e poi lo lascio libero



eq. equilibrio

$$C_O \quad mL^2\ddot\theta + c\dot\theta + \underline{mg\,L\sin\theta} = 0$$

↳ è come la forza elastica ma non lineare perché c'è $\sin\theta$

$$y = a e^{\lambda t}$$

$$\frac{\lambda^2}{\sigma_n^2} + \frac{2\zeta}{\sigma_n}\lambda + 1 = 0$$

ampiezza non più costante, ma elevata di un fattore che ne dà la riduzione nel tempo

\+ un contenuto armonico con una pulsazione σ più piccola di σ_n, un aspetto T un po' più grande del sistema non smorzato

$$\sigma = \sigma_n\sqrt{1-\zeta^2}$$

$$\boxed{y(t) = a e^{-\zeta\sigma_n t}\cos(\sigma t - \varphi)}$$

Distinguiamo i casi:

$\zeta < 1$ sistema sottosmorzato

$\zeta = 1$ smorzamento CRITICO ← torna all'equilibrio il più velocemente possibile

$\zeta > 1$ sistema sovrasmorzato non oscilla **

$\zeta = 0$ vuol dire che $c = 0$ → $\boxed{y(t) = a\cos(\sigma_n t - \varphi)}$

funzione armonica in cui la pulsazione

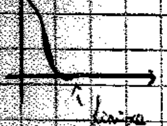
moto perfettamente armonico ← è un termine proprio del sistema perché è σ_n

e a e φ saranno funzione delle condizioni iniziali $y(0)$, $\dot{y}(0)$

(condizioni al contorno)

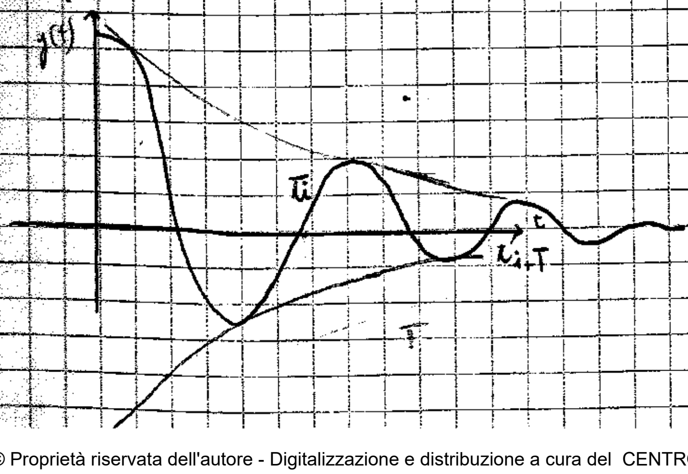
L'effetto di oscillazione c'è finché non raggiungo $\zeta = 1$, se no il sistema si blocca pulito

$$\boxed{T = \frac{2\pi}{\sigma}}$$

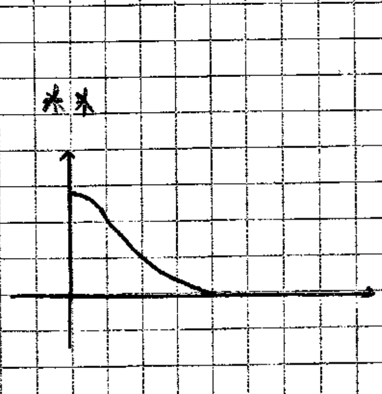


finisce qui, ritorna pulito all'equilibrio

Comportamento smorzato



**



Si comporta come lo spostamento critico ma smorza anche il ritorno