NUMERO: 560

DATA: 05/07/2013

# A P P U N T I

STUDENTE: Ruello

MATERIA: Applicazioni Avanzate di Fisica Tecnica
Prof. Verda

TERMODINAMICA $\boxed{6/3/2013}$

**ANALISI EXERGETICA**: (LA FINALITÀ È) VALUTARE L'OPPORTUNITÀ DI MIGLIORAMENTO DI UN SISTEMA. LO STRUMENTO È L'EQUAZIONE DELL'ENERGIA UTILIZZABILE (O DELL'EXERGIA) OTTENUTA COMBINANDO (LINEARMENTE) INSIEME I 2 PRINCIPI DELLA TERMODINAMICA.

→ 1° PRINCIPIO TERMOD. PER I SISTEMI APERTI (PPSA)

PUÒ SCAMBIARE ENERGIA E MASSA

QUELLO PER I SIST. CHIUSI È UGUALE MA IL TERMINE LEGATO AGLI SCAMBI DI MASSA È NASCOSTO, NON È ESPLICITO

$$\Phi - W_t - W_a = \ldots$$

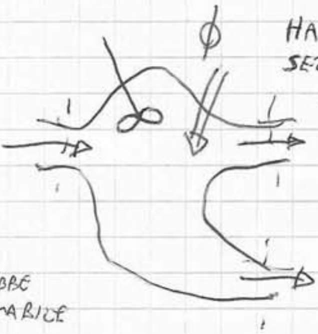
$\Phi$: FLUSSO TERMICO SCAMBIATO DAL SISTEMA CON L'ESTERNO. POSSONO ESSERE PIÙ DI UNO. DI SOLITO SI INDICA UN FLUSSO NETTO (UNA SOMMATORIA). $>0$ SE È FORNITO AL SISTEMA

$W_t$: POTENZA MECCANICA (O TECNICA) SCAMBIATA. È ASSOCIATA AL MOTO DI UN ALBERO MOTORE. POTREBBE ESSERE ASSOCIATA AD UNA POTENZA ELETTRICA. $>0$ SE È USCENTE DAL SISTEMA

$W_a$: LAVORO DI DILATAZIONE. È ASSOCIATO AL FATTO CHE IL VOLUME DI CONTROLLO DEL SISTEMA POTREBBE ESSERE DEFORMABILE

$$P_0 \cdot \frac{dV}{dt}$$

$>0$ SE IL SISTEMA SI ESPANDE





NEL 2° MEMBRO C'È LA DIFFERENZA TRA IL SIST. APERTO E QUELLO CHIUSO

$$\ldots = \frac{\partial}{\partial t}\left(U + E_c + E_p\right)_{VC} + \ldots$$

$U$: EN. INTERNA DEL SISTEMA. È ASSOCIATA ALLA T ALLA QUALE SI TROVA IL SIST.

$U = C_v dT$

SE T È COSTANTE $\frac{\partial U}{\partial t} = 0$

$E_c$: EN. CINETICA, ASSOCIATA ALLA VELOCITÀ

SE V = COST. $\frac{\partial E_c}{\partial t} = 0$

$E_p$: EN. POTENZIALE, ASSOCIATA ALLA VARIAZIONE DI QUOTA.

SE QUOTA Z COSTANTE $\frac{\partial E_p}{\partial t} = 0$

VC: LA DERIVATA È CALCOLATA PER IL VOLUME DI CONTROLLO

IN CONDIZIONI STAZIONARIE (LO STATO DEL SIST. È UGUALE NEL TEMPO OVVERO T, V, Z COSTANTI) IL 2° MEMBRO È 0. I TERMINI SONO TUTTE GRANDEZZE ESTENSIVE (DIPENDONO DA m)

$$\cancel{\Phi - W_t - W_a = \frac{\partial}{\partial t}\left(U + E_c + E_p\right)_{VC}}$$

$S$ E $s$ SONO GRANDEZZE DI STATO

SONO NOTE UNA VOLTA DEFINITO LO STATO DEL SISTEMA (TRAMITE $P$ E $T$ ESEMPIO)

$$\boxed{\sum_{j=1}^{mf} \frac{\phi_j}{T_j} + \Sigma_{irr} = \left(\frac{\partial S}{\partial t}\right)_{VC} + \sum_{i=1}^{mc} G_i \cdot s_i} \quad SPSA$$

SONO DEI $\frac{\text{WATT}}{\text{TEMPERATURA}}$

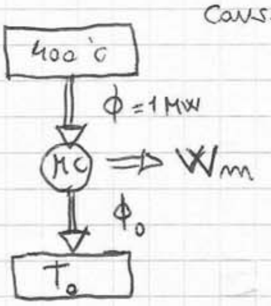
COMBINIAMO I 2 PRINCIPI

$$\underset{\text{EQUAZ. ENERGIA UTILIZZABILE O DELL'EXERGIA}}{EEU} = PPSA - \underset{T_{ATM}}{T_0} \cdot SPSA$$

VOGLIAMO OTTENERE UN COEFFICIENTE MOLTIPLICATIVO DA ASSEGNARE AL FLUSSO TERMICO IN MODO DA TROVARE LA MASSIMA POTENZA MECCANICA

CONSIDERIAMO UN UNICO FLUSSO T. $\phi = 1\,MW$

DEVO UTILIZZARE LA MACCHINA DI CARNOT




$$\underset{\text{POT. MECCANICA MAX OTTENIBILE}}{W_m} = \phi \underbrace{\left(1 - \frac{T_0}{T}\right)}^{293,15\,K} = 0,577\,MW$$

FATTORE DI CARNOT DELLA SORGENTE A TEMP. $T$ CHE HA COME SIGNIFICATO LA TRASFORMABILITA' IDEALE DEL FLUSSO TERMICO IN LAVORO

RICORDANDO CHE NON SI PUO' TRASFORMARE TUTTO $\phi$ IN $W_m$

IL RISULTATO DELLA COMB. LINEARE DEI FLUSSI T. DEI 2 PRINCIPI E'

$$\phi - T_0 \cdot \frac{\phi}{T_j}$$

SUPPONENDO DI AVERE UN SOLO FLUSSO

<u>EXERGIA</u>: LAVORO /MECCANICO CHE PUO' ESSERE OTTENUTO DA UNA DATA FORMA DI ENERGIA, UTILIZZANDOLA IN UN SIST. IDEALE CHE INTERAGISCE CON LA BIOSFERA, FINO A PORTARLA IN CONDIZIONI DI EQUILIBRIO CON LA BIOSFERA. COMBINIAMO I 2 PRINCIPI:

$$\sum_{j=1}^{mf} \phi_j \left(1 - \frac{T_0}{T_j}\right) - W_t = \frac{\partial}{\partial t}\left(U + E_c + E_p + \underset{\text{È IL } W_0 \text{ ERA AL 1° MEMBRO PRIMA}}{P_0 V} - \underset{\text{FATTORE CORRETTIVO DELLA TRASFORMAZIONE DI CALORE IN LAVORO}}{T_0 S}\right)_{VC} +$$

$$+ \sum_{i=1}^{mc} G_i \cdot \left(h_i + e_{c_i} + e_{p_i} - T_0 s_i\right) + \underbrace{T_0 \Sigma_{irr}}_{\text{TIENE CONTO DI TUTTO CIO' CHE NON E' TRASFORMATO IN POTENZA MECCANICA (COMPARE NELLE MACCHINE REALI)}}$$

# EEU

FLUSSO DI EXERGIA TERMICA: SOMM. FL. TERMICI PER FATTORE DI CARNOT

TERMINE LEGATO ALL'EN. INT. UTILIZZABILE. E' UNA DERIVATA DI UNA GRANDEZZA ESTENSIVA

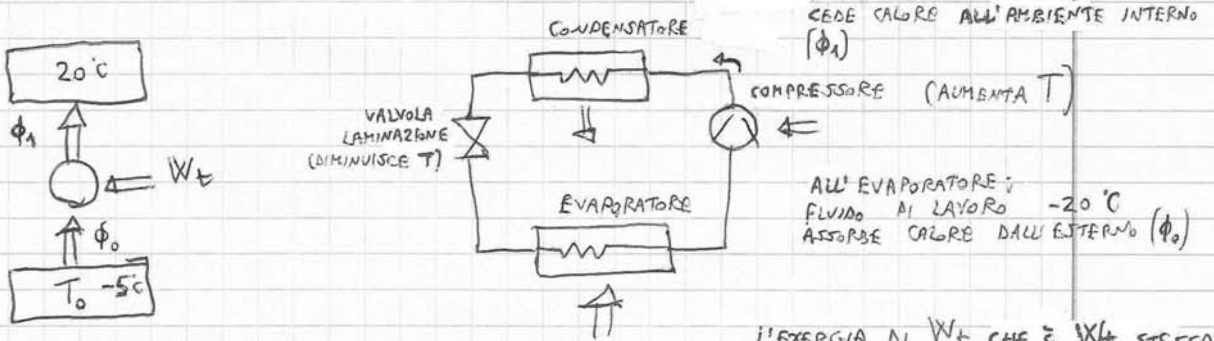
$$\sum_{j=1}^{n} \phi_j \left(1 - \frac{T_0}{T_j}\right) - W_t = \underbrace{\frac{\partial}{\partial t}\left(A^t\right)_{vc}}_{=0 \text{ IN CONDIZIONI STAZIONARIE}} + \underbrace{\sum G_i \cdot b_i^t}_{\text{SOMM. PORTATE} \times \text{EXERGIE FISICHE}} + \sum G_i \xi_{i0} + T_0 \underbrace{\Sigma_{irr}}_{\text{FLUSSO DI EXERGIA DISSIPATA}}$$

$\sum G_i b_i^t = 0$ IN SIST. CHIUSO (NO SCAMBIO MASSA)

$\sum G_i \xi_{i0}$: SOMM. PORTATE PER EX. CHIMICHE DA CONSID. SOLO SE IL SIST. MODIFICA LA COMPOSIZIONE CHIMICA DEI FLUIDI CHE STA ELABORANDO

* SE IL CALORE È DISPERSO NON È CONVERTIBILE IN LAVORO, È SOLTANTO DISPONIBILE ALL'AMBIENTE ($T_0 = T_j$ AL 1° TERMINE)

es. POMPA DI CALORE AD ARIA




L'EXERGIA DEL FLUSSO $\phi_1$ È:

$$\phi_1 \cdot \left(1 - \frac{273,15 - 5}{293,15}\right)$$

ED È UNA SOMMA DI L'EXERGIA DI $W_t$ CHE È $W_t$ STESSA

L'EXERGIA DI $\phi_0$ È: $\phi_0 \left(1 - \dfrac{268,15}{268,15}\right) = 0$

IL FLUSSO ASSORBITO DALL'EVAP. HA EXERGIA = 0. DAL PUNTO DI VISTA DELLA TRASFORMABILITÀ IN LAVORO NON OTTENGO NULLA, INFATTI HO BISOGNO DEL LAVORO DI UN COMPRESSORE PER ELEVARE IL LIVELLO TERMICO DI $\phi_0$.

$\boxed{8/3/2013}$

RIPARTIAMO DALL'EEU

$$\sum_j \phi_j \left(1 - \frac{T_0}{T_j}\right) - W_t = \left(\frac{\partial A^t}{\partial t}\right)_{vc} + \sum G_i b_i^t + \sum G_i \xi_{i0} + T_0 \Sigma_i$$

$$b_i^t = \underbrace{(h_i - h_{i0}) - T_0(s_i - s_{i0})}_{b_i} + e_{c_i} + e_{p_i} \qquad \text{EXERGIA FISICA TOT}$$

— NEL CASO DI GAS IDEALE

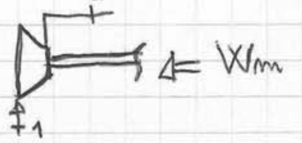
$$\Delta h = c_p \Delta T \qquad \Delta u = c_v \Delta T \qquad \Delta s = c_p \ln \frac{T}{T_0} - R^* \ln \frac{p}{p_0}$$

CON $R^* = \dfrac{R}{M_{mol}}$ — $R$: COSTANTE UNIVERSALE DEI GAS

SE È $s - s_0$

FACCIAMO UN ESEMPIO DI APPLICAZIONE NEL QUALE RIMARCHIAMO LA DIFFERENZA TRA L'ANALISI DI 1° PRINCIPIO (ENERGETICA) E L'ANALISI EXERGETICA (O DI 2° PRINCIPIO)

AD. ES. PER UN COMPRESSORE




IN UN'ANALISI DI 1° PRINCIPIO LA RISORSA E' $W_m$, IL PRODOTTO E' LA PORTATA PER IL SALTO DI ENTALPIA DEL GAS.
LA DEFINIZIONE DI EFFICIENZA NON E' SEMPRE UNIVOCA, DIPENDE DAL CONTESTO.
IN LINEA DI PRINCIPIO SI PUO' SEPARARE L'EFFETTO DI INCREMENTO DI PRES. DALL'INCREMENTO DI TEMP. PERCIO' ~~QUELLA~~ LA DEFINIZIONE DI PRODOTTO E RISORSE VARIA A SECONDA DELL'APPLICAZIONE CHE CONSIDERO

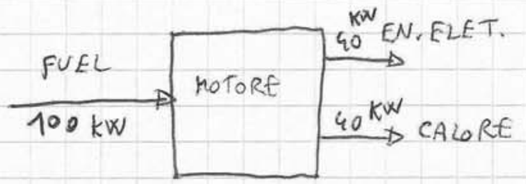
IN UN'ANALISI DI 2° PRINCIPIO TRADUCIAMO IN TERMINI DI EXERGIA

$$\varepsilon = \frac{G_{GAS} \cdot (\cancel{\ell_2^t} - \cancel{\ell_1^t})}{\underbrace{|W_m|}_{\text{E' LA } W_t}}$$

← VARIAZIONE DELLO STATO DEL FLUIDO TRA 1 E 2

← POTENZA MECC. RICHIESTA DAL COMPR.

POSSO TRASCURARE LA VARIAZIONE DI EN. CINETICA SE LE SEZIONI 1 E 2 SONO IDENTICHE E LE VELOCITA' DEL FLUIDO IN 1 E 2 SIANO PRESSOCHE' UGUALI ⇒ LA VARIAZIONE DI EN. CINETICA E' TRASCURABILE. ANCHE L'EN. POTENZIALE E' TRASCURABILE ⇒ ELIDO GLI APICI $t$.
L'EFFICIENZA DI 2° PRINCIPIO E' MOLTO PIU' SENSATA IN CERTE APPLICAZIONI ES. SIST. DI COGENERAZIONE (PRODUZIONE COMBINATA CALORE - EN. ELETTRICA)




DAL PUNTO DI VISTA DEL 1° PRINCIPIO CALCOLARE $\varepsilon$ SIGNIFICA CALCOLARE IL RENDIMENTO GLOBALE

$$\eta_{GLOBALE} = \frac{40 + 40}{100} = 80\%$$

PER VALUTARE L'EFFICIENZA DI 2° PRINCIPIO TRADUCIAMO QUEI FLUSSI IN TERMINI EXERGETICI

$$\varepsilon = \frac{|W_{el}| + \phi\left(1 - \frac{T_0}{T}\right)}{\underbrace{G_{FUEL} \cdot H_i}_{}}$$

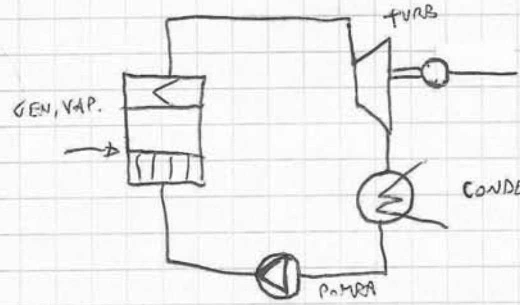
EX. ASSOCIATA COMBUSTIONE ⇒ $G_{FUEL} \cdot H_i$ → POTERE CAL. INF.

⇐ IL DEN. E'
$G_{FUEL}$ × EX. CHIMICA COMB. +
$G_{ARIA}$ × EX. CHIMICA ARIA −
$G_{GAS\ SCARICO}$ × EX. CHIMICA GAS DI SCARICO

- NON VA CONSIDERATO NELLE RISORSE PERCHE' $T_{GAS\ SC.} > T_{AMB}$ ED E' UN DIFETTO (NON IDEALITA') DELL'IMPIANTO. IN UN IMPIANTO IDEALE $T_{GAS\ SC.} = T_{AMB}$.
- COMUNQUE IL DEN. SI PUO' APPROSSIMARE A $G_{FUEL} \cdot H_i$ ≈ EX. CHIMICA COMB. E VALE SE STO CONSIDERANDO COMBUSTIBILE, ARIA E GAS DI SCARICO DISPONIBILI IN CONDIZIONI AMBIENTE. SE USASSI UN SIST. DI RISCALDAMENTO DELL'ARIA O DEL COMBUSTIBILE O UNA COMBUSTIONE IN PRESSIONE, DEVO CONSIDERARE ANCHE L'EX. FISICA.

- SI PUO' UTILIZZARE L'ANALISI EXERGETICA PER RICAVARE IL TERMINE $T_0 \Sigma_i$ MA E' INOPPORTUNO PERCHE' LO SI PUO' CALCOLARE DAL 2° PRINCIPIO
- UN ALTRO ASPETTO DA VALUTARE E' QUELLO ESTENSIVO (AD. ES. QUANTI KW E' IL FLUSSO DI EX. COINVOLTO)

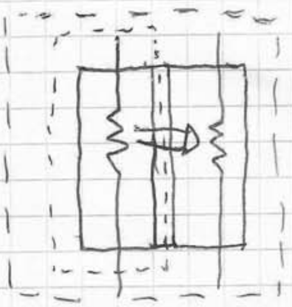
IMMAGINIAMO UN CICLO RANKINE:
CALCOLANDO L'EFF. DI 2° PRINCIPIO, SUPPONIAMO DI TROVARE CHE LA POMPA ABBIA UNA BASSA EFFICIENZA. CONSIDERANDO IL PARAMETRO ESTENSIVO POTENZA, LA POMPA E' CARATTERIZZATA DA POT. EL. CIRCA 100 VOLTE MINORE DI QUELLA DELLA TURBINA. PERCIO', ANCHE SE LA POMPA HA UN'EFFICIENZA BASSA, MI ACCORGO CHE IL FLUSSO DI EX. CHE ELABORA E' BASSO E QUINDI ANCHE RIDISEGNANDO IL SISTEMA NON OTTENGO SIGNIFICATIVI MIGLIORAMENTI.

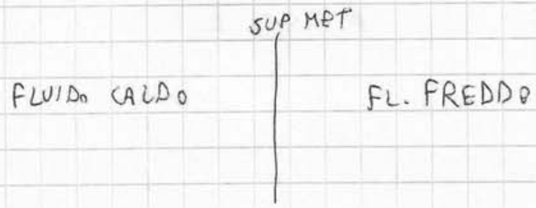



NELLE ANALISI E' BENE SEMPRE AVERE SIA UN PARAMETRO INTENSIVO (EFFICIENZA) SIA UNO ESTENSIVO CHE MI DICE CHE IMPATTO AVRA' UN EVENTUALE MIGLIORAMENTO DI EFFICIENZA

- DISCUTIAMO IL FLUSSO DI EXERGIA ASSOCIATO AL CALORE

SE NOI VALUTIAMO UNO SCAMBIATORE DI CALORE






- SE LA SUPERFICIE DI CONTROLLO (TRATTO NERO) TAGLIA IL METALLO, IL CORRISPONDENTE FLUSSO DI EXERGIA E' $\Sigma \Phi_s \left(1 - \frac{T_0}{T_s}\right)$ ← T DEL METALLO
- SE IL VOLUME DI CONTROLLO E' QUELLO IN BLU IL MODO CORRETTO PER VALUTARE IL FLUSSO DI EXERGIA E' $\Sigma G_i \, \varepsilon_i^t$.
  SOMMA PORTATE FL. CALDO E FL. FREDDO

- NEL CASO 1, LA SUP. DI CONTROLLO E' ATTRAVERSATA DA UN FLUSSO TERMICO PER CONDUZIONE
- NEL SECONDO CASO IL VOLUME DI CONTROLLO STA TAGLIANDO TUTTI I CONDOTTI CHE COLLEGANO LO SCAMB. AL RESTO DELL'IMPIANTO, QUELLA SUP. DI CONTROLLO E' ATTRAVERSATA DA FLUSSI DI MASSA.

FACENDO IL RAPPORTO TRA LE 2 LEGGI DEI GAS IDEALE

$$\frac{P_i}{P} = \frac{m_i}{m} = y_i$$

RISCRIVENDO

$$\sum P \cdot y_i = \sum P_i$$

P LO POSSO PORTARE FUORI DA $\Sigma$, E' SEMPRE QUELLO

$$P \cdot \sum y_i = \sum P_i \qquad \sum y_i = 1$$

PERCHE' E' LA FRAZIONE MOLARE AL MAX E' 1

$$P = \sum P_i$$

$\Sigma$ PRESSIONI PARZIALI SINGOLI GAS = P MISCELA.

- CALCOLO DELLE PROPRIETÀ DELLE MISCELE. LO FACCIAMO PER TUTTE LE GRANDEZZE ESTENSIVE.

$$U = \sum U_i$$

POSSIAMO UTILIZZARE LA GRANDEZZA SPECIFICA

$$U = m \cdot u \qquad U = [KJ] \qquad u = \left[\frac{KJ}{Kg}\right]$$

m MISCELA — DELLA MISCELA

$$U_i = m_i \cdot u_i$$

PER IL SINGOLO COSTITUENTE

FACCIO L'UGUAGLIANZA

$$m u = \sum m_i u_i \Rightarrow u = \frac{\sum \overbrace{m_i}^{x_i} u_i}{m} = \sum x_i u_i$$

QUANDO IN ALCUNE APPLICAZIONI ABBIAMO DELLE REAZIONI CI E' UTILE CALCOLARE LE ESPRESSIONI UTILIZZANDO IL NUMERO DI MOLI

$$\bar{u} = [KJ/Kmol] \qquad \bar{u} \cdot m = \sum \bar{u}_i \cdot m_i \qquad U = \sum U_i$$

EN. INTERNA SPECIFICA MOLARE — Kmol

$$\bar{u} = \frac{\sum \bar{u}_i \overbrace{m_i}^{y_i}}{m} = \sum y_i \cdot \bar{u}_i$$

QUESTO RAGIONAMENTO SVOLTO VALE PER TUTTE LE GRANDEZZE SPECIFICHE

$h \quad \bar{h} \qquad s \quad \bar{s}$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 13 di 108

INTEGRANDO

$$\Delta S_A = -m_A \cdot R \ln \frac{p_A}{p}$$

$$\Delta S_A = -m_A R \cdot \ln y_A$$

$$\Delta S_B = -m_B R \cdot \ln y_B$$

ESSENDO S ADDITIVA

$$\Delta S_{TOT} = \Delta S_A + \Delta S_B = -m_A R \ln y_A - m_B R \ln y_B$$

$$\Delta S_{TOT} = -\underbrace{R}_{>0} \sum \underbrace{m_i}_{>0} \cdot \underbrace{\ln y_i^{<1}}_{<0} > 0$$

APPLICANDO IL 2° PRINCIPIO DELLA TERMODINAMICA A QUESTO SISTEMA CHIUSO

$$\cancel{\frac{\Phi}{T}} + \Sigma_i = \left(\frac{\partial S}{\partial t}\right)_{VC} + \cancel{\sum G_i \Delta_i}$$

IPOTIZZO CHE IL VOLUME SIA ISOLATO QUINDI FACCIO QUELLE ELISIONI, NON C'E' SCAMBIO DI MASSA NE' DI ENERGIA CON L'ESTERNO.

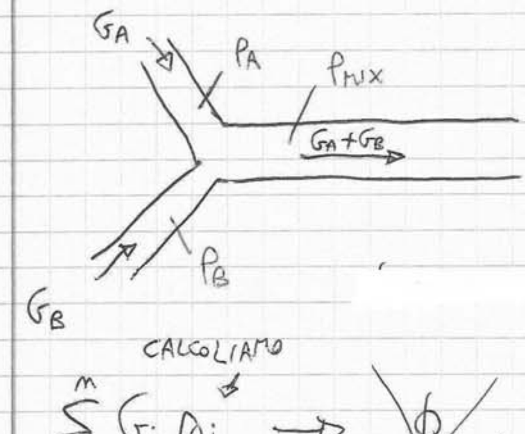
$$\Sigma_i = \left(\frac{\partial S}{\partial t}\right)_{VC}$$

IN QUESTA SITUAZIONE SI HA CHE:
TASSO GENERAZIONE ENTROPIA = VARIAZIONE ENTROPIA
G. NON DI STATO — G. DI STATO

$$\Sigma_i \, dt = dS \xrightarrow{\text{INTEGRANDO}} S_{irr} = \Delta S$$

QUESTA MISCELAZIONE PRODUCE UNA VARIAZIONE DI ENTROPIA > 0 - QUESTA E' ANCHE UGUALE ALLA GENERAZIONE DI ENTROPIA, QUINDI IL PROCESSO E' IRREVERSIBILE

- 2 SITUAZIONE




$G_A$ e $G_B$, **PORTATE** DI 2 GAS CHE VENGONO MISCELATE

TIPO MISCELAZIONE COMBUSTIBILE - COMBURENTE. TRASCURIAMO GLI ATTRITI.

PER FAR AVVENIRE LA MISCELAZIONE LE PRESSIONI DEVONO ESSERE UGUALI

$$p_A = p_B = p_{MIX}$$

CALCOLIAMO

$$\sum_{i=1}^{m} G_i \Delta_i \Rightarrow \cancel{\frac{\Phi}{T}} + \Sigma_i = \cancel{\left(\frac{\partial S}{\partial t}\right)_{VC}} + \sum G_i \Delta_i$$

TRAMITE IL 2° PRINCIPIO

TR. ADIABATICA

IMMAGINO CHE LE CONDIZIONI DI FUNZIONAMENTO DEL MISCELATORE SIANO COSTANTI NEL TEMPO, NON SI VERIFICA ALCUNA VARIAZIONE DELLE CONDIZIONI DI ALIMENTAZIONE (T, P, PORTATE).

20/03/2013

ARIA UMIDA: PARTICOLARE MISCELA DI GAS COSTITUITA DA ARIA SECCA PIU' VAPORE ACQUEO, ENTRAMBI I COMPONENTI LI POSSIAMO TRATTARE COME GAS IDEALI.
IL VAPORE ACQUEO QUANDO LA SUA P PARZIALE DIVENTA UGUALE ALLA P DI SATURAZIONE, QUESTO TENDE A DEPOSITARSI IN FORMA LIQUIDA.

$$P_V = P_{SAT}$$

$P_V < P_{SAT}$ LO POSSIAMO TRATTARE COME GAS IDEALE

PER LE MISCELE CHE COINVOLGONO L'ARIA UMIDA DOBBIAMO DEFINIRE 3 GRANDEZZE:

TITOLO DI VAPORE ACQUEO = MASSA DI VAPORE PRESENTE / MASSA ARIA SECCA

$$\boxed{X = \frac{M_v}{M_a}} = \frac{\rho_v \cancel{V}}{\rho_a \cancel{V}} = \frac{P_v}{R^*_v T} \frac{R^*_a T}{P_a}$$

QUANDO PARLIAMO DI GRANDEZZE SPECIFICHE IN QUESTO CASO, SI DIVIDE PER $M_a$

CONSIDERANDO CHE $Pv = R^* T \rightarrow \rho = \frac{P}{R^* T}$

$$R^* = \frac{R}{M_{mol}}$$

$$X = \frac{P_v}{P_a} \frac{M_{mol\,v}}{M_{aria}} = 0{,}622 \frac{P_v}{P_a}$$

SE

$$P_a = \underset{ATM}{P} - P_v$$

$$X = 0{,}622 \frac{P_v}{P - P_v}$$

PER OTTENERE $h_v$ DOBBIAMO CONSIDERARE IL CALORE DI EVAPORAZIONE E, UNA VOLTA OTTENUTO IL VAPORE SATURO SECCO DOBBIAMO SURRISCALDARE IL VAPORE FINO A RAGGIUNGERE LA T A CUI SI TROVA IL VAPORE NELLA MISCELA DI ARIA UMIDA


- ASSUMENDO $h_0 = 0$

$$h_a = c_{p_a} (T - T_0)$$

CAL. SP. ARIA SECCA — $T_{EFFET.}$ — $T_{DI\ RIF}$

- ASSUMIAMO $h$ DELL'ACQUA ALLO STATO LIQUIDO $= 0$ $(P_{ATM}, T_0)$

$$h_v = r_0 + c_{p_v} (T - T_0)$$

CALORE DI EVAPORAZIONE — CALORE SENSIBILE ASSOCIATO AL SURRISCALDAMENTO

$$h = c_{p_a} (T - T_0) + X\left[r_0 + c_{p_v}(T - T_0)\right]$$

$$h = c_{p_a} t + X(r_0 + c_{p_v} t)$$

$c_{p_a} = 1\ KJ/Kg \cdot K$

$r_0 = 2500\ KJ/Kg$

$c_{p_v} = 1{,}9\ KJ/Kg \cdot K$

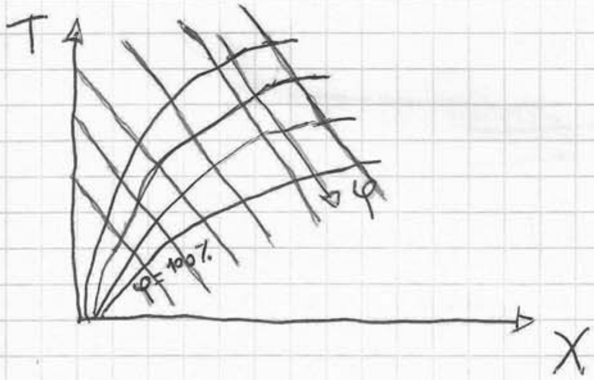
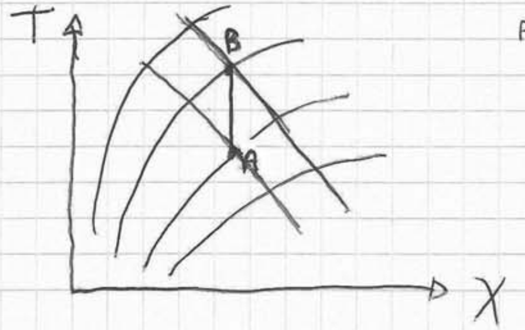



DIAGRAMMA PSICROMETRICO

CONTIENE CURVE A:
- UMIDITA' RELATIVA COSTANTE
- ISOENTALPICHE

QUALI TRASFORMAZIONI POSSIAMO FARE CON L'ARIA UMIDA?

1) <u>RISCALDAMENTO</u>: AUMENTO DI T, X COSTANTE




POTENZA TERMICA DA FORNIRE PER IL RISCALDAMENTO

$$\phi_{RISC} = G_a (h_B - h_A)$$

PORTATA ARIA SECCA — VARIAZIONE DI ENTALPIA DELL'ARIA UMIDA

SUL DIAGRAMMA POSSIAMO DETERMINARE LA VARIAZIONE DI ENTALPIA TRA A E B

3 BILANCI POSSO SCRIVERE

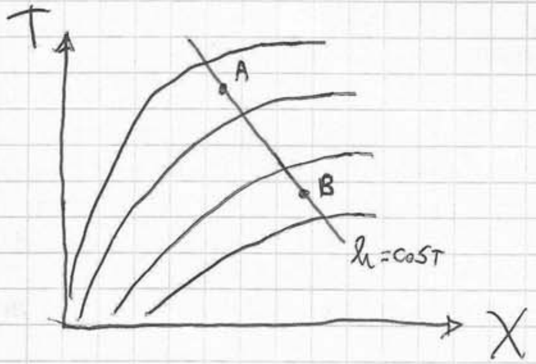
$G_{a_A} = G_{a_B}$ BILANCIO MASSA ARIA SECCA

$G_a \cdot X_A + G_v = G_a \cdot X_B$ BILANCIO VAPORE

$G_a h_A + \underbrace{G_v h_l}_{\swarrow} = G_a h_B$ BILANCIO ENERGIA

$h_l$ ACQUA STATO LIQ.

TRASCURABILE SE STIAMO UMIDIFICANDO CON ACQUA ALLO STATO LIQUIDO (NEBULIZZAZIONE). $G_v$ CE NE SERVE MOLTO POCO PER SATURARE 1 Kg/h DI ARIA SECCA E $h_l$ MOLTO BASSA.
L'UMIDIFICAZIONE QUINDI COMPORTA $h_A \approx h_B$.

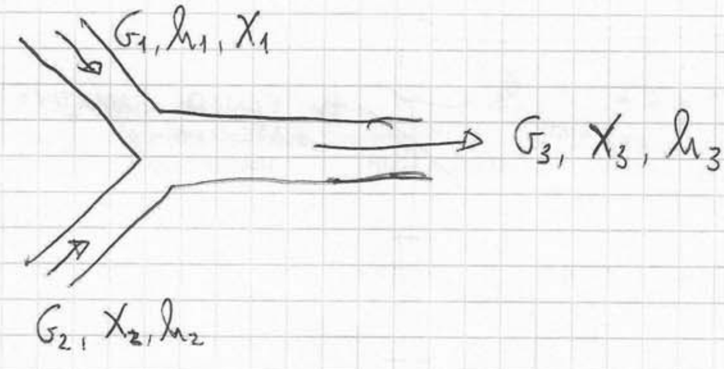



$\downarrow T$

$\uparrow X$

$\uparrow \varphi$

## 4) MISCELAZIONE DI CORRENTI DI ARIA UMIDA




$G_1 + G_2 = G_3$ BILANCIO ARIA SECCA

$G_1 X_1 + G_2 X_2 = (G_1 + G_2) X_3$ BILANCIO VAPORE

$G_1 h_1 + G_2 h_2 = (G_1 + G_2) h_3$ BILANCIO ENERGIA

(NON E' ALTRO CHE UN BILANCIO DI PORTATE ENTALPICHE)

DALLA 2ª $\Rightarrow G_1(X_1 - X_3) = G_2(X_3 - X_2)$

" 3ª $\Rightarrow G_1(h_1 - h_3) = G_2(h_3 - h_2)$

$G^{e}_{a\,INF}$ , $G^{u}_{a\,INF}$ PORTATE DI ARIA LEGATE ALLE INFILTRAZIONI, e ENTRANTI , u USCENTI

$$P_{INF} = G^{u}_{a,INF}\, h^{u}_{a,INF} - G^{e}_{a,INF}\, h^{e}_{a,INF}$$

POTENZA LEGATA ALLE INFILTRAZIONI

ULTIMO TERMINE DA CONSIDERARE E' LEGATO AGLI IMPIANTI. 2 SITUAZIONI:
1) IMPIANTI CHE UTILIZZANO COME FLUIDO DI PROCESSO ACQUA
2) ED " " ARIA

1) $G^{e}_{f\,IM}$ $G^{u}_{f\,IM}$ ABBIAMO UN CIRCUITO CHIUSO, LA PORTATA IN MASSA NON RIENTRA NEL BILANCIO DI MASSA DELL'AMBIENTE (es. RADIATORI)

2) $G^{e}_{a\,IM}$ $G^{u}_{a\,IM}$ es. UN IMPIANTO AD ARIA CHE PRESUPPONE UN INGRESSO DI UNA PORTATA DI ARIA E POI UN'ESTRAZIONE DELLA STESSA. IL FLUIDO INTERAGISCE CON L'AMBIENTE STESSO

$$P_{IM} = G^{e}_{f,IM}\, h^{e}_{f,IM} - G^{u}_{f,IM} \cdot h^{u}_{f,IM} + G^{e}_{a,IM}\, h^{e}_{a,IM} - G^{u}_{a,IM}\, h^{u}_{a,IM}$$

POTENZA ASSOCIATA AGLI IMPIANTI

IL BILANCIO COMPLESSIVO PUO' ESSERE SCRITTO

$$P_{IM} = -\,\Phi_{TOT} - P_{e} + P_{INF}$$

+ SE FORNITA AL SISTEMA

+ SE FLUSSO TERMICO ENTRANTE NELL'AMBIENTE

E' SEMPRE FORNITO ALL'AMBIENTE.

PERCHE' E' STATA ESPRESSA USCENTE – ENTRANTE

2 SITUAZIONI TIPICHE

1) INVERNALE

TIPICAMENTE $\Phi_{TOT} < 0$ (FLUSSO USCENTE)

PERCHE $\Phi_{V} < 0 \to$ TIPICAMENTE USCENTE DALL'AMBIENTE, CIOE' $T_{AMBIENTE\ INTERNO} > T_{AMB.\ ESTERNO}$

$\Phi_{r}$ E' POSITIVO MA SPESSO TRASCURABILE

$\Phi_{P}$ E' POSITIVO; DI SOLITO E' PICCOLO TRANNE ALCUNI CASI (es AULA PIENA DI PERSONE)

$\Phi_{el}$ E' POSITIVO; IN CONDIZIONI NORMALI E' TRASCURABILE TRANNE CASI PARTICOLARI (es. CONDIZIONAMENTO DI CENTRO DI CALCOLO)

UGUAGLIANDO

$$G_{a,IM}\left(h^{e}_{a,IM} - h^{u}_{a,IM}\right) = -\phi_{TOT} - G_v h_v$$

L'ALTRA EQ DI BILANCIO CHE POSSO SCRIVERE PER L'AMBIENTE E' ASSOCIATA ALLA PORTATA DI VAPORE

$$\underbrace{G_{a,IM} \cdot X^{e}}_{\text{IN INGRESSO}} + \overset{\text{GENERATA ALL'INTERNO}}{G_v} = \underbrace{G_{a,IM}\, X^{u}}_{\text{IN USCITA}}$$

SOST. $G_v$ SOPRA

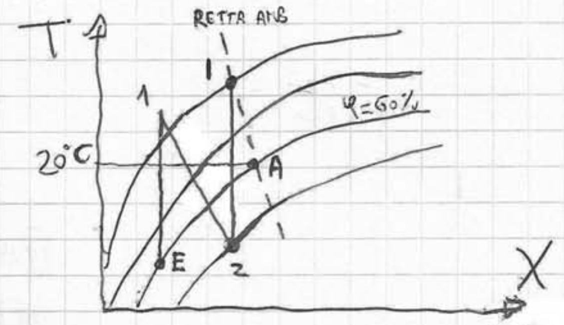
$$G_{a,IM}\left(h^{e}_{a,IM} - h^{u}_{a,IM}\right) = -\phi_{TOT} - G_{a,IM}\left(X^{u} - X^{e}\right) \cdot h_v$$

DIVIDO $\times\, G_{a,IM}$

$$\boxed{h^{e}_{a} - h^{u}_{a} = \frac{-\phi_{TOT}}{G_a} - \left(X^{u} - X^{e}\right) h_v}$$

E' L'EQUAZIONE DI UNA RETTA CHE RAPPRESENTA IL BILANCIO DELL'AMBIENTE (RETTA AMBIENTE) TRA LE CONDIZIONI DI INGRESSO E DI USCITA DELL'ARIA.
FISSANDO LE CONDIZIONI DI T E $\varphi$ CHE IO VOGLIO OTTENERE ALL'INTERNO DELL'AMBIENTE, TRAMITE QUESTA EQUAZIONE RICAVO LE CONDIZIONI DI INGRESSO AFFINCHE' SIA SODDISFATTO IL BILANCIO ENERGETICO.
QUINDI L'EQUAZIONE STABILISCE UN VINCOLO SULLE CONDIZIONI CHE DEVE AVERE L'ARIA IN INGRESSO.

CASO INVERNALE

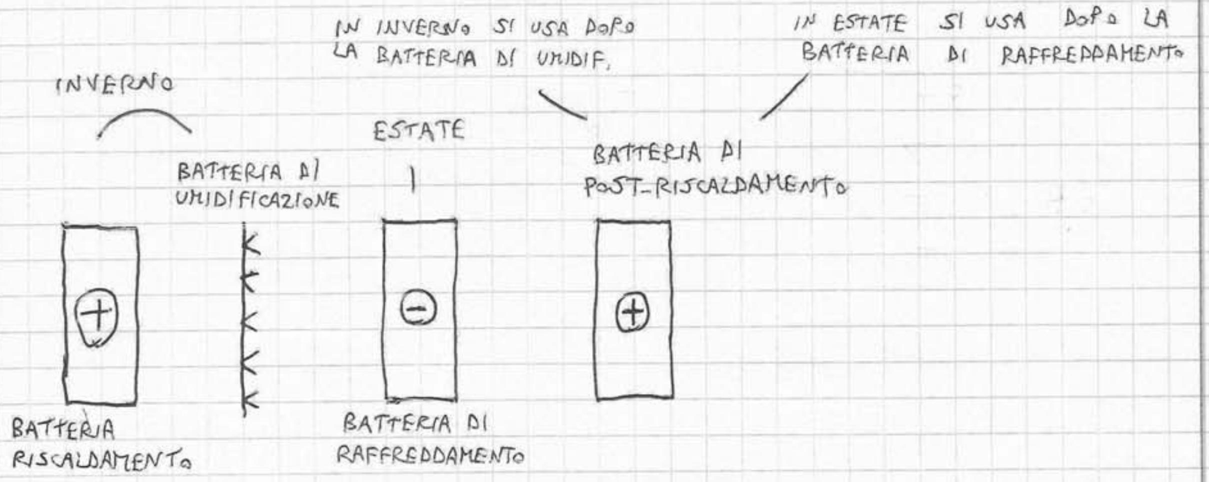



A = CONDIZIONE CHE VOGLIO OTTENERE ALL'INTERNO DELL'AMBIENTE
I = CONDIZIONI DI IMMISSIONE DELL'ARIA. SI DOVRA' TROVARE SULLA RETTA AMB. MA DOVE? SE SCELGO $h_I$ VICINO AD $h_A$ DOVRO' ASSOCIARE UNA PORTATA MOLTO GRANDE. AL CONTRARIO SE SCELGO UNA $T_I$ LONTANA DA $T_A$ (MAGGIORE SALTO ENTALPICO) LA PORTATA DEVE ESSERE MOLTO RIDOTTA. CI DEVE ESSERE UN COMPROMESSO TRA TEMPERATURA DI IMMISSIONE DELL'ARIA E LA PORTATA CHE E' NECESSARIO FORNIRE.
NORMALMENTE SI SCEGLIE UNA TEMP. DI IMMISSIONE DELL'ARIA NON TROPPO LONTANA DALLA T DESIDERATA PER L'AMBIENTE (15-20 °C SUPERIORE A $T_A$).

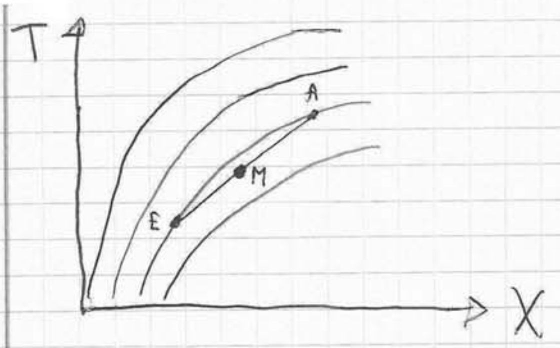
IN INVERNO L'ARIA ESTERNA SI TROVA A BASSA TEMP E SUPPONIAMO A $\varphi = 60\%$ (PUNTO E); ANCHE X E' MOLTO BASSO.
NOI VOGLIAMO AUMENTARE LA TEMPERATURA E IL TITOLO. DOBBIAMO ESEGUIRE LE SEGUENTI OPERAZIONI:

- RISCALDAMENTO (E $\rightarrow$ 1)
- UMIDIFICAZIONE FINO AD OTTENERE IL TITOLO DELL'ARIA CHE VOGLIO IMMETTERE (ISOENTALPICA 1 $\rightarrow$ 2)
- SECONDO RISCALDAMENTO (2 $\rightarrow$ I)

L'UMIDIFICAZIONE FINO A $\varphi = 100\%$ E' IDEALE, NELLA PRATICA NON E' POSSIBILE (IN REALTA SI ARRIVA A $\varphi = 95-97\%$)




- SE DOBBIAMO CALCOLARE LE POTENZE ASSOCIATE AGLI SCAMBIATORI DI CALORE, IL CALCOLO VA FATTO SEPARATAMENTE PER OGNI TRASFORMAZIONE, CONSIDERANDO LA PORTATA PER IL SALTO DI ENTALPIA.
- RISPETTO ALLE CONDIZIONI CHE ABBIAMO ANALIZZATO, SPESSO SI USA UN RICIRCOLO DI ARIA: INVECE CHE BUTTARE VIA TUTTA L'ARIA CHE VIENE ESTRATTA E CHE SI TROVA NELLE CONDIZIONI AMBIENTE, È POSSIBILE MISCELARE QUESTA PORTATA USCENTE CON LA PORTATA D'ARIA ESTERNA




A = PORTATA D'ARIA AMBIENTE

E = PORTATA D'ARIA ESTERNA

SE VADO A MISCELARE 'A' ED 'E', IL PUNTO DI MISCELAZIONE 'M' SI TROVA SULLA CONGIUNGENTE I 2 PUNTI, E COMUNQUE SI TROVA IN CONDIZIONI TERMODINAMICHE VICINE A QUELLE CHE VOGLIO OTTENERE.
QUESTA MISCELAZIONE PORTA DEI BENEFICI IN QUANTO RIDUCE LA POTENZA RICHIESTA PER IL CONDIZIONAMENTO.
IL LIMITE È CHE UNA CERTA PORTATA D'ARIA COMUNQUE DEVE ESSERE RINNOVATA PER NON AVERE CATTIVI ODORI.

FLUIDO R134a SOST. NUMERI CON LETTERE

SONO STATI TROVATI I SEGUENTI VALORI

| | $t$ (°C) | $p$ (bar) | $h$ (KJ/Kg) | $s$ (KJ/Kg K) |
|---|---|---|---|---|
| STATO 1 | 3 | 3,26 | −21,067 | −0,16550 |
| STATO 2 | 34,655 | 7,701 | −1,39 | −0,1591 |

SCRIVIAMO IL 1° PRINCIPIO PER I SIST. APERTI

$$\phi - W_t = \frac{d}{dt}(E_t)_{vc} + \sum \pm G_K (h + e_c + e_p)_K$$

+ USCENTI DAL VC
− ENTRANTI NEL VC

APPLICHIAMO IL 1° P. AI COMPONENTI DELL'IMPIANTO, SONO DEI SIST. APERTI.

PER IL COMPRESSORE $\underbrace{-l_c}_{\text{LAV. COMPR.}} = h_2 - h_1$ ADIABATICO (NO SCAMBIO POT. MEC. CON L'ESTERNO)

PER IL CONDENSATORE $q_1 = h_3 - h_2$ TRASF. ISOBARA (SI TRASCURANO LE CADUTE DI $p$)

VALVOLA LAMINAZIONE $h_3 = h_4$ ADIABATICA E NO SCAMBIO EN. MEC. CON L'ESTERNO

EVAPORATORE $q_2 = h_1 - h_4$ STESSE CONSIDERAZIONI CONDENS.

TALI SIST. SI STUDIANO IN CONDIZ. STAZIONARIE, SI TRASCURANO LE VARIAZIONI DI $e_c$ ED $e_p$.

ALCUNE GRANDEZZE SIGNIFICATIVE SONO DI SEGUITO:

$l_c = -19{,}667$ KJ/Kg $\qquad q_1 = -177{,}135$ KJ/Kg

CEDE ALL'EST.

$q_2 = 157{,}468$ KJ/Kg

COP $= 8{,}007$ (MOLTO ALTO PERCHE' LE $T$ ESTREME SONO VICINE)

ANALISI DI 2° PRINCIPIO, SCRIVIAMO L'EQ. x I SIST. APERTI

$$\frac{d}{dt}(S)_{vc} + \sum \pm G_K s_K = \sum \frac{\phi_i}{T_i} + S_{irr}$$

$T_i$ → DELLA SORGENTE DEL POZZO CON CUI IL SIST. SCAMBIA LA POT. TERM. $\phi_i$

CALCOLARE $S_{irr}$: ENTROPIA GENERATA PER LE IRREVERSIBILITA' DA OGNI SINGOLO COMPONENTE

→ DA' UNA MISURA DELL'EXERGIA DISTRUTTA

COMPRESSORE $S_{irr} = G_R (s_2 - s_1)$

CONDENSATORE $S_{irr} = G_R (s_3 - s_2) - \dfrac{\phi_1}{T_1}$

LAMINAZIONE $S_{irr} = G_R (s_4 - s_3)$

EVAPORATORE $S_{irr} = G_R (s_1 - s_4) - \dfrac{\phi_2}{T_2}$

IN QUESTO CASO IL PRODOTTO E' L'EXERGIA ASSOCIATA AL FLUSSO USCENTE DALLA VALV. DI LAM., MENTRE LA RISORSA E' L'EXERGIA DEL FLUIDO ENTRANTE NELLA VALV. LAM.

$$0 = G_R (b_4 - b_3) + T_0 \Sigma_{irr}$$

PARTE DELL'EX. VERRA' CONTENUTA NEL FLUIDO NELLA CONDIZIONE 4

$$\varepsilon_{LAM} = \frac{G_{b_4}}{G_{b_3}} \qquad G_{b_3} = G_{b_4} + \Psi_i$$

E PARTE VERRA' DISSIPATA PER IRREVERSIBILITA'

* EVAPORATORE : QUI SI HA L'EFFETTO UTILE DEL NOSTRO IMPIANTO
CI ASPETTIAMO CHE IL FLUIDO PERDA ANCORA PARTE DELLA SUA EX. MECC. CON L'OBIETTIVO DI SOTTRARRE LA POT. TERM. $\phi_2$ E MANTENERE IL TERMOSTATO $T_2$ AD UNA T + BASSA DI QUELLA DELLA BIOSFERA

$$\Phi_2 \left(1 - \frac{T_0}{T_2}\right) = G_R (b_1 - b_4) + \Psi_i$$

$$(G_{b_4} - G_{b_1}) = -\phi_2 \left(1 - \frac{T_0}{T_2}\right) + \Psi_i$$

$$\varepsilon_{EVAP} = \frac{-\Phi_2 \left(1 - \frac{T_0}{T_2}\right)}{G_{b_4} - G_{b_1}}$$

PARTE DELL'EX. CHE CONTIENE IL FLUIDO IN 4 E' UTILIZZATA PER RAFFREDDARE L'AMBIENTE ED IN PARTE VIENE DISSIPATA.

I VALORI TROVATI DELLE EX. DISTRUTTE DA OGNI COMPONENTE SONO:
(O EN. MECC. DISSIPATA)

$\Psi_{i\,COMP} = 0{,}107$ KW $\qquad \varepsilon = 90{,}46$ %

$\Psi_{i\,COND} = 0{,}34$ KW $\qquad \varepsilon = 0$ %

$\Psi_{i\,LAM} = 0{,}117$ KW $\qquad \varepsilon = 94{,}77$ %

$\Psi_{i\,EVAP} = 0{,}24$ KW $\qquad \varepsilon = 56{,}9$ %

QUAL E' LA POTENZA MECCANICA MINIMA NECESSARIA A FAR FUNZIONARE IL CICLO IN MODO IDEALE ? DATE LE T DEI 2 TERMOSTATI, IL CICLO INVERSO CHE HA LA MASSIMA EFFICIENZA E' IL CICLO DI CARNOT CHE LAVORA TRA QUESTE T.

$$\eta_{CARN} = \frac{T_2}{T_1 - T_2} = \frac{\phi_e}{W_{min}}$$

$W_{min} = -0{,}317$ KW NELLE CONDIZIONI IDEALI SAREBBE NECESSARIO FORNIRE TALE POTENZA

NON E' UNA REAZIONE COMPLETA, IN QUANTO SI HANNO ANCHE DELLE REAZIONI LATERALI ENDOTERMICHE CHE CREANO DEI PRODOTTI DI COMBUSTIONE DIVERSI, MA NON CI INTERESSA.

- SCRIVIAMO IL 1° PR. (x SIST. APERTI) IN CONDIZIONI STAZIONARIE, E TRASCURIAMO LE VARIAZIONI DI EN. CINETICA ED EN. POTENZIALE.

$$\Phi - W_t = \sum \pm G_K h_K$$

$\Phi$ NON E' LA POTENZA TERMICA CHE SI GENERA DALLA REAZIONE (QUESTA LA VEDO NELL' $h$ DEL FLUIDO IN USCITA DAL VC), MA E' UN FLUSSO CHE ATTRAVERSA VC, SE IL SISTEMA NON E' ADIABATICO OVVIAMENTE.

$W_t = 0$ NON VIENE FATTO LAVORO VERSO L'ESTERNO

QUANDO CI SONO REAZIONI CHIMICHE: 1) SI PREFERISCE RIFERIRE LE GRANDEZZE ESTENSIVE ALLE MOLI E NON ALLA MASSA.
USEREMO IL TRATTINO PER EVIDENZIARE LE GRANDEZZE MOLARI.

2) CONSIDERARE ENTALPIA DI FORMAZIONE DEL COMPOSTO: EN. ASSORBITA O RILASCIATA QUANDO UN COMPOSTO SI FORMA A PARTIRE DAI SUOI ELEMENTI.
COMPOSTO ED ELEMENTI SI CONSIDERANO IN CONDIZIONI STANDARD DI RIFERIM.

$T = 25\,°C$ $\quad P = 1\ bar$ CI SONO COMPOSTI CHE IN TALI CONDIZIONI SONO STABILI (ES. IDROGENO LO TROVIAMO COME $H_2$) ED HANNO ENTALPIA DI FORMAZIONE $= 0$. CI SONO ALTRI COMPOSTI, AD ES. $CO_2$ CHE E' STABILE IN CONDIZ. STANDARD, COSI' COME I SUOI ELEMENTI, MA BISOGNA ASSOCIARE A $CO_2$ L'ENTALPIA DI FORM.

$$\bar{h}_K = \bar{h}_f^{\,0} + \bar{h}_K(T) - \bar{h}_K(T_{RIF})$$

L'ENTALPIA DI FORMAZIONE E' TABULATA

$\bar{h}_K$: ENTALPIA DI UN COMPOSTO K; $\bar{h}_f^{\,0}$: ENT. DI FORMAZIONE IN COND. STANDARD; $\bar{h}_K(T)$: ENT. CALCOLATA NELLE CONDIZ. CHE VOGLIO STUDIARE; $\bar{h}_K(T_{RIF})$: ENT. NELLE CONDIZ. DI RIFERIMENTO

$\Phi = 0$ (SISTEMA ADIABATICO) E $W_t = 0$

$$0 = \sum \bar{G}_{p_i} \bar{h}_{p_i} - \sum \bar{G}_{r_i} \bar{h}_{r_i}$$

P = PRODOTTI
r = REAGENTI

SOMMAT. DEI PRODOTTI DI REAZIONE CHE FUORIESCONO DAL VC x $h$ PRODOTTI; SOMMAT. REAGENTI x $h$ REAGENTI

SERVE PER TROVARE LA TEMPERATURA ADIABATICA DI FIAMMA (DA $h_{r_i}$).
IN INGRESSO CONOSCIAMO TUTTO: n MOLI, T (TEMP. AMBIENTE); LE MOLI ALL'USCITA LE CONOSCIAMO PERCHE' DIPENDONO DALLA STECHIOMETRIA, QUINDI L'INCOGNITA E' L'ENTALPIA DEI REAGENTI ⇒ TROVIAMO LA T CHE I PRODOTTI DI COMBUSTIONE HANNO ALL'USCITA DAL VC.

- SCRIVIAMO IL 2° PR. IN COND. STAZIONARIE

$$\sum \pm \bar{G}_K \bar{s}_K = \sum \frac{\Phi_i}{T_i} + \Sigma_{irr}$$

SCRIVIAMO IL 2° PR. IN QUESTO MODO

$$\frac{\phi_0 / \bar{G}_F}{T_0} + \bar{s}_F + \left(\alpha + \frac{\beta}{4}\right)\bar{s}_{O_2} - \alpha\,\bar{s}_{CO_2} - \frac{\beta}{2}\bar{s}_{H_2O} = \frac{\bar{\Sigma}_{irr}}{\bar{G}_F}$$

COMBINANDO

$$\frac{W_t}{\bar{G}_F} = \left[h_F + \left(\alpha + \frac{\beta}{4}\right)\bar{h}_{O_2} - \alpha\,\bar{h}_{CO_2} - \frac{\beta}{2}\bar{h}_{H_2O}\right] +$$

$$- T_0\left[\bar{s}_F + \left(\alpha + \frac{\beta}{4}\right)\bar{s}_{O_2} - \alpha\,\bar{s}_{CO_2} - \frac{\beta}{2}\bar{s}_{H_2O} + \frac{\Sigma_{irr}}{\bar{G}_F}\right]$$

CI INTERESSA IL LAVORO MASSIMO. QUINDI ...

... SE $\Sigma_{irr} = 0$ QUEL RAPPORTO E' L'EXERGIA CHIMICA DEL COMBUSTIBILE; E' LA POTENZA MECCANICA MASSIMA CHE SI PUO' OTTENERE A PARTIRE DAL COMBUST.

$$\bar{e}_{ch} = \Big[\underbrace{\bar{g}_F + \bar{g}_{O_2}\left(\alpha + \frac{\beta}{4}\right)}_{\text{EN. LIBERA REAGENTI}} - \underbrace{\alpha\,\bar{g}_{CO_2} - \frac{\beta}{2}\bar{g}_{H_2O}}_{\text{EN. LIBERA PRODOTTI}}\Big] \leftarrow (T_0, P_0)$$

EX. CHIMICA — CALCOLATE A $(T_0, P_0)$

$\bar{g}$ = EN. LIBERA DI GIBBS $(h - Ts)$

$$+ \bar{R}T_0 \ln \frac{\left(y^e_{O_2}\right)^{\alpha + \beta/4}}{\left(y^e_{CO_2}\right)^{\alpha}\left(y^e_{H_2O}\right)^{\beta/2}}$$

→ TERMINE RELATIVO ALLE PRESSIONI PARZIALI DEI COMPOSTI

• CASO MISCELA DI GAS CHE SI TROVA IN EQUILIBRIO CON LA BIOSFERA $(T_0, P_0)$ DEFINITA DA SOSTANZE PRESENTI COME GAS NELL'AMBIENTE. ← (IL COMBUSTIBILE NON LO ERA)
DOBBIAMO CALCOLARE L'EXERGIA DI UNA MISCELA DI GAS DOVE, LA COMPOSIZIONE CHIMICA DEI GAS NELLA MISCELA E' DIVERSA DALLA COMPOSIZIONE CHIMICA CHE QUESTI GAS AVREBBERO NELLA BIOSFERA.
QUESTO DISEQUILIBRIO CHIMICO EVIDENZIA IL FATTO CHE SU QUESTA MISCELA E' STATO FATTO DEL LAVORO OPPURE E' POSSIBILE OTTENERE LAVORO DA ESSA. ANCHE IN QUESTO CASO IL LAVORO MASSIMO VIENE CHIAMATO EXERGIA CHIMICA DELLA MISCELA. POICHE' STAVOLTA I COMPOSTI CHIMICI DELLA MISCELA SONO UGUALI A QUELLI DELLA BIOSFERA, $\bar{g}$ NON COMPARE

$$\bar{e}_{ch} = \underbrace{\bar{R}}_{\frac{kJ}{kmol\cdot K}} T_0 \sum \underbrace{\nu_i}_{\text{COEFF. STECHIOM.}} \ln \frac{y_i}{y_i^e}$$

$y_i$ ← FRAZ. MOLARE CHE IL COMPOSTO HA NELLA MISCELA

$y_i^e$ ← FRAZ. MOLARE CHE IL COMPOSTO HA NELLA BIOSFERA

ES.

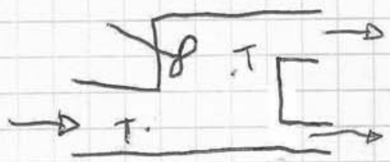
$$CH_4 + 2{,}8\,(O_2 + 3{,}76\,N_2) = CO_2 + 2H_2O + 10{,}53\,N_2 + 0{,}8\,O_2$$

REAZIONE DI COMBUSTIONE METANO CON ECCESSO D'ARIA 140%

$CO_2$, $H_2O$, $N_2$ ED $O_2$ SONO COMPOSTI PRESENTI IN BIOSFERA E PENSIAMO CHE SIANO IN DISEQUILIBRIO CHIMICO CON ESSA, OLTRE CHE ESSERE IN DISEQUILIBRIO TERMOMECCANICO (I FUMI PROBABILMENTE SARANNO CALDI).

TERMOMECCANICA DEI CORPI CONTINUI

NEL CORPO OMOGENEO SE ABBIAMO UN VOLUME DI CONTROLLO —




$\rho(t)$ ← ESEMPIO

— QUALUNQUE GRANDEZZA DIPENDE SOLO DAL TEMPO.

CON IL CORPO CONTINUO NOI VOGLIAMO TRATTARE ANCHE UNA DISTRIBUZIONE SPAZIALE DI QUELLE GRANDEZZE

IPOTESI CHE IL CORPO SIA COMPLETAMENTE PIENO, NESSUN PUNTO DEL CORPO E' PRIVO DI MATERIA.

LA DENSITÀ AD ESEMPIO PUÒ ESSERE ESPRESSA, IMMAGINANDO DI PRENDERE UN VOLUMETTO DI MATERIA

$$\rho = \frac{\Delta M}{\Delta V}$$

LA FORMULAZIONE FORMALE DI CC SI OTTIENE TRAMITE UN PASSAGGIO AL LIMITE

$$\rho = \lim_{\Delta V \to 0} \frac{\Delta M}{\Delta V}$$ → IMPLICA LA CONTINUITÀ DELLA MATERIA.

$\rho(x, y, z, t)$ FUNZIONE DI SPAZIO E TEMPO

PARLEREMO DI CAMPO PER INDICARE LA DISTRIBUZIONE SPAZIALE DI UNA GRANDEZZA

PASSAGGIO TRA IL SISTEMA LAGRANGIANO ED EULERIANO

SIST. LAGR: SISTEMA DI RIF. INERZIALE (FISSO NEL TEMPO)

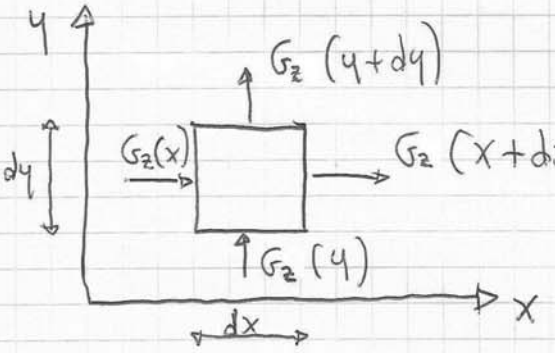
SIST. EUL: TERNA DI ASSI SOLIDALE CON UN CORPO IN MOVIMENTO

QUESTA EQUAZIONE MI DICE CHE SE ENTRA 1 Kg/s DI ACQUA ATTRAVERSO LA SUPERFICIE DI CONTROLLO, QUELLA MASSA SI STA ACCUMULANDO ALL'INTERNO DEL VOLUME DI CONTROLLO

$$\left(\frac{\partial M}{\partial t}\right)_{VC} - \overset{\text{PORTATA ENTRANTE}}{G_{im}} = 0 \quad \frac{dM}{dt}$$

- BILANCIO DI UNA GENERICA GRANDEZZA

IL VC CHE CONSIDEREREMO E' TIPICAMENTE UN VOLUME INFINITESIMO.
PER SEMPLICITA' SCRIVEREMO IL BILANCIO IN 2 DIMENSIONI




$G_z$ SAREBBE $G \cdot z$

$$\partial V = dx\,dy$$

SE VOGLIO SCRIVERE IL BILANCIO DEL TERMINE $\sum G_i z_i$ DEVO CONSIDERARE QUEI 4 CONTRIBUTI

LE $G_z$ ENTRANTI POSSONO (MODIFICARSI) ENTRANDO NEL VC O PERCHE' VARIA $G$ O PERCHE' VARIA $z$

$$G_z(x+dx) = \underset{}{\overset{\text{INGRESSO}}{G_z(x)}} + \overset{\text{VARIAZIONE ALL'INTERNO DEL VC}}{\frac{\partial G_z(x)}{\partial x}\,dx}$$

$$G_z(y+dy) = G_z(y) + \frac{\partial G_z(y)}{\partial y}\,dy$$

EQUAZIONE DI CONSERVAZIONE DELLA MASSA

$$\boxed{\left(\frac{\partial M}{\partial t}\right)_{VC} + \sum_{i=1}^{nc} G_i = 0}$$

ADESSO SCRIVIAMOLA PER QUEL VOLUME DI CONTROLLO, QUINDI...

$$\left(\frac{\partial M}{\partial t}\right)_{VC} = \frac{\partial}{\partial t}\overset{\text{DENSITA' x VOLUME}}{(\rho\,dx\,dy)} = \frac{\partial \rho}{\partial t}\,dx\,dy$$

IL VOLUME DI CONTROLLO E' FISSATO NEL TEMPO, NON VARIA, ED OSSERVO COSA SUCCEDE AL SUO INTERNO, DI FATTO, E' INDEFORMABILE

POSSIAMO SEMPLIFICARE INTRODUCENDO LA....
DERIVATA SOSTANZIALE DI UNA GENERICA GRANDEZZA CHE DIPENDE DALLO SPAZIO E DAL TEMPO. LE COORDINATE DEL CORPO X, Y POSSONO A LORO VOLTA CAMBIARE NEL TEMPO

$$\frac{Dz(x,y,t)}{Dt} = \frac{\partial z}{\partial t} + \frac{\partial z}{\partial x}\underbrace{\frac{\partial x}{\partial t}}_{u} + \frac{\partial z}{\partial y}\underbrace{\frac{\partial y}{\partial t}}_{v}$$

SE z E' LA NOSTRA $\rho$

$$\frac{D\rho}{Dt} = \frac{\partial \rho}{\partial t} + u\frac{\partial \rho}{\partial x} + v\frac{\partial \rho}{\partial y}$$

SOSTITUISCO QUESTI 3 TERMINI CON GLI ALTRI 2 DELL' EQUAZIONE IN FONDO ALLA PAGINA PRECEDENTE

$$\frac{D\rho}{Dt} + \rho\frac{\partial u}{\partial x} + \rho\frac{\partial v}{\partial y} = 0$$

$$\underbrace{\nabla \cdot \bar{v}}_{\text{DIVERGENZA DELLA VELOCITA'}} = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y}$$

COMPLESSIVAMENTE

$$\boxed{\frac{D\rho}{Dt} + \rho\nabla \cdot \bar{v} = 0}$$

EQUAZIONE DI CONTINUITA'
(EQ. DI CONSERVAZIONE MASSA PER UN CC)

SI PUO' SEMPLIFICARE SE IL CORPO PUO' ESSERE TRATTATO COME INCOMPRIMIBILE ($\rho$ NON VARIA NEL TEMPO)

$$\frac{D\rho}{Dt} = 0 \Rightarrow \boxed{\nabla \cdot \bar{v} = 0}$$

VALE PER I CORPI LIQUIDI E, PER I GAS SE LA VELOCITA' E' SUFFICIENTEMENTE BASSA RISP. A QUELLA DEL SUONO
(NUMERO DI MACH PICCOLO $\sim 0,1$)

ALTRA CONSIDERAZIONE ...

IL CONCETTO DI DERIVATA SOSTANZIALE PUÒ ESSERE UTILIZZATO PER ESPRIMERE IN MODO PIU' COMPATTO LE EQUAZIONI DI CONSERVAZIONE

TERMINE DI ACCUMULO DI Z — TERMINE DI BILANCIO AL VC

$$\frac{\partial \rho z}{\partial t} + \nabla \cdot \rho \bar{V} z$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} \cdot z + \rho \frac{\partial z}{\partial t} + z \cdot \nabla \cdot \rho \bar{V} + \rho \bar{V} \cdot \nabla z$$

RACCOGLIAMO Z

$$z \underbrace{\left( \frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot \rho \bar{V} \right)} + \rho \left( \frac{\partial z}{\partial t} + \bar{V} \cdot \nabla z \right)$$

RAPPRESENTA L'EQ. DI CONTINUITÀ. TALE TERMINE = 0

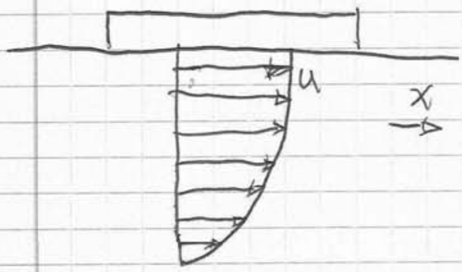
QUINDI

$$\frac{\partial \rho z}{\partial t} + \nabla \cdot \rho \bar{V} z = \rho \left( \frac{\partial z}{\partial t} + \bar{V} \cdot \nabla z \right)$$

$$\underbrace{\rho \left( \frac{\partial z}{\partial t} + u \cdot \frac{\partial z}{\partial x} + v \cdot \frac{\partial z}{\partial y} \right)}_{\rho \frac{Dz}{Dt}}$$

QUESTA PARENTESI È LA DERIVATA SOSTANZIALE DI Z RISPETTO AL TEMPO

CLASSICO ESEMPIO CHE SI FA QUANDO SI INTRODUCE LA TENSIONE VISCOSA È UN FLUIDO STAZIONARIO CON SOPRA UNA LAMINA CHE VIENE POSTA IN MOVIMENTO, SI CREA UNA DISTRIBUZIONE DI VELOCITA' DEL TIPO IN FIGURA A CAUSA DELLA PROPRIETA' DEL FLUIDO DI ESSERE VISCOSO




LA PRESSIONE INVECE, CONTINUA AD ESSERE PRESENTE ANCHE QUANDO IL CORPO È FERMO.

LE FORZE DI CAMPO SI POSSONO INDICARE CON UN VETTORE $\overline{X}$ CHE HA COMPONENTI $(X, Y)$ PER IL VOLUME

$$\overline{F}_{es,d} = \overline{X}_{dxdy} \begin{cases} X_{dxdy} \\ Y_{dxdy} \end{cases}$$

AD ESEMPIO NEL CASO DELLA GRAVITA SARÀ $\rho g$. SE $y$ E' LA DIREZIONE PERPENDICOLARE AL TERRENO $\Rightarrow X = 0$ E $Y = -\rho g$

FORMULIAMO IL BILANCIO DI FORZE CHE AGISCONO SUL VOLUME CONSIDERATO.
IL BILANCIO VA FATTO PER LA DIREZIONE $x$ E $y$.
NOI LO FACCIAMO SOLO PER LA $x$ IN QUANTO PER LA $y$ E' IDENTICO.

$$-\cancel{\tau_{xx}\,dy} + \left(\cancel{\tau_{xx}} + \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x}dx\right)\cdot dy - \cancel{\tau_{yx}\cdot dx} + \left(\cancel{\tau_{yx}} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y}dy\right)dx$$

$$+\cancel{p\,dy} - \left(\cancel{p} + \frac{\partial p}{\partial x}dx\right)dy + X\cdot dx\,dy = F_{es,x}$$

FORZE CHE AGISCONO DALL'ESTERNO NELLA DIREZIONE $x$

$$F_{es,x} = \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x}dx\,dy + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y}dy\,dx - \frac{\partial p}{\partial x}dx\,dy + X\,dx\,dy$$

ANALIZZIAMO IL 2° TERMINE DELL'EQ. DI CONSERVAZIONE DELLA QUANTITA' DI MOTO.
LA VARIAZIONE DELLA QUANTITA' DI MOTO NEL TEMPO NELLA RAPPR. EULERIANA È

$$\frac{d\overline{Q}_M}{dt} = \frac{\partial \overline{Q}_M}{\partial t} + \sum_{i=1}^{mc} G_i\,\overline{V}_i$$

ESSENDO $Q = mv$, LA GRANDEZZA TRASPORTATA E' UNA VELOCITA'

$$\frac{\partial \overline{Q}_M}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t}\left(\overbrace{\rho\,dx\,dy}^{\text{DENSITA' x VOLUME}}\,\overline{v}\right)$$

Q = DENSITA' x VOLUME x VELOCITÀ

$$u\overbrace{\left(\frac{\partial \rho}{\partial t}+\frac{\partial \rho u}{\partial x}+\frac{\partial \rho v}{\partial y}\right)}^{\substack{\text{EQ. DI CONTINUITÀ}\\ =0}}=0$$

LA DERIVATA SOSTANZIALE DI UNA GENERICA GRANDEZZA ESTENSIVA $Z$ È:

$$\frac{DZ}{Dt}=\left(\frac{Dz\rho}{Dt}\right)dx\,dy=\rho\frac{Dz}{Dt}dx\,dy$$

PERCHÉ NELLO SVILUPPO DEI VARI TERMINI, SI RICONOSCONO I TERMINI DELL'EQUAZIONE DI CONTINUITÀ

I RESTANTI TERMINI DEL 2° MEMBRO DI (*) SONO LA DERIVATA DI Q

$$(\#)\quad \frac{dQ_{M,x}}{dt}=\frac{d(\rho u)}{dt}dx\,dy=\rho\frac{Du}{Dt}dx\,dy$$

RACCOGLIENDO I TERMINI RESIDUI DEL 2° TERMINE

$$=\rho\left(\frac{\partial u}{\partial t}+u\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial u}{Dy}\right)=\rho\frac{Du}{Dt}$$

E TUTTO CIÒ VALE SENZA AVER FATTO L'IPOTESI DI INCOMPRIMIBILITÀ, QUINDI VALE SEMPRE

$$\boxed{\frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x}+\frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y}-\frac{\partial p}{\partial x}+X=\rho\frac{Du}{Dt}}$$ – PER LA DIREZIONE X (*)

ANALOGA ESPRESSIONE SI PUÒ SCRIVERE PER LA DIREZIONE y

$$\underbrace{\frac{\partial \tau_{yy}}{\partial y}+\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x}}_{\nabla\cdot\overline{\tau}\,dx\cdot dy}-\frac{\partial p}{\partial y}+Y=\rho\frac{Dv}{Dt}$$

$\tau$: TENSORE DEGLI SFORZI

~~APPROCCIO C~~ ALTRO APPROCCIO

ALLE STESSE EQUAZIONI POTEVAMO GIUNGERE SCRIVENDO AD 2D, IL BILANCIO RELATIVO ALLE TENSIONI DI NATURA VISCOSA USANDO DIRETTAMENTE LA DIVERGENZA.
$\nabla\cdot\tau$ È IL VETTORE CHE CONTIENE TUTTI I CONTRIBUTI DELLE TENSIONI

$$\begin{bmatrix} p & 0 & 0\\ 0 & p & 0\\ 0 & 0 & p\end{bmatrix}$$

PER QUANTO RIGUARDA LA PRESSIONE, SE NOI LA RAPPRESENTIAMO IN UN ANALOGO TENSORE DEGLI SFORZI, QUEL TENSORE SAREBBE DIAGONALE. TALE TENSORE DEGENERA IN UN GRADIENTE, QUINDI IL BILANCIO DIVENTA

$$\nabla p\,dx\,dy$$

LA $p$ SI COMPORTA COME UNO SCALARE

POSSIAMO SCRIVERLE IN FORMA VETTORIALE

$$\boxed{\mu \cdot \nabla^2 \bar{v} - \nabla p + \bar{X} = \rho \frac{D\bar{v}}{Dt}}$$

EQUAZIONE DI NAVIER-STOKES (VALE PER FLUIDO INCOMPRIMIBILE E NEWTONIANO)

3 VARIABILI $(u, v, p)$, 3 EQUAZIONI (CONSERVAZIONE Q LUNGO X, CONS. Q LUNGO Y, EQ. CONTINUITÀ). PER OTTENERE LA TEMPERATURA DOBBIAMO SCRIVERE ...

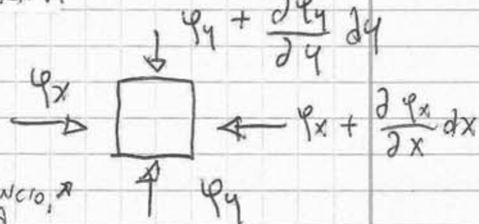
- L'EQUAZIONE DI CONSERVAZIONE DELL'ENERGIA PER UN SISTEMA APERTO:

$$\phi - W_{se} = \frac{dU}{dt} + \frac{dE_c}{dt}$$

$W_{se}$: ASSOCIATA ALLE FORZE CHE DAL SISTEMA AGISCONO SULL'ESTERNO

SCRIVIAMO L'EQ. UTILIZZANDO L'APPROCCIO UTILIZZATO PRIMA

$\phi$ PUÒ ESSERE < SCAMBIATO AI BORDI DEL SISTEMA / GENERATO INTERNAMENTE




IL PRIMO È UN TERMINE PER IL QUALE DEVO FARE UN BILANCIO, IL BILANCIO AL BORDO PUÒ ESSERE SCRITTO TRAMITE LA DIVERGENZA

$$\phi = -\nabla \cdot \bar{\varphi}\, dx\, dy + \underbrace{\varphi_v\, dx\, dy}_{\text{FL. TERMICO GENERATO INTERNAMENTE}}$$

$-$: LA NORMALE ALLA SUPERFICIE È DISCORDE RISPETTO AL FLUSSO ENTRANTE

$\bar{\varphi}$: FL. TERMICO PER UNITÀ DI SUPERFICIE

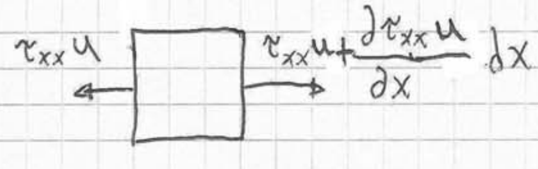
$\phi$ SCAMBIATO AI BORDI

IL PEDICE V SIGNIFICA PER UNITÀ DI VOLUME

LA POTENZA CHE IL SISTEMA APPLICA SULL'ESTERNO È UGUALE E CONTRARIA A QUELLA L'ESTERNO APPLICA SUL SISTEMA

$$-W_{se} = +W_{es}$$

LA POTENZA È CONSIDERATA UNA FORZA PER UNA VELOCITÀ QUINDI CONSIDERO TUTTI I TERMINI PRECEDENTI ($\tau$, $p$, $\bar{X}$ MOLTIPLICATI PER LA VELOCITÀ). SI DOVREBBE FARE IL BILANCIO, MA CI VIENE IN AIUTO L'OPERATORE DIVERGENZA.




$$W_{es} = \nabla \cdot \bar{\tau}\, \bar{v}\, dx\, dy - \nabla \cdot p \bar{v}\, dx\, dy + \bar{X} \cdot \bar{v}\, dx\, dy$$

TERMINE SFORZI VISCOSI — TERMINE ASSOCIATO ALLE PRESSIONI — TERMINE ASSOCIATO ALLE FORZE DI MASSA

ANDIAMO AL 2° MEMBRO

$dU/dt$ SI TRATTA DI UNA DERIVATA SOSTANZIALE DI UNA GRANDEZZA ESTENSIVA NEL $t$

$$U = \underbrace{\rho\, dx\, dy}_{M} \cdot e \qquad e = \frac{U}{M}$$

$e$: EN. INTERNA SPECIFICA

ANDANDO A SOSTITUIRE

$$\nabla \cdot (\lambda \nabla T) + \varphi_v + \mu \phi = \rho c \frac{DT}{Dt}$$

NELL'IPOTESI CHE IL MEZZO SIA ISOTROPO, OVVERO LA CONDUTTIVITÀ È INDIPENDENTE DALLA DIREZIONE

$$\boxed{\lambda \nabla^2 T + \varphi_v + \mu \phi = \rho c \frac{DT}{Dt}}$$

È SIMILE ALL'EQ. DELLA CONDUZIONE

L'EQ. DELLA CONDUZIONE È UN CASO PARTICOLARE DELL'EQ. ENERGIA E SI APPLICA QUANDO IL CONTINUO CHE STIAMO CONSIDERANDO È FERMO. SE È FERMO, IL TERMINE DELLE DISSIPAZIONI VISCOSE = 0

$$\frac{DT}{Dt} = \frac{\partial T}{\partial t} + \underbrace{u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y}}_{= 0 \text{ SE IL FLUIDO È FERMO}}$$

DERIVATA SOSTANZIALE DELLA T NEL CASO BIDIMENSIONALE

QUINDI L'EQUAZIONE SOPRA DIVENTA

$$\lambda \nabla^2 T + \varphi_v = \rho c \frac{\partial T}{\partial t}$$

EQUAZIONE DELLA CONDUZIONE

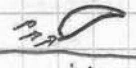
QUINDI LA TIPOLOGIA DI SOLUZIONE CHE RIGUARDA IL MOTO DI UN FLUIDO E UN'ALTERAZIONE DEL CAMPO DI TEMPERATURA, RICHIEDE LA SOLUZIONE DELLE EQUAZIONI DI QUANTITÀ DI MOTO, CONTINUITÀ E CONSERVAZIONE DI ENERGIA.

POSSIAMO AVERE UNA SEMPLIFICAZIONE NELLA RISOLUZIONE DI QUESTE EQUAZIONI SE LE PROPRIETÀ DEL FLUIDO POSSONO ESSERE CONSIDERATE INDIPENDENTI DALLA TEMPERATURA.
SE LA VISCOSITÀ E DENSITÀ NON DIPENDONO DA T, L'EQUAZIONE DELLA QUANTITÀ DI MOTO È INDIPENDENTE DA T, E PUÒ ESSERE RISOLTA IN MODO INDIPENDENTE DA QUELLA DELL'ENERGIA.
POI, UNA VOLTA NOTO IL CAMPO DI VELOCITÀ POSSO RISOLVERE L'EQUAZIONE DELL'ENERGIA.

IL NUMERATORE RAPPRESENTA IL FLUSSO TERMICO EFFETTIVAMENTE SCAMBIATO.
AL DENOMINATORE ABBIAMO IL FLUSSO TERMICO CHE VERREBBE SCAMBIATO SE IL FLUIDO FOSSE FERMO

$$Nu = \frac{\varphi_{CONV}}{\varphi_{COND}} = \frac{\alpha \cancel{(T_p - T_f)}}{\lambda/L \cancel{(T_p - T_f)}} = \frac{\alpha L}{\lambda}$$

4 TIPOLOGIE DI CONV.

| | DEFLUSSO ESTERNO | DEFLUSSO INTERNO |
|---|---|---|
| CONVEZIONE FORZATA |  |  |
| CONVEZIONE NATURALE |  |  |

- CONV. FORZATA: LO SCAMBIO TERMICO CONVETTIVO HA LUOGO PERCHE' IL MOTO DEL FLUIDO È PROVOCATO DA UN AGENTE ESTERNO (ES. VENTOLA)
- CONV. NATURALE: IL MOTO DEL FLUIDO E' STRETTAMENTE CORRELATO AD UNA DIFFERENZA DI TEMPERATURA ALL'INTERNO DI UN CAMPO DI FORZE (ES. RADIATORE CHE RISCALDA UN AMBIENTE: L'ARIA CHE SI RISCALDA, SI ABBASSA DI DENSITA' E SALE VERSO L'ALTO, FACENDO SCENDERE QUELLA PIU' FREDDA, CREANDO UN MOVIMENTO ROTATORIO).
  SE NELLA CONV. FORZATA IL MOTO È INDIPENDENTE DAL CAMPO DI TEMP., NELLA C. NAT. E' IL CONTRARIO E L'EQ. DELLA QUANT. DI MOTO E QUELLA DELL'ENERGIA SONO MUTUAMENTE DIPENDENTI.
- DEFLUSSO ESTERNO: LA SUPERFICIE CONSIDERATA NON DELIMITA IL MOTO DEL FLUIDO
- DEFLUSSO INTERNO: LA SUPERFICIE DELIMITA COMPLETAMENTE IL FLUIDO

- UN ESEMPIO DI CONV. FORZATA E DEFLUSSO ESTERNO È IL MOTO DI UN FLUIDO CHE INVESTE UNA PALETTATURA DI UNA TURBINA.
- CONV. NATURALE E DEFLUSSO ESTERNO: FINESTRA CHE SCAMBIA CALORE CON L'ARIA ESTERNA O INTERNA (SOPRATTUTTO), QUESTA PARETE NON STA VINCOLANDO IL MOTO DELL'ARIA.
- CONV. FORZATA E DEFLUSSO INTERNO: TUBAZIONE CHE HA UNA PARETE CON TEMP. MAGGIORE DI QUELLA DEL FLUIDO ALL'INTERNO. LA PARETE CHE SCAMBIA CALORE STA DELIMITANDO IL MOTO DEL FLUIDO.
- CONV. NATURALE E DEFLUSSO INTERNO: CAPPA DI UN CAMINO.
  IL MOTO ALL'INTERNO DEL TUBO DI SCARICO DEL CAMINO E' PROVOCATO DALLA DIFFERENZA DI TEMP.

NEL CASO DI CONV. FORZATA, NELL'EQ. DELLA QUANTITA' DI MOTO, IL TERMINE ASSOCIATO ALLE FORZE DI CAMPO NORMALMENTE NON VIENE CONSIDERATO

CI SONO 2 FILOSOFIE: 1) SE HO GLI STRUMENTI PER CALCOLARE $\alpha$, USO LA FORMULA DELLA CONVEZIONE
2) ALTRIMENTI DEVO UTILIZZARE LE EQUAZIONI DI QUANTITA' DI MOTO, ENERGIA E CONTINUITA'

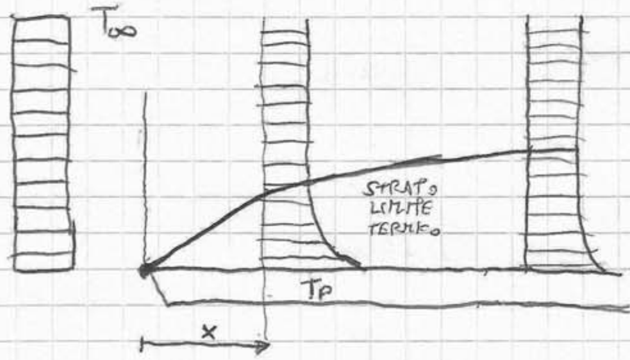
QUINDI, LE TENSIONI SARANNO MOLTO FORTI AL BORDO DI ATTACCO, INVECE SARANNO RIDOTTE NELLE ZONE PIU' DISTANTI DA ESSO.

LA DEFINIZIONE FORMALE DI STRATO LIMITE FLUIDODINAMICO FA RIFERIMENTO AD UNA u ADIMENSIONALIZZATA

$$u^* = \frac{u_{\text{-LOCALE}}}{u_\infty} \leq 0{,}99$$

SIAMO ALL'INTERNO DELLO STRATO LIMITE FLUIDODINAMICO

- STRATO LIMITE TERMICO: CONSIDERIAMO IL FLUIDO IN INGRESSO A TEMP. INDISTURBATA $T_\infty$ E LA PIASTRA A TEMPERATURA COSTANTE $T_P$




LA PARTICELLA DI FLUIDO AL BORDO DI INGRESSO E AD $y=0$ TENDERA' A PORTARSI AD UNA TEMP MOLTO PROSSIMA A $T_P$

LE PARTICELLE CHE SI TROVERANNO A DISTANZA MAGGIORE $y>0$ ($A$ $x=0$ SEMPRE) TENDONO A CONSERVARE $T_\infty$

AL CRESCERE DI $x$ IL DISTURBO SI PROPAGA NEL FLUIDO. SE $T_P > T_\infty$, OGNI PARTICELLA AVRA' CEDUTO CALORE ALLE PARTICELLE SOVRASTANTI. QUINDI, CI SARA' UNA ZONA (STRATO LIMITE TERMICO) NELLA QUALE IL FLUIDO VARIA LA SUA TEMP. ANCHE QUI, PER $x \neq 0$ IL FLUIDO A CONTATTO CON LA PIASTRA HA $T_P$; IL FLUIDO SUL BORDO ESTERNO DELLO STRATO LIMITE HA $T_\infty$.

$$\varphi_{COND} = -\lambda \cdot \nabla T$$

QUESTO È QUELLO CHE HO NELLA PARETE

PER IL FLUIDO A CONTATTO CON LA PARETE POSSO CALCOLARE $\varphi_{CONV}$ SCRIVENDO COSÌ:

$$\varphi_{CONV} = -\lambda \nabla T \Big|_{y=0}$$

SCRIVO IL FL. TERMICO CONVETTIVO AD UNA DISTANZA $x$ MOLTO PROSSIMA AL BORDO DI ATTACCO

$$\varphi \approx -\lambda \frac{\Delta T}{\Delta y}\Big|_{y=0}$$

IL FLUSSO TERMICO SCAMBIATO PER CONVEZIONE PUÒ ESSERE DETERMINATO COME LA PENDENZA DELLA CURVA ASSOCIATA ALLA TEMP. RISPETTO A $y$, CALCOLATA A PARETE.


--- É LA PENDENZA LINEARIZZATA

VICINO AL BORDO DI ATTACCO I PUNTI $T_P$ E $T_\infty$ SONO MOLTO VICINI. ALLONTANANDOSI DAL BORDO DI ATTACCO $T_P$ E $T_\infty$ SI ALLONTANANO TRA LORO, ($\Delta y$ AUMENTA)

QUINDI IL $\varphi$ SCAMBIATO É MOLTO ALTO IN CORRISPONDENZA DEL BORDO DI ATTACCO, MAN MANO CHE SI PROCEDE PER $x$ CRESCENTI, $\varphi$ DIMINUISCE (PERCHE' $\Delta y$ CRESCE).

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 55 di 108

UTILIZZIAMO IL 2° APPROCCIO.
PER CAPIRE QUALI GRANDEZZE INFLUENZANO $\alpha$, PARTIAMO DALLE 3 SEGUENTI EQUAZIONI

1) $\nabla \cdot \bar{V} = 0$ CONTINUITÀ (FL. INCOMPRIMIBILE)

2) $\rho \dfrac{D\bar{V}}{Dt} = \mu \nabla^2 \bar{V} - \nabla p + \bar{X}$ CONSERVAZIONE QUANTITÀ DI MOTO

3) $\rho c \dfrac{DT}{Dt} = \lambda \nabla^2 T + q_v + \mu \phi$ ENERGIA

PER RICAVARE LA RELAZIONE TRA $\alpha$ E ALTRI NUMERI ADIMENSIONALIZZATI BISOGNA APPLICARE LE → IPOTESI DI STRATO LIMITE

1) CONDIZIONI STAZIONARIE $\left(\dfrac{\partial u}{\partial t} = 0 \ ; \ \dfrac{\partial v}{\partial t} = 0 \ ; \ \dfrac{\partial T}{\partial t} = 0\right)$

2) TERMINI ASSOCIATI ALLE FORZE DI MASSA NULLI $(X = 0 \ ; Y = 0) \Rightarrow$ CONV. FORZATA

3) ASSENZA DI GENERAZIONE INTERNA DI CALORE $(q_v = 0)$

4) EFFETTI VISCOSI TRASCURABILI NELL'EQUAZIONE DELL'ENERGIA $(\mu \phi = 0)$
(CI SI ASPETTA CHE LA VARIAZIONE DI T SIA DOVUTA MAGGIORMENTE ALLA PRESENZA DELLA PARETE E NON AGLI ATTRITI)

5) $u \gg v$ COMPONENTE DI VELOCITÀ PERPENDICOLARE ALLA DIREZIONE DEL MOTO TRASCURABILE

6) $\dfrac{\partial u}{\partial y} \gg \dfrac{\partial u}{\partial x} \ ; \ \dfrac{\partial v}{\partial x} \ ; \ \dfrac{\partial v}{\partial y}$ IL GRADIENTE DI u NELLA DIREZIONE y È PREVALENTE RISPETTO AGLI ALTRI GRADIENTI DI VELOCITÀ.

7) $\dfrac{\partial T}{\partial y} \gg \dfrac{\partial T}{\partial x}$ SIAMO SUFFICIENTEMENTE LONTANI DAL BORDO DI ATTACCO, IN UNA ZONA DOVE LO STRATO LIMITE SI È STABILIZZATO, $T_\infty$ NON VARIA PIU' AL VARIARE DI X (QUANDO LA CURVA DIVENTA ORIZZONTALE)

SCRIVIAMO L'EQUAZIONE DELLA QUANTITÀ DI MOTO NELLE DUE COMPONENTI, APPLICANDO LE IPOTESI

IP 1) 6) 2)

$$\rho\left(\cancel{\frac{\partial u}{\partial t}} + u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y}\right) = \mu\left(\cancel{\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}\right) - \frac{\partial p}{\partial x} + \cancel{X}$$

$$\rho\left(\cancel{\frac{\partial v}{\partial t}} + \underbrace{\cancel{u\frac{\partial v}{\partial x}}}_{\text{MOLTO PICCOLO RISP AD } u} + \cancel{v\frac{\partial v}{\partial y}}\right) = \mu\left(\cancel{\frac{\partial^2 v}{\partial x^2}} + \cancel{\frac{\partial^2 v}{\partial y^2}}\right) - \frac{dp}{\partial y} + \cancel{Y}$$

NELLA 2ª RIMANE

$\dfrac{\partial p}{\partial y} = 0 \Rightarrow$ LA PRESSIONE DIPENDE SOLO DA X $\quad p = p(x) \quad \dfrac{\partial p}{\partial x} = \dfrac{dp}{dx}$

EQUAZIONE DELL'ENERGIA

$$\rho c \left( \cancel{\frac{\partial T}{\partial t}}_{1)} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \overbrace{\frac{\partial T}{\partial y}}^{\text{GRANDE}} \right) = \lambda \left( \overbrace{\cancel{\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}}}^{7)} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) + \overbrace{\cancel{\varphi_v}}^{3)} + \overbrace{\cancel{\mu \Phi}}^{4)}$$

DIVIDO PER $\rho c$

$$u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \frac{\lambda}{\rho c} \frac{\partial^2 T}{\partial y^2}$$

DEVO FAR COMPARIRE LA $T^* = \frac{T - T_p}{T_\infty - T_p}$ SOTTRAENDO $T_p$ AI NUMERATORI; È COSTANTE QUINDI LO POSSO FARE

$$u \frac{\partial (T - T_p)}{\partial x} + v \frac{\partial (T - T_p)}{\partial y} = \frac{\lambda}{\rho c} \frac{\partial^2 (T - T_p)}{\partial y^2}$$

PER ADIMENSIONALIZZARE DIVIDO PER $T_\infty - T_p$ E MOLTIPLICO PER $L / u_\infty$, POI

$$u^* \frac{\partial T^*}{\partial x^*} + v^* \frac{\partial T^*}{\partial y^*} = \frac{\lambda}{\rho c} \frac{L}{u_\infty} \cdot \frac{L}{L} \frac{\partial^2 T^*}{\partial y^2}$$

$$u^* \frac{\partial T^*}{\partial x^*} + v^* \frac{\partial T^*}{\partial y^*} = \frac{\lambda}{\rho c u_\infty L} \frac{\partial^2 T^*}{\partial y^{*2}} = \frac{\lambda \mu}{\rho c u_\infty L \mu} \frac{\partial^2 T^*}{\partial y^{*2}}$$

$$Re = \frac{\rho u_\infty L}{\mu}$$

$$Pr = \frac{c \mu}{\lambda}$$ NUMERO DI PRANDTL

$$u^* \frac{\partial T^*}{\partial x^*} + v^* \frac{\partial T^*}{\partial y^*} = \frac{1}{Re\, Pr} \frac{\partial^2 T^*}{\partial y^{*2}}$$

$$T^* = T^* (u^*, v^*, x^*, y^*, Re, Pr)$$

AL SOLITO, POSSO TOGLIERE $v^*$ PERCHÉ È LEGATO AD $u^*$, $x^*$ E $y^*$ ATTRAVERSO LA CONTINUITÀ.

$u^*$ LO POSSO TOGLIERE PERCHÉ È LEGATO A $x^*, y^*, Re, \frac{dp^*}{dx^*}$ ATTRAVERSO L'EQ. DELLA QUANTITÀ DI MOTO

$$T^* = T^* \left( x^*, y^*, Re, Pr, \frac{dp^*}{dx^*} \right)$$

PER TROVARE $\alpha$ CI INTERESSA INTRODURRE $Nu$

$$Nu = \frac{\varphi_{conv}}{\varphi_{cond}}$$

$$\varphi_{conv} = \begin{cases} \alpha (T_p - T_f) \\ -\lambda \left.\frac{\partial T}{\partial y}\right|_{y=0} \end{cases}$$

LO POSSO SCRIVERE IN 2 MODI

$$Nu = \frac{\cancel{-\lambda} \left.\frac{\partial T}{\partial y}\right|_{y=0}}{\frac{\cancel{\lambda}}{L} (T_p - T_\infty)}$$

$\boxed{24/04/2013}$

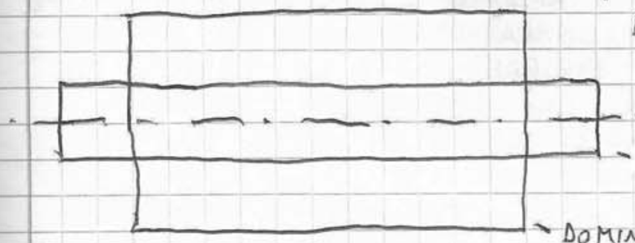
APPLICAZIONE DELL' EQUAZIONI DELLA FLUIDODINAMICA PER LA SOLUZIONE DI PROBLEMI CONVETTIVI E SIGNIFICATO FISICO DELLE CONDIZIONI AL CONTORNO.

$$\nabla \cdot \bar{v} = 0$$ CONTINUITÀ

$$\rho \frac{D\bar{v}}{Dt} = \mu \nabla^2 \bar{v} - \nabla p + X$$ CONS. QUANTITÀ DI MOTO

$$\rho c \frac{DT}{Dt} = \lambda \nabla^2 T + \varphi_v + \mu \Phi$$ ENERGIA

DEVONO ESSERE APPLICATE AD UN DOMINIO DI CALCOLO (IDENTIFICARE LA GEOMETRIA DELLA QUALE DOBBIAMO STUDIARE IL FENOMENO) E, ASSEGNARE AL BORDO DEL DOMINIO DI CALCOLO DELLE INFORMAZIONI (CONDIZIONI AL CONTORNO)




* 3 TIPOLOGIE DI CONDIZIONI AL CONTORNO:

① CONDIZIONE AL CONTORNO DI 1° TIPO o DI DIRICHLET: CONSISTE NELL'ASSEGNARE IL VALORE DI UNA DELLE VARIABILI DIPENDENTI. AD ESEMPIO, NELL'EQ. DELL'ENERGIA, ASSEGNAMO UNA C.C. DI TEMPERATURA. DI SOLITO, NEL CASO DEI FENOMENI CONVETTIVI LA TEMP. VIENE ASSEGNATA NELLE SEZIONI DI INGRESSO

② CONDIZIONE AL CONTORNO DI FLUSSO O DI NEUMANN: SI ASSEGNA UN VALORE ALLA DERIVATA DELLA VARIABILE DIPENDENTE. IN PRATICA, SI IMPONE IL VALORE DI UN FLUSSO TERMICO, ED EQUIVALE AD IMPORRE IL VALORE DELLA DERIVATA DELLA TEMPERATURA SU UNA SUPERFICIE, NELLA DIREZIONE NORMALE ALLA SUPERFICIE STESSA.

$$-\left.\frac{\partial T}{\partial n}\right|_S = \varphi_S$$

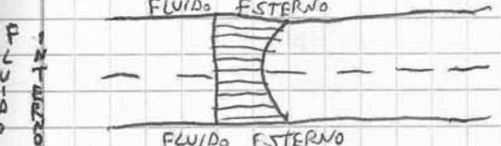
CASI IN CUI LA CONDIZIONE DI NEUMANN È PARTICOLARMENTE UTILE:

2.1) FLUSSO NOTO

2.2) PARETE ADIABATICA $\Rightarrow \left.\frac{\partial T}{\partial n}\right|_S = 0$ IL FLUSSO NOTO È NULLO

ES. UNO SCAMBIATORE PERFETTAMENTE ISOLATO

2.3) ASSE DI SIMMETRIA: SE ABBIAMO UNA GEOMETRIA SIMMETRICA, L'ASSE DI SIMMETRIA SI COMPORTA COME UNA SUPERFICIE ADIABATICA.



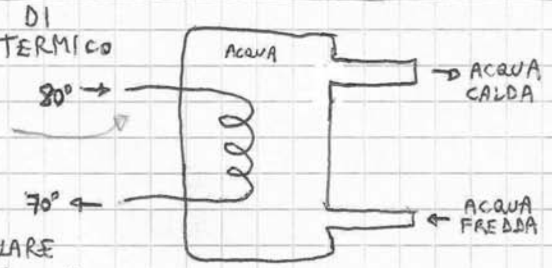

AD ES. NEL CASO DEI TUBI COASSIALI, POSSO IMMAGINARE PER IL FLUIDO INTERNO QUEL PROFILO DI TEMPERATURA.

PER SEMPLIFICARSI IL CALCOLO, INVECE DI RAPPRESENTARE IL SISTEMA COME UNA GEOMETRIA CILINDRICA, RAPPRESENTIAMO UNA SEZIONE, PERCHÉ TALE GEOMETRIA È UNA ROTAZIONE DI QUELLA SEZIONE ATTORNO ALL'ASSE DI SIMMETRIA, TUTTE LE SEZIONI RUOTATE HANNO LE

OPPURE, NOTE $P_1$ E $P_2$ CALCOLO V E QUINDI LA PORTATA IN MASSA.
N.B.: NON SI PUÒ IMPORRE $V_1$ E $V_2$ PERCHÉ PER UN FLUIDO INCOMPRIMIBILE, SONO UGUALI, PER QUESTO MOTIVO, ALMENO UNA DELLE 2 CONDIZIONI DEVE ESSERE UNA PRESSIONE.

- L'ALTRA TIPOLOGIA DI CC È QUELLA SULLE PARETI: TIPICAMENTE, SI SFRUTTA IL FATTO CHE IL FLUIDO ADERISCE ALLA PARETE, CIOÈ NON C'È SCORRIMENTO DEL FLUIDO SULLA PARETE ⇒ SOSTANZIALMENTE LA VELOCITÀ È NULLA.

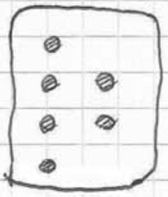
Es. SERBATOIO DI ACCUMULO TERMICO




SERPENTINA IN CUI PASSA DELL'ACQUA PRODOTTA DA UN PANNELLO SOLARE (PRODUCE A 80° E RESTITUISCE A 70°)

IL SERBATOIO DI ACCUMULO SERVE PER IMMAGAZZINARE IL CALORE PRODOTTO DA UN PANNELLO SOLARE PER POI USARLO QUANDO SERVE. QUANDO VOGLIAMO UTILIZZARLO ALIMENTEREMO IL SERBATOIO CON ACQUA FREDDA, ED ESTRARREMO ACQUA CALDA DALLA SOMMITÀ.

CHE TIPO DI EQUAZIONI SCRIVIAMO? IMMAGINIAMO LO SCENARIO IN CUI CARICHIAMO IL SERBATOIO: STIAMO ALIMENTANDO CON DELL'ACQUA CALDA IL CIRCUITO INTERNO E AVRÒ UNO SCAMBIO TERMICO QUINDI.



← QUESTO È IL DOMINIO DI CALCOLO.

- O IMPONGO CC NEUMANN SE CONOSCO IL FLUSSO TERMICO SCAMBIATO
- CONOSCENDO LE CONDIZIONI DI INGRESSO E DI USCITA DELL'ACQUA POSSO IMPORRE SU TUTTA LA SUPERFICIE UNA CC DI ROBIN, CONOSCENDO LA GEOMETRIA / VELOCITÀ DEL FLUIDO CALCOLO $\alpha$,

POI IMMAGINO LA T COME MEDIA TRA 70-80 E RICAVO IL $\varphi$ SCAMBIATO SU QUELLA SUPERFICIE.
LA PARETE PER ESEMPIO È ADIABATICA.
DOBBIAMO DIRE SE L'ACQUA ACQUISTA UNA VELOCITÀ: DI SOLITO SI, PERCHÈ ESSENDO RISCALDATA, SI CREANO DEI MOTI CONVETTIVI,
QUINDI, SE DOBBIAMO CALCOLARE UNA DISTRIBUZIONE DI VELOCITÀ, DOBBIAMO RISOLVERE LE EQ. DI CONTINUITÀ E QUANT. DI MOTO.
DOPO PASSIAMO ALL'EQ. DELL'ENERGIA: QUALI TERMINI POSSO TRASCURARE?

- FORZE VISCOSE $\mu\phi$ PERCHÉ RISPETTO ALL'APPORTO ENERGETICO DOVUTO AL PANNELLO SOLARE SONO TRASCURABILI
- GENERAZIONE INTERNA DI CALORE $\varphi_v$ PERCHÉ ABBIAMO IMPOSTO UNA CC DI ROBIN APPLICATA AL BORDO DELLA SERPENTINA, CHE DICE QUANTO CALORE IL FLUIDO CHE PERCORRE LA SERPENTINA STA CEDENDO VERSO L'ACQUA. QUESTO SCAMBIO TERMICO È ESTERNO AL DOMINIO DI CALCOLO.

CONSIDERIAMO IL TERMINE $\rho c \frac{DT}{Dt}$ CHE SVILUPPATO È

$$\rho c \left( \underbrace{\frac{\partial T}{\partial t}}_{\text{È IL TERMINE DI ACCUMULO}} + \underbrace{u\frac{\partial T}{\partial x} + v\frac{\partial T}{\partial y} + w\frac{\partial T}{\partial z}}_{\text{SE L'ACQUA È FERMA SONO NULLI}} \right)$$

È IL TERMINE DI ACCUMULO E DEVE ESSERCI PERCHÉ STIAMO ACCUMULANDO CALORE NEL SERBATOIO (FENOMENO TRANSITORIO)

SEGUE ESERCITAZIONE SCIACOVELLI

- PANORAMICA SUI NUMERI ADIMENSIONALI Re, Nu, Pr...
  VEDERE FILE "ESERCITAZIONE SCAMBIO TERMICO AAFT-2013"

STEP
1) IDENTIFICARE LE CONDIZIONI DI DEFLUSSO, VALUTARE I NUMERI DI Re E Pr
2) VALUTARE I SINGOLI COEFFICIENTI DI SCAMBIO TERMICO: CONVETTIVO ESTERNO, CONVETTIVO INTERNO
3) VALUTARE IL COEFF. GLOBALE DI SCAMBIO TERMICO E L'AREA DI SCAMBIO

ANCORA PRIMA VANNO VALUTATE LE PROPRIETÀ TERMOFISICHE DEI FLUIDI ALLA TEMP A CUI SI TROVANO

$$T_{h_{media}} = 132\ °C = \left(140 - \frac{15}{2}\right)$$ LATO CALDO (LATO INTERNO CORONA CIRCOLARE)

$$\rho = 932\ \frac{kg}{m^3} \qquad c_p = 4268\ J/kg\cdot K$$

$$k = 0{,}687\ W/m\,K$$ CONDUCIBILITÀ TERMICA

$$\mu = 0{,}207\ 10^{-3}\ Pa\cdot s$$ VISCOSITÀ DINAMICA

$$P_r = 1{,}28 = \frac{c_p\,\mu}{k}$$

DIAMETRO IDRAULICO

$$D_h = \frac{4A}{P_h} = \frac{4\pi(D_i^2 - d_o^2)}{4(\pi d_o + \pi D_i)}$$

A: AREA DI PASSAGGIO; $P_h$: PERIMETRO BAGNATO (LAMBITO DAL FLUIDO)

CI SERVE PER VALUTARE PROPRIETÀ O NUMERI ADIMENSIONALI DI TIPO FLUIDODINAMICO (ES. NUMERO DI Re)

DIAMETRO EQUIVALENTE

$$D_e = \frac{4A}{P_e} = \frac{4\pi(D_i^2 - d_o^2)}{4\pi d_o}$$

$P_e$: P. EQ.

CI SERVE PER LE GRANDEZZE DI TIPO TERMICO (Nu)

- IL FLUSSO TERMICO VIENE SCAMBIATO SOLO ATTRAVERSO LA SUP DEL TUBO CENTRALE

$$\phi = (\dot m c_p)_c\,\Delta T_c = (\dot m c_p)_h\,\Delta T_h = 610\ kW$$

$$\dot m_h = 1{,}36\ kg/s \qquad u_m = \frac{\dot m_h}{\rho A} = 0{,}673\ m/s$$

$$Re = \frac{\rho u_m d_i}{\mu} \cong 160\,000$$ NEL CONDOTTO CENTRALE → TURBOLENTO

$$Nu = \frac{f/2\cdot Re\cdot P_r}{1 + 8{,}7\sqrt{f/2}\,(P_r - 1)} = 375 \qquad (1)$$

?

FATTORE DI ATTRITO (MOODY)

$$f = (1{,}58\ \ln Re - 3{,}28)^{-2} = 4\cdot 10^{-3} \qquad (2)$$

$$Nu = \frac{h\cdot d_i}{k} = 375$$

$$Nu = 0{,}023\ Re^{4/5}\,P_r^{0{,}4} = 368$$ ← ALTRA FORMULA PER Nu

$$h = 4900\ W/m^2K$$ RANGE TIPICO CONVEZIONE FORZATA CON LIQUIDI

COEFFICIENTE SCAMBIO TERMICO CONVETTIVO

8/5/2013 ing. SCIACOVELLI

ESERCITAZIONE INTEGRATA AAFT - MMN : FORMULAZIONE MATEMATICA

(AMBITO CORPI CONTINUI TRATTATI IN AAFT)

PROBLEMA FISICO → FENOMENO FISICO DI INTERESSE → EQUAZIONI DI TRASPORTO

↓

RISOLUZIONE NUMERICA ← CONDIZIONI AL CONTORNO INIZIALI ← DOMINIO DI CALCOLO

↓

ANALISI RISULTATI

• EQUAZIONI DI TRASPORTO (RICORDANDO CHE SONO VALIDE LOCALMENTE)

1) $$\boxed{\underbrace{\frac{\partial \rho}{\partial t}} + \underbrace{\nabla \cdot \rho \bar{V}} = 0}$$ EQ. CONSERVAZIONE DELLA MASSA o CONTINUITÀ

TERMINE DI ACCUMULO (QUAL È LA VARIAZIONE TEMPORALE DELLA MASSA CONTENUTA NEL VOLUME DI CONTROLLO)

TERMINE DI FLUSSO (RIGUARDA IL FLUSSO NETTO CHE ATTRAVERSA LE SUPERFICI DEL VOLUME DI CONTROLLO)

$\rho = cost$ PER FLUIDO INCOMPRIMIBILE → $\nabla \cdot \bar{V} = 0$

PER $Ma < 0,3$ L'EQ. DI CONTINUITÀ CONTINUA AD ESSERE $\nabla \cdot \bar{V} = 0$ ANCHE SE IL FLUIDO È COMPRIMIBILE, IN QUANTO SI COMPORTA COME INCOMPRIMIBILE

2) $$\underbrace{\frac{\partial \rho \bar{V}}{\partial t} + \nabla \cdot \rho \bar{V}\bar{V}} = -\nabla p + \nabla \cdot \tau + X$$ EQ. CONS. QUANTITÀ DI MOTO PER GENERICO FLUIDO (EQ. VETTORIALE)

$$\rho \frac{D\bar{V}}{Dt} \equiv \rho \left[ \frac{\partial \bar{V}}{\partial t} + (\bar{V} \cdot \nabla)\bar{V} \right]$$

($\tau$ HA 9 COMPONENTI) [3x3]

NEL CASO DI FLUIDO NEWTONIANO E INCOMPRIMIBILE

$\rho = cost$ $$\tau_{ij} = \mu \left( \frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right)$$

SOST. NELL'EQUAZIONE DI QUANT. DI MOTO

SI ARRIVA ALL'EQUAZIONE DI NAVIER-STOKES

$$\boxed{\rho \frac{D\bar{V}}{Dt} = -\nabla p + \mu \nabla^2 \bar{V} + X}$$

IL TERMINE $\bar{V}\bar{V}$ RAPPRESENTA UN TENSORE (SI PUÒ TROVARE SCRITTO COME $\bar{V} \otimes \bar{V}$)

$(vv)_{ij} = v_i v_j$ 9 COMPONENTI

NOTA: LA DIVERGENZA DI UN TENSORE È UN VETTORE
" DI UN VETTORE È UNO SCALARE

QUALE EQUAZIONE DEI CONTINUI DOBBIAMO CONSIDERARE PER DETERMINARE L'ANDAMENTO DELLA TEMPERATURA ALL'INTERNO DELLA CAMICIA ?
LA MODALITÀ DI SCAMBIO TERMICO PREPONDERANTE ALL'INTERNO DI UN CORPO SOLIDO È LA CONDUZIONE, QUINDI SCEGLIAMO L'EQ. ENERGIA

$$\rho c \underbrace{\frac{DT}{Dt}}_{\left[\frac{\partial T}{\partial t} + \cancel{\bar{v}\cdot\nabla T}\right]} = \lambda \nabla^2 T + \cancel{q_v}$$

ALL'INTERNO DEL SOLIDO NON MI ASPETTO NESSUN TERMINE SORGENTE

PER UN CONTINUO SOLIDO IL CAMPO DI VELOCITÀ DEL SOLIDO È NULLO

$\bar{v} = 0$

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = \lambda \nabla^2 T$$

PER QUANTO RIGUARDA I CONTINUI, QUANDO ANALIZZIAMO LA CONDUZIONE ALL'INTERNO DI UN SOLIDO, AVREMO A CHE FARE CON TALE EQUAZIONE (NEL CASO TRANSITORIO)

$$\alpha = \frac{\lambda}{\rho c}$$

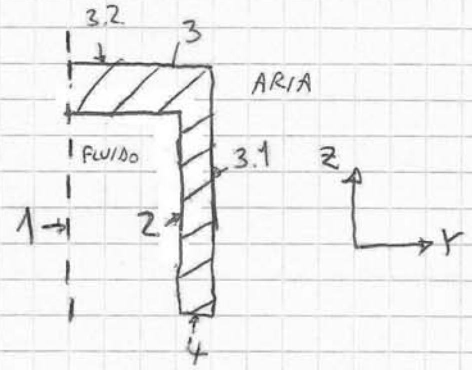
$\lambda$ → CONDUCIBILITÀ TERMICA

$\alpha$: DIFFUSIVITÀ TERMICA

$\rho c$ → PARENTE DELLA CAPACITÀ TERMICA DEL MEZZO

QUAL È IL DOMINIO DI CALCOLO ? CI INTERESSA SOLO LA CAMICIA (IL FLUIDO NO)

QUALI CONDIZIONI AL CONTORNO ?




IL NOSTRO PROBLEMA È ASSIALSIMMETRICO

BC 1 NEUMANN - ASSE DI SIMMETRIA

$$\nabla T \cdot n \Big|_1 = 0 \Rightarrow -\frac{\partial T}{\partial r} = 0$$

CC (2.3)

(LA NORMALE AL BORDO 1 È UN VERSORE $-\hat{r}$)

NON VI POSSONO ESSERE VARIAZIONI DI QUALSIASI GRANDEZZA RISPETTO ALLA DIREZIONE NORMALE DELL'ASSE DI SIMMETRIA

BC 2 DIRICHLET (CC 1)

ALL'INTERNO DELLA CAMERA DI COMBUSTIONE IL DEFLUSSO È TURBOLENTO, PIÙ IL MOTO È TURBOLENTO, PIÙ LE RESISTENZE CONVETTIVE DIMINUISCONO.

$$T\Big|_2 = T_{gas}$$

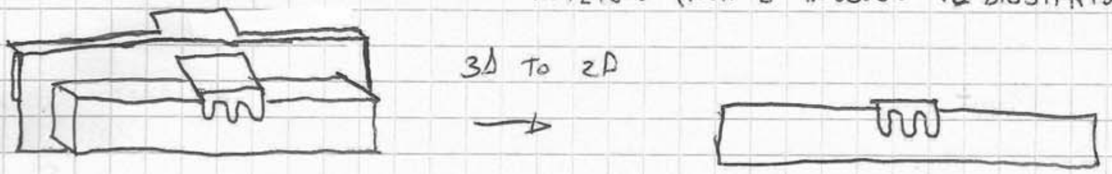
QUINDI, LA RESISTENZA CONVETTIVA A PARETE È PIUTTOSTO BASSA, PERCIÒ LA DIFFERENZA DI TEMP TRA LA PARETE ED IL GAS È ANCH'ESSA BASSA.

$$\left(h\Big|_2 \uparrow\uparrow\right)$$

DIRE CHE LE RESISTENZE CONVETTIVE DIMINUISCONO SIGNIFICA CHE IL COEFFICIENTE DI SCAMBIO TERMICO PARETE/GAS AUMENTA, E PIÙ LA $T_{PARETE}$ SI AVVICINA ALLA $T_\infty$ DEL FLUIDO

[ESEMPIO 2: ANALISI DI UN DISSIPATORE POSIZIONATO IN UN CONDOTTO E RAFFREDDATO TRAMITE UNA CORRENTE D'ARIA (PROBLEMA STAZIONARIO).]

DETERMINARE IL CAMPO DI TEMPERATURE DELL'ARIA ALL'INTERNO DEL CANALE.
IMMAGINIAMO DI METTERCI IN UNA SEZIONE MEDIANA DEL CANALE.
PASSIAMO AD UN PROBLEMA BIDIMENSIONALE. IL DOMINIO DI INTERESSE È IL FLUIDO ALL'INTERNO (NON È INCLUSO IL DISSIPATORE).




SE SIAMO INTERESSATI AL CAMPO DI TEMP PARTIAMO DALL'EQ. DELL'ENERGIA, SCRITTA IN TERMINI DI TEMP.
IL FLUIDO È COMPRIMIBILE, MA LE VELOCITÀ E IL NUMERO DI MACH SONO RIDOTTI, QUINDI IL DEFLUSSO LO TRATTIAMO COME INCOMPRIMIBILE.
QUESTA VOLTA C'È ANCHE UN CAMPO DI VELOCITÀ, QUINDI L'EQ DELL'ENERGIA NON SI RIDUCE ALL'EQ. DELLA CONDUZIONE.

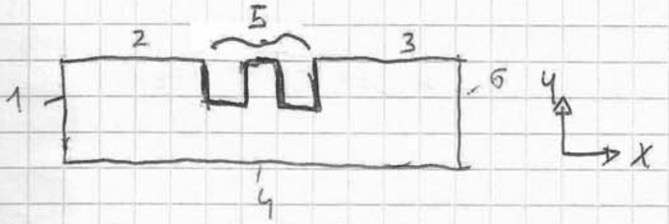
$$\rho c \frac{DT}{Dt} = \lambda \nabla^2 T \qquad (q_v = 0)$$

$$\cancel{\rho c \frac{\partial T}{\partial t}} + \rho c \bar{v} \cdot \nabla T = \lambda \nabla^2 T$$

ANALISI DI TIPO STAZIONARIO

$\boxed{\bar{v}} \rightarrow \bar{v}(x,y)$ DOMINIO DI CALCOLO 2D

IMMAGINIAMO DI CONOSCERE IL CAMPO DI VELOCITÀ




1 SEZIONE INGRESSO ARIA
2-3-4 SUPERFICI LATERALI CONDOTTO
5 BORDO DEL DISSIPATORE
6 SEZIONE USCITA ARIA

CONDIZIONI AL CONTORNO

BC1 DIRICHLET (CC 1)

$$T\Big|_1 = T_{ext}$$

IMMAGINIAMO CI SIA UN VENTILATORE CHE SPINGA L'ARIA NEL CANALE: L'ARIA VERRÀ ASPIRATA DALL'AMBIENTE ALLA T AMBIENTE PER CUI, L'ARIA CHE ATTRAVERSA LA SEZIONE 1 È A TEMP AMBIENTE.

BC 2,3,4 NEUMANN - ADIABATICITÀ (CC. 2,2)

$$-\lambda \nabla T \cdot n\Big|_{2,3,4} = 0 \Rightarrow \overset{\text{IN 4}}{\pm} \lambda \frac{\partial T}{\partial y} = 0$$

IN 4, IL SEGNO + PERCHÈ LA NORMALE ALLA SUPERFICIE 4 È IN DIREZIONE OPPOSTA A $\vec{y}$

IMMAGINIAMO, IN PRIMA BATTUTA, CHE QUESTE PARETI SIANO ADIABATICHE.
IMPONIAMO CHE IL FLUSSO TERMICO SCAMBIATO ATTRAVERSO QUESTE PARETI SIA NULLO.
IL $\lambda$ È QUELLO DEL FLUIDO E NON QUELLO DELLA PARETE

IL PROBLEMA È STAZIONARIO, QUINDI NON C'È LA DERIVATA TEMPORALE.
L'EQ. QUANTITÀ DI MOTO DIVENTA:

$$\rho(\bar{v}\cdot\nabla)\bar{v} = -\nabla p + \mu\nabla^2\bar{v}$$

$$\begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} = \bar{v}$$ ← IL PROBLEMA È BIDIMENSIONALE

QUALI CONDIZIONI AL CONTORNO SI POSSONO IMPORRE PER QUESTE EQUAZIONI?

AL BORDO 1 SI POTREBBE IMPORRE LA PORTATA (O VELOCITÀ)
NELLE SEZIONI DI INGRESSO, DI SOLITO, SI SUPPONE CHE IL DEFLUSSO SIA NORMALE RISPETTO AL BORDO, PER CUI, LA VELOCITÀ CHE SI IMPONE È QUELLA NORMALE AL BORDO.

I BORDI 2, 3, 4, 5 SONO DELLE PARETI SOLIDE; ALL'INTERFACCIA FLUIDO-SOLIDO VI È UNA CONDIZIONE DI ADESIONE, QUINDI A PARETE LA VELOCITÀ DEL FLUIDO È NULLA.

NELLE SEZIONI DI USCITA NORMALMENTE SI IMPONE UNA PRESSIONE DI RIFERIMENTO (ESEMPIO P AMBIENTE).
NEI DEFLUSSI INCOMPRIMIBILI, IL VALORE DI PRESSIONE CHE IMPONIAMO È IRRILEVANTE PER IL MOTIVO CHE NELL' EQ. DELLA QUANTITÀ DI MOTO IL CAMPO DI VELOCITÀ È INFLUENZATO SOLO DAL GRADIENTE DI PRESSIONE, INVECE IL VALORE ASSOLUTO DI PRESSIONE NON INFLUENZA IL CALCOLO DEL CAMPO DI VELOCITÀ.

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 73 di 108

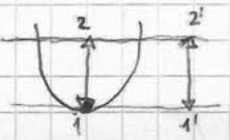
PER QUANTO RIGUARDA LA DIREZIONE $y$ È POSSIBILE APPLICARE L'IPOTESI DELLO STRATO LIMITE

$$\frac{\partial p}{\partial y} = 0$$

PERCIÒ LA PRESSIONE DIPENDERÀ SOLO DA $x$ (SIAMO ANCHE IN CONDIZIONI STAZIONARIE, QUINDI NON DIPENDE NEMMENO DAL TEMPO)

$$\frac{\partial p}{\partial x} \Rightarrow \frac{dp}{dx}$$

SE LA PRESSIONE NON DIPENDE DA $y$, ALLORA, LA VARIAZIONE DI PRESSIONE, DENTRO E FUORI DALLO STRATO LIMITE È LA STESSA, (RISPETTO A $y$) A PATTO CHE SI PRENDANO 2 PUNTI ALLA STESSA QUOTA.




AL DI FUORI DELLO STRATO LIMITE, L'EQ. DI CONSERVAZIONE DELLA QUANTITÀ DI MOTO DIVENTA L'EQ. DI BERNOULLI SENZA IL TERMINE CINETICO (IL FLUIDO FUORI DALLO STRATO LIMITE NEL CASO DI CONVEZIONE NATURALE È FERMO).
FUORI DALLO STRATO LIMITE POSSO SCRIVERE:

$$\frac{dp}{dx} = -\rho_\infty g$$

$\rho_\infty$ = DENSITÀ DEL FLUIDO AL DI FUORI DELLO STRATO LIMITE (INDISTURBATO)

RISCRIVO LA 1° DELLE EQ. DI CONSERVAZIONE DI Q. DI MOTO

$$\mu \nabla^2 u + \rho_\infty g - \rho g = \rho \frac{Du}{Dt}$$

VISC. DINAMICA

DIVIDO TUTTI I TERMINI PER LA DENSITÀ

$$\nu \cdot \nabla^2 u + \frac{\rho_\infty g - \rho g}{\rho} = \frac{Du}{Dt}$$

VISCOSITÀ CINEMATICA

INTRODUCIAMO UN COEFFICIENTE DI DILATAZIONE VOLUMICA $\beta$

$$\beta = -\frac{1}{\rho}\left(\frac{\partial \rho}{\partial T}\right)_p \approx -\frac{1}{\rho}\left(\frac{\rho_\infty - \rho}{T_\infty - T}\right)_p$$

A PRESSIONE COSTANTE

SOSTITUENDO AL 2° TERMINE

$$\nu \nabla^2 u - \beta g (T_\infty - T) = \frac{Du}{Dt}$$

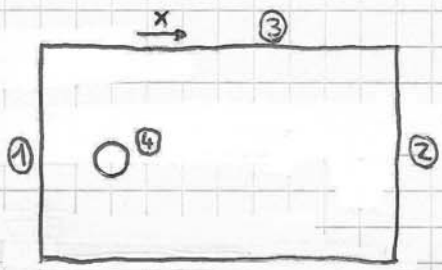
EQ. QUANTITÀ DI MOTO CHE BEN SI ADATTA AI PROBLEMI DI CONVEZIONE NATURALE.

È STATA INTRODOTTA AL SUO INTERNO LA DIPENDENZA DELLA DENSITÀ DALLA TEMPERATURA, NEL TERMINE GRAVITAZIONALE.

QUEST'ACQUA ALIMENTA UNO SCAMBIATORE DI CALORE (CONDENSATORE NEL CASO ESTIVO, EVAPORATORE NEL CASO INVERNALE) E POI PUÒ ESSERE REIMMESSA IN UN SECONDO POZZO ED ESSERE DISPERSA NELLA FALDA.
LA TEMP ALLA QUALE L'ACQUA VIENE RIGETTATA NEL SECONDO POZZO È DIVERSA RISPETTO A QUELLA DELL'ACQUA CHE ERA STATA PRELEVATA.

QUINDI, IL PROBLEMA RIGUARDA L'ALTERAZIONE TERMICA CHE QUESTA REIMMISSIONE PROVOCA NELL'ACQUA DI FALDA, CAPIRE COME SI PROPAGA NEL TERRENO E SE CI SONO INTERFERENZE TRA IMPIANTI.

VEDIAMO IN BIDIMENSIONALE DALL'ALTO QUESTO DOMINIO




1 - PARTE INDISTURBATA DELL'ACQUA DI FALDA
3 ,

2 PARTE DI TERRENO DALLA QUALE L'ACQUA ESCE PER POI PROSEGUIRE

4 POZZO DI IMMISSIONE DELL'ACQUA

SE SAPPIAMO CHE L'ACQUA SI MUOVE AD UNA CERTA VELOCITÀ LUNGO UNA DIREZIONE, POSSIAMO IMPORRE OVUNQUE UNA VELOCITÀ COSTANTE, PERCIÒ NON C'È BISOGNO DI RISOLVERE L'EQ. DI CONS. QUANTITÀ DI MOTO.

CC PER EQ. ENERGIA

1 $T$ IMPOSTA (TEMP INDISTURBATA DELL'ACQUA DI FALDA) [CC.1 - DIRICHLET]

2 $\nabla T_m = 0 \Rightarrow \dfrac{\partial T}{\partial x} = 0$ (CC 2.4 - NEUMANN/FLUSSO CONVETTIVO)

3 SE IL DOMINIO È ABBASTANZA AMPIO, LA SUPERFICIE INTERCETTA UNA ZONA INDISTURBATA, QUINDI LA TRATTIAMO COME SUPERFICIE ADIABATICA.
LA SUPERFICIE NON VIENE ATTRAVERSATA PERPENDICOLARMENTE DA PORTATA (LA COMPONENTE DI VELOCITÀ IN DIREZIONE PERPENDICOLARE ALLA SEZIONE È NULLA).

$$\nabla T_m = 0 \Rightarrow \frac{\partial T}{\partial y} = 0$$ (CC 2.2 - NEUMANN / PARETE ADIABATICA)

4 POTENZA IMPOSTA (QUELLA DELLA POMPA DI CALORE) CEDUTA ALLA FALDA. [CC 2.1 NEUMANN/FLUSSO NOTO]

AD ESEMPIO SE LA POMPA HA UNA POTENZA DI 500 KW, ALLA FALDA SONO CEDUTI 500 KW

NOTA: SE VOLESSIMO RISOLVERE ANCHE L'EQ. DI CONSERVAZIONE DELLA QUANTITÀ DI MOTO SULLA SUP 4 DOVREMMO METTERE UNA CC DI VELOCITÀ RAPPRESENTATIVA DELLA PORTATA CHE SI STA CEDENDO NEL POZZO, E POI UNA CC DI TEMPERATURA DELL'ACQUA CEDUTA.

VELOCITÀ CARATTERISTICA

ADIMENSIONALIZZANDO L'EQUAZIONE E INSERENDO $L, V, \rho, \mu$

$$v^* = \frac{v}{V} \qquad x^* = \frac{x}{L}$$

$$\nabla^* = L\nabla \qquad p^* = \frac{p}{\rho V^2}$$

DIVENTA

$$\frac{\partial v^*}{\partial t} + (v^* \nabla) v^* = -\nabla^* p^* + \frac{1}{Re} \nabla^{*2} v^*$$

- LA DIMENSIONE DELLE PICCOLE SCALE DIMINUISCE AL CRESCERE DI $Re$: $L/\ell \sim Re^{3/4}$
- LA DIMENSIONE DELLE GRANDI SCALE È INDIPENDENTE DA $Re$

$$\frac{d}{L} \sim Re^{9/4}$$

DIMENSIONE DI CELLA

– LA TURBOLENZA È UN FENOMENO DISSIPATIVO
- LA MAGGIOR PARTE DELL'ENERGIA DI UN FLUSSO TURBOLENTO È DOVUTA ALLE GRANDI SCALE
- LA DISSIPAZIONE AVVIENE ALLE PIÙ PICCOLE SCALE (SCALA DI KOLMOGOROV)

IL TERMINE $$\mu\phi = \frac{1}{2}\mu\left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i}\right)\left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i}\right)$$

RAPPRESENTA PROPRIO L'ENERGIA DISSIPATA A QUESTE SCALE

– FENOMENO 3D, NON STAZIONARIO E ROTAZIONALE

- INTENSA VORTICITÀ ALLE PICCOLE SCALE $\Omega = \nabla \times V$ ROTORE

$$\Omega \sim \frac{1}{2} w$$

È MOLTO INTENSA ALLE SCALE PIÙ PICCOLE.

- IL CAMPO DI VELOCITÀ E DI PRESSIONE SONO SCOMPOSTI IN UNA COMPONENTE MEDIA ED UNA FLUTTUANTE

$$v = \bar{v} + v' \qquad \bar{v'} \equiv 0 \qquad \bar{v} = \frac{1}{T}\int_0^T v\,dt$$

PROPRIETÀ

$$\bar{\bar{v}} = \bar{v}$$

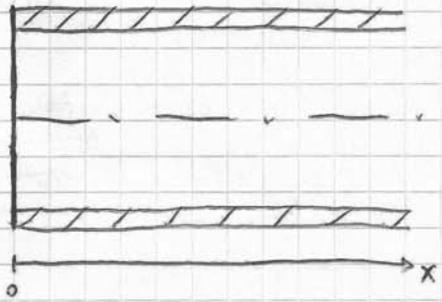
$$p = \bar{p} + p' \qquad \bar{p'} \equiv 0 \qquad \overline{v'v'} \neq 0$$

$$\overline{vv} = \bar{v}\bar{v} + \overline{v'v'}$$

24/05/2013

# ACUSTICA

- SI OCCUPA DELLA GENERAZIONE, DELLA TRASMISSIONE E POI, DELL'EFFETTO DI ONDE DI PRESSIONE (QUINDI ONDE MECCANICHE) CHE DETERMINANO UN EFFETTO SULL'ORECCHIO UMANO. È TIPICAMENTE CHIAMATA ACUSTICA AMBIENTALE.
- LE ONDE MECCANICHE NECESSITANO DI UN MEZZO ELASTICO PER LA LORO TRASMISSIONE A DIFFERENZA DELLE ONDE ELETTROMAGNETICHE, LE QUALI POSSONO TRASMETTERSI NEL VUOTO.
- CONSIDERIAMO IL CASO PARTICOLARE DELLA TRASMISSIONE MONODIMENSIONALE DELLE ONDE DI PRESSIONE. DUE TIPI DI PROBLEMA:

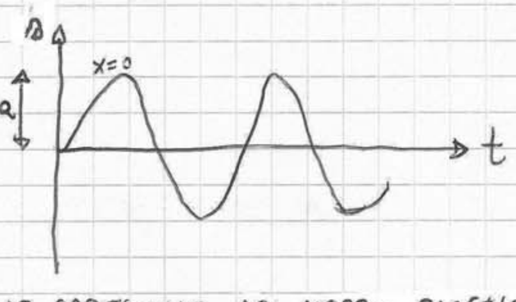



1) TRASMISSIONE DI UN ONDA DI PRESSIONE LUNGO UN CONDOTTO
2) ONDE SFERICHE: AD ESEMPIO, UNA SORGENTE MOLTO PICCOLA APPROSSIMABILE AD UNA SFERA, CHE EMETTE IN TUTTE LE DIREZIONI E CHE DETERMINA UNA PROPAGAZIONE DELLE ONDE IN DIREZ. RADIALE

CONSIDERIAMO IL PRIMO CASO, IL SECONDO È ANALOGO.
IL MEZZO ELASTICO È ARIA, ED IMMAGINIAMO CHE APPOGGIATA AL CONDOTTO CI SIA UNA LAMINA METALLICA CHE VIENE POSTA IN VIBRAZIONE. ESSA VIBRERÀ CON UNA FUNZIONE DI QUESTO TIPO

$$s_0 = a \cdot \sin(2\pi f \cdot t)$$

AMPIEZZA VIBRAZIONE ($a$) — FREQUENZA VIBRAZIONE ($f$)




LE PARTICELLE DEL MEZZO ELASTICO A CONTATTO CON LA LAMINA VIBRERANNO SECONDO LA STESSA EQUAZIONE. QUESTA VIBRAZIONE TENDERÀ A SPOSTARSI, COINVOLGENDO LE PARTICELLE CHE SI TROVANO SULLE SEZIONI A X SUCCESSIVE. POSSO IDENTIFICARE UNA VELOCITÀ DI PROPAGAZIONE DEL FENOMENO.

$C$ = VELOCITÀ DI PROPAGAZIONE

SE ANDIAMO A CONSIDERARE UNA GENERICA SEZIONE ALLA COORDINATA X, IL TIPO DI OSCILLAZIONE A CUI È SOGGETTA QUESTA SEZIONE È DESCRITTA DALLA SEGUENTE FUNZIONE

$$s(x,t) = a \cdot \sin\left[2\pi f \cdot \left(t - \underbrace{\frac{x}{c}}\right)\right]$$

RITARDO CON CUI LA SEZIONE SI È MESSA A VIBRARE RISPETTO ALLA VIBRAZIONE DELLA SEZIONE $X=0$

IL TIPO DI VIBRAZIONE È UGUALE PERCHÈ IL MEZZO È ELASTICO E NON CI SONO DISSIPAZIONI.

$$\Delta(dV) = S \cdot \left( s_{x_1} + \frac{\partial s}{\partial x} dx - s_{x_1} \right) = S \frac{\partial s}{\partial x} dx$$

PER UN MEZZO ELASTICO POSSIAMO DEFINIRE UNO SFORZO DI TRAZIONE, UTILIZZANDO LA LEGGE DI HOOKE

$$\sigma = E \cdot \frac{dl}{l}$$

PIÙ CHE DI SFORZI DI TRAZIONE, IN REALTÀ STIAMO PARLANDO DI PRESSIONE, QUINDI POSSIAMO DEFINIRE UN $dp$ E RIFERIRLO, INVECE CHE ALLA LUNGHEZZA, AL VOLUME DEL MEZZO CONSIDERATO,

$$dp = -E_V \cdot \frac{dV}{V}$$

$E_V$ = MODULO ELASTICO RIFERITO ALL'UNITÀ DI VOLUME

IL SEGNO MENO PERCHÉ AD UNA COMPRESSIONE CORRISPONDE UNA RIDUZIONE DI VOLUME.
LINEARIZZANDO QUESTA VARIAZIONE, POSSIAMO SCRIVERE:

$$\Delta p = -E_V \cdot \frac{\Delta V}{V}$$

SOSTITUENDO LE ESPRESSIONI RICAVATE (IL $V$ SAREBBE IL NOSTRO $dV$)

$$\Delta p = -E_V \frac{\cancel{S} \frac{\partial s}{\partial x} \cancel{dx}}{\cancel{S} \cancel{dx}} = -E_V \frac{\partial s}{\partial x}$$

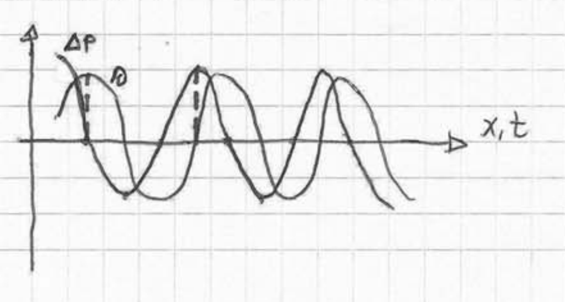
DERIVANDO $s(x,t)$ RISPETTO A $x$ SI OTTIENE

$$\frac{\partial s}{\partial x} = a \cdot 2\pi f \left(-\frac{1}{c}\right) \cdot \cos\left[2\pi f\left(t - \frac{x}{c}\right)\right]$$

$$\Delta p = \frac{E_V \cdot a 2\pi f}{c} \cos\left[2\pi f\left(t - \frac{x}{c}\right)\right]$$

$\Delta p$ È DI TIPO COSINUSOIDALE

DIAGRAMMANDO $s$ E $\Delta p$ IN FUNZIONE DI $x$ OPPURE DI $t$




L'ONDA DI PRESSIONE È SFASATA DI 90° RISPETTO A QUELLA DI SPOSTAMENTO.
QUANDO L'AMPIEZZA DELL'OSCILLAZIONE È MAX O MIN, LA RELATIVA $\Delta p = 0$.
QUANDO L'AMPIEZZA DELL'OSCILLAZIONE È NULLA, $\Delta p$ HA UN MAX O MIN.

QUANTO DETTO VALE SIA IN UN'ANALISI A PARITÀ DI SEZIONE, IN FUNZIONE DEL TEMPO OPPURE, IN UN'ANALISI IN UN ISTANTE TEMPORALE, IN FUNZIONE DELLA SEZIONE.

ATTRAVERSO L'APPARATO UDITIVO CIÒ CHE SENTIAMO NON È UN SUONO ISTANTANEO, MA MEDIATO IN UN TEMPO (HA UNA CERTA DURATA).
PERCIÒ, NON CI INTERESSA L'INTENSITÀ ISTANTANEA, MA UNA GRANDEZZA MEDIATA IN UN CERTO TEMPO.

$$I = \frac{\frac{1}{\tau}\int_\tau W \cdot dt}{S}$$

$\frac{\text{POTENZA MEDIA IN UN CERTO TEMPO}}{\text{SEZIONE SULLA QUALE LA POTENZA INCIDE}}$

SOSTITUENDO $W$

$$I = \frac{\frac{1}{\tau}\int_\tau \rho c (2\pi f a)^2 \cancel{S} \cos^2\left[2\pi f\left(t - \frac{x}{c}\right)\right] dt}{\cancel{S}}$$

$$I = \frac{1}{\tau} \rho c (2\pi f a)^2 \underbrace{\int_\tau \cos^2\left[2\pi f\left(t - \frac{x}{c}\right)\right] dt}_{\tau/2}$$

L'INTEGRALE DI $\cos^2$ SU UN PERIODO È = PERIODO/2

IL VALOR MEDIO DI $I$ È QUINDI

$$I = \frac{1}{\cancel{\tau}} \rho c (2\pi f a)^2 \cdot \frac{\cancel{\tau}}{2}$$

MOLTIPLICANDO E DIVIDENDO PER $\rho c$

$$I = \frac{(2\pi f a \rho c)^2}{2 \rho c} = \frac{\Delta P_{max}^2}{2 \rho c}$$

DATA UNA GENERICA GRANDEZZA PERIODICA

$$G(t) = G_{max} \cdot \cos(t)$$

POSSIAMO DEFINIRE IL VALORE EFFICACE DI QUESTA GRANDEZZA MEDIANDOLA NEL PERIODO

$$G_{eff}^2 = \frac{1}{\tau}\int_\tau G^2(t)\, dt$$

$$G_{eff}^2 = \frac{1}{\tau}\int_\tau G_{max}^2 \cdot \cos^2(t)\, dt$$

$$G_{eff}^2 = \frac{1}{\tau} G_{max}^2 \underbrace{\int_\tau \cos^2(t)\, dt}_{\tau/2} = \frac{G_{max}^2}{2}$$

29/05/2013

SE NOI CI PONIAMO AD UNA FREQUENZA CARATTERISTICA, 1000 Hz AD ESEMPIO, SUPPONIAMO DI ATTIVARE UNA SORGENTE ACUSTICA, CHE EMETTA UN SUONO A 1000 Hz E POI AUMENTARE LA POTENZA DELLA SORGENTE → AUMENTERÀ L'INTENSITÀ E ANCHE LA PRESSIONE EFFICACE.
ESAMINANDO IL SEGNALE A 1000 Hz, E COLLEGANDO LA $P_{eff}$ ALLA SENSAZIONE ACUSTICA, SCOPRIAMO CHE, CONSIDERANDO UNA POPOLAZIONE MEDIA, QUANDO LA $P_{eff}$ RAGGIUNGE UN VALORE DI $2 \cdot 10^{-5}$ Pa, MEDIAMENTE, IL SEGNALE DIVENTA UDIBILE.

$\Delta P_{eff} = 2 \cdot 10^{-5}$ Pa SOGLIA DI UDIBILITÀ (AL DI SOTTO IL SUONO NON È UDIBILE)

AUMENTANDO POTENZA E QUINDI INTENSITÀ E PRESSIONE, IL SEGNALE DIVENTA SEMPRE PIÙ UDIBILE FINO AD ARRIVARE AD UN LIVELLO CARATTERISTICO DI 20 Pa, IN CORRISPONDENZA DEL QUALE IL SEGNALE DÀ MOLTO FASTIDIO.
IL CAMPO DI INTERESSE VA TRA QUESTI 2 ESTREMI $2 \cdot 10^{-5} \text{ Pa} \leq \Delta P_{eff} \leq 20 \text{ Pa}$

È UN CAMPO MOLTO AMPIO IN TERMINI DI ORDINI DI GRANDEZZA.
PER QUESTO MOTIVO, NON SI FA RIFERIMENTO A PRESSIONE, INTENSITÀ E POTENZA, MA A QUELLI CHE SONO I CORRISPONDENTI LIVELLI DI PRESSIONE, INTENSITÀ E POTENZA.
IL LIVELLO DI UNA GENERICA GRANDEZZA G È DEFINITO COME:

$$L_G = 10 \log \frac{G}{G_0}$$ ← VALORE DI RIFERIMENTO DELLA GRANDEZZA STESSA

$$L_I = 10 \log \frac{I}{I_0}$$ LIVELLO DI INTENSITÀ

$$I_0 = 10^{-12} \frac{W}{m^2}$$ INTENSITÀ DI RIFERIMENTO

$$L_W = 10 \log \frac{W}{W_0}$$ LIVELLO DI POTENZA

$$W_0 = 10^{-12} W$$ POTENZA DI RIFERIMENTO

IL MOTIVO PER CUI SONO AL QUADRATO È LEGATO AL FATTO DELLE GRANDEZZE SOMMABILI DETTO ALLA PRECEDENTE LEZIONE

$$L_P = 10 \log \frac{\Delta P_{eff}^2}{\Delta P_0^2}$$ LIVELLO DI PRESSIONE

$$\Delta P_0 = 2 \cdot 10^{-5} \text{ Pa}$$ PRESSIONE DI RIFERIMENTO
CHE È PROPRIO LA $\Delta P_{eff}$ ALLA QUALE UN SUONO DI 1000 Hz È MEDIAMENTE UDIBILE

COME SI COMPORTANO $L_I$ E $L_W$?

$$L_I = 10 \log \frac{I}{I_0}$$ RICORDANDO CHE $I = \frac{\Delta p_{eff}^2}{\rho c}$

MOLTIPLICO E DIVIDO PER $\Delta p_0^2$

$$L_I = 10 \log \left( \frac{\Delta p_{eff}^2}{\rho c} \cdot \frac{1}{I_0} \cdot \frac{\Delta p_0^2}{\Delta p_0^2} \right) =$$

UTILIZZANDO LE REGOLE DEI LOGARITMI

$$= \underbrace{10 \log \frac{\Delta p_{eff}^2}{\Delta p_0^2}}_{\to L_p} + \underbrace{10 \log \frac{\Delta p_0^2}{\rho c I_0}}_{\log(<1) \text{ DÀ UN VALORE NEGATIVO}} = L_p + C$$

$C = -0{,}2$ dB MOLTO PICCOLO

PERCIÒ

$$L_I \approx L_p$$

RISCRIVIAMO $L_I$ SFRUTTANDO LA DEFINIZIONE DI $I = W/S$

$$L_I = 10 \log \left( \frac{W}{S} \cdot \frac{1}{I_0} \right)$$

$$I_0 = 10^{-12} \ W/m^2$$
$$W_0 = 10^{-12} \ W \quad \Rightarrow \quad I_0 = \frac{W_0}{S_0}$$

→ LA SUPERFICIE DI RIFERIMENTO È $1 \ m^2$

SOSTITUENDO $I_0$

VALE $1 \ m^2$, NON È PIÙ ADIMENSIONATO

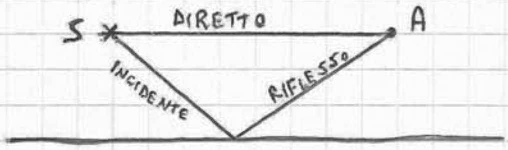
$$L_I = 10 \log \left( \frac{W}{S} \cdot \frac{1}{W_0} \right) = 10 \log \left( \frac{W}{W_0} \right) - 10 \log S$$

$$L_I = L_W - 10 \log S \approx L_p$$

MISURANDO CON UN FONOMETRO $L_p$, RICAVO $L_I$ E, NOTA $S$, POSSO CALCOLARE $L_W$

CARATTERIZZAZIONE DEL COMPORTAMENTO ACUSTICO IN AMBIENTI CHIUSI

NEGLI AMBIENTI APERTI, IL SUONO NON INTERAGISCE CON GLI ELEMENTI DELL'AMBIENTE, SI PROPAGA LIBERAMENTE. NEGLI AMBIENTI CONFINATI È PRESENTE UN'INTERAZIONE DEL SUONO CON LE PARETI




SE NOI ABBIAMO UNA SORGENTE ED UN ASCOLTATORE, QUANDO LA SORGENTE EMETTE UN SUONO (CHE È IN OGNI DIREZIONE), IL SUONO CHE PRIMA DI TUTTI ARRIVA ALL'ASCOLTATORE È IL SUONO DIRETTO (QUELLO CHE PERCORRE LA MINIMA DISTANZA).

OLTRE AL SUONO DIRETTO, VI È IL SUONO CHE COLPISCE LA PARETE, CHE IN PARTE VIENE RIFLESSO DALLA PARETE E ARRIVA ALL'ASCOLTATORE (IN RITARDO RISPETTO AL SUONO DIRETTO).

TALE RELAZIONE VALE SOLO NEL CASO DI
CAMPO PERFETTAMENTE RIVERBERATO ; CAMPO IN CUI IL COEFFICIENTE DI ASSORBIMENTO APPARENTE Q' È MOLTO BASSO , OVVERO CHE, L'INTENSITÀ EMESSA RIMANE QUASI TUTTA ALL' INTERNO DELL' AMBIENTE.

$$\underbrace{W}_{\text{GENERATA DALLA SORGENTE}} - \underbrace{\bar{a}' \cdot \underset{\text{SUPERF DELL'AMBIENTE}}{S} \cdot I}_{\text{QUOTA CHE FUORIESCE DALL'AMBIENTE}} = \underbrace{\frac{dJ}{dt}}_{\text{VARIAZIONE DI EN. MECCANICA ALL'INTERNO DELL'AMBIENTE NELL'UNITÀ DI TEMPO}} \cdot V$$

$\bar{a}'$ = COEFFICIENTE DI ASSORBIMENTO MEDIO APPARENTE
TIENE CONTO DEL FATTO CHE NON TUTTE LE SUPERFICI SONO COSTITUITE DALLO STESSO MATERIALE.
SE VOGLIO OTTENERE LE CARATTERISTICHE MEDIE DEL LOCALE, VALE LA SEGUENTE:

$$\sum \underbrace{a'_i \cdot S_i}_{\text{DI CIASCUNA SUPERFICIE}} = \bar{a}' \cdot S$$

DIVIDO PER IL VOLUME

$$\frac{W}{V} - \frac{\bar{a}' \cdot S I}{V} = \frac{dJ}{dt} \xrightarrow{\text{APPLICO } I = \frac{Jc}{4}} \frac{W}{V} - \overbrace{\frac{\bar{a}' S c}{4V}}^{\beta} J = \frac{dJ}{dt}$$

$$\beta = \frac{\bar{a}' S c}{4V} \qquad \frac{W}{V} - \beta J = \frac{dJ}{dt} \quad (1)$$

POSSIAMO INDICARE IL 1° MEMBRO COME UNA SORTA DI DENSITÀ ENERGETICA FITTIZIA

$$J^* = J\beta - \frac{W}{V} \quad (2)$$

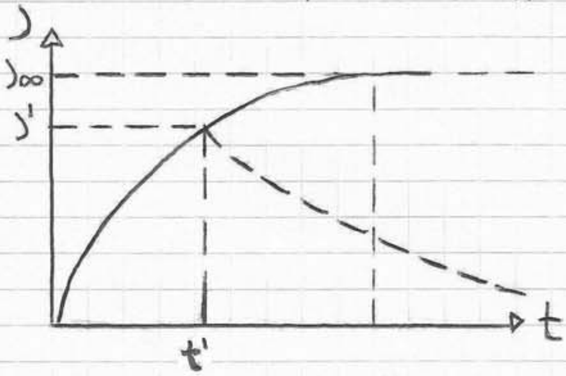
DERIVANDO

$$\frac{dJ^*}{dt} = \beta \cdot \frac{dJ}{dt} \quad (3)$$ ⟸ SE LA POTENZA ASSOCIATA ALLA SORGENTE È COSTANTE

SOSTITUENDO LA (2) AL PRIMO MEMBRO DI (1) E LA (3) AL 2° MEMBRO DI (1)

$$-J^* = \frac{1}{\beta} \cdot \frac{dJ^*}{dt}$$

COSA SUCCEDE A PARTIRE DAL MOMENTO IN CUI LA SORGENTE VIENE SPENTA?
IMMAGINIAMO DI ESSERE NELLA SITUAZIONE IN CUI LA DENSITÀ ENERGETICA RAGGIUNGE UN VALORE $J^*$, IN QUESTO ISTANTE DI TEMPO $t'$ SPEGNIAMO LA SORGENTE, COSA SUCCEDE A $J$?




INTRODUCIAMO UN TEMPO $t^*$ A PARTIRE DA $t'$

$$t^* = t - t'$$

SCRIVIAMO IL BILANCIO ENERGETICO: IL TERMINE DI POTENZA È NULLO A SORGENTE SPENTA

$$0 - \bar{a}' \cdot S I = \frac{dJ}{dt} V \qquad I = \frac{Jc}{4}$$

$$-\bar{a}' \cdot S \frac{Jc}{4} = \frac{dJ}{dt} V$$

$$-\overbrace{\frac{\bar{a}' S c}{4V}}^{\beta} dt = \frac{dJ}{J} \quad \overset{\text{INTEGRANDO}}{\Rightarrow} \quad \ln J = -\beta t + K$$

$$J = e^{-\beta t} \cdot e^{K}$$

PER POTER DEFINIRE $K$ POSSIAMO RIFERIRCI ALLA SITUAZIONE INIZIALE: PER $t = t' \to J = J'$
$\Downarrow$
$t^* = 0$

POSSIAMO RISCRIVERE L'EQUAZIONE NELLA SEGUENTE FORMA

$$J = J' \cdot e^{-\beta t^*} \qquad \text{COSÌ, QUANDO } t^* = 0 \to J = J'$$

QUESTA ESPRESSIONE CI DICE COME PROCEDERÀ NEL TEMPO $J$ E QUINDI $I$.

$$I = I' \cdot e^{-\beta t}$$

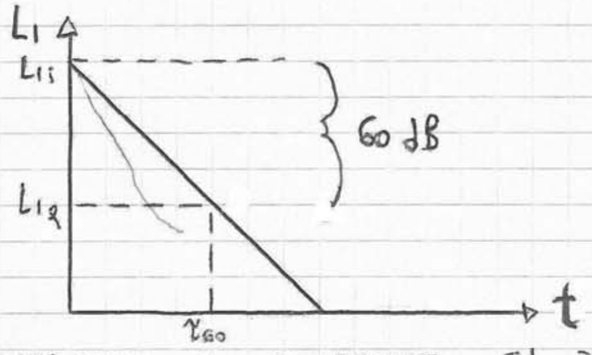
LA STESSA ESPRESSIONE LA POSSO RISCRIVERE PER L'INTENSITÀ ACUSTICA: ESSA CI DICE CHE IL TRANSITORIO DI SPEGNIMENTO DELLA SORGENTE È DI TIPO ESPONENZIALE NEGATIVO.
$J$ DIMINUISCE IN QUESTO MODO

$\boxed{T_{60}}$

TEMPO DI RIVERBERAZIONE: TEMPO NECESSARIO AFFINCHÈ, UNA VOLTA SPENTA LA SORGENTE, L'INTENSITÀ ACUSTICA DIMINUISCA E DIVENTI PARI AD 1 MILIONESIMO DELL'INTENSITÀ INIZIALE.

IL $\tau_{60}$ VISTO IN TERMINI DI LIVELLI È IL TEMPO AFFINCHÈ $L_I$ SI RIDUCA DI 60 dB RISPETTO A $L_I$ INIZIALE

CONSIDERANDO CHE $I$ DECRESCE IN MANIERA ESPONENZIALE NEGATIVA, ED $L_I$ SI OTTIENE COME UN log DI $I$, QUINDI VUOL DIRE CHE $L_I$ NEL TEMPO DEVE ESSERE LINEARE




QUESTO TIPO DI COMPORTAMENTO È UTILE ANCHE PER VALUTARE L'APPLICABILITÀ DELLA FORMULA DI SABINE. SE IL COMPORTAMENTO CHE OTTENIAMO NON È LINEARE VUOL DIRE CHE ESSO NON È MODELLABILE CON SABINE, OSSIA NON È UN CAMPO RIVERBERATO ($\bar{a}'$ NON È SUFFICIENTEMENTE BASSO)

IN UN CAMPO NON RIVERBERATO, $\bar{a}'$ È PIÙ ELEVATO ED IL DECADIMENTO DELL'INTENSITÀ È PIÙ RAPIDO DI QUELLO (LINEA BLU) CHE SI AVREBBE IN UN CAMPO RIVERBERATO.

QUINDI, RIEPILOGANDO SU COME SI FA A TROVARE IL TEMPO DI RIVERBERAZIONE

$\Delta p_{eff} \Rightarrow L_p \approx L_I$ → DIAGRAMMO $L_I$ NEL TEMPO → CONOSCENDO $L_I$ INIZIALE, VADO A VEDERE QUANTO TEMPO SERVE AFFINCHÈ $L_I$ SI RIDUCA DI 60 dB.

- COSE RIPORTATE SULLE DISPENSE <u>MA CHE NON CHIEDERÀ</u>

- ESPRESSIONE CHE LEGA, NEL CASO DI ONDE SFERICHE, L'INTENSITÀ ALLA POTENZA IN UN GENERICO CAMPO SEMIRIVERBERATO

$$I = \underbrace{\frac{W}{4\pi r^2}}_{\text{CONTRIBUTO LEGATO ALLE ONDE DIRETTE}} + \underbrace{4\,\frac{(1-\bar{a}')\,W}{\bar{a}' S}}_{\text{CONTRIBUTO LEGATO ALLE ONDE RIFLESSE}}$$

$r$ = DISTANZA DALLA SORGENTE

- ISOLAMENTO ACUSTICO: SI TRATTA DI BARRIERE O IMPEDIMENTI ALLA DIFFUSIONE DEL SUONO TRA UNA SORGENTE ED UN ASCOLTATORE.
2 CLASSI DI ISOLAMENTO ACUSTICO:
1) ISOLAMENTO ACUSTICO DI UNA PARETE: SITUAZIONE IN CUI HO UNA SORGENTE IN UNA STANZA ED UN ASCOLTATORE IN UN'ALTRA STANZA E VOGLIAMO VEDERE QUAL È L'INTENSITÀ SONORA CHE RAGGIUNGE L'ASCOLTATORE CON QUESTA PARETE INTERPOSTA.
SI UTILIZZA LA SEGUENTE GRANDEZZA

$$\alpha = 10 \log \frac{I_i}{I_t}$$

$I_i$ – DELLA SORGENTE; $I_t$ – TRASMESSA

POTERE FONOISOLANTE

$$\alpha = \alpha_1 \cdot \left[\log\left(\frac{m}{S} f\right) - 2\right]$$

$\alpha_1 \approx 15$ dB

ESPRESSIONE SPERIMENTALE DEL POTERE FONOISOLANTE DI UNA PARETE

$m/S$ = MASSA FRONTALE DELLA PARETE
$f$ = FREQUENZA

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 95 di 108

$\boxed{05/06/2013}$

SUONI COMPLESSI:

VEDIAMO LE MODALITÀ CON CUI COMBINARE 2 SUONI A DIFFERENTE FREQUENZA $\omega$

$$\Delta p_1(t) = \Delta p_1 \cdot \cos(\omega_1 t + \vartheta_1)$$
$$\Delta p_2(t) = \Delta p_2 \cdot \cos(\omega_2 t + \vartheta_2)$$

LA GRANDEZZA SOMMABILE È IL QUADRATO DELLE PRESSIONI ED È LA GRANDEZZA CHE CI INTERESSA DAL PUNTO DI VISTA MECCANICO, SCRIVIAMO IL QUADRATO DELLA SOMMA DELLE PRESSIONI:

$$[\Delta p(t)]^2 = \Delta p_1^2 \cdot \cos^2(\omega_1 t + \vartheta_1) + \Delta p_2^2 \cos^2(\omega_2 t + \vartheta_2) +$$
$$+ 2\Delta p_1 \Delta p_2 \cos(\omega_1 t + \vartheta_1)\cos(\omega_2 t + \vartheta_2)$$

$$\Delta p_{eff}^2 = \frac{1}{\tau}\int_\tau \Delta p^2 \, dt$$ AVENDO RICORDATO CHE LA PRESSIONE CHE CI INTERESSA È QUELLA MEDIATA

PER EFFETTUARE L'INTEGRALE SUL PERIODO POSSIAMO PROCEDERE CONSIDERANDO LA SEGUENTE FORMULA DI BISEZIONE

$$\cos^2 t = \frac{1+\cos 2t}{2}$$ E APPLICHIAMOLA AI PRIMI 2 TERMINI

$$[\Delta p(t)]^2 = \underbrace{\frac{\Delta p_1^2}{2}} + \underbrace{\frac{\Delta p_1^2 \cos(2\omega_1 t + \vartheta_1)}{2}} + \underbrace{\frac{\Delta p_2^2}{2}} +$$
$$+ \underbrace{\frac{\Delta p_2^2 \cos(2\omega_2 t + \vartheta_2)}{2}} + 2\Delta p_1 \Delta p_2 \cos(\omega_1 t + \vartheta_1)\cos(\omega_2 t + \vartheta_2)$$

L'INTEGRALE DEI 2 TERMINI IN BLU CHE È UNA COSTANTE, DIVISO PER IL PERIODO, È LA COSTANTE STESSA

$$\frac{1}{\tau}\int_\tau \frac{\Delta p_1^2 + \Delta p_2^2}{2}\, dt = \frac{\Delta p_1^2 + \Delta p_2^2}{2}$$

L'INTEGRALE DEI TERMINI IN ROSSO È 0.
L'INTEGRALE DELL'ULTIMO TERMINE È 0 SE $\omega_1 \neq \omega_2$ CHE È PROPRIO LA SITUAZIONE CHE VOGLIO ANALIZZARE.

QUINDI IL RISULTATO DELL'INTEGRALE COMPLETO È SOLO QUEL TERMINE SCRITTO PRIMA

$$\frac{1}{\tau}\int_\tau \Delta p^2(t)\, dt = \frac{\Delta p_1^2 + \Delta p_2^2}{2}$$ ← RAPPRESENTA LA PRESSIONE EFFICACE AL QUADRATO DEL SUONO RISULTANTE.

INVECE, GIÀ SAPEVAMO, CHE PER I SUONI CON STESSA FREQUENZA, POSSO SOMMARE LE LORO $\Delta p_{eff}^2$ PER OTTENERE LA PRESSIONE RISULTANTE.