



**Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino**

**Appunti universitari**

**Tesi di laurea**

**Cartoleria e cancelleria**

**Stampa file e fotocopie**

**Print on demand**

**Rilegature**

**NUMERO: 562**

**DATA: 20/06/2013**

# **A P P U N T I**

**STUDENTE: Lombardo**

**MATERIA: Applicazioni Avanzate di Fisica Tecnica**

**Prof. Verda**

Il presente lavoro nasce dall'impegno dell'autore ed è distribuito in accordo con il Centro Appunti.

Tutti i diritti sono riservati. È vietata qualsiasi riproduzione, copia totale o parziale, dei contenuti inseriti nel presente volume, ivi inclusa la memorizzazione, rielaborazione, diffusione o distribuzione dei contenuti stessi mediante qualunque supporto magnetico o cartaceo, piattaforma tecnologica o rete telematica, senza previa autorizzazione scritta dell'autore.

**ATTENZIONE: QUESTI APPUNTI SONO FATTI DA STUDENTIE NON SONO STATI VISIONATI DAL DOCENTE.  
IL NOME DEL PROFESSORE, SERVE SOLO PER IDENTIFICARE IL CORSO.**

**ANALISI AVANZATA DI FISICA TECNICA**

06-03-2013

**(TEORIA)**

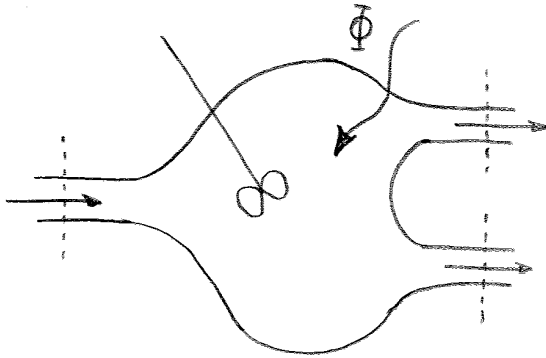
①

**ANALISI EXERGETICA**

Valutare la possibilità di implementare il design per un determinato sistema, analizzando i componenti.

Espressione dell'energia utilizzabile (EEU) o espressione dell'exergia: combinazione lineare del primo e del secondo principio della termodinamica.

- Primo principio per sistemi aperti (PPSA) (legge di conservazione dell'energia) → può sembrare essere ad energia



$$\Phi - W_t - W_o = \frac{\partial}{\partial t} (U + E_c + E_p)_{vc} + \sum_{i=1}^{m_c} G_i (h_i + e_{c_i} + e_{p_i})$$

I Principio per sistemi aperti

Stato e vari contributi:

- $\Phi$  = flusso termico scambiato
- $W_t$  = potenza tecnica (meccanica o elettrica)
- $W_o$  = lavoro di dilatazione → se il volume di controllo fosse deformabile, ovvero lo spostamento della parete mobile sotto l'azione della pressione esterna  $p_o$ , con conseguente variazione del volume:

$$W_o = p_o \cdot \frac{dV}{dt}$$

- $\frac{\partial}{\partial t} (U + E_c + E_p)_{vc}$  → zero per i casi in condizioni stazionarie
- $\sum_{i=1}^{m_c} G_i (h_i + e_{c_i} + e_{p_i})$   $G_i$  = portata in massa (> se esce dal sistema)

Questo termine tiene conto dei contributi energetici legati alle portate in massa scambiata.

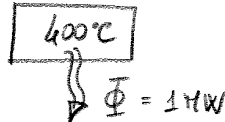
Si considera che tutte le grandezze di stato sono distribuite omogeneamente all'interno del volume di controllo: tutti i punti del sistema hanno le stesse condizioni (corpo omogeneo).

Espressione dell'energia utilizzabile (o dell'exergie)

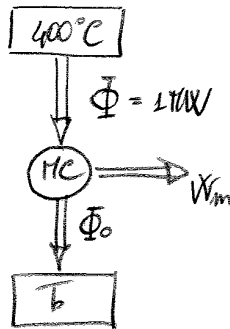
$$EEU = \overset{\text{energia del sistema}}{\text{PPSA}} - T_0 \overset{\text{entropia del sistema}}{\text{SPSA}}, \quad T_0 = \text{temperatura della biosfera}$$

Vogliamo ottenere una serie di tensioni (flussi di energia) a cui associare un "peso" il quale ci dà informazioni sulla possibilità di trasformare un dato flusso di energia in potenza meccanica.

Supponiamo di avere un termistato del pelo otteniamo un flusso termico di 1 MW a 400°C :



Collegiamo il termistato alla macchina di Carnot per trasformare questo flusso in potenza meccanica ;  
 come serpente a temperatura più bassa alla pelle senza lavorare la macchina di Carnot consideriamo la BIOSFERA :



- $\Phi$  = potenza termica
- $\Phi_0$  = potenza termica non convertibile
- $W_m$  = potenza meccanica max ottenibile
- $T_0 = 20^\circ\text{C} = 293,15 \text{ K}$

$$W_m = \Phi \left( 1 - \frac{T_0}{T} \right)$$

dove  $\frac{T_0}{T}$  è il fattore di CARNOT (valore di trasformabilità del flusso in lavoro)

Dalla conservazione dell'energia sui due princ' stadi:

$$W_m = \overset{\text{1° princ'io}}{\Phi} - T_0 \overset{\text{2° princ'io}}{\frac{\Phi}{T}}$$

(non considero  $\Sigma \Phi$  ma un unico flusso  $\Phi$ )

ES. immensamente, partendo da 1 MW e svolgendo i calcoli, cerchiamo di ottenere un valore per  $W_m = 0,577 \text{ MW}$  (lavoro massimo ottenibile)

**NB** A parità di energia termica fornita, una serpente più calda fornisce una maggiore quantità di exergie rispetto a una serpente più fredda.

Vedo e rinvio la EEU .

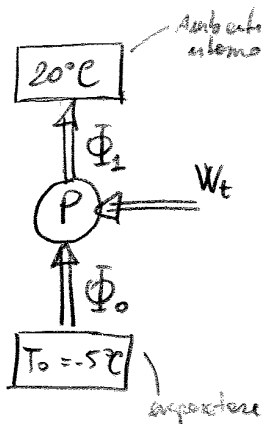
$$\sum_{j=1}^{M_F} \Phi_j \left( 1 - \frac{T_0}{T_j} \right) - W_t = \frac{\partial}{\partial t} (A^t)_{ve} + \sum G_i \cdot b_i^t + \sum G_i \cdot \xi_{i0} + T_0 \sum i_{r2}$$

dove:  $h_i^t - h_{i0} = T_0 (s_i - s_0) = b_i^t$       EXERGIA FISICA

$h_{i0} - T_0 s_0 = \xi_{i0}$       EXERGIA CHIMICA

Se abbiamo calore dipeso, le sue convertibilità in lavoro è nulla!

Ciclo: pompa di calore



$\Phi_2 \cdot \left( 1 - \frac{273,15 - 5}{273,15} \right)$  exergie del flusso  $\Phi_2$

$\Phi_0 \cdot \left( 1 - \frac{268,15}{268,15} \right) = 0$  exergie del flusso  $\Phi_0$

(NB)

$\frac{\partial}{\partial t} (A^t)_{ve}$  solo se il sistema non è in equilibrio stazionario

$\sum G_i \cdot b_i^t$  solo se il sistema sta cambiando massa

$\sum G_i \cdot \xi_{i0}$  solo se il sistema modifica la composizione chimica dei fluiti di che elemento; è possibile che siano portate in ingresso e in uscita che non modificano la composizione chimica.

(NB)

Al contrario dell'energia, l'exergie dell'universo non si conserva, bensì si riduce in ogni trasformazione irreversibile, in maniera direttamente proporzionale all'incremento di entropia dell'universo (ENERGIA - EXERGIA = ANERGIA)

• Nel caso di liquido incompressibile ovvero che :

$$\Delta h = c \cdot \Delta T + v \Delta p$$

,  $c = \text{calore specifico}$   
 $v = \text{volume specifico}$

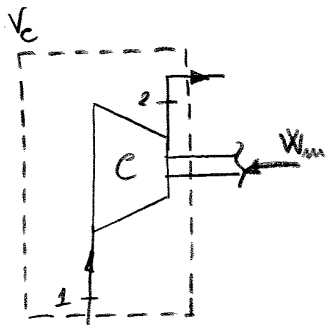
quanto andiamo in forte salto di pressione (es. pompaggio) il primo termine è trascurabile, mentre il secondo termine è trascurabile se abbiamo un primo termine rilevante -

$$\Delta s = c \cdot \ln \frac{T}{T_0} \quad (\text{manca il termine della pressione})$$

Considerando questa espressione exergetica possiamo valutare in un altro modo l'efficienza :

$$\epsilon = \frac{\text{effetto utile}}{\text{spesa}} = \frac{P(\text{prodotto})}{R(\text{risorsa})}$$

Andiamo a valutare P e R e diamo una certa arbitrarietà alle nostre scelte, ad esempio :



$R = \text{potenza meccanica } (W_m)$   
 $P = \text{potenza per il salto entalpico } (m \Delta h)$

Se potesse fare un recuperamento diretto, ossia :

nella compressione del gas eleviamo la pressione quindi potremmo sfruttare la pressione in eccesso di quella che potrebbe essere un secondo effetto sul gas, ossia la reversibile di temperatura (sovriscaldamento). Quindi nell'espressione di  $\epsilon$  potrei sostituire l'incremento di pressione da un aumento di temperatura  $(\Delta T)$   $(\Delta P)$

Analizziamo il sistema  $(V_e)$  del punto di vista exergetica :

$$\epsilon = \frac{\sigma_{gas} (b_2^t - b_1^t)}{|W_m|}$$

(analisi exergetica tra uscite e ingresso per la potenza prodotta)

presente nella EEU

Pensando quindi la sezioni 1 e 2 e quindi le velocità nei due punti, allora l'energia cinetica sarà nulla; essendo nulla anche l'energia potenziale, eliminiamo l'apice "t" :

$$\epsilon = \frac{\sigma_{gas} (b_2 - b_1)}{|W_m|}$$

ovvero con  $e_{c2} = e_{c1}$  e  $\Delta ep \ll \Delta ec$

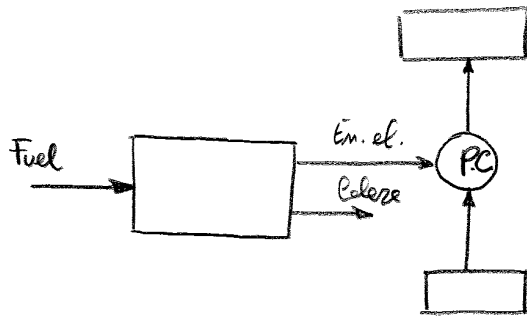
Possono affermarsi che:

- dal 1° principio viene fuori che la caldaia è più conveniente
- dal 2° principio viene fuori che la cogenerazione è più conveniente

La caldaia utilizza una risorsa energetica che viene convertita bene in un'alta energia utilizzabile, però la parte del prodotto finale è molto scarsa.

La cogenerazione utilizza una risorsa energetica che in parte viene convertita in una risorsa preziosa (49%) e in parte viene convertita in un prodotto scarto (51%).

Per confrontare la caldaia e cogenerazione con qualcosa di "implicite" immaginiamo di collegare il sistema a una pompa di calore dove l'energia elettrica viene utilizzata...



Un indicatore per valutare l'efficienza di una pompa di calore è il COP

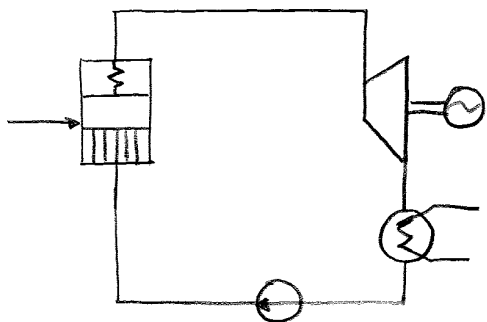
$$COP = \frac{Q_{utile}}{W_{el}} = 3 \div 4 \quad (\text{prevediamo di avere valore di riferimento possibile})$$

Avremo quindi un'efficienza di 1° principio pari a:

$$\eta_p = \frac{40 + 40 \cdot 4}{100} = 2$$

Un primo messaggio da ricevere è quello energetico e se siamo utilizzando bene una risorsa oppure no (prevalentemente e qualitativamente).

Studiamo un ciclo Rankine (facciamo un'analisi estensiva, per capire quali sono i flussi energetici coinvolti):



Possono utilizzare il concetto di efficienza per studiare poi sono i punti migliorabili dell'impianto.

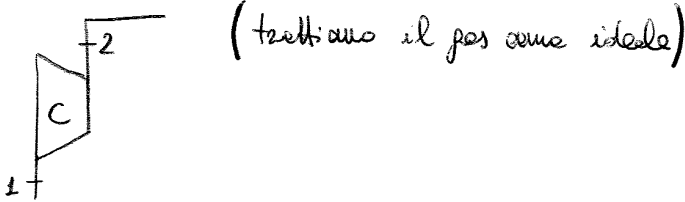
MISCELE DI GAS IDEALI

15-03-2013

(11)

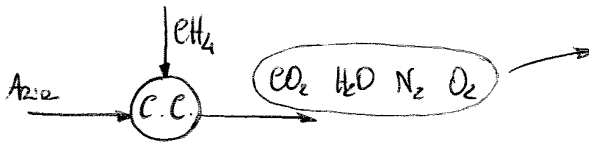
Ipotesi: tratteremo il gas ideale → ipotesi che può essere utilizzata quando siamo lontani dalle condizioni di cambiamento di fase

Immaginiamo una compressione:



Nel caso in cui siamo più vicini al passaggio di fase l'ipotesi di idealità viene meno e occorre, quindi, in aggiunta considerare altre equazioni.

Consideriamo una combustione:



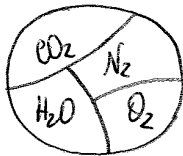
Per valutare le proprietà di questa miscela di gas dobbiamo partire dalle proprietà di ciascun gas e poi unificarle e comporre.

Esistono due modelli per valutare la miscela:

- 1) Gibbs-Dalton: pressioni parziali (più utilizzato!)
- 2) Amagat

1) Modello di Gibbs-Dalton

Un gas costituito da vari gas, supponiamo che i vari costituenti siano ideali, la pressione parziale è la pressione che il singolo gas avrebbe se occupasse tutto il volume a disposizione alla temperatura della miscela.



$$P \cdot V = n R T \quad (\text{equazione della miscela})$$

↑  
riferito alla miscela di gas

$$P_i \cdot V = n_i R T \quad (\text{equazione del singolo gas})$$

↑  
riferito al gas singolo

$$X_i = \frac{n_i}{n} \quad \text{FRATTORE MASSICA}$$

$$Y_i = \frac{m_i}{m} \quad \text{FRATTORE MOLARE}$$



$$dS = H ds = H \frac{dT}{T} c_p - H R^* \frac{dp}{p}$$

$$R^* = \frac{R}{M_{mol}}$$

quindi una variazione di entropia in un generico processo può essere o per effetto di una variazione di temperatura o per effetto di una variazione di pressione.

Supponiamo adesso che la temperatura rimane invariata ( $T_A = T_B$ )  $\Rightarrow$  valutiamo solo l'effetto della pressione. Considero i due gas si trovano entrambi alla pressione atmosferica, se si chiude il setto allora la pressione totale sarà uguale alla pressione atmosferica mentre ciò che varia sono le pressioni parziali in quanto A non si può allargare ma ad una certa frazione di essa; lo stesso vale per B.

$$p = \sum p_i = p_A + p_B \quad \text{quindi fissa da } p \rightarrow p_A$$

$$dS = -M \frac{R}{M_{mol}} \frac{dp}{p} \quad \Rightarrow \quad dS = -m R \frac{dp}{p}$$

$$dS_A = -m_A R \left( \frac{dp}{p} \right)_A$$

$$dS_B = -m_B R \left( \frac{dp}{p} \right)_B$$

$$\Delta S_A = -m_A R \ln \frac{p_A}{p} \quad \Rightarrow \quad \Delta S_A = -m_A R \ln Y_A$$

da stesse cose ottengo per B:  $\Delta S_B = -m_B R \ln Y_B$

$$\Delta S_{TOT} = \Delta S_A + \Delta S_B = -m_A R \ln Y_A - m_B R \ln Y_B \quad \Rightarrow \quad \Delta S_{TOT} = \underbrace{-R \sum m_i}_{>0} \ln Y_i \quad \Rightarrow$$

$\Rightarrow$  in aspetto che  $\Delta S_{TOT} \neq 0!$

(ho una sommatoria di termini positivi quindi in particolare  $\Delta S_{TOT} > 0$ )

$$\frac{\Phi}{T} + \sum_{i,22} = \left( \frac{\partial S}{\partial t} \right)_{V_e} + \sum_{i,22} b_i s_i$$

$= 0$  (volume isolato) (chiuso)

$$\Rightarrow \sum_{i,22} = \left( \frac{\partial S}{\partial t} \right)_{V_e}$$

$\uparrow$   
non è una grandezza di stato

è una grandezza di stato

$$\sum_{i,22} dt = dS \quad \Rightarrow \quad \underbrace{S_{i,22}}_{\text{associato alla trasformazione}} = \Delta S$$

Variazione di entropia = generazione di entropia (processo, prodotto, irreversibile)

20-03-2013

(15)

Azoe unida = miscela di vapore acqueo e vapore d'acqua  
 Questi due componenti possono essere considerati dei gas ideali; quando la pressione parziale tende ad eguagliare la pressione di saturazione, il vapore d'acqua diventa un liquido.

$P = P_{\text{saturazione}}$ , vapore d'acqua: gas  $\rightarrow$  liquido

$P < P_{\text{saturazione}}$ , vapore d'acqua: gas ideale  
 (non interazione e livello di forze intermolecolari)

Per calcolare la miscela di vapore acqueo e vapore d'acqua prendesse: titolo, umidità relativa, entalpia

1) titolo di vapore d'acqua

$$X = \frac{m_v}{m_a}$$

$m_v$  = massa vapore

$m_a$  = massa aria secca

(prendendo si guardasse specifico e riferiamo al rapporto al cui denominatore troviamo sempre la massa di aria secca e mai la massa totale).

Periamo di avere il numeratore e il denominatore dei gas ideali:

$$X = \frac{P_v \cdot X}{P_a \cdot X}$$

essendo  $PV = R^*T$  e  $P = \frac{P}{R^*T}$ , otteniamo:

$$X = \frac{P_v}{R^*T} \cdot \frac{R^*T}{P_a} \Rightarrow X = \frac{P_v \cdot R^*}{R^* \cdot P_a}$$

Sapendo che  $R^* = \frac{R}{M_{mol}}$

$$X = \frac{P_v}{P_a} \cdot \frac{M_{mol,v}}{M_{mol,a}} = 0,622 \frac{P_v}{P_a}$$

$\leftarrow$  pressione parziale vapore  
 $\leftarrow$  pressione parziale aria

la somma delle pressioni parziali  $\hat{=}$  per la pressione totale

$$P_v + P_a = P, \quad P = \text{pressione atmosferica}$$

$$X = 0,622 \cdot \frac{P_v}{P - P_v}$$

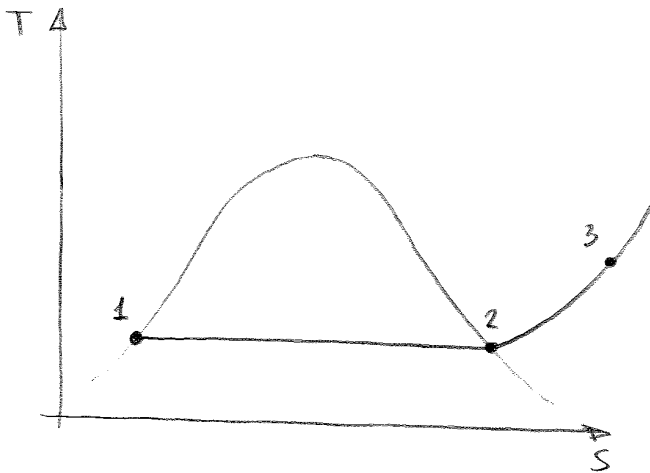
3) entelpe

$$h = \frac{H}{M_a} = \frac{M_a \cdot h_a + M_v \cdot h_v}{M_a} = h_a + \underbrace{\left(\frac{M_v}{M_a}\right)}_X \cdot h_v \Rightarrow h = h_a + X \cdot h_v$$

(è una grandezza estensiva  $\Rightarrow$  vale il principio di additività)

Tuttavia: di un gas ideale, possiamo calcolare l'entelpe di una specie:

$$h_a = c_{pe} (T - T_0) \quad , \quad T_0 = 0^\circ\text{C} \quad (\text{Riferimento})$$



- 1 = liquido
- 2 = completa evaporazione
- 3 = surriscaldamento

$$h_v = r_0 + c_{pv} (T - T_0) \quad , \quad r_0 = \text{calore specifico di vaporizzazione dell'acqua}$$

Portanto l'entelpe può essere calcolata come:

$$h = c_{pe} (T - T_0) + X [r_0 + c_{pv} (T - T_0)]$$

Questa può essere scritta come:

$$h = c_{pe} \cdot t + X (r_0 + c_{pv} \cdot t)$$

dove:  $t = (T - T_0) \quad [^\circ\text{C}]$

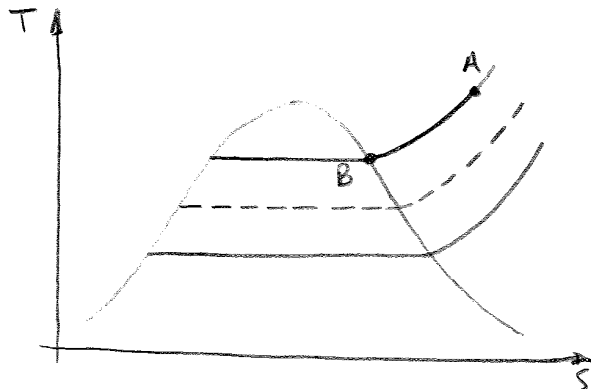
$$c_{pe} = 1 \text{ kJ/kgK}$$

$$r_0 \approx 2500 \text{ kJ/kg}$$

$$c_{pv} = 1,9 \text{ kJ/kgK}$$

Cosa succede se abbassiamo la TEMPERATURA ed il sotto della condizione di saturazione?

Per vedere cosa accade consideriamo il diagramma (T,s) della sola acqua:



Cio' che otterremo sarà un abbassamento della pressione di saturazione (---), per cui il quantitativo di acqua presente nella miscela si abbassa e la restante parte condensa.

Esaminiamo il titolo:

$$X = \frac{m_v}{m_a} \quad \downarrow$$

(essendo  $m_a = \text{cost}$ , ciò che diminuirà sarà  $m_v$  e, di conseguenza, anche  $X$  diminuirà)

Tornando al diagramma (T,s) della miscela (pag. 18) troveremo il punto e, in cui  $\varphi = \text{cost}$  ma  $X$  sarà diminuito poiché c'è meno vapore nella miscela.

Pertanto, il raffreddamento avviene in 2 stadi:

- 1)  $A \rightarrow B$  ,  $X = \text{cost}$
- 2)  $B \rightarrow C$  ,  $X \downarrow$

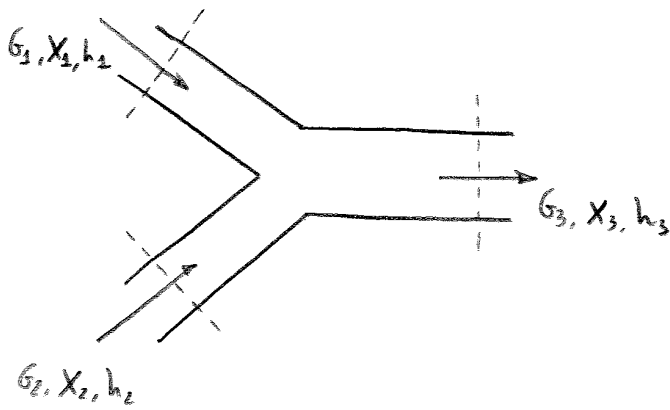
Anche in parte ciò calcoliamo la potenza termica scambiata:

$$\dot{Q}_{\text{Raffreddamento}} = G_a (h_e - h_a)$$

Dalla relazione dell'entelgia, notiamo che:

- abbassando  $T$ ,  $h$  diminuisce
- abbassando  $X$ ,  $h$  diminuisce

• Miscelazione



Ingresso

$$G_1, X_1, h_1 + G_2, X_2, h_2$$

Uscite

$$G_3, X_3, h_3$$

effettuiamo i var. bilene:

$$G_1 + G_2 = G_3 \quad (1)$$

$$G_1 X_1 + G_2 X_2 = (G_1 + G_2) X_3 \quad (2)$$

$$G_1 h_1 + G_2 h_2 = (G_1 + G_2) h_3 \quad (3)$$

Dalla (2) scriviamo che

$$G_1 (X_1 - X_3) = G_2 (X_3 - X_2)$$

Dalla (3) scriviamo che

$$G_1 (h_1 - h_3) = G_2 (h_3 - h_2)$$

Dalla (1) otteniamo:

$$\frac{G_1}{G_2} = \frac{X_3 - X_2}{X_1 - X_3} = \frac{h_3 - h_2}{h_1 - h_3} \quad (4)$$

↑

Queste ultime non è che l'espressione di una retta, quindi date due condizioni (potete 1 e potete 2) il punto 3 si trova sulla congiungente (nel diagramma di fase umida).

Analizziamo, adesso, l'ambiente all'interno del gale e utilizziamo la miscela e studiamone i bilanci di energia e di massa.

Consideriamo il flusso termico scambiato e i flussi di massa con la scatola entalpia:

$\Phi_T$  = flusso termico trasmesso attraverso la parete (componenti OPACHE)

$\Phi_{R2}$  = flusso radiativo assorbito alle componenti TRASPARENTI

$\Phi_{el}$  = flusso associato alle apparecchiature elettriche ( $\Phi_{\theta}$ )

$\Phi_p$  = flusso termico associato alle persone presenti

$$\Phi_{TOT} = \Phi_T + \Phi_{R2} + \Phi_{el} + \Phi_p$$

possiamo avere un alto contributo associato alla produzione di vapore; pensiamo ad una portata di vapore ( $G_v$ ) con una relazione entalpia ( $h_v$ ) che pensiamo una potenza come:

$$P_e = G_v \cdot h_v$$

↑  
POTENZA LATENTE

Introduciamo un termine legato alle infiltrazioni di aria (portate in massa), in ingresso e in uscita:

$G_{a,inf}^e$  = portata in massa entrante attraverso le infiltrazioni

$G_{a,inf}^u$  = " " " uscente " " "

$$P_{inf} = G_{a,inf}^u \cdot h_{a,inf}^u - G_{a,inf}^e \cdot h_{a,inf}^e$$

Un ultimo termine sarà quello legato agli impianti:

- impianti che usano l'ACQUA come fluido di processo (es. radiatori)  
(la portata in massa non cambia nelle portate in massa dell'ambiente → CIRCOLO CHIUSO)
- impianti che usano l'AIRIA, come fluido di processo, la quale concorre al bilancio di massa.

$\left\{ \begin{array}{l} G_{a,imp}^e \\ G_{a,imp}^u \end{array} \right\} \rightarrow$  portate di aria associate agli impianti

$\left\{ \begin{array}{l} G_{f,imp}^e \\ G_{f,imp}^u \end{array} \right\} \rightarrow$  portate di fluido (acqua) associate agli impianti

ESTATE

- $\Phi_{TOT} > 0$       radiazione ambiente  $> 0$ , apparecchiature  $> 0$ , persone  $> 0$ , trasmissione attraverso le pareti  $> 0$
- $P_e$                       normalmente è trascurabile
- $P_{imp} < 0$               l'aria esterna è in condizioni di temperatura migliore rispetto all'aria interna, quindi l'entropia in entrata è maggiore dell'entropia in uscita  
Avremo pertanto una  $P_{imp} < 0$  (refrigerazione).

Facciamo alcune considerazioni pratiche:

- tra posto tipo di impianti, quello che esisteva e considerare il l'impianto ad ARIA (esistono anche impianti ad acqua: ercanto chiuso)
- effettuiamo controlli della temperatura per avere sempre la temperatura interna desiderata; si può controllare il bilancio di energia (temperatura) ma non il bilancio di umidità (umidità).
- Per avere un controllo dell'umidità dovremmo utilizzare impianti ad aria.
- possiamo anche avere un impianto "duplice": ARIA + ARIA per controllare sia la temperatura sia l'umidità.

Analizziamo e studiamo un IMPIANTO "A TUTTA ARIA"

$$P_{imp} = G_{a,imp} (h_{a,imp}^e - h_{a,imp}^u) \quad (1)$$

Abbiamo un VENTILATORE mandando all'interno una portata d'aria, la quale crea una leggera sovrappressione nell'ambiente interno, quindi la stessa portata d'aria deve uscire.

Vediamo il bilancio (il termine legato alle infiltrazioni è irrilevante):

$$P_{imp} = -\Phi_{TOT} - G_v \cdot h_v \quad (2)$$

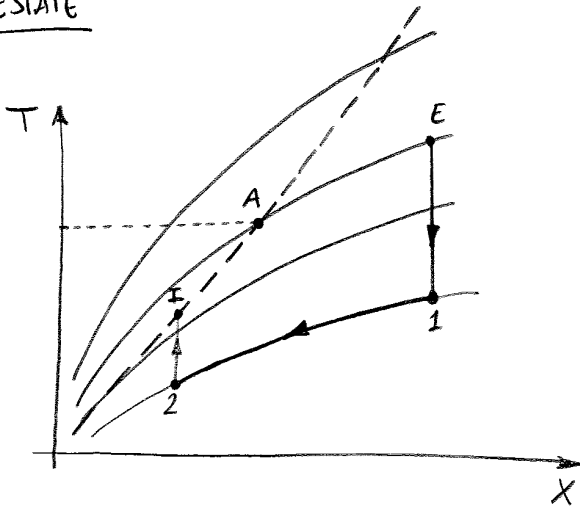
Dalle relazioni (1) e (2), otteniamo:

$$G_{a,imp} (h_{a,imp}^e - h_{a,imp}^u) = -\Phi_{TOT} - G_v \cdot h_v$$

d'altra equazione di bilancio cosa possiamo dire relativa alla portata di vapore:

$$G_{a,imp}^e \cdot X^e + G_v = G_{a,imp}^u \cdot X^u$$

ESTATE



Anche in questo caso la scelta deve essere un compromesso

In subbuglio i progettisti dobbiamo riportare anche le condizioni esterne (E)

In INVERNO, il punto E ha un titolo molto minore rispetto al punto I e la temperatura sarà anch'essa minore, per cui dovremo aumentare il titolo e la temperatura, quindi scaldiamo l'aria. Anche riscaldando l'aria non riusciremo a raggiungere le condizioni volute, allora dovremo effettuare una UMIDIFICAZIONE (isentroica).

Come arrivo da E e I?

- 1° riscaldamento :  $E \rightarrow 1$
- Umidificazione (isentroica) :  $1 \rightarrow 2$
- 2° riscaldamento :  $2 \rightarrow I$

In realtà, l'umidificazione fino al 100% è praticamente ideale; nella pratica riusciremo ad ottenere sempre valori pari a  $\varphi \approx 95 - 97\%$ .

In ESTATE, il punto E ha un titolo e una temperatura maggiori rispetto al punto I, pertanto sarà necessario effettuare un raffreddamento e una DEUMIDIFICAZIONE (tramite un' umida trasformazione)

Come arrivo da E e I?

- Raffreddamento + Deumidificazione :  $E \rightarrow 1 \rightarrow 2$  ( $X_1 = X_E$ )  
 non si riferisce all'umidità relativa bensì al quantitativo d'acqua presente nell'aria umida (sottrazione di vapore d'acqua  $\Rightarrow X \downarrow$ )
- Riscaldamento :  $2 \rightarrow I$

Raffreddamento e deumidificazione avvengono all'interno dello stesso dispositivo, motivo per cui si parla di "umida trasformazione".

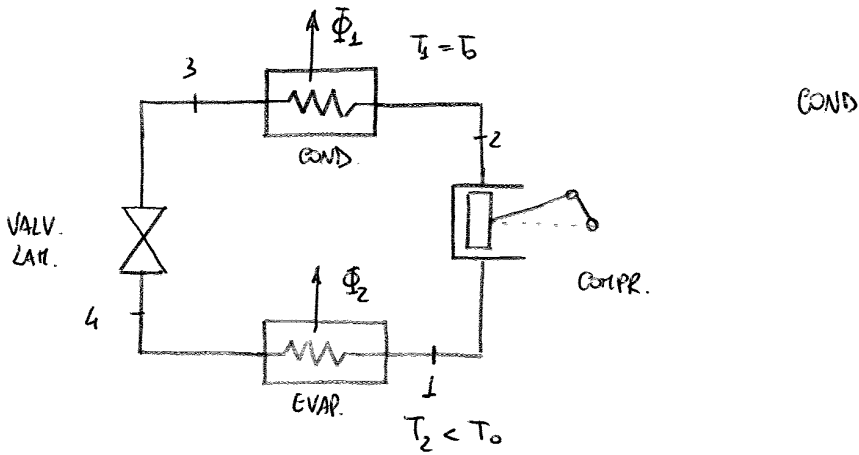


**ESEMPI**

21-03-2013

29

Esempio 1 - Analisi esotermica di un ciclo inverso e compressione di vapore



DATI

$T_e = 3^\circ\text{C}$  ( $T_{\text{evaporatore}}$ )

$T_c = 30^\circ\text{C}$  ( $T_{\text{compressore}}$ )

$G_R = 0,057 \text{ kg/s}$  (fluido refrigerante)

$\eta_{i,c} = 0,9$  (rendimento isentropico del compressore)

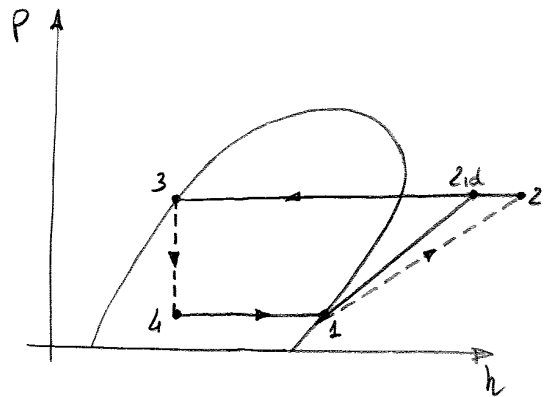
$T_1 = 20^\circ\text{C} (=T_0)$

$T_2 = 10^\circ\text{C} < T_0$

$T_0 = T_{\text{ambiente}}$

fluido = R134a

Ciclo dell'impulso:



ALL'ESAME: TRACCIARE UNO SCHEMA DEL NOSTRO IMPIANTO

Software: Coolpack per valutare le grandezze fondamentali nei punti costanti del ciclo.

Le grandezze termodinamiche saranno riferite ad uno stato di riferimento scelto da noi:

$$\begin{cases} h = 0 \text{ kJ/kg} & , \quad T = 20^\circ\text{C} \\ s = 0 \text{ kJ/kgK} & , \quad p = 1 \text{ bar} \end{cases}$$

	$T(^{\circ}\text{C})$	$p(\text{bar})$	$h(\text{kJ/kg})$	$s(\text{kJ/kgK})$
stato 1 :	3	3,26	-21,057	-0,16550
stato 2 :	34,655	7,701	-1,58	-0,1551
	⋮	⋮	⋮	⋮

Espressione dell'espansione

$$\sum_i \phi_i \left(1 - \frac{T_0}{T_i}\right) - W_t = \frac{d}{dt} (E_t - T_0 S)_{ve} + \sum \pm G_R (h + e_c + e_p - T_0 s)_k + T_0 \sum_{ier}$$

$$\psi_{gi} - W_t = \frac{d}{dt} (A^t)_{ve} + G_p^t + \psi_i \quad (\text{risolta in forme compatte})$$

Compressore:  $-W_c = \overbrace{G_R (b_2 - b_1)}^{\text{in parte viene trasformata}} + \underbrace{T_0 \sum_{ier}}_{\text{in parte viene dissipata o dispersa}}$   
 ↑  
 fronte fornito al compressore

$$-W_c = (G_{b_2} - G_{b_1}) + \psi_i$$

↑  
risorsa

$$\varepsilon = \frac{(G_{b_2} - G_{b_1})}{-W_c} \quad \text{efficienza espansiva}$$

Condensatore:  $\phi_1 \left(1 - \frac{T_0}{T_1}\right) = G_R (b_3 - b_2) + T_0 \sum_{ier}$   
 ↑

fluido fluido viene dissipato nell'ambiente (con  $T_1 = T_0$ )

$$G_{b_2} - G_{b_3} = -\phi_1 \left(1 - \frac{T_0}{T_1}\right) + \psi_i \Rightarrow G_{b_2} - G_{b_3} = \psi_i$$

$\begin{matrix} =0 \\ (T_0/T_1 = 1) \end{matrix}$

Quindi: il condensatore è un componente prevalentemente dissipativo!

$$\varepsilon = \frac{-\phi_1 \left(1 - \frac{T_0}{T_0}\right)}{G_{b_2} - G_{b_3}} = 0$$

Valvola di compressione:  $0 = G_R (b_4 - b_3) + T_0 \sum_{ier}$

riduce la pressione e quindi la temperatura del fluido refrigerante

$$\varepsilon = \frac{G_{b_4}}{G_{b_3}}$$

$$G_{b_3} = G_{b_4} + \psi_i$$

Evaporatore:  
(effetto utile in parte)

$$\phi_2 \left(1 - \frac{T_0}{T_2}\right) = G_R (b_1 - b_4) + T_0 \sum_{ier}$$

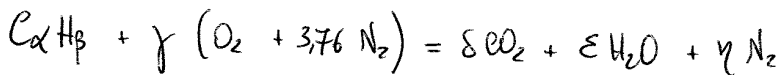
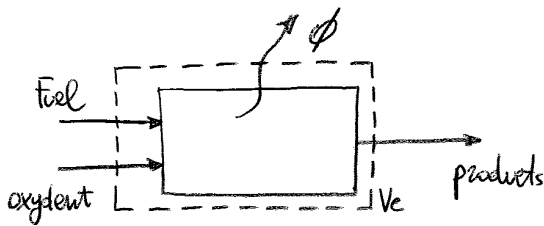
$$G_{b_4} - G_{b_1} = -\phi_2 \left(1 - \frac{T_0}{T_2}\right) + \psi_i \quad \text{dissipato}$$

$$\varepsilon = \frac{-\phi_2 \left(1 - \frac{T_0}{T_2}\right)}{G_{b_4} - G_{b_1}}$$

22/03/2013

(33)

Esempio 2 - Esempio di un processo di combustione



relazione stechiometrica

↓  
la quantità di ossigeno presente riesce a ossidare completamente l'idrocarburo

$$\gamma = \alpha + \frac{\beta}{4}$$

$$\delta = \alpha$$

$$\eta = 3.76 \left( \alpha + \frac{\beta}{4} \right)$$

$$\epsilon = \frac{\beta}{2}$$

Scriviamo il I Principio per tutto sistema: scambi stazionari,  $l_c = l_p = 0$

$$\phi - W_t = \sum \pm \bar{G}_k \bar{h}_k$$

da  $\phi$  non si parla relative al processo di combustione, quindi si lo  $\phi$  che attraversa il  $V_c$ .

Il simbolo "negativo" indica che stiamo lavorando con le perdite indese.

Per l'entropia si utilizzerebbe la grandezza  $\frac{kJ}{kmol}$ ; la stessa cosa vale per la portata  $\frac{kmol}{s}$ .

Quando si vogliono miscele reattive dobbiamo considerare anche l'ENTALPIA DI FORMAZIONE, cioè l'energia che viene assorbita o rilasciata prendo un composto e formo a partire dai suoi elementi (in condizioni standard  $T=25^\circ C$ ,  $p=1 bar$ )

es.  $H_2 \rightarrow$  entalpia di formazione = 0

Quindi prendo sciamò l'entalpia...

$$\bar{h}_k = \bar{h}_k^0 + \bar{h}(T) - \bar{h}(T_0, p)$$

↑  
ENTALPIA DI FORMAZIONE TABELLATA!  
(termine aggiuntivo)

$$\phi = 0 \text{ adiabatico}$$

$$W_t = 0$$

Scriviamo il I principio :

$$\frac{W_t}{\dot{G}_F} = \frac{\dot{\phi}_0}{\dot{G}_F} + \bar{h}_F + \left(\alpha + \frac{\beta}{4}\right) \bar{h}_{O_2} - \alpha \bar{h}_{CO_2} - \frac{\beta}{2} \bar{h}_{H_2O}$$

potenza meccanica
eventuale potenza termica scambiata con l'esterno
potenza unitaria di combustibile (fuel)

$$\frac{\dot{\phi}_0/\dot{G}_F}{T_0} + \bar{s}_F + \left(\alpha + \frac{\beta}{4}\right) \bar{s}_{O_2} - \alpha \bar{s}_{CO_2} - \frac{\beta}{2} \bar{s}_{H_2O} = \frac{\sum \dot{i}_{irr}}{\dot{G}_F}$$

Scriviamo I + II principio stazionari :

$$\frac{W_t}{\dot{G}_F} = \left[ \bar{h}_F + \left(\alpha + \frac{\beta}{4}\right) \bar{h}_{O_2} - \alpha \bar{h}_{CO_2} - \frac{\beta}{2} \bar{h}_{H_2O} \right] - T_0 \left[ \bar{s}_F + \left(\alpha + \frac{\beta}{4}\right) \bar{s}_{O_2} - \alpha \bar{s}_{CO_2} - \frac{\beta}{2} \bar{s}_{H_2O} + \frac{\sum \dot{i}_{irr}}{\dot{G}_F} \right]$$

Per  $\sum \dot{i}_{irr} = 0$  :

$$\bar{e}_{ch} = \left[ \bar{g}_F + \left(\alpha + \frac{\beta}{4}\right) \bar{g}_{O_2} - \alpha \bar{g}_{CO_2} - \frac{\beta}{2} \bar{g}_{H_2O} \right] \left( T_0, P_0 \right) + \bar{R} T_0 \ln \frac{(Y_{O_2}^e)^{\alpha + \frac{\beta}{4}}}{(Y_{CO_2}^e)^\alpha \cdot (Y_{H_2O}^e)^{\frac{\beta}{2}}}$$

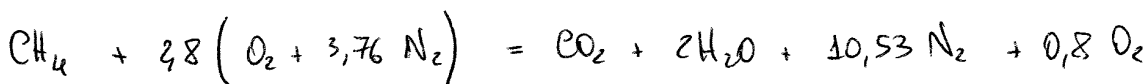
energia chimica unitaria
energia libera reagenti
energia libera prodotti
 $\bar{g}$  = energia libera di Gibbs

La scelta di  $p_0$  a  $T_0$  e  $P_0$  definita ha soltanto presenti come per nell'ambiente

$$\bar{e}_{ch} = \bar{R} T_0 \sum Y_i \ln \frac{Y_i}{Y_i^e} \rightarrow \text{pressione unitaria}$$

coefficienti stechiometrici

Supponiamo una miscela di combustione del metano con eccesso d'aria del 40% , di cui vogliamo studiare l'energia di miscela dei prodotti .



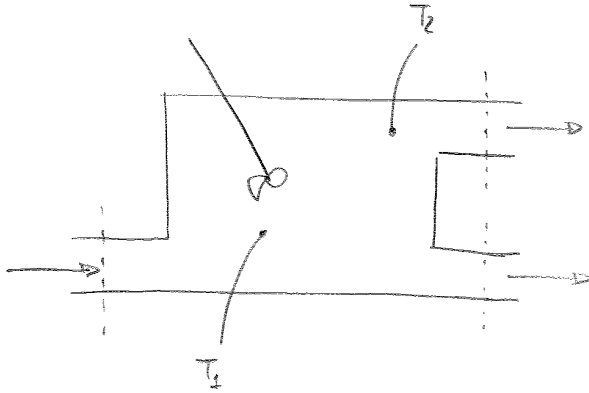
Bisogna tener conto del contributo termomeccanico e del contributo chimico :

$$\bar{e}_{ch} = \bar{R} T_0 \left[ 1 \cdot \ln \frac{Y_{CO_2}}{Y_{CO_2}^e} + 2 \cdot \ln \frac{Y_{H_2O}}{Y_{H_2O}^e} + 10,53 \ln \frac{Y_{N_2}}{Y_{N_2}^e} + 0,8 \cdot \ln \frac{Y_{O_2}}{Y_{O_2}^e} \right] \quad (1)$$

CORPI CONTINUI

Corpo omogeneo si cui consideriamo un volume di controllo

- in questo corpo qualunque proprietà dipende dal tempo ( $T_1 = T_2$ )



Corpo omogeneo  $p(T)$

$$T_1 = T_2 \Rightarrow A = p_2$$

Verifichiamo adesso il corpo continuo

- consideriamo l'elemento spaziale e in tale ipotesi di corpo continuo nello spazio ovvero sempre materia.

$$\rho = \frac{\Delta M}{\Delta V}$$

Formulazione di corpo continuo:

$$\rho = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{\Delta M}{\Delta V} \rightarrow \rho = \rho(x, y, z, \tau)$$

studiamo una serie di relazioni da cui porteremo alle espressioni.

- sistema lagrangiano  $\rightarrow$  ferme d'assi: fissa nel tempo
- sistema euleriano  $\rightarrow$  ferme d'assi: solido al corpo, muove nel tempo.

Il passaggio dal primo al secondo sistema può essere effettuato tenendo conto di una grandezza estensiva ( $Z$ ) dipendente primariamente dalla massa del sistema.

Ottendiamo la grandezza specifica corrispondente:

$$z = \frac{Z}{M}$$

$z$  = grandezza specifica

$Z$  = " estensiva

$M$  = massa sistema

39

Esprimi le grandezze in uscita come sviluppo delle stesse grandezze in ingresso:

$$G_2(x+dx) = G_2(x) + \frac{\partial G_2(x)}{\partial x} dx$$

$$G_2(y+dy) = G_2(y) + \frac{\partial G_2(y)}{\partial y} dy$$

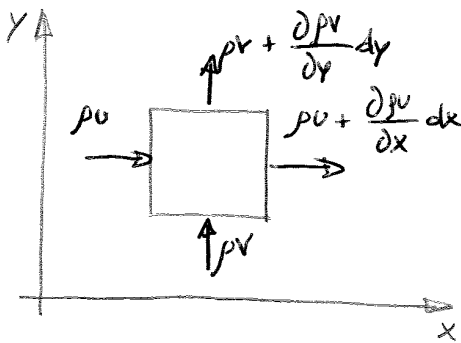
Studiamo le conseguenze della variazione dell'intensità del volume di scambio:

$$\left(\frac{\partial P}{\partial t}\right)_{ve} + \sum_{i=1}^{nc} G_i = 0$$

$$\bullet \left(\frac{\partial P}{\partial t}\right)_{ve} = \frac{\partial}{\partial t} (p dx dy) = \frac{\partial p}{\partial t} \cdot dx dy$$

il volume di scambio è invariabile nel tempo.

Vediamo ora le conseguenze delle portate in massa:



$p_u$  entrata  
 $p_u + \frac{\partial p_u}{\partial x} dx$  uscita  
 $p_v$   
 $p_v + \frac{\partial p_v}{\partial y} dy$

$u, v =$  componenti della velocità lungo  $x$  e lungo  $y$

$$\bullet \sum_{i=1}^{nc} G_i = -\cancel{p_u dy} + \left(\cancel{p_u} + \frac{\partial p_u}{\partial x} dx\right) \cdot dy - \cancel{p_v dx} + \left(\cancel{p_v} + \frac{\partial p_v}{\partial y} dy\right) dx =$$

$$= \frac{\partial p_u}{\partial x} dx dy + \frac{\partial p_v}{\partial y} dy dx$$

Sommando però due termini otteniamo l'equazione della massa:

$$\frac{\partial p}{\partial t} dx dy + \frac{\partial p_u}{\partial x} dx dy + \frac{\partial p_v}{\partial y} dy dx = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{\partial p}{\partial t} + \frac{\partial p_u}{\partial x} + \frac{\partial p_v}{\partial y} = 0$$

$\frac{\partial p}{\partial t}$  variazione della densità dell'interno del VC  
 $\frac{\partial p_u}{\partial x}$  portate scambiate all'interno del VC  
 $\frac{\partial p_v}{\partial y}$

Facciamo un bilancio dell'equazione di conservazione della massa:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} dx dy + \underbrace{\frac{\partial \rho u}{\partial x}}_{\text{divergenza di } \rho \vec{v}} dx dy + \underbrace{\frac{\partial \rho v}{\partial y}}_{\text{divergenza di } \rho \vec{v}} dy dx = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{\partial \rho}{\partial t} dx dy + \nabla \cdot \rho \vec{v} dx dy = 0$$

Ogni volta che vogliamo esprimere il bilancio al contorno di una certa quantità di trasporto, quel bilancio è rappresentato matematicamente dalla divergenza:

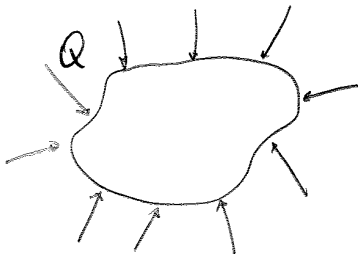
$$\text{bilancio} = \nabla \cdot z \cdot dx dy$$

$\uparrow$                        $\downarrow$   
 quantità              volume  
 di trasporto

Questo esatto rappresenta il Teorema di Gauss →

possiamo esprimere gli integrali di superficie come gli integrali di volume per la divergenza del vettore.

$$\sum G_i = \nabla \cdot \rho \vec{v} \cdot dx dy$$



$$\boxed{\int_S \vec{Q} \cdot dS = \int_V \nabla \cdot \vec{Q} \cdot dV}$$

(esprimiamo il bilancio tramite la divergenza)

Questo bilancio può essere fatto per qualunque quantità di trasporto ( $\sum G_{z_i}$ )

$$\sum G_{z_i} = \nabla \cdot \rho \vec{v} z$$

$\uparrow$   
 prodotto scalare

La quantità trasportata non può essere un vettore, come la velocità nel caso della quantità di moto, possiamo scrivere il bilancio tramite lo stesso approccio.

$$\sum G_{z_i} \vec{e}_i = \nabla \cdot \rho \vec{v} \otimes \vec{z}$$

$\uparrow \uparrow$   
 prodotto vettoriale      prodotto vettoriale

$\rightarrow$  espressione nella direzione x  
 $\downarrow$  " " " " y

10-04-2013

(13)

Avremo analizzato l'espressione di continuità:

$$\frac{D\rho}{Dt} + \rho \nabla \cdot \vec{v} = 0 \quad (\text{per corp. omogenei, incompressibili})$$

Per un corpo continuo incompressibile vale

$$\nabla \cdot \vec{v} = 0$$

$$\frac{Dz}{Dt} = \frac{D\rho z}{Dt} = \rho \frac{Dz}{Dt}$$

Equazione di conservazione delle quantità di moto

Le forze che l'ambiente esterno esercita su un corpo sono quindi alla diretta della quantità di moto nel tempo.

$$\vec{F}_{es} = \frac{dQ_H}{dt}$$

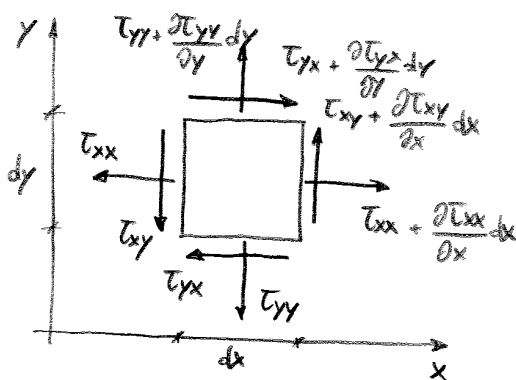
↑  
grandezza vettoriale

Le forze che l'ambiente esterno esercita sulla superficie del corpo sono:

$$\vec{F}_{es} = \vec{F}_{es,s} + \vec{F}_{es,d}$$

↑                    ↑  
superficie        distanza (ad esempio, forza ponderale)

Per scrivere  $\vec{F}_{es,s}$  consideriamo di avere:



- tensioni di distensione normali (forze normali);
- sforzi di taglio

Il primo pedice indica la perpendicolare lungo la quale la forza agisce; il secondo pedice, invece, indica la direzione lungo quale tale forza agisce.

Queste sono le forze agenti allo stato tensionale; oltre a parte erano della forze normali di pressione



Ripetendo la decomposizione delle quantità di moto dovremo scrivere per le due componenti (45)  
 (qui sotto lo scriviamo solo per la componente x, ma allo stesso modo lo potremo scrivere per la y)

$$-\cancel{T_{yx}} dy + \left( T_{xx} + \frac{\partial T_{xx}}{\partial x} dx \right) dy - \cancel{T_{xy}} dx + \left( T_{yx} + \frac{\partial T_{yx}}{\partial y} dy \right) dx + p dy - \left( p + \frac{\partial p}{\partial x} dx \right) dy + X dx dy = F_{es,x} \quad (\text{forza di azione al corpo dall'esterno lungo x})$$

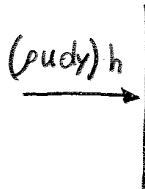
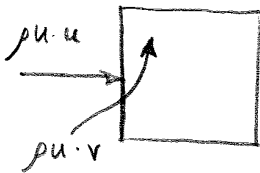
$$F_{es,x} = \frac{\partial T_{xx}}{\partial x} dx dy + \frac{\partial T_{yx}}{\partial y} dy dx - \frac{\partial p}{\partial x} dx dy + X dx dy$$

Vediamo adesso il secondo termine (variazione della quantità di moto nel tempo):

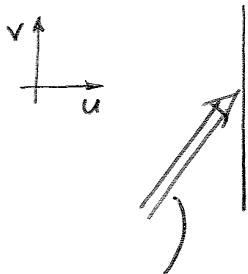
$$\frac{d\vec{Q}_H}{dt} = \frac{\partial \vec{Q}_H}{\partial t} + \sum_{i=1}^n \epsilon_i \cdot \vec{v}_i$$

$$\cdot \frac{\partial \vec{Q}_H}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t} (p dx dy \vec{v}) \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial Q_{H,x}}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t} (p u) dx dy \quad (\text{lungo x}) \\ \frac{\partial Q_{H,y}}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t} (p v) dy dx \quad (\text{lungo y}) \end{array} \right.$$

• Ripetendo al secondo termine:



le portate in massa trasportate dalle quantità scalari (ad esempio  $h \Rightarrow$  portata entalpica)  
 le stesse portate in massa più trasportate dalle prendesse vettoriali...



prendesse vettoriali trasportate dalle portate in massa

$$G = p(dy \cdot 1) \cdot u$$

↑  
 componente della velocità proporzionale e quella sezione

avendo visto e considerato la portata in massa e le prendesse trasportate orso, nel caso delle velocità, due contributi:

$$\begin{cases} pu \cdot u & \text{orizzontale} \\ pu \cdot v & \text{verticale} \end{cases}$$

Andamento, scriviamo la stessa espressione lungo y:

$$\boxed{\frac{\partial \tau_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} - \frac{\partial p}{\partial y} + \gamma = \rho \frac{Dv}{Dt}} \quad (\text{Componente lungo } y)$$

Allo stesso risultato possiamo arrivare ottenendo la divergenza ( $\nabla$ ):

①  $\nabla \cdot \vec{\tau} \, dx \, dy$ ,  $\vec{\tau}$  = tensore degli sforzi

$$\vec{F}_{es} = \frac{d\vec{Q}_R}{dt}$$

$$\begin{bmatrix} p & 0 & 0 \\ 0 & p & 0 \\ 0 & 0 & p \end{bmatrix}$$

↑  
pressione

tensore delle pressioni

②  $\nabla p \, dx \, dy$

③  $\vec{X} \, dx \, dy$

①, ②, ③ sono i termini del primo membro

A secondo membro, ricordiamoci con la definizione abbiamo...  $\rho \frac{D\vec{v}}{Dt} \Rightarrow$

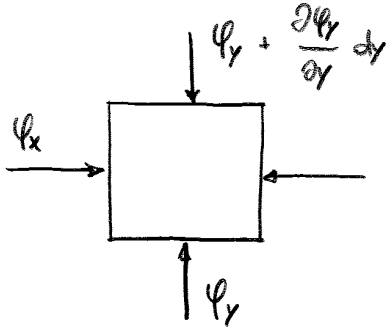
$$\nabla \cdot \vec{\tau} - \nabla p + \vec{X} = \rho \frac{D\vec{v}}{Dt}$$

$$\begin{aligned} \tau_{xx} &= 2\mu \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{2}{3}\mu \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) \\ \tau_{yy} &= 2\mu \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{2}{3}\mu \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) \end{aligned}$$

senza questi termini l'equazione sarebbe valida nel caso di COMPRESSIBILITA'

$$\tau_{xy} = \tau_{yx} = \mu \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)$$

↑  
simmetrie dei tensori degli sforzi



Risolviamo quindi il bilancio ottenendo l'espressione "divergente":

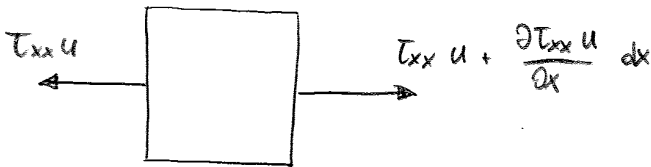
$$\Phi = - \nabla \cdot \vec{\varphi} dx dy + \psi_y dx dy$$

Utilizzo  $\vec{\varphi}$  (vettoriale) per indicare che possiamo avere una direzione lungo x e lungo y:

$$\vec{\varphi} \begin{cases} \psi_x \\ \psi_y \end{cases}$$

Noi sappiamo che:  $-W_{se} = +W_{es}$

Potenza = forze per una superficie  $\rightarrow$  tutti i termini che abbiamo sono tutte le forze considerate in precedenza con il corpo in movimento (es. quantità di moto) moltiplicate per la velocità.



$$W_{se} = \nabla \cdot \vec{\tau} \vec{v} dx dy \dots \text{ ho coinvolto tutti i termini che entrano nel bilancio altrimenti ed escludo degli sforzi viscosi}$$

Abbiamo inoltre il termine associato alle pressioni:

$$\dots - \nabla \cdot p \vec{v} dx dy \dots$$

l'ultima termine rappresenta la forza di massa, che sono in x e y e ciascuno di parte componenti deve essere moltiplicate per la velocità:

$$\dots + \vec{X} \cdot \vec{v} dx dy$$

$$W_{se} = \nabla \cdot \vec{\tau} \vec{v} dx dy - \nabla \cdot p \vec{v} dx dy + \vec{X} \cdot \vec{v} dx dy$$

$$U = \rho dx dy \cdot e$$

$$\uparrow$$

$$\left[ e = \frac{U}{\rho} \right]$$

Nel caso in cui non c'è moto :

$$\cdot \mu \Phi = 0 \quad (\text{terme dissipative sono i nulla})$$

$$\cdot \frac{DT}{Dt} = \frac{\partial T}{\partial t} + \underbrace{u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y}}_{=0} \Rightarrow \frac{DT}{Dt} = \frac{\partial T}{\partial t}$$

(fluido fermo)

$$\lambda \nabla^2 T + \varphi_v = \rho c \frac{\partial T}{\partial t}$$

Se densità e viscosità non dipendono dalla temperatura, allora anche l'espressione delle perdite di moto sono indipendenti dalla temperatura

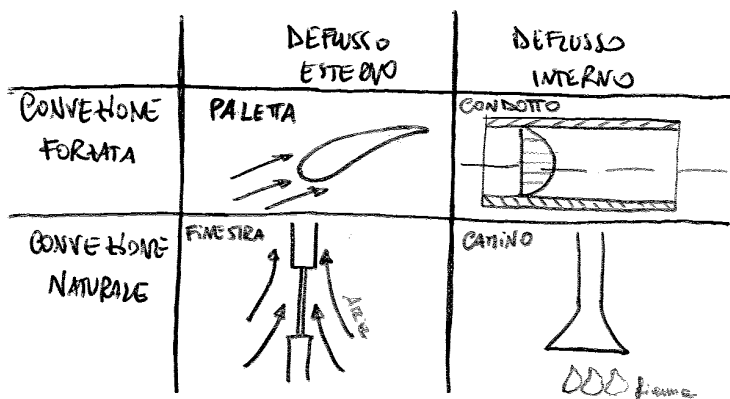
L'approccio da usare per risolvere "X" passa attraverso il NUMERO DI NUSSELT ( $Nu$ ):

$$Nu = \frac{\alpha L}{\lambda} = \frac{\varphi_{conv.}}{\varphi_{cond.}}$$

$$\left[ \frac{\varphi_{conv.}}{\varphi_{cond.}} = \frac{\alpha (T_p - T_f)}{\frac{\lambda}{L} (T_p - T_f)} = \frac{\alpha L}{\lambda} \right]$$

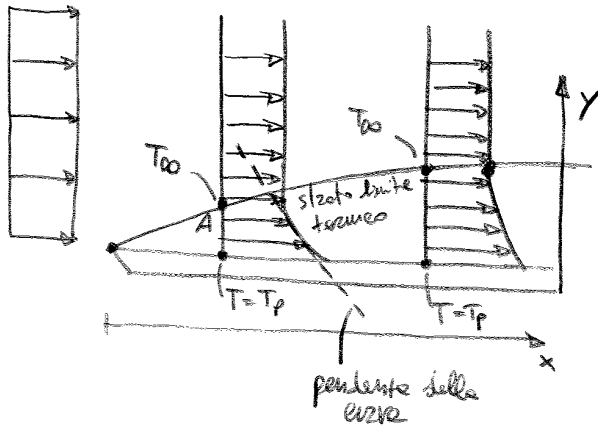
Considero 4 tipologie di flusso esse sono:

- 1) Convezione forzata: il moto del fluido è provocato da un "agente esterno" (es. ventole)
- 2) Convezione naturale: il moto del fluido è correlato con la presenza di una differenza di temperatura (la presenza di aria calda, a densità minore, provoca un moto dell'aria calda verso l'alto → si crea un moto ciclico tra aria fredda/calda).  
→ Esistono delle portate di moto ed espansione dell'aria sono strettamente correlate.
- 3) Deflusso esterno: la superficie in studio non delimita il fluido che siamo analizzando
- 4) Deflusso interno: la superficie in studio delimita completamente il fluido in analisi.



STRATO LIMITE TERMICO

Fluido in ingresso a  $T_{\infty}$  e la parete a  $T$  costante ( $= T_{\text{parete}}$ ). Al bordo d'ingresso la particella di fluido tendono a spostarsi a  $T = T_p$ , le particelle alla strato limite vengono riscaldate e conservano la  $T = T_{\infty}$



$$q_{\text{cond.}} = -\lambda \nabla T$$

per la particella di fluido e parete ( $u=0$ )  $\Rightarrow$  espansione senile sopra

Se scriviamo il flusso termico corretto ad un punto molto prossimo alla parete ( $y \approx 0$ )

$$q_{\text{corr.}} \approx -\lambda \left. \frac{\Delta T}{\Delta y} \right|_{y=0} \quad \text{flusso stesso: } \frac{\text{pendente della curva rispetto alla temperatura lungo } y \text{ in prossimità della parete.}}$$

Se considero un flusso termico corretto ad un punto vicino ad A e all'orientazione della distanza  $x$ , ciò che cambia è il termine  $\Delta y$   $\Rightarrow$  il flusso termico sembrerebbe tendere a diminuire.

I flussi termici sembrerebbero a parete nel caso corretto e nel caso conduttivo sono diversi: tale differenza è dovuta al fatto che il flusso è in moto. In definitiva, ciò che cambia è la pendenza della curva.

Lo spessore dello strato limite aumenta lungo la direzione  $x$ .

Definiamo la TEMPERATURA ADIMENSIONALIZZATA:

$$T^* = \frac{T - T_p}{T_{\infty} - T_p} \leq 0,99$$

- $T = T$  punto parete
- $T_{\infty} = T$  fluido adiabatico
- $T_p = T$  parete

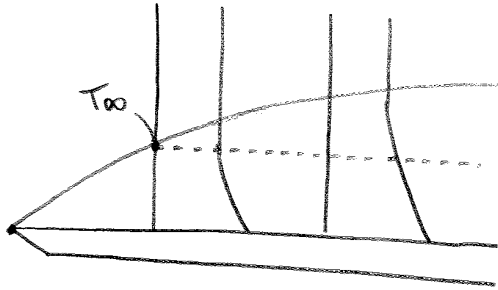
⑤ Componente della velocità lungo la direzione del moto  $(x)$  è molto maggiore rispetto alla componente perpendicolare alla direzione del moto (risultato basevole)  $(y)$

$$u \gg v$$

$$\textcircled{6} \quad \frac{\partial u}{\partial y} \gg \left( \frac{\partial u}{\partial x}, \frac{\partial v}{\partial x}, \frac{\partial v}{\partial y} \right)$$

↑  
gradiente di velocità

⑦ Il gradiente di temperatura nella direzione  $y$  è molto maggiore rispetto al gradiente di temperatura nella direzione  $x$ .



Consideriamo un punto nella zona in cui lo strato limite  $\delta$  è stabilito

$$\frac{\partial T}{\partial y} \gg \frac{\partial T}{\partial x}$$

Cominciamo ad analizzare le varie ipotesi portate dall'espressione del moto:

$$\rho \left( \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) = \mu \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) - \frac{\partial p}{\partial x} + \cancel{X}$$

semplif. in base alle ipotesi di strato limite

$$\rho \left( \frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} \right) = \mu \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) - \frac{\partial p}{\partial y} + \cancel{Y}$$

termini molto piccoli rispetto all'eq. sopra (x)      termini trascurabili rispetto all'equazione in x.

Dalla seconda eq. otteniamo che:

$$\frac{\partial p}{\partial y} = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{\partial p}{\partial x} = \frac{dp}{dx} \quad \Rightarrow \quad p = p(x) \quad \text{la pressione è solo funzione di } x$$

Tornando alla prima equazione e dividendola per la densità:

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{\mu}{\rho} \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - \frac{1}{\rho} \frac{dp}{dx}$$

Questa è l'equazione che vogliamo analizzare.

Vediamo ora l'equazione di energia:

$$\rho c \left( \frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} \right) = \lambda \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) + \dot{q}_v + \dot{q}_\Phi$$

Semplifico in base alle ipotesi sullo stato limite

$$u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \frac{\lambda}{\rho c} \frac{\partial^2 T}{\partial y^2}$$

Per adimensionalizzare devo dividere per una velocità, per compensare una temperatura  $T^*$  (sottraendo un temperatura di parete  $T_p$ ) e infine devo moltiplicare per la lunghezza  $L$ .

$$T^* = \frac{T - T_p}{T_{\infty} - T_p}$$

Sottraggio la  $T_p$ :

$$u \frac{\partial(T - T_p)}{\partial x} + v \frac{\partial(T - T_p)}{\partial y} = \frac{\lambda}{\rho c} \frac{\partial^2(T - T_p)}{\partial y^2}$$

ora divido per  $u_{\infty}$  e moltiplico per  $L$ ...

$$u^* \frac{\partial T^*}{\partial x^*} + v^* \frac{\partial T^*}{\partial y^*} = \frac{\lambda}{\rho c} \frac{L}{u_{\infty} L} \frac{\partial^2 T^*}{\partial y^{*2}}$$

per adimensionalizzare  $\partial y^2$  moltiplico e divido per  $L$

$$u^* \frac{\partial T^*}{\partial x^*} + v^* \frac{\partial T^*}{\partial y^*} = \frac{\lambda \mu}{\rho c u_{\infty} L \mu} \frac{\partial^2 T^*}{\partial y^{*2}}$$

ultimo termine da adimensionalizzare

essendo i termini 1, 2, 4 adimensionalizzati, allora devo dividere il termine 3 per la velocità di parete per adimensionalizzarlo.

Ottengo il numero di Prandtl:

$$Pr = \frac{c \mu}{\lambda}$$

$$u^* \frac{\partial T^*}{\partial x^*} + v^* \frac{\partial T^*}{\partial y^*} = \frac{1}{Re Pr} \frac{\partial^2 T^*}{\partial y^{*2}}$$

Postando:

$$T^* = T^*(u^*, v^*, x^*, y^*, Re, Pr)$$

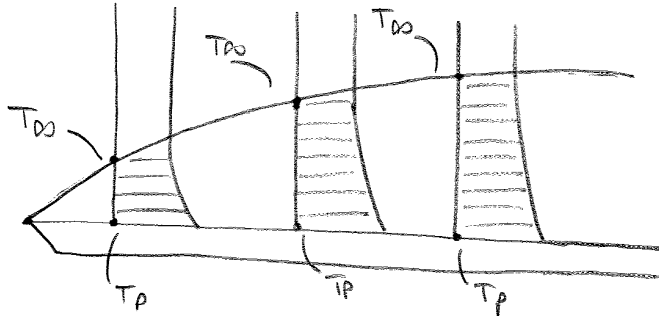
Se includo la dipendenza di  $v^*$ , ottengo:

$$T^* = T^*(u^*, x^*, y^*, Re, Pr, \frac{dp^*}{dx^*})$$

è compresa la dipendenza dalla pressione  $\left( \frac{dp^*}{dx^*} \right)$ .



In vicinanza del fondo, i punti a  $T_p$  e  $T_{\infty}$  risultano molto vicini; lontano dal fondo di attacco, i punti a  $T_p$  e  $T_{\infty}$  si allontanano (61)



$$\varphi = -\lambda \nabla T$$

$$\varphi = \alpha (T_p - T_{\infty})$$

Quindi,  $\alpha$  si può dire che dare la pendenza e il mercato e il valore lungo  $x$  in cui la pendenza diminuisce; quindi  $\alpha$  dipende da  $x$ .

Al contrario, per  $\bar{\alpha}$  la dipendenza da  $x$  non c'è più perché entrano a calcolo una media rispetto a  $x$ .

NR. Cosa rappresenta il Numero di Prandtl?

Rappresenta il rapporto tra l'evoluzione dello strato limite termico e lo strato limite fluidodinamico:

$$Pr = \frac{c_p \mu}{\lambda}$$

Nel caso in cui  $Pr \approx 1$ , significa che lo strato limite termico e lo strato limite fluidodinamico presentano un'evoluzione simile.

Considere la spessore dello strato limite e cercare di scegliere opportunamente il diametro del tubo.

In questo caso non conosciamo il valore delle temperature bensì conosciamo il valore del flusso termico  $q_s$  e vogliamo studiare punto mole le derivate delle temperature.

Ma quando tale equazione torna utile? Vediamo alcuni sotto casi:

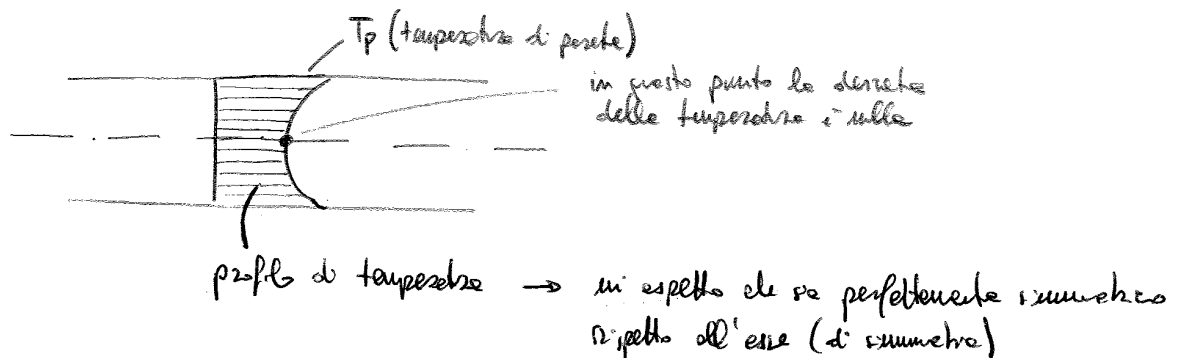
2.1) Flusso nullo

2.2) Parete adiabatica

$$\left. \frac{\partial T}{\partial n} \right|_s = 0 \quad (\text{flusso nullo})$$

le derivate delle temperature nella direzione perpendicolare alla superficie (s) è nulla.

2.3) Asse di simmetria



Se ho una simmetria, allora la derivata in quel punto è pari a zero, pertanto l'asse di simmetria si comporta come una parete adiabatica (flusso termico nullo).

2.4) Flusso presente convettivo

Ci poniamo nelle uscite di uscite e immaginiamo che due tale uscite in poi il fenomeno, quindi lo scambio termico, si è terminato.

Lo scambio energetico tra sistema ed esterno avviene per un flusso convettivo.

Il flusso che viene zero all'esterno di fatto non scambia più calore per conduzione con il sistema studiato; posso quindi immaginare che l'apporto energetico conduttivo sia NULLO (come se il flusso in uscita si è stabilizzato):

$$\left. \frac{\partial T}{\partial n} \right|_s = 0 \quad (\text{non c'è scambio per conduzione nella parete perché nesso sta uscendo}).$$

Un'altra condizione al contorno da imporre, nei problemi fluidodinamici, potrebbe essere la velocità, ma tale scelta non è del tutto infelice infatti potremmo imporre un'altra pressione.

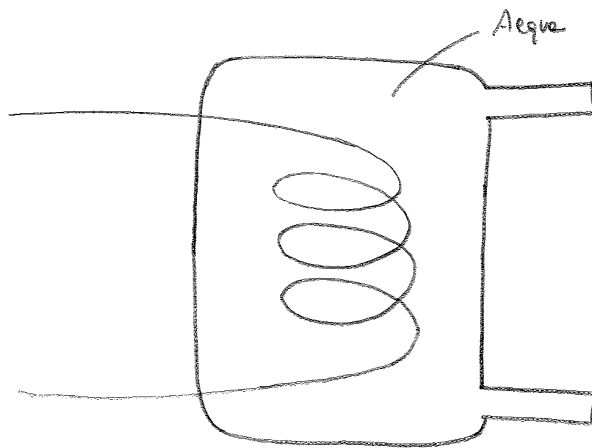
Volendo, si potrebbero imporre le pressioni in ingresso e uscita e in seguito calcolare la velocità all'interno del tubo tramite la relazione:

$$\Delta p = f \cdot \frac{L}{D} \rho \frac{V^2}{2} \quad \text{l'unica incognita è la velocità (V)}$$

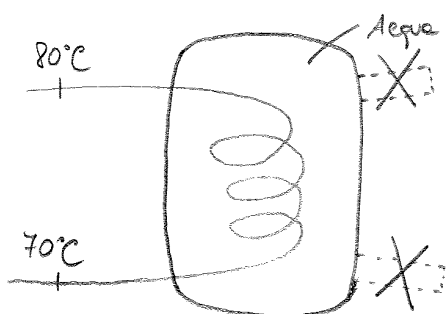
Non è accettabile imporre la velocità in ingresso e in uscita (sono uguali per un fluido incomprimibile), almeno una delle due deve essere una pressione.

Un'ulteriore condizione al contorno tipicamente utilizzata è quella alle pareti: il fluido aderisce alle pareti e non c'è scorrimento del fluido sulle pareti (velocità nulla).

Innanzitutto di voler studiare un serbatoio di accumulo termico:



Pensiamo allo scenario in cui stiamo eccitando il serbatoio e non lo stiamo utilizzando; in questo caso avremo uno scambio termico solo all'interno delle serpentine e non tanto in considerazione le sezioni di ingresso e uscita.



SUALEVEZZI

24-04-2013

(67)

Esempio 1 - Scambiatore di calore a doppio tubo non elettrico

Una portata d'acqua di 5000 kg/h deve essere scaldata da 20°C a 35°C. Il fluido caldo è acqua a 140°C. La caduta di temperatura ammissibile (foto caldo) è di 15°C.

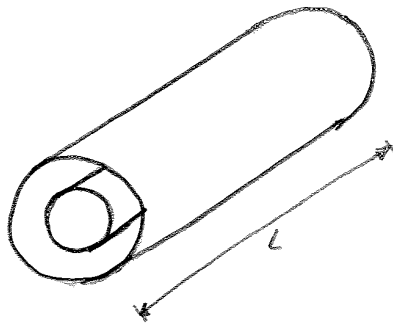
Si impieghi uno scambiatore di calore a doppio tubo con i seguenti diametri:

$$D_i = 0,0719 \text{ m} \quad (\text{diametro interno sereno esterno})$$

$$d_i = 0,0525 \text{ m} \quad (\text{diametro interno condotto centrale})$$

$$d_o = 0,0603 \text{ m} \quad (\text{diametro esterno condotto centrale})$$

Determinare il coefficiente globale di scambio termico  $U$  e l'area di scambio  $A$ .



• Foto caldo:  $\bar{T}_h = 132 \text{ °C} \quad (= 140 - \frac{15}{2})$

$$\rho = 932 \text{ kg/m}^3$$

$$c_p = 4268 \text{ J/kgK}$$

$$k = 0,687 \text{ W/mK}$$

$$\mu = 0,207 \cdot 10^{-2} \text{ Pa}\cdot\text{s}$$

Calcoliamo il numero di Prandtl:

$$Pr = \frac{c_p \cdot \mu}{k} = 1,28$$

Introduciamo due grandezze: diametro idraulico ( $D_h$ ) e il diametro equivalente ( $D_e$ )

$$D_h = \frac{4A}{P_w} = \frac{4\pi(D_i^2 - d_o^2)}{4(\pi d_o + \pi D_i)}$$

$$D_e = \frac{4A}{P_h} = \frac{4\pi(D_i^2 - d_o^2)}{4(\pi d_o)}$$

perché attraverso il tubo esterno lo scambio di calore ( $\pi d_o$ )

$$D_h = 0,0176 \text{ m}$$

$$D_e = 0,0403 \text{ m}$$

Pertanto i nostri parametri ( $Re$  e  $Nu$ ) devono essere valutati su tali grandezze ( $D_h, D_e$ ) appena calcolate.

$$Re = \frac{\rho U_m D_h}{\mu} = 15000$$

$$Nu(1) = 89$$

$$f(2) = 7,021 \cdot 10^{-3}$$

Cio' comporta:

$$Nu = \frac{h D_e}{k} = 89 \Rightarrow h = 1345 \text{ W/m}^2 \text{ K}$$

↑  
Coeff. scambio termico condotto  
letto a scaldare

A questo punto possiamo valutare il coeff. globale di scambio termico e l'area di scambio termico per il nostro scambiatore.

Vogliamo determinare l'area di scambio termico  $A_0$  e la superficie di condotto  $V_e$ , e presta, <sup>estremo del condotto interno</sup> a presta, dipende il coeff. di scambio termico ( $U_0$ ):

$$U_0 = \left[ \frac{A_0}{A_i h_i} + \frac{A_0 \ln(r_o/r_i)}{2\pi L k} + \left( \frac{1}{h_o} \right) \right]^{-1} =$$

↑  
resistenza conduttiva della  
corona a scaldare

$$= \left[ \frac{d_o}{d_i h_i} + \frac{d_o \ln(r_o/r_i)}{2k} + \frac{1}{h_o} \right]^{-1} = 948 \text{ W/m}^2 \text{ K}$$

Dato che il flusso termico varia con  $\Delta T$ , scriviamo:

$$\Phi = U_0 A_0 \Delta T_{\text{med}} \Rightarrow A_0 = \frac{\Phi}{U_0 \Delta T_{\text{med}}} = 9,33 \text{ m}^2$$

[ Guardare l'esempio 3 delle slides ... ]

08-05-2013

(71)

ESERCITAZIONE INTEGRATA AAFT-MHN

de formulazione matematica del problema in un'area sottile condotta nell'ambito dei corp. continui trattati in AAFT.

1) Corp. continui

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot \rho \vec{v} = 0$$

flusso netto che attraversa la superficie laterale

$$\rho = \text{cost} \quad (\text{ipotesi})$$

$$\nabla \cdot \vec{v} = 0$$

In caso di fluidi comprimibili, ma con  $Ma < 0,3$  (Numero di Mach), il loro comportamento fluidodinamico può essere analizzato a un fluido incompressibile

$$2) \quad \frac{\partial \rho \vec{v}}{\partial t} + \nabla \cdot \rho \vec{v} \vec{v} = -\nabla p + \nabla \cdot \tau + X \quad \text{Relazione quantità di moto}$$

$$\rho \frac{D\vec{v}}{Dt} = \rho \left[ \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\nabla \cdot \vec{v}) \vec{v} \right] \quad \text{tensore degli sforzi}$$

Per un fluido Newtoniano,  $\rho = \text{cost}$

$$\tau_{ij} = \mu \left( \frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right)$$

$$\rho \frac{D\vec{v}}{Dt} = -\nabla p + \mu \nabla^2 \vec{v} + X$$

Che cosa rappresenta la grandezza  $\vec{v} \vec{v}$ ?

È un tensore  $(\vec{v} \otimes \vec{v})$  della velocità.  $(v v)_{ij} = v_i v_j$

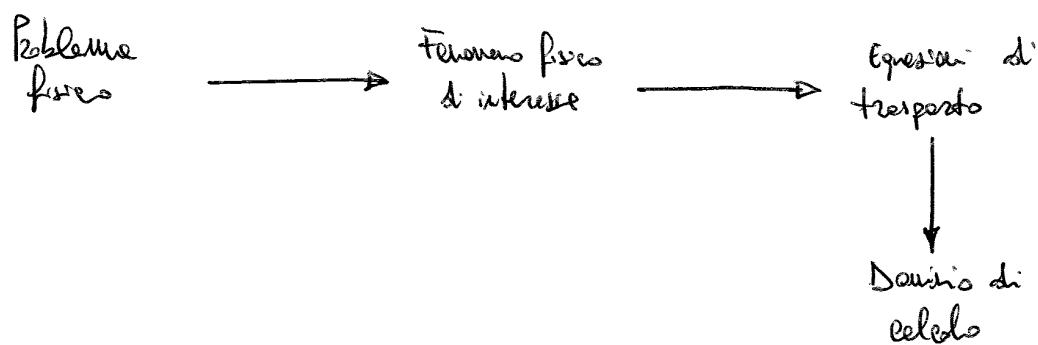
Quando operiamo la derivata è un tensore, ottenuto come prodotto di vettore e nel nostro caso, posto rappresenta il trasporto convettivo della quantità di moto.

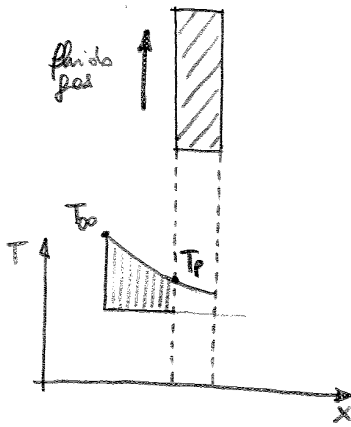
TENSORE: non è né un prodotto scalare né un prodotto vettoriale

$$\nabla \cdot \text{TENSORE} = \text{VETTORE}$$

step di formulazione del problema

173





$$h = (T_{\infty} - T_p)$$

- Che condizioni abbiamo al bordo 3?

BC 3

$$-\lambda \nabla T \cdot n = h (T - T_{ext})$$

Lo scambio è di tipo convettivo tra superficie del motore e l'aria esterna

$T = T(r, z, t)$  consideriamo diverse condizioni al variare di  $r$  e  $z$

$$3,1 \rightarrow -\lambda \frac{\partial T}{\partial r} = h (T - T_{ext})$$

$$3,2 \rightarrow -\lambda \frac{\partial T}{\partial z} = h (T - T_{ext})$$

- Che condizioni abbiamo sul bordo 4?

BC 4

Il flusso scambiato in questo bordo può essere considerato trascurabile rispetto ai flussi scambiati sugli altri bordi.

$$-\lambda \nabla T \cdot n = 0$$

$$+\lambda \frac{\partial T}{\partial z} = 0$$

$$T_i(r, z, 0) = T_{ext}$$

Abbiamo risposto, basta fatto presto tratteremo, al primo punto con condizioni iniziali:



OUT FLOW  $\nabla \cdot T \cdot n = 0$

Per cui facciamo sezione:

$$\underbrace{-\lambda \nabla T}_{\text{conduttivo}} + \underbrace{\rho c \nabla T}_{\text{conettivo}} = 0$$

che sarebbe il classico  $\mu c_p \Delta T$

La componente conduttiva è irrilevante rispetto a quella conettiva quindi si trascura.  
Le linee isoterme saranno perpendicolari al bordo.

Queste sotto riportate sono le BE

$$\nabla \bar{v} = 0$$

$$\rho \frac{D\bar{v}}{Dt} = -\nabla p + \mu \nabla^2 \bar{v}$$

$$\rho (\bar{v} \cdot \nabla) \bar{v} = -\nabla p + \mu \nabla^2 \bar{v}, \quad \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} = \bar{v}$$

15-05-2013

(79)

Equazioni riassuntive

$\nabla \cdot \vec{v} = 0$  EQ. DI CONTINUITA'

$\mu \nabla^2 \vec{v} - \nabla p + \vec{X} = \rho \frac{D\vec{v}}{Dt}$  EQ. CONTINUITA' DEL MOTO

$\lambda \nabla^2 T + \rho_V + \mu \Phi = \rho c \frac{DT}{Dt}$  EQ. NAVIER-STOKS

CONVEZIONE NATURALE: caso di convezione in cui il moto del fluido è causato dai gradienti di temperatura che generano gradienti di densità sotto un campo di forze.

Se si sono dei campi di densità, quindi densità non omogenea  $\Rightarrow$  non possiamo avere ipotesi di INCOMPRESSIBILITA', pertanto sono necessarie altre equazioni.

IPOTESI DI BOUSSINESQ

Ipotesi in cui è possibile continuare ad utilizzare le equazioni di un fluido incompressibile e fatto di non introdurre il termine densità nel termine associato alle forze di massa.

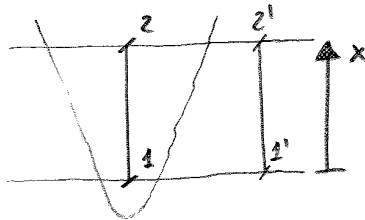
$\rho = \rho(T)$

inapplicabile in 2D:

$X = -\rho g$  la convezione naturale si esercita nella direzione  $x$  ( $\uparrow x$ )  
 $\searrow$  è un campo di forze diretto verso l'alto

$\mu \nabla^2 u - \frac{\partial p}{\partial x} + X = \rho \frac{Du}{Dt}$   
 $\mu \nabla^2 v - \frac{\partial p}{\partial y} + Y = \rho \frac{Dv}{Dt}$

Ipotesi di strato limite  $\Rightarrow \frac{\partial p}{\partial y} = 0$  quindi ovunque che  $\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{dp}{dx}$ , cioè la pressione dipende da  $x$ .  
 Se la pressione dipende solo da  $x$ , allora tutti i punti delle stesse  $y$  avranno la stessa  $p$ .

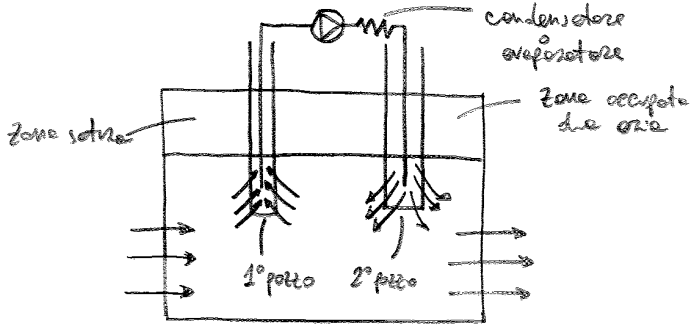


Fuori dallo strato limite posso scrivere l'equazione:

$\frac{dp}{dx} = -\rho_0 g$  (sarebbe l'eq. di Bernoulli)  
 $\downarrow$   
 densità indisturbata

$\mu \nabla^2 u + \rho_0 g - \rho g = \rho \frac{Du}{Dt}$   
 $\nu \nabla^2 u + \frac{\rho_0 g - \rho g}{\rho} = \frac{Du}{Dt}$

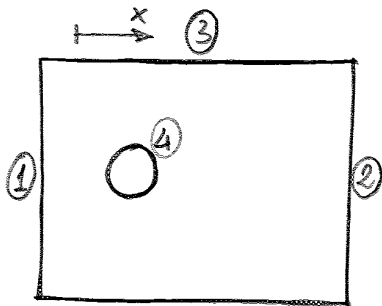
• Pompe di calore ad acqua di falda : terreno poroso (in moto,  $v_{poro} = 1 \text{ m/giorno}$ ) (81)



Le condensa in un immotto l'acqua nel pozzo sono condensa diverse due celle di terreno: caso estate (condensatore) l'acqua nel 2° pozzo sono più calda rispetto a quella nel 1° pozzo.

In corrispondenza dei pozzi, anzitutto, la velocità non è inalterata; dopo pochi metri si stabilisce la condensa di men disturbo

Seziono le condensa e contorno:



①  $T$  imposta

②  $\nabla T_n = 0$  ( $\frac{\partial T}{\partial x} = 0$ )

③ ADIABATICA  $\nabla T_n = 0 \Rightarrow \frac{\partial T}{\partial y} = 0$

④ Impugn le puzze

Condizione al contorno di Neumann

Le puzze delle puzze sono uguali a quelle cedute all'acqua delle falde.

"SCIAPPELLI"

15-05-2013

(83)

Interazione elle turbolente

Flusso tridimensionale, non stazionario, rotazionale e caratterizzato da fluttuazioni irregolari.

Esempio: deflusso in condotto circolare

$$L, V, \rho, \mu$$

$$a \sim \rho V^2 \frac{1}{L} \Rightarrow Re = \frac{\rho V L}{\mu}$$

$$b \sim \mu \frac{1}{L^2} V$$

La turbolenza è un fenomeno spazialmente RANDOM  $\Rightarrow$  essa è data dalla presenza di un numero considerevole di gradienti e di tempi caratteristici. Il deflusso totale può essere pensato come una sovrapposizione di diversi deflussi velocità in diverse scale spaziali e temporali.

Vi sono quindi correlazioni tra misure spazialmente e temporalmente distanti.

- la dimensione delle grandi scale è imposta dalla geometria del problema
- la dimensione delle piccole scale è governata dai fenomeni viscosi

Equazione di Navier-Stokes scritte in forma di grandezze adimensionali:

$$\frac{\partial \hat{v}}{\partial \hat{t}} + (\hat{v} \cdot \hat{\nabla}) \hat{v} = -\hat{\nabla} \hat{p} + \frac{1}{Re} \hat{\nabla}^2 \hat{v}$$

$$\rho \frac{Dv}{Dt} = -\nabla p + \mu \nabla^2 v$$

Introduciamo  $v^*$ , velocità adimensionale:  $v^* = \frac{v}{V}$ ;  $x^* = \frac{x}{L}$ ;  $\nabla^* = L \cdot \nabla$ ;  $p^* = \frac{p}{\rho V^2}$   
 le grandezze adimensionali

- la dimensione delle piccole scale diminuisce al crescere di  $Re = L/l \sim Re^{3/4}$
- la dimensione delle grandi scale è indipendente da  $Re$

$$Re = \frac{L}{l} \sim Re^{3/4} \Rightarrow \text{essendo la dimensione delle piccole scale } (l) \text{ al crescere di } Re$$

Pertanto, per valori realistici di  $Re$  ( $\approx 10^6$ ), la turbolenza diventa difficile da trattare



ACUSTICA

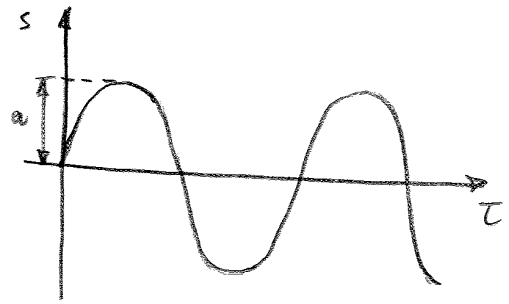
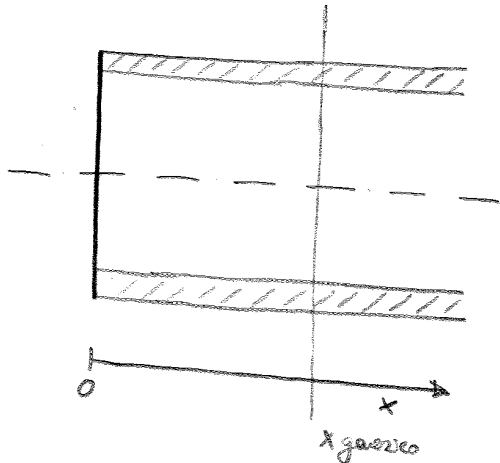
d'acustica può essere definita come lo studio di onde meccaniche in pressione che, durante la loro trasmissione, hanno un effetto sull'orecchio umano. Questo tipo di onde non si trasmettono nel vuoto ma necessitano di un mezzo elastico.

Analizziamo i casi di trasmissione monodimensionale:

- 1) moto in un condotto di onde sonore;
- 2) onde sferiche di una sorgente molto piccola che si propagano in tutte le direzioni.

Queste due tipologie ci permettono di analizzare molti dei problemi che si presentano nello studio delle onde sonore.

Ci concentreremo nello studio del primo di questi due casi; consideriamo un condotto con l'intera dell'asse, in questo condotto si appoggia una lamina metallica disposta su una sezione trasversale



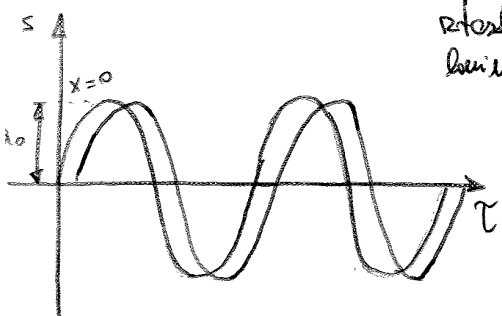
$$s_0(t) = a \cdot \sin(2\pi \cdot f \cdot t)$$

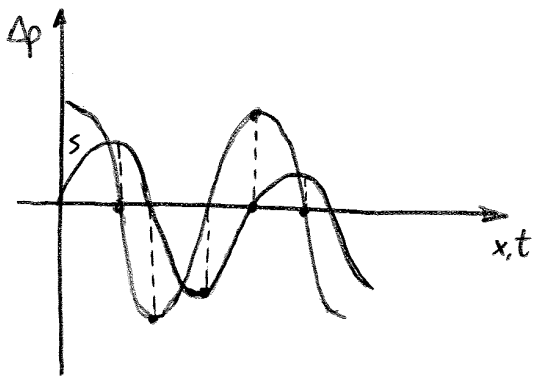
↓ ampiezza                      ↓  
 frequenza

Se consideriamo che la lamina vibra, essa provocherà una vibrazione nella particella dell'aria a contatto con essa e poi la vibrazione si propagerà lungo l'asse x; pertanto possiamo identificare una velocità di propagazione "c".

$$s(x,t) = a \sin\left(2\pi f \cdot \left(t - \frac{x}{c}\right)\right)$$

↓  
 ritardo con il quale la particella si è mossa a vibrare nello stesso modo della lamina





La velocità di propagazione del disturbo "c" è comunemente velocità del suono  
Possiamo scrivere che:

$$c^2 = \left( \frac{\partial p}{\partial \rho} \right)_s \quad \text{ma conosciamo anche la relazione} \quad dp = -E_v \cdot \frac{dV}{V}$$

Scrivendo il volume come:

$$V = m \cdot v$$

Otteniamo:

$$dp = -E_v \cdot \frac{dv}{v} = E_v \cdot \frac{dp}{P}$$

$$\frac{dv}{v} = - \frac{dp}{P}$$

$$c^2 = \left( \frac{E_v \cdot \frac{dp}{P}}{\frac{dp}{P}} \right) = \frac{E_v}{P}$$

$$\Delta p = \frac{\rho c a \cdot 2\pi f}{\cancel{c}} \cdot \cos\left(2\pi f \cdot \left(t - \frac{x}{c}\right)\right)$$

Il seno ha una certa direzione, cioè non è istantaneo e quindi non ci interessa come Δp istantanea  
ma ci interessa valutarla in un certo intervallo di tempo

$$\Delta p_{max} = \rho c a \cdot 2\pi f$$

Per quanto riguarda la potenza in prova...

- Potenza:  $W = F \cdot \frac{\partial s}{\partial t} = \Delta p \cdot S \cdot \frac{\partial s}{\partial t}$  Potenza sulla superficie elementare

$$W = (\rho c a \cdot 2\pi f) \cdot \cos\left(2\pi f \cdot \left(t - \frac{x}{c}\right)\right) \cdot S \cdot \frac{\partial s}{\partial t} =$$

$$= (\rho c a \cdot 2\pi f) \cdot \cos\left(2\pi f \cdot \left(t - \frac{x}{c}\right)\right) \cdot S \cdot a \cdot 2\pi f \cdot \cos\left(2\pi f \cdot \left(t - \frac{x}{c}\right)\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow W = \rho c \cdot (2\pi f a)^2 \cdot S \cdot \cos^2\left(2\pi f \cdot \left(t - \frac{x}{c}\right)\right)$$

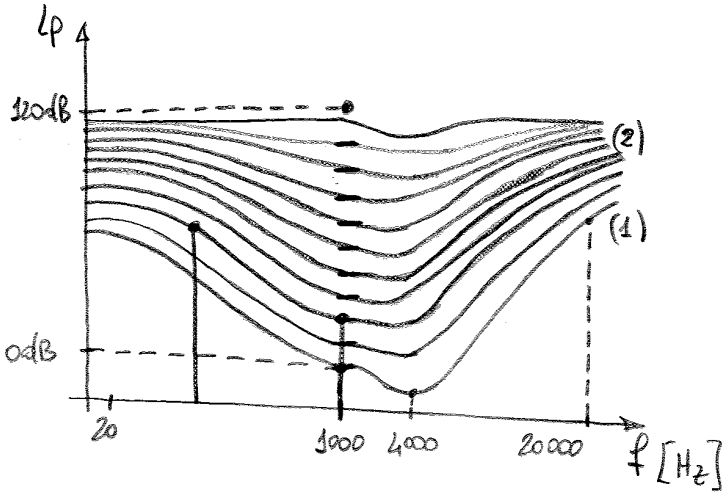
Questa relazione risulta molto utile per due scopi:

- 1)  $\Delta p_{eff}$  è una grandezza misurabile, pertanto dalla misura della potenza efficace è possibile risalire alle misure dell'intensità;
- 2) valutazione dei vari componenti: suoni con diverse frequenze o un suono generato da più componenti che producono un effetto totale dato dalla sovrapposizione di più effetti.

Ho bisogno di aree efficaci sommabili nel caso della potenza e dell'intensità. Visto che la pressione efficace  $p$  è dipendente dall'intensità essa è sommabile, ad esempio, da 2 o più suoni diversi.



- Riformato 1000 Hz



Per frequenze inferiori di 1000 Hz, affinché il suono sia udibile, il livello di pressione deve essere maggiore.

Per frequenze maggiori di 1000 Hz le curve si avvicinano, la curva rappresenta il suo livello e poi torna ad aumentare.

Oltre a 20000 Hz → ULTRASUONI

Al di sotto di 20 Hz → INFRASUONI

La curva (1) rappresenta la soglia minima di percezione del suono.

La curva (2) rappresenta la soglia massima di percezione del suono, quindi la soglia del dolore.

Tra 0 dB e 100 dB possiamo suddividere, in intervalli costanti, il decibel in due punti equidistanti: a questa equidistanza corrisponde una equidistanza della sensazione acustica.

A questi punti equidistanti abbiamo la scala ISOPHON, cioè una scala costruita da una serie di sensazioni acustiche.

(NB) il PHON è l'unità di misura della sensazione acustica.

Come si misura il livello di intensità?

$$L_I = 10 \log \frac{I}{I_0} = 10 \log \left( \frac{\Delta p_{eff}^2}{\rho \cdot c} \cdot \frac{1}{I_0} \cdot \frac{\Delta p_0^2}{\rho \cdot c} \right) = 10 \log \frac{\Delta p_{eff}^2}{\Delta p_0^2} + 10 \log \frac{\Delta p_0^2}{\rho \cdot c \cdot I_0} = L_p + C$$

Lp  
C  
costante

$$L_I = L_p + C \Rightarrow L_I \approx L_p \quad \text{perché la costante è molto piccola}$$

costante (-0,2 dB)

usando la definizione  $I = \frac{W}{S} \Rightarrow L_I = 10 \log \left( \frac{W}{S} \cdot \frac{1}{I_0} \right)$  e sapendo che ...

vale  $1 \text{ m}^2$

$$I_0 = 10^{-12} \text{ W/s} \quad , \quad I_0 = \frac{W_0}{S_0} = 1 \text{ m}^2 \text{ (superficie di riferimento)}$$

$$W_0 = 10^{-12} \text{ W}$$

$$L_I = 10 \log \left( \frac{W}{S} \cdot \frac{1}{W_0} \right) = 10 \log \left( \frac{W}{W_0} \right) - 10 \log S$$

$$L_p \approx L_I = L_W - 10 \log S$$

$$I = \frac{J \cdot c}{4}$$

può essere dimostrata in un campo perfettamente risonante, ecci  
con  $\epsilon' \rightarrow 0$

"Definire"

$$W - \bar{a}' \cdot S \cdot I = \frac{dJ}{dt} \cdot V$$

quanto di energia dell'ambiente  
(S · I = potenza)

"Bilancio di potenza esistente nell'ambiente"

verossimile di energia meccanica  
nell'ambiente

In queste analisi dobbiamo tenere conto del fatto che non tutte le parti sono fatte dello stesso materiale, e quindi...

$$\sum \bar{a}'_i \cdot S_i = \bar{a}' \cdot S$$

COEFF. DI ASSORBIMENTO  
MEDIO APPARENTE

$$\frac{W}{V} - \frac{\bar{a}' \cdot S \cdot I}{V} = \frac{dJ}{dt} \Rightarrow \frac{W}{V} - \left( \frac{\bar{a}' \cdot S \cdot c}{4V} \right) J = \frac{dJ}{dt} \Rightarrow \frac{W}{V} - \beta J = \frac{dJ}{dt} \quad (3)$$

$$J^* = J \beta - \frac{W}{V}$$

$$\frac{dJ^*}{dt} = \beta \cdot \frac{dJ}{dt} \quad \text{se la potenza associata alla sorgente è costante (W = costante)}$$

Quindi sostituendo nell'equazione (3)

$$-J^* = \frac{1}{\beta} \frac{dJ^*}{dt} \Rightarrow \frac{dJ^*}{J^*} = -\beta dt \Rightarrow \ln J^* = -\beta t + k \Rightarrow$$

estante di integrazione

$$\Rightarrow J^* = e^{-\beta t} \cdot e^k$$

troviamo il valore della costante di integrazione k; per fare ciò passiamo da  $J^*$  a J e quindi...

$$J \cdot \beta - \frac{W}{V} = e^{-\beta t} \cdot e^k$$

Per determinare k facciamo riferimento al problema fisico:

- condizione iniziale: a  $t=0$  si ha  $J=0$  (serpente spento)

$$e^k = k' = -\frac{W}{V}$$