



**Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino**

**Appunti universitari**

**Tesi di laurea**

**Cartoleria e cancelleria**

**Stampa file e fotocopie**

**Print on demand**

**Rilegature**

**NUMERO: 507**

**DATA: 10/04/2013**

# **A P P U N T I**

**STUDENTE: Muru**

**MATERIA: Guida e Controllo del Veivolo**  
**Prof. Battipede**

Il presente lavoro nasce dall'impegno dell'autore ed è distribuito in accordo con il Centro Appunti.

Tutti i diritti sono riservati. È vietata qualsiasi riproduzione, copia totale o parziale, dei contenuti inseriti nel presente volume, ivi inclusa la memorizzazione, rielaborazione, diffusione o distribuzione dei contenuti stessi mediante qualunque supporto magnetico o cartaceo, piattaforma tecnologica o rete telematica, senza previa autorizzazione scritta dell'autore.

**ATTENZIONE: QUESTI APPUNTI SONO FATTI DA STUDENTIE NON SONO STATI VISIONATI DAL DOCENTE.  
IL NOME DEL PROFESSORE, SERVE SOLO PER IDENTIFICARE IL CORSO.**

# CUIDA E CONTROLLO DEL VELIVOLO

## EQUAZIONI DEL MOTO VARIO

### • Eq. DEL MOTO - EQUILIBRIO ALLA ROTAZIONE

INDICO CON L, M, N I momenti esterni applicati, col vettore V la velocità e con ω le velocità angolari.

$$\begin{cases} L \rightarrow \text{Roll} - \text{Roll} \\ M \rightarrow \text{Beccheggio} - \text{Pitch} \\ N \rightarrow \text{Imbardata} - \text{Yaw} \end{cases}, \quad \vec{\omega} = \begin{pmatrix} p \\ q \\ r \end{pmatrix}, \quad \vec{u} = \begin{pmatrix} u \\ v \\ w \end{pmatrix}, \quad \vec{J} = \begin{matrix} \text{MATRICE DELLE} \\ \text{COMPONENTI} \\ \text{INERZIALI} \end{matrix}$$

MI RIFERISCO AGLI ASSI BODY

$$X_B) \quad L = J_x \dot{p} - J_{xz} (q^2 - r^2) - J_{xz} (\dot{r} + (p \cdot q)) - J_{xy} (q - (r \cdot p)) - (J_y - J_z) q \cdot r$$

$$Y_B) \quad M = J_y \dot{q} - J_{zx} (p^2 - r^2) - J_{zx} (\dot{p} + (q \cdot r)) - J_{yz} (r - (p \cdot q)) - (J_z - J_x) r \cdot q$$

$$Z_B) \quad N = J_z \dot{r} - J_{xy} (p^2 - q^2) - J_{yz} (q + (r \cdot p)) - J_{xz} (p - (q \cdot r)) - (J_x - J_y) p \cdot q$$

Ipotesi di semplificazione

- SE ESISTE UN PIANO DI SIMMETRIA DELLE MASSE  $\begin{cases} J_{xy} = 0 \\ J_{yz} = 0 \\ J_{xz} \neq 0 \end{cases}$

- ASSI DI RIFERIMENTO  $\equiv$  ASSI PRINCIPALI D'INEZIA  $\rightarrow J_{xz} = 0$   
( $X = X_p$ ) dove p = principale d'inerzia)

$$\begin{cases} L = J_{xp} \cdot \dot{p} - (J_{yp} - J_{zp}) \cdot r \cdot q \\ M = J_{yp} \cdot \dot{q} - (J_{zp} - J_{xp}) \cdot r \cdot p \\ N = J_{zp} \cdot \dot{r} - (J_{xp} - J_{yp}) \cdot q \cdot p \end{cases} \rightarrow \begin{bmatrix} L \\ M \\ N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cdot & 0 & -r \cdot q \\ \cdot & + & r \cdot p \\ \cdot & \cdot & \cdot \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{p} \\ \dot{q} \\ \dot{r} \end{bmatrix} \text{ in } \begin{bmatrix} J_x & 0 & J_{xz} \\ 0 & J_y & 0 \\ J_{xz} & 0 & J_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix}$$

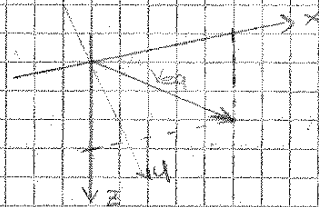
Normalmente l'asse  $X_p$  è troppo pochissimo rispetto all'asse  $X_B$  e pertanto le terne NON SI FANNO NORMALMENTE COINCIDERE

### • Eq del MOTO - EQUILIBRIO ALLA TRASLAZIONE

$$F_x = m (\dot{u} + q \cdot w - r \cdot v)$$

$$F_y = m (\dot{v} + r \cdot u - p \cdot w)$$

$$F_z = m (\dot{w} + p \cdot v - q \cdot u)$$



la  $V_{eq}$  è sempre contenuta nel piano longitudinale (x,z).

SE  $V_{eq} \neq X$ , gli ASSI SI DICONO ASSI DI STABILITÀ.

Ipotesi di EQUILIBRIO:  $\begin{cases} p_{eq} = q_{eq} = r_{eq} = 0 \\ u_{eq} = v_{eq} = w_{eq} \neq 0 \\ V_{eq} = 0 \end{cases}$  } condizione di equilibrio reale

Applico una perturbazione  $\Delta V$

$$\text{Piccole PERTURBAZIONI: } \begin{cases} \Delta w = \Delta v = \Delta u \approx 0 \\ \Delta q = \Delta p = \Delta r \approx 0 \end{cases}$$

### • SISTEMA DI EQUAZIONI LINEARIZZATE

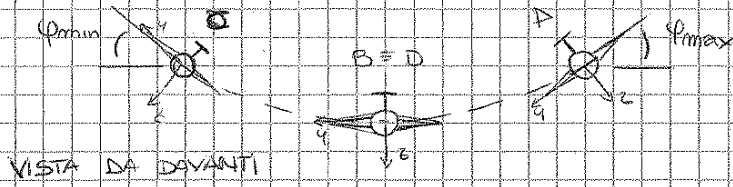
$$\begin{cases} F_x \approx m \cdot (\Delta \dot{u} + q \cdot \Delta w) \\ F_y \approx m \cdot (\Delta \dot{v} + r \cdot \Delta u + p \cdot \Delta w) \\ F_z \approx m \cdot (\Delta \dot{w} + q \cdot \Delta v) \end{cases}$$

$$\begin{cases} L = p \cdot \Delta x - r \cdot \Delta z \\ M = q \cdot \Delta y \\ N = r \cdot \Delta z - p \cdot \Delta x \end{cases}$$

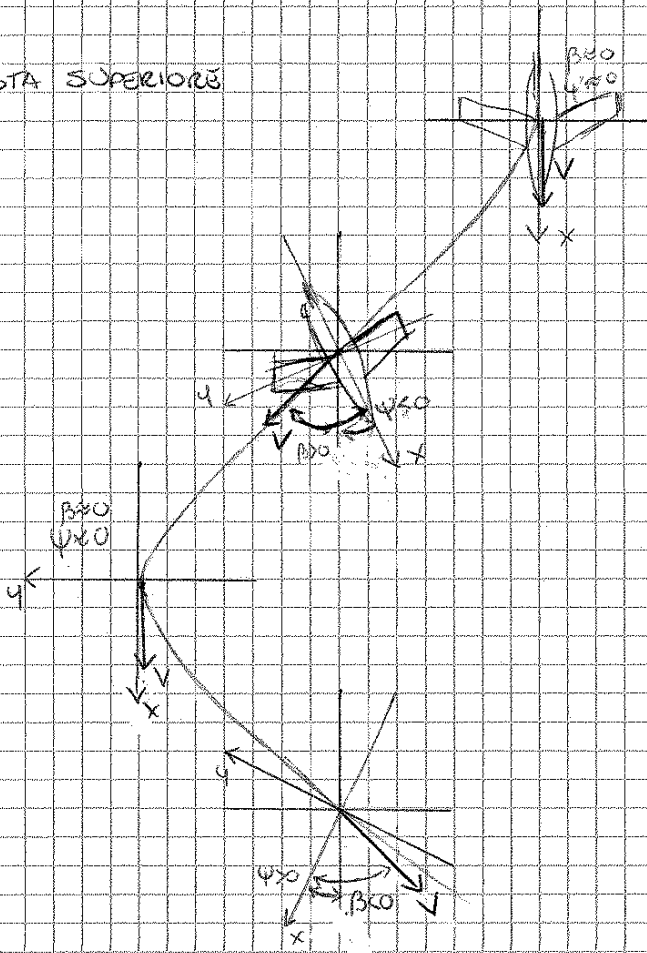
Le soluzioni di queste equazioni sono valide anche per perturbazioni non troppo grosse

Possono essere impiegate per testare la stabilità anche di sistemi non linearizzati.

SCHEMA DEL MOTO DI DUTCH ROLL



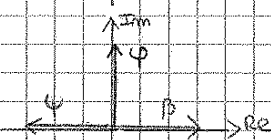
VISTA SUPERIORE



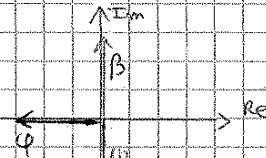
A



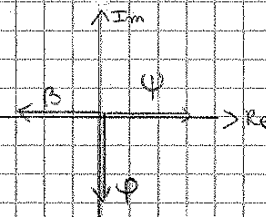
B



C



D



EQ DEL MOTO LONG - ADIMENS

Si adimensionalizzano le grandezze delle eq. precedenti, tenendo conto di alcune anomalie:  
 Introduce il tempo AERODINAMICO  $t^* = \frac{c}{2V_{eq}}$   
 che esprime il tempo necessario a percorrere mezza corda.

$\hat{E} = F / H^*$  Tempo Adimensionale

$\hat{M} = m / [\rho_{eq} \cdot S \cdot (c/2)]$  massa " "

$\hat{J}_y = J_y / [\rho_{eq} \cdot S \cdot (c/2)^3]$  inerzia " "

$\hat{V} = V / V_{eq}$  Velocità " "

$C_x = X / (1/2 \rho V^2 S)$  Coefficiente " " (x = T, D, L)

$C_M = M / (1/2 \rho V^2 S c)$  " " " di momento

$\hat{\alpha} = \alpha / (2V_{eq}/c)$ ;  $\hat{q} = q / (2V_{eq}/c)$

SOLUZIONE DEL SISTEMA DI EQUAZIONI (LONGITUDINALE e a COSTANTI BLOCCHI)

SCRIVENDO LE EQ IN FORMA COMPATTA:

$\begin{cases} \frac{d\hat{V}}{d\hat{t}} = -h_{11}\hat{\Delta V} - h_{12}\hat{\Delta \alpha} - h_{13}\hat{\theta} \\ \frac{d\hat{\alpha}}{d\hat{t}} = -h_{21}\hat{\Delta V} - h_{22}\hat{\Delta \alpha} - h_{23}\hat{\theta} \\ \frac{d\hat{q}}{d\hat{t}} = -h_{31}\hat{\Delta V} - h_{32}\hat{\Delta \alpha} - h_{33}\hat{\theta} \end{cases}$	E NELLE EQ. HANNO LE SOLUZIONI
	$\hat{\Delta V} = P_1 e^{\lambda \hat{t}}$
	$\hat{\Delta \alpha} = P_2 e^{\lambda \hat{t}}$
	$\hat{\theta} = P_3 e^{\lambda \hat{t}}$

dove i coefficienti P dipendono dalle condizioni iniziali.  
 Risolvendo il sistema otengo una QUARTICA

QUARTICA DI STABILITA'

$\lambda^4 + B\lambda^3 + C\lambda^2 + D\lambda + E = 0$

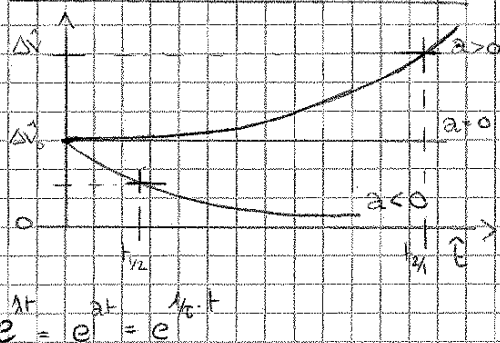
Troviamo quindi 4 autovalori  $\lambda$  come SOLUZIONE (corrispondenti alle 4 variabili di stato  $(\alpha, \theta, q, v)$ )

- { 4 AUTOVALORI REALI
- { 2 " " " + 1 COPPIA c.c.
- { 2 COPPIE O AUTOVALORI c.c.

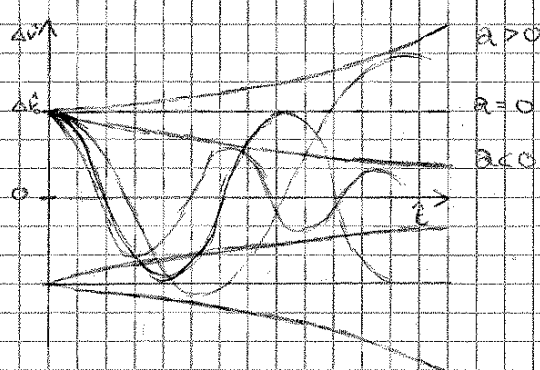
Le soluzioni più frequenti sono 2 COPPIE c.c.

IN GENERALE

$\lambda = a \rightarrow$  MOTO NON PERIODICO



$\lambda = a \pm i\omega \rightarrow$  MOTO PERIODICO

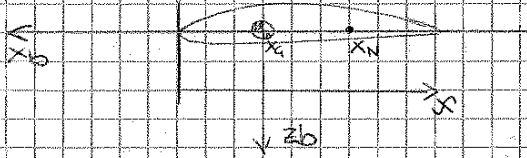


C = COSTANTE DI TEMPO OSSIA IL TEMPO NECESSARIO AD AVERE UNA VARIAZIONE DEL 63,2% NELLA RISPOSTA (a < 0)

# STABILITÀ

LA STABILITÀ È SIA STATICA CHE DINAMICA

Le posizioni di baricentro e punto neutro sono dete a partire da BE.

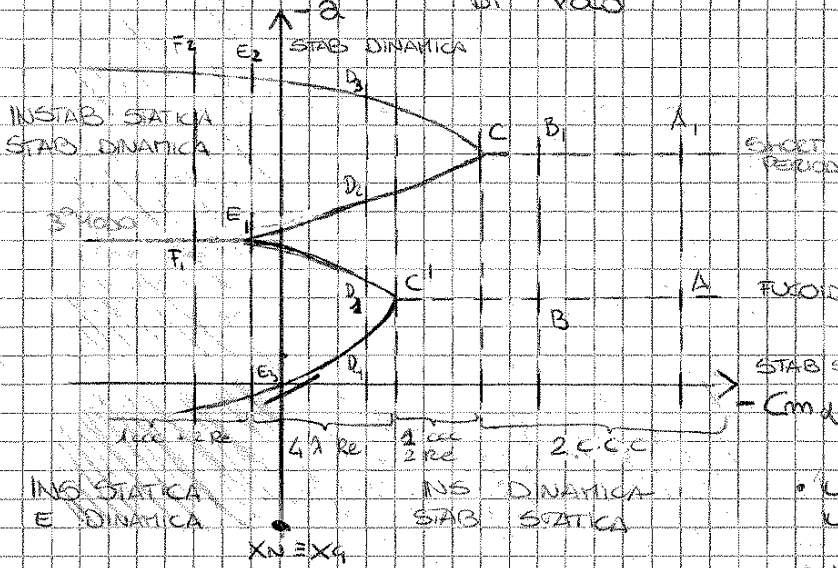


- STABILITÀ STATICA:  $C_{m\alpha} < 0$

$$C_{m\alpha} = \frac{\partial C_m}{\partial \alpha} = C_{L\alpha} \cdot \frac{X_G - X_N}{c} < 0$$

margine statico.

- STABILITÀ DINAMICA; INVECE È FUNZIONE ANCHE DELL'INVOLUPO DI VOLO



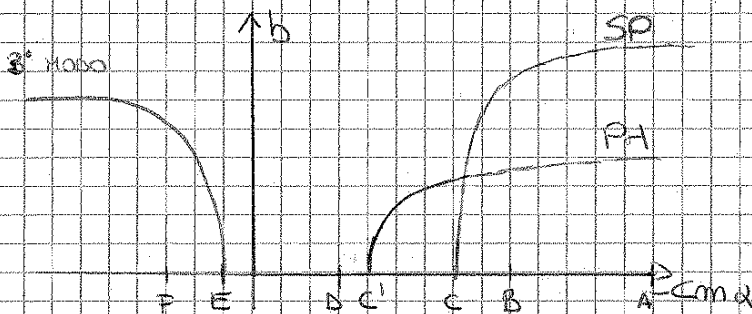
• NEI PUNTI C, C' LA CURVA CONCAVA SI SCINDE IN DUE AUTOVALORI REALI

• IL RAMO IN BASSO PER  $-2 < 0$  DIVENTA DINAMICAMENTE INSTABILE

• IL 3° MODO È DI TIPO OSCILLATORIO E STABILE

• IL RAMO E2 È FORTEMENTE STABILE  
IL RAMO E3 " " INSTABILE

→ L'INSTABILITÀ STATICA IMPLICA SEMPRE INSTABILITÀ DINAMICA



L'INSTABILITÀ STATICA COMPORLA ANCHE L'INSTABILITÀ DINAMICA

# DINAMICA A COMANDI LIBERI

- RIFERIMENTO ALLE EQ IN FORMA DIMENSIONATA IN CUI SI CONTANO TERMINI RELATIVI AL COMANDO  $\delta$

$$\begin{cases} \dot{V} = -h_{11} \Delta V - h_{12} \Delta x - h_{13} \theta - h_{14} \Delta \delta \\ \dot{x} = -h_{21} \Delta V - h_{22} \Delta x - h_{23} \theta - h_{24} \Delta \delta \\ \dot{q} = -h_{31} \Delta V - h_{32} \Delta x - h_{33} \theta - h_{34} \Delta \delta \\ \theta = q \quad (\text{eq. della cinematica}) \end{cases}$$

dove

$\Delta \delta$  = Variable aggiuntiva che tiene conto dell'azionamento di superfici mobili (della deflessione delle alette)

$h_{14} = f(CD_{\Delta \delta} \approx 0) \approx 0$  contributo alle forze lungo x praticamente nullo

$h_{24} = f(C_{L_{\Delta \delta}})$  contributo alla portanza globale da parte del piano di coda. E' solitamente piccolo ma NON TRASCURABILE

$h_{34} = f(C_M_{\Delta \delta})$  ELEVATOR POWER e il contributo desiderato per generare la rotazione del velivolo e un termine trascurabile

## EQUILIBRIO DINAMICO DELL'ELEVATORE

$H$  = momento di cerniera:  $\rightarrow H = H_{eq} + \Delta H$

$H_{eq} = 0$  (TRIMMED CONDITIONS)  $\rightarrow$  ESSENZIALMENTE  $\times$  EQUILIBRIO A COMANDI LIBERI

$\Delta H$  = perturbazione dell'equilibrio del momento di cerniera

Considerando le azioni e i contributi al momento di cerniera ottengo (IN FORMA COMPATTA)

TRASCURABILE

$$H = H_V \Delta V + H_x \Delta x + H_\theta \Delta \theta + H_q \Delta q + H_\delta \Delta \delta + H_{\dot{\delta}} \dot{\Delta \delta} \quad \Delta \rightarrow \text{IMP.}$$

e  $H = \frac{1}{2} \rho V^2 S_e C_H$ ; che derivato fornisce la derivata  $H_x$  richiesta

QUELLO CHE NE RISULTA E' UN'EQ DI 6 GRADO IN  $\Delta$

Come soluzione ottengo 3 coppie A.C.C.

## MODI

① LUNGO PERIODO (1° modo):  
 poco smorzato  
 $f = 0,01 - 0,2 \text{ Hz}$   
 VARIABILI IMPORTANTI:  $\Delta V, \theta$

② CORTO PERIODO (2° modo):  
 CORTO PERIODO  
 SMORZATO (o poco smorzato)  
 $f = 1 \text{ Hz}$   
 VARIABILI IMPORTANTI:  $\Delta x, \theta, \Delta \delta$   
 (A DIFFERENZA DEI COMANDI, BUCIATI QUESTO E' POCO SMORZATO)

③ CORTISSIMO PERIODO (3° modo):  
 MOLTO SMORZATO (H8)  
 $f = 10 - 100 \text{ Hz}$   
 VARIABLE IMPORTANTE  $\Delta \delta$

$$J_m \ddot{\delta} - H_\delta \dot{\delta} - H_8 \delta = \begin{cases} 0 & \text{oscillazioni libere (3° modo)} \\ f_0(t) & \text{forzate} \end{cases}$$

## PIANO LATERO DIREZIONALE

Equazioni del moto NON LINEARIZZATE

$$\begin{cases} F_x = m(\dot{V} + r\omega - p\omega) \\ L = \bar{J}_x \dot{p} - \bar{J}_x z \dot{r} - \bar{J}_x z p \cdot q + (\bar{J}_z - \bar{J}_x) q r \\ N = \bar{J}_z \dot{r} - \bar{J}_x z \dot{p} - \bar{J}_x z q \cdot r + (\bar{J}_y - \bar{J}_x) p \cdot q \end{cases}$$

LINEARIZZAZIONE

$$\begin{cases} M = M_{eq} + \Delta M \\ V = V_{eq} + \Delta V = \Delta V \\ W = W_{eq} + \Delta W \end{cases} \quad \begin{cases} p = \Delta p \\ q = \Delta q \\ r = \Delta r \end{cases} \quad \text{Suppongo } p_{eq}, q_{eq}, r_{eq} = 0.$$

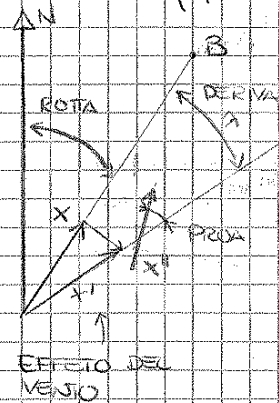
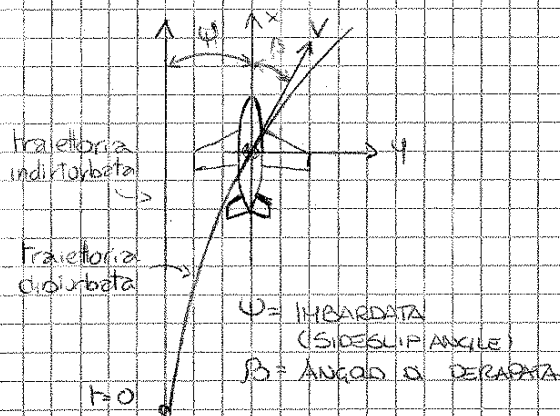
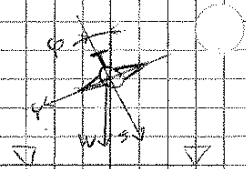
CONSIDERO INOLTRE ASSI BODY = ASSI STABILITÀ

$$(W_{eq} = 0, M_{eq} = V_{eq})$$

Avendo applicato le piccole perturbazioni posso trascurare i termini di ordine superiore, disaccoppiando il moto.

$$\begin{cases} F_x = m(\dot{V} + rV_{eq}) = Y_v/m \cdot V + Y_p/m \cdot p + (Y_r/m - V_{eq})r + g\phi \\ L = \bar{J}_x \dot{p} - \bar{J}_x z \dot{r} = L_v \cdot V + L_p \cdot p + L_r \cdot r \\ N = \bar{J}_z \dot{r} - \bar{J}_x z \dot{p} = N_v \cdot V + N_p \cdot p + N_r \cdot r \end{cases}$$

a cui aggiungo le relaz. cinematiche  $\begin{cases} \dot{\phi} = p \\ \dot{\psi} = r \end{cases}$



CORREZIONE DA EFFETTO VENTO PER MANTENERE LA ROTAZIONE

- SE I MOTI SONO DISACCOPPIATI ROLLO E SCAVERNAMENTO COINCIDONO, E ASSETTO E BECCHEGGIO PURE.

→ INTRODUCO I MOMENTI DI INERZIA VIRTUALI

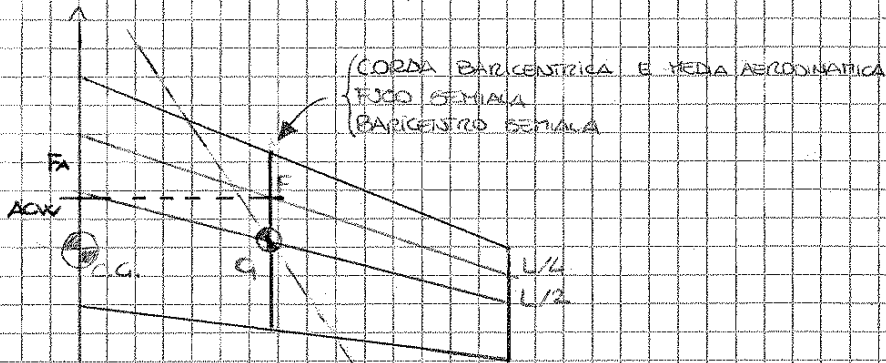
$$\begin{cases} \bar{J}_x' = \bar{J}_x - \frac{\bar{J}_x^2}{J_z} \\ \bar{J}_z' = \bar{J}_z - \frac{\bar{J}_x^2}{J_x} \\ \bar{J}_{xz}' = \frac{\bar{J}_{xz}}{\bar{J}_x \bar{J}_z} = \frac{\bar{J}_{xz}}{\bar{J}_x \bar{J}_z} \end{cases}$$

sono introdotti per semplificare le equazioni del moto e riportarle in forma compatta.



# FUOCO E MOMENTO FOCALE DELL'ALA

IL FUOCO DELL'ALA È ESSENZIALE PER TROVARE IL PUNTO NEUTRO DEL VELOCO, E QUINDI PER CARANTIRNE LA STABILITÀ



AERODYNAMICS  
 CENTRE WING  
 (FUOCO DELL'ALA)

## ALA SVERGOLATA

IL CALENTAMENTO NEGATIVO DEL TIP È SOLITAMENTE IMPIEGATO PER PREVENIRE LO STALLO,

$$C_L(\alpha) = c_{l_a} + c_{l_b}(\alpha)$$

$c_{l_a}$  → COMPONENTE LOCALE ADDIZIONALE  
 $c_{l_b}$  → COMPONENTE LOCALE FONDAMENTALE

$$2 \int_0^{b/2} c_{l_b} \cdot c \cdot dy = 0 \quad \text{contributo complessivo NEUTRO}$$

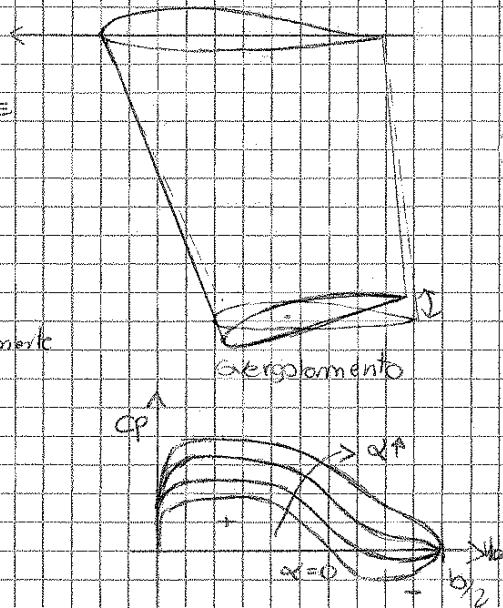
$$2 \int_0^{b/2} c_{l_a} \cdot c \cdot dy = 2 \int_0^{b/2} c \cdot c \cdot dy = C_L \cdot S$$

PER ALI TRAPEZIE PUNTIFORMI, ELLITTICHE O A PROFILO COSTANTE ( $c_{l_b}(\alpha) = \text{cost}$ )

$$- c_{l_a} = \text{cost}$$

E QUINDI ACW È SULLA CORDA MEDIA BARICENTRICA,

$$C_{m_a} \equiv C_{m_b} \quad \text{e quindi} \quad C_{m_0} = C_{m_0}$$



[9]  
 0

## DINAMICA A COMANDI BLOCCATI

Ipotesi le soluzioni  $\begin{cases} \beta = \beta_0 e^{\lambda t} \\ \phi = \phi_0 e^{\lambda t} \\ \psi = \psi_0 e^{\lambda t} \end{cases}$

risolvendo ottengo una **QUINTICA**. NON AVENDO IL TERMINE NOTO È STATO POSSIBILE RIDURLA IN FORMA DI UNA **QUARTICA**

$$\lambda^4 + B_2 \lambda^3 + C_2 \lambda^2 + D_2 \lambda + E_2 = 0$$

CHE FORNISCE 4 AUTOVALORI

→ È NECESSARIO TROVARE 2 RE + 2 C.C.C.

I)  $\lambda$  REALE, NEGATIVO e  $|\lambda| \gg 0$

**ROLL MODE** → modo d'rollio  
MOTO APERIODICO MOLTO SMOZZATO  
 $\psi$  importante  
 $\phi$  e  $\beta$  trascurabili

II)  $\lambda$  REALE,  $|\lambda| \approx 0$

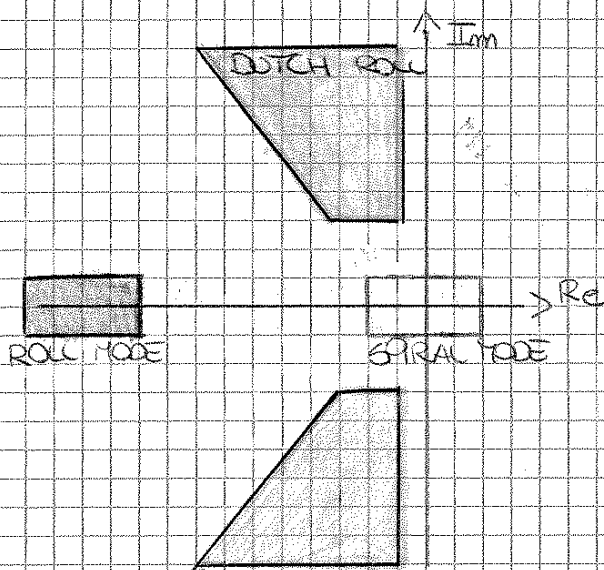
**SPIRAL MODE** → modo spirale  
MOTO APERIODICO POCO SMOZZATO o  
POCO AMPLIFICATO  
 $\psi$  e  $\phi$  importanti  
 $\beta$  TRASCURABILE  
✓  $\lambda$  coincidente col piano di simmetria.

III)  $\lambda$  COMPLESSI CONIUGATI

**DUTCH ROLL** → Rollio Olandese.  
MOTO PERIODICO POCO SMOZZATO ( $T = 2\pi/\omega_d$ )  
 $\psi$ ,  $\phi$  e  $\beta$  IMPORTANTI.

• è un moto periodico e si usano sistemi di controllo per aumentare lo smorzamento

### ROOT LOCUS



## SOLUZIONE APPROSSIMATA DELLO SPIRAL MODE

Si tratta di una soluzione reale, molto piccola ( $|k| \ll 1$ ), poiché è tipicamente il valore più piccolo, posso trascurare i termini di grado superiore.

$$D_2 A + E_2 = 0 \Rightarrow \lambda_{s1} = -E_2 / D_2$$

Se  $\lambda_{s1} < 0$  è stabile

$\lambda_{s1} > 0$  è instabile:  $\rightarrow$  tale valore è accettato dalla normativa purché il tempo di raddoppio sia lungo ( $T_{21} > 1$ )

CONDIZIONE DI STABILITÀ

$\lambda_{s1} = -E_2 / D_2 < 0$ , poiché  $D_2 > 0$  sempre occorre  $E_2 > 0$ !

$$E_2 = (C_{\beta} C_{nr} - C_{\beta} C_{nr}) \cdot \frac{\cos \delta}{> 0} \cdot C_{\beta} > 0$$

$$\rightarrow (C_{\beta} C_{nr} - C_{\beta} C_{nr}) > 0$$

$$\left| \frac{C_{\beta}}{C_{\beta}} \right| > \left| \frac{C_{nr}}{C_{nr}} \right|$$

- $C_{\beta} < 0$  EFFETTO DIEDRO
- $C_{\beta} > 0$  STABILITÀ DIREZIONALE
- $C_{nr} < 0$  DERIVATA DI STOCCAMENTO
- $C_{nr} > 0$  ROLLO INDOTTO DA IMBARCATA

Se intervengo su  $C_{nr}$  o  $C_{nr}$  occorre cambiare interamente l'ala.

Se scelgo di ridurre  $C_{\beta}$  MODIFICO LA STABILITÀ DIREZIONALE (non posso!)

Se modifico  $C_{\beta}$  aumenterebbe solo il diedro alare, tuttavia le influenze sul DUTTER ROL sarebbero enormi.

POICHÉ L'ALERE È SCONSIGLIABILE, SI ACCETTA UNA LEGGERA INSTABILITÀ POCHÉ  $T_{21}$  SIA GRANDE.

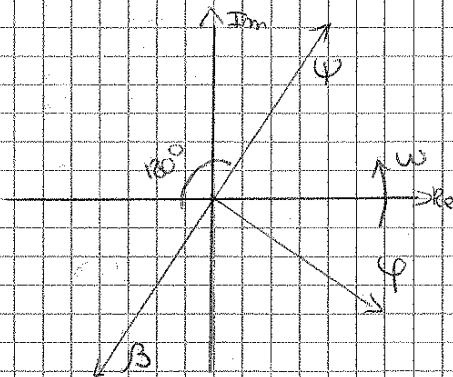
## DUTCH ROLL MODE

SI TRATTA DELLA SOLUZIONE  $\lambda = a + i b$

- $a$  è tipicamente  $< 0$  ( $a < 0$ )

PER NORMATIVA  $\frac{N_{\beta}}{T_{21}} \leq 1$

- $\beta$  e  $\psi$  sono in controfase ( $180^\circ$ ), mentre  $\phi$  è in quadratura (circa)



VARIAZIONE DEI PARAMETRI

- $|C_{\beta}|$ 
  - Se  $\uparrow \Rightarrow T_{21} \downarrow$  e  $\phi \downarrow$
  - Se  $\downarrow \Rightarrow T_{21} \uparrow$  e  $\phi \uparrow$

Se cerco di migliorare il DR peggioro  $\phi$  e viceversa

- $|C_{\beta}|$ 
  - Se  $\downarrow \Rightarrow T_{21} \uparrow$  e  $\phi \approx \cos$ .

Agendo un poco sulla stabilità direzionale riesco a migliorare lo spiral mode senza peggiorare il DR.

## FUNZIONI DI TRASFERIMENTO RELATIVE AI MOTI

UNA FdT è del tipo

$$G = \frac{\text{OUT}}{\text{IN}}$$

Per quanto riguarda il piano longitudinale, cerchiamo

$$\frac{\Delta \theta}{\Delta S}, \frac{\Delta u}{\Delta S}, \frac{\Delta w}{\Delta S}, \quad \text{con } \delta = \delta_e, \delta_H$$

E PER IL LATERO DIREZIONALE:

$$\frac{\Delta y}{\Delta S}, \frac{\Delta p}{\Delta S}, \frac{\Delta \varphi}{\Delta S}, \quad \text{con } \delta = \delta_u, \delta_r$$

Per ottenere le varie FdT scrivo i sistemi di equazioni in forma matriciale, passando al dominio delle frequenze.

$$\begin{bmatrix} (p-x_0) & -x_w & g \\ -z_u & (p-z_w) & -u_0 p \\ -H_u & (H_u p + H_w p) & (p+g) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta u / \Delta s_e \\ \Delta w / \Delta s_e \\ \Delta \theta / \Delta s_e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_{se} \\ Z_{se} \\ M_{se} \end{bmatrix}$$

TERMINI NOTI  
(derivati dalle componenti delle forze)

MATRICE DEI COEFFICIENTI → incognite (FdT)

e ottengo, sfruttando il metodo di Cramer e risolvendo:

$$\frac{\Delta \theta}{\Delta S}(p) = \frac{A_0 p^2 + B_0 p + C_0}{A_1 p^4 + B_1 p^3 + C_1 p^2 + D_1 p + E} = \frac{N_0^{\theta}}{\Delta_{LONG}}$$

DETERMINANTE DEL SIST. LONGITUDINALE  
→ UGUALE A TUTTE, E' LA QUINTELA

$$\frac{\Delta u}{\Delta S}(p) = \frac{A_u p^2 + B_u p + C_u}{\Delta_{LONG}} = \frac{N_0^u}{\Delta_{LONG}}$$

NUMERATORE  
POLINOMI A COEFF. NOTI  
(delle slide)

$$\frac{\Delta w}{\Delta S}(p) = \frac{A_w p^2 + B_w p + C_w}{\Delta_{LONG}} = \frac{N_0^w}{\Delta_{LONG}}$$

Analogamente

$$\frac{\Delta y}{\Delta S} = \frac{N_0^y}{\Delta_{LAT-DIR}}$$

$$\frac{\Delta p}{\Delta S} = \frac{N_0^p}{\Delta_D}$$

$$\frac{\Delta \varphi}{\Delta S} = \frac{N_0^{\varphi}}{\Delta_N}$$

Anche in questo caso il denominatore è la quintica già vista in precedenza, mentre i numeratori sono sempre polinomi a coefficienti costanti noti.

## TEOREMA FONDAMENTALE DELLA RISPOSTA IN FREQUENZA (O DELLA RISPOSTA ARMONICA)

Ipotesi: DATO UN SISTEMA IN EQUILIBRIO STABILE E LINEARIZZATO (PICCOLE PERTURBAZIONI)

SUPPOENDO UN INPUT SINUSOIDALE:  $U(t) = a \cdot \cos(\omega t)$

OTTENIAMO MEDIANTE F.d.T. ( $G(s)$ ) UN OUTPUT:  $Y(t) = b \cdot \cos(\omega t + \varphi)$

IL TEOREMA FONDAMENTALE DELLA RISPOSTA IN FREQUENZA CI DICE CHE L'OUTPUT, A TRANSITORIO ESAURITO AVRA':

- LA STESSA PULSAZIONE  $\omega$
- AMPIEZZA PARI AL PRODOTTO DELL'AMPIEZZA DELL'INPUT PER IL GUADAGNO DELLA F.d.T. A  $\omega$ :  $b = a \cdot |G(j\omega)|$
- L'OUTPUT AVRA' UNO SPASAMENTO RISPETTO ALL'INPUT PARI ALLA FASE DELLA F.d.T. A  $\omega$

$$b = a \cdot |G(j\omega)|$$

$$\varphi = \text{arctg} \left( \frac{\text{Im}(G(j\omega))}{\text{Re}(G(j\omega))} \right)$$

→ CONOSCENDO LA RISPOSTA A INPUT GENERICO E' POSSIBILE CONOSCERE LA RISPOSTA A QUALUNQUE INPUT. QUESTO POICHE' GRAZIE ALLA LINEARIZZABILITA' POSSO SCOPRIRE UN SEGNALE IN INPUT IN CONTRIBUTI ELEMENTARI STUDIABILI SINGOLARMENTE SOMMANDO I RISULTATI HO LA RISPOSTA.

$$\tilde{U}(t) = a \cdot [\cos(\omega t) + j \sin(\omega t)] = a e^{j\omega t}$$

$$U(t) = a \cdot \cos(\omega t) = \text{Re}(\tilde{U}(t))$$

$$\mathcal{L}\tilde{U}(t) = a \cdot \frac{1}{s - p_1}$$

Sia  $G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{n(s)}{d(s)}$  la generica f.d.t.

calcolo

$$\tilde{Y}(s) = G(s) \cdot \tilde{U}(s) = \frac{n(s) \cdot a}{d(s) \cdot (s - p_1)} = a \cdot \frac{n(s)}{d(s)} \quad p_1 = j\omega$$

APPLICO LA FORMULA DELL'ESPANSIONE DI HEAVYSIDE

$$a \frac{n(s)}{d(s)} = a \sum_{k=1}^n \left[ \frac{n(s)}{d(s)} \frac{(s - p_k)}{(s - p_k)} \right]_{s=p_k} e^{p_k t} = \tilde{Y}(t)$$

$$n=2 \Rightarrow a \left[ \frac{n(s)}{(s-p_1)(s-p_2)(s-p_3)} \frac{(s-p_1)}{(s-p_1)} \right]_{s=p_1} e^{p_1 t} + a \left[ \frac{n(s)}{(s-p_1)(s-p_2)(s-p_3)} \frac{(s-p_2)}{(s-p_2)} \right]_{s=p_2} e^{p_2 t} + a \left[ \frac{n(s)}{(s-p_1)(s-p_2)(s-p_3)} \frac{(s-p_3)}{(s-p_3)} \right]_{s=p_3} e^{p_3 t}$$

PER L'IPOTESI DI EQ. STABILE  $p_1$  e  $p_2 < 0$ ,  $p_3 = \infty = 0$

$$= a \left[ \frac{n(p_1)}{(p_1 - p_2)(p_1 - p_3)} \right] e^{p_1 t} = a G(p_1) \cdot e^{p_1 t}$$

SOSTITUENDO

$$\tilde{Y}(t) = a \cdot G(p_1) \cdot e^{p_1 t} \rightarrow \tilde{Y}(t) = a \cdot G(j\omega) \cdot e^{j\omega t}$$

$$Y(t) = \text{Re}[\tilde{Y}(t)] = \text{Re} [ a \cdot G(j\omega) \cdot e^{j\omega t} ] = a \cdot \text{Re} [ |G(j\omega)| \cdot e^{j(\omega t + \varphi)} ]$$

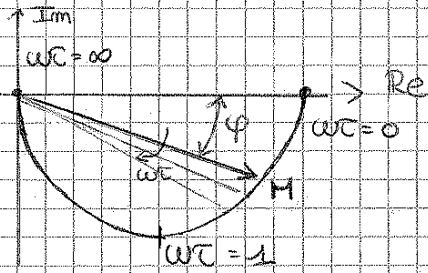
$$Y(t) = a \cdot |G(j\omega)| \cdot \cos(\omega t + \varphi)$$

$$\varphi = \text{arctg} \left( \frac{\text{Im}[G(j\omega)]}{\text{Re}[G(j\omega)]} \right)$$

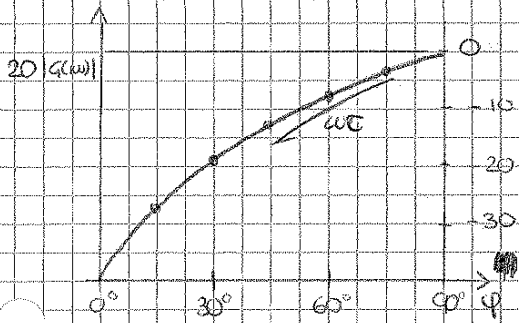
} C.V.D

## RAPPRESENTAZIONI GRAFICHE

### • DIAGRAMMA DI NYQUIST

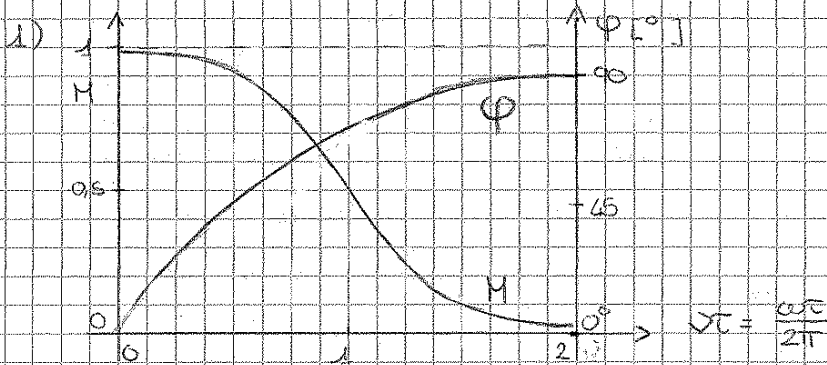


### • DIAGRAMMA DI NICHOLLS

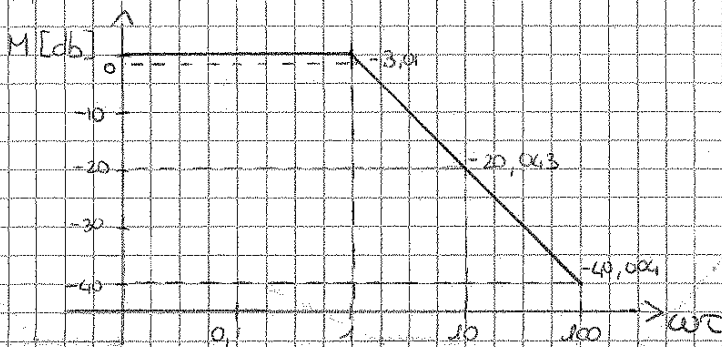


### • DIAGRAMMI DI BODE

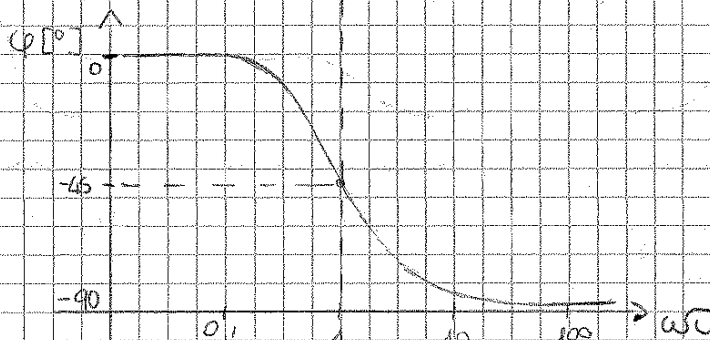
E' LA RAPPRESENTAZIONE PIU' COMODA AI NOSTRI SCOPI. POSSONO ESSERE TROVATI IN DUE FORME DISTINTE.



### 2) RAPPRESENTAZIONE PIU' DIFFUSA



$$M[\text{db}] = 20 \log_{10} |M|$$



## EQUAZIONI DEL MOTO IN ATMOSFERA NON UNIFORME

OCORRE TENERE IN CONSIDERAZIONE COME MODELLO DI INPUT ESTERNO che influisce sul moto.

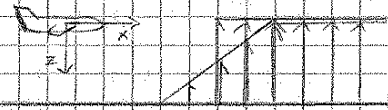
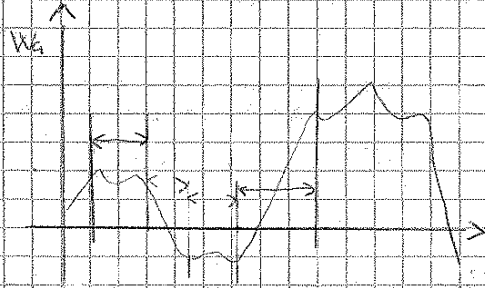
$$[B_0] \{U_0\}$$

TALI FENOMENI, ORIGINATI DA DIFFERENTI CAUSE, POSSONO DIVIDERSI MACROSCOPICAMENTE IN:

- VENTI
- RAFFICHE
- TURBOLENZE ATMOSFERICHE

LA TURBOLENZA, IN GENERALE, È UN DISTURBO DI TIPO CASUALE OMOGENEO E STAZIONARIO.

ISOLANDO UNA PORZIONE DI TURBOLENZA SI HA UNA RAFFICA. (COSÌ, COME UNA SERIE DI RAFFICHE DISCONTINUE GENERA UNA TURBOLENZA)



### - RAFFICA

- si tratta di una rappresentazione deterministica del fenomeno atmosferico
- può essere istantanea (gradino), graduale (rampa) e persino sinusoidale
- può agire lungo tutte le direzioni:



### - TURBOLENZA

- Modellazione stocastica, che comprende modelli matematici basati su parametri statistici

T.	{	CONTINUA	(proprietà uguali al campo considerato)
		OMOGENEA	(" " statistiche costanti e uguali nella regione)
		STAZIONARIA	(proprietà statistiche indipendenti del tempo)

### PERTURBAZIONI DIFFUSE

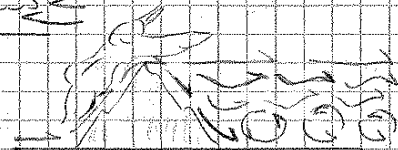
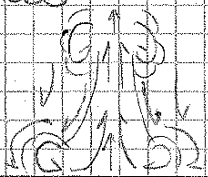
- FRONTE TEMPORALESCO (e cumulonembo)



- FRONTE FREDDO + CALDO



- MONTAGNE



- DOWNBURST

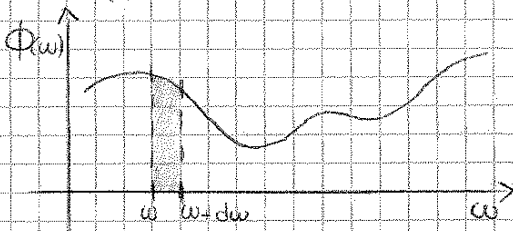
- (simile a un furore atomico)

- FENOMENO BREVE, DI AREA RIDOTTA (2 km) E' MOLTO PERICOLOSO SOPRATTUTTO PRESSO GLI AEROPORTI

# MODELLO STOCASTICO DI TURBOLENZA

## DENSITA' SPETRALE DI POTENZA

della anche P.S., e' definita come la distribuzione di potenza rispetto alle varie frequenze.



e' una funzione continua, funzione di ω, ed e' legata al gradiente.

La densita' spettrale di potenza si modifica dopo l'incontro col sistema velivolo. Questo perche' certe frequenze forniscono più o meno energia, o addirittura la prevedono. Tale variazione avviene attraverso la funzione di Trasferimento

$$\Phi(\omega)_{out} = \Phi(\omega) \cdot |C(i\omega)|^2$$

Per il calcolo di  $\Phi_i$  si possono adottare metodi sperimentali o analizzando la risposta di un velivolo a una generica turbolenza.

A TALE SCOPO SONO STATI ELABORATI DEI MODELLI DI TURBOLENZA

## MODELLI DI TURBOLENZA

- $\Phi(\Omega) = \sigma_{U_3}^2 \frac{2L}{\pi} \frac{1}{[1 + (1,339 L \Omega)^2]^{5/6}}$ 
VON KARMAN
} MODELLI PER RAFFICHE LONGITUDINALI
- $\Phi(\Omega) = \sigma_{U_3}^2 \frac{2L}{\pi} \frac{1}{[1 + L^2 \Omega^2]^2}$ 
DRYDEN
- $\Phi(\Omega) = \sigma_{U_3, V_3}^2 \frac{L}{\pi} \frac{1 + 8/3 (1,339 L \Omega)^2}{\pi [1 + (1,339 L \Omega)^2]^{1/6}}$ 
VON KARMAN
} MODELLI PER RAFFICHE LATERALI E VERTICALI.
- $\Phi(\Omega) = \sigma_{U_3, V_3}^2 \frac{L}{\pi} \frac{1 + 3L^2 \Omega^2}{[1 + L^2 \Omega^2]^2}$ 
DRYDEN

dove:  $\sigma^2$  = Valore quadratico medio della velocita' di Turbolenza

$L$  = Scala di Turbolenza (tiene conto degli effetti di raffica al velivolo) =  $\begin{cases} 2500 \text{ ft} \\ 762 \text{ m} \end{cases}$

$\Omega$  = Frequenza spaziale =  $\frac{\omega}{V} = \frac{2\pi f}{V}$ ; con  $\lambda$  parametro funzione del problema considerato.

TALI MODELLI ESPRIMONO LA DENSITA' SPETRALE IN OUTPUT AL VELIVOLO, INVESTITO IN INGRESSO DA UN "RUMORE BIANCO" MEDIANTE UNA TRANSFER FUNCTION DELLA RAFFICA (T(S))

Modello scuro

$$\Phi_o(\omega) = T(s) \cdot \Phi(\omega) \cdot T^*(-s)$$

WHITE NOISE

RUMORE BIANCO

= CONTENUTO ENERGETICO COSTANTE SU TUTTE LE FREQUENZE

## CALCOLO DI $U_g$

$$F_{WN}(s) \cdot T(i\omega) = F_D(s)$$

WHITE NOISE

MODELLO

dove passo al dominio di Laplace

da cui:

$$\mathcal{L}^{-1}(F_D(s)) = f_0(t) = U_g = \begin{Bmatrix} u_g(t) \\ v_g(t) \\ w_g(t) \end{Bmatrix}$$



DA QUI ORA MI TROVO IL FATTORE DI COSTINGENZA

$$n = 1 + \frac{a n}{g} = 1 + \frac{W_g V}{H g} \cdot (1 - e^{-V/H})$$

Limite notevole

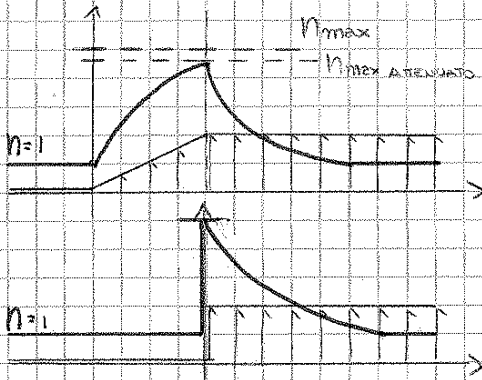
$$n_{max} = 1 + \frac{W_g V}{H g} \cdot \frac{n}{H} \cdot (1 - e^{-H/n}) = 1 + \frac{W_g V}{H g} \cdot \frac{n}{H} (1 - e^{-H/n})$$

dove definisco il FATTORE DI ATTENUAZIONE

$$F = \frac{n}{H} (1 - e^{-H/n})$$

se  $H=0$ ,  $F=1$  (nessuna attenuazione)  
 se  $H>0$ ,  $F<1$  (attenuazione)

L'AUMENTO SARA' DUNQUE



### DIAGRAMMA DI RAFFICA

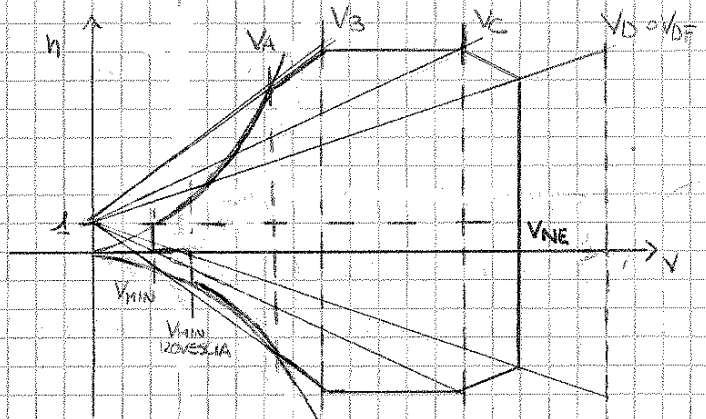
deriva per normativa della risposta alla raffica

Assegnati:  $Z$   
 $W/S$  Si prende in fattore  $n_{max}$  in funzione delle velocità di volo  $V$ , per i prescritti valori di  $W_g$ .

$$n_{max} = 1 + \frac{P_{Cl} W_g V}{2 W/S} \cdot F = 1 + a (W_g) \cdot V$$

E SI TRACCIANO SUL GRAFICO. PER NORMATIVA SI HA:

$$\begin{aligned}
 W_{g1} &= \pm 25 \text{ Fps} = \pm 7,6 \text{ m/s} \\
 W_{g2} &= \pm 50 \text{ Fps} = \pm 15,25 \text{ m/s} \\
 W_{g3} &= \pm 66 \text{ Fps} = \pm 20,11 \text{ m/s}
 \end{aligned}$$



Si presume che all'aumentare di  $V$ ,  $W_g$  si riduca. (considerazioni statistiche e procedure di probaggio).

$V_B$  è regolamentata e segna il passaggio fra la  $W_{g1}$  e la  $W_{g2}$ .

$V_C$  analogamente determina il passaggio a  $W_{g3}$

$V_{NE}$  è la velocità massima ammessa ( $W_g = W_{g3}$ ), ed è espressa come

$$V_{NE} = \min(0,9 V_D \text{ o } 0,95 V_{or})$$

dove  $V_D$  è la velocità massima di verifica strutturale e  $V_{or}$  la velocità massima di verifica a FLIGHT TEST.

### $W_g$ IN NATURA

Spero le  $W_g$  in natura sono molto più alte di quelle prescritte dalla normativa.

E' POSSIBILE MISURARE TALI VELOCITA' DAI CHICCHI DI GRANDINE PONEENDO L'EQUILIBRIO TRA PESO E SOSTENTAZIONE DINAMICA

$$g \cdot \frac{4}{3} \pi r^3 \rho_{ice} = \frac{1}{2} \rho W_g^2 C_D \pi r^2, \quad \rightarrow W_g \text{ tipiche } \approx 50 - 60 \text{ m/s}$$

$$C_D \approx 0,3; \quad r \approx 0,06 \text{ m}$$

## STRAPDOWN EQUATION

DATO UN VETTORE  $\vec{V}_N$ , ESPRESSO NEL SISTEMA DI RIFERIMENTO NED, E' POSSIBILE RIPORTARSI IN COORDINATE ABC Moltiplicando per la matrice  $B_B$ .

$$\vec{V}_B = B_B \cdot \vec{V}_N$$

DERIVO IL VETTORE RISPETTO AL TEMPO E LO ESPRIMO IN ENTRAMBI I SISTEMI DI RIFERIMENTO

$$\frac{d}{dt_B} (\vec{V}_B) = \dot{B}_B \vec{V}_N + B_B \dot{\vec{V}}_N = \dot{\vec{V}}_B$$

$$\frac{d}{dt_N} (\vec{V}_B) = \dot{B}_B \cdot \vec{V}_N$$

da cui si ricava  $\Rightarrow \frac{d}{dt_N} (\vec{V}_B) = \dot{\vec{V}}_B - \dot{B}_B \vec{V}_N$  (1)

Tale quantità può essere espressa facendo uso del TEOREMA DI CORIOLIS.

$$\frac{d}{dt_N} (\vec{V}_B) = \dot{\vec{V}}_B + \omega_B \wedge \vec{V}_B$$
 (2)

CON  $\omega_B = [p, q, r]$ .

EQUAGLIANDO (1) e (2) TROVO

(ponendo  $\omega_B \wedge = \tilde{\omega}_B =$  detta MATRICE PRODOTTO VETTORIALE  $\rightarrow$

$$\begin{bmatrix} 0 & -r & q \\ r & 0 & -p \\ -q & p & 0 \end{bmatrix}$$

$$-\dot{B}_B \vec{V}_N = \tilde{\omega}_B \wedge \vec{V}_B = \tilde{\omega}_B B_B \vec{V}_N \rightarrow$$

da cui:

$$\dot{B}_B = -\tilde{\omega}_B B_B \rightarrow \text{STRAPDOWN EQUATION (SE)}$$

SI TRATA DI UNA RELAZIONE FONDAMENTALE CINEMATICA in quanto lega due set di velocità angolari

### EQ DELLA CINEMATICA

L'eq è numericamente integrata dal velivolo istante per istante. Calcolando tramite accelerometri le quantità  $[p, q, r]$  è possibile calcolare  $B_B$  e conoscere l'orientamento ~~in~~ in assi NES.

Per ricavare le eq. della cinematica esprimo la SE separando per colonne

$$B_B [3 \times 3] = \tilde{\omega}_B [3 \times 3] \cdot B_B [3 \times 3] \rightarrow \dot{B}_B [3 \times 1] = \tilde{\omega}_B [3 \times 3] B_B [3 \times 1]$$

Scego per semplicità la 3 e la seconda colonna ( $i=3, 2$ ) di queste svolgo i conti rispettivamente per  $j=1, 3$  ( $i=3$ ) e  $j=1$  ( $i=2$ ).

OTENGO DORO VARI PASSAGGI

$$\textcircled{1} \quad \dot{\theta} = q \cdot \cos \phi - r \cdot \sin \phi$$

$$\textcircled{2} \quad \dot{\phi} = p + q \cdot \sin \phi \cdot \tan \theta + r \cdot \cos \phi \cdot \tan \theta$$

$$\textcircled{3} \quad \dot{\psi} = q \cdot \frac{\sin \phi}{\cos \theta} + r \cdot \frac{\cos \phi}{\cos \theta}$$

IN FORMA COMPATA

$$\frac{d}{dt} \begin{Bmatrix} \phi \\ \theta \\ \psi \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \sin \theta & \cos \theta \\ 0 & \cos \theta & -\sin \theta \\ 0 & \sin \theta / \cos \theta & \cos \theta / \cos \theta \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} p \\ q \\ r \end{Bmatrix}$$

EQUAZIONI DELLA CINEMATICA

$$\dot{\Phi} = E(\Phi) \omega_B$$

$E(\Phi)$  è una RELAZIONE NON LINEARE IN  $\Phi = \{\phi, \theta, \psi\}^T$ , MA È LINEARE PER  $\omega_B = \{p, q, r\}$

$\rightarrow$  Si osserva che per  $\theta = 90^\circ$  (VOLA CANDELI) LE EQ. FALLISCONO sono quindi inadatte a missili e corpi spaziali. Si passa ai quaternioni.

## REQUISITI NORMATIVI

- Approssimazione di **LONGO** periodo (LONG)

date le equazioni del piano latero direzionale, la normativa permette di ridurre il sistema a due equazioni in due incognite,

$$\begin{pmatrix} \dot{y} \\ \dot{\delta} \\ \ddot{y} \\ \ddot{\delta} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y \\ \delta \\ \dot{y} \\ \dot{\delta} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b_{11} \\ b_{21} \\ b_{31} \\ b_{41} \end{pmatrix} \left\{ \delta_{11}, \dots \right\}$$

▲ APPROSSIMA IL FUGOIDE!

L'APPROSSIMAZIONE DI **LONGO** PERIODO E' QUELLA ESIGENZATA. LA SUA SOLUZIONE FORNISCE I DUE AUTOVALORI COMPLESSI TIPICI DEL MOTO FUGOIDE...

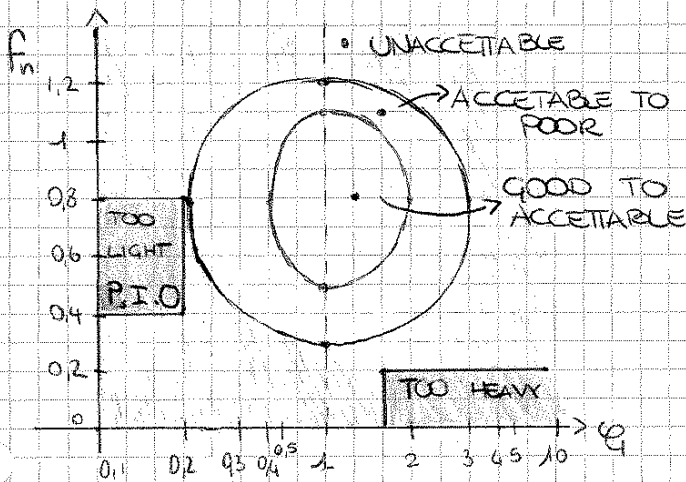
- IN ANALOGIA CON IL **CORTO** PERIODO, PUO' ESSERE VISTO COME UN SISTEMA DEL SECONDO ORDINE

$$\ddot{x} + 2\zeta\omega_n \dot{x} + \omega_n^2 x = 0$$

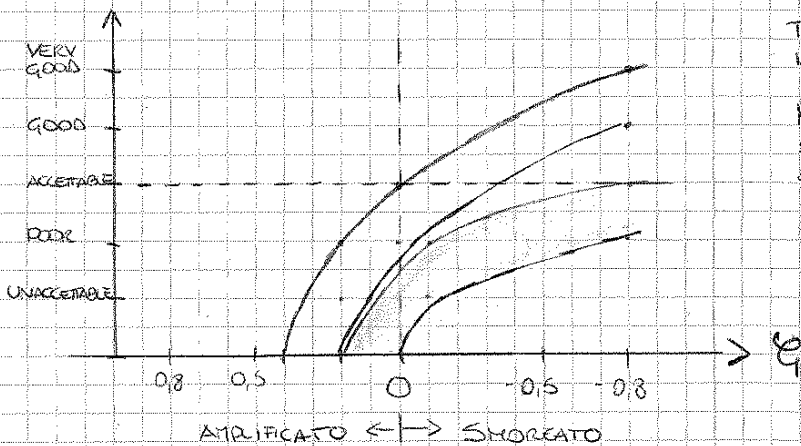
con i due parametri  $\zeta$  e  $\omega_n$  si definisce la dinamica del sistema.

$$\left( \omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}}; f_n = \frac{\omega_n}{2\pi}; \zeta = \frac{c}{2\sqrt{mk}} \right)$$

- **ISO-OPINION ROT**
- **CORTO PERIODO**



- **FUGOIDE**



TUTTI I VELIVOLI STANNO NELL'AREA VERDE.

NEL CASO IN CUI LA VISIBILITA' SIA SCARSA LA FASCIA SI SPORCIA VERSO DESTRA E VERSO IL BASSO.

I VELIVOLI ACCTABILI SI VEDE COME ABBIANO COLUNNE SMORZAMENTO NEGATIVO (NON AMPLIFICATO)

## VOLO LATERO - DIREZIONALE

• IL PRIMO REQUISITO È CHE IL VELIVOLO PRESENTI I 3 MODI CLASSICI.

### - ROLLIO:

Si hanno limiti di requisito sulla costante di tempo.

Si impone

$$\zeta_{max} \text{ tale che } P(\zeta) / P_0 = 37\%, \text{ con } P(\zeta) = P_0 \cdot e^{-\zeta/\epsilon}$$

CIÒ È ESSENZIALE PER GARANTIRE AL VELIVOLO UNA RISPOSTA SUFFICIENTEMENTE PIGNA AL ROLLIO, E ALTRETTANTO ALLA NEUTRALIZZAZIONE DEL COTANNO

Imponendo un limite max a  $\zeta$ , impongo un limite minimo a  $\tau_{min}$ .

SE IL MODO È SOTTOSORREZZATO SI IMpongono DEI LIMITI A RAPPORTO TRA SOVRAELONGAZIONE E SOTTOELONGAZIONE  $P_{max}/P_{min}$

### - SPIRALE

QUESTO MODO PÙ ESSERE ACCETTATO AMPLIFICATO, PIRCHE IL TEMPO  $T_{2\%} > t_{norm}$  DEFINITO DA NORMATIVA. (POSTO UN  $\Delta\phi$  INIZIALE)

### - DUTCH ROLL

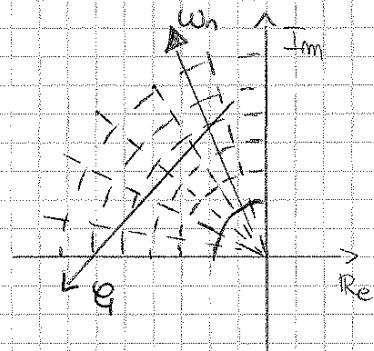
Vengono prescritti due valori di normativa, sia su  $\zeta_0$  che su  $\omega_n$

$$\zeta_0 \geq \zeta_{NORMATIVA}$$

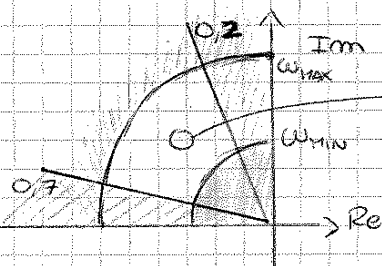
$$\omega_n \leq \omega_{NORMATIVA}$$

PER VELIVOLI GROSSI ESISTE UN ULTERIORE LIMITE ALLO SFORZAMENTO COME LIMITE SUPERIORE

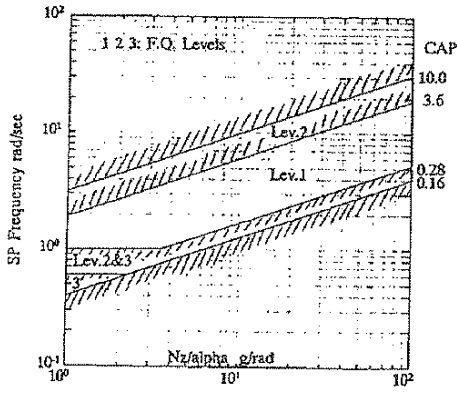
$$\zeta_{0max} \leq 0,7 \text{ e } \omega_n > \omega_{RIF}$$



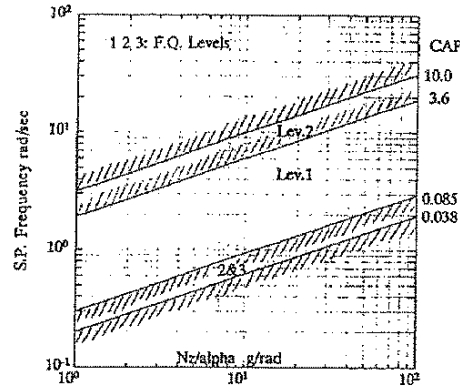
SI INDIVIDUA COSÌ UNA PORZIONE DI GRAFICO



ZONA DEL ROOT-LOCUS AMMISSIBILE PER GLI AUTOVALORI DI  $[DR]$



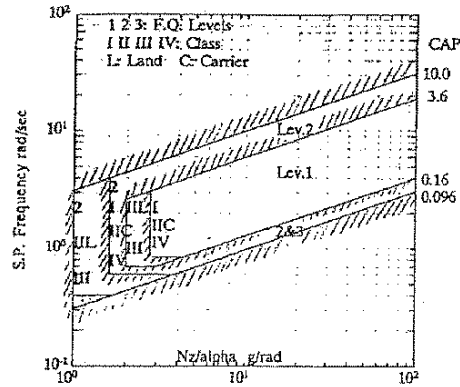
Richieste di corto periodo per la Categoria A



Richieste di corto periodo per la Categoria B

**LIMITI DEI GRADIENTI DI FORZA**  
Stick convenzionale (Center) lb/g

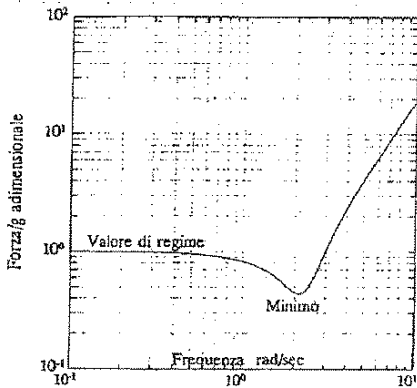
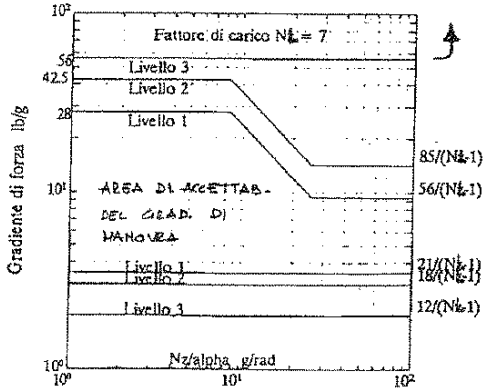
Level	Gradiente massimo	Gradiente minimo
1	$240/(Nz/\alpha)$ ma non maggiore di 28 nè minore di $56/(N_L-1)^*$	Il maggiore tra $21/(N_L-1)$ e 3.0
2	$360/(Nz/\alpha)$ ma non maggiore di 42.5 nè minore di $85/(N_L-1)$	Il maggiore tra $18/(N_L-1)$ e 3.0
3	56.0	Il maggiore tra $12/(N_L-1)$ e 2.0



Richieste di corto periodo per la Categoria C

**LIMITI DEI GRADIENTI DI FORZA**  
Colonna (Column) lb/g

Level	Gradiente massimo	Gradiente minimo
1	$500/(Nz/\alpha)$ ma non maggiore di 120 nè minore di $120/(N_L-1)$	Il maggiore tra $35/(N_L-1)$ e 6.0
2	$775/(Nz/\alpha)$ ma non maggiore di 182 nè minore di $182/(N_L-1)$	Il maggiore tra $30/(N_L-1)$ e 6.0
3	240.0	5.0



Forze di Stick in manovra (dinamiche)

**GRADIENTE DELLA FORZA DI MANOVRA**

Controllore	Level 1	Level 2	Level 3
Stick One-handed contr.	$14/(N_L-1)$	$12/(N_L-1)$	$8/(N_L-1)$
Column Two-handed contr.	$30/(N_L-1)$	$25/(N_L-1)$	$17/(N_L-1)$

# SISTEMI DI CONTROLLO AUTOMATICO

AFCS → AUTOMATIC FLIGHT CONTROL SYSTEM

acronimo generale che racchiude tutti quei sistemi atti a correggere in maniera più o meno completa la dinamica del velivolo.

- SAS
- CAS
- AUTO

## • STABILITY AUGMENTATION SYSTEM (SAS)

Si tratta di un sistema di controllo impiegato per aumentare le caratteristiche di STABILITÀ del velivolo.

Ad esempio lo smorzamento del fugoide

Tipicamente è usato per riportare un velivolo poco stabile (o intrinsecamente instabile) a rispettare i requisiti di Normativa.

## • CONTROL AUGMENTATION SYSTEM

Non si tratta di un sistema diffuso su tutti i velivoli, bensì su quelli spinti al limite.

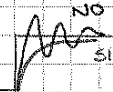
Si tratta quindi di far sì che la risposta del velivolo sia quella voluta (come in esempio).

## • AUTOPILOTI

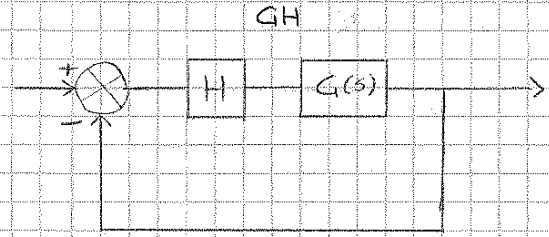
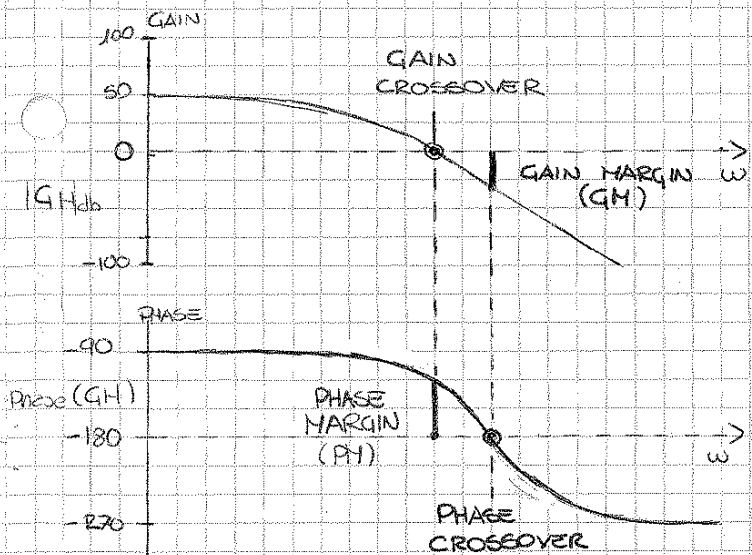
Sono solitamente di Ausilio alla Navigazione.

Permettono di impostare e mantenere automaticamente QUOTA, VELOCITÀ, DIREZIONE, RAFFI (SALITA, DISCESA, VIRATA)

Si tratta di dispositivi STAB-ALONE indipendenti dalle caratteristiche del velivolo.



• SPECIFICHE NEL DOMINIO DELLE FREQUENZE (BODE)



- I DIAGRAMMI DI BODE VENGONO TRACCIATI PER IL SISTEMA AD ANELLO APERTO (OPEN LOOP)
- Se  $H = K$  (costante) l'effetto sul grafico è una traslazione del gain verso l'alto/basso

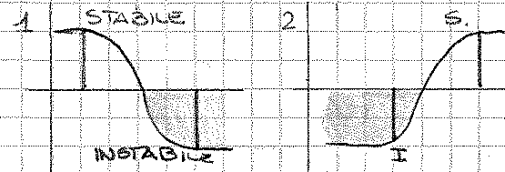
IL GAIN CROSSOVER È IL PUNTO PIÙ IMPORTANTE, SI TRATTA DEL PUNTO IN CUI IL QUADAGNO CAMBIA SEGNO.

$1 + GK = 0$  ;  $GK = -1$  ;  $|GK| = 1$  ;  $|GK|_{db} = 0$

Alla frequenza data dal GAIN CROSSOVER SI VALUTA IL MARGINE DI FASE. SE È POSITIVO SI HA STABILITÀ

$PM > 0 \rightarrow$  STABILITÀ

Tale quantità indica il margine residuo di stabilità del sistema.



La variazione di  $K$  ha la capacità di aumentare / diminuire il PM, in quanto varia la posizione del GAIN CROSSOVER.

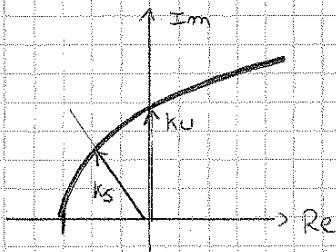
PM è funzione del solo smorzamento  $\zeta$

$$PM = \tan^{-1} \left[ 2\zeta \left( \frac{1}{(4\zeta^4 + 1)^{1/2}} - 2\zeta^2 \right)^{1/2} \right]$$

Approssimabile per  $\zeta \leq 0,4$  a

$PM \approx \frac{\zeta}{100}$  APPROX!!!

SUL ROOT LOCUS:



IL MARGINE DI QUADAGNO PUÒ ESSERE SCRITTO COME

$GM = \frac{K_u}{K_s}$

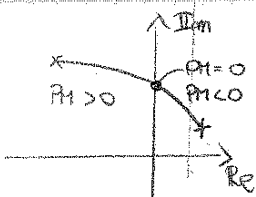
dove:  $K_u$  = Guadagno all'attraversamento dell'asse immaginario  
 $K_s$  = Guadagno nel punto selezionato

IL PM dato dal  $K_s$  considerato si ottiene stimandone la pulsazione (proiezione su Im)  $\omega_g$

$\omega_g \rightarrow |G(i\omega_g)H(i\omega_g)| = 1$

da cui

$PM = 180^\circ + \arg(G(i\omega_g)H(i\omega_g))$



# SISTEMI DI CONTROLLO A FEEDBACK NEGATIVO

## • SISTEMA AD ANELLO APERTO (OL)

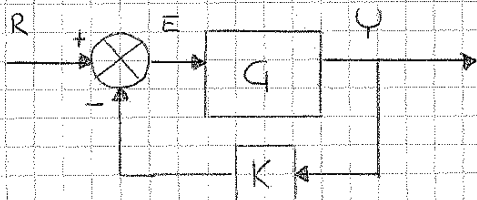


per un sistema OL il POLINOMIO CARATTERISTICO è il DENOMINATORE.

$$Y = U \cdot G = \frac{U N(s)}{D(s)} \quad \text{F.d.T}$$

$D(s) = 0 \rightarrow$  POLI DEL SISTEMA (di OL)  
Se  $\text{Re} \leq 0$  si ha STABILITÀ

## • SISTEMA AD ANELLO CHIUSO (CL)



dove: R = RIFERIMENTO  
E = ERRORE  
Y = OUTPUT

$$e \begin{cases} Y = G \cdot E \\ E = R - KY \end{cases}$$

da cui:  $Y = GR - GK Y \rightarrow Y = \frac{GR}{1 + GK} \quad \text{F.d.T}$

Dato la F.d.T del sistema ad ANELLO CHIUSO, il POLINOMIO CARATTERISTICO è il suo denominatore:

$$1 + GK = 0 \rightarrow 1 + \frac{N}{D}K = 0$$

e quindi:

$$D + NK = 0$$

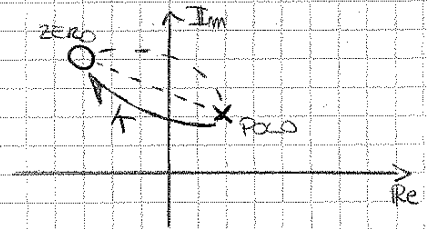
dove

$\begin{cases} \text{per } K \rightarrow 0; & \text{open loop } (D=0) \\ \text{per } K \rightarrow \infty; & NK=0 \rightarrow N=0 \end{cases}$

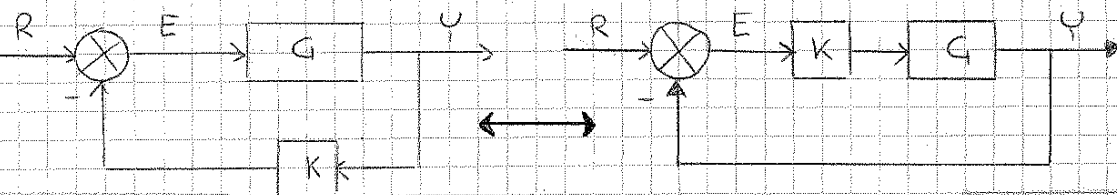
## • METODO DEL ROOT-LOCUS

La soluzione ricavata porta ad una notevole conseguenza pratica sul ROOT LOCUS.

Dati poli e zeri della TF, all'aumentare di K le soluzioni del sistema ad anello chiuso tendono dai poli ( $D=0$ , OL) agli zeri del numeratore. La traiettoria non è per forza rettilinea.



## • FEEDBACK & FEEDBACK UNITARIO



$$Y = \frac{GR}{1 + GK}$$

$$Y = GKE \\ E = R - Y = R - GKE \\ = R/(1 + GK)$$

$$\rightarrow Y = \frac{GKR}{1 + GK}$$

La modellizzazione a FEEDBACK UNITARIO PERMETTE, OLTRE AL SEMPLICE EFFETTO DI CONTROLLO SUL SISTEMA E I SUOI POLI, DI AGGIUNGERE UNO ZERO, AGENDO SUL NUMERATORE.

L'AGGIUNTA DI ZERI A CUI FAR TENDERE I POLI È UTILE SOPRATTUTTO IMPIEGANDO LA TECNICA DEL ROOT LOCUS.



## EFFETTO DELL'AGGIUNTA DI POLI E ZERI (1° ORDINE)

### • AGGIUNTA DI UN POLO

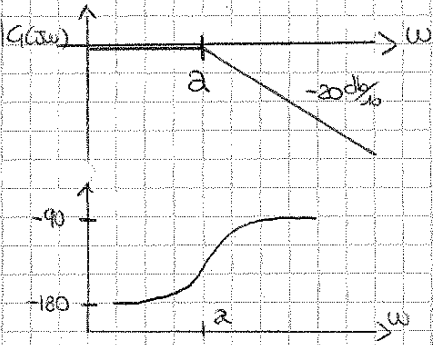
Un polo del 1° ordine ha la forma  $G(s) = \frac{a}{s-a}$   
 dove,

- se  $a > 0$ , POLO INSTABILE
- se  $a < 0$ , POLO STABILE

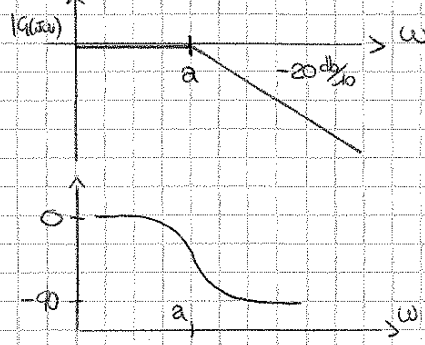
ha F.d.T.  $\Rightarrow G(s) = \frac{a}{s-a}$

che in forma canonica è:  $G(s) = -a \cdot (1/a) \cdot \frac{1}{1-s/a} = -1 \cdot \frac{1}{1-s/a}$

• SE STABILE,



• SE INSTABILE,



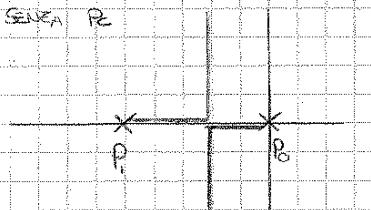
IL COMPORTAMENTO PER QUANTO RIGUARDA IL QUADACNO IN MODULO, È IDENTICO, MENTRE PER LA FASE È OPPOSTO.

### → POLO DI COMPENSAZIONE.

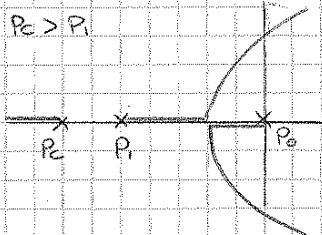
Supponendo di applicare un polo e valutiamo gli effetti

$$G_c = \frac{P}{s-P} \quad \text{ad un sist. } G(s) = \frac{1}{s(s+P)}$$

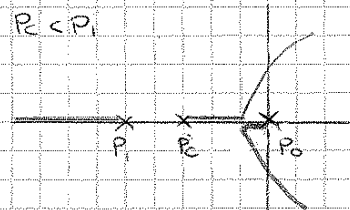
SENZA P



$P > P_1$



$P < P_1$



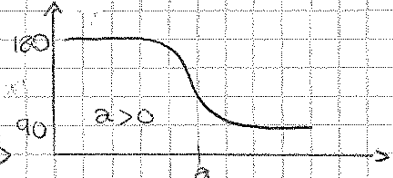
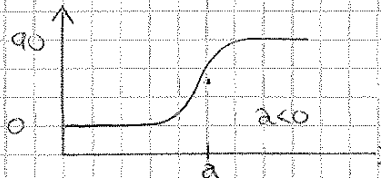
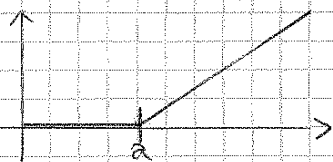
L'effetto del polo è REPULSIVO. P0 PORTA ALL'INSTABILITÀ DI UN POLO FORTIFICANDO L'ALTRO

### • AGGIUNTA DI UNO ZERO

Uno zero del primo ordine è del tipo  $G(s) = \frac{s+a}{a}$

IL SUO COMPORTAMENTO È ANALOGO AL POLO  $\begin{cases} a > 0 & \text{INSTABILE} \\ a < 0 & \text{STABILE} \end{cases}$

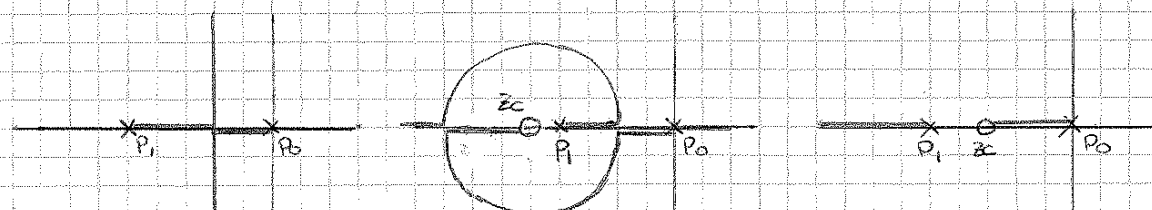
L'ANDAMENTO DEL MODULO È OPPOSTO AL POLO PER V.A. MENTRE LA FASE SI COMPORTA IN MODO ANALOGO (+90 se  $a < 0$ , -90 se  $a > 0$ )



### → ZERI DI COMPENSAZIONE

Supponiamo come prima di applicare uno zero al sistema  $G(s)$  già noto.

$$G_c = \frac{s-z_c}{z_c} \quad \text{al}$$



L'EFFETTO DI UNO ZERO È DI TIPO ATTRATTIVO E, SOLAMENTE, STABILIZZAZIONE.

## COMPENSATORI LEAD-LAG

Hanno una formazione generica del tipo

$$H = \frac{s+z}{s+p}$$

### • LAG

Sono Analoghi a un PI.

- $|P| \ll |Z|$

- $H(0) = \frac{z}{p} > 1 \rightarrow |H(0)|_{db} > 0$

Trova il suo impiego a basse frequenze

$$H(0) > 1 \rightarrow K_p = \lim_{s \rightarrow 0} G(s)H(s)$$

$K_p$  deve essere il più alto possibile in modo da minimizzare l'errore:

$$e_{ss} = \frac{A}{1+K_p}$$

⚠ tale compensatore produce una perdita nella fase che, poiché sommata a quella tipica del sistema, potrebbe rendere negativo il MARGINE DI FASE e quindi INSTABILIZZARE IL SISTEMA.

PER QUESTO MOTIVO SPESSE SI ACCOPPIA UN COMPENSATORE DI TIPO LEAD.

### • LEAD

Sono Analoghi a un PD.

- $|P| > |Z|$

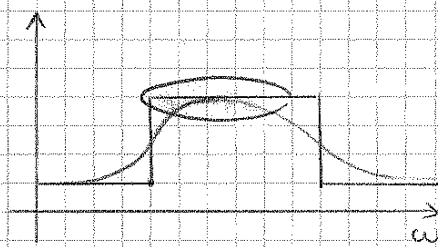
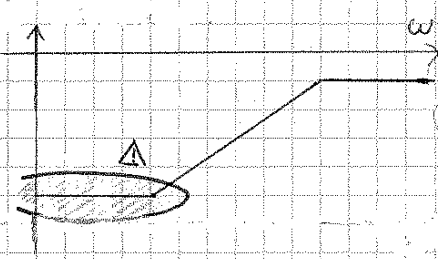
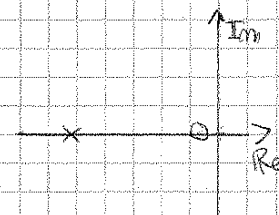
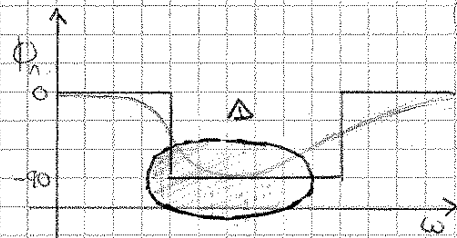
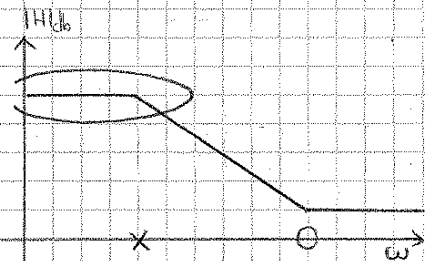
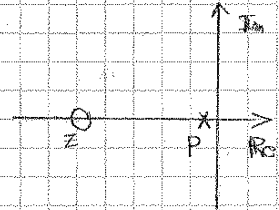
- $H(0) = \frac{z}{p} < 1 \rightarrow |H(0)|_{db} < 0$

è impiegato principalmente per gli effetti ad alte frequenze

IL COMPORTAMENTO È SPECULARE RISPETTO AL COMPENSATORE LAG.

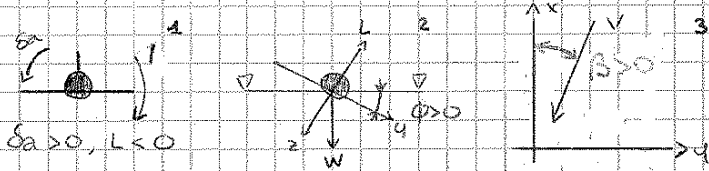
Occorre posizionare il massimo guadagno di fase in modo da colmare alla perdita nel margine di fase

⚠ Occorre prestare attenzione alle perdite di guadagno per basse  $\omega$  che potrebbero annullare i benefici ottenuti tramite LAG.



• ACCOCCIAMENTI:

1 DATA UNA MANOVRA DI ALZATTONI POSITIVA, SI OTTIENE ROLLO NEGATIVO, ( $l < 0$ )



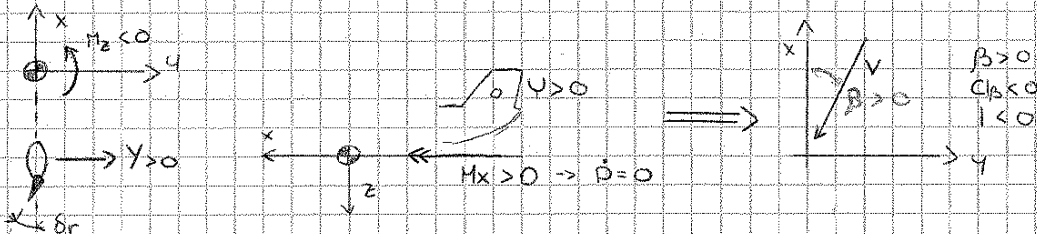
2 a questo punto otteniamo  $\phi > 0$ . In questa posizione il velivolo non è in equilibrio e tende a scivolare d'ala.

3 Questo produce una variazione dell'angolo  $\beta$  con cui la corrente incide sulla deriva,

$\beta > 0, C_{l\beta} < 0, l < 0$

poiché  $C_{l\beta} < 0 =$  stabile, questo effetto fa risalire la semiala che era scesa, e si oppone al comando imposto.

• L'ALTRO ZERO NTF ACCOPIA IL ROLLO AD UN ACCIONAMENTO O DL

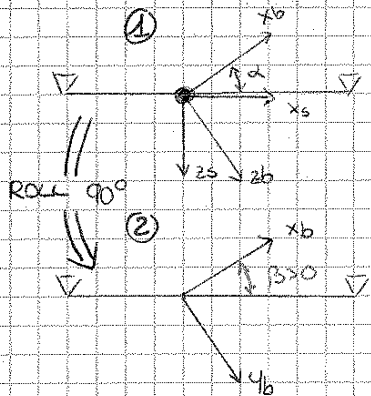


L'ACCIONAMENTO DEL TIMONE GENERA UNA FORZA  $\psi$  CHE COMPORTE IMBARCATA E ROLLO. LA VARIAZIONE  $\beta$  INDOTTA PRODUCE EFFETTI CHE TENDONO A CONTRASTARE L'ACCIONAMENTO  $\delta r$ .

ROLL-RATE CAS.

ESISTONO 2 TIPI

- REGOLATORE: sistema che punta a mantenere un VIRIF COSTANTE ED IMPOSTATO (se  $\psi_{ref} = 0$  è simile a un SAS)
- TRACKER: il riferimento in seguito non è costante ma è una funzione variabile del tempo



SUPPONIAMO UNA VIRATA STRETTA AD ALTA INCIDENZA

data la condizione  $\alpha$  di devata incidenza si compie una rotazione di rollio di  $90^\circ$ . Ne risulta un angolo  $\beta$  notevole. ( $\alpha \Rightarrow \beta$ ).  $\alpha$  si annulla e  $\beta$  aumenta rapidamente, e la PORTANZA CROLLA.

Per virare occorrerebbe ora una manovra di equilibrare.

$\beta$  elevato tuttavia comporta:

- POSSIBILE ROTAZIONE DELLA STRUTTURA
- DINAMICA DIVERSA DA QUELLA VOLATA.

IL PROBLEMA SI RISOLVE CON UNA ROTAZIONE A TORNO AGLI ASSI STABILITA'

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{bmatrix}_B = \begin{bmatrix} c\alpha & 0 & -s\alpha \\ 0 & 1 & 0 \\ s\alpha & 0 & c\alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_S \rightarrow \begin{bmatrix} P \\ Q \\ R \end{bmatrix}_S = \begin{bmatrix} c\alpha & 0 & s\alpha \\ 0 & 1 & 0 \\ -s\alpha & 0 & c\alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P \\ Q \\ R \end{bmatrix}_B \Rightarrow \begin{cases} P_B = P_S \cos\alpha + R_S \sin\alpha \\ R_B = P_S \sin\alpha \end{cases}$$

Per generare ROLLO (P) sono necessari sia gli eltoni che il timone. Per  $\alpha$  elevati  $P_B \approx R_B$  e si instaurano EFFETTI GIROSCOPICI (INERTIAL COUPLING)

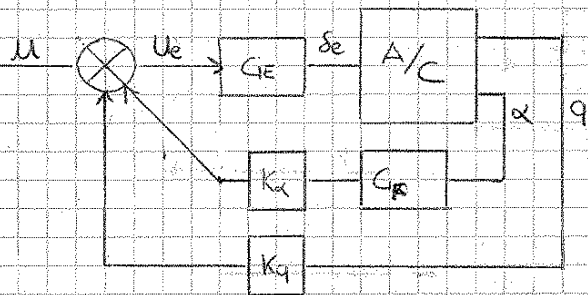
$M_{IC} = \dot{q} J_H = (J_z - J_x) \cdot p \cdot r$  (Se  $J_x < J_z$ ) Si ha un momento di Beccheggio dato dal fenomeno del

PITCH DEPARTURE.  $\rightarrow$  Può essere pericoloso poiché può indurre lo STALLO

• LE MANOVRE DEVONO QUINDI ESSERE A RATEO LIMITATO ( $P \leq P_{lim}$ )

## CONTROLLO SUL PIANO LONGITUDINALE

### PITCH DAMPER (SAS)



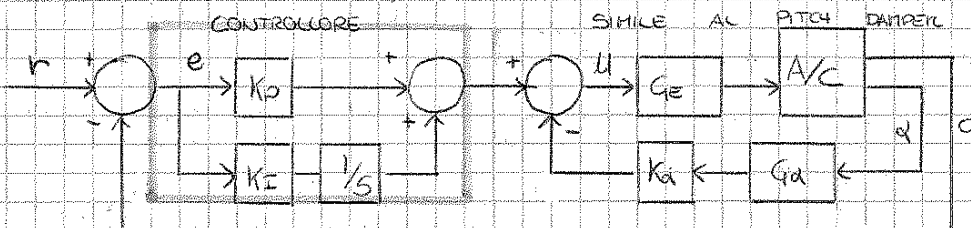
$C_E$  = FILTRO SULLA LINEA DI PILOTAGGIO

$C_F$  = FILTRO SULLA LINEA DI  $q$ .  
E' DI TIPO PASSABASSO

$K_a$  e  $K_q$  sono i valori da assegnare al controllore con il metodo TRIAL / ERRORE

$$C_E = \frac{s e}{u} = \frac{1/\tau_e}{s + 1/\tau_e}$$

### PITCH RATE (CAS) (ed 6)



IL CONTROLLORE E' DI TIPO PI.

IL PITCH DAMPER PRESENTE HA IL RANGO 9 DI FEEDBACK SU CUI AGISCONO ERRORE E CORREZIONE