



Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino

Appunti universitari

Tesi di laurea

Cartoleria e cancelleria

Stampa file e fotocopie

Print on demand

Rilegature

NUMERO: 503

DATA: 10/04/2013

A P P U N T I

STUDENTE: Di Giulio

MATERIA: Meccanica Applicata alle Macchine

Prof. Ferraresi

Il presente lavoro nasce dall'impegno dell'autore ed è distribuito in accordo con il Centro Appunti.

Tutti i diritti sono riservati. È vietata qualsiasi riproduzione, copia totale o parziale, dei contenuti inseriti nel presente volume, ivi inclusa la memorizzazione, rielaborazione, diffusione o distribuzione dei contenuti stessi mediante qualunque supporto magnetico o cartaceo, piattaforma tecnologica o rete telematica, senza previa autorizzazione scritta dell'autore.

**ATTENZIONE: QUESTI APPUNTI SONO FATTI DA STUDENTIE NON SONO STATI VISIONATI DAL DOCENTE.
IL NOME DEL PROFESSORE, SERVE SOLO PER IDENTIFICARE IL CORSO.**

CINEMATICA

MOTO ROTO-TRASLATORIO

VELOCITÀ $V_A = V_B + V_{A/B}$

ACCELERAZIONE

$$\vec{a}_A = \vec{a}_B + \vec{a}_{A/B}$$

TEOREMA DI RIVALS

$$\vec{a}_{A/B} = \vec{a}_{A/Bm} + \vec{a}_{A/Bt}$$

$$\begin{matrix} \downarrow & \downarrow \\ -\omega^2 \cdot l & \omega \cdot l \end{matrix}$$

CENTRO di ISTANTANEA ROTAZIONE

necessaria la velocità in 2 punti

COPPIA ELICOIDALE

t = tempo di giro completo

p = passo

$$V = \frac{p}{t}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{t}$$

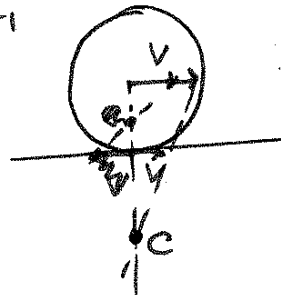
$$\Rightarrow v = \frac{p}{2\pi} \omega$$

★ ROTOLAMENTO

• SENZA STRISCIARE



• SCIVOLAMENTO in AVANTI



• SCORRIMENTO INDIETRO del punto a



DINAMICA

• moto traslatorio $\sum \vec{F}_e = m \cdot \vec{a}_G$

• moto rotatorio $\sum \vec{M}_{eG} = I_G \cdot \ddot{\omega}$

AZIONI D'INERZIA $\rightarrow \vec{F}_i = -m \cdot \vec{a}_G$

$\hookrightarrow \vec{M}_{iG} = -I_G \cdot \ddot{\omega}$

rispetto
al BARENTRIO

$\sum \vec{F}_e + \vec{F}_i = 0$

$\sum \vec{M}_{eG} + \vec{M}_{iG} = 0$

LAVORO

[J = Nm]

FORZA $L = \int_{s_1}^{s_2} \vec{F}_t \cdot d\vec{s}$

F_n non compie lavoro

COPIA $L = \int_{t_1}^{t_2} M \cdot dt$

• lavoro CINETICO $L = \frac{1}{2} m (V_2^2 - V_1^2)$

• lavoro ELASTICO $L = -\frac{1}{2} k (x_2^2 - x_1^2)$

• lavoro GRAVITAZIONALE $L = mgh$

ENERGIA

• CINETICA $E_c = \frac{1}{2} m V^2$

$L_e = \Delta E_c$

• POTENZIALE ELASTICA $E_{el} = \frac{1}{2} k \cdot x^2$

$L_m = -\Delta E_{el}$

• POTENZIALE GRAVITAZIONALE $E_G = mgh$

$L_p = -\Delta E_G$

IMPULSO LINEARE e QUANTITÀ di MOTO

$$\sum F_e = m \cdot \vec{a} = m \cdot \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d(m\vec{v})}{dt} = \frac{d\vec{Q}}{dt}$$

$$\boxed{\sum F_e = \frac{d\vec{Q}}{dt}} \quad \text{QUANTITÀ di MOTO}$$

$$\boxed{\int_{t_1}^{t_2} \sum F_e dt = \int_{Q_1}^{Q_2} d\vec{Q} = Q_2 - Q_1}$$

IMPULSO LINEARE

IMPULSO ANGOLARE e MOMENTO della QUANTITÀ di MOTO

$$\boxed{\vec{K}_p = \vec{p} \wedge \vec{Q}}$$

MOMENTO della QUANTITÀ di MOTO

derivando rispetto al tempo

$$\begin{aligned} \frac{d\vec{K}_o}{dt} &= \frac{d\vec{p}}{dt} \wedge m\vec{v} + \vec{p} \wedge \frac{d(m\vec{v})}{dt} = \\ &= \vec{v} \wedge m\vec{v} + \vec{p} \wedge m\vec{a} \\ &= 0 \end{aligned}$$

$$\boxed{M_o = \frac{d\vec{K}_o}{dt} = \vec{p} \wedge m\vec{a}}$$

MOMENTO ANGOLARE

$$\boxed{\int_{t_1}^{t_2} \vec{M}_o dt = \int_1^2 d\vec{K}_o = (\vec{K}_o)_2 - (\vec{K}_o)_1}$$

IMPULSO ANGOLARE del MOMENTO

ATTRITO

- Attrito SECCO -- tra corpi non lubrificati

ATTRITO STATICO

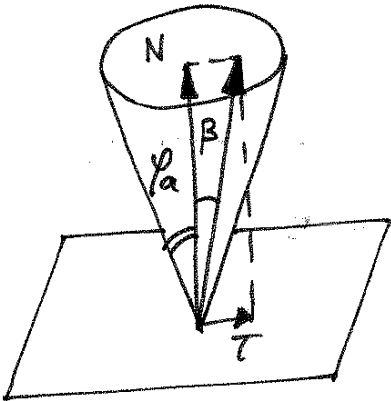
FORZA LIMITE
(prima che il corpo si metta in movimento)

$$F_{lim} = T_{lim} = N \cdot \operatorname{tg} \beta_{lim} = f_a \cdot N$$

$$\operatorname{tg} \beta_{lim} = f_a$$

$$\Rightarrow \beta_{lim} = \operatorname{arctg}(f_a) = \varphi_a$$

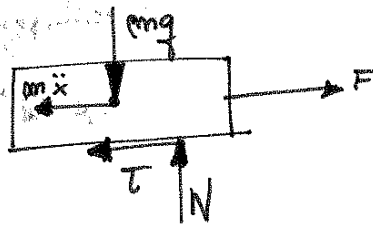
ANGOLO DI ADERENZA



se $\beta < \varphi_a$ il corpo RIMANE FERMO

(in condizioni di aderenza)

ATTRITO DINAMICO



$$mg = N$$

$$F = T + m \ddot{x}$$

$$T = f \cdot N = N \cdot \operatorname{tg} \varphi$$

Problemi con l'attrito

• ADERENZA $V_R = 0$

$$T < f_a \cdot N$$

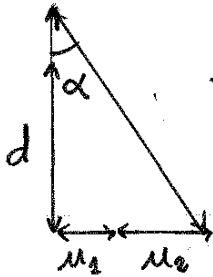
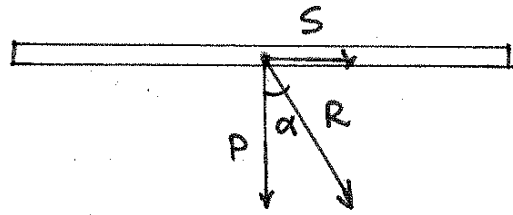
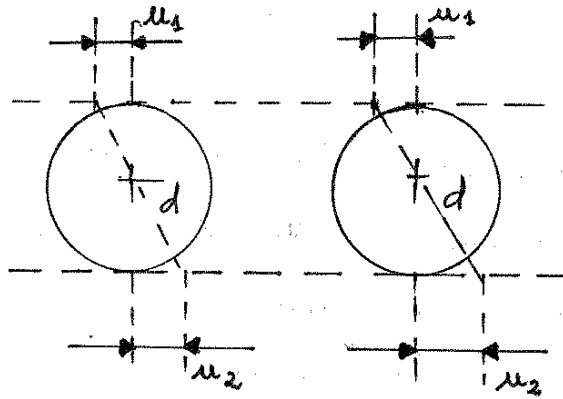
• ADERENZA LIMITE $V_R = 0$

$$T = f_a \cdot N$$

• STRISCIAMENTO $V_R \neq 0$

$$T = f \cdot N$$

DRSINO sui RULLI



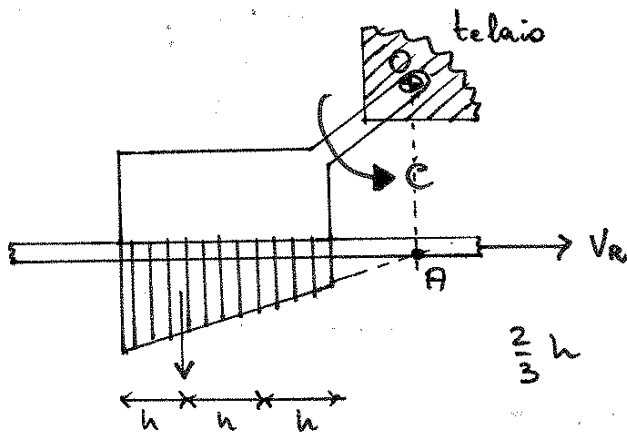
$$\frac{y}{x} = \operatorname{tg} \alpha = \frac{u_1 + u_2}{d}$$

$$\frac{y}{x} = \frac{S}{P} = \operatorname{tg} \alpha$$

$$S = P \cdot \operatorname{tg} \alpha = P \cdot \frac{u_1 + u_2}{d}$$

FRENI a PASTINO

- ad ACCOSTAMENTO RIGIDO (1 G.A.L.)



PARTIALIZZAZIONE del PASTINO → NON TUTTA LA SUPERFICIE "LAVORA"

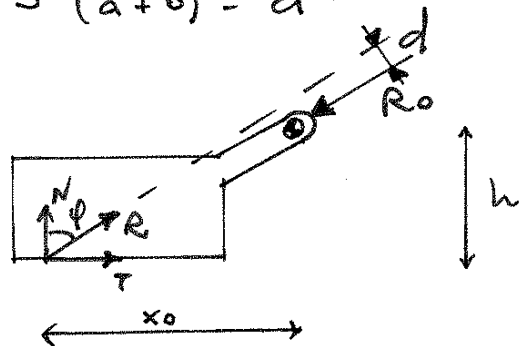
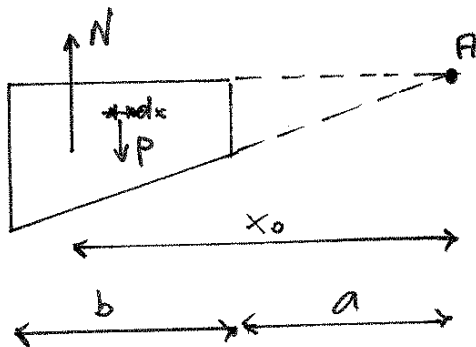
MODO di USURA dovuto alla coppia C intorno ad A.
 La traslazione \perp a OA non produce usura.
 MODO di ACCOSTAMENTO dovuto a ROT. \rightarrow s.

$$p = k \cdot \delta \quad \text{PRESSIONE di CONTATTO}$$

$$dN = p dx = k \delta dx$$

PUNTO di APPLICAZIONE della RISULTANTE N

$$x_0 = \frac{2}{3} \frac{(a+b)^3 - a^3}{(a+b)^2 - a^2}$$



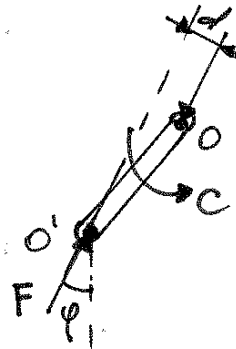
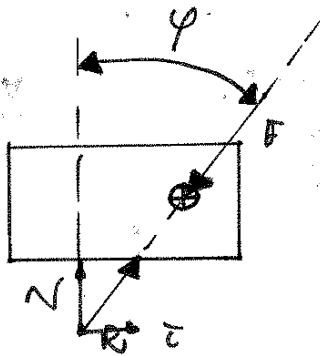
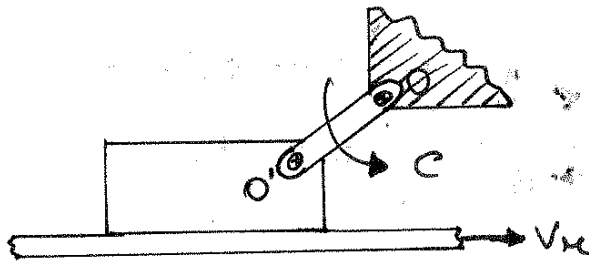
$$\sum \circlearrowleft C - R d = 0$$

oppure

$$\sum \circlearrowleft C = N x_0 - T h$$

Pistone ad ACCOSTAMENTO LIBERO: 2/3 G.D.L.

• 2 rotazioni intorno ad O e intorno ad O'



$$0) \quad c - F \cdot d = 0$$

oppure

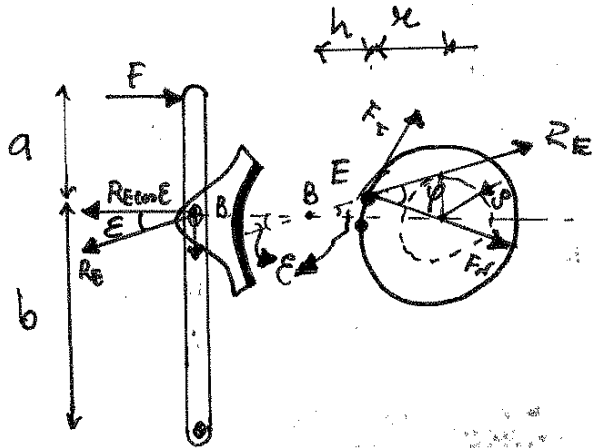
$$0) \quad c = R \cdot d$$

essendo $\uparrow F = R$

$$\bar{c} = R \sin \varphi = \frac{c}{d} \sin \varphi$$

ceppi ad ACCOSTAMENTO LIBERO 2 G.D.L.

↓
 punto di applicazione di R_E non più nel punto medio
 poiché NON GARANTISCE L'EQUILIBRIO



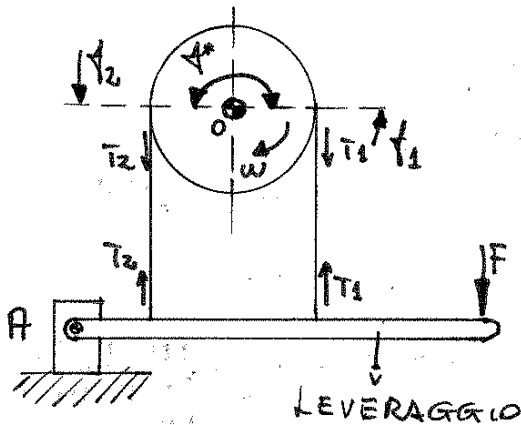
$$p = (x+h) \sin \epsilon$$

$$\epsilon = \arcsin\left(\frac{p}{x+h}\right)$$

$$\left. \begin{aligned} F(a+b) &= b \cdot R_E \cos \epsilon \\ R_E &= \frac{F_T}{\sin \varphi} \end{aligned} \right\}$$

$\Rightarrow F_T = F \frac{(a+b) \sin \varphi}{b \cos \epsilon}$	MODELLO FUNZIONALE
--	-----------------------

FRENI a NASTRO



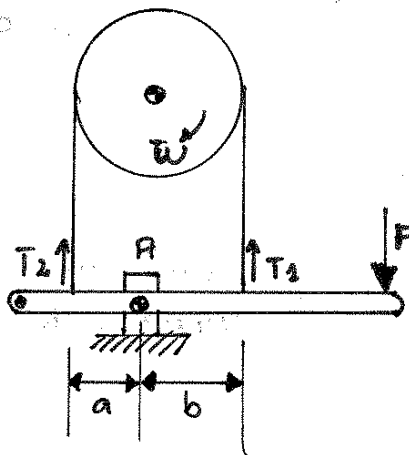
$$\phi^* = \phi_2 - \phi_1 \quad \text{ANGOLO DI SVOLGIMENTO}$$

che sottende l'arco dove c'è accoppiamento tra nastro e tamburo

$$\frac{T_2}{T_1} = e^{f\phi^*}$$

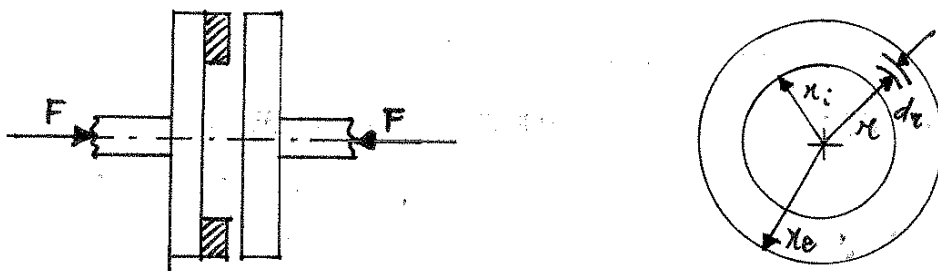
condizione di nastro e tamburo in ADERENZA

$$\frac{T_2}{T_1} < e^{f\phi^*}$$



FRENO DIFFERENZIALE

- **AUTOFRENANTE**
se $T_2 \cdot a < T_1 \cdot b$
- **AUTOBLOCCANTE**
se $T_2 \cdot a > T_1 \cdot b$



$$\delta dA \propto f \cdot p \cdot dA \cdot \omega r$$

$$p = \frac{\kappa}{r} \quad \delta = \text{const.}$$

$$F_N = \int_{r_i}^{r_e} p \cdot 2\pi r \, dr = \kappa \cdot 2\pi \int_{r_i}^{r_e} \frac{1}{r} \cdot r \, dr =$$

$$= \boxed{\kappa \cdot 2\pi (r_e - r_i) = F}$$

$$M = \int_A f \cdot p \cdot r \, dA = \int_{r_i}^{r_e} f \cdot \frac{\kappa}{r} \cdot 2\pi r^2 \, dr =$$

$$= \boxed{f \cdot \pi \cdot \kappa (r_e^2 - r_i^2) = M}$$

MOMENTO TRASMESSO
alla FRIZIONE

$$M = f \cdot F \cdot \frac{r_e + r_i}{2} \quad (1)$$

FRIZIONE
a
DISCHI
MULTIPLI

$$M = m \cdot f \cdot F \cdot \frac{r_e + r_i}{2}$$

m = numero
di superfici
attive

poiché su ogni superficie attiva viene esercitato
il momento (1)

ponendo $f' = \frac{f}{\sin \alpha}$

$$\Rightarrow M = f' \cdot F \cdot \frac{r_e + r_i}{2}$$

si vede che:

A PARITÀ DI DIMENSIONI RADII,
di materiale e di forza

UNA frizione conica
trasmette un MOMENTO MAGGIORE
rispetto ad una frizione PIANA

Come se la superficie di contatto
avesse un COEFFICIENTE VIRTUALE f'
(d'attrito)

dove $f' > f$

Se α VALORI TROPPO PICCOLI
 \Downarrow
 DIFFICOLTÀ di DISINNESTO

Giunti FISSI

↓
Accoppiamento RIGIDO tra 2 ALBERI → 1 dei quali dev'essere LIBERO ASSIALLYMENTE

1) a BUSSOLA INCHIAVETTATA

2) FLANGIATO

richiedono → ELEVATA PRECISIONE sulla COASSIALITÀ

↓
per EVITARE SOLLECITAZIONI ALTERNATE

Giunti DEFORMABILI o ELASTICI

↓
Accoppiamento per mezzo di un ELEMENTO FLESSIBILE

↓
che permettono piccoli ~~disalli~~ DISALLINEAMENTI tra alberi.

GIUNTI
ONDINEUTICI
 $\omega_1 = \omega_2$

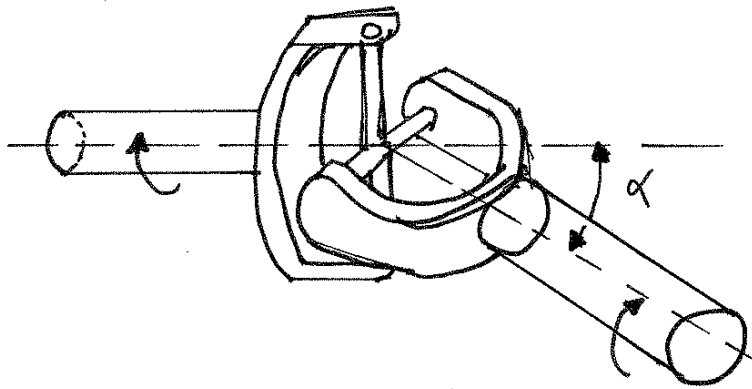
1) GIUNTI a MOLLE ELICOIDALI

2) GIUNTI a SOFFIETTO $\omega_1 = \omega_2$ ($i=1$)

3) GIUNTI a BANDA DEFORMABILE

utili per → IRREGOLARITÀ di ALLINEAMENTO
→ BRUSCHE VARIAZIONI del CARICO
→ RIDUCONO le VIBRAZIONI TRASMESSE

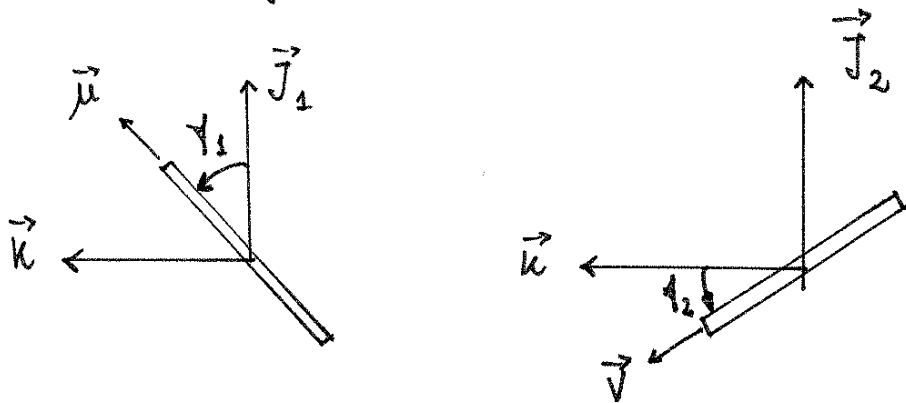
GIUNTO di HOOKE



ALBERO
FORCELLA
CROCIERA

$$\omega_1 = \frac{d\theta_1}{dt} \quad \omega_2 = \frac{d\theta_2}{dt}$$

Velocità degli alberi



$$\vec{u} = \cos\theta_1 \cdot \vec{J}_1 + \sin\theta_1 \cdot \vec{k}$$

$$\vec{v} = -\sin\theta_2 \cdot \vec{J}_2 + \cos\theta_2 \cdot \vec{k}$$

$$\vec{u} \times \vec{v} = (\cos\theta_1 \vec{J}_1 + \sin\theta_1 \vec{k}) \times (-\sin\theta_2 \vec{J}_2 + \cos\theta_2 \vec{k})$$

$$= -\cos\theta_1 \sin\theta_2 \cos\alpha + \sin\theta_1 \cos\theta_2 = 0$$

$$\Rightarrow \quad \text{tg}\theta_1 = \text{tg}\theta_2 \cos\alpha$$

RUOTE DENTATE (la coppia \Rightarrow INGRANAGGIO)

↓
permettono di TRASMETTERE il MOTO

- ASSI PARALLELI
- ASSI CONCORRENTI
- ASSI SGHEMBI

assicurano

- COSTANZA del RAPP. di TRASMISSIONE i
- FACILITÀ REALIZZATIVA e di MONTAGGIO

INGRANAGGI ELINDRICI $i = 5 \div 6$ $i_{max} = 10$

DENTI

DRITI

↓
paralleli all'asse

ELICOIDALI

↓
elicoidealmente all'asse

garantisce una TRASMISSIONE GRADUALE e DOLCE del moto.

RAPPORTO di TRASMISSIONE

$$i = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{z_2}{z_1} = \frac{r_1}{r_2}$$

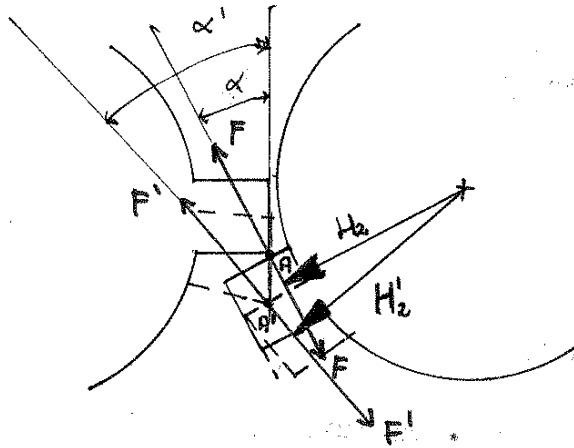
poiché $s_1 = \omega_1 \cdot \Delta t$
 $s_2 = \omega_2 \cdot \Delta t$

$i > 1$ $\omega_1 > \omega_2$ INGRANAGGIO RIDUTTORE (rapp. di riduzione coincide con i)

$i < 1$ $\omega_1 < \omega_2$ INGRANAGGIO MOLTIPLICATORE (rapp. di moltiplicazione = $\frac{1}{i}$)

PROFILO dei DENTI

Forze scambiata tra 2 DENTI con SEZIONE RETTANGOLARE



$$M_1 = F \cdot O_1H_1$$

$$M_2 = F \cdot O_2H_2$$

$$M'_1 = F' \cdot O_1H'_1$$

$$M'_2 = F_2 \cdot O_2H'_2$$

$$\frac{M_1}{M_2} = \frac{O_1H_1}{O_2H_2}$$

$$\frac{M'_1}{M'_2} = \frac{O_1H'_1}{O_2H'_2} < \frac{M_1}{M_2}$$

Il punto di contatto passa da $\Delta \rightarrow$ ad Δ'



anche la RETTA di PRESSIONE

da $\alpha \rightarrow$ ad α'

\Rightarrow la FORMA delle SUPERFICI determina la retta di azione

le distanze delle rette dai rispettivi centri

• volendo ottenere un $i = \text{cost.}$



è NECESSARIO avere PROFILI di DENTI

che generino una retta di azione

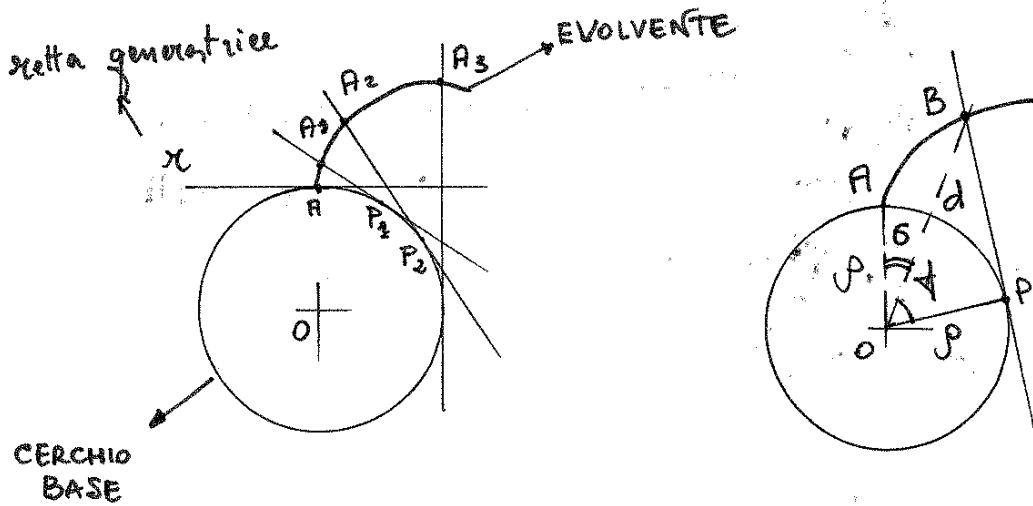
la cui distanza da O_1 e O_2

NON VARI

PROFILO ad EVOLVENTE di CERCHIO

↓
 componente di ottenere la costante:

- 1) del RAPPORTO delle COPPIE
- 2) delle VELOCITA'



$$\left. \begin{aligned} AP &= BP \\ AP &= p(\beta + \gamma) \\ BP &= p \operatorname{tg} \gamma \end{aligned} \right\}$$

⇓

$$\beta = \operatorname{tg} \gamma - \gamma = ev \gamma$$

$$\begin{aligned} p &= d \cdot \cos \gamma \\ d &= \frac{p}{\cos \gamma} \end{aligned}$$

LUOGO dei contatti ($H_1 H_2$)

↓

luogo all'interno del quale
 deve avvenire il contatto tra le evolventi
 affinché sia corretto

$$\kappa_1 = \frac{p_1}{\cos \alpha} \quad \kappa_2 = \frac{p_2}{\cos \alpha}$$

Se i CENTRI delle ruote vengono ALLONTANATI

▷ RAPP. di TRASMISSIONE NON CAMBIA

$$\left. \begin{aligned} i &= \frac{\kappa_2}{\kappa_1} = \frac{p_2}{\cos \alpha} \cdot \frac{\cos \alpha}{p_1} = \frac{p_2}{p_1} \\ i' &= \frac{\kappa'_2}{\kappa'_1} = \frac{p_2}{\cos \alpha'} \cdot \frac{\cos \alpha'}{p_1} = \frac{p_2}{p_1} \end{aligned} \right\} \Rightarrow i \equiv i' = \frac{p_2}{p_1} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{Z_2}{Z_1}$$

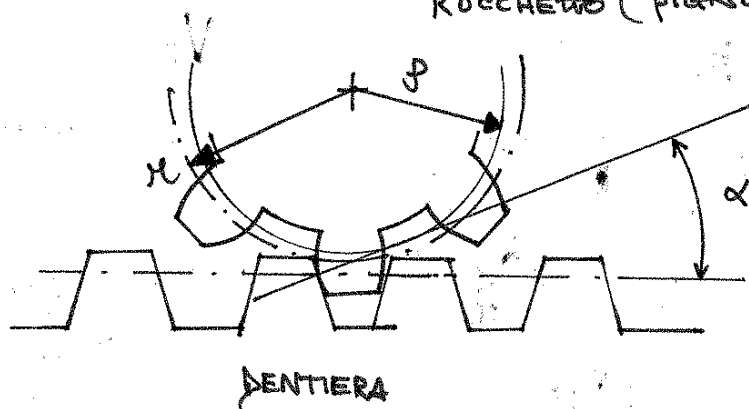
INGRANAGGIO

ROCCHETTO - DENTIERA

RAPP. di TRASH. i ha VALORE ∞

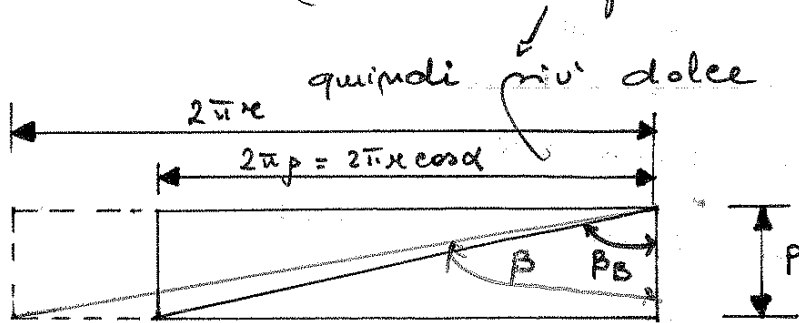
DENTIERA → posizione ruote come ruote DENTISTE LIMITE
dove i RAGGI → ∞

ROCCHETTO (PIGNONE)



RUOTE a DENTI ELICOIDALI

↓
 l' accoppiamento tra i 2 DENTI avviene in maniera progressiva

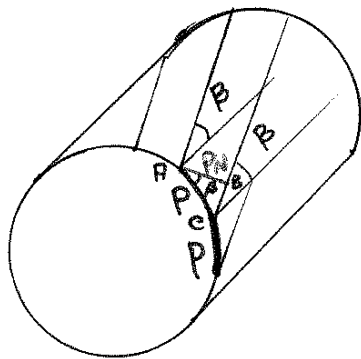


β_B : inclinazione dell' elica sul cilindro di base.
 β : inclinazione dell' elica sul cilindro primitivo

$$2\pi x \cdot \cos \alpha = p \cdot \operatorname{tg} \beta_B$$

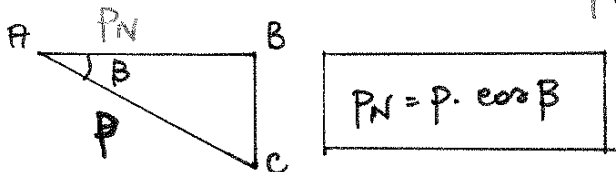
$$2\pi x = p \cdot \operatorname{tg} \beta$$

$$\Rightarrow \operatorname{tg} \beta_B = \operatorname{tg} \beta \cdot \cos \alpha$$



cilindro primitivo
 $p =$ PASSO dei denti
 (PASSO FRONTALE)
 poiché è quello che vedo osservando di fronte la ruota

$p_N =$ PASSO NORMALE

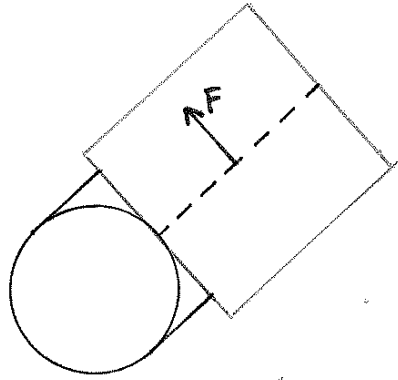


$$p_N = p \cdot \cos \beta$$

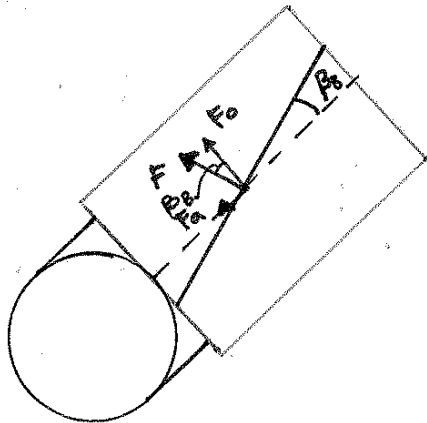
$$\left. \begin{aligned} m &= \frac{p}{\pi} \\ m_N &= \frac{p_N}{\pi} \end{aligned} \right\} \Rightarrow m_N = m \cdot \cos \beta$$

tutto questo incide anche sull' ANGOLO DI PRESSIONE

FORTE SCAMBIASTE



DENTI DIRTI



(vista
prospettiva)
?

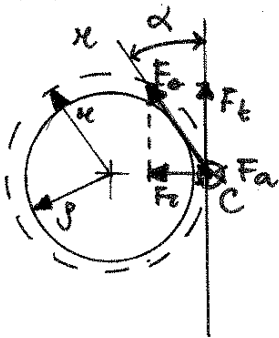
$F_a \rightarrow$ componente
ASSIALE

↓
SPINGE le RUOTE
VERSO il PROPRIO
ASSE

⇓
l'ASSE deve avere quindi
dei CUSCINETTI
REGGI SPINTA

$F_t \rightarrow$ si riferisce alla coppia C_t
con il raggio primitivo

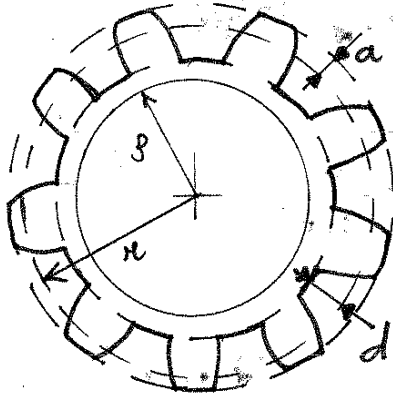
vista
frontale



$F_a = F \sin \beta_B$	$F_o = F \cdot \cos \beta_B$
$F_t = F_o \cdot \cos \alpha = F \cdot \cos \beta_B \cdot \cos \alpha$	
$F_r = F_o \cdot \sin \alpha = F \cdot \cos \beta_B \cdot \sin \alpha$	

3 espressioni delle componenti
delle forze

CRITERI COSTRUTTIVI RUOTE DENTATE



SUPERFICI CONIUGATE
delimitate

- interno
TRONCATURA INTERNA
- esterno
TRONCATURA ESTERNA

PROPORZIONAMENTO MODULARE



GARANTISCE l'INTERCAMPABILITA' delle RUOTE DENTATE

dimensioni del dente → sono funzione di una quantità: il MODULO

$$m = \frac{p}{\pi}$$

MODULO DELLA DENTATURA [mm]

ADDENDUM → distanza tra T.E - cilindro PRIMITIVO

$$a = m = \frac{p}{\pi}$$

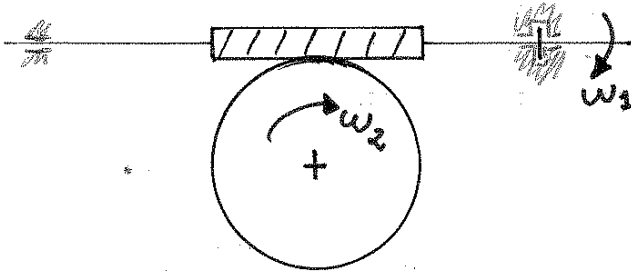
DEDENDUM → distanza tra cilindro PRIMITIVO - T.I.

$$d = 1,25 m$$

$$\Rightarrow a + d = 2,25 m$$

INGRANAGGIO VITE SENZA FINE - RUOTA ELICOIDALE

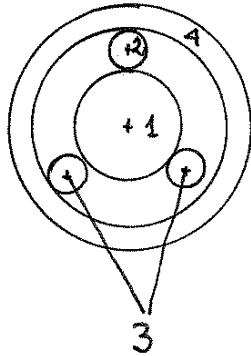
• ASSI PERPENDICOLARI
NON COMPLEMENTARI



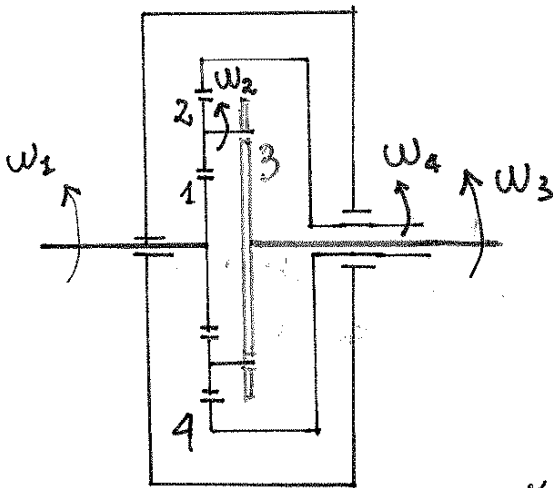
NUMERO di PRINCIPI Z_1

$$i = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{Z_2}{Z_1}$$

ROTISMI EPICICLOIDALI



- ① SOLARE → ASSE FISSO
- ② SATELLITE → ASSE MOBILE
- ③ PORTATRENO → ASSE coincidente con quello della CORONA
- ④ CORONA → ASSE FISSO

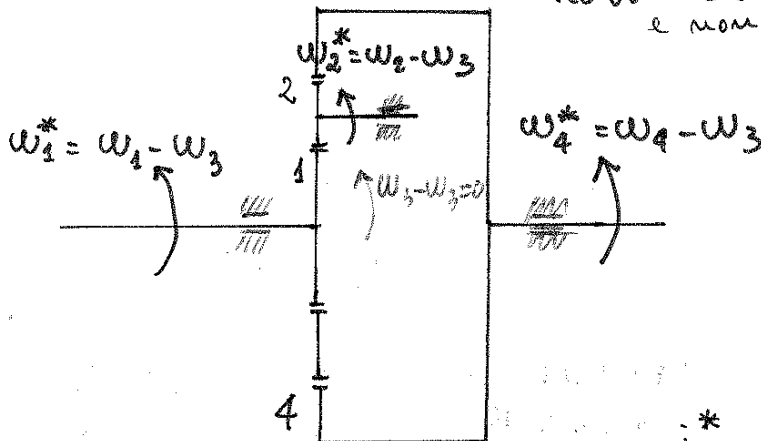


Bloccando il PORTATRENO

rendo il rotismo ORDINARIO

rispetto al PORTATRENO

MOTO RELATIVO al PORTATRENO e non moto assoluto



$$i^* = \frac{\omega_1^*}{\omega_4^*}$$

$$i^* = -\frac{z_2}{z_1} \cdot \frac{z_4}{z_2} = -\frac{z_4}{z_1}$$

$$i^* = \frac{\omega_1^*}{\omega_4^*} = \frac{\omega_1 - \omega_3}{\omega_4 - \omega_3} = -\frac{z_4}{z_1}$$

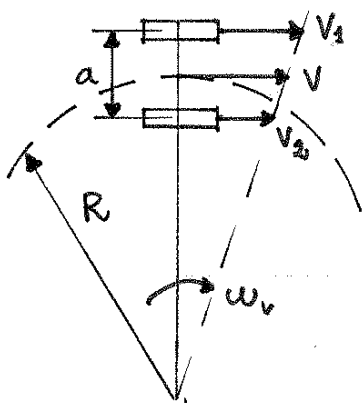
FORMULA di WILLIS

(ogni rotismo epicicloidale ha la sua formula di WILLIS)

Stabilisce relazione tra le 3 velocità assolute del rotismo

48 ROTISNO EPIEROLOIDALE
ha 2 IMPORTANTI PROPRIETA':

- 1) consente di combinare variamente due velocità in ingresso per ottenere 1 in uscita.
- 2) annullando un grado di libertà si ottiene un RIDUTTORE di VELOCITA'



$$V = \omega_v \cdot R$$

$$V_1 = \omega_v \left(R + \frac{a}{2} \right) = \frac{V}{R} \left(R + \frac{a}{2} \right)$$

$$V_2 = \omega_v \left(R - \frac{a}{2} \right) = \frac{V}{R} \left(R - \frac{a}{2} \right)$$

essendo $V_1 = \omega_1 \cdot r$ e $V_2 = \omega_2 \cdot r$

$$\Rightarrow \Omega = \frac{\omega_1 + \omega_2}{2} = \frac{V_1 + V_2}{2r}$$

\Downarrow

$$\Omega = \frac{1}{2r} \cdot \frac{V}{R} \left(R + \frac{a}{2} + R - \frac{a}{2} \right)$$

\Downarrow

$\Omega = \frac{V}{R}$	VELOCITA' ANGOLARE del PONTASTRENO
------------------------	--

in CURVA \rightarrow SATELLITI \rightarrow rotazione intorno al proprio asse

in RETTILINEO \rightarrow SATELLITI \rightarrow moto di RIVOLUZIONE intorno all'ASSE dei SOLARI



DIFFERENZIALE ~~ISOMETRICO~~ ISIMMETRICO



RIPARTIZIONE NON SIMMETRICA



poiché i SOLARI hanno DIVERSO NUMERO di DENTI

$$\frac{\omega_1 - \Omega}{\omega_2 - \Omega} = - \frac{z_2}{z_1} \quad \text{formule di WILLIS}$$

$$\Omega = \frac{\omega_1 z_1 + \omega_2 z_2}{z_1 + z_2}$$

VELOCITA' del PORTATRENO

$$\Rightarrow e_1 z_2 (\omega_1 - \omega_2) - e_2 z_1 (\omega_1 - \omega_2) = 0$$



$$\frac{e_1}{e_2} = \frac{z_1}{z_2}$$

RAPPORTO delle COPPIE AGENTI

per QUALUNQUE VELOCITA' delle RUOTE

$$90\% W_R = w$$

$$t^* = -\frac{I}{k} \ln\left(1 - \frac{0,9 W_R}{w_R}\right) = -\frac{I}{k} \ln(0,1)$$

$$\tau = \frac{I}{k} \quad \text{costante di tempo del sistema}$$

RIDUZIONE di VELOCITA'

$$j = \frac{\omega_1}{\omega_2}$$

ROTORE



RIDUTTORE



UTILIZZATORE



~~MOT~~ SISTEMI a REGIME PERIODICO

$\Delta E_e = 0$ in istanti di tempo
di durata T

Variatione periodica di velocità
↓

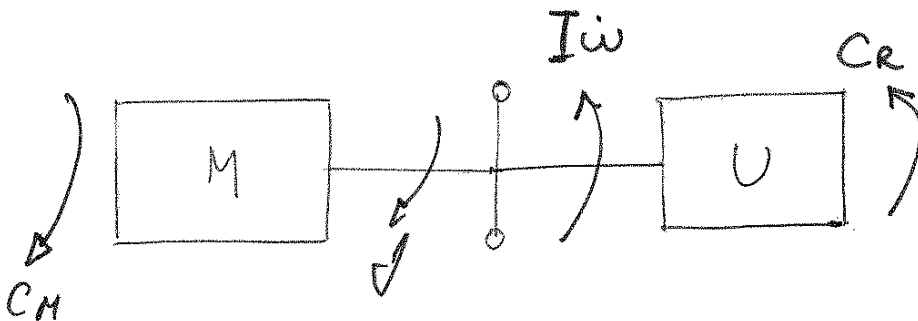
genera SOLLECITAZIONI DINAMICHE
delle STRUTTURE

si utilizza un VOLANO

- ridurre VARIAZIONI di VELOCITÀ
- ~~PER~~ REGOLARIZZARE il MOTO

dotato di: • GRANDE MOMENTO d'INERZIA

esso è un ACCUMULATORE di ENERGIA CINETICA
che cederà \downarrow quando richiesto



$$L_m = \int_0^{\Phi} C_m d\theta = C_{m \max} \cdot \Delta_1$$

$$L_v = - \int_0^{\Phi} C_v d\theta = - \Phi C_r$$

$$\boxed{\text{re } \eta = 1}$$

$$C_{m \max} = C_r \frac{\Phi}{\Delta_1}$$

MAGGIORE e^- I del VOLTSNO,
 MINORE scaric i

$$i = \frac{(C_{m \max} - C_r) \Delta_1}{I \omega_{med}}$$

RIGIDITÀ EQUIVALENTE

può ridurre un sistema a una singola rigidità k

• SERIE $\rightarrow k_e = \frac{k_1 k_2}{k_1 + k_2}$

• PARALLELO $\rightarrow k_e = k_1 + k_2$

§ SISTEMI TORSIONALI

DISCO $\rightarrow I$
 ALBERO $\rightarrow \left. \begin{array}{l} l \\ d \\ G \end{array} \right\}$

$$C = \frac{G \cdot J}{l} \cdot \varphi$$

dove $J =$ inerzia polare dell'albero

$k = \frac{C}{\varphi}$ \rightarrow coppia applicata
 φ \rightarrow rotazione ottenuta

$$\Rightarrow k = \frac{G \cdot J}{l}$$

$$\boxed{I \ddot{\varphi} + k \varphi = 0}$$

eq. me del moto del disco.

$\zeta > 1$ SOVRASMORTAMENTO

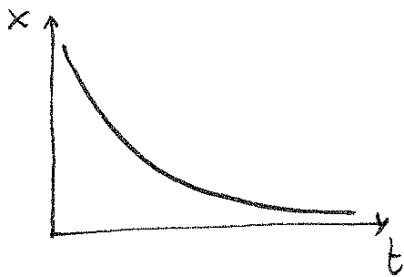
$\zeta < 1$ SOTTOSMORTAMENTO

$\zeta = 1$ SMORTAMENTO CRITICO

SOVRASMORTAMENTO

$\zeta > 1$

$$x = e^{-\zeta \omega_n t} \left(a e^{\left(\sqrt{\zeta^2 - 1}\right) \omega_n t} + b e^{-\left(\sqrt{\zeta^2 - 1}\right) \omega_n t} \right)$$



MOTO APERIODICO

NON C'E' ACCENNO ALL' OSCILLAZIONE

SOTTOSMORTAMENTO

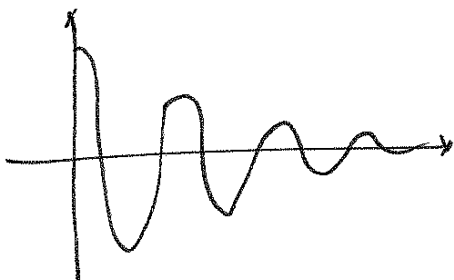
$\zeta < 1$

$$x = x_0 \left(e^{-\zeta \omega_n t} \right) \sin(\omega_s \cdot t + \varphi_0)$$

è quella che mi fa avere un (limitazione esponenziale)

$$\omega_s = \omega_n \sqrt{1 - \zeta^2} < \omega_n$$

PULSAZIONE del SISTEMA SMORTATO



$$T = \frac{2\pi}{\omega_s}$$

$T > T(\omega_n)$

↓
sistema sotto smortamento

Energia DISSIPATA dallo SMORZAMENTO
 in un ciclo

$$(E_E)_i = \frac{1}{2} k \cdot x_i^2$$

$$(E_E)_{i+1} = \frac{1}{2} k \cdot x_{i+1}^2$$

$$\Delta E_E = (E_E)_i - (E_E)_{i+1} = \frac{1}{2} k \cdot (x_i^2 - x_{i+1}^2) = \frac{1}{2} k \cdot (x_i - x_{i+1})(x_i + x_{i+1})$$

ENERGIA
DISSIPATA
SPECIFICA

$$\frac{\Delta E_E}{(E_E)_i} = 1 - e^{-2\beta}$$

se non c'è smorzamento \Rightarrow non c'è energia dissipata

=> si studia solo x_p (RISPOSTA a REGIME)

$$x_p = x_0 \cos(\Omega t - \varphi)$$

dove φ è lo SFASAMENTO dovuto allo SMORTAMENTO

LUBRIFICAZIONE IDROSTATICA

↓
se la distribuzione di pressione necessaria a sopportare il carico è ottenuta con SORGENTE ESTERNA di PRESSIONE

LUBRIF. IDRODINAMICA

↓
se la DISTRIB. di PRESSIONE si realizza in conseguenza dello STRASCINAMENTO del FLUIDO da una delle 2 superfici

PARAMETRI ESSENTIALI :

- VISCOSITA' del FLUIDO
- VELOCITA' RELATIVA delle superfici coniugate

↓
se è troppo bassa (avvicinamento) non si può avere sost. IDRODINAMICO, ma si ricorre a fase iniziale a LUBRIF. IDROSTATICA

POMPA che invia FLUIDO nelle zone tramite un circuito di lubrificazione, del quale viene ASPORTATO il CALORE PRODOTTO

LE SCORTE
CINEMATICA

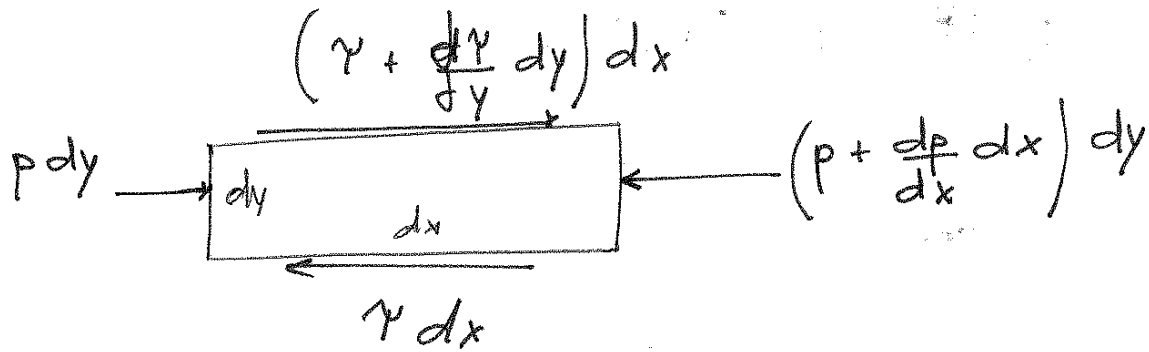
$$V = \frac{u}{\rho}$$

$$\left[\frac{m}{s} \right]$$

LIQUIDI e GAS \rightarrow $\sqrt{\text{AUMENTA}} = \underline{\underline{P}}$ AUMENTA

GAS \rightarrow T AUMENTA \rightarrow P AUMENTA

LIQUIDI \rightarrow T AUMENTA \rightarrow P DIMINUISCE



$$\rightarrow + \quad p dy - (p + \frac{dp}{dx} dx) dy - \gamma dx + (\gamma + \frac{d\gamma}{dy} dy) dx = 0$$

$$\Rightarrow \quad \frac{dp}{dx} = \frac{d\gamma}{dy}$$

sapendo che $\gamma = \mu \frac{du}{dy}$

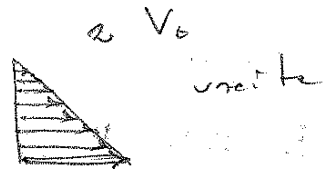
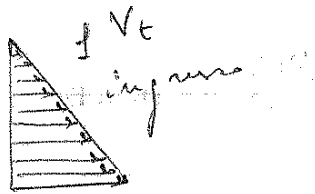
$$\Rightarrow \quad \frac{dp}{dx} = \mu \frac{d^2 u}{dy^2}$$

$$1^a \int \quad \frac{du}{dy} = \frac{1}{\mu} \frac{dp}{dx} y + c_1$$

$$2^a \int \quad u = \frac{1}{2\mu} \frac{dp}{dx} y^2 + c_1 y + c_2$$

ricavando c_1 e c_2 per $y=0 \Rightarrow u=U$
 per $y=h \Rightarrow u=0$

Portata Q dovuta al trascorrimento
 sezione d'ingresso
 portate sezione d'uscita



$$\frac{dp}{dx} > 0$$



$$\frac{dp}{dx} < 0$$



$$Q = \frac{V h_0}{2}$$

Eq. di REYNOLDS

$$\frac{dp}{dx} = \frac{6\mu U}{h^3} \left(1 - \frac{h_0}{h} \right)$$

$$p - p_a = \int_0^x \frac{6\mu U}{h^3} \left(1 - \frac{h_0}{h} \right) dx$$

FORZA TANGENZIALE

$$F_T = - \int_0^L (\tau)_{y=0} dx = - \int_0^L \mu \frac{d}{dx} \left(\frac{du}{dy} \right)_{y=0} dx$$

$$\psi_T = \int_0^1 \left(\frac{4}{y} - \frac{3y_0}{y^2} \right) dx$$

$$F_T = \frac{\mu U L}{h e} \psi_T$$

COEFF. d'attrito

$$f = \frac{F_T}{F_N} = \frac{\psi_T}{\psi_N} \cdot \frac{h e}{L} = \frac{\psi_T}{U \psi_N} \sqrt{\frac{\mu U}{F_N}}$$