



Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino

Appunti universitari

Tesi di laurea

Cartoleria e cancelleria

Stampa file e fotocopie

Print on demand

Rilegature

NUMERO: 551

DATA: 05/06/2013

A P P U N T I

STUDENTE: Sicari

MATERIA: Idraulica Esercitazioni

Prof. Ridolfi

Il presente lavoro nasce dall'impegno dell'autore ed è distribuito in accordo con il Centro Appunti.

Tutti i diritti sono riservati. È vietata qualsiasi riproduzione, copia totale o parziale, dei contenuti inseriti nel presente volume, ivi inclusa la memorizzazione, rielaborazione, diffusione o distribuzione dei contenuti stessi mediante qualunque supporto magnetico o cartaceo, piattaforma tecnologica o rete telematica, senza previa autorizzazione scritta dell'autore.

ATTENZIONE: QUESTI APPUNTI SONO FATTI DA STUDENTIE NON SONO STATI VISIONATI DAL DOCENTE.
IL NOME DEL PROFESSORE, SERVE SOLO PER IDENTIFICARE IL CORSO.

Moto uniforme nelle correnti a pelo libero

DATI STUDENTE:

NOME: ROSARIO

COGNOME: SICARI

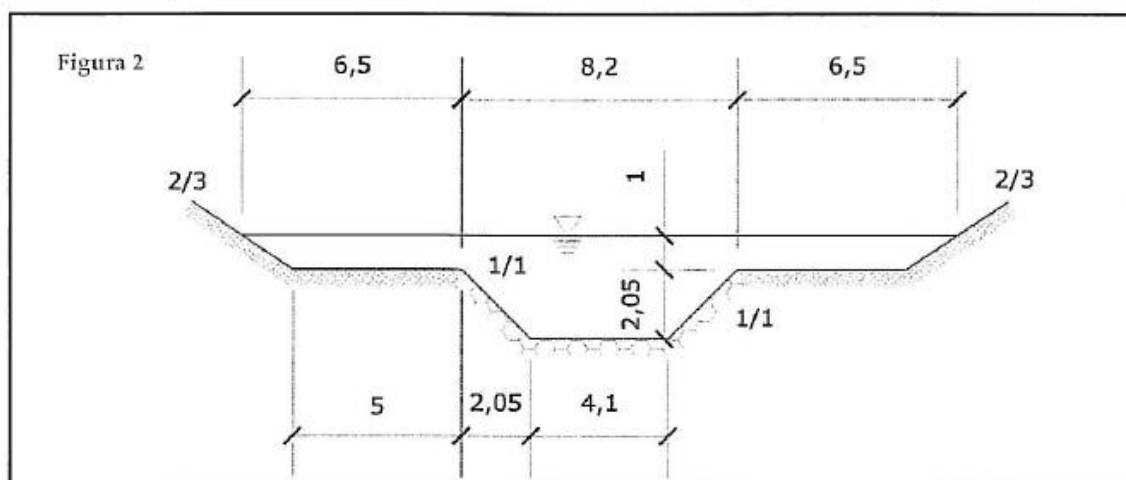
MATRICOLA: 163513

TESTO ESERCIZIO

ESERCIZIO IV – DA PORTARE ALL’ESAME

Un corso d’acqua scorre in un alveo costituito da una parte centrale, trapezia, larga al fondo 4.10 m e sponde inclinate 1/1 fino ad un’altezza di 2.05 m e da due aree golenali laterali larghe ciascuna 5.00 m e con sponde inclinate 2/3 (v. figura 2 – misure espresse in metri). L’alveo centrale è rivestito con blocchi di pietra naturale ben sistemati ($n = 0.022 \text{ m}^{-1/3}/\text{s}$), mentre le golenone sono in terra regolarizzata e ricoperta d’erba ($n = 0.025 \text{ m}^{-1/3}/\text{s}$). La pendenza del fondo è del 3‰.

- Tracciare l’andamento della scala di deflusso $Q(Y)$;
- Calcolare la portata di moto uniforme con un’altezza d’acqua di 1 m sulle golenone.

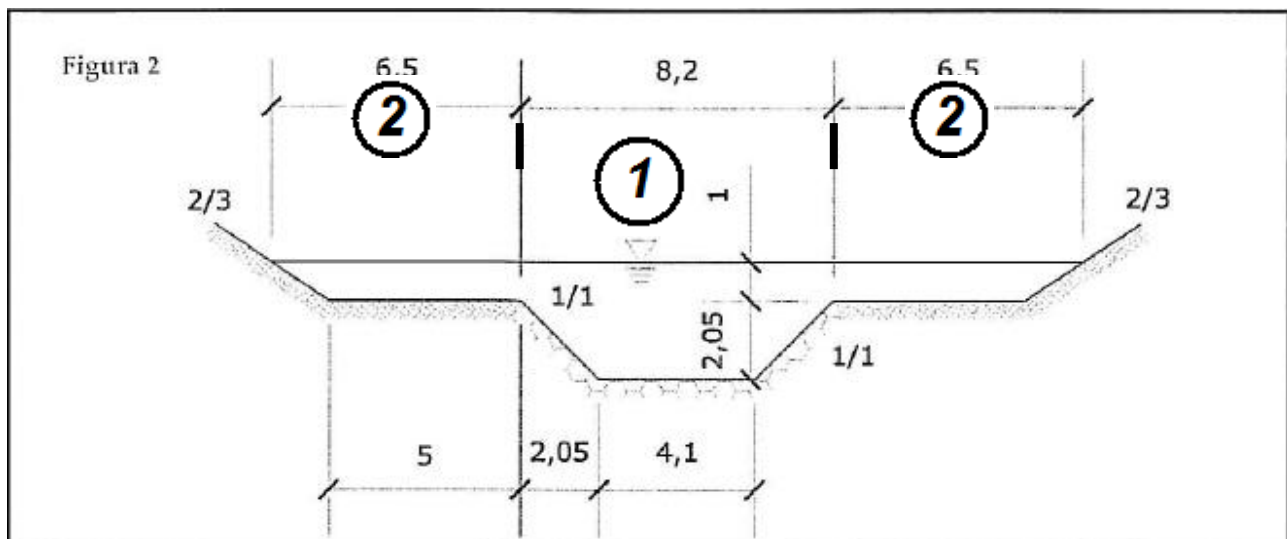


pianeggianti, dette **golene**, destinate ad accogliere la corrente negli stati di piena. In tale contesto occorre prestare attenzione all'applicazione della formula di Chézy. Infatti non appena il livello del pelo libero dell'acqua giunge a superare il bordo dell'alveo di magra, ad un incremento piccolissimo di area viene a corrispondere un forte incremento del contorno bagnato e, di conseguenza, il raggio idraulico subisce una brusca riduzione così come, in definitiva, anche la portata. Ma la realtà (e l'intuizione) ci dicono che ciò non avviene. Infatti in questa applicazione della formula di Chezy non ci si è curati di verificare che il moto avvenisse lungo una sola direzione (ipotesi di "correnti"). Ciò non avviene poiché l'inondazione delle aree golenarie comporta la definizione di un moto bidimensionale. L'incongruenza viene superata andando a dividere la sezione in tre parti ed applicando in ciascuna di esse "il proprio Chézy" (con le proprie scabrezze, le proprie sezioni, i propri raggi idraulici...).

Ciò è quello che ha richiesto il presente esercizio.

SVOLGIMENTO

Ecco come è stata suddivisa la sezione:



Il problema viene risolto tramite una *discretizzazione* delle Y con passo fissato. Ciò consente, per ogni valore di Y , di calcolare il valore di portata ed avere quindi la scala di deflusso. Ovviamente per $Y=3,05$ m sarà possibile determinare la portata di moto uniforme. È bene, però, specificare che quando $Y > 2,05$ m (ossia l'acqua invade le golene) il "blocco" di formule da usare cambia rispetto al caso di $Y \leq 2,05$ m.

SE $Y > 2,05$ m

Stavolta sono anche interessate le aree golenarie. È doveroso sottolineare che le linee immaginarie che dividono le tre sezioni non sono, ovviamente, soggette ad attrito e non vanno, pertanto, conteggiate nel contorno bagnato.

La larghezza del pelo libero vale:

$$b_1 = 8,2 \text{ m resta pari a quello dell'ultima iterazione}$$

Mentre, ovviamente, si ha:

$$b_2 = 2 * 5 + \left(\frac{2}{3}\right) \cdot (Y - 2,05)$$

Le sezioni trasversali trapezoidali valgono :

$$\Omega_1 = \Omega_1(\text{ultima iterazione}) + b_1 \cdot (Y - 2,05)$$

$$\Omega_2 = \frac{1}{2} \cdot (2 * 5 + b_2) \cdot (Y - 2,05)$$

Da una semplice osservazione di trigonometria si ha che le lunghezze di sponda bagnata valgono:

$$l_1 = 0$$

$$l_2 = \frac{(Y - 2,05)}{\sin(\tan^{-1} 2/3)}$$

Di conseguenza i contorni bagnato valgono:

$$P_1 = \text{quello dell'ultima iterazione}$$

$$P_2 = 2 * 5 + 2 * l_2$$

È così possibile calcolare i raggi idraulici.

$$\mathcal{R}_1 = \frac{\Omega_1}{P_1}$$

$$\mathcal{R}_2 = \frac{\Omega_2}{P_2}$$

Noto il coefficiente di Manning, è possibile calcolare il coefficiente di Chézy tramite la formula:

$$\chi_1 = \frac{1}{n_c} \cdot \mathcal{R}_1^{\frac{1}{6}}$$

$$\chi_2 = \frac{1}{n_g} \cdot \mathcal{R}_2^{\frac{1}{6}}$$

```

num = ((altezza_ac+h)/passo); %questo è il numero di iterazioni che verranno
fatte e mi dà la dimensione(-1) del vettore per poter stampare i risultati
conta=1;
Y_vett=[0:num];

for Y=0:passo:(altezza_ac+h)

    Y_vett(conta)=Y;

    if(Y<=altezza_ac)

        b1=larg_ac+2*Y;
        b2=0;
        Area1=0.5*(larg_ac+b1)*Y;
        Area2=0;
        lung_sponda1=Y/sin(atan(inclinazione_sponde_ac));
        cont_bagnato1=larg_ac+2*lung_sponda1;
        lung_sponda2=0;
        cont_bagnato2=0;
        raggio_idraulico1=Area1/cont_bagnato1;
        raggio_idraulico2=0; %metto direttamente 0 così da evitare la
        divisione per cont_bagnato2= 0 !!!
        X1=(1/n_ac)*((raggio_idraulico1)^(1/6)); %coeff Chezy calcolato noto
        Manning
        X2=(1/n_go)*((raggio_idraulico2)^(1/6));
        U1=X1*((raggio_idraulico1*i/1000)^(1/2)); %velocità
        U2=X2*((raggio_idraulico2*i/1000)^(1/2)); %velocità
        Q1=U1*Area1;
        Q2=U2*Area2;
        Qtot=Q1+Q2;

        vettoreQ1(conta)=Q1;
        vettoreQ2(conta)=Q2;
        vettoreQtot(conta)=Qtot;
        conta = conta + 1;

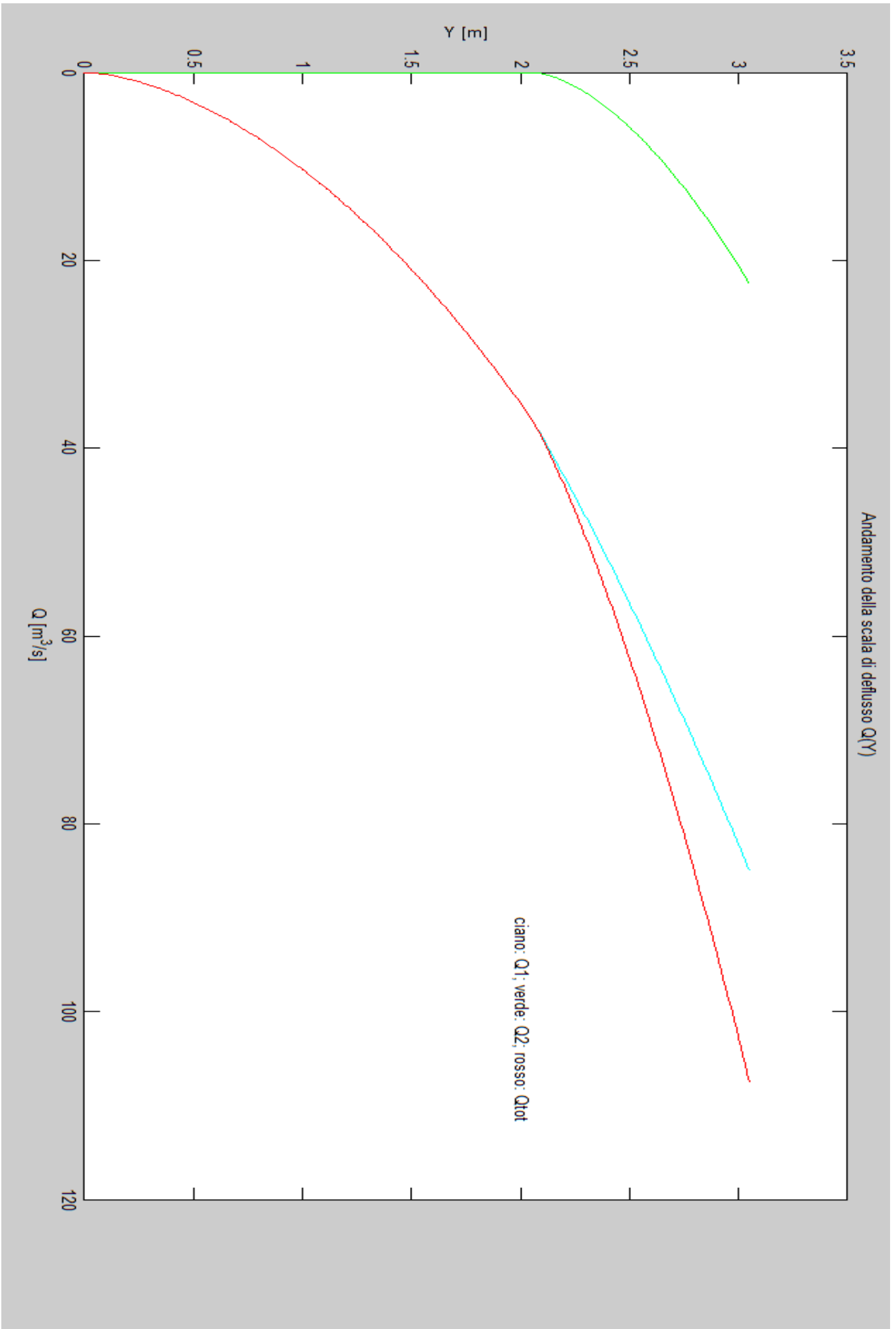
    else

        %b1 resta quello dell'ultima iterazione;
        b2=2*larg_go+(2/inclinazione_sponde_go)*(Y-altezza_ac);
        Area1g=Area1+b1*(Y-altezza_ac); %lavora con l'ultima Area1
        Area2=0.5*(2*larg_go+b2)*(Y-altezza_ac);
        lung_sponda1=0;
        %cont_bagnato1 resta quello dell'ultima iterazione;
        lung_sponda2=(Y-altezza_ac)/sin(atan(inclinazione_sponde_go));
        cont_bagnato2=2*larg_go+2*lung_sponda2;
        raggio_idraulico1=Area1g/cont_bagnato1;
        raggio_idraulico2=Area2/cont_bagnato2;
        X1=(1/n_ac)*((raggio_idraulico1)^(1/6)); %coeff Chezy
        X2=(1/n_go)*((raggio_idraulico2)^(1/6));
        U1=X1*((raggio_idraulico1*i/1000)^(1/2)); %velocità
        U2=X2*((raggio_idraulico2*i/1000)^(1/2)); %velocità
        Q1=U1*Area1g;
        Q2=U2*Area2;
        Qtot=Q1+Q2;

        vettoreQ1(conta)=Q1;
        vettoreQ2(conta)=Q2;
        vettoreQtot(conta)=Qtot;
        conta = conta + 1;

    end
end

```



RICHIAMI TEORICI

Per definire il moto permanente nelle correnti a superficie libera è stato necessario introdurre due concetti fondamentali: quello di *altezza critica* e quello di *pendenza critica*.

Onde evitare di dilungarsi eccessivamente sulla parte teorica mi limiterò a ricordare quanto segue:

- In riferimento all'altezza critica, la condizione di criticità si ha quando risulta:

$$\frac{Q^2 \cdot b}{g \cdot \Omega^3} = 1 \quad (Y = Y_c)$$

- Per $Y < Y_c$, la corrente è detta *veloce*;
- Per $Y > Y_c$, la corrente è detta *lenta*;

- In riferimento alla pendenza critica, la condizione di criticità si ha quando:

$$\frac{g \cdot \Omega}{b \cdot \chi^2 \cdot \mathcal{R}} = i_c (= i_f)$$

- Per $i_f < i_c$, l'alveo è detto a *debole pendenza* (o in condizioni subcritiche);
- Per $i_f > i_c$, l'alveo è detto a *forte pendenza* (o in condizioni supercritiche);

L'analisi delle correnti a pelo libero in moto permanente nasce dal voler analizzare il comportamento della corrente quando la stessa si allontana dalle condizioni di moto uniforme. L'analisi, tuttavia, chiama ancora una volta in causa il moto uniforme (con l'ipotesi che la corrente sia gradualmente variabile) altrimenti non si troverebbe il modo di poter scrivere le dissipazioni (espresse, invece, dalla nota legge di Chezy).

In definitiva si ha (con "s" si è indicata l'ascissa curvilinea):

$$\frac{\partial Y}{\partial s} = i_f \cdot \frac{1 - \frac{Q^2}{\chi^2 \cdot \Omega^2 \cdot \mathcal{R} \cdot i_f}}{1 - \frac{Q^2 \cdot b}{g \cdot \Omega^3}}$$

Trattandosi di una equazione differenziale del primo ordine non lineare, la risoluzione avviene per via numerica, discretizzando il problema.

$$F_u(Y) = Q - Y_u * b * \frac{1}{n} \cdot \mathcal{R}^{\frac{1}{6}} * \sqrt{\mathcal{R} * i_f}$$

Il confronto numerico mostra che $Y_C < Y_u$, pertanto l'alveo è a *debole pendenza* (vedi listato Matlab per vedere com'è stato affrontato il problema della ricerca dello zero di una funzione).

A questo punto essendo la corrente di moto uniforme una corrente lenta (comandata da valle) è chiaro che una delle due altezze coniugate del risalto sarà proprio la Y_U . Con tale valore si determina il valore della spinta totale che identifica il nostro risalto:

$$S(Y_U) = \gamma * z_G(Y_U) * \Omega(Y_U) + \rho * \frac{Q^2}{\Omega(Y_U)}$$

Ove

$$z_G(Y_U) = \frac{Y_U}{2}$$

$$\Omega(Y_U) = Y_U * b \text{ essendo l'alveo rettangolare}$$

Occorre ora determinare la spinta totale a monte del risalto (*partendo dall'ascissa curvilinea $s=0$ per $Y=Y_m=1,2 \text{ m}$*) ed interrompere l'iterazione quanto tale valore eguaglia quello sopra trovato.

Vedi il listato Matlab per analizzare questo procedimento.

PROGRAMMAZIONE IN MATLAB

L'utilizzo di un linguaggio di programmazione ha l'indubbio vantaggio di svincolare il problema dai dati forniti con l'esercizio e generalizzare, pertanto, la soluzione.

Si riporta il listato Matlab del programma:

```
disp('IDRAULICA');
disp('ESERCITAZIONE n.10');
disp('Moto permanente nelle correnti a pelo libero: integrazione numerica');
disp('Esercizio III');

disp('Usare le unità di misura del S.I.');
```

```
Q = input('Portata di piena: ');
i_f = input('Pendenza del fondo (es: 0.003): ');
n = input('Coefficiente di Manning: ');
b = input('Larghezza canale rettangolare: ');
Ym = input('Profondità all uscita del ponte: ');
passo = input('Inserire il passo delle Y con cui discretizzare il problema: ');

g = 9.806;
```

```

    val1_nuovo=s;
    val2_nuovo=Sm;

end % fine while

if(Sm==SYu)
    s=val1;
else
s = ((SYu-val2)/(val2_nuovo-val2))*(val1_nuovo-val1)+val1; %eseguo
interpolazione lineare
end

disp('La distanza del risalto idraulico dal ponte vale: ');
disp(s);
disp('metri');

```

Si noti che l'utilizzo di un linguaggio di programmazione consente anche di imporre un qualunque passo di discretizzazione, lasciando al calcolatore i numerosi calcoli.

Il risultato sul monitor è il seguente:

```

IDRAULICA
ESERCITAZIONE n.10
Moto permanente nelle correnti a pelo libero: integrazione numerica
Esercizio III
Usare le unità di misura del S.I.
Portata di piena: 600
Pendenza del fondo (es: 0.003): 0.003
Coefficiente di Manning: 0.04
Larghezza canale rettangolare: 50
Profondità all uscita del ponte: 1.2
Inserire il passo delle Y con cui discretizzare il problema: 0.01
La distanza del risalto idraulico dal ponte vale:
    12.1523

metri

```

RISULTATI

In definitiva, la distanza del risalto idraulico dal ponte vale

$$s = 12,15 \text{ m}$$

RICHIAMI TEORICI

La teoria sui moti a potenziale si basa sull'idea di Prandtl di dividere il dominio di interesse in due parti: una dove la viscosità è trascurabile (alla scala del corpo) ed una dove tale assunzione non può essere fatta (nello strato limite).

Lo studio dei moti a potenziale si fonda su tre importanti *ipotesi*:

- fluido perfetto;
- fluido incompressibile;
- problema 2D.

Senza dilungarsi troppo nella teoria, ci limitiamo a dire che esistono due funzioni che regolano il problema:

- la *funzione potenziale* φ , tale che $\nabla^2 \varphi = 0$;
- la *funzione di corrente* ψ , tale che $\nabla^2 \psi = 0$;

Essendo il problema bidimensionale si ricorre ai numeri complessi ($z = x + iy$) e si definisce il *potenziale complesso delle velocità*:

$$w(z) = \varphi(z) + i\psi(z)$$

Risulta che:

$$\frac{dw}{dz} = u - iv$$

Linee equipotenziali e linee iso- ψ sono ortogonali tra di loro.

SVOLGIMENTO

Il potenziale complesso di un moto radiale vale:

$$w = \frac{q}{2\pi} \ln(z)$$

affidando al segno di "q" la distinzione tra pozzo ($q < 0$, portata emunta) o sorgente ($q > 0$).

Per un moto uniforme, invece, il potenziale complesso vale:

$$w = U_0 * z$$

Valendo il principio di sovrapposizione degli effetti, nel caso in esame si ha:

$$w = \frac{q_1}{2\pi} \ln(z) + \frac{q_2}{2\pi} \ln(z - z_2) + U_0 * z$$

dove $z_2 = 50$ (solo parte reale).

t	x	y	u	v	dx	dy
0	40	-10	1,987447	0,674068	-0,06625	-0,02247
-0,01	39,93375	-10,0225	1,986157	0,668574	-0,06621	-0,02229
-0,02	39,86755	-10,0448	1,984876	0,663134	-0,06616	-0,0221
-0,03	39,80138	-10,0669	1,983603	0,657747	-0,06612	-0,02192
-0,04	39,73526	-10,0888	1,982338	0,652413	-0,06608	-0,02175
-0,05	39,66919	-10,1105	1,98108	0,647131	-0,06604	-0,02157
-0,06	39,60315	-10,1321	1,979831	0,6419	-0,06599	-0,0214
-0,07	39,53716	-10,1535	1,97859	0,636718	-0,06595	-0,02122
-0,08	39,4712	-10,1747	1,977356	0,631586	-0,06591	-0,02105
-0,09	39,40529	-10,1958	1,976131	0,626502	-0,06587	-0,02088
-0,1	39,33942	-10,2167	1,974913	0,621466	-0,06583	-0,02072
-0,11	39,27359	-10,2374	1,973703	0,616476	-0,06579	-0,02055
-0,12	39,2078	-10,2579	1,972501	0,611532	-0,06575	-0,02038
-0,13	39,14205	-10,2783	1,971306	0,606634	-0,06571	-0,02022
-0,14	39,07634	-10,2985	1,970119	0,60178	-0,06567	-0,02006
-0,15	39,01067	-10,3186	1,96894	0,59697	-0,06563	-0,0199
-0,16	38,94504	-10,3385	1,967768	0,592203	-0,06559	-0,01974
-0,17	38,87944	-10,3582	1,966604	0,587478	-0,06555	-0,01958
-0,18	38,81389	-10,3778	1,965447	0,582795	-0,06551	-0,01943
-0,19	38,74838	-10,3972	1,964298	0,578154	-0,06548	-0,01927
-0,2	38,6829	-10,4165	1,963156	0,573552	-0,06544	-0,01912
-0,21	38,61746	-10,4356	1,962022	0,568991	-0,0654	-0,01897
-0,22	38,55206	-10,4546	1,960895	0,564468	-0,06536	-0,01882
-0,23	38,4867	-10,4734	1,959776	0,559985	-0,06533	-0,01867
-0,24	38,42137	-10,4921	1,958663	0,555539	-0,06529	-0,01852
-0,25	38,35608	-10,5106	1,957558	0,551131	-0,06525	-0,01837
-0,26	38,29083	-10,529	1,956461	0,54676	-0,06522	-0,01823
-0,27	38,22562	-10,5472	1,95537	0,542425	-0,06518	-0,01808
-0,28	38,16044	-10,5653	1,954287	0,538125	-0,06514	-0,01794
-0,29	38,09529	-10,5832	1,953211	0,533861	-0,06511	-0,0178
-0,3	38,03019	-10,601	1,952142	0,529632	-0,06507	-0,01765
-0,31	37,96512	-10,6187	1,95108	0,525437	-0,06504	-0,01751
-0,32	37,90008	-10,6362	1,950025	0,521275	-0,065	-0,01738
-0,33	37,83508	-10,6535	1,948977	0,517147	-0,06497	-0,01724
-0,34	37,77011	-10,6708	1,947936	0,513051	-0,06493	-0,0171
-0,35	37,70518	-10,6879	1,946903	0,508988	-0,0649	-0,01697
-0,36	37,64028	-10,7049	1,945876	0,504956	-0,06486	-0,01683
-0,37	37,57542	-10,7217	1,944856	0,500956	-0,06483	-0,0167
-0,38	37,51059	-10,7384	1,943842	0,496987	-0,06479	-0,01657
-0,39	37,4458	-10,755	1,942836	0,493048	-0,06476	-0,01643
-0,4	37,38104	-10,7714	1,941837	0,489138	-0,06473	-0,0163
-0,41	37,31631	-10,7877	1,940844	0,485259	-0,06469	-0,01618
-0,42	37,25161	-10,8039	1,939858	0,481408	-0,06466	-0,01605
-0,43	37,18695	-10,8199	1,938879	0,477586	-0,06463	-0,01592
-0,44	37,12232	-10,8358	1,937906	0,473793	-0,0646	-0,01579
-0,45	37,05773	-10,8516	1,93694	0,470027	-0,06456	-0,01567
-0,46	36,99316	-10,8673	1,935981	0,466289	-0,06453	-0,01554
-0,47	36,92863	-10,8828	1,935029	0,462578	-0,0645	-0,01542

-0,97	33,73813	-11,5182	1,895262	0,304687	-0,06318	-0,01016
-0,98	33,67495	-11,5283	1,894613	0,301969	-0,06315	-0,01007
-0,99	33,61118	-11,5384	1,893971	0,299265	-0,06313	-0,00998
-1	33,54866	-11,5484	1,893333	0,296574	-0,06311	-0,00989
-1,01	33,48555	-11,5582	1,892701	0,293897	-0,06309	-0,0098
-1,02	33,42246	-11,568	1,892074	0,291232	-0,06307	-0,00971
-1,03	33,35939	-11,5777	1,891453	0,288581	-0,06305	-0,00962
-1,04	33,29635	-11,5874	1,890837	0,285942	-0,06303	-0,00953
-1,05	33,23332	-11,5969	1,890226	0,283316	-0,06301	-0,00944
-1,06	33,17031	-11,6063	1,889621	0,280703	-0,06299	-0,00936
-1,07	33,10732	-11,6157	1,889021	0,278102	-0,06297	-0,00927
-1,08	33,04436	-11,625	1,888426	0,275512	-0,06295	-0,00918
-1,09	32,98141	-11,6341	1,887836	0,272935	-0,06293	-0,0091
-1,1	32,91848	-11,6432	1,887252	0,27037	-0,06291	-0,00901
-1,11	32,85557	-11,6523	1,886672	0,267816	-0,06289	-0,00893
-1,12	32,79268	-11,6612	1,886098	0,265274	-0,06287	-0,00884
-1,13	32,72981	-11,67	1,885529	0,262743	-0,06285	-0,00876
-1,14	32,66696	-11,6788	1,884966	0,260224	-0,06283	-0,00867
-1,15	32,60413	-11,6875	1,884407	0,257715	-0,06281	-0,00859
-1,16	32,54132	-11,6961	1,883854	0,255218	-0,0628	-0,00851
-1,17	32,47852	-11,7046	1,883305	0,252731	-0,06278	-0,00842
-1,18	32,41574	-11,713	1,882762	0,250255	-0,06276	-0,00834
-1,19	32,35299	-11,7213	1,882224	0,247789	-0,06274	-0,00826
-1,2	32,29024	-11,7296	1,881691	0,245334	-0,06272	-0,00818
-1,21	32,22752	-11,7378	1,881163	0,242889	-0,06271	-0,0081
-1,22	32,16482	-11,7459	1,88064	0,240454	-0,06269	-0,00802
-1,23	32,10213	-11,7539	1,880122	0,238029	-0,06267	-0,00793
-1,24	32,03946	-11,7618	1,879609	0,235614	-0,06265	-0,00785
-1,25	31,9768	-11,7697	1,879101	0,233209	-0,06264	-0,00777
-1,26	31,91417	-11,7774	1,878598	0,230813	-0,06262	-0,00769
-1,27	31,85155	-11,7851	1,8781	0,228427	-0,0626	-0,00761
-1,28	31,78894	-11,7927	1,877607	0,22605	-0,06259	-0,00754
-1,29	31,72636	-11,8003	1,877119	0,223682	-0,06257	-0,00746
-1,3	31,66379	-11,8077	1,876636	0,221324	-0,06255	-0,00738
-1,31	31,60123	-11,8151	1,876157	0,218974	-0,06254	-0,0073
-1,32	31,53869	-11,8224	1,875684	0,216634	-0,06252	-0,00722
-1,33	31,47617	-11,8296	1,875215	0,214302	-0,06251	-0,00714
-1,34	31,41366	-11,8368	1,874752	0,211978	-0,06249	-0,00707
-1,35	31,35117	-11,8438	1,874293	0,209663	-0,06248	-0,00699
-1,36	31,28869	-11,8508	1,873839	0,207357	-0,06246	-0,00691
-1,37	31,22623	-11,8577	1,873339	0,205058	-0,06245	-0,00684
-1,38	31,16379	-11,8646	1,872946	0,202768	-0,06243	-0,00676
-1,39	31,10136	-11,8713	1,872506	0,200486	-0,06242	-0,00668
-1,4	31,03894	-11,878	1,872072	0,198212	-0,0624	-0,00661
-1,41	30,97654	-11,8846	1,871642	0,195946	-0,06239	-0,00653
-1,42	30,91415	-11,8912	1,871217	0,193687	-0,06237	-0,00646
-1,43	30,85177	-11,8976	1,870797	0,191436	-0,06236	-0,00638
-1,44	30,78941	-11,904	1,870381	0,189193	-0,06235	-0,00631
-1,45	30,72707	-11,9103	1,86997	0,186957	-0,06233	-0,00623

-1,95	27,62402	-12,1348	1,855275	0,082481	-0,06184	-0,00275
-1,96	27,56218	-12,1376	1,855094	0,0805	-0,06184	-0,00268
-1,97	27,50034	-12,1403	1,854918	0,078522	-0,06183	-0,00262
-1,98	27,43851	-12,1429	1,854746	0,076546	-0,06182	-0,00255
-1,99	27,37668	-12,1455	1,854579	0,074574	-0,06182	-0,00249
-2	27,31486	-12,1479	1,854415	0,072604	-0,06181	-0,00242
-2,01	27,25305	-12,1504	1,854257	0,070636	-0,06181	-0,00235
-2,02	27,19124	-12,1527	1,854102	0,068671	-0,0618	-0,00229
-2,03	27,12944	-12,155	1,853952	0,066709	-0,0618	-0,00222
-2,04	27,06764	-12,1572	1,853806	0,064749	-0,06179	-0,00216
-2,05	27,00585	-12,1594	1,853664	0,062791	-0,06179	-0,00209
-2,06	26,94406	-12,1615	1,853527	0,060836	-0,06178	-0,00203
-2,07	26,88227	-12,1635	1,853394	0,058882	-0,06178	-0,00196
-2,08	26,82049	-12,1655	1,853265	0,056931	-0,06178	-0,0019
-2,09	26,75872	-12,1674	1,853141	0,054982	-0,06177	-0,00183
-2,1	26,69695	-12,1692	1,853021	0,053034	-0,06177	-0,00177
-2,11	26,63518	-12,171	1,852905	0,051089	-0,06176	-0,0017
-2,12	26,57342	-12,1727	1,852793	0,049145	-0,06176	-0,00164
-2,13	26,51166	-12,1743	1,852686	0,047203	-0,06176	-0,00157
-2,14	26,4499	-12,1759	1,852583	0,045263	-0,06175	-0,00151
-2,15	26,38815	-12,1774	1,852484	0,043324	-0,06175	-0,00144
-2,16	26,3264	-12,1788	1,85239	0,041387	-0,06175	-0,00138
-2,17	26,26465	-12,1802	1,8523	0,039451	-0,06174	-0,00132
-2,18	26,20291	-12,1815	1,852214	0,037517	-0,06174	-0,00125
-2,19	26,14117	-12,1828	1,852132	0,035584	-0,06174	-0,00119
-2,2	26,07943	-12,184	1,852055	0,033652	-0,06174	-0,00112
-2,21	26,01769	-12,1851	1,851981	0,031722	-0,06173	-0,00106
-2,22	25,95596	-12,1861	1,851913	0,029793	-0,06173	-0,00099
-2,23	25,89423	-12,1871	1,851848	0,027864	-0,06173	-0,00093
-2,24	25,8325	-12,1881	1,851788	0,025937	-0,06173	-0,00086
-2,25	25,77078	-12,1889	1,851731	0,02401	-0,06172	-0,0008
-2,26	25,70905	-12,1897	1,85168	0,022085	-0,06172	-0,00074
-2,27	25,64733	-12,1905	1,851632	0,02016	-0,06172	-0,00067
-2,28	25,58561	-12,1911	1,851589	0,018236	-0,06172	-0,00061
-2,29	25,52389	-12,1917	1,851549	0,016312	-0,06172	-0,00054
-2,3	25,46217	-12,1923	1,851515	0,014389	-0,06172	-0,00048
-2,31	25,40045	-12,1928	1,851484	0,012467	-0,06172	-0,00042
-2,32	25,33874	-12,1932	1,851457	0,010545	-0,06172	-0,00035
-2,33	25,27702	-12,1935	1,851435	0,008623	-0,06171	-0,00029
-2,34	25,21531	-12,1938	1,851417	0,006702	-0,06171	-0,00022
-2,35	25,15359	-12,194	1,851404	0,004781	-0,06171	-0,00016
-2,36	25,09188	-12,1942	1,851394	0,00286	-0,06171	-9,5E-05
-2,37	25,03017	-12,1943	1,851389	0,000939	-0,06171	-3,1E-05
-2,38	24,96845	-12,1943	1,851388	-0,00098	-0,06171	3,27E-05
-2,39	24,90674	-12,1943	1,851391	-0,0029	-0,06171	9,68E-05
-2,4	24,84503	-12,1942	1,851399	-0,00482	-0,06171	0,000161
-2,41	24,78331	-12,194	1,851411	-0,00674	-0,06171	0,000225
-2,42	24,7216	-12,1938	1,851427	-0,00867	-0,06171	0,000289
-2,43	24,65989	-12,1935	1,851447	-0,01059	-0,06171	0,000353

-2,93	21,57036	-12,0966	1,857904	-0,10857	-0,06193	0,003619
-2,94	21,50843	-12,093	1,858144	-0,1106	-0,06194	0,003687
-2,95	21,44649	-12,0893	1,858388	-0,11264	-0,06195	0,003755
-2,96	21,38454	-12,0855	1,858636	-0,11467	-0,06195	0,003822
-2,97	21,32259	-12,0817	1,858889	-0,11671	-0,06196	0,00389
-2,98	21,26063	-12,0778	1,859146	-0,11876	-0,06197	0,003959
-2,99	21,19865	-12,0739	1,859407	-0,12081	-0,06198	0,004027
-3	21,13667	-12,0698	1,859673	-0,12286	-0,06199	0,004095
-3,01	21,07469	-12,0657	1,859943	-0,12492	-0,062	0,004164
-3,02	21,01269	-12,0616	1,860218	-0,12699	-0,06201	0,004233
-3,03	20,95068	-12,0573	1,860498	-0,12906	-0,06202	0,004302
-3,04	20,88866	-12,053	1,860781	-0,13113	-0,06203	0,004371
-3,05	20,82664	-12,0487	1,86107	-0,13321	-0,06204	0,00444
-3,06	20,7646	-12,0442	1,861362	-0,13529	-0,06205	0,00451
-3,07	20,70256	-12,0397	1,861659	-0,13738	-0,06206	0,004579
-3,08	20,6405	-12,0351	1,861961	-0,13947	-0,06207	0,004649
-3,09	20,57844	-12,0305	1,862267	-0,14157	-0,06208	0,004719
-3,1	20,51636	-12,0258	1,862578	-0,14367	-0,06209	0,004789
-3,11	20,45427	-12,021	1,862893	-0,14578	-0,0621	0,004859
-3,12	20,39218	-12,0161	1,863213	-0,1479	-0,06211	0,00493
-3,13	20,33007	-12,0112	1,863537	-0,15002	-0,06212	0,005001
-3,14	20,26795	-12,0062	1,863866	-0,15214	-0,06213	0,005071
-3,15	20,20582	-12,0011	1,864199	-0,15427	-0,06214	0,005142
-3,16	20,14368	-11,996	1,864537	-0,15641	-0,06215	0,005214
-3,17	20,08153	-11,9908	1,86488	-0,15855	-0,06216	0,005285
-3,18	20,01937	-11,9855	1,865227	-0,1607	-0,06217	0,005357
-3,19	19,9572	-11,9801	1,865578	-0,16286	-0,06219	0,005429
-3,2	19,89501	-11,9747	1,865935	-0,16502	-0,0622	0,005501
-3,21	19,83281	-11,9692	1,866295	-0,16719	-0,06221	0,005573
-3,22	19,7706	-11,9636	1,866661	-0,16936	-0,06222	0,005645
-3,23	19,70838	-11,958	1,867031	-0,17154	-0,06223	0,005718
-3,24	19,64615	-11,9523	1,867406	-0,17373	-0,06225	0,005791
-3,25	19,5839	-11,9465	1,867785	-0,17592	-0,06226	0,005864
-3,26	19,52164	-11,9406	1,868169	-0,17812	-0,06227	0,005937
-3,27	19,45937	-11,9347	1,868557	-0,18033	-0,06229	0,006011
-3,28	19,39708	-11,9287	1,868951	-0,18254	-0,0623	0,006085
-3,29	19,33478	-11,9226	1,869349	-0,18476	-0,06231	0,006159
-3,3	19,27247	-11,9164	1,869751	-0,18699	-0,06233	0,006233
-3,31	19,21015	-11,9102	1,870159	-0,18923	-0,06234	0,006308
-3,32	19,14781	-11,9039	1,870571	-0,19147	-0,06235	0,006382
-3,33	19,08546	-11,8975	1,870988	-0,19372	-0,06237	0,006457
-3,34	19,02309	-11,891	1,871409	-0,19598	-0,06238	0,006533
-3,35	18,96071	-11,8845	1,871835	-0,19824	-0,06239	0,006608
-3,36	18,89831	-11,8779	1,872266	-0,20052	-0,06241	0,006684
-3,37	18,83591	-11,8712	1,872702	-0,2028	-0,06242	0,00676
-3,38	18,77348	-11,8644	1,873143	-0,20509	-0,06244	0,006836
-3,39	18,71104	-11,8576	1,873588	-0,20739	-0,06245	0,006913
-3,4	18,64859	-11,8507	1,874038	-0,20969	-0,06247	0,00699
-3,41	18,58612	-11,8437	1,874493	-0,21201	-0,06248	0,007067

-3,91	15,43994	-11,3889	1,903664	-0,34131	-0,06346	0,011377
-3,92	15,37648	-11,3775	1,904382	-0,34423	-0,06348	0,011474
-3,93	15,313	-11,366	1,905106	-0,34718	-0,0635	0,011573
-3,94	15,2495	-11,3545	1,905836	-0,35013	-0,06353	0,011671
-3,95	15,18597	-11,3428	1,906572	-0,35311	-0,06355	0,01177
-3,96	15,12242	-11,331	1,907313	-0,3561	-0,06358	0,01187
-3,97	15,05884	-11,3192	1,90806	-0,35911	-0,0636	0,01197
-3,98	14,99524	-11,3072	1,908812	-0,36214	-0,06363	0,012071
-3,99	14,93161	-11,2951	1,909571	-0,36519	-0,06365	0,012173
-4	14,86796	-11,2829	1,910335	-0,36825	-0,06368	0,012275
-4,01	14,80428	-11,2707	1,911104	-0,37133	-0,0637	0,012378
-4,02	14,74058	-11,2583	1,91188	-0,37443	-0,06373	0,012481
-4,03	14,67685	-11,2458	1,912661	-0,37755	-0,06376	0,012585
-4,04	14,6131	-11,2332	1,913448	-0,38069	-0,06378	0,01269
-4,05	14,54931	-11,2205	1,914241	-0,38385	-0,06381	0,012795
-4,06	14,48551	-11,2077	1,91504	-0,38702	-0,06383	0,012901
-4,07	14,42167	-11,1948	1,915845	-0,39022	-0,06386	0,013007
-4,08	14,35781	-11,1818	1,916655	-0,39343	-0,06389	0,013114
-4,09	14,29392	-11,1687	1,917472	-0,39667	-0,06392	0,013222
-4,1	14,23001	-11,1555	1,918294	-0,39993	-0,06394	0,013331
-4,11	14,16606	-11,1422	1,919123	-0,40321	-0,06397	0,01344
-4,12	14,10209	-11,1287	1,919957	-0,40651	-0,064	0,01355
-4,13	14,03809	-11,1152	1,920798	-0,40983	-0,06403	0,013661
-4,14	13,97407	-11,1015	1,921644	-0,41317	-0,06405	0,013772
-4,15	13,91001	-11,0877	1,922497	-0,41653	-0,06408	0,013884
-4,16	13,84593	-11,0739	1,923355	-0,41992	-0,06411	0,013997
-4,17	13,78182	-11,0599	1,92422	-0,42333	-0,06414	0,014111
-4,18	13,71768	-11,0457	1,925091	-0,42676	-0,06417	0,014225
-4,19	13,65351	-11,0315	1,925968	-0,43021	-0,0642	0,01434
-4,2	13,58931	-11,0172	1,926851	-0,43369	-0,06423	0,014456
-4,21	13,52508	-11,0027	1,927741	-0,43719	-0,06426	0,014573
-4,22	13,46082	-10,9882	1,928636	-0,44072	-0,06429	0,014691
-4,23	13,39653	-10,9735	1,929538	-0,44427	-0,06432	0,014809
-4,24	13,33221	-10,9587	1,930446	-0,44785	-0,06435	0,014928
-4,25	13,26787	-10,9437	1,93136	-0,45145	-0,06438	0,015048
-4,26	13,20349	-10,9287	1,932281	-0,45507	-0,06441	0,015169
-4,27	13,13908	-10,9135	1,933208	-0,45873	-0,06444	0,015291
-4,28	13,07464	-10,8982	1,934141	-0,4624	-0,06447	0,015413
-4,29	13,01017	-10,8828	1,935081	-0,46611	-0,0645	0,015537
-4,3	12,94566	-10,8673	1,936027	-0,46984	-0,06453	0,015661
-4,31	12,88113	-10,8516	1,93698	-0,4736	-0,06457	0,015787
-4,32	12,81656	-10,8358	1,937939	-0,47739	-0,0646	0,015913
-4,33	12,75197	-10,8199	1,938904	-0,4812	-0,06463	0,01604
-4,34	12,68734	-10,8039	1,939876	-0,48504	-0,06466	0,016168
-4,35	12,62267	-10,7877	1,940855	-0,48892	-0,0647	0,016297
-4,36	12,55798	-10,7714	1,94184	-0,49282	-0,06473	0,016427
-4,37	12,49325	-10,755	1,942832	-0,49675	-0,06476	0,016558
-4,38	12,42849	-10,7384	1,94383	-0,50071	-0,06479	0,01669
-4,39	12,36369	-10,7217	1,944835	-0,5047	-0,06483	0,016823

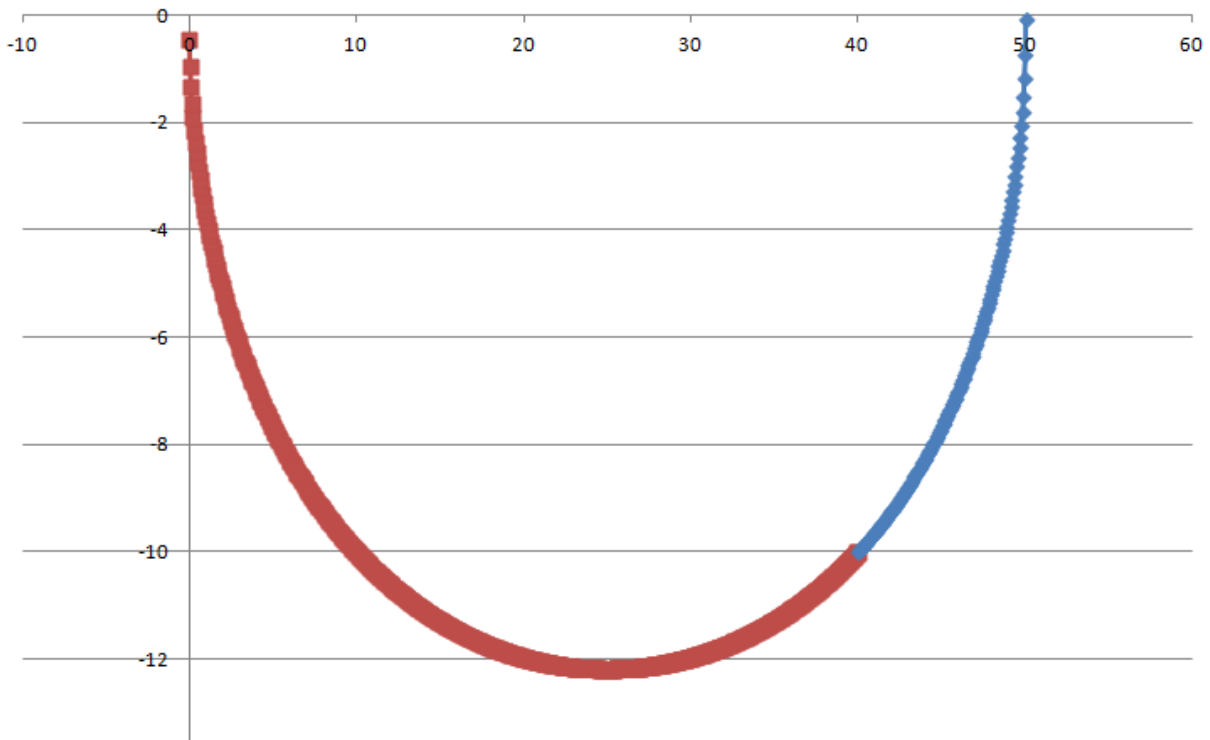
-4,89	9,076432	-9,69136	2,004108	-0,75615	-0,0668	0,025205
-4,9	9,009629	-9,66615	2,005485	-0,76256	-0,06685	0,025419
-4,91	8,942779	-9,64073	2,00687	-0,76904	-0,0669	0,025635
-4,92	8,875884	-9,6151	2,008263	-0,77559	-0,06694	0,025853
-4,93	8,808941	-9,58925	2,009664	-0,78221	-0,06699	0,026074
-4,94	8,741953	-9,56317	2,011073	-0,78891	-0,06704	0,026297
-4,95	8,674917	-9,53688	2,01249	-0,79569	-0,06708	0,026523
-4,96	8,607834	-9,51035	2,013915	-0,80255	-0,06713	0,026752
-4,97	8,540703	-9,4836	2,015348	-0,80948	-0,06718	0,026983
-4,98	8,473525	-9,45662	2,016789	-0,8165	-0,06723	0,027217
-4,99	8,406299	-9,4294	2,018238	-0,82361	-0,06727	0,027454
-5	8,339024	-9,40195	2,019695	-0,8308	-0,06732	0,027693
-5,01	8,271701	-9,37425	2,02116	-0,83808	-0,06737	0,027936
-5,02	8,204329	-9,34632	2,022633	-0,84544	-0,06742	0,028181
-5,03	8,136908	-9,31814	2,024115	-0,8529	-0,06747	0,02843
-5,04	8,069437	-9,28971	2,025604	-0,86045	-0,06752	0,028682
-5,05	8,001917	-9,26103	2,027102	-0,8681	-0,06757	0,028937
-5,06	7,934347	-9,23209	2,028607	-0,87584	-0,06762	0,029195
-5,07	7,866727	-9,20289	2,030121	-0,88368	-0,06767	0,029456
-5,08	7,799056	-9,17344	2,031642	-0,89162	-0,06772	0,029721
-5,09	7,731335	-9,14372	2,033172	-0,89967	-0,06777	0,029989
-5,1	7,663562	-9,11373	2,03471	-0,90782	-0,06782	0,030261
-5,11	7,595739	-9,08347	2,036256	-0,91608	-0,06788	0,030536
-5,12	7,527864	-9,05293	2,03781	-0,92445	-0,06793	0,030815
-5,13	7,459937	-9,02212	2,039372	-0,93293	-0,06798	0,031098
-5,14	7,391958	-8,99102	2,040942	-0,94153	-0,06803	0,031384
-5,15	7,323926	-8,95964	2,04252	-0,95025	-0,06808	0,031675
-5,16	7,255842	-8,92796	2,044107	-0,95909	-0,06814	0,03197
-5,17	7,187705	-8,89599	2,045701	-0,96805	-0,06819	0,032268
-5,18	7,119515	-8,86372	2,047303	-0,97714	-0,06824	0,032571
-5,19	7,051272	-8,83115	2,048913	-0,98636	-0,0683	0,032879
-5,2	6,982975	-8,79827	2,050531	-0,99571	-0,06835	0,03319
-5,21	6,914624	-8,76508	2,052157	-1,0052	-0,06841	0,033507
-5,22	6,846218	-8,73158	2,053791	-1,01482	-0,06846	0,033827
-5,23	6,777759	-8,69775	2,055432	-1,02459	-0,06851	0,034153
-5,24	6,709244	-8,6636	2,057082	-1,03451	-0,06857	0,034484
-5,25	6,640675	-8,62911	2,058739	-1,04458	-0,06862	0,034819
-5,26	6,57205	-8,59429	2,060404	-1,0548	-0,06868	0,03516
-5,27	6,50337	-8,55913	2,062076	-1,06518	-0,06874	0,035506
-5,28	6,434634	-8,52363	2,063756	-1,07573	-0,06879	0,035858
-5,29	6,365842	-8,48777	2,065443	-1,08644	-0,06885	0,036215
-5,3	6,296994	-8,45155	2,067138	-1,09732	-0,0689	0,036577
-5,31	6,22809	-8,41498	2,06884	-1,10837	-0,06896	0,036946
-5,32	6,159128	-8,37803	2,07055	-1,11961	-0,06902	0,03732
-5,33	6,09011	-8,34071	2,072266	-1,13103	-0,06908	0,037701
-5,34	6,021035	-8,30301	2,07399	-1,14265	-0,06913	0,038088
-5,35	5,951902	-8,26492	2,07572	-1,15446	-0,06919	0,038482
-5,36	5,882711	-8,22644	2,077458	-1,16647	-0,06925	0,038882
-5,37	5,813462	-8,18756	2,079202	-1,17869	-0,06931	0,03929

-5,87	2,275013	-5,48428	2,165977	-2,34061	-0,0722	0,07802
-5,88	2,202814	-5,40626	2,167196	-2,38805	-0,07224	0,079602
-5,89	2,130574	-5,32666	2,168341	-2,43769	-0,07228	0,081256
-5,9	2,058296	-5,2454	2,169404	-2,48969	-0,07231	0,08299
-5,91	1,985983	-5,16241	2,170375	-2,54427	-0,07235	0,084809
-5,92	1,913637	-5,0776	2,171244	-2,60165	-0,07237	0,086722
-5,93	1,841262	-4,99088	2,171998	-2,66208	-0,0724	0,088736
-5,94	1,768862	-4,90214	2,172624	-2,72585	-0,07242	0,090862
-5,95	1,696441	-4,81128	2,173105	-2,79329	-0,07244	0,09311
-5,96	1,624004	-4,71817	2,173422	-2,86477	-0,07245	0,095492
-5,97	1,551557	-4,62268	2,173555	-2,94073	-0,07245	0,098024
-5,98	1,479105	-4,52466	2,173477	-3,02168	-0,07245	0,100723
-5,99	1,406656	-4,42393	2,173159	-3,10818	-0,07244	0,103606
-6	1,334217	-4,32033	2,172564	-3,20094	-0,07242	0,106698
-6,01	1,261799	-4,21363	2,171651	-3,30075	-0,07239	0,110025
-6,02	1,18941	-4,10361	2,170366	-3,4086	-0,07235	0,11362
-6,03	1,117065	-3,98999	2,168648	-3,52563	-0,07229	0,117521
-6,04	1,044776	-3,87246	2,166418	-3,65328	-0,07221	0,121776
-6,05	0,972563	-3,75069	2,163577	-3,79327	-0,07212	0,126442
-6,06	0,900443	-3,62425	2,160001	-3,9478	-0,072	0,131593
-6,07	0,828443	-3,49265	2,155528	-4,1196	-0,07185	0,13732
-6,08	0,756592	-3,35533	2,149948	-4,31224	-0,07166	0,143741
-6,09	0,684927	-3,21159	2,142975	-4,53036	-0,07143	0,151012
-6,1	0,613495	-3,06058	2,134215	-4,78021	-0,07114	0,15934
-6,11	0,542354	-2,90124	2,123108	-5,07044	-0,07077	0,169015
-6,12	0,471584	-2,73222	2,10883	-5,41336	-0,07029	0,180445
-6,13	0,40129	-2,55178	2,090106	-5,82723	-0,06967	0,194241
-6,14	0,33162	-2,35754	2,064859	-6,34055	-0,06883	0,211352
-6,15	0,262791	-2,14619	2,029445	-7,00069	-0,06765	0,233356
-6,16	0,195143	-1,91283	1,976805	-7,89354	-0,06589	0,263118
-6,17	0,129249	-1,64971	1,891218	-9,19492	-0,06304	0,306497
-6,18	0,066209	-1,34321	1,729083	-11,3391	-0,05764	0,377969
-6,19	0,008573	-0,96525	1,310086	-15,8218	-0,04367	0,527395
-6,2	-0,0351	-0,43785	-1,6099	-34,6697	0,053663	1,155656

Per verificare che la traiettoria arriva al pozzo di prelievo P2, partendo sempre da C si *incrementa* il tempo sempre con passo 0,01 giorni. Si ottiene la seguente tabella:

t	x	y	u	v	dx	dy
0	40	-10	1,987447	0,674068	0,066248	0,022469
0,01	40,06625	-9,97753	1,988729	0,679613	0,066291	0,022654
0,02	40,13254	-9,95488	1,99002	0,685213	0,066334	0,02284
0,03	40,19887	-9,93204	1,991319	0,690871	0,066377	0,023029
0,04	40,26525	-9,90901	1,992625	0,696587	0,066421	0,02322
0,05	40,33167	-9,88579	1,993939	0,702362	0,066465	0,023412
0,06	40,39814	-9,86238	1,995261	0,708197	0,066509	0,023607
0,07	40,46464	-9,83877	1,996591	0,714093	0,066553	0,023803

0,57	43,85229	-8,35207	2,073571	1,122468	0,069119	0,037416
0,58	43,9214	-8,31465	2,07532	1,133966	0,069177	0,037799
0,59	43,99058	-8,27685	2,077076	1,145657	0,069236	0,038189
0,6	44,05982	-8,23867	2,07884	1,157548	0,069295	0,038585
0,61	44,12911	-8,20008	2,080611	1,169643	0,069354	0,038988
0,62	44,19847	-8,16109	2,08239	1,181949	0,069413	0,039398
0,63	44,26788	-8,12169	2,084176	1,194471	0,069473	0,039816
0,64	44,33735	-8,08188	2,085968	1,207217	0,069532	0,040241
0,65	44,40688	-8,04164	2,087768	1,220193	0,069592	0,040673
0,66	44,47648	-8,00097	2,089575	1,233406	0,069652	0,041114
0,67	44,54613	-7,95985	2,091388	1,246864	0,069713	0,041562
0,68	44,61584	-7,91829	2,093207	1,260574	0,069774	0,042019
0,69	44,68562	-7,87627	2,095033	1,274544	0,069834	0,042485
0,7	44,75545	-7,83379	2,096865	1,288783	0,069896	0,042959
0,71	44,82535	-7,79083	2,098703	1,3033	0,069957	0,043443
0,72	44,8953	-7,74738	2,100547	1,318103	0,070018	0,043937
0,73	44,96532	-7,70345	2,102396	1,333203	0,07008	0,04444
0,74	45,0354	-7,65901	2,10425	1,34861	0,070142	0,044954
0,75	45,10554	-7,61405	2,106109	1,364333	0,070204	0,045478
0,76	45,17575	-7,56857	2,107973	1,380386	0,070266	0,046013
0,77	45,24601	-7,52256	2,109841	1,396778	0,070328	0,046559
0,78	45,31634	-7,476	2,111713	1,413523	0,07039	0,047117
0,79	45,38673	-7,42889	2,113588	1,430633	0,070453	0,047688
0,8	45,45718	-7,3812	2,115467	1,448122	0,070516	0,048271
0,81	45,5277	-7,33293	2,117349	1,466005	0,070578	0,048867
0,82	45,59828	-7,28406	2,119233	1,484297	0,070641	0,049477
0,83	45,66892	-7,23458	2,121119	1,503014	0,070704	0,0501
0,84	45,73962	-7,18448	2,123006	1,522172	0,070767	0,050739
0,85	45,81039	-7,13374	2,124894	1,54179	0,07083	0,051393
0,86	45,88122	-7,08235	2,126782	1,561887	0,070893	0,052063
0,87	45,95211	-7,03029	2,12867	1,582483	0,070956	0,052749
0,88	46,02307	-6,97754	2,130557	1,603598	0,071019	0,053453
0,89	46,09408	-6,92409	2,132442	1,625257	0,071081	0,054175
0,9	46,16517	-6,86991	2,134324	1,647483	0,071144	0,054916
0,91	46,23631	-6,81499	2,136203	1,670301	0,071207	0,055677
0,92	46,30752	-6,75932	2,138077	1,693739	0,071269	0,056458
0,93	46,37879	-6,70286	2,139946	1,717826	0,071332	0,057261
0,94	46,45012	-6,6456	2,141809	1,742594	0,071394	0,058086
0,95	46,52151	-6,58751	2,143664	1,768075	0,071455	0,058936
0,96	46,59297	-6,52858	2,14551	1,794305	0,071517	0,05981
0,97	46,66448	-6,46877	2,147345	1,821323	0,071578	0,060711
0,98	46,73606	-6,40806	2,149169	1,849169	0,071639	0,061639
0,99	46,8077	-6,34642	2,150979	1,877889	0,071699	0,062596
1	46,8794	-6,28382	2,152774	1,907528	0,071759	0,063584
1,01	46,95116	-6,22024	2,154551	1,93814	0,071818	0,064605
1,02	47,02298	-6,15563	2,15631	1,969779	0,071877	0,065659
1,03	47,09486	-6,08997	2,158046	2,002506	0,071935	0,06675
1,04	47,16679	-6,02322	2,159758	2,036386	0,071992	0,06788
1,05	47,23878	-5,95534	2,161444	2,07149	0,072048	0,06905



Dalla tabella è anche possibile notare che la traiettoria che risale fino al pozzo di immissione passa per D e per il resto si mantiene esterna alla zona inquinata.

Si è così verificato che la portata assegnata è sufficiente ad isolare idraulicamente la zona inquinata.

SECONDA PARTE

Anche stavolta è sufficiente tracciare un'unica traiettoria passante per uno degli estremi, per es. per C.

Realizzando un foglio di Excel interattivo, è possibile modificare a proprio piacimento la portata di immissione (e quindi anche quella di prelievo) e vedere in grafico la generica traiettoria passante per C.

Se essa risale fino al pozzo di immissione e raggiunge il pozzo di prelievo, allora la portata è in grado di isolare idraulicamente la zona.

Considerando un passo di 0,5 giorni (sia in avanti che indietro nel tempo) si ottiene che la portata minima è di 1,3 m²/h.

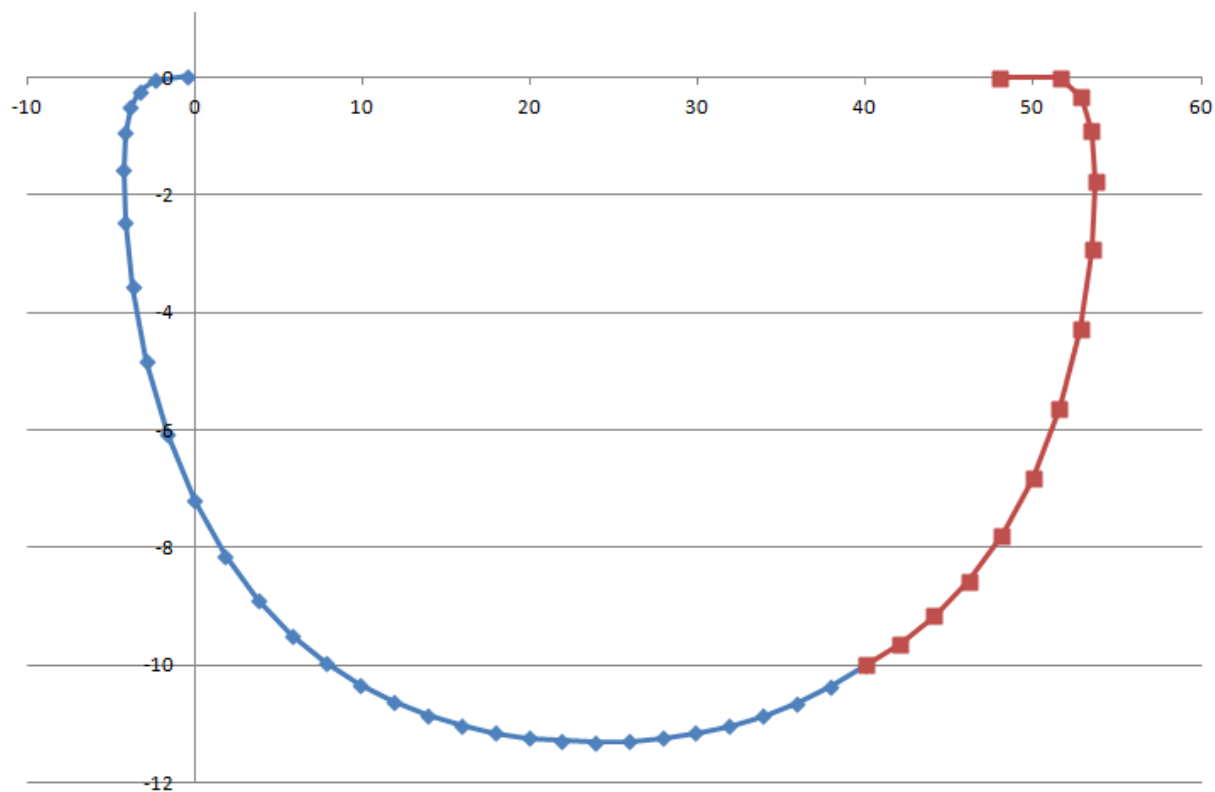
u0 [m/g]	q [m ² /g]	n	INSERIRE PORTATA [m ² /h]
0,864	31,2	0,3	1,3

Ecco le tabelle:

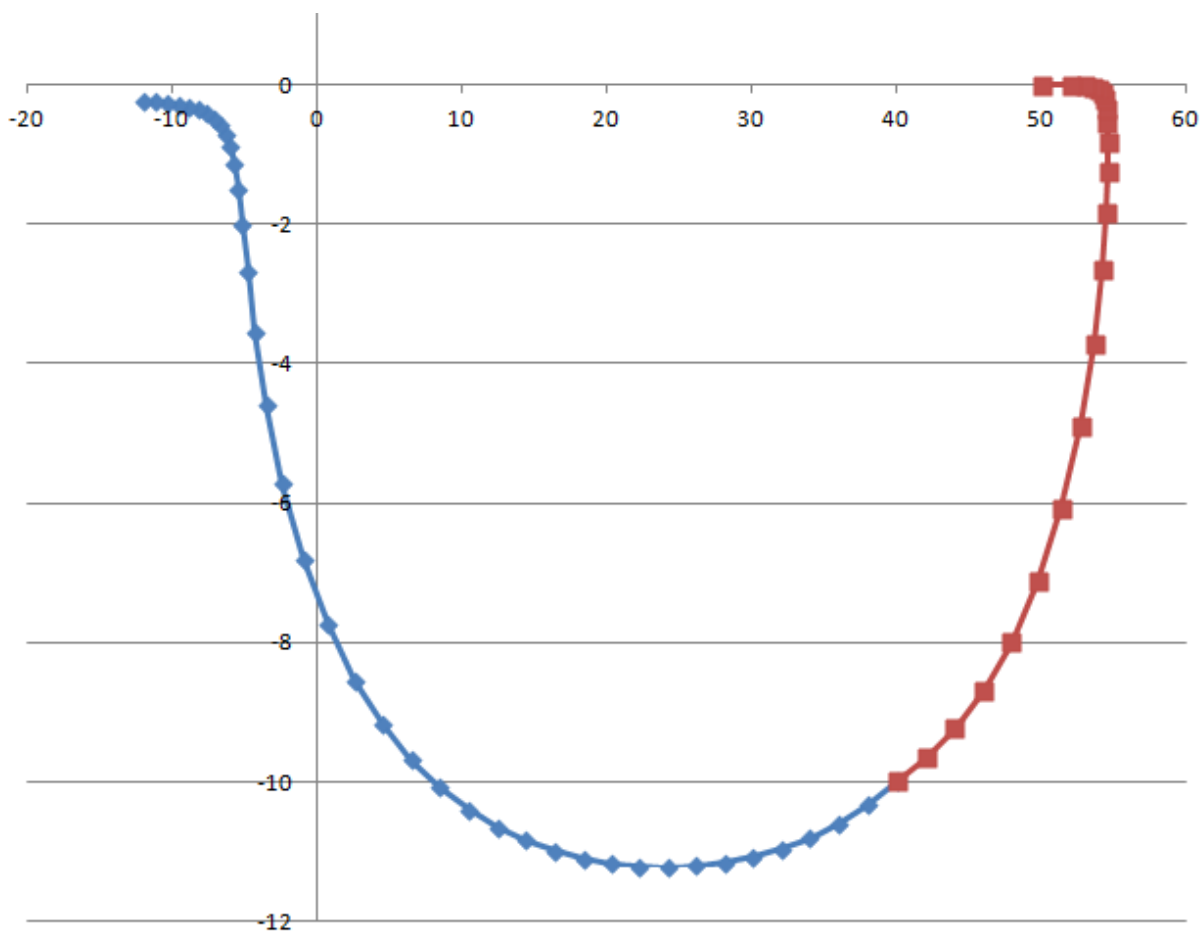
Raggiungendo il pozzo di prelievo

t	x	y	u	v	dx	dy
0	40	-10	1,22912	0,219072	2,048534	0,36512
0,5	42,04853	-9,63488	1,229213	0,280867	2,048688	0,468111
1	44,09722	-9,16677	1,218518	0,360483	2,030863	0,600805
1,5	46,12808	-8,56596	1,185635	0,462023	1,976058	0,770039
2	48,10414	-7,79592	1,110834	0,585086	1,851389	0,975143
2,5	49,95553	-6,82078	0,966328	0,714661	1,610547	1,191102
3	51,56608	-5,62968	0,731417	0,808301	1,219028	1,347169
3,5	52,78511	-4,28251	0,427513	0,807286	0,712521	1,345476
4	53,49763	-2,93704	0,123928	0,694082	0,206547	1,156804
4,5	53,70418	-1,78023	-0,13265	0,520319	-0,22109	0,867199
5	53,48309	-0,91303	-0,37716	0,348095	-0,6286	0,580159
5,5	52,85449	-0,33287	-0,7583	0,199547	-1,26384	0,332579
6	51,59065	-0,00029	-2,16152	0,000578	-3,60253	0,000964
6,5	47,98812	0,000669	3,435637	-0,00082	5,726062	-0,00137
7	53,71419	-0,0007	-0,38049	0,000249	-0,63415	0,000416
7,5	53,08003	-0,00028	-0,65465	0,000146	-1,09109	0,000244
8	51,98894	-3,7E-05	-1,5371	4,59E-05	-2,56184	7,65E-05
8,5	49,4271	3,99E-05	9,632063	-0,0006	16,05344	-0,00101

Graficamente:



Idem con $q=1,2 \text{ m}^2/\text{h}$, come mostra il grafico sottostante.



In questo caso la traiettoria finisce nel pozzo di prelievo ma non partendo da quello di immissione non può essere considerata valida.

Raffinando il passo fino a 0,01 giorni, invece, si ottiene un valore di portata minima inferiore. In particolare, in questo caso, si ottiene $q = 1,08 \text{ m}^2/\text{h}$. Non si riportano le tabelle vista l'enorme mole di dati, ma si riporta il solo grafico.

RICHIAMI TEORICI

Con *mezzo poroso* si intende un sistema costituito da più particelle solide (di forma più o meno regolare) che per la loro geometria lasciano spazi vuoti (detti meati) in posizione intergranulare. Tipicamente questi spazi sono occupati da un fluido che si sposta sotto l'azione di gradienti. Prima di ogni altra considerazione è doveroso evidenziare che d'ora in avanti verranno trattati solo i mezzi porosi saturi.

Gli acquiferi si distinguono in:

- *Acquifero freatico*: è un acquifero non in pressione. Se lo raggiungo per mezzo di un pozzo, vedrei che il pelo libero non cambia quota.
- *Acquifero in pressione*: è un acquifero delimitato da lenti di materiale a bassa permeabilità (tipicamente argilla). In questo caso, a seguito di uno scavo si vedrebbe il pelo libero risalire fino al proprio p_{cir} ;
- *Acquifero artesiani*: è un particolare acquifero in pressione, caratterizzato dall'aver una pressione tale da consentire all'acqua di affiorare al piano campagna.

Pur potendo considerare il moto di un fluido tra i meati come "laminare", la complessa geometria che caratterizza il dominio del mezzo poroso porta ad avere le stesse difficoltà "pratiche" riscontrate nell'analisi del moto turbolento (ove la situazione era invertita). Si parla infatti di moto turbolento congelato.

L'idea di Darcy fu quella di non distinguere tra vuoti e pieni, ma di considerare che il mezzo poroso mette a disposizione della filtrazione l'intera sezione trasversale (cosa che sappiamo non essere vera).

Con questa osservazione si ha (nel caso più generale possibile):

$$\mathbf{v} = -\mathbf{k}\nabla h$$

Il segno " - " sta ad indicare che la velocità è diretta in maniera opposta al gradiente spaziale del carico piezometrico. Nell'ipotesi di isotropia il tensore di conducibilità idraulica diventa un coefficiente.

A regolare il moto di filtrazione vi è la seguente legge:

$$\nabla^2 h = 0$$

La relazione esistente tra velocità di Darcy e velocità effettiva è la seguente:

$$v_{Darcy} = v_{effettiva} \cdot n$$

avendo indicato con "n" la porosità (compresa tra 0 e 1): pertanto la velocità effettiva di filtrazione è maggiore della velocità di Darcy.

Si conclude ricordando che la legge di Darcy ha validità limitata. Infatti al crescere di k si hanno dei meati di dimensione sempre maggiore e, pertanto, si innescherà progressivamente la turbolenza.

Separando le variabili

$$\frac{Q}{l * k} dx = h dh$$

ed integrando si ha:

$$\frac{Q}{l * k} \int_0^L dx = \int_{h_0}^H h dh$$

che risulta fornisce:

$$\frac{Q}{l * k} * L = \frac{H^2}{2} - \frac{h_0^2}{2}$$

Da questa espressione si ricavano le formule che consentono di risolvere il problema.

$$l = \frac{Q}{k} * L * \frac{2}{H^2 - h_0^2}$$

$$Q = l * \frac{k}{L} * \frac{H^2 - h_0^2}{2}$$

PROGRAMMAZIONE IN MATLAB

L'utilizzo di un linguaggio di programmazione ha l'indubbio vantaggio di svincolare il problema dai dati forniti con l'esercizio e generalizzare, pertanto, la soluzione.

Si riporta il listato Matlab del programma:

```

disp('IDRAULICA');
disp('ESERCITAZIONE n.12');
disp('Moti di filtrazione');
disp('Esercizio III');

n_abitanti = input('Numero di abitanti: ');
q = input('Domanda in litri/giorno per abitante: ');

Q = (n_abitanti*q)/(1000*3600*24); %converto la portata in m^3/s

K = input('Coefficiente di conducibilità idraulica [*10^(-3) m/s ]: ');
H = input('Carico indisturbato [m]: ');
L = input('Distanza (dalla galleria) alla quale il carico si considera
indisturbato [m]: ');
h0 = input('Livello all interno della galleria stessa [m]: ');
H1 = input('Nuovo livello indisturbato -seconda parte esercizio- [m]: ');

l = (2*Q*L)/((K*10^(-3))*(H^(2)-h0^(2)));

disp('La lunghezza della galleria vale [m]: ');

```