



Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino

Appunti universitari

Tesi di laurea

Cartoleria e cancelleria

Stampa file e fotocopie

Print on demand

Rilegature

NUMERO: 506

DATA: 10/04/2013

APPUNTI

STUDENTE: Luce

MATERIA: Gasdinamica II

Prof. Iuso

Il presente lavoro nasce dall'impegno dell'autore ed è distribuito in accordo con il Centro Appunti.

Tutti i diritti sono riservati. È vietata qualsiasi riproduzione, copia totale o parziale, dei contenuti inseriti nel presente volume, ivi inclusa la memorizzazione, rielaborazione, diffusione o distribuzione dei contenuti stessi mediante qualunque supporto magnetico o cartaceo, piattaforma tecnologica o rete telematica, senza previa autorizzazione scritta dell'autore.

**ATTENZIONE: QUESTI APPUNTI SONO FATTI DA STUDENTIE NON SONO STATI VISIONATI DAL DOCENTE.
IL NOME DEL PROFESSORE, SERVE SOLO PER IDENTIFICARE IL CORSO.**

\mathcal{G} = deflessione locale delle corde rispetto a quelle a monte !!

con $\mathcal{G} > 0 \rightarrow$ le corde si ste comprimendo $\Rightarrow \epsilon_p > 0$ //

con $\mathcal{G} < 0 \rightarrow$ " " espandendo $\Rightarrow \epsilon_p < 0$ //

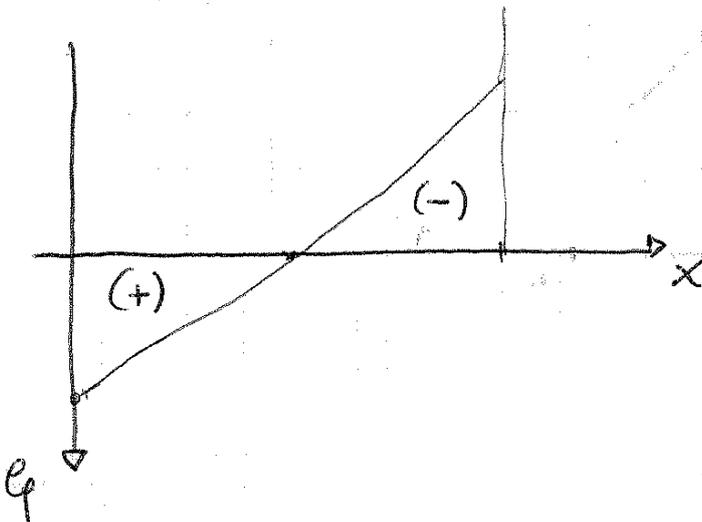
Allo stesso modo si ragiona per il ventre... \downarrow

$$\left\{ \begin{aligned} w' &= \frac{\partial \phi}{\partial x} = \frac{\partial g}{\partial(x+\lambda y)} \cdot \frac{\partial(x+\lambda y)}{\partial x} = g' \cdot 1 \\ v' &= \frac{\partial \phi}{\partial y} = \frac{\partial g}{\partial(x+\lambda y)} \cdot \frac{\partial(x+\lambda y)}{\partial y} = \lambda g' \end{aligned} \right.$$

$$w' = \frac{v'}{\lambda}$$

$$\Rightarrow v' = \mathcal{G} V_{co} \rightarrow w' = \frac{V_{co} \mathcal{G}}{\lambda} \Rightarrow$$

$$\epsilon_p = - \frac{2\mathcal{G}}{\sqrt{V_{co}^2 - 1}} \quad \text{LOWER}$$



$$D = D_w \neq 0$$

Nonostante $\mu = 0 \rightarrow$ esiste RESISTENZA D'ONDA !!

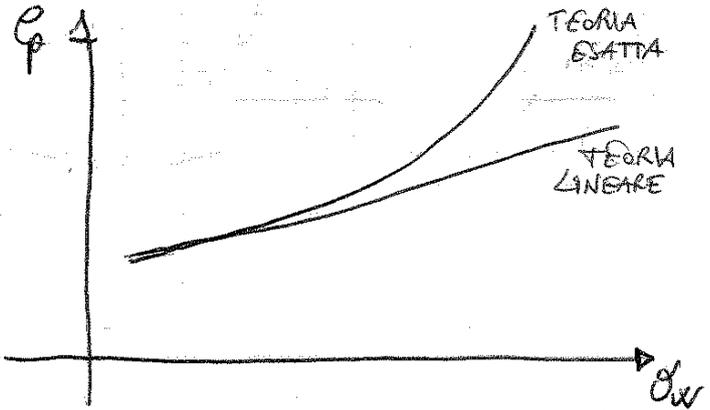
Per il Supersonico non vale più il paradosso di d'Alembert

(Le Teorie esatte ci dice che si creano le onde d'urto sul L.E. e T.E.
 Che ottiamo vedendo la linearizzazione delle equazioni \Rightarrow approssimazione)

Fino al camp ② siamo in grado di calcolare $\frac{f_c}{p_1} \rightarrow c_f > 0$ (TEORIA ESATTA)

Con la Teoria Linearizzata invece:

$$c_f = \frac{2\alpha u}{\sqrt{M^2 - 1}} \quad (\text{è lineare})$$



Se α_w è piccolo \Rightarrow Teoria delle perturbazioni può esprimere bene!!

(L'errore dipende anche dal numero di Mach) (es. per $\alpha_w = 5^\circ \rightarrow$ errore = 10%)

Il risultato più errore più grande!!!

03/12/12

Abbiamo visto che per un flusso supersonico linearizzato

$$c_f = \frac{2\alpha}{\sqrt{M^2 - 1}}$$

Andremo ora a considerare il rombo e le placche piane e ne andremo a calcolare i coefficienti Aerodinamici.

Per la Teoria Esatta abbiamo già studiato questo problema!!!

Problema A) ROMBO



baseremo sulle gli vortici e le espansioni:

me:

$$C_{p2} = \frac{2 \sigma_w}{\sqrt{M_\infty^2 - 1}}$$

($\sigma = +\sigma_w$) ^{compressione}

$$C_{p3} = -\frac{2 \sigma_w}{\sqrt{M_\infty^2 - 1}}$$

($\sigma = -\sigma_w$) ^{espansione}

per profili poco spessi $\sigma_w \approx \tan \alpha \sigma_w$
 \parallel
 $\frac{t}{c}$

$$\Rightarrow C_D = \frac{2}{\sqrt{M_\infty^2 - 1}} (\sigma_w - (-\sigma_w)) \frac{t}{c} = \frac{4 \sigma_w}{\sqrt{M_\infty^2 - 1}} \frac{t}{c}$$

$$\Rightarrow C_D = \frac{4}{\sqrt{M_\infty^2 - 1}} \left(\frac{t}{c}\right)^2$$

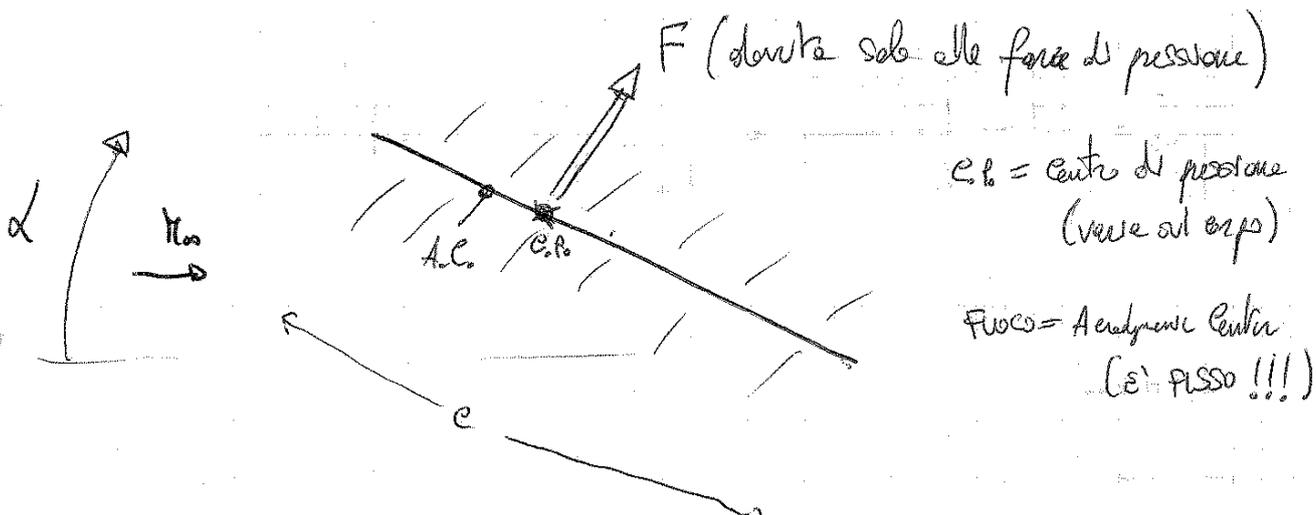
NON DIPENDE DALL'INCIDENZA

↳ SI DIMOSTRA CHE È IL PROFILO DI MINIMA RESISTENZA D'ONDA!!!

DIPENDE DALLA FORMA E DAL MACH.

Problema 2) PLACCA PIANA

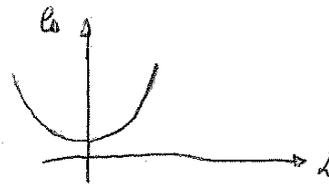
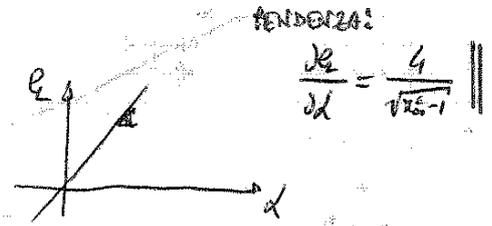
- consideriamo $\alpha \neq 0$ (me piccole)



Facciamo le ipotesi di:

- piccole increspature:
 \Rightarrow profilo sottile $\left\{ \begin{array}{l} \sin \alpha \approx \alpha \\ \cos \alpha \approx 1 \end{array} \right.$

$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} c_l = \frac{4\alpha}{\sqrt{M_\infty^2 - 1}} \propto \alpha, \pi \\ c_D = \frac{4\alpha^2}{\sqrt{M_\infty^2 - 1}} \propto \alpha, \pi \end{array} \right.$$



possiamo calcolare anche il COEFFICIENTE DI MOMENTO...

c_l e c_D NON DIPENDONO DALLA FORMA XK LA PLACCA PIANA È SENZA SPESORE!!!

• In generale: $c_l, c_D = f(\alpha, \text{forme}, \pi_\infty)$ (CASO INVISCIDO)

• Se consideriamo anche $\mu \neq 0 \rightarrow c_l, c_D, c_m = f(\alpha, \text{forme}, \pi_\infty, \mu)$

B CASO REALE

A BALLERA VENTO

} forme e le stesse (in scala) con α anche le stesse
 \Rightarrow Verre π_∞ e Re !!!

DEVE però essere rispettate le STRUTTURE FLUIDODINAMICA

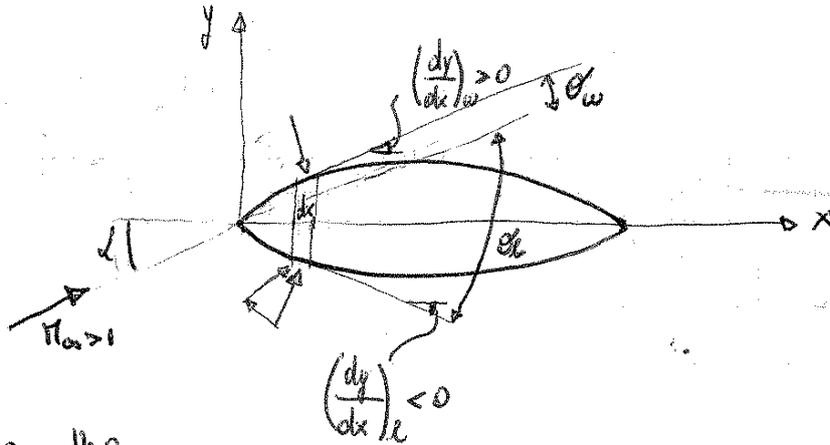
$$\left\{ \begin{array}{l} Re_A = Re_B \\ \pi_{\infty A} = \pi_{\infty B} \end{array} \right.$$

Se il flusso è incomprimibile:

$$\Rightarrow c_l, c_D, c_m = f(\alpha, \text{forme}, Re) \parallel$$

$$\left\{ \begin{array}{l} c_{lA} = c_{lB} \\ c_{DA} = c_{DB} \end{array} \right.$$

Profilo Supersonico con Trave Ammersate \downarrow (caso più complesso)



- profilo sottile
- incidenza d'asse

quanto vale α ??

$$\left\{ \begin{aligned} \alpha_w &= \left(\frac{dy}{dx} \right)_w - d \\ \alpha_e &= - \left(\frac{dy}{dx} \right)_e + d \end{aligned} \right. \longrightarrow \left\{ \begin{aligned} c_{p_w} &= \frac{2 \alpha_w}{\sqrt{M_\infty^2 - 1}} = \frac{2 \left[\left(\frac{dy}{dx} \right)_w - d \right]}{\sqrt{M_\infty^2 - 1}} \\ c_{p_e} &= \frac{2 \alpha_e}{\sqrt{M_\infty^2 - 1}} = \frac{2 \left[- \left(\frac{dy}{dx} \right)_e + d \right]}{\sqrt{M_\infty^2 - 1}} \end{aligned} \right.$$

Ora:

$$dL = (p_e \cdot (ds \cdot 1) \cos \alpha_e - p_w \cdot (ds \cdot 1) \cos \alpha_w)$$

$$dD = (p_e \cdot (ds \cdot 1) \sin \alpha_e + p_w \cdot (ds \cdot 1) \sin \alpha_w)$$

Consideriamo solo le portanze:

profilo sottile
 $\cos \alpha_e \approx \cos \alpha_w \approx 1$, $ds \approx dx$

$$\Rightarrow dL = (p_e - p_w) dx = [(p_e - p_w) - (p_w - p_e)] dx$$

(Aggiungiamo e sottraiamo p_∞)

Sintetizziamo tutte le caratteristiche tridimensionali con il vettore $\frac{\partial \epsilon}{\partial x} (N_{\infty}) \parallel$

○ Per le resistenze:

$$d\Delta = p_e (ds \cdot 1) \sin \theta_e - p_w (ds \cdot 1) \sin \theta_w$$

$$ds \approx dx, \quad \sin \theta \approx \theta$$

$$\Rightarrow d\Delta = [(p_e - p_w) dx \theta_e - (p_w - p_{\infty}) dx \theta_w]$$

○ I SEGNI NON SONO IMPORTANTI BASTA SAPPERE CHE HANNO CONTRIBUTO ALLA RESISTENZA !!! POSSIAMO ALLORA CALCOLARNE I VALORI ASSOLUTI

$$\Rightarrow D = \int_0^c |(p_w - p_{\infty}) \theta_w| dx + \int_0^c |(p_e - p_{\infty}) \theta_e| dx$$

$$\Rightarrow \left\| C_D = \frac{1}{c} \int_0^c |c_{p_w} \theta_w| dx + \frac{1}{c} \int_0^c |c_{p_e} \theta_e| dx \right\|$$

$$= \frac{2}{c \sqrt{N_{\infty}^2 - 1}} \int_0^c \theta_w^2 dx + \frac{1}{c} \cdot \frac{2}{\sqrt{N_{\infty}^2 - 1}} \int_0^c \theta_e^2 dx$$

$$= \frac{2}{c \sqrt{N_{\infty}^2 - 1}} \left\{ \int_0^c \left(\left(\frac{dy}{dx} \right)_w^2 - 2 \cancel{d \left(\frac{dy}{dx} \right)_w} + d^2 \right) dx + \int_0^c \left[\left(\frac{dy}{dx} \right)_e^2 - 2 \cancel{d \left(\frac{dy}{dx} \right)_e} + d^2 \right] dx \right\}$$

dispende dell'incidenza

dispende solo delle forme

$$\Rightarrow C_D = \frac{2}{c \sqrt{N_{\infty}^2 - 1}} \left[2d^2 \cdot c + \int_0^c \left[\left(\frac{dy}{dx} \right)_w^2 + \left(\frac{dy}{dx} \right)_e^2 \right] dx \right]$$

ASSUNZIONI:

- I contributi delle resistenze \ll rispetto a quelli delle Portanze
- (stessa cosa per i bracci)

$$\left\| \begin{aligned} dF_L &\gg dF_{//} \\ X_{dL} &\gg Y_{dF//} \end{aligned} \right\|$$

\Rightarrow Trascureremo il termine $dF_{//} Y_{dF//}$!!!

per conversione
 $\Pi_A = -L \cdot X_{cp}$

$$\begin{cases} \Pi_A = C_{NA} \cdot S \cdot c \cdot \frac{1}{2} \int_0^c V_{\infty}^2 \\ L = C_L \cdot S \cdot \frac{1}{2} \int_0^c V_{\infty}^2 \end{cases}$$

$\Rightarrow C_{NA} = -\frac{C_L x}{e}$ C_A C_L lo consideriamo $-C_L = \frac{1}{c} \int_0^c (e_{pw} - e_{pe}) dx$

$$C_{NA} = -\frac{1}{c^2} \int_0^c (e_{pe} - e_{pw}) x dx \quad \Rightarrow \quad C_{NA} = \frac{1}{c^2} \int_0^c (e_{pw} - e_{pe}) x dx \quad \parallel$$

$$C_p = \frac{2\alpha}{\sqrt{\Pi_{\infty}^2 - 1}} \quad \begin{cases} d_w = \frac{dy}{dx} \Big|_w - d \\ d_e = d - \frac{dy}{dx} \Big|_e \end{cases}$$

$\Rightarrow C_{NA} = \frac{1}{c^2} \cdot \frac{2}{\sqrt{\Pi_{\infty}^2 - 1}} \int_0^c \left[\left(\frac{dy}{dx} \right)_e + \left(\frac{dy}{dx} \right)_w - 2d \right] x dx$

ma:

$$\int_0^c 2d x dx = 2d \cdot \frac{c^2}{2} = d c^2$$

$$\Rightarrow C_{NA} = + \frac{2}{c^2 \sqrt{\Pi_{\infty}^2 - 1}} \left\{ \int_0^c \left(\frac{dy}{dx} \right)_w x dx + \int_0^c \left(\frac{dy}{dx} \right)_e x dx \right\} - \frac{2\alpha}{\sqrt{\Pi_{\infty}^2 - 1}}$$

Seppurvero che:

- il punto di applicazione delle Forze Aerodinamiche totali \vec{F} è il Centro di pressione!! $x_{c.p.} = f(d, \alpha)$

Invece:

$$\boxed{x_{a.c.} = \text{costante}} \text{ PER L'INCOMPRESSIBILE: } \frac{x_{a.c.}}{c} \approx 0.25 \text{ (posizione fuoco)}$$

Per il Compressibile?

Applichiamo le proprietà del trasporto $\rightarrow \pi_p = \pi_A + L x_p$

x_p = distanza tra la portante L e il punto P

$$\Rightarrow C_{\pi_p} = C_{\pi_A} + C_L \frac{x_p}{c}$$

Considerando il fuoco: $C_{\pi_{a.c.}} = \overset{\text{lo consideriamo}}{C_{\pi_A}} + C_L \frac{x_{a.c.}}{c} \parallel$

me:

$$C_L = \frac{4d}{\sqrt{\pi_0^2 - 1}}$$

Per sapere dove è posizionato il fuoco \Rightarrow Ne impongo le condizioni:

$$\frac{dC_{\pi_{a.c.}}}{dd} = 0$$

$$\Rightarrow -\frac{2}{\sqrt{\pi_0^2 - 1}} + \frac{4}{\sqrt{\pi_0^2 - 1}} \cdot \frac{x_{a.c.}}{c} = 0$$

Consideriamo il DORSO:

○ $Y_w = Y_a + Y_b$

• per $0 < x < x_t$ $Y_a = \frac{Y_t}{x_t} \cdot x \Rightarrow \frac{dy_a}{dx} = \frac{Y_t}{x_t} \parallel$

• per $x_t < x < c$ $Y_a = \frac{Y_t}{(c-x_t)} \cdot (c-x_t) \Rightarrow \frac{dy_a}{dx} = -\frac{Y_t}{(c-x_t)} \parallel$

○ per Y_b possiamo solo dire che:

$$Y_b(0) = Y_b(c) = Y_b(x_t) = 0 \parallel$$

$$\int_0^c \left(\frac{dy}{dx} \right)_w^2 dx = \int_0^{x_t} \left(\frac{Y_t}{x_t} + \frac{dy_b}{dx} \right)_w^2 dx + \int_{x_t}^c \left(-\frac{Y_t}{(c-x_t)} + \frac{dy_b}{dx} \right)_w^2 dx$$

$$= \int_0^{x_t} \left[\left(\frac{Y_t}{x_t} \right)^2 + \left(\frac{dy_b}{dx} \right)_w^2 + 2 \frac{Y_t}{x_t} \frac{dy_b}{dx} \right] dx + \int_{x_t}^c \left[\left(\frac{Y_t}{(c-x_t)} \right)^2 + \left(\frac{dy_b}{dx} \right)_w^2 - 2 \frac{Y_t}{c-x_t} \frac{dy_b}{dx} \right] dx$$

$$= \frac{Y_t^2}{x_t} + \int_0^{x_t} \left(\frac{dy_b}{dx} \right)_w^2 dx + \frac{Y_t^2}{(c-x_t)} + \int_{x_t}^c \left(\frac{dy_b}{dx} \right)_w^2 dx$$

○ Se ora moltiplichiamo per $\frac{2}{\sqrt{10^e - 1}} \rightarrow C_{0w} \parallel$

Ma y_t come è fatto?

Immeristuto lo stesso discorso vale anche per il ventre:

$$\Rightarrow C_{D_{MIN}} = \frac{2}{\sqrt{\pi_0^2 - 1}} \cdot 4 \left(\frac{t - y_t}{c} \right)^2 \Bigg|_{\text{lower}}$$

Dobbiamo sommare allora i due contributi:

$$C_D = \frac{8}{c^2 \sqrt{\pi_0^2 - 1}} \cdot \left[y_t^2 + (t - y_t)^2 \right] \quad 4y_t - 2t = 0$$

$$y_t = \frac{2t}{4} = \frac{t}{2}$$

Il minimo di queste funzione allora:

$$\frac{\partial C_D}{\partial y_t} = 0 \quad \longrightarrow \quad \boxed{y_t = \frac{t}{2}} \quad t \text{ è assegnato !!!}$$

LA FORMA ALLORA È QUELLA DI UN ROMBO !!!

Avremo che:

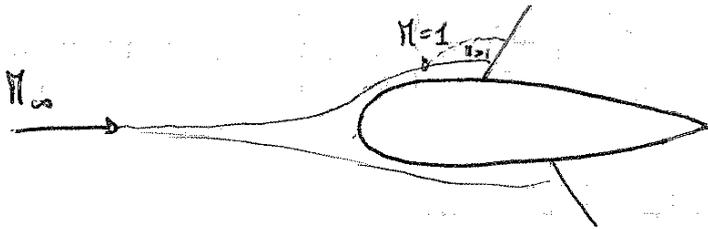
$$\boxed{C_{D_{WAVE MIN}} = \frac{4}{\sqrt{\pi_0^2 - 1}} \left(\frac{t}{c} \right)^2} \quad d=0$$

(con archi di parabole invece:
 $C_{D_{PAR}} = 1,3 C_{D_{WAVE MIN}}$)

Transonico \downarrow

$$0,8 \leq M \leq 1,2$$

È il campo più complicato!! Perché per un fluido subsonico compressibile abbiamo, intorno al corpo, zone subsoniche, soniche e supersoniche.



⇒ Il G aumenta perché esiste un $\Delta C_{D,w}$!!

Dopo l'orto $\frac{p_2}{p_1} > 1$ (gradiente di pressione è inverso)

Verificare che la corrente si separi il più possibile spostata a valle!!!
(per evitare la corrente è destinata a separarsi)

Se l'orto è molto forte ⇒ la corrente si separa

(Le posizioni dell'orto, in presenza di viscosità, è importante)

Inoltre l'onda d'orto non è fissa. È INSTABILIARE!!!

⇒ oscille intorno a una sua condizione di equilibrio.

⇒ la distribuzione di pressione è instazionaria (non esiste un'unico $F = \text{cost}$)

Nel transonico non possiamo dire che i termini A, B, C, D sono piccoli rispetto agli altri!!!

Non possiamo fare semplificazioni! (come per il subsonico compressibile e supersonico)

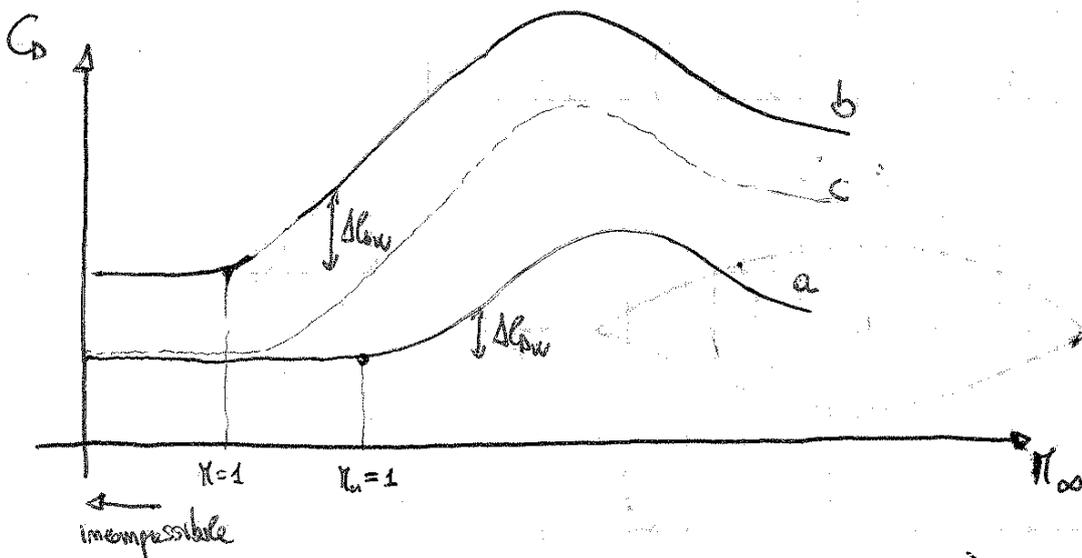
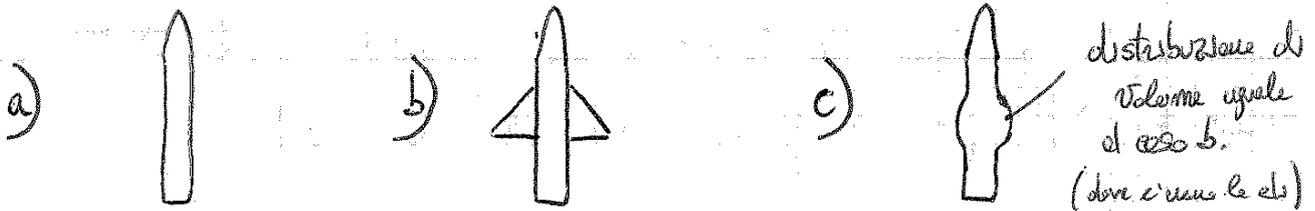
Se prendiamo due corpi ~~con~~ le cui distribuzioni delle aree \bar{x} è equivalente

⇒ Hanno resistenze d'onda uguali !!!

⇒ Un altro elemento che massimizza C_{DW} è che $\frac{dA(x)}{dx}$ non deve essere elevato !!!

Dobbiamo allora adottare un'adeguata distribuzione di Volumi e di Aree...

es.



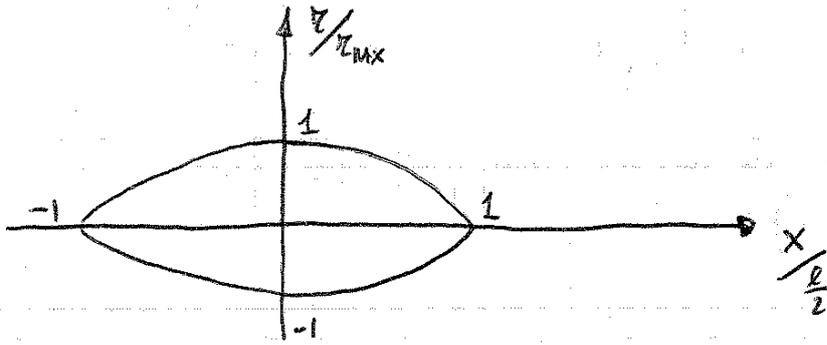
(Im gergo del vuoto, metematico, il flusso è viscoso !!)

c) ha un andamento simile a b) ma si ebbe a C_D minori !!!

Se sottraiamo il valore C_D che compete al campo incompressibile

⇒ Otterremo un altro diagramma che mette in evidenza solo il C_{DW}

(partenza dell'origine)



Quanto vale C_w ? $D = C_D S \frac{1}{2} \rho_{\infty} V_{\infty}^2 = C_D S q_{\infty}$

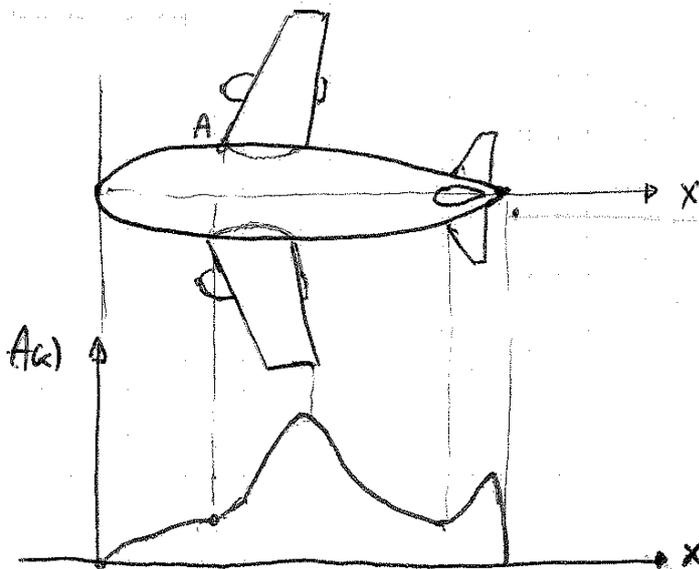
$$\left(\frac{D}{q_{\infty}} \right)_{\text{WAVE}} = \frac{q}{2} \pi \left(\frac{A_{\text{max}}}{l} \right)^2$$

Se vogliamo il C_D dobbiamo dividere anche per le S di riferimento!!!

Come calcoliamo allora $A(x)$? PER AVVICINARCI AL RISULTATO DI SEARS-HAUCK

$\mu = \arcsin \frac{1}{M_{\infty}}$ o se $M_{\infty} \approx 1 \Rightarrow \mu = 90^\circ$

Prendiamo allora un piano \perp a M_{∞} (asse del corpo)



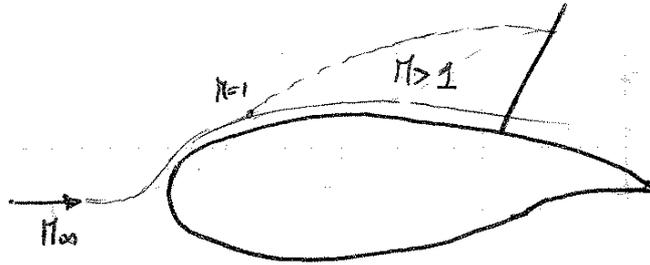
$A(x) \Rightarrow \text{Smooth}$

3 Nel supersonico i profili devono essere AGUZZI !! (onde d'urto attaccato al capo)

4 Per il TRANSONICO ?

Abbiamo i PROFILI SUPERCRITICI

evoluzione dei
profili laminari

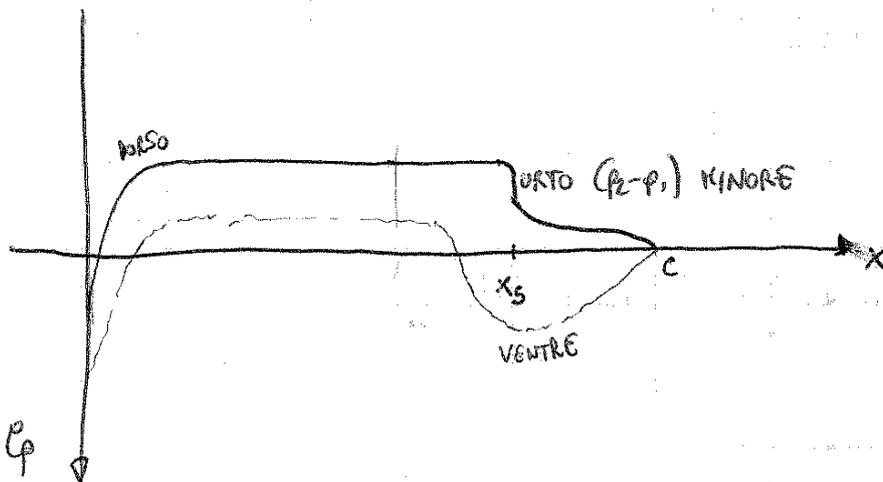
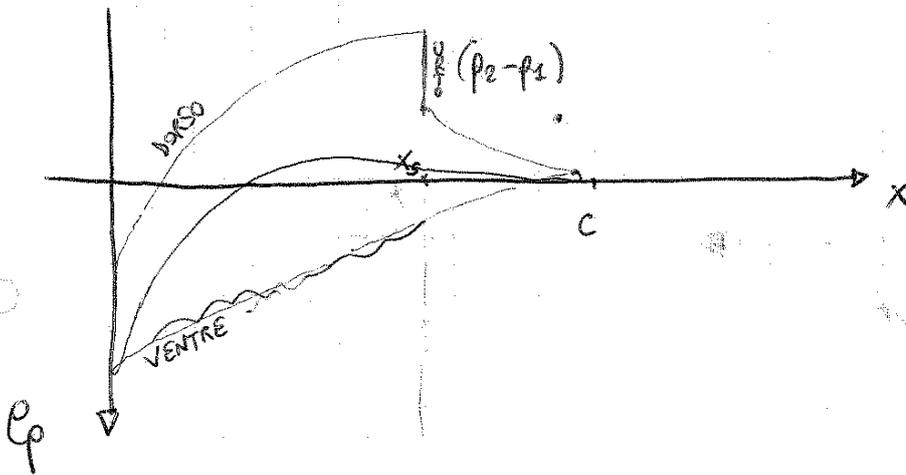


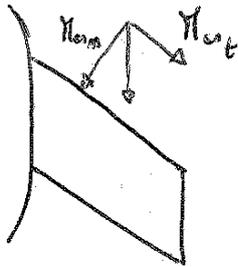
Rispetto a un profilo convenzionale l'aumento di velocità sul dorso è GRADUALE

$\Rightarrow M=1$ si raggiunge prima!

L'urto obliquo sarà più e velle !!

↳ Sarà anche più debole !!!



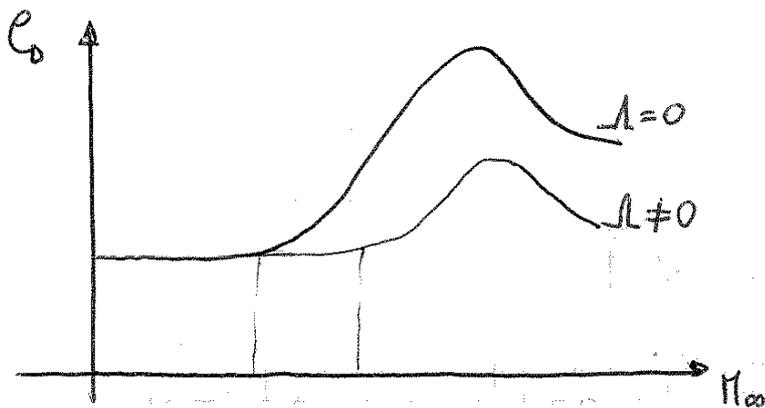


$$\pi_{norm} = \pi_{cos} \cos \alpha < \pi_{cos}$$

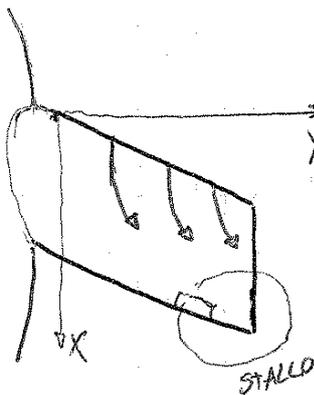
$$\Rightarrow \text{Per } \pi_{norm} \rightarrow \pi_{incide} = 1$$

possiamo raggiungere π_{cos} effettivi più elevati !!!

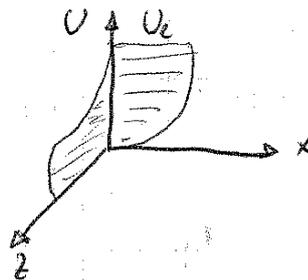
$$\pi_{cos} = \frac{\pi_{incide}}{\cos \alpha}$$



Ne per effetto dell'angolo di freccia si genera un $\frac{\partial \pi}{\partial t}$ che va verso l'asse \perp alla parete.



↳ stretto limite dell'ala e freccia è TRIDIMENSIONALE

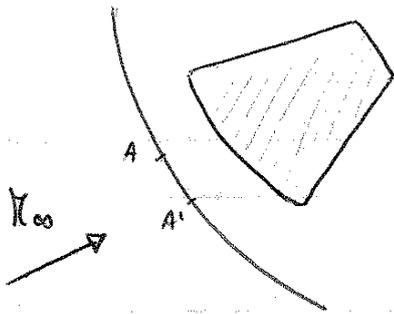


Cio' che va in stallo prima è la parte trasversale !!

(è importante perché lì si trovano le superfici di governo co. elettronici !!)

Flussi Ipersonici $\rightarrow M \geq 5$

si riferisce soprattutto per le fasi di rientro. Alte Velocità ($M_{\infty} \approx 25-30$)



es.

$$z = 53 \text{ Km}$$

$$T_{\infty} = 288^{\circ} \text{K (a quelle quote)}$$

$$V = 11 \text{ Km/s}$$

$$\Rightarrow a_{\infty} = \sqrt{\gamma \frac{R}{M_0} T_{\infty}} = 338 \text{ m/s} \quad \rightarrow \quad M_{\infty} = \frac{V}{a_{\infty}} = 32$$

Nasce allora un'ONDA D'URTO ^{dopo avere staccato} (e una certa distanza del corpo) !!!

\Rightarrow Incremento di TEMPERATURA e velle dell'urto !!!

possiamo assumere urto retto nelle sezioni AA'

$$\Rightarrow \frac{T_v}{T_{\infty}} \approx 206 \quad \rightarrow \quad T_{\text{valle}} = 206 T_{\infty} \parallel T_v \gg T_{\infty} \\ = 58.600^{\circ} \text{K}$$

stermate in eccesso

Che problemi avvengono?

- fenomeni di dissociazione (dipende anche dalle pressioni)

Fino a 2500°K 80% Azoto + 20% Ossigeno = Azoto

Successivamente le molecole di Ossigeno si scindono e ricompongono !!!

1. per analizzare le forze del problema ad alte velocità

2. ^{mu/delta} rilevanti flussi di calore (stretto limite)

$(\mu \neq 0, \lambda \neq 0)$ \rightarrow entrano direttamente in parete \Rightarrow surriscaldamento!

È importante dunque per studiare le CRITICITÀ delle superfici

\Rightarrow devo difendere il corpo in qualche modo \Rightarrow MISURE PROTETTIVE

es. misure elettive (utilizzo di materiale che brucia \Rightarrow viene protetta la parte interna)

○ Tutte le pareti (protette) ha allora uno stretto limite ancora più complesso!!!
(perché è cambiata la natura del gas)

(Naturalmente variando le quote (in discesa) varia anche il Mach, Reynolds, Knudsen...)

$M = 5$ non è il limite espresso tra Supersonico e Iperersonico ||

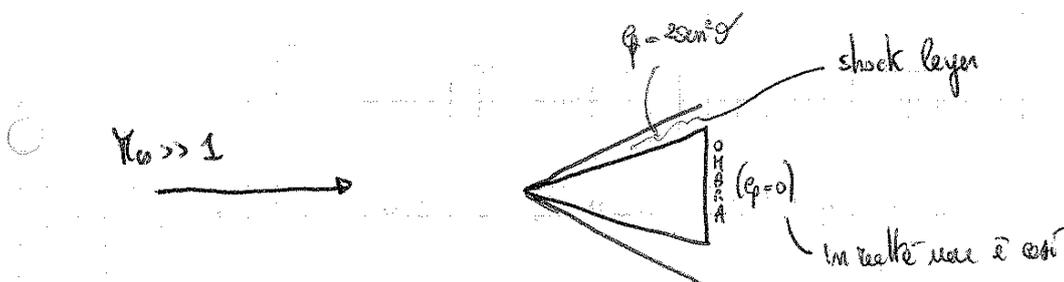
(Tutti i fenomeni fuori della sono gradualisti \Rightarrow comunque anche prima di $M = 5$)

○ Come edotti sono le nostre relazioni per $M \approx 5$? $\downarrow M \gg 1$

Avremmo considerato:

▲ $c_p = \text{cost}$, $c_v = \text{cost}$ (GAS CALORICAMENTE PERFETTO)

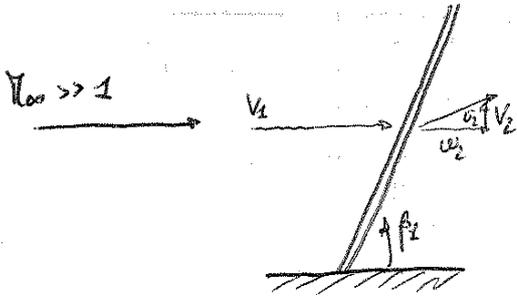
Ora, e cause delle dissociazione, non è più così...



Andiamo a modificare le relazioni del campo Superesco:

○ ricordiamo che:

l'angolo nelle FORTE LIMITE ($\pi_0 \rightarrow \infty$) \rightarrow



○ Indichiamo con w_2 e v_2 le direzioni // e \perp alle CORRENTE A FONTE!!!

Le soluzioni esatte are:

$$\frac{p_2}{p_1} = 1 + \frac{2\gamma}{\gamma+1} (\pi_1^2 \sin^2 \beta - 1)$$

Nel Limite $\pi_0 \rightarrow \infty$

\Rightarrow

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{2\gamma}{\gamma+1} \pi_1^2 \sin^2 \beta$$

$$\frac{y_2}{y_1} = \frac{\gamma+1}{(\gamma-1)} \frac{\pi_1^2 \sin^2 \beta}{(\pi_1^2 \sin^2 \beta) + 2}$$

\rightarrow

$$\frac{y_2}{y_1} = \frac{\gamma+1}{\gamma-1}$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{p_2}{p_1} \cdot \frac{y_1}{y_2}$$

\rightarrow

$$\frac{T_2}{T_1} = 2\gamma \frac{(\gamma-1)}{(\gamma+1)^2} \pi_1^2 \sin^2 \beta$$

○ Si dimostra inoltre che:

$$\dot{m} = \rho \cdot V_{\infty} (A \sin \alpha) \parallel$$

Interesse le superficie orientate perpendicolarmente alle correnti

Le forze sono due (Tangenziale e Ortogonale alle pareti)

Per calcolare allora le forze di pressione:

$$F_N = \dot{m} \cdot V_{\infty} \sin \alpha \parallel$$

normale

velocità q.d.m. \perp alle pareti
(varie da questo valore a 0)

(L'altra componente Newton la trascurare)

$$\Rightarrow F_N = \rho V_{\infty} A \sin \alpha (V_{\infty} \sin \alpha) \rightarrow \boxed{F_N = \rho A V_{\infty}^2 \sin^2 \alpha}$$

VIENE TRASCURATA LA PRESSIONE SUL DORSO !!!

(qualsiasi cosa succede sopra non interessa)

NELL'IPERSONICO SUCCEDE QUALCOSA DEL GENERE

$$\Rightarrow \boxed{\frac{F_N}{A} = (p - p_{\infty}) = \rho V_{\infty}^2 \sin^2 \alpha}$$

PRESSIONE SUL VENTRE

$$\boxed{\alpha = \sigma}$$

Possiamo allora estendere il c_p secondo Newton:

$$\boxed{c_p = 2 \sin^2 \sigma} \quad (\text{con } M \rightarrow \infty)$$

$$(c_p = c_{p_{max}} \sin^2 \sigma \text{ più precise})$$

Queste relazioni viene utilizzate, in prima approssimazione, anche per l'ipersonico!!

Considerando un profilo elementare:

$$\left. \begin{aligned} dL &= (p_e - p_{\infty}) \cdot ds \cdot \cos \alpha \\ dD &= (p_e - p_{\infty}) \cdot ds \cdot \sin \alpha \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left. \begin{aligned} L &= \int_0^c p_e \, ds \cos \alpha \\ D &= \int_0^c p_e \, ds \sin \alpha \end{aligned} \right\}$$

$$\Rightarrow \left. \begin{aligned} L &= c \cdot p_e \cos \alpha \\ D &= c \cdot p_e \sin \alpha \end{aligned} \right\} \longrightarrow C_L = \frac{L}{\frac{\rho}{2} V_{\infty}^2 (c \cdot l)}$$

$$(C_D = \frac{D}{\frac{\rho}{2} V_{\infty}^2 (c \cdot l)})$$

$$C_L = \frac{2(p_e - p_{\infty}) \cos \alpha}{\rho V_{\infty}^2} = C_p \cos \alpha$$

$$(C_D = 2 \sin^2 \alpha)$$

$$C_D = \frac{2(p_e - p_{\infty}) \sin \alpha}{\rho V_{\infty}^2} = C_p \sin \alpha$$

OPPURE:

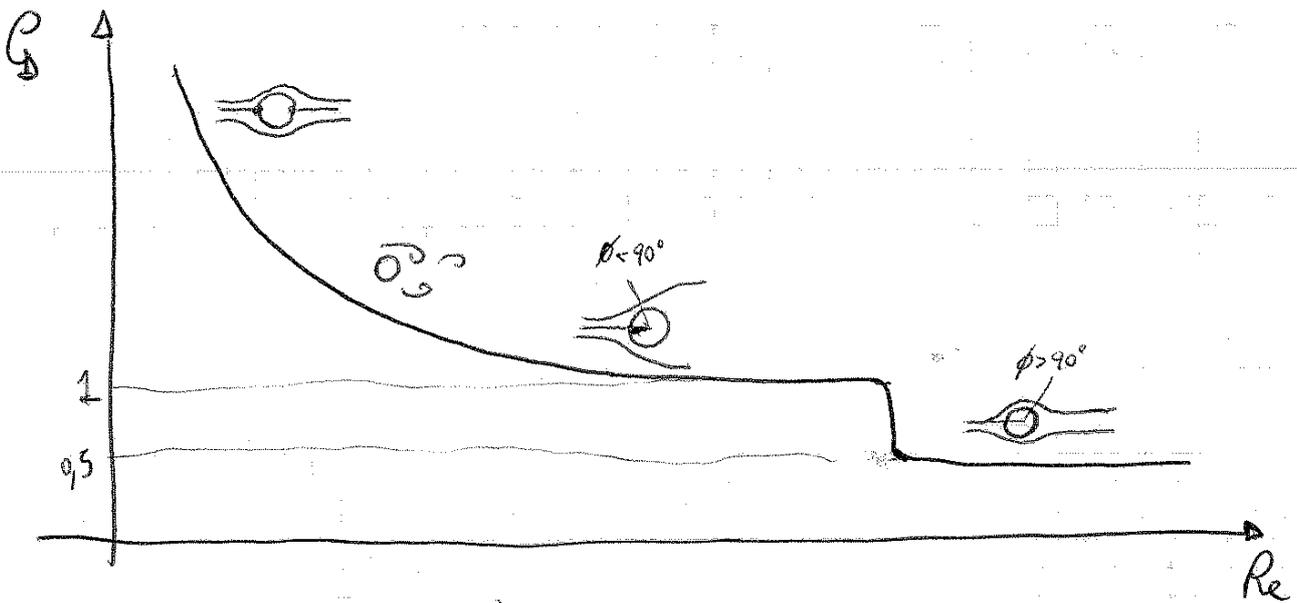
$$N = [(p_e - p_{\infty}) - (p_w - p_{\infty})] S \longrightarrow C_m = \frac{N}{\rho_{\infty} S} = \frac{[(p_e - p_{\infty}) - (p_w - p_{\infty})]}{\rho_{\infty}}$$

$$C_m = (C_{p_e} - C_{p_w})$$

$$\left. \begin{aligned} C_{p_e} &= 2 \sin^2 \alpha = 2 \sin^2 \alpha \\ C_{p_w} &= 0 \end{aligned} \right\} \longrightarrow$$

$$\left. \begin{aligned} C_L &= 2 \sin^2 \alpha \cos \alpha \\ C_D &= 2 \sin^3 \alpha \end{aligned} \right\}$$

Se fosse stato supersonico



(RIVEDERE SFERA E CILINDRO)

Quando si aumenta Reynolds, lo strato limite transisce e diventa turbolento. He quindi maggiore attrito energetico a parete e riesce a staccarsi dopo i 90°

⇒ Il C_D ha una caduta da 1 a 0,5 !! (Le turbolenze ve bene)

es. PALLINA DA GOLF

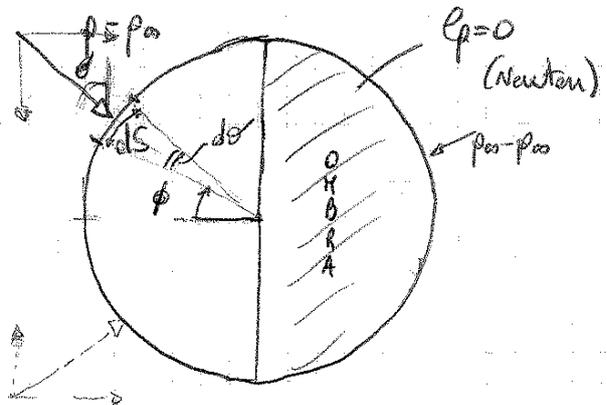
Ore nell'Ipersomico: ↘

consideravamo sempre un pezzo dS

$$\int dS = R d\phi$$

$$\sigma = \sigma(\phi)$$

$$M_{\infty} \gg 1$$



$C_D = 0$ perché: entrambi verticali si annullano !!! (profilo simmetrico)

Effetti Condensabilità e Viscosità (ad elevato numero di Mach) \downarrow

ricordiamo che per alte velocità:

- parte dell'energia cinetica \rightarrow energia interna \rightarrow aumento temperatura

\Rightarrow Strato limite laminare (per la viscosità) e turbolento (per la condensabilità) !!!

Dobbiamo ricavare le Equazioni, che includono questi effetti:

- scriviamo le equazioni in forme differenziale, lagrangiana !!!
 non conservative

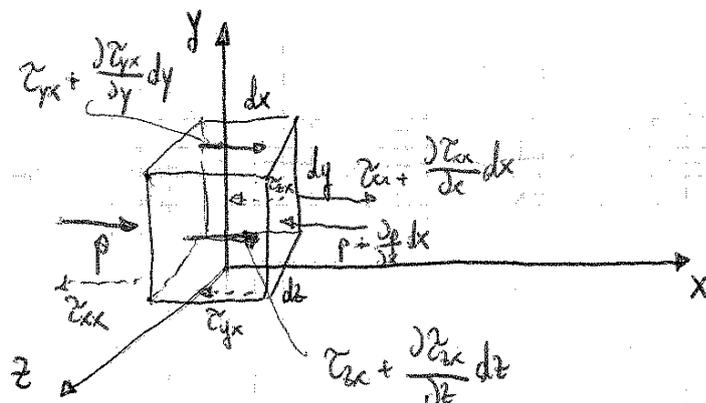
① Massa

Non cambiare !! Non entrano in ballo i flussi di calore e gli sforzi viscosi.

$$\Rightarrow \frac{D\rho}{Dt} + \rho \frac{Dv}{Dt} + \rho \frac{Dw}{Dt} + \rho \frac{Dz}{Dt} = - \left(\rho \frac{Dv}{Dx} + \rho \frac{Dw}{Dy} + \rho \frac{Dz}{Dz} \right)$$

$$\boxed{\frac{D\rho}{Dt} = - \rho \nabla \cdot \vec{v}}$$

② Quantità di Moto



(VEDERE SU LIBRO DISEGNO)

Flusso:

- non stenoconico / stenocônico
- tridimensionale / bidimensionale
- compressibili / incompressibili ($\nabla \cdot \vec{v} = 0$)
- laminare / turbolento

Lungo y) \vec{i} le stesse cose

$$\Rightarrow \rho \left(\frac{\partial v}{\partial t} + w \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} \right) = - \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z} + \rho g_y \parallel$$

Lungo z)

$$\Rightarrow \rho \left(\frac{\partial w}{\partial t} + w \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} \right) = - \frac{\partial p}{\partial z} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zz}}{\partial z} + \rho g_z \parallel$$

Nell'equazioni di Eulero (inviscido) tutti i termini viscosi si annullano. ||

Stanno dunque a zero e servono:

$$\tau_{ij} = \begin{bmatrix} \tau_{xx} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \tau_{yy} & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \tau_{zz} \end{bmatrix}$$

Si dimostra essere una **MATRICE SIMMETRICA !!!**

$$\tau_{xy} = \tau_{yx}$$

$$\tau_{xz} = \tau_{zx}$$

$$\tau_{yz} = \tau_{zy}$$

\Rightarrow In tutto non sono 9 ma

6 incognite !!!

(ρ, ρ, μ, w, v, w)

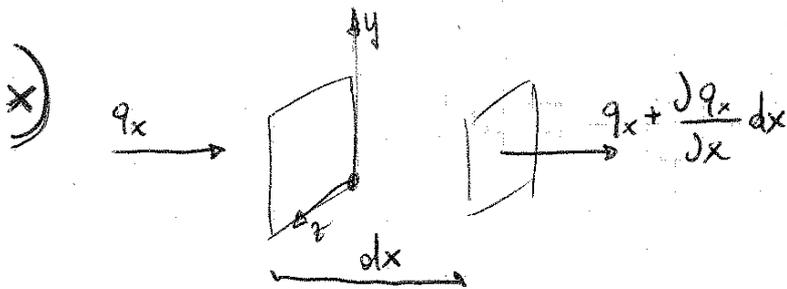
Allora:

$$\int dx dy dz \frac{D(\rho + \frac{v^2}{2})}{Dt} = - \left[\frac{\partial(\rho w)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} \right] + \left[\frac{\partial(\tau_{xx} w)}{\partial x} + \frac{\partial(\tau_{xy} v)}{\partial y} + \frac{\partial(\tau_{xz} w)}{\partial z} + \frac{\partial(\tau_{yx} w)}{\partial x} + \frac{\partial(\tau_{yy} v)}{\partial y} + \frac{\partial(\tau_{yz} w)}{\partial z} + \frac{\partial(\tau_{zx} w)}{\partial x} + \frac{\partial(\tau_{zy} v)}{\partial y} + \frac{\partial(\tau_{zz} w)}{\partial z} \right] dx dy dz$$

Maestro per avere i flussi di calore:

$$\int \dot{q} dx dy dz$$

e quelli dovuti a λ (simmetri selettivamente su tutte e 3 le direzioni)



$$q_i = -\lambda \frac{\partial T}{\partial x_i}$$

$$\Rightarrow \left[q_x - \left(q_x + \frac{\partial q_x}{\partial x} dx \right) \right] dy dz = - \frac{\partial q_x}{\partial x} dx dy dz$$

Facciamo lo stesso per y) e z) e sommando:

$$- \left[\frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_y}{\partial y} + \frac{\partial q_z}{\partial z} \right] dx dy dz + \int \dot{q} dx dy dz \quad \leftarrow \text{DA AGGIUNGERE AL BILANCIO}$$

per effetto di una combustione

Andando dunque a scrivere l'equazione completa:

(dividendo per dx dy dz)

Come si collegano queste espressioni con lo strato limite?

Abbiamo dei parametri adimensionali:

$$Re = \frac{\rho_0 V_0 L}{\mu_0}$$

$$Pr = \frac{\mu_0 c_p}{\lambda}$$

trasporto molecolare q.d.m. $\rightarrow S$
 di flusso molecolare $\rightarrow S_T$

($Re > Re_{crit} \rightarrow$ turbolente)

per uno strato limite laminare:

$$\frac{S}{S_T} \propto \sqrt{Pr}$$

per l'Asse $Pr = 0,71 \rightarrow \frac{S}{S_T} < 1 \quad S_T > S$

($Pr = 1$ nel flusso delle equette)
 $S = S_T$

Strato Limite \rightarrow



Consideriamo:

$$-\dot{q} = 0$$

- flusso bidimensionale, stazionario ($w=0, \frac{\partial}{\partial z} = 0$)

① Continuità

$$\frac{\partial(\rho w)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} = 0$$

② q.d.m.

$$x) \rho \left(w \frac{dw}{dx} + v \frac{dw}{dy} \right) = - \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial^2 \tau_{xx}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \tau_{yx}}{\partial y^2}$$

$$y) \rho \left(w \frac{dv}{dx} + v \frac{dv}{dy} \right) = - \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial^2 \tau_{xy}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \tau_{yy}}{\partial y^2}$$

Per $x=0$ (lo strato limite ha già uno spessore S)

$$\circ T_w(x) = \mu \left. \frac{\partial w}{\partial y} \right|_{y=0} \longrightarrow q_w(x) = -\lambda \left. \frac{\partial T}{\partial y} \right|_{y=0}$$

Oltre lo strato limite abbiamo il flusso esterno $(U_e(x), T_e(x))$ ||
valori asintotici

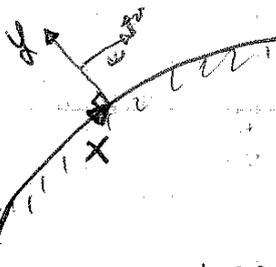
è eseguito attraverso le formule !!!

Espressioni specializzate per lo strato limite \downarrow

facciamo un'analisi degli ordini di grandezza

- Introduciamo un'asse curvilinea che parte dal punto d'arresto

y = ordinata distanza della parete



Entreremo in bello

$$Re = \frac{\rho V L}{\mu}, \quad Pr = \frac{\mu c_p}{\lambda}$$

Viste le velocità in gioco $Re \gg 1$

$$\frac{S}{L} \propto \frac{1}{\sqrt{Re}} \Rightarrow \frac{S}{L} \ll 1$$

INTRODUCENDO IL CONCETTO DI NORMALIZZAZIONE \downarrow

$$0 < w < U_e \longrightarrow w \approx (U_e)_{ordine}$$

① CONTINUITÀ

$$\frac{\partial(\rho w)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} = 0$$

route le stesse!!!

② Quantità di moto

$$\frac{\partial p}{\partial y} = 0$$

NELLO STRATO LIMITE LA PRESSIONE STATICA NON CAMBIA LUNGO Y

○ Se integriamo: $p = \text{cost lungo } y$

può possiamo misurare la pressione statica in qualsiasi punto del campo di moto (fissato x) perché sare anche le p di parete!!!

$$x) \quad \frac{\partial p}{\partial x} \rightarrow \frac{dp_e}{dx}$$

$$\frac{\partial \tau_{yx}}{\partial x} \ll \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y}$$

$$\tau_{yx} = \mu \left(\frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)$$

non posso portare fuori

$$\Rightarrow \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} \approx \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial w}{\partial y} \right)$$

$$\Rightarrow \rho \left(w \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} \right) = - \frac{dp_e}{dx} + \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial w}{\partial y} \right)$$

③ Energia

$$\rho \left(w \frac{\partial H}{\partial x} + v \frac{\partial H}{\partial y} \right) = \frac{\partial (\tau_{yx} w - q_y)}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial w}{\partial y} w + \lambda \frac{\partial T}{\partial y} \right)$$

Non vi sono variazioni lungo l'asse x $\rightarrow \frac{\partial}{\partial x} = 0$

Si impone due condizioni al contorno, $T_w = \dots$ e $T_e = \dots$ //

Es può (a seconda che le pendenze delle curve $T(y)$ sia positive o negative) essere anche scambio di calore \rightarrow flusso $q_w \neq 0$

riserviamo l'espressione dell'Enegre: \downarrow

$$\int \left(w \frac{\partial h}{\partial x} + v \frac{\partial h}{\partial y} \right) = \frac{\partial}{\partial y} \left[\frac{\mu}{Pr} \left(\frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\rho w^2}{2} + h \right) \right) \right]$$

con

- gas idealmente perfetto

- $Pr = \frac{\mu c_p}{\lambda}$ $\mu = \mu(T)$, $\lambda = \lambda(T)$ $\left(\frac{d\rho}{dx} = 0 \right)$

ASSUNZIONE:

(Di quanto avviene μ di tanto avviene anche λ) $\Rightarrow Pr = \text{cost}$

con Ass $Pr = 0,71$ ($Pr \leq 1$ per i gas)

posso poterlo dire la derivata parziale

Per un flusso alle pareti:

$$\frac{\partial h}{\partial x} = 0, \quad v = 0$$

$$\Rightarrow \frac{\partial}{\partial y} \left[\frac{\mu}{Pr} \left(\frac{\partial}{\partial y} \left(Pr \cdot \frac{w^2}{2} + h \right) \right) \right] = 0$$

$$\begin{matrix} \text{cost} \\ || \\ H_{w(\text{punte})} \\ || \end{matrix}$$

UNA SOLUZIONE E':
(valida sperimentalmente)

$$Pr \frac{w^2}{2} + h = \text{cost} \quad \text{LUNGO } y \quad = \quad Pr \frac{U_e^2}{2} + h_e = \text{cost}$$

Forzatamente

$$\frac{T_{\infty} = 10}{T_{\infty}}$$

$$\oplus T_w$$

abbandoniamo il corpo e se stesso nelle correnti...

Dopo un certo Transitorio termico, la parete avrà una temperatura = temperatura edobietica

⇒ Non vi sarà scambio di calore !!!

(se $T_w \neq T \rightarrow$ guiso flusso di calore)

ASSUNZIONE:

$$\boxed{Pr_c = 1}$$

$$h = e_p T$$

Eq. Energia:

$$\Rightarrow y \left(w \frac{\partial H}{\partial x} + v \frac{\partial H}{\partial y} \right) = \frac{\partial}{\partial y} \left[\mu \left(\frac{\partial w^2}{\partial y} + \frac{1}{Pr_c} \frac{\partial h}{\partial y} \right) \right] \quad \left(\frac{w^2}{2} + h = H \right)$$

$$= \frac{\partial}{\partial y} \left[\mu \frac{\partial H}{\partial y} \right]$$

UNA SOLUZIONE È:

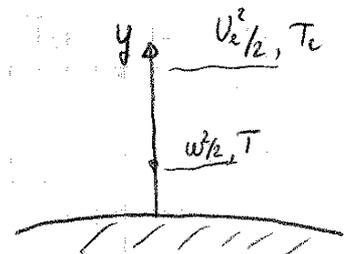
$$\boxed{H = \text{cost}}$$

ZUNGO Y

$$= \frac{w^2}{2} + h = H_c = H_w$$

verso la parete
aumentate

diminuisce
verso la parete



$$H_c = \frac{U_c^2}{2} + c_p T_c = H_w = h_w = e_p T_w$$

$$T_w = T_c + \frac{U_c^2}{2c_p} = T_c \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} Pr_c^2 \right) = T_{\infty} \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} Pr_{\infty}^2 \right)$$

e parete

Poiché in realtà le situazioni è una via intermedia \downarrow

$$\Rightarrow h + R \frac{w^2}{2} = \text{cost}$$

$R = \text{fattore di recupero, } \ll Pr \parallel$

$$\parallel$$

$$h_{ec} + R \frac{U_c^2}{2} \quad \text{ENTALPIA TOTALE DI RECUPERO}$$

$$H_{rec} = h_{ec} + R \frac{U_c^2}{2}$$

dividendo per c_p

$$\Rightarrow T_{rec} = T_c + R \frac{U_c^2}{2c_p} = T_c \left(1 + R \frac{\gamma-1}{2} Pr \right) \parallel$$

TEMPERATURA DI RECUPERO

A PARETE: $[H_{rec} = H_w = \text{cost}]$ con $[T_w = T_{rec} = \text{temperatura edibetica}] \parallel Pr \neq 1$

(con $Pr = 1, T_w = T_0$)
edibetica

1 $R = Pr$ NEL FLUSSO ALLA COUETTE

2 $R = Pr^{1/2}$ STRATO LIMITE LAMINARE (es. case $R = 0,843$)

3 $R = Pr^{1/3}$ // // TURBOLENTO (es. case $R = 0,892$)

Profilo di Temperatura \downarrow

$R < 1$

$$T + R \frac{w^2}{2c_p} = \text{cost} = T_c + R \frac{U_c^2}{2c_p} \parallel$$

$\Rightarrow T = T_c + \frac{R U_c^2}{2c_p} (1 - \psi^2)$ è sempre una parabola ma T_w è minore!!*

LEZIONE DEL 20-12-2012

(3)

Nota al gas

$$Pr = \frac{2L+9}{2L+9} = \frac{48}{48-5}$$

(ARIA $\gamma=1,4$, $Pr=0,71$)

Se Flusso Adiabatico ($q_w=0$) e $\frac{dP}{dx} \neq 0$ ho:

$$\left. \begin{aligned} h + \frac{u^2}{2} = \text{cost} & \text{ se } Pr = 1 \Rightarrow T_w = T_0, \quad (H = \text{cost}) \quad Pr = 1 \Rightarrow S \approx S_T \\ h + \frac{R u^2}{2} = \text{cost} & \text{ se } Pr \neq 1 \Rightarrow T_w = T_{REC}, \quad (H_{REC} = \text{cost}) \end{aligned} \right\}$$

T_0 è una grandezza Totale ed è una proprietà delle Corrente e Monte, mentre T_{REC} è una grandezza locale della corrente ~~presente a~~ ^{che però non} ~~quindi~~ ^{reversibile da punto a} punto (Se Flusso Adiabatico e $Pr \neq 1$) essendo: $T_{REC} = T_w \left(1 + R \frac{\gamma-1}{2} H(x) \right) = \text{cost}$

R → Significato fisico → ~~è~~ ^è presente di R dovuta alla diversa distribuzione all'interno dello strato limite dell'energia di ^($\frac{u^2}{2}$) R.D.M. e dell'energia ^($h=c_p T$) Termica.

ADIABATICO

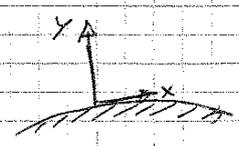
$$\begin{aligned} q_w=0 \quad (Pr=1) & \Rightarrow T_0 - T_{00} = \frac{V_{00}^2}{2c_p} \\ (Pr \neq 1) & \Rightarrow T_{REC} - T_{00} = R \frac{V_{00}^2}{2c_p} \end{aligned} \quad \left. \begin{aligned} \text{Se Supponiamo} \\ u_e = V_{00} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \boxed{R \approx \frac{T_{REC} - T_e}{T_0 - T_{00}}}$$

Il flusso esterno allo strato limite è un flusso Inverso e si conserva l'entalpia Totale ($h + \frac{u^2}{2} = \text{cost}$); Se però $Pr = 1$ l'Entalpia ~~totale~~ ^{recupera} si conserva anche nello strato limite.

Se $Pr \neq 1$ quello che si conserva all'interno dello strato limite, viene per se stesso (ovvero a x fissato), e quindi in direzione y , è l'Entalpia di Recupero.

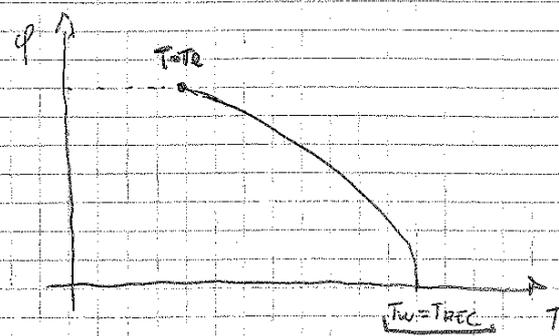
ESTERNO → $H = \text{cost} = h + \frac{u^2}{2} = \text{cost}$

NELO STRATO LIMITE → $\left. \begin{aligned} Pr = 1 & \Rightarrow H = \text{cost} \\ Pr \neq 1 & \Rightarrow H_{REC} = \text{cost} = c_p T + R \frac{u^2}{2} \end{aligned} \right\}$ CONSERVAZIONE NELLA DIREZIONE y



PROFILI DI TEMPER.

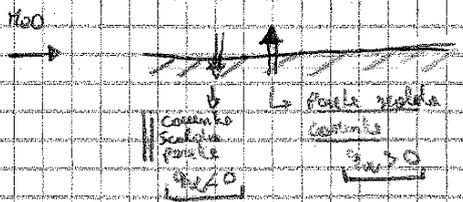
$$\boxed{T(y) = T_e + R \frac{V_0^2}{2c_p} (1 - \eta^2)} \quad \left| \quad \eta = \frac{u}{V_0} \right.$$



FLUSSO NON ADIABATICO ($q_w \neq 0$), con $\frac{dp_e}{dx} = 0$ e $P_r = 1$ (3)

Per questa situazione particolare abbiamo delle soluzioni (**INTEGRALE DI CROCCO**)

Consideriamo caso: lastra piana ad Incidenza nulla ($\frac{dp_e}{dx} = 0$)



- Situazioni**
- Nessun flusso di calore, poute e costante hanno la stessa Temp.
 - Poute scelta poute $q_w < 0$
 - Poute scelta costante $q_w > 0$

ENERGIA (STATO LIMITE)

$$\rho u \frac{dH}{dx} + \rho v \frac{dH}{dy} = \frac{d}{dy} \left[\frac{\mu}{Pr} \left(\frac{d}{dy} \left(\rho \frac{u^2}{2} + h \right) \right) \right]$$

Q.D.M (STATO LIMITE)

$$\rho u \frac{dM}{dx} + \rho v \frac{dM}{dy} = \frac{d}{dy} \left(\mu \frac{dM}{dy} \right) - \frac{dp_e}{dx} \quad h = c_p T \quad \text{e} \quad H = h + \frac{u^2}{2}$$

Facciamo valere le ipotesi $\frac{dp_e}{dx} = 0$ e $P_r = 1$ ho:

Energia (Stato limite, $P_r = 1, \frac{dp_e}{dx} = 0$) $\Rightarrow \left[\rho u \frac{dH}{dx} + \rho v \frac{dH}{dy} = \frac{d}{dy} \left[\mu \frac{dH}{dy} \right] \right]$

Q.D.M (Stato limite, $P_r = 1, \frac{dp_e}{dx} = 0$) $\Rightarrow \left[\rho u \frac{dM}{dx} + \rho v \frac{dM}{dy} = \frac{d}{dy} \left[\mu \frac{dM}{dy} \right] \right]$

Formule Formalmente Identiche: cioè se opero su M e con le operatori su H . Se trovo la soluzione su per tale soluzione trovo anche le soluzioni H e viceversa.

CROCCO TROVO LA SOLUZIONE: se M è soluzione della Q.D.M

allora ho che l'entalpia totale varia:

$Q \rightarrow M \rightarrow \boxed{H = C_1 + C_2 M}$

La soluzione (H) deve essere soluzione dell'equazione dell'energia, e se soddisfa l'equazione della Q.D.M, C_1 e C_2 si trovano con le condizioni al contorno.

$$\begin{aligned} y=0 &\Rightarrow u=0 \Rightarrow H = H_w = c_p T_w \Rightarrow \boxed{H_w = C_1} \\ y \rightarrow \infty &\Rightarrow u = U_0 \Rightarrow \boxed{H = H_0} \Rightarrow H_0 = H_w + C_2 \cdot U_0 \Rightarrow \boxed{C_2 = \frac{H_0 - H_w}{U_0}} \end{aligned}$$

Quindi trovo che: $\boxed{H = H_w + \left(\frac{H_0 - H_w}{U_0} \right) \cdot u}$

SOLUZIONE DATA A "CROCCO" PER UN PROBLEMA DI LASTRA PIANA AD INCIDENZA NULLA CON $\frac{dp_e}{dx} = 0$ e $P_r = 1$

ANALOGIA DEI CAMPI DI VELOCITA' ED ENERGIA

Se voglio il profilo di velocità in funzione del profilo di Entalpia ho

$$\frac{u}{U_0} = \frac{H - H_w}{H_0 - H_w} \Rightarrow \text{Sviluppando i termini denomi conto che } H = h + \frac{u^2}{2} = c_p T + \frac{u^2}{2} \text{ otteniamo:}$$

Quindi nel caso di $P_2 \neq 1$ le cose si collegano così: (5)

$$\mu = \frac{T + R \frac{u^2}{2c_p} - T_w}{V_{\infty}} \Rightarrow \text{da cui ricavare il profilo di Temperatura} \Rightarrow$$

$$\frac{T + R \frac{V_{\infty}^2}{2c_p} - T_w}{V_{\infty}} = \dots$$

$$\Rightarrow T = T_w (1 - \varphi) + T_{\infty} \varphi^2 + T_{REC} (\varphi - \varphi^2)$$

CASO "GENERALE" x LASTRA PIANA AD INCIDENZA NULLA con $P_2 \neq 1$ e $\frac{dP}{dx} = 0$

Inglabra anche al caso ANIBATICO dove $T_{REC} = const$

$$T_{REC} = T_{\infty} + R \frac{V_{\infty}^2}{2c_p} = T_w = T + R \frac{u^2}{2c_p} = const.$$

CASO ADIABATICO $(T_{REC} = T_w = const)$

$$T = T_{REC} (1 - \varphi) + T_{\infty} \varphi^2 + T_{REC} (\varphi - \varphi^2) \Rightarrow T = T_{\infty} \varphi^2 + T_{REC} (1 - \varphi^2) \Rightarrow$$

$$T_{REC} = T_{\infty} + R \frac{V_{\infty}^2}{2c_p}, \quad T = T_{\infty} \varphi^2 + T_{\infty} (1 - \varphi^2) + R \frac{V_{\infty}^2}{2c_p} (1 - \varphi^2) \Rightarrow$$

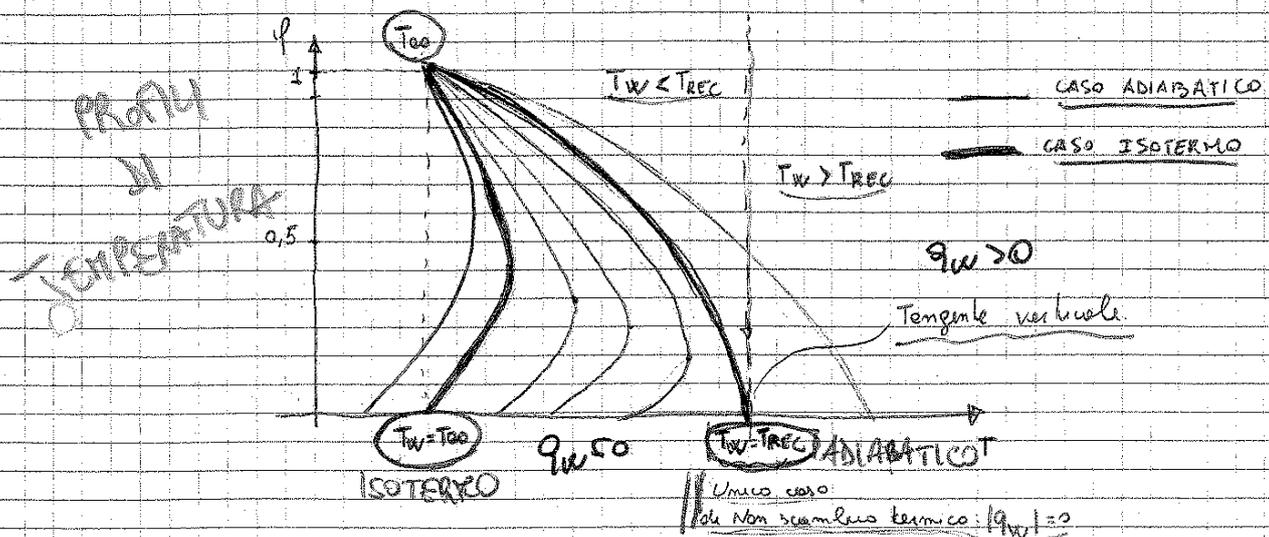
$$\Rightarrow T = T_{\infty} + R \frac{V_{\infty}^2}{2c_p} (1 - \varphi^2)$$

CASO "ADIABATICO" e $P_2 \neq 1$ x LASTRA PIANA AD INCIDENZA NULLA con $\frac{dP}{dx} \neq 0$

CASO ISOTERMICO: $T_w = T_{\infty} = const.$

$$T = T_{\infty} (1 - \varphi) + T_{\infty} \varphi^2 + T_{REC} (\varphi - \varphi^2) \Rightarrow T = T_{\infty} + (T_{REC} - T_{\infty}) (\varphi - \varphi^2)$$

CASO "ISOTERMICO" e $P_2 \neq 1$ x LASTRA PIANA AD INCIDENZA NULLA e $\frac{dP}{dx} = 0$



Unico caso: Non scambio termico: $|q_w| = 0$

• Se $T_w > T_{REC}$ La parete è più calda della corrente, quindi il flusso di calore sarà diretto dalla parete alla corrente $\Rightarrow q_w > 0$ **DESTABILIZZANTE**

• Se $T_w < T_{REC}$ La parete è più fredda della corrente, quindi il flusso di calore sarà diretto dalla corrente alla parete: $q_w < 0$ ***STABILIZZANTE**

• $T_w = T_{REC} \Rightarrow$ Parete e corrente alla stessa temp., non c'è flusso di calore: $q_w = 0$.

* Tra Isotermico e Adiabatico, nonostante $T_w > T_c$ abbiamo che le correnti riscaldano la parete per effetto delle viscose!!!

Se $(Pr \neq 1)$ Si introduce il fattore di Analogia A

(7)

le eq locali e Integrali diventano così:

$$\frac{dw(x)}{dx} = -A \cdot q_w(x)$$

$$h_{co} + \frac{R \cdot V_{co}^2}{2} - h_w$$

$$\bar{q}_w = -A \bar{q}_w$$

$$h_{co} + \frac{R \cdot V_{co}^2}{2} - h_w$$

$$A = Pr^a \begin{cases} A = Pr^{2/3} \rightarrow \text{REGIME LAMINARE} \\ A = Pr^{0,6} \rightarrow \text{REGIME TURBOLENTO} \end{cases}$$

$$R = Pr^b \begin{cases} R = Pr^{1/2} \rightarrow \text{REGIME LAMINARE} \\ R = Pr^{1/3} \rightarrow \text{REGIME TURBOLENTO} \end{cases}$$

	a	A	b	R
MOTO LAM. COVETTE	1	Pr	1	Pr
ST. LIMITE LAM.	2/3	$Pr^{2/3}$	1/2	\sqrt{Pr}
ST. LIMITE TURB.	0,6	$Pr^{0,6}$	1/3	$Pr^{1/3}$
TURB $\rightarrow \infty$	0	1	0	1

$$R \cdot T_{REC} = T_{co} + \frac{R \cdot V_{co}^2}{2c_p}$$

$$h_{co} + \frac{R \cdot V_{co}^2}{2} - h_w = c_p (T_{REC} - T_w)$$

$$h_{co} = c_p T_{co} + \dots$$

$$h_w = c_p T_w$$

$$\left(h_{co} + \frac{R \cdot V_{co}^2}{2} \right) = c_p T_{co} + \frac{R \cdot V_{co}^2}{2}$$

$$T_{rec} = T_{co} + \frac{R \cdot V_{co}^2}{2c_p}$$

$$= \left(T_{co} + \frac{R \cdot V_{co}^2}{2c_p} \right) c_p$$

$$= T_{rec} c_p$$

$$q = q(T)$$

Come si trova esatto delle variabili della temperatura all'interno dello stretto canale?

Ci sono vari metodi:

1 Metodo delle Sezioni Rappresentative

(è una sezione particolare in corrispondenza delle quale la temperatura assume un valore T^* tale che risultati teorici e sperimentali sono piuttosto accurati !!!
(per pressione e densità)

$$T = T^* \Rightarrow \boxed{\varphi = 0,5 = \frac{w}{U_c}} \quad (\text{le velocità si è dimezzate})$$

Ritroviamo che $T = T(\varphi)$

$$\boxed{T = T_w(1 - \varphi) + T_{oo}\varphi^2 + T_{rec}(\varphi - \varphi^2)^{n+1}}$$

$$T_{rec} = T_{oo} \left(1 + R \frac{\gamma-1}{2} M_{oo}^2 \right)$$

$$\varphi = \frac{w}{U_c}$$

(per pliche piane $\rightarrow U_c = U_{oo}$ perché $\frac{d\varphi}{dx} = 0$)

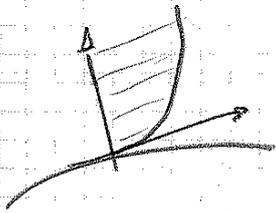
$$\Rightarrow \text{con } \varphi = 0,5 \rightarrow \boxed{T^* = 0,5 T_w + 0,25 T_{oo} + 0,25 T_{rec}}$$

(per gli altri metodi abbiamo coefficienti leggermente diversi)

Come serviamo essere Q_{enf} ?

Nel caso in cui w è trascurabile $\rightarrow \left\| \frac{X_T}{L} = \frac{5 \cdot 10^5}{Re_L} \right\|$

Area delle leggi di evoluzione delle strato limite:



$$S(x) \rightarrow S^+(x), \delta(x)$$

$$\tau_w(x), \bar{\tau}_w = \frac{1}{L} \int_0^L \tau_w(x) dx, C_{f(x)} = \frac{\tau_w(x)}{\frac{1}{2} \rho_{\infty} V_{\infty}^2}$$

$$C_D = \frac{\bar{\tau}_w}{\frac{1}{2} \rho_{\infty} V_{\infty}^2}$$

Per il laminare \rightarrow Blasius (risultati esatti)

\approx Turbolento \rightarrow solo trattazioni empiriche

Laminare $\rightarrow (Re < Re_{cr})$

$$\left\{ \begin{array}{l} \tau_w(x) = 0,332 \sqrt{\mu_{\infty} \rho_{\infty} V_{\infty}^3} \cdot \frac{1}{x} \xrightarrow{\text{integrando}} \bar{\tau}_w = 0,664 \sqrt{\frac{\mu_{\infty} \rho_{\infty} V_{\infty}^3}{L}} \\ C_{f(x)} = \frac{0,664}{\sqrt{Re_x}} \xrightarrow{\text{integrando}} C_D = \frac{1,328}{\sqrt{Re_L}} \end{array} \right\}$$

Turbolento $\rightarrow (Re > Re_{cr})$

1- Basse Turbolente ($5 \cdot 10^5 < Re_L \leq 10^7$)

2- Alte $\approx (Re_L > 10^7)$

Abbramo

$$C_D = \frac{K}{Re_L^m} \longrightarrow \log C_D = \log K - m \log Re_L$$

$$\Rightarrow y = c - m \cdot x \quad \parallel \text{ è lineare}$$

$m =$ pendenza retta

(Laminare $\longrightarrow m = \frac{1}{2} \Rightarrow$ decade da 1 ogni 2 decade)

LAMINARE:

$$\zeta = \frac{\tau_{w, \text{coro}}}{\tau_{w, \text{inc}}}$$

$$\left. \begin{aligned} \tau_{w, \text{inc}} &\propto \sqrt{\rho \mu \nu} \\ \tau_{w, \text{coro}} &\propto \sqrt{\rho^* \mu^*} \end{aligned} \right\}$$

$$\Rightarrow \zeta = \frac{\sqrt{\mu^* \rho^*}}{\sqrt{\mu \rho}} = \sqrt{\frac{\mu^*}{\mu} \cdot \frac{\rho^*}{\rho}} \quad \parallel$$

$\propto T \quad \propto T$

UTILIZZANDO LA FORMULA GENERALE

$$\frac{\mu_1}{\mu_2} = \left(\frac{T_1}{T_2} \right)^{\omega} \quad \text{dove } \omega \approx 0,75 \longrightarrow \frac{\mu^*}{\mu_{\infty}} = \left(\frac{T^*}{T_{\infty}} \right)^{\omega} \quad \parallel$$

me:

$$\frac{\rho^*}{\rho_{\infty}} = \left(\frac{T^*}{T_{\infty}} \right)^{-1} \quad (\text{DALL'EQUAZIONE DI STATO})$$

$$\Rightarrow f = \left(\frac{T^*}{T_\infty}\right)^{\frac{\omega}{5}} \cdot \left(\frac{T^*}{T_\infty}\right)^{\frac{\gamma}{5}} = \left(\frac{T^*}{T_\infty}\right)^{\frac{\omega+\gamma}{5}} = \left(\frac{T^*}{T_\infty}\right)^{-0,65}$$

$$\Rightarrow f_{TURB} = \left[\frac{T_w + T_\infty}{2T_\infty} + R \frac{\gamma-1}{2} \cdot \frac{\pi_\infty^2}{4} \right]^{-0,65} \quad \leftarrow f = f(\pi_\infty, \frac{T_w}{T_\infty})$$

Se il flusso è adiabatico:

$$\Rightarrow q_w = 0 \quad (T_w = T_{rec}) \quad \longrightarrow \quad f = f(\pi_\infty)$$

$$f_{LAM} = \left[1 + R \frac{\gamma-1}{2} \cdot \frac{3}{4} \pi_\infty^2 \right]^{-0,125} \quad \leftarrow$$

$$f_{TURB} = \left[1 + R \frac{\gamma-1}{2} \cdot \frac{3}{4} \pi_\infty^2 \right]^{-0,65} \quad \leftarrow$$

Caso ISOTERMO ($T_w = T_\infty$):

Come procediamo?

① Scegliere il $C_{D,inc}$ (con le perdite delle emule indisturbate e monte)

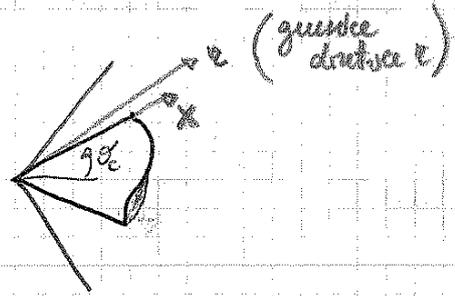
② Valutare f (fattore di emulsione) $f = f(\pi_\infty, \frac{T_w}{T_\infty})$

③ Calcoliamo $C_{D,eff} = f \cdot C_{D,inc}$

CONO (ANALOGIE)

con $\alpha = 0$ e $M_{\infty} > 1,2$
 $\gamma_c < 55^\circ$

M_{∞}



consideriamo la retta x dove $\frac{d}{dx} = 0$ (non vi sono variazioni di grandezza)

↳ c'è similitudine con la LAMINA PIANA!!!

assumiamo allora:

$$T_{w_{CONO}} = T_{w_{PIANA}}$$

$$Re_{x_{CONO}} = Re_{x_{PIANA}}$$

$$Re_{x_{PIANA}} = Re_{x_{CONO}}$$

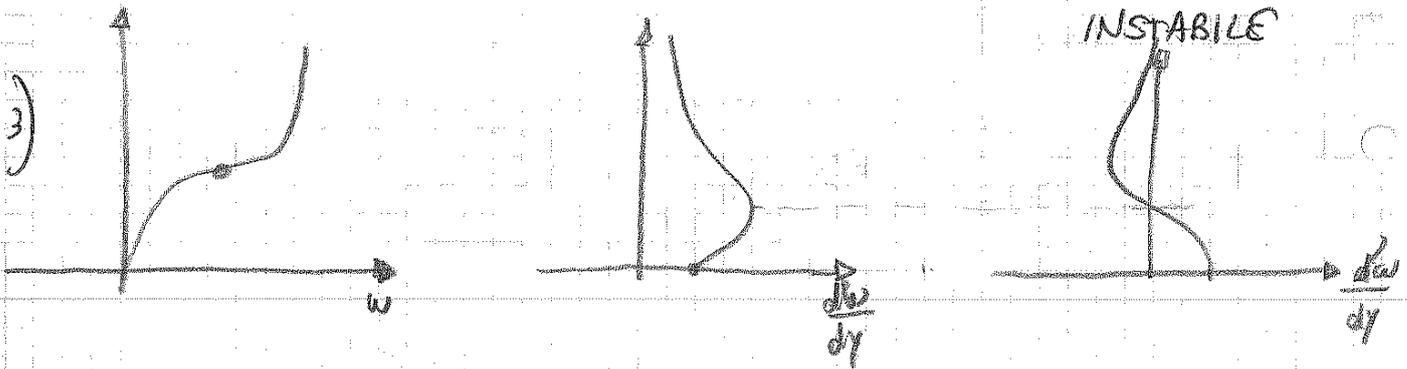
$$\begin{cases} Re_{x_{CONO}} = Re_{x_{PIANA}} \\ M_{\infty c} = M_{\infty_{PIANA}} \\ \left(\frac{T_w}{T_e}\right)_c = \left(\frac{T_w}{T_e}\right)_{PIANA} \end{cases}$$

LOCALMENTE ALLORA

$$C_{f_{CONO}}(x) = \sqrt{3} C_{f_{PIANA}}(x) \quad \text{LAMINARE}$$

$$C_{f_{CONO}}(x) = 1,1 C_{f_{PIANA}}(x) \quad \text{TURBOLento}$$

max 1,5



3) Dunque se $\frac{d^2 u}{dy^2} < 0$ allora il profilo laminare è stabile //
 (se viene perturbato, resta tale)

Cosa destabilizza allora lo strato laminare?

riprediamo l'espressione del moto per lo strato laminare:

$$\rho u \frac{\partial u}{\partial x} + \rho v \frac{\partial u}{\partial y} = - \frac{dp_e}{dx} + \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial u}{\partial y} \right)$$

L LAMINARE, 2D
 L pascià è COMPRESSIBILE

faremo lo studio del segno:

$$\Rightarrow \rho u \frac{\partial u}{\partial x} + \rho v \frac{\partial u}{\partial y} = - \frac{dp_e}{dx} + \frac{\partial \mu}{\partial y} \cdot \frac{\partial u}{\partial y} + \mu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$$

valotiamo a parete:

$$\left(\dots \right)_p + \left(\dots \right)_p = - \frac{dp_e}{dx} + \left(\dots \right)_p + \left(\dots \right)_p$$

perché $w_w = 0$

dividendo tutto per μ_w

$$\Rightarrow \mu_w \left(\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right)_w = \rho_w v_w \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)_w + \frac{dp_e}{dx} - \left(\frac{\partial \mu}{\partial y} \right)_w \cdot \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)_w$$

Se la parete fosse permeabile (parete perforata)

⇒ possiamo avere una velocità di soffiatura ($v_w > 0$) o di aspirazione ($v_w < 0$) dello strato limite

$v_w < 0 \Rightarrow$ E' STABILIZZANTE !!!
 E' UNA TECNICA DI CONTROLLO DELLO STRATO LIMITE

SOFFIATURA $v_w > 0 \Rightarrow$ E' INSTABILIZZANTE !!!

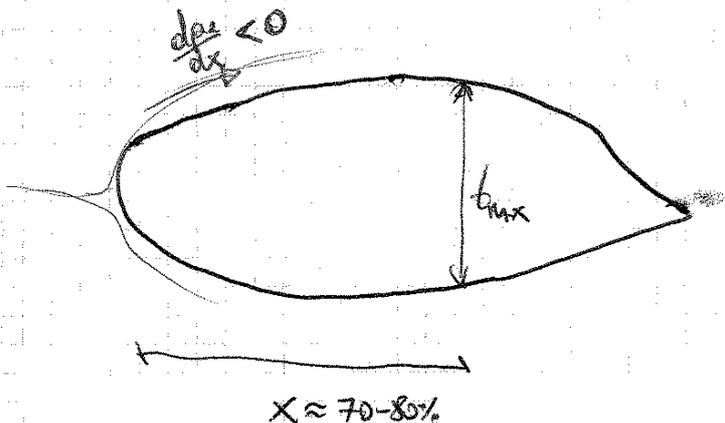
(II) $\frac{dpe}{dx} < 0$
 (cambi decelerati)

STABILIZZA // $\left(\gamma U_e \frac{dU_e}{dx} = -\frac{dpe}{dx} \right)$

↳ STRATO LIMITE CERCHIATO DI FARLO ACCELERATO APPUNTO PER QUESTO

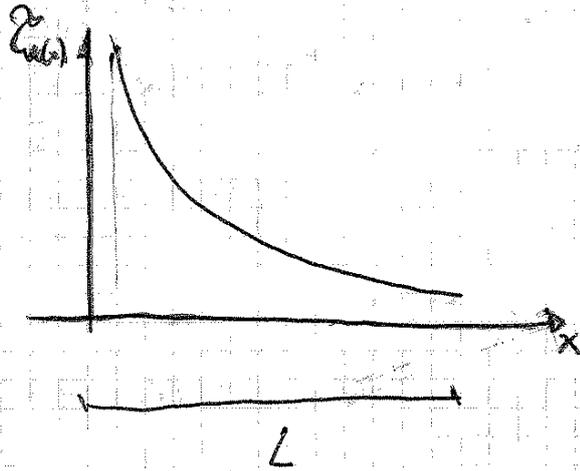
$\frac{dpe}{dx} > 0$ DESTABILIZZA //
 (cambi decelerati)

Nei profili CAMINARI perfetti si ha che



$$\Rightarrow q_w(x) = - \frac{\tau_w(x)}{V_{\infty}} \frac{c_p}{A} (T_{rec} - T_w)$$

($T_{rec} = T_c$ se abbiamo borse ribatte)



$T_w \neq 0 \Rightarrow$ Non c'è Separazione
(le anelli restano attaccate
alle piastre piane)

$$T_w \geq T_{rec} \longrightarrow q_w \geq 0$$

Andando ad integrare:

$$\frac{\tau_w}{V_{\infty}} = - \frac{A \bar{q}_w}{c_p (T_{rec} - T_w)} \quad (\text{ANALOGIA DEGLI SCALARI INTEGRATI})$$

sporcetto complessivo (dipende da $V \Rightarrow$ sporcetto complessivo K)

$$\Rightarrow \bar{q}_w = - \frac{\bar{\tau}_w}{V_{\infty}} \frac{c_p}{A} (T_{rec} - T_w)$$

poniamo inoltre:

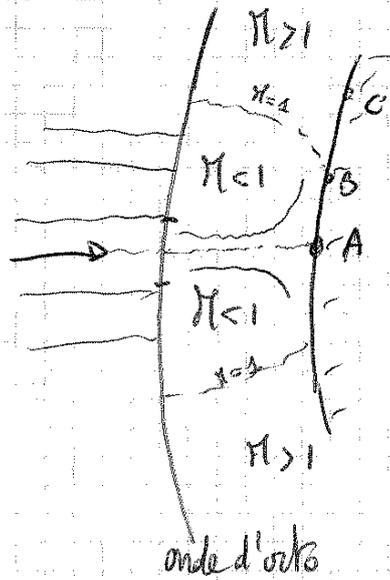
$$\frac{\bar{\tau}_w}{V_{\infty}} \frac{c_p}{A} = K \quad (\text{coefficiente scambio termico})$$

è quello complessivo
di conversione parete

Se invece $w \approx \pi \gg 1$ (presure onde d'urto)

A (se il esp è lo stesso)
è lo stesso di prima

flusso viscoso
non erodibile



ALTA
VELOCITA'

Nell'intervallo da A assumo che il flusso sia subsonico!!!
(dove si assume l'urto retto!!!)

$$p_A = p_{02} \text{ (dopo l'urto)} \quad (e_{pA} = 1)$$

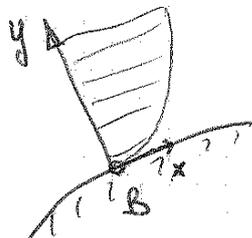
$$T_A = T_{0\infty} \text{ (non erodibile nell'urto)} \quad V_A = 0$$

$$\tau_{wA} = 0 \quad e \quad q_{wA} = q_{wA \max}$$

In A è esatto il isotropico!!! In B, C... abbiamo una parete per effetto viscoso!!! (è dissipativa)

Infatti:

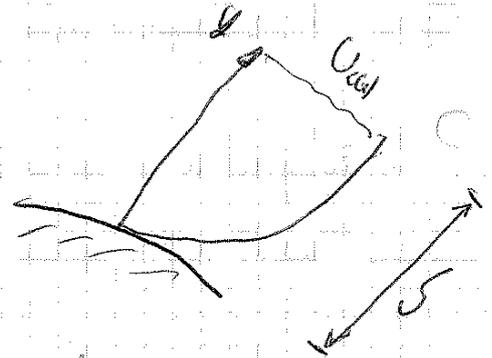
$$\begin{cases} p_B = p_B(x) \\ T_B = T_B(Re) \end{cases}$$



GRABIE ALL'EQUAZIONE INTEGRALE CALCOLIAMO:

$S =$ spessore geometrico

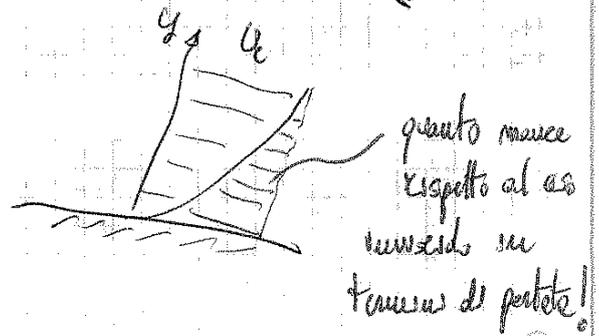
(distanza delle ferite per le pale $w = 0,99 U_c$)



$S^* =$ spessore di spostamento

$$S^* = \int_0^{\infty} \left(1 - \frac{w}{U_c}\right) dy \quad [\text{mm}]$$

palete ($w dy \neq U_c dy$)



$\mathcal{G} =$ spessore di quantità di moto

$$\mathcal{G} = \int_0^{\infty} \left(1 - \frac{w}{U_c}\right) \frac{w}{U_c} dy \quad [\text{mm}]$$

(palete + velocità = quantità di moto)

$\Rightarrow \mathcal{G}$ trese conto delle perdite di quantità di moto $\xrightarrow{\text{legata}}$ T_w ||

$$\frac{S^*}{\mathcal{G}} = H \quad (\text{PARAMETRO DI FORYA}) \quad \left\{ \begin{array}{l} = 2,6 \quad \text{LAMINARE} \\ = 1,3 \quad \text{TURBOLENTO} \end{array} \right.$$

dipende dello stato limite (laminare o turbolento)

Possiamo anche dimensionare con le forme integrali:

$$\frac{d\mathcal{G}}{dx} + \frac{\mathcal{G}}{U_c} \frac{dU_c}{dx} (2 + H) = \frac{C_f}{2} ||| \quad C_f = \frac{\tau_{alx}}{\frac{1}{2} \rho U_c^2}$$

$$\sigma^2(x) = \frac{0,45 \nu}{U_c^6(x)} \int_0^x U_c^5(x) dx$$

THWAITES

me $\| U_c(x) = Kx$ (è una soluzione esatta del problema di Navier Stokes)
 è una tangente

$\left(K = \frac{dU_c}{dx} \Big|_{x=0} \right) \longrightarrow$ è la variazione lungo x della velocità
 (è un'Accelerazione)
 legato \Rightarrow Alle forme del corpo

Andando a sostituire $U_c(x)$ in Thwaites:

$$\sigma^2(0) = \frac{0,45 \nu}{K^6 x^6} \int_0^x K^5 x^5 dx$$

in $x=0$

$$\Rightarrow \sigma^2(0) = \frac{0,45 \nu}{K x^6} \left(\frac{x^6}{6} \right)_0^x = \frac{0,45 \nu}{6 K}$$

$$\Rightarrow \left\| \sigma(0) = \sqrt{\frac{0,075 \nu}{K}} \right\|$$

1^a RELAZIONE EMPIRICA
 NEL PUNTO DI ARRESTO \Rightarrow È GIÀ STATO LIMITI

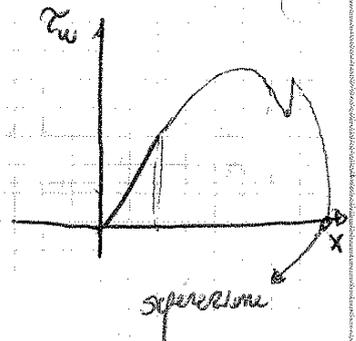
Introduciamo inoltre un parametro:

$$\lambda = \frac{\sigma^2}{\nu} \left(\frac{dU_c}{dx} \right)$$

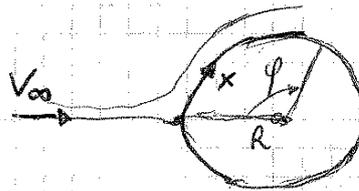
Adunque:

$$\tau_w(x) = e \cdot x$$

NELL'INTORNO DI UN PUNTO D'ARRESTO
LO SFORZO D'ATTRITO
CRESCe LINEARMENTE!!!



Si mantenga l'ordine di qualche raggio
di curvatura R



es. cilindro → quanto vale K?

Supponiamo che $U_c = 2V_{\infty} \sin \varphi$ // SOLUZIONE TEORIA POTENZIALE $\left(\varphi = \frac{x}{R}\right)$

es. sfera →

$$U_c = \frac{3}{2} V_{\infty} \sin \varphi$$

CILINDRO

$$\longrightarrow K = \left. \frac{dU_c}{dx} \right|_{x=0} = \frac{2V_{\infty}}{R}$$

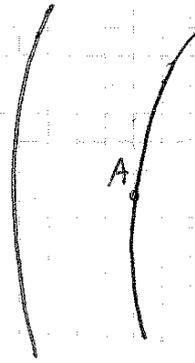
$$\left(\frac{KD}{V_{\infty}} = 4\right)$$

SFERA

$$\longrightarrow \frac{3V_{\infty}}{2R} = K = \left. \frac{dU_c}{dx} \right|_{x=0} \Rightarrow \left(\frac{KD}{V_{\infty}} = 3\right)$$

- corrente supersonica

$M_{\infty} > 1$



$$U_A = 0$$

$$U_{eA} = Kx - 0$$

La TEORIA trova che:

1 Per corpo 2D

$$q_w = 0,57 \cdot P_2^{-0,6} \left(\frac{\rho_e \mu_e K}{\rho_e \mu_e K} \right)^{\frac{1}{2}} \cdot \left(\frac{\mu_w \rho_w}{\mu_e \rho_e} \right)^{0,1} \cdot (h_e - h_w)$$

grandezze all'interno dello stretto limite \Rightarrow quelle d'arresto

TEORIA

Nel punto d'arresto abbiamo che

$$H_e = h_e + \frac{U_e^2}{2} \quad \text{ma} \quad U_e = 0$$

$$\Rightarrow e_{pTe} = H_e$$

$$\Rightarrow H_e - h_w = h_e - h_w \parallel$$

Neutro
$$h_w = h_w + \frac{U_w^2}{2}$$

Imettra:

$$h_{eA} = H_{eA} = H_0 = e_{pT_0} \parallel$$

Fissato oltre il Rech \longrightarrow otturiamo il nostro K

\Rightarrow possiamo calcolare il flusso q_w !!!

$$\Rightarrow q_w \propto k^{\frac{1}{2}} = \left(\frac{1}{R}\right)^{\frac{1}{2}}$$

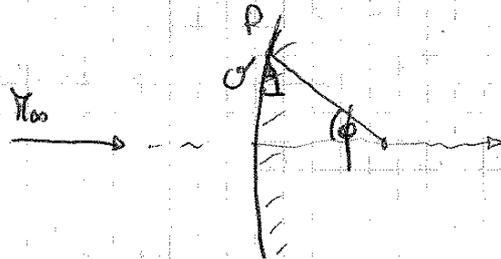
tanto più elevato è il raggio di curvatura
tanto più piccolo sarà il flusso di cedere !!!

I corpi in fase di rientro oltre sono ARROTONDATI !!! (R elevato)

CASO SUPERSONICO:

Ricordiamo la TEORIA NEWTONIANA \downarrow

$$\frac{p - p_{\infty}}{\frac{1}{2} \rho_{\infty} V_{\infty}^2} = 2 \sin^2 \sigma$$



$$\Rightarrow \frac{p - p_{\infty}}{\rho_{\infty} V_{\infty}^2} = \sin^2 \sigma$$

$$\sigma + \phi = \frac{\pi}{2}$$

l'angolo tra
 γ individuare il punto P. σ è l'angolo tra la tangente e la corrente e monte !!!

$$\Rightarrow \frac{p - p_{\infty}}{\rho_{\infty} V_{\infty}^2} = \sin^2 \sigma = \cos^2 \phi$$

Vogliamo fare i conti per il punto d'arresto \Rightarrow per $\phi \rightarrow 0$