NUMERO : 86

DATA : 28/04/2011

APPUNTI

STUDENTE : Alessio

MATERIA : Fondamenti di Macchine + Esercizi
Prof. Casalino

FONDAMENTI DI MACCHINE

teoria

11/10/10

Prof. Casalino => tel interno 4453 , email : lorenzo casalino @polito.it
Prof. Pastrone -> esercitatore

Materiale

- Beccari ; Clut
  Macchine , Vol I → turbomacchine
- Colosurdo
  Dispense disponibili al centro stampa → motori alternativi
- Hill-Peterson
  Mechanics and Thermodynamics of Propulsion (cap. 7, 8, 9)

Esame

Argomento d'esame: lezioni
Esercitazioni -> non richieste espressamente all'esame

Esame orale -> 2/3 domande ($\frac{1}{2}$h di colloquio)

MACCHINA $\overset{def}{=}$ insieme di organi, alcuni dei quali fissi e alcuni dei quali mobili, che serve a scambiare lavoro

lavoro => prodotto qnd una forza cambia il suo pt di applicazione
$L = F \cdot s$ (forza nella direzione del moto)

Diversi tipi di macchine:
- elettriche -> en. elettrica usata per mettere in moto qcs (motore)
  opp. movim. usato per produrre en. elettrica (dinamo)
- a fluido (argomento di qst corso) -> scambio di lavoro tra uno o più organi mobili della macchina e un fluido (aria, acqua, gas prodotti da una combustione, vapore, ...)

fluido
- liquido → <u>macchine idrauliche</u>
- gas, vapore } <u>macchine termiche</u> (fare lavoro su un gas/vapore comporta in genere variaz. della sua temperatura)

- ....

- Macchine
  - <u>operatrici</u> → macchina fa lavoro su fluido (es. compressore, turbopompe, ventilatore)
  - <u>motrici</u> → fluido fa lavoro su macchina (es. turbine, motori alternativi)

①

RICHIAMI DI TERMODINAMICA

Primo principio della termodinamica

forma lagrangiana -> applicata ai sistemi chiusi (adatta a macchine volumetriche)
↑
i principi si applicano a qm !!!

1ª cosa da fare : evidenziare il sistema a cui applicare il principio (nelle macchine a fluido il sist. e' sempre il fluido)

Sist. chiusi -> determinato da una certa qtità di materia che qll e' e qll rimane

Studiamo l'evoluzione tra un certo istante iniziale ed un certo istante finale. Per far qst serve il 1° princ della termodinamica :

> "la qtità di energia che noi diamo al nostro sistema non va persa, ma rimane all'interno del sistema stesso"

-> se mio sist. aveva una certa en. iniziale -> la sua en finale e' en. iniziale + qll che io gli ho dato (conservaz. dell'energia)

calore ceduto da esterno a sistema + lavoro da esterno a sistema = variaz. energia del sistema

(macchina per noi)

$$\boxed{Q_e + L_e = \Delta \mathcal{E} = \mathcal{E}_{\underset{2}{\text{finale}}} - \mathcal{E}_{\underset{1}{\text{iniziale}}}}$$

Calore e lavoro sono 2 modi per trasmettere energia:
- calore -> in modo disordinato
- lavoro -> in modo ordinato

es. stantuffo sale nel cilindro -> tutte le particelle che sbattono contro lo stantuffo ricevono una spinta verso l'alto in maniera ordinata (nella stessa direz.)

es. scaldo il mio cilindro (stantuffo fermo) -> molecole della fiamma sbattono disordinatam. contro gli elettroni del metallo del cilindro -> qnd esso sbatte contro il cilindro viene spinta in varie direzioni

-> l'effetto e' lo stesso nei 2 casi: ma qst 2 casi fanno in modo che al fluido succedono 2 cose diverse -> ci sara' un 2° principio.

Se gas non ideale → posso fare 2 cose:

a) uso un opportuno c_v medio

b) se ho dei vapori devo usare delle mappe (es. diagramma di Mollier per avere entalpia in funz. di p e T)

- c = vel. del fluido → en. cinetica per unità di massa:

$$E_c = \frac{c^2}{2}$$

- $$E_g = \overset{9{,}81\ m/s^2}{\boxed{g}}\,\boxed{z} \leftarrow \text{altezza}$$

lavoro fatto per unità di massa per uno spostam. dalle forze gravitaz.

N.B. per gas / vapori → macchine termiche:

E_g piccola rispetto alle altre → trascurabile

nei liquidi non è invece così

- Sist che ruota con una certa vel ang. ω:

$$\cdot \curvearrowleft \omega \qquad \frac{F_{cf}}{m} = \omega^2 r \rightarrow E_{cf} = \underset{\substack{\uparrow \\ \text{lavoro} \\ \text{cambiato} \\ \text{di segno}}}{\ominus} \frac{\omega^2 r^2}{2}$$

Turbomacchine:

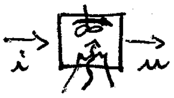
corrente che attraversa la macchina in modo continuo

→ non si usa la formulaz. del 1° princ. in forma lagrangiana perchè per farlo bisognerebbe considerare tutti gli scambi che ogni particella ha avuto con ciò che le sta vicino in termini di lavoro ed energia $\underset{\sim}{u}$

→ altro pt di vista

Forma euleriana del 1° princ. (per sistemi aperti)

→ si considera non un certo vol. di fluido ma un certo vol. di controllo attraverso cui passa il fluido



all'interno del vol. di controllo possono esserci organi mobili che scambiano lavoro (es ventilatori) e per es riscaldatori che cedono calore al flusso.

Per ricavare la forma Euleriana dobbiamo partire dalla forma lagrangiana, scegliendo opportunam. un sistema da cui partire.

$$dV = dm \cdot \underset{\substack{\uparrow \\ \text{volume} \\ \text{specifico}}}{\textcircled{v}}$$

Mettendo tutto nell'espressione del 1° Princ. e dividendo per dt, si ottiene:

$$\boxed{\dot{Q}_e + P_i = \frac{d\int \rho E dV}{dt} + \frac{dm_u}{dt}\left(U + pv + E_{c,g,cf}\right)_u + - \frac{dm_i}{dt}\left(U + pv + E_{c,g,cf}\right)_i}$$

1° princ. in forma euleriana

= "il calore che diamo al vol. di controllo nell'unità di tempo va a variare l'energia del vc o va a variare l'en del fluido in uscita rispetto a qll di ingresso" (conservaz. dell'energia)

<u>Condizione di moto permanente / stazionario</u>

In ogni pt le grandezze rimangono cost

(condiz tipica di funzionam. delle turbomacchine a regime)

1) → tutte le derivate rispetto al tempo sono nulle, in particolare noi non considereremo mai il termine $\cancel{\frac{d\int \rho E dV}{dt}}$

2) → si conserva anche la massa del vc

cioè $\frac{dm_i}{dt} = \frac{dm_u}{dt} = \underset{\substack{\uparrow \\ \text{portata} \\ \text{in massa} \\ = \text{q.tità} \\ \text{di fluido} \\ \text{che attraversa} \\ \text{il vc nella} \\ \text{unità di tempo}}}{\textcircled{\dot{m}}}$

→ la formulazione che useremo (una delle formulaz.) deve tener conto anche che; non è detto che il fluido entri tutto nelle stesse condiz. ed esca nelle stesse condiz. (es più ingressi → H_2O calda + H_2O fredda):

$$\boxed{\dot{Q}_e + P_i = \sum_{k_u=1}^{m_u} \dot{m}_{uk_u}\left(U + pv + E_{c,g,cf}\right) + - \sum_{k_i=1}^{m_i} \dot{m}_{ik_i}\left(U + pv + E_{c,g,cf}\right)}$$

caso particolare: un solo ingresso e una sola uscita:

$$\boxed{\dot{Q}_e + P_i = \dot{m} \underset{\uparrow}{\textcircled{\Delta}}\left(U + pv + E_{c,g,cf}\right)}$$

variaz. tra u e i → variaz. nello spazio e non nel tempo!

⑦

I 2 principi possono essere combinati tra loro!

Forma mista del 1° Principio della termodinamica

Usando la forma differenziale:

$$dQ_e + dL_e = du + dE_{c,g,cf} \qquad \text{(forma lagrangiana)}$$

$$dQ_e + dL_i = di + dE_{c,g,cf} \qquad \text{(forma euleriana)}$$

$$\Downarrow$$

$$\boxed{\begin{aligned} dL_e &= -p\,dv + dE_{c,g,cf} + dL_w \\ dL_i &= v\,dp + dE_{c,g,cf} + dL_w \end{aligned}}$$

- per comprimere un fluido opp. acc. c'è bisogno di lavoro, il calore non serve
- non sempre serve lavoro! posso ottenere en. cinetica con variaz. di volume o di quota
  comq. perdiamo qcs! (a meno che $dL_w = 0$)
  bisogna vincere le resistenze passive e le energie esterne

Il fluido evolve, in modi differenti → trasform. tipiche: (gas perfetto ideale)

- trasformaz. isentropica → $S = cost$

$$TdS = c_p\,dT - v\,dp \rightarrow dS = c_p\frac{dT}{T} - v\frac{dp}{T}$$

$\frac{v}{T} = \frac{R}{p}$ per l'eq. di stato → $dS = c_p\frac{dT}{T} - R\frac{dp}{p}$

integrando → $\Delta S = 0 = c_p \ln\frac{T_2}{T_1} - R\ln\frac{p_2}{p_1}$

dividiamo per R:

$$\frac{c_p}{R}\ln\frac{T_2}{T_1} - \ln\frac{p_2}{p_1} = 0$$

usando le proprietà dei logaritmi: $\ln\left[\frac{(T_2/T_1)^{c_p/R}}{p_2/p_1}\right] = 0$

$c_p - c_v = R$, $\frac{c_p}{c_v} = \gamma$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{p_2}{p_1} = \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}} \qquad \left(\frac{\gamma}{\gamma-1} = \frac{c_p}{R}\right)$$

$$\boxed{\frac{p_2}{p_1} = \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^{\gamma}}$$

eq. di stato

$$\boxed{\frac{v_1}{v_2} = \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}}}$$

2° Princ. non distingue tra calore ed L_w (e' più o meno così)
solo che:

- scambio di calore → avviene con l'esterno
- attrito avvengono con l'interno, tendono a far aumentare la temp. a scapito di altre forme di energia (es. en. cinetica)

in ogni caso ho cmq un aumento di T.

Pt di vista Euleriano, ipotesi di moto permanente

$$\Rightarrow Q_e + L_i = \Delta i + \Delta E_c + \Delta E_{g,cf}$$

Consideriamo un fluido un gas perfetto ideale e ci mettiamo in un riferim. fisso (non rotante) in cui non ci sono forze centrifughe

$$\Rightarrow Q_e + L_i = \overset{\Delta i}{\boxed{c_p \Delta T}} + \Delta E_c$$

Trasform. e macchina sono adiabatiche → $Q_e = 0$

$$\Rightarrow \underset{1° \text{ princ.}}{\boxed{L_i = c_p \Delta T + \Delta E_c}}$$

la useremo per lo studio di compressori e turbine

= "se forniamo lavoro aumentano temp. ed en. cinetica"

Turbomacchine → ΔE_c grande e non trascurabile

MA all'inizio considereremo la nostra equaz. in assenza di ΔE_c

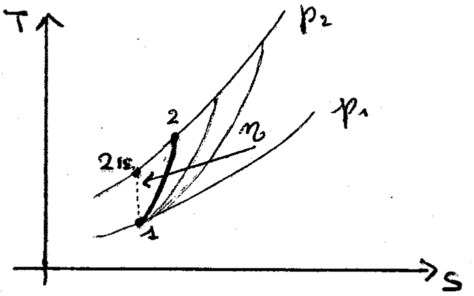
$$\Rightarrow \underset{1° \text{ princ.}}{\boxed{L_i = c_p \Delta T = \Delta i}}$$

caso semplice ($\Delta E_c = 0$)

Compressione

$L_i = L_c > 0$

1 ingresso nel volume
2 uscita dal volume $\Big\} \rightarrow L_c = c_p (T_2 - T_1)$



N.B. le isobare divergono

$L_c > L_{c\,is}$ (sempre!)

perché $\underset{\substack{\uparrow \\ \text{perdite} \approx \text{fornitura di calore}}}{T_2} > T_{2is}$

Trasf. adiab. → $L_w \geq 0$, $Q_e = 0$; assumiamo $L_w > 0 \rightarrow 2$ ($\Delta S > 0$)

se avessimo avuto $L_w = 0 \Rightarrow 2is.$ (is = isentropico) ($\Delta S = 0$)

$L_c = c_p (T_2 - T_1)$; $L_{c_{is}} = c_p (T_{2is} - T_1)$

N.B. 2_{is} e' univoco, 2 no! (e' un qualunque pt su quell'isobara p_2)

in particolare si ha che:

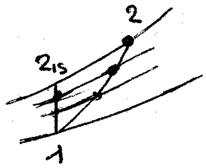
$$L_c - L_w = \frac{m}{m-1} R T_1 \left(\beta^{\frac{m-1}{m}} - 1\right) = \int_1^2 v\,dp$$

$$L_{c_{is}} = c_p T_1 \left(\beta^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1\right) = \int_1^{2is} v\,dp \leftarrow L_w = 0$$ perché caso isentr.

qst 2 integrali sono diversi, in particolare:

$$\int_1^2 v\,dp > \int_1^{2is} v\,dp \rightarrow L_c - L_w > L_{cis}$$

A parità di pressione, il volume nella trasf reale è sempre maggiore del volume nella trasf isentr.



perdite → T aumenta
$p = cost$ } V aumenta
↓
$$\int_1^2 v\,dp > \int_1^{2is} v\,dp$$

Ricavo quindi il lavoro di compressione:

$$L_c = L_{c_{is}} + L_w + \underbrace{\left(\int_1^2 v\,dp - \int_1^{2is} v\,dp\right)}_{L_{cR}}$$

= lavoro di controrecupero = lavoro che devo fare in più rispetto alle perdite, causato dall'aumento di volume, dovuto alle perdite stesse

N.B. L_{cR} tende a zero tanto più β tende a 1 (β piccolo) opp quando il volume non dipende dalla temperatura (es. liquido $\rightarrow L_{cR} = 0$ $\rightarrow \eta_c = \eta_{yc}$ → rendimento politropico si chiama anche rendim. idraulico)

↙ rendim. di piccolo stadio

N.B. gas $\eta_c < \eta_{yc}$

18/10/10

Espansione adiabatica

Simile alla compressione

$Q_e = 0$ $\Delta E_{c,g,cf} = 0$

1° Princ (forma euleriana): $L_i = \Delta i = c_p \Delta T$

Turbina: $L_i < 0$ (lavoro fatto dal fluido)

$$\boxed{L_t} = -L_i = -\Delta i = -c_p \Delta T$$

lavoro di turbina = lavoro di espansione

$L_t + L_w = \int_4^3 v\,dp \quad \rightarrow \quad \int_4^3 v\,dp > \int_{4is}^3 v\,dp$

$L_{tis} = \int_{4is}^3 v\,dp$

quindi $L_t = L_{tis} - L_w + \underbrace{\left(\int_4^3 v\,dp - \int_{4is}^3 v\,dp\right)}_{L_R > 0}$

= lavoro di recupero
un po' delle perdite vengono recuperate; durante l'espansione il mio volume è leggerm. > di qll che avrei se le perdite non ci fossero

N.B. β piccolo opp liquido incomprimibile
→ $L_R \rightarrow 0$

Dobbiamo però reintrodurre le variazioni di energia cinetica nel nostro discorso!!!

Introduciamo prima le GRANDEZZE TOTALI / D'ARRESTO

Immaginiamo un fluido che si trasforma senza scambiare calore e senza scambiare lavoro-

→ $Q_e = L_i = 0$ (es. ugello opp. corrente libera)

fluido leggero (gas, no H_2O)

no campi centrifughi (riferim fisso) → $\Delta E_g = 0$ $\Delta E_{cf} = 0$

Per qst flusso

$\boxed{\Delta i + \Delta E_c = 0}$

1 = inizio
2 = fine → $i_2 - i_1 + \frac{c_2^2 - c_1^2}{2} = 0$ → $i_2 + \frac{c_2^2}{2} = i_1 + \frac{c_1^2}{2}$

(qll che ho all'inizio ho anche alla fine)

$i + \frac{c^2}{2} = i^0$ entalpia totale (d'arresto)

è il valore a cui giungerebbe i se c andasse a zero → entalpia d'arresto

$i = i^0$ se $c = 0$

N.B. arresto adiabatico e senza scambio di lavoro
(l'entalpia tot si conserva se non c'è lavoro, se no lavoro = variaz. di i^0)

N.B. gas perfetto ideale $i = c_pT$ $\left(T^0 = T + \frac{c^2}{2c_p}\right)$

$i^0 = c_pT^0$ dove T^0 temp. totale (d'arresto)

Le grandezze tot si possono scrivere in funz. del n° di Mach:

$$M = \frac{c}{c_{suono}} \qquad c_{suono} = c_s = \sqrt{\gamma \frac{p}{\rho}} = \sqrt{\gamma R T}$$

dipende da p e ρ
→ per un gas
ideale dipende
da T

$$T^\circ = T + \frac{C^2}{2c_p} = T\left(1 + \overbrace{\frac{C^2}{2\frac{\gamma}{\gamma-1}RT}}^{M^2}\right) = T\left(1 + \frac{\gamma-1}{2}M^2\right)$$

$$p^\circ = p\left(1 + \frac{\gamma-1}{2}M^2\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \leftarrow \text{isentropica}$$

$$L_w = 0 \rightarrow p^\circ = cost$$

$$L_w > 0 \rightarrow p^\circ \downarrow$$

$\boxed{21/10/10}$

Useremo le grandezze tot per:

- scrivere il lavoro nelle turbomacchine ($\Delta E_c \neq 0$)
- scrivere la portata che passa in una data sezione

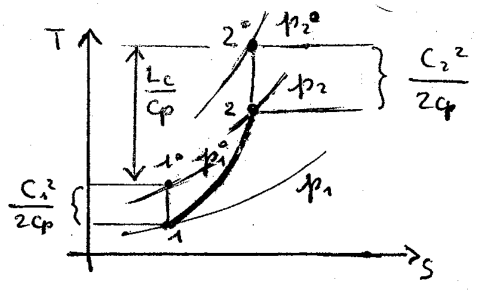
Lavoro nelle turbomacchine → $\Delta E_c \neq 0$

Ipotesi:

- moto stazionario
- gas perfetto (vale lo stesso discorso per il vapore) → $\Delta E_g \simeq 0$
- riferim. fisso → $\Delta E_{cg} = 0$
- macchina adiabatica

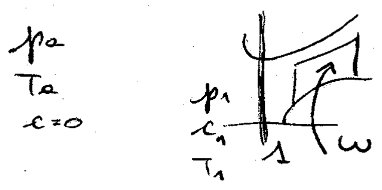
COMPRESSORE:

$$L_c = c_p(T_2 - T_1) + \frac{C_2^2 - C_1^2}{2} = c_p(T_2^\circ - T_1^\circ)$$



Compressore:
prende aria ferma a $p_{amb.}$, $T_{amb.}$; il fluido deve acc. per entrare nel compressore → alla bocca del compressore il fluido avrà $c_1 \neq 0$, p_1, T_1

Nel passare da amb ad 1, il fluido non scambia calore né lavoro e in 1ª approssimaz. possiamo dire che non ci saranno perdite.



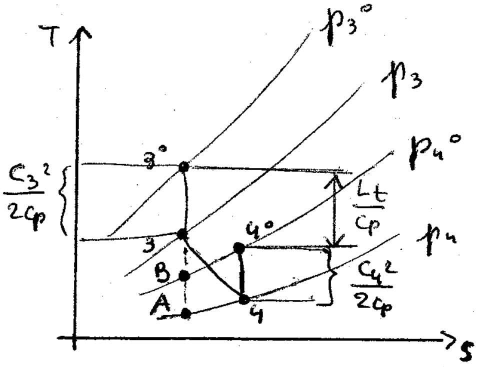
$$T_2^\circ = T_1^\circ + \frac{L_c}{c_p} = T_1^\circ \left(\frac{p_2^\circ}{p_1^\circ}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma \eta_{yc}}}$$

tipicam. assegnamo T_2°, T_1°, T_1 → ricaviamo T_2

$L_c = c_p \left(T_2^\circ - T_1^\circ \right)$ vale sempre!

Punto di vista Total-to-Total
passiamo da 1° a 2° $\Big\} \rightarrow \uparrow$

TURBINA:



$$L_t = c_p (T_3 - T_4) + \frac{c_3^2 - c_4^2}{2} =$$
$$= c_p \left(T_3^\circ - T_4^\circ \right)$$

Ingresso: situaz. simile al compressore → interessa 3°
qnd fluido entra in turbina, la turbina fa accelerare la corrente → p scende; poi palette che raccolgono en. cinetica (trascurando le perdite)

Uscita: discorso diverso; dipende da tipo di turbina e uso che ne facciamo:

caso a) turbina scarica nell'ambiente (p_a) a pressione $p_4 = p_a$
posso quindi def. il lavoro ideale come il massimo lavoro che otterrei partendo da p_3° ed espandendo fino a p_4
qst e' un pt di vista Total-to-Static (3° → A)
ho della perdita di en. detta "perdita per energia cinetica di scarico" (tutta l'en. cinetica del fluido in uscita e' en. persa).

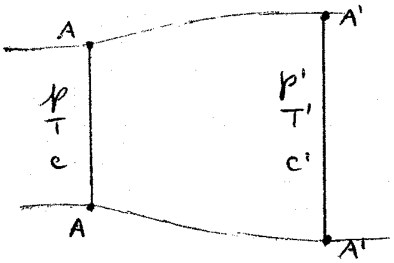
caso b) a valle della turbina c'e' qcs altro, per es. un'altra turbina → en. cinetica all'uscita della 1ª turbina non va persa! → ci interessa 4° all'uscita della 1ª turbina, non 4 !!! la turbina seguente parte da 4°
→ pt di vista Total-to-Total (3° → B)

Portata

Ipotesi:

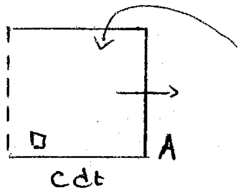
- flusso stazionario
- flusso unidimensionale:

  individuo un'area del flusso (sezione di area A)
  tutte le grandezze sono le stesse su tutta l'area
  e la velocità è ⊥ a qst area



Se cambiamo di sezione in realtà $\vec{v}$ non ⊥ all'area
ma noi ipotizziamo cambiam. di area molto lenti

Calcoliamo la portata attraverso un'area:



in un tempo dt, tutte le particelle che stanno dentro c dt passeranno attraverso A, qll che stanno fuori no.

Portata in volume: $\dot{V} = Q = cA$
Portata in massa: $\dot{m} = \rho c A$

Il probl è che ρ, c, T non sono cost, ma evolvono → non sono note !!
Alternativa: scrivere la portata in funz. delle grandezze totali:

$$\left.\begin{array}{l} p^\circ, T^\circ, p \\ \text{opp. } p^\circ, T^\circ, M \\ \text{opp } p^\circ, \rho^\circ, p \\ p^\circ, \rho^\circ, M \end{array}\right\} \text{4 casi}$$

Dati:

$p, T, c, \rho = \frac{p}{RT}, A$

posso quindi calcolare:

$$T^\circ = T + \frac{c^2}{2c_p}, \quad p^\circ = p\left(\frac{T^\circ}{T}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}, \quad \rho^\circ = \frac{p^\circ}{RT^\circ}$$

In un ugello, se il flusso è isentropico, p°, ρ° = cost → unica variabile è $\frac{p}{p^\circ}$.

Gas perfetto: $\frac{p^\circ A}{\sqrt{p^\circ/\rho^\circ}} = \frac{p^\circ A}{\sqrt{RT^\circ}}$

Possiamo legare p/p° al n° di Mach:

$$\frac{p}{p^\circ} = \frac{1}{\left(1+\frac{\gamma-1}{2}M^2\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}}$$

ma sostituire qst sarebbe un casino !!

Strada alternativa:

$$\dot m = \rho c A = \frac{p}{RT}\cdot M\sqrt{\gamma RT}\cdot A$$

$$T = \frac{T^\circ}{1+\frac{\gamma-1}{2}M^2} \quad , \quad p = \frac{p^\circ}{\left(1+\frac{\gamma-1}{2}M^2\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}}$$

quindi $\dot m = \frac{pA}{\sqrt{RT}}\sqrt{\gamma}\,M = \dots$

$$\boxed{\dot m = \frac{p^\circ A}{\sqrt{RT^\circ}}\sqrt{\frac{\gamma M^2}{\left(1+\frac{\gamma-1}{2}M^2\right)^{\frac{\gamma+1}{\gamma-1}}}}}$$

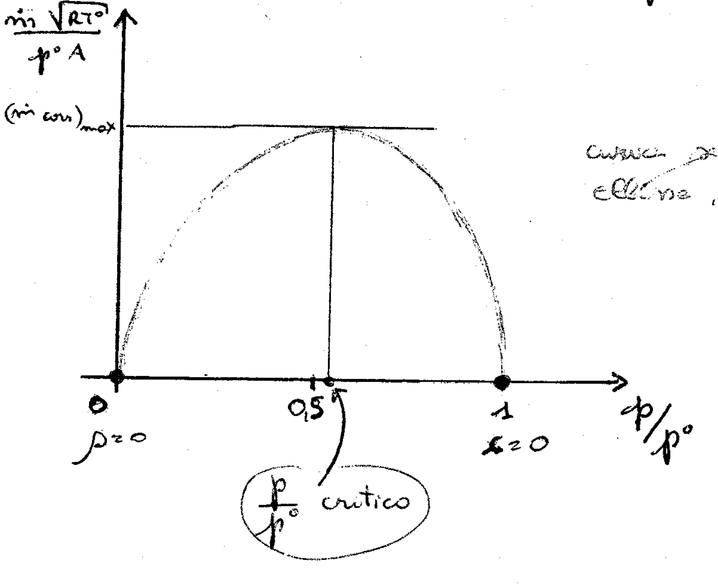
espressione alternativa all'altra

N.B. se metto p°/ρ° al posto di RT° posso usare qst formula anche con un gas non perfetto.

$$\boxed{\text{Portata corretta} = \frac{\dot m\sqrt{RT^\circ}}{p^\circ A}}$$

da sapere a memoria

la diagrammiamo in funz. di p/p° (N.B. $0 \le \frac{p}{p^\circ} \le 1$)



curva simile a mezza ellisse, ma non simmetrica

25/10/10

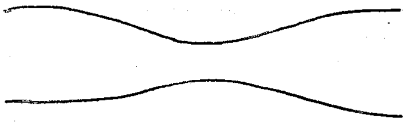
STUDIO DEGLI UGELLI

Ugello = condotto a pareti fisse e sezione variabile

↑ nel tempo (non si muovono)

↑ nello spazio (lungo la lungh. dell' ugello)

es.



ugello convergente divergente

Le pareti non si muovono → $L_i = 0$ (no organi mobile)

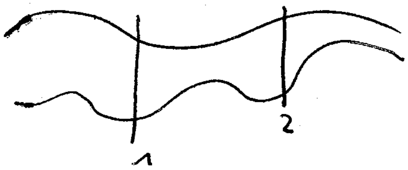
Ipotesi:

- ugello adiabatico → $Q_e = 0$
- moto stazionario (nt cambia nel tempo)
- moto unidimensionale (in ogni sezione le varie grandezze sono tutte uguali)
- flusso reversibile, a meno di urti (urti ↔ compressioni dopo che flusso supersonico)

Scopo degli ugelli e' qll di ottenere variaz. di en. cinetica grazie a variaz. di en. termica:

- ugelli effusori T p ↓ V ↑
- ugelli diffusori T p ↑ V ↓
  - ↳ subsonico: divergente
  - → subsonico
  - → sonico
  - → supersonico

Nel caso di flusso staz. la portata che entra dev' essere uguale alla portata che esce. Quindi, in un ugello, se prendo due sezioni 1 e 2 la stazionarietà implica che la portata che passa nella sezione 1 e' la stessa che passa nella sezione 2.



$\dot{m}_1 = \dot{m}_2$ → la portata e' la stessa in tutte le sezioni

→ la portata in un ugello e' costante nello spazio e nel tempo

↑ se flusso stazionario ㉕

Perché è così ?

- Ci mettiamo a dx del pt critico → $p_t = p_v$
  flusso subsonico → no urti → adiabatico
  flusso entra e poi esce dell'ugello e basta.
  In caso subsonico non ci possono essere discontinuità di pressione
  → p di uscita è necessariam. uguale a qll dell'ambiente in cui usciamo (se p diverse ci sarebbe un risucchio di particelle fino a qnd le due p diventano uguali)

- Qst però non può continuare a sx del pt critico
  se infatti, in qst pt, $p_t = p_v$ → $M > 1$
  che però non è una condiz. raggiungibile in qst tipo di ugello!

$c\uparrow \quad M\uparrow \quad p\downarrow \quad T\downarrow$

a qst variaz. corrisponde un diverso comportam. di ρc,
infatti:

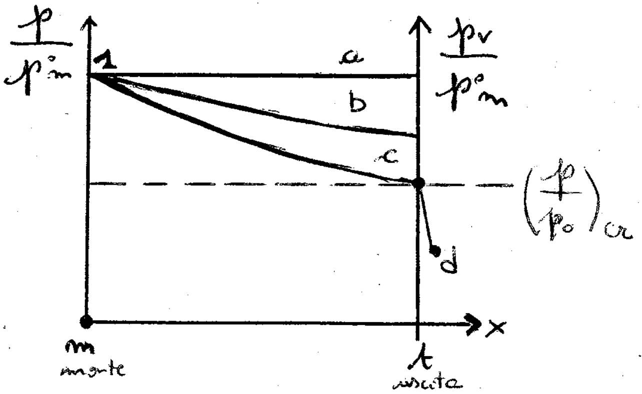
$$c\uparrow \quad M\uparrow \quad p\downarrow \quad T\downarrow \quad \begin{cases} \rho c\uparrow \text{ se } M<1 & A\downarrow \\ \rho c\downarrow \text{ se } M>1 & A\uparrow \end{cases}$$

$\dot m = \rho c A$ uguale in tutti i punti!

$$\text{se} \begin{cases} \rho c\uparrow \rightarrow A\downarrow \\ \rho c\downarrow \rightarrow A\uparrow \end{cases}$$

Quindi dopo $M=1$ $(M>1)$ ho bisogno di $A\uparrow$, ma io ho un convergente, non un divergente!!

<u>N.B.</u> otteniamo $M=1$ nel pt critico → A_t
Se abbassiamo p_v le particelle accelerano verso l'uscita ma il segnale che davanti c'è il vuoto non riesce a risalire oltre A_t (segnale controcorrente più lento della corrente stessa) → qll che faccio a valle non va a influenzare qll che succede prima dell'uscita dell'ugello



a : due ambienti uguali
→ non cambia nt.

d : la p varia fuori dallo ugello

Se $\frac{p_v}{p_m^\circ} \leq \left(\frac{p}{p^\circ}\right)_{cr}$ → l'ugello si dice critico:

$p_t^\circ < p_m^\circ$

$M \leq 1 \quad (M_t = 1)$

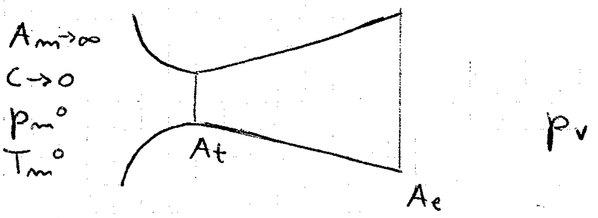
$p_t = p_{cr} = \left(\frac{p}{p^\circ}\right)_{cr} \cdot p_m^\circ$

$\dot m = \dot m_{cr} = \frac{p_m^\circ A_t}{\sqrt{RT_m^\circ}} \, ⓕ(1)$

funz. del Mach
qnd $M = 1$

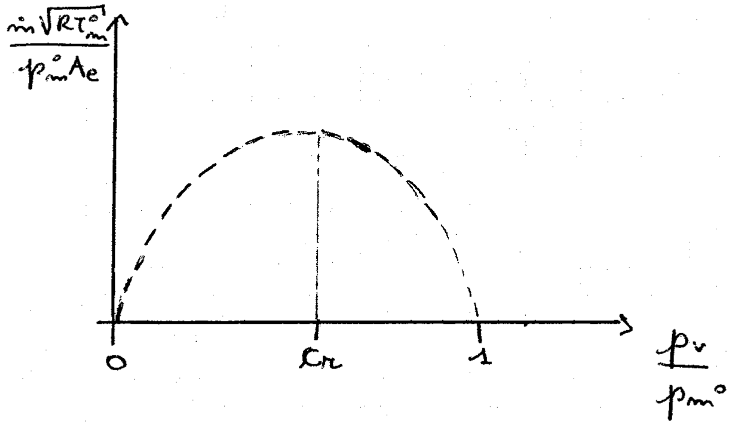
$\boxed{28/10/10}$

Ugello convergente divergente
(ugello di De Laval)



flusso per accelerare:

- se subsonico → convergente
- se supersonico → divergente $(\rho c \downarrow \quad A\uparrow)$

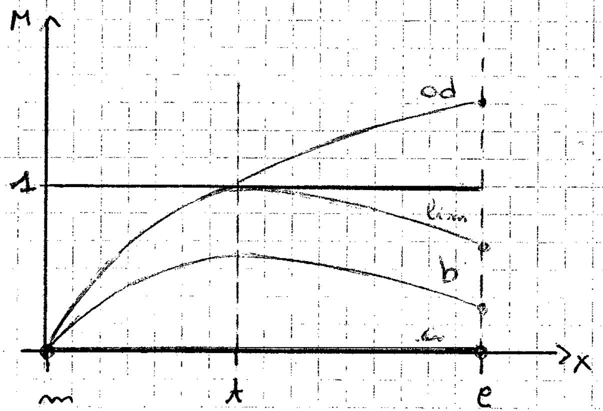


se $p_e^\circ = p_m^\circ$
$T^\circ = T_m^\circ$
$p_v = p_e$
↓
curva blu giusta

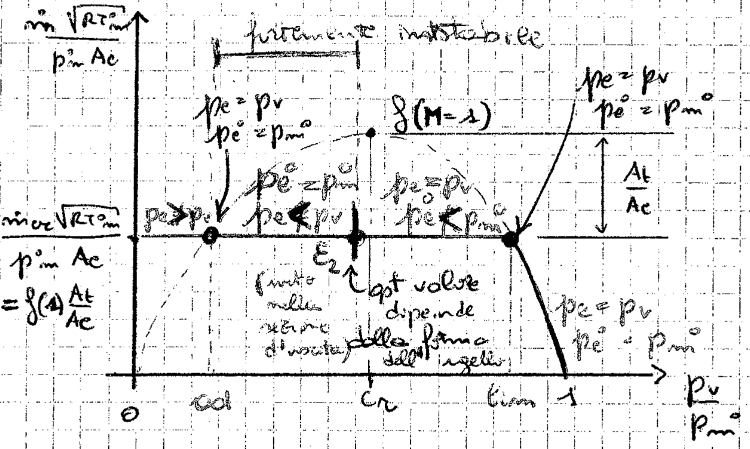
Ipotesi:

- moto stazionario
- moto unidimensionale
- flusso adiabatico
- flusso reversibile, a meno di urti

$L_i = Q_e = 0 \rightarrow T_m^\circ = T_t^\circ = T_e^\circ \qquad (T^\circ = \text{cost})$



Portata:



A valle del pt lim, qualunque cosa succeda, il segnale non riesce a risalire oltre la sezione di gola → portata (nel convergente → in tutto l'ugello) non può più cambiare ed è fissata al valore critico dell'ugello che è semplicem. convergente. $\Rightarrow$ $p_e \neq p_v$

$$p_e^\circ \neq p_m$$

In realtà c'è un altro valore che coincide con qll a campana, ed è il pt di adattam.:

no urti, $p_e = p_v$

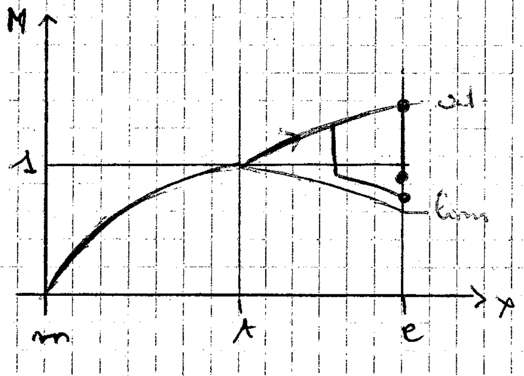
$$p_e^\circ = p_m^\circ$$

flusso revers.
flusso adattato $(p_v = p_e)$ } portata della curva a campana } solo il pt lim ed il pt di ad soddisfano tutte e 3 qst condiz.
gola sonica → portata della curva orizzontale (qll critica)

$$\uparrow$$

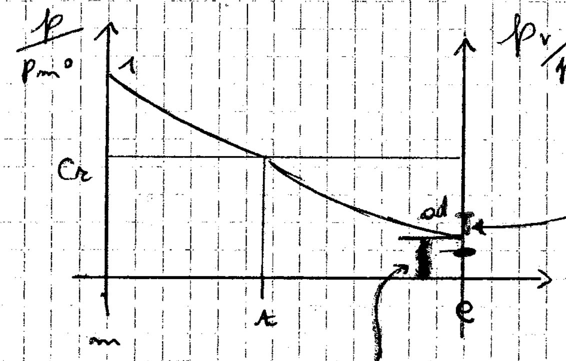
$$\dot{m}_{cr} = \frac{p_m^\circ A_t}{\sqrt{RT^\circ_m}} f(M=1)$$

- Situaz. particolari:
  urto avviene nella sezione di uscita
  (valore ε_2 nel foglio delle "dispense")



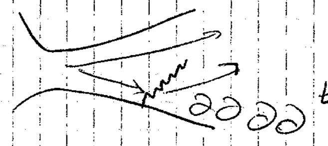
- Se $p > p_{od}$ → urto fuori dall'ugello
- se $p < p_{od}$ → espansioni fuori dall'ugello

} $p_e \neq p_v$



in qst tratto, a seguito di un'onda d'urto obliqua può simmetrica di seguire le pareti → zona di vortici

cerchiamo di funzionare qui (max acceleraz. e poche perdite)



Situazione da evitare (spinta asimmetrica, situaz. instabile → vibrazioni distruttive)

Come troviamo i pt lim e od?
Basta eguagliare $\dot m$ della curva a campana con $\dot m_{cr}$:

$$\dot m = \frac{p_{e=in}^{\circ} A_e}{\sqrt{RT_{e=in}^{\circ}}}\sqrt{\frac{2\gamma}{\gamma-1}\left[\left(\frac{p_e}{p_{in}^{\circ}}\right)^{2/\gamma}-\left(\frac{p_e}{p_{in}^{\circ}}\right)^{\frac{\gamma+1}{\gamma}}\right]} = \dot m_{cr} = \frac{p_{in}^{\circ} A_t}{\sqrt{RT_{in}^{\circ}}} f(1)$$

⇒ ricavo $\frac{p_e}{p_{in}^{\circ}}$ → 2 soluzioni $<$ $p_e > p_{cr} \rightarrow p_{lim}$; $p_e < p_{cr} \rightarrow p_{od}$

Qst equaz va risolta imponendo $\frac{p_e}{p_{in}^{\circ}} = x$ e procedendo per tentativi.

- Se ugello adiabatico, reversibile → $\dot{m}_1 = \dot{m}_2$

Si riduce a scrivere:

$$\frac{p_1^\circ A_1}{\sqrt{R T_1^\circ}} f(M_1) = \frac{p_2^\circ A_2}{\sqrt{R T_2^\circ}} f(M_2)$$

→ posso calcolare cm varia M al variare della sezione

se $p_1^\circ = p_2^\circ$, $T_1^\circ = T_2^\circ$ $\Rightarrow$ $A_1 f(M_1) = A_2 f(M_2)$

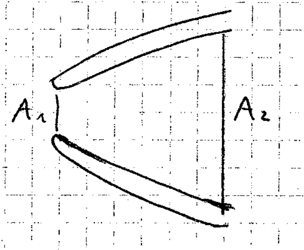
Diffusori (subsonici)

(es. da $M = 0,8$ a $M = 0,3$)

$c \downarrow \quad p \uparrow \quad M < 1 \quad \rho c \downarrow \quad A \uparrow$

Servono per rallentare un flusso → si converte en. cinetica in en. meccanica

Serve un divergente



Ipotesi:
- flusso stazionario
- " unidimensionale 1D
- " adiabatico $Q_e = 0$
- " reversibile $L_w = 0$

Quindi:

$$\dot{m}_1 = \dot{m}_2 \Rightarrow A_1 f(M_1) = A_2 f(M_2)$$

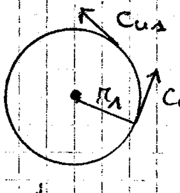
Vogliamo un'espressione del lavoro che prescinda dalla T e che metta in gioco solo i valori di $\vec{V}$.

Partiamo dall'eq. del momento angolare.

Caso semplificato:

flusso che arriva in una certa sezione tutto allo stesso raggio r_1 e che ha una vel tangenziale $c_{\textcircled{u}1}$ uguale in tutti i pt.

componente tan. della velocità



1kg di massa distribuito sulla circonf.

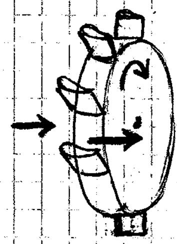
momento angolare $K = m r_1 c_{u1} = \int_{\textcircled{V}} \rho c_u r \, dV$

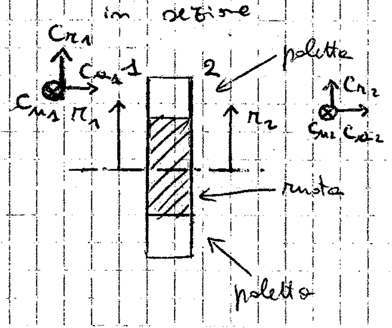
Volume

Newton $\Rightarrow$ $\overset{\text{coppia}}{\textcircled{M}} = \frac{dK}{dt}$

Applichiamo ora tutto qst:

prendiamo una palettatura mobile (così possiamo introdurre la vel ang con cui qst sta girando)





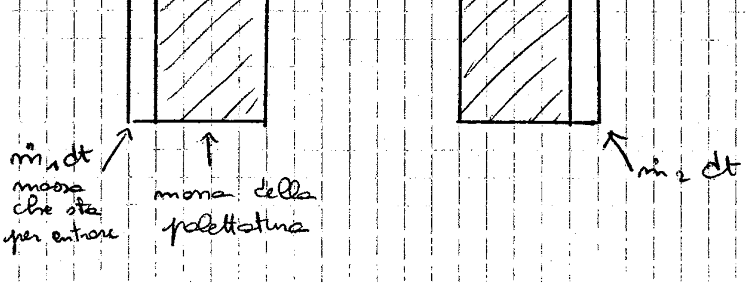
(suppongo che il flusso arrivi tutto allo stesso raggio r_1, trascurando il fatto che il flusso arrivi un po' al mozzo e un po' all'estremità della paletta)

$\vec{C_1}$ ha 3 componenti:

- assiale c_{a1}
- radiale c_{r1}
- tan c_{u1}

idem per $\vec{C_2}$

Teorema della q.d.m. in forma "euleriana":



$$M = \frac{K_{fin} - K_{in}}{dt}$$

4/11/10

L_i può essere scritto anche senza far comparire le T

Scegliamo un riferim. solidale alla girante → riferim. rotante

Riferim. rotante → per me la palettatura non si muove → $L_i = 0$

$$L_i = c_p (T_2 - T_1) + \frac{w_2^2 - w_1^2}{2} + \frac{-u_2^2 + u_1^2}{2} = 0$$

T: misuro cmq la stessa temp. (anche se cambio riferimento)

w = vel relativa dell'aria rispetto allo amb. fisso

$u = \omega r$ (en. potenziale legata al campo di forze centrifughe)

c = vel assoluta

w = vel relativa (alle palette) → $\vec{c} = \vec{w} + \vec{u}$

u = vel di pala

$$L_i - 0 = \frac{c_2^2 - c_1^2}{2} - \frac{w_2^2 - w_1^2}{2} + \frac{u_2^2 - u_1^2}{2}$$ (sottraiamo i 2 L_i trovati)

$$L_i = u_2 c_{u2} - u_1 c_{u1} = \frac{c_2^2 - c_1^2}{2} - \frac{w_2^2 - w_1^2}{2} + \frac{u_2^2 - u_1^2}{2}$$

Compressori → $L_i > 0$

$u_2 > u_1$ e/o $c_{u2} > c_{u1}$

$u_2 > u_1$ ↓ $u = \omega r$ ↓ macchina centrifuga ($r_2 > r_1$)

$c_{u2} > c_{u1}$ ↓ se $r_1 = r_2$ (macchina assiale)

es compressore spinge l'aria nel senso in cui si muovono le palette.

Se $c_2 > c_1$ → compressore può dare lavoro
→ $u_2 > u_1$ e/o $w_2 < w_1$

Turbine → $L_i < 0$

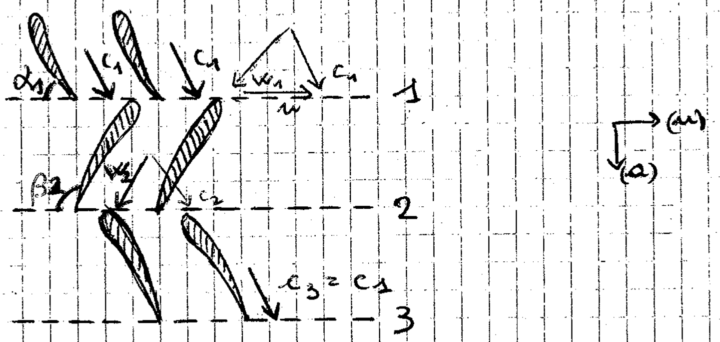
$u_2 < u_1$ e/o $c_{u2} < c_{u1}$

$u_2 < u_1$: macchine centripete ($r_1 > r_2$) ↓ es turbine a gas

$c_{u2} < c_{u1}$: macchine che rallentano la componente tan. della vel.

[Ci sono anche turbine centrifughe (es turbine a vapore) ma qst è dovuto alla difficoltà di smaltire grandi portate facendole passare dal centro della macchina.]

Sarà la forma della paletta a dettare le varie velocità.
Useremo α_1, β_2 come grandezze di riferimento (perché angoli costruttivi)



- c_1, w_2 direz. fissa
  → α_1, β_2 angoli costruttivi
- w_1, c_2 direz. dipendente dalle condiz. di funzionam.

IGV = Inlet Guide Vane → palettatura di guida all'ingresso che orienta la corrente come la vuole il compressore.
La vel. in uscita dalla IGV sarà // alla palettatura dell'IGV.

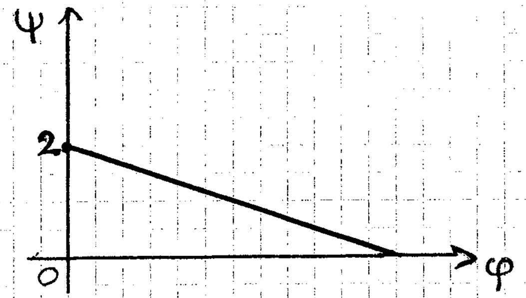
α_1 è un angolo COSTRUTTIVO (è fissato dalla geometria della macchina)

La palettatura rotante vede arrivarsi w_1 (è in movimento)
→ palettatura dev'essere fatta in modo da non avere uno stallo → incidenza piccola nei confronti di w_1
N.B. w_1 non è fissa (dipende da u e c_1) → β_1 non è un angolo costruttivo! dipende dal funzionam. della macchina.
vel di rotazione
portata
↓
Palettatura:
- ingresso → ± direz. di w_1
- uscita → esattamente direz. di w_2 (1÷2° di differenza)
  (β_2 angolo costruttivo)

Lo statore che c'è dopo vede arrivarsi un fluido con vel c_2
→ avrà un bordo d'attacco ± // a c_2, ma bordo d'uscita più o meno come vuole (non indicat. dal triangolo di vel.)

MA compressore → macchina multistadio:
statore del 1° stadio serve da IGV del 2° stadio, ...
→ si può chiedere che $c_3 = c_1$

Le palette tendono a prendere una vel inclinata e a riportarla assiale; e sono abbastanza simmetriche tra di loro.



Introduciamo le perdite! (L_c dipende anche dal rendim.)

Possono essere viste come somma di 2 contributi

$$L_w = \boxed{L_w \text{ distribuite}} + \boxed{L_w \text{ concentrate}}$$

dovute agli attriti a parete (perdite termodin.)

dipendono dal quadrato della portata → dal quadrato della velocità del flusso (parabola ζ_1)

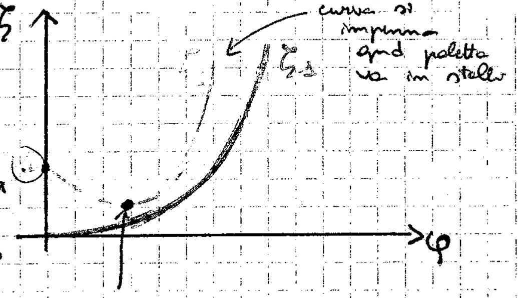
dovute agli effetti di scia (dopo bordo di uscita opp per stallo)

crescono man mano che l'imbocco dei palettaggi diventa più scorretto

dette anche L_w per imbocco scorretto dei palettaggi

Definiamo:

$$\zeta = \frac{L_w}{u^2/2} = \zeta_1 + \zeta_2 \quad \text{(coeff adimens.)}$$

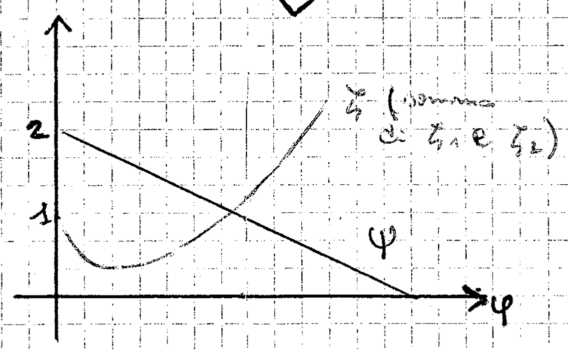


curva si impenna qnd paletta va in stallo

per φ=0 $\zeta \to 1$ (forniamo energia al flusso all'inizio, ma non c'è portata → il flusso non se ne va → energia sprecata)

imbocco corretto (ζ_2 min)

Mettendo tutto assieme
⇓



- $$u = \omega r = \omega \frac{D}{2} = 2\pi \underset{\substack{\uparrow \\ n^\circ \text{ di} \\ \text{giri}}}{n} \frac{D}{2} = \pi n D$$

quindi $\dfrac{nD}{\sqrt{RT_1^\circ}} \propto \dfrac{u}{\sqrt{RT_1^\circ}} \propto \dfrac{1}{\sqrt{\tau'}} \propto \dfrac{1}{\sqrt{\tau}}$

Quindi specificare un valore di τ' vuol dire specificare un valore di n° di giri corretto! (ad ogni curva ne corrisponderà un'altra)

- $$\dot m = (\rho_1)(\underbrace{c_1 \sin\alpha_1}_{c_{a1}})(A_1) = \left(\frac{p_1^\circ}{RT_1^\circ} f_1(M_1)\right)\cdot\left(\underbrace{\frac{c_a}{u_1}}_{\varphi} u_1\right)\cdot\left(\overset{\frac{\pi}{4}\downarrow}{K} D^2\right)$$

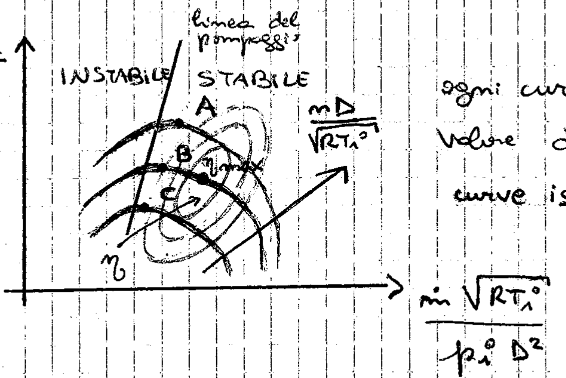
$$M_1 = \frac{c_1}{\sqrt{\gamma R T_1}} = \frac{c_a}{u}\frac{1}{\sin\alpha_1}\frac{u}{\sqrt{\gamma R T_1}} = M_1(\varphi)\frac{u}{\sqrt{\gamma R T_1^\circ}} = M_1(\varphi, \tau)$$

quindi: $$\dot m = \frac{p_1^\circ}{RT_1^\circ}\underbrace{g(\varphi,\tau)}_{f_1(M_1)}\varphi\cdot\underbrace{nD}_{u_1}\cdot \overset{\uparrow \frac{\pi^2}{4}}{K} D^2$$

$$\frac{\dot m\sqrt{RT_1^\circ}}{p_1^\circ D^2} = \underset{\substack{\Uparrow \\ \frac{\pi^2}{4}}}{K} g(\varphi,\tau)\frac{nD}{\sqrt{RT_1^\circ}}\varphi = \underset{\substack{\uparrow \\ \frac{\pi^2}{4}\sqrt{2}}}{K} g(\varphi,\tau)\cdot\frac{\varphi}{\sqrt{\tau'}}$$

Assegnati φ, τ abbiamo univocam. determinato $\dot m$

$\boxed{11/11/10}$



ogni curva vale per un preciso valore di τ, cioè per un preciso $\frac{nD}{\sqrt{RT_1^\circ}}$

curve isorendimento

$\boxed{\text{MAPPA (MANOMETRICA) DEL COMPRESSORE}}$

al crescere della portata, cresce il n° di Mach → qnd siamo a M=1 le curve diventano verticali (comprimibilità)

A parità di φ, al crescere di $\frac{nD}{\sqrt{RT_1^\circ}}$ ~~[illegible]~~ → la portata cresce → pt A più a dx di B.

A, B, C, avendo lo stesso φ, avrebbero lo stesso rendimento ← (una sola curva nel grafico accanto)

Nella realtà, xò ci sono effetti legati a Re e M (perdite aggiuntive qnd Re molto basso e M elevato) → A e C hanno rendim. < di B

↓ parte bassa del grafico — ↓ parte alta del grafico

Se siamo nel pt stabile, se un disturbo esterno fa aumentare la portata, il compressore manda qst portata un po' più alta ad una pressione un po' più bassa di qll richiesta dal circuito (p_2 diminuisce) → l'aria che esce dal compressore si trova davanti una p più alta della sua → frena → la portata diminuisce → porta il pt di funzionam di nuovo nella condiz di equilibrio.
Se la portata fosse diminuita, il compressore avrebbe dato una p più alta di qll dell'ambiente di scarico → il flusso avrebbe accelerato e la portata sarebbe aumentata.

Nel pt instabile invece si avrebbe una situaz opposta → il compressore, se aumentasse la portata, potrebbe tendere al pt di funzionam. stabile. Il probl è se la portata diminuisce, perché si può arrivare al POMPAGGIO (inversione della direz. del flusso). In realtà per portate negative c'è un altro pt di funzionam. instabile → il compressore oscillerebbe tra qst 2 pt instabili → un po' aspira e un po' comprime e prima o poi si rompe.

Altro pt di vista :
mi metto a dx del max , chiedo al compressore una p_2 sempre più alta ; qst ce la fa (diminuendo la portata) fino al pt di max ; poi però non ce la fa più e va in pompaggio.

Se compressore associato ad una turbina (turbogetto) → caratt. esterna in salita → pt di stabilità a sx del max.
Cmq però in genere ci si mette a dx del pt di max (convenzione e/o sicurezza) → si considera la linea del pompaggio coincidente con i massimi.

Stallo rotante

altro fenomeno di instabilità che si verifica qnd andiamo troppo a sx o troppo a dx (rendimento crolla) → ≃ perdite per scorretto imbocco delle palette.

1° principio in forma mista applicato al rotore, ma riferimento rotante

$$L_i = 0 = \frac{p_2 - p_1}{\rho} + \frac{w_2^2 - w_1^2}{2} - \underbrace{\frac{u_2^2 - u_1^2}{2}}_{=0 \text{ in un compressore assiale}}$$

per lo statore:

$$L_i = 0 = \frac{p_3 - p_2}{\rho} + \frac{c_3^2 - c_2^2}{2}$$

Il guadagno di pressione ($p_3 > p_2 > p_1$) è ottenuto grazie ad una diminuz. di velocità ($c_3 < c_2$, $w_2 < w_1$)

N.B. non è così nei compressori centrifughi ($u_2 > u_1$) → la p sale perché le forze centrifughe fanno lavoro (tipicam. $w_2 = w_1$) spingendo il fluido all'esterno e comprimendolo.
In qst caso → no limitaz. al rapporto di compressione (≃ 8)

in un compressore assiale → limitaz. a β (≃ 1,3)

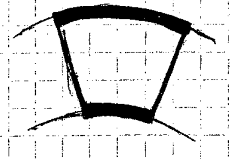
Vediamo di capire meglio qst discorso:

$p_2 > p_1$ → particelle spinte da sx verso dx, ma rallentano ($w_2 < w_1$) fino a qnd $w_2 = 0$ e $p_2 = p^0$ per es.

Il probl si ha nello strato limite!
A parete le particelle sono ferme per forza → no energia cinetica per vincere il gradiente di pressione. (Se gradiente di p non troppo alto → anche le particelle dello strato lim. ce la fanno perché vengono trascinate dalle particelle che le sovrastano).
Le particelle che non ce la fanno si fermano, fino a qnd si può avere un inversione del flusso → si crea una scia vorticosa.
Qst fenomeno dipende anche dal tipo di superfici che stiamo considerando

compressore < palette → superf. curve ed in moto
casing + tamburo → superf. piane e ferme
↓

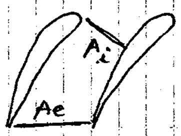
①



lo stallo in qst 2 superfici dipende dal guadagno di p che noi imponiamo rispetto alla vel che avevamo all'inizio.

$$C_{p_r} = \frac{p_2 - p_1}{\frac{1}{2} \rho w_1^2}$$

Tipicamente la forma delle palette da un condotto di sezione crescente → il flusso si rallenta e aumenta la sua p.



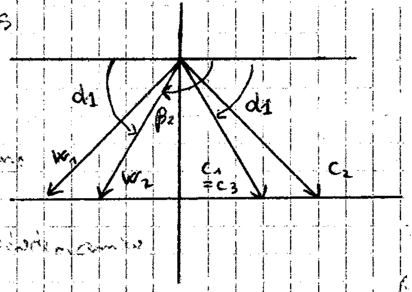
$A_e > A_i$

⇒ β limitato da < pericolo di stallo / $M < 1$

Come dobbiamo costruire uno stadio di compressore?
Vogliamo che sia il rotore che lo statore diano il max consentito per avere il maggior β_c possibile.
⇒ facciamo triangoli di velocità simmetrici, cioè $|w_2 - w_1| = |c_3 - c_2|$

minimi valori di attrito nelle palettature simmetriche perdite per attrito fluidodinamico

R = 0.5



$\alpha_1 = \pi - \beta_2$
$|c_1| = |w_2|$
$|c_2| = |w_1|$
$c_1 = c_3$

(ripartisce le variazioni di p che avvengono nel rotore)

guadagno di entalpia statica nel rotore

235 Beccari

Posso quindi definire un **GRADO DI REAZIONE** $R = \frac{\boxed{i_2 - i_1}}{L_c} = \frac{i_2 - i_1}{i_3^0 - i_1^0}$

$$R = \frac{i_2 - i_1}{L_c} = \frac{i_2 - i_1}{i_3^0 - i_1^0} = \frac{T_2 - T_1}{T_3^0 - T_1^0} = \frac{T_2 - T_1}{T_2^0 - T_1^0}$$

Usiamo ora il 1° principio applicato al rotore in un riferim. rotante

$$\underset{\substack{=0\\(\text{adiab.})}}{\cancel{Q}} + \underset{\substack{=0\\(\text{riferim. rotante})}}{\cancel{L}} = c_p (T_2 - T_1) + \frac{w_2^2 - w_1^2}{2}$$

quindi: $R = \dfrac{w_1^2 - w_2^2}{(c_2^2 - c_1^2 + w_1^2 - w_2^2)} = \dfrac{\Delta i_R}{\Delta i_s + \Delta i_R}$

$u_2 = u_1$

con triangoli di vel. simmetrici → $\boxed{R = \frac{1}{2}}$

Possiamo ora usare un'approssimaz.:
flusso incomprimibile ed isentropico

$$T ds = 0 = di - v\,dp \rightarrow \Delta i = v \Delta p$$

$$\begin{cases} i_2 - i_1 = v(p_2 - p_1) \\ i_3^0 - i_1^0 = v(p_3^0 - p_1^0) \underset{\substack{\uparrow\\ M_3 \simeq M_1}}{\simeq} v(p_3 - p_1) \end{cases}$$

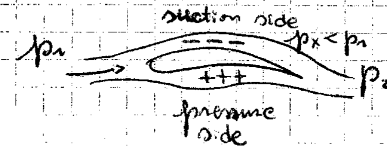
R = 1

$$R \simeq \frac{p_2 - p_1}{p_3 - p_1}$$

→ se $R = \frac{1}{2}$ il salto di p viene ripartito uniformemente tra rotore e statore e qst è il max che riesco ad ottenere.

② Stallo sulle palette:

più complicato di qll su una parete piana perché c'è anche l'effetto della curvatura della paletta.



+ sovrapressione
− depressione

differenza $p_2 - p_1$ va misurata tra p_x e p_2 → $p_2 - p_x > p_2 - p_1$ e qst aggrava la situaz. se il flusso deve recuperare la sua pressione, perché c'è una più alta probabilità di stallo.

In termini qntitativi qst viene riassunto dal <u>coefficiente di diffusione</u>

$$D = \underbrace{\left(1 - \frac{W_2}{W_1}\right)}_{} + \frac{|W_{u2} - W_{u1}|}{W_1\ 2\ (c/s)}$$

momento scambiato

(se è troppo elevato → β_c troppo elevato → separazione [illegible] della [illegible])

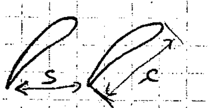
se $W_2 = W_1$

$p_2 > p_1$

forza esercitata dalla paletta → coppia → variaz. del momento angolare

SOLIDITÀ DELLA SCHIERA
c = corda
S = passo

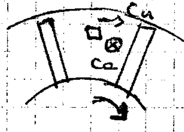
Tipicam. lo stallo avviene per $D > 0{,}5$ ma per evitarlo basta aumentare il n° di palette, diminuendo lo squilibrio di pressioni sulle palette.



(a parità di F
$c \uparrow \rightarrow \Delta p \downarrow$;
$S \propto \frac{1}{n° \text{ palette}}$
→ meno palette ci sono e più forti sono le forze)

EQUILIBRIO RADIALE

18/11/10



$c_r \equiv 0$

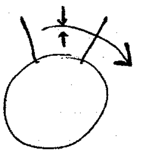
una particella d'aria □ ha una vel assiale ca ed una vel tan cu, a prescindere dalla rotaz. della palettatura opp. no

la particella è soggetta a delle forze, le quali determinano l'acc che la particella subisce e ne variano la velocità

$$\frac{dc_r}{dt} = \underset{\substack{\uparrow \\ c_r = 0}}{0} = \frac{\Sigma \boxed{F_r}}{\underset{\text{massa}}{\boxed{m}}}$$ forze lungo la direz. radiale

In un compressore assiale → $\Sigma F_r = 0$

la particella però non si muove liberamente! È obbligata a ruotare all'interno della macchina → cu dovrà ruotare → traiettoria ad elica



la pressione obbliga la particella a ruotare.

Siamo obbligati ad avere c_u → se no compressore non comprime.
La pres di vel tan ci dice che la p non è uniforme (è
> ai raggi esterni e minore ai raggi interni)
Noi vorremmo che il fluido subisse la stessa compressione
ed arrivi tutto alla stessa pressione; la p che ci interessa è
la p° → dovremmo cercare di avere $\frac{dp^\circ}{dr} = 0$.

Dobbiamo progettare un compressore che soddisfi qst.
→ si adottano delle palette <u>SVERGOLATE</u>
Imponiamo la condizione:

- il lavoro subito dalle particelle al variare del raggio deve essere lo stesso → $\frac{dL_i}{dr} = 0$

cioè $\frac{d[\underset{\substack{\uparrow \\ u = r\omega}}{u}(c_{u2} - c_{u1})]}{dr} = 0$ → $r \cdot \Delta c_u = \text{cost}$ $(\omega = \text{cost})$
↳ triangoli di velocità diversi
↳ palettature diverse.

Accanto a qst condiz., facciamo alcune ipotesi:

- all'ingresso del compressore, vogliamo T° uniforme → $\frac{dT_1^\circ}{dr} = 0$ e p° uniforme → $\frac{dp_1^\circ}{dr} = 0$
- le variaz. di entropia (e quindi le perdite) devono essere uniform. distribuite lungo il raggio → $\frac{T\,ds}{dr} = 0$

$$\underset{\substack{\uparrow \\ \text{uniforme}}}{T_2^\circ = T_1^\circ} + \underset{\substack{\uparrow \\ \text{uniforme}}}{\frac{L_c}{c_p}} \rightarrow \boxed{\frac{dT_2^\circ}{dr} = 0}$$

in più avremo che $\frac{d\eta_{yc}}{dr} = 0$ perché:

$$T\frac{ds}{dr} = \frac{dL_w}{dr} = 0 \rightarrow \frac{d\eta_{yc}}{dr} = 0$$

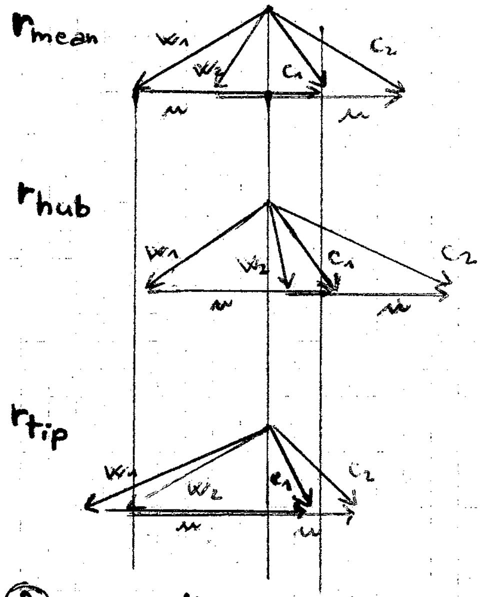
e quindi $\boxed{\frac{dp_2^\circ}{dr} = 0}$

→ fluido con condiz. totali uniformi all'uscita

Ora dobbiamo determinare come devono essere i triangoli di vel per soddisfare la nostra condiz.
Per farlo partiamo dall'eq. dell'entropia:

$$\frac{T\,ds}{dr} = c_p\frac{dT}{dr} - v\frac{dp}{dr} = c_p\frac{dT^\circ}{dr} - \frac{d\,(c_a^2 + c_u^2)/2}{dr} - v\frac{dp}{dr}$$

Assumiamo che, al raggio medio, i triangoli di vel siano simmetrici,



$u = \omega r$ $\quad r \downarrow \omega \uparrow$

$r c_u = b$

$\omega = \frac{u}{r} = cost$

r_t — 1

r_m — 0,75 $\quad$ (r_m a $\frac{3}{4}$ del diametro)

r_h — 0,5

$r_h = \frac{2}{3} r_m$

$u \downarrow \Rightarrow u_h = \frac{2}{3} u_m$

$r_{1m} c_{u1m} = r_{1h} c_{u1h} = r_1 c_{u1t}$

$\frac{c_{uh}}{c_{um}} = \frac{1}{r_{uh}/r_{um}} = \frac{3}{2}$

$r \uparrow \ \frac{r_t}{r_m} = \frac{4}{3}$

$c_u \downarrow \ c_{ut} = \frac{3}{4} c_{um}$, $u_t = \frac{4}{3} u_m$

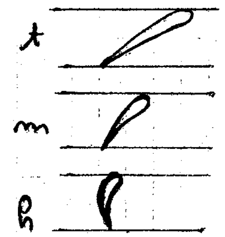
Ⓗ w molto verso dx, c poco verso dx

Ⓣ w molto verso sx, c poco verso sx

$|\vec{w}_{u2}| = U - c_{u2}$

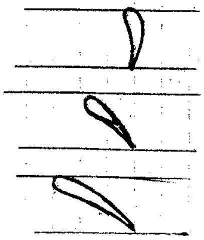
la paletta deve avere quindi un profilo che cambia

rotore



↑ paletta diventa meno curva e più inclinata ↓

statore ($c_3 = c_1$)



le pale, tipicam, risultano molto svergolate (ritorte con un angolo di 60°) → quindi palette sottoposte a forze centrifughe → sollecitaz. difficili da sopportare, palette spesse → peso, ...

Idea di fondo → flusso tutta stessa p^o

ai raggi esterni $p >$ → v assoluta deve essere più bassa.

$p_{tip} > p_{hub} \rightarrow V_{tip} < V_{hub}$

→ bisogna deformare molto i triangoli di vel verso dx o verso sx, perché c_a è la stessa.

→ si possono adottare criteri di svergolam. che consentono di avere

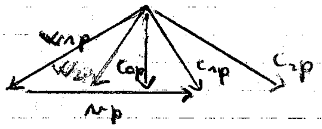
$c_{a\,hub} > c_{a\,tip} \rightarrow \frac{dc_a}{dr} < 0$ → svergolam. minore di prima è cmq sufficiente

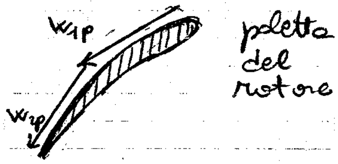
AVVIAMENTO COMPRESSORI ASSIALI MULTISTADIO

Sia i primi che gli ultimi stadi lavorano male → non comprimono il fluido → il fluido tarda a mettersi in moto.

Fluido arriva da un'altra macchina con una velocità $u = u_p$ (quella per cui il compr è stato progettato) [da progetto]
ma fluido non sta ancora percorrendo il compressore → $\dot m < \dot m_p$

Disegnamo i triangoli di vel. a progetto a raggio medio (triangolo simmetrico)





$\dot m = \rho c_a A$

$\boxed{\text{I stadio}}$ (primi stadi in generale)

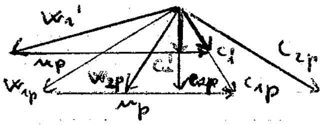
la ρ del fluido è quella dell'ambiente → $\rho = \rho_p = \rho_{ambi}$

A = fissa (sempre la stessa)

se $\dot m < \dot m_p$ deve forzatamente essere $c_a^{①} < c_{ap}$ [primi stadi]

→ il triangolo di vel non sarà quello disegnato sopra.

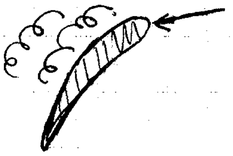
c_1' ha direz fissa (IGV)



a c_1' devo sottrarre la u_p (avviam. meccanico già avviato, manca solo quello termodin.)

↳ w_1' molto inclinata

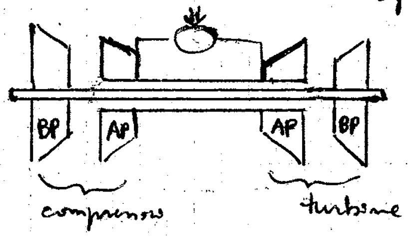
→ STALLO POSITIVO sul dorso



→ compressore funziona male ai primi stadi all'accensione

3) In tutti i compressori multistadio si ha un compressore multi-albero → si separano cinematicam. gli ultimi stadi dai primi stadi.

→ compressore di bassa p, mosso da una turbina di bassa p ⊕
" " alta p, " " " " " alta p



○ combustore

← motore aeronautico

Immaginiamo che tutti gli stadi abbiano gli stessi triangoli di vel a progetto.

Se svincoliamo cinematicam. AP e BP

→ compr. di **AP** tende a ruotare più velocem. } all'avviam.
" " **BP** " " " " lentam.

BP) primi stadi → stallati sul dorso → grande resistenza
→ il compressore rallenta ⌐all'avviamento (drag)

AP) ultimi stadi → stallati sul ventre
→ minore resistenza all'avanzam. → acceleraz.

N.B qst avviene automaticam., non siamo noi a variare la vel degli alberi.

→ BP) u↓
AP) u↑ } w_1 tende cmq a riportarsi nella direz. desiderata.

Poi sparisce lo stallo e la u resta cost. da lì in poi.

COMPRESSORI TRANSONICI

w_{1t} alta (w_{1h} bassa) → qst limita il max β_c se w_1 non può superare un certo valore

Nella realtà possiamo avere $M_{1rel\,t} \simeq 1.5 > 1$ tipicam. quindi $M_{1rel\,m,h} < 1$

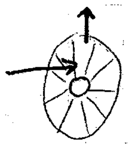
Bisogna controllare la posiz. delle onde d'urto che si vengono a creare.

Le palette sono poco curve (quasi rettilinee)
→ l'onda d'urto si viene a creare sul ventre di qst palette,

COMPRESSORI CENTRIFUGHI

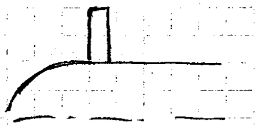
22/11/10

Storicam. vengono prima dei compressori assiali
flusso entra assiale ed esce radiale

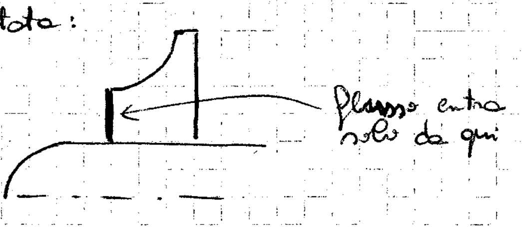


Compressione avviene grazie alle forze centrifughe -> no probl. aerodin. (Inizialm. aerodin era conosciuta troppo poco e i compr assiali funzionavano male, poi però i compr. assialo hanno preso il sopravvento)

Bisogna considerare
- portata e ingombro frontale
  -> a parità di portata:



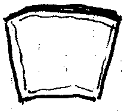
compr. assiale



compr. centrifugo

- rendimento
  -> sono più o meno equival. (leggero vantaggio per l'assiale)
- β_c
  macchine multistadio -> assiale equival. a centrifugo
  ↓
  risulta conveniente il compr. assiale

tranne qnd:
- ingombro frontale non conta
  (es elicottero che ha motore in fusoliera)
- portate piccole (portate in volume)
  -> η dei compr assiali peggiorano perché altezza delle palette piccola -> diventano preponderanti gli effetti di strato limite → perdite



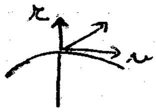
poche perdite viscose

tante perdite viscose
(ṁ < 5÷10 kg/s indicativamente)

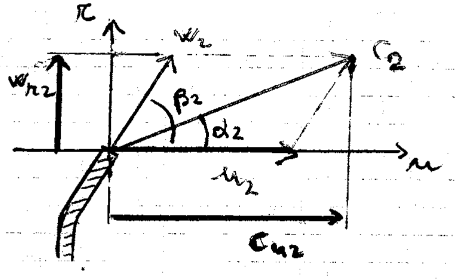
Per semplicità ipotizzeremo un flusso senza pre-girante (tipo IGV)
→ se davanti al compressore non c'è niente → $c_{u1} = 0$

$$L_c = u_2 \cdot c_{u2}$$

Triangolo di velocità nella sezione 2:



$$\vec{c} = \vec{w} + \vec{u}$$



α_2 dipende dalle condiz. di funzionam.
β_2 angolo costruttivo (aria in uscita avrà vel. // bordo di uscita, piccolo angolo di differenza)

$$w_{r2} = w_2 \sin\beta_2$$

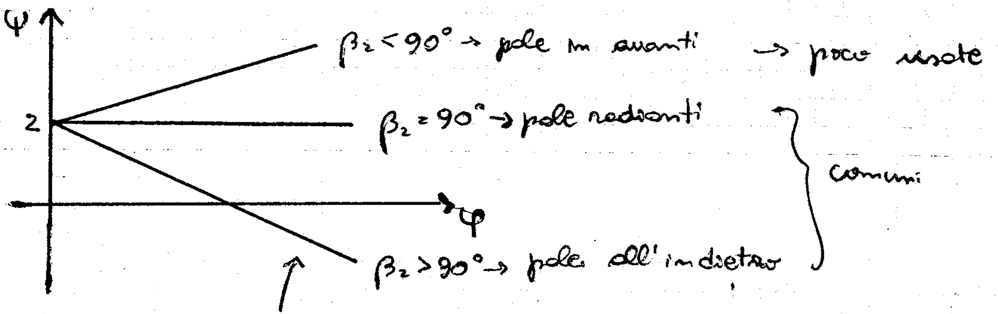
$$c_{u2} = U_2 + w_{u2} = u_2 + w_2\cos\beta_2 = u_2 + \frac{w_{r2}}{\sin\beta_2}\cos\beta_2$$

Quindi:

$$L_c = u_2\,(u_2 + w_{r2}\,\mathrm{cotan}\,\beta_2)$$

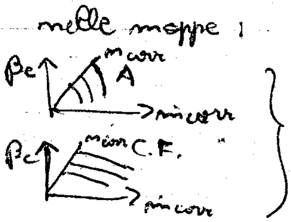
def un coeff di portata $\varphi = \frac{w_{r2}}{u_2} = \frac{c_{r2}}{u_2}$

$$\psi = \frac{L_c}{u_2^2/2} = 2\,(1 + \varphi\,\mathrm{cotan}\,\beta_2)$$ = coeff di pressione



nei compr. assiali qst curve sono molto più ripide che nei compr. radiali (in cui la curva o è orizz. opp. solo leggerm. inclinata)

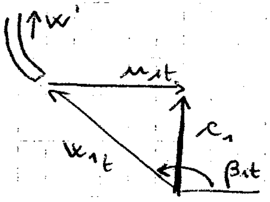
nelle mappe:



si arriva a qst mappe nello stesso modo!

Pale in avanti:

lavoro > → β_c più alto → a parità di β_c tot ho meno stadi se pale in avanti; MA vel c_2 in uscita risulta molto grande. Diffusore riduce c_2 ad un valore accettabile ma in qst caso ci sono tant perdite e il diffusore è ingombrante la paletta prende w_1 inclinata rispetto alla direz. assiale e la deve raddrizzare → w' (non più componente tan) 29/11/10



qst tipicam. comporta una riduz. di velocità
possiamo imporre che la componente assiale sia la stessa per w_1 e w' → $w' = w_{1t} \sin \beta_1$

aria rallenta → $p\uparrow$ → pericolo di stallo !!

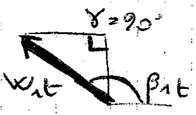
$C_p = \dfrac{p'-p_1}{\frac{1}{2}\rho w_1^2}$ se trascuriamo i valori delle resistenze passive (L_w) posso legare $p'-p_1$ alle variaz. di vel relative

$$C_p = \frac{p'-p_1}{\frac{1}{2}\rho w_1^2} = 1 - \left(\frac{w'}{w_1}\right)^2 = 1 - \sin^2 \beta_1 \rightarrow \sin \beta_1 = \sqrt{1 - C_p}$$

es $C_p = 0,5$ → $\beta_1 = 135°$ (valore max ammissibile)

Possiamo dire che $M_{1max} \xRightarrow{\text{determina}} w_{1t}$
$C_{p\,max} \xRightarrow{\text{determ.}} \beta_{1t}$

→ conosciamo 2 angoli e un lato del triangolo di vel, il quale, quindi, risulta completam. determinato



c_1, w_{1t}, u_{1t} fissati!

Equaz. della portata:

$$\dot m = \rho_1 c_1 \underbrace{\pi \left(r_{1t}^2 - \boxed{r_{1h}^2}\right)}_{\text{area di una corona circolare}} \quad \text{quindi} \quad \dot m \xRightarrow{\text{determ.}} r_{1t}, D_{1t}$$

dato da condiz. strutturali (albero ha dimensioni fissate!)

$u_{1t} = \omega r_{1t} \xRightarrow{\text{determ.}} \omega$

[Assumiamo $\rho = \text{cost}$]

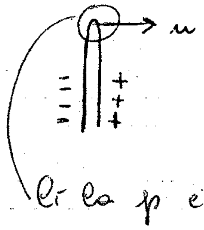
Ultima equaz.:

$L_c = u_2^2$ (pale radiali) quindi, noto $\beta_c \xRightarrow{\text{determ}} L_c \Rightarrow r_2, D_2$
$u_2^2 = \omega^2 r_2^2$

Consideraz. aerodinamiche (C_p, M_{1t}) determinano, insieme a $\dot m$, D_1 e ω ; β_c determina D_2
↑ ingresso ↑ uscita

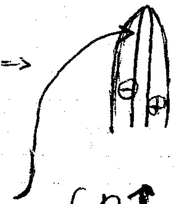
(*) ↳

È dove la paletta finisce?



estremità della paletta

lì la p è la stessa da un lato e dall'altro =>



Qst ha 2 conseguenze :

1) lì la corrente rallenta -> distacco di vena (p↑ w↓)

-> c'è rischio di stallo " e qst pericolo è tnt più grande qnt più grande è la differenza di p, cioè qnt minore è il n° di palette

2) non vale più $\frac{dp}{d\theta} = -2\rho w u$ (sparisce il grad. di p), vale invece:

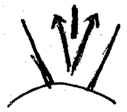
$$-\frac{dp}{d\theta} dr\, d\theta\, dz - 2 w \omega \rho\, dr\, d\theta\, dz\, r = \rho r\, dr\, d\theta\, dz \frac{dw}{dt}$$

la particella tenderà a muoversi all'indietro, perché F cor non più equilibrata dal gradiente di p

-> moto di backslip di un certo angolo δ

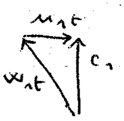
tnt palette -> δ piccolo ($\delta \propto \frac{1}{n° \text{ palette}}$)

A volte si aggiungono palette nella parte esterna della girante (se le mettessi lungo tutto il raggio l'aria non passerebbe!)



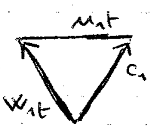
=> minor pericolo di stallo e minor δ (ang. di backslip)

(*) N.B. i vincoli sull'inducer possono essere attenuati mettendo una pregirante che modifica la c_1 (≈ IGV)



senza pregirante

$\longrightarrow$



con pregirante

=> a parità di w_{1t} -> u_{1t} ↑ -> ω↑ -> a parità di u_2 (e di lavoro) -> dimensioni minori

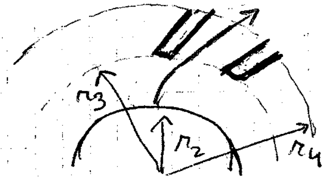
in realtà però se $c_{u1} > 0$ L_c cambia

Ⓑ ⇒ usiamo palette all'indietro (c_2 più basse, limito c_3) → compr. più compatti; flusso assiale (sfrutto area dietro); diffusore palettato → palette tendono a raddrizzare la corrente → $c_u \downarrow$, $\alpha \uparrow$ (invece che $\alpha = cost$), a parità di c_r, $c_u \downarrow$ → $W \downarrow$

⇒ diffusore in 2 zone

1) non palettata → rende la corrente subsonica^(*) ($r_2 - r_3$)

2) palette in più ($r_3 - r_4$) → c_u si riduce più velocem. di quanto non farebbe spontaneam.



(*) se le palette → urti → η bassa (perdite)

$\alpha \uparrow$ $\sin\alpha \uparrow$ → rallento, a parità di raggio, di più la corrente (opp rallento uguale e raggio <)

2/12/10

N.B. diffusore palettato:

$r c \cos\alpha \neq cost$; $r c \sin\alpha = cost$

$\sin\alpha \uparrow$ $c \downarrow$ a pari r

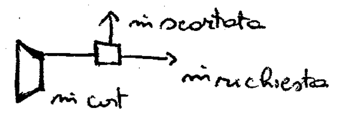
Regolazione dei compressori

Impiego compressori:

- industriale → compr. producono aria compressa e sono mossi da un motore (tipicam. elettrico)
- aeronautico → 2 tipi di compressori:
  1) turbomotori → compr. mosso da una turbina, in cui è interposto un combustore (gas caldo in turbina → lavoro mec. per muovere il compr. + riserva di energia per generare spinta; opp. turbina dà più lavoro del compr. → si muove un fan o un'elica)
  2) sovralimentaz. dei motori alternativi (turbo): in quota il motore dà sempre meno potenza ($\rho \downarrow$) → compressore davanti al motore → ristabilimento della p che ho a quota zero opp. fino a $p >$ (sovralimentaz.) → no perdita di potenza, o addirittura ne ho di più

Regolazione industriale per riflusso

Compr. manda sempre la stessa $\dot{m}$, se ne ho troppa, scarico la portata in eccesso a valle del compr.



basta aprire o chiudere una valvola, ma la potenza assorbita dal compr. è sempre la stessa → consumo sempre uguale

il lavoro aumenta a parità di potenza (cala la portata utile)
→ regolaz semplice ma costosa ⇒ qst è la peggior regolazione possibile.

Regolazione industriale per tutto o niente (on/off)

Compr funz. sempre nelle condiz. di progetto → $\dot{m}$ = cost, ma ad intermittenza :
$\uparrow$ qll di max rendimento

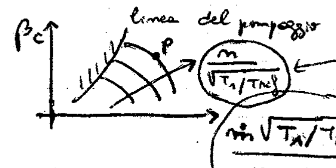
<u>es.</u> 8 macchine invece di 10
→ faccio funz. il compr. solo per l'80% del tempo
⇒ ho solo bisogno di un serbatoio per accumulare la portata
⇒ qst è la migliore regolaz possibile

Ci sono poi altri 4 tipi di regolaz industriale :

- <u>variaz. del calettam. delle pale</u>
  in modo che il compr. fornisca il β che noi vogliamo con la $\dot{m}$ che vogliamo (es IGV all'avviamento)
  → è come avere un compr diverso ad ogni istante.
- <u>variaz. del n° di giri</u> → facciamo girare più o meno velocem. il motore
- <u>laminazione alla mandata</u>
- <u>laminazione all'aspirazione</u>

} mettiamo una valvola per strozzare il flusso → passa meno $\dot{m}$

Bisogna determinare le nuove condiz. di funzionam. con gli ultimi 3 tipi di regolaz. → nuovo pt di funz. sulla <u>mappa</u> del compressore



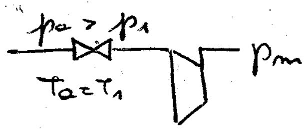
$$\frac{n}{\sqrt{T_1/T_{rif}}}$$ ← anche qui correz. strana

$$\frac{\dot{m}\sqrt{T_1/T_{rif}}}{p_1/p_{rif}} \quad \left[\frac{kg}{s}\right]$$

T_1, p_1 → all'ingresso del compressore

cambio i termini della correzione
(R è fisso → non lo mettiamo,
T^o_1 = Tamb → T statica → lasciamo T_1
ma la dividiamo per una T di riferim,
idem al den.; A resta qll → non lo mettiamo)

<u>3° caso</u> : laminazione all'aspirazione ⓐ



$T_a = T_1$ (nella valvola no scambi di calore)

servono ancora 2 condiz., la fregatura è che p_1 è incognita! ⁚⁀
cambiando p_1, cambia anche ρ_1 → cambia la densità e il compr. deve comprimere di più (parte da p più bassa e deve arrivare alla stessa p_m), prima c'era solo l'effetto del compr. che comprime di più.

1) $n = n_p \rightarrow \dfrac{n}{\sqrt{T_1/T_{rif}}} = \dfrac{n_p}{\sqrt{T_a/T_{rif}}}$ → i giri corretti non cambiano nemmeno in qst caso

2) la portata corretta non sarà più qll di prima → dobbiamo valutare il rapporto tra β_c e la portata corretta per trovare la 2° condiz.

$$\frac{\beta_c}{\dfrac{\dot{m}\sqrt{T_1/T_{rif}}}{p_1/p_{rif}}} = \frac{p_m/\cancel{p_1}}{\dfrac{\dot{m}\sqrt{T_a/T_{rif}}}{\cancel{p_1}/p_{rif}}} = \frac{p_m/p_a}{\dfrac{\dot{m}\sqrt{T_a/T_{rif}}}{p_a/p_{rif}}} = \frac{\beta_{cp}}{\dot{m}_{cN}} = \frac{\beta_{cN}}{\dot{m}_{cN}}$$

quindi $\dfrac{\beta_{cA}}{\dot{m}_{cA}} = \dfrac{\beta_{cN}}{\dot{m}_{cN}} = \tan\alpha_N$ → A ed N devono stare sulla stessa retta passante per l'origine.

$\dot{m}_{cA} > \dot{m}_{cN}$ → A è a dx di N
(a parità di portata, il pt A ha una pressione p_1 più bassa)

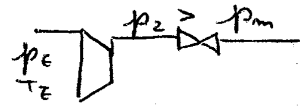
Possiamo fare un <u>confronto</u> dei 3 punti:

- in termini di lavoro richiesto (e quindi di potenza richiesta)

$$L_c = \frac{1}{\eta_c} c_p T_1 \left(\beta_c^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1 \right)$$

tralasciando un attimo η_c → noi preferiamo il pt N ($\beta_c <$), poi viene il pt A (devo laminare di meno all'aspiraz. che alla mandata, a parità di portata) ed infine il pt M è il peggiore dei 3.
Ovviam. non è detto che io possa cambiare il no di giri del motore → se non posso, metto la valvola (preferibilm. all'aspiraz.)

2° caso: laminazione alla mandata ⓜ



come per la regolaz. industriale:

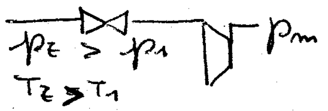
1) $\dot m_{cM} = \dfrac{\dot m\sqrt{T_E/T_{rif}}}{p_E/p_{rif}} = \dot m_{cN}$

2) $n_{cM} = \dfrac{n_p}{\sqrt{T_E/T_{rif}}} = n_{cp}\sqrt{\dfrac{T_{E0}}{T_E}} < n_{cp}$

$\uparrow$

effetto piccolo (T varia di poco e pk c'è la radice) idem prima.

3° caso: laminazione all'aspirazione ⓐ



come prima non so di qt devo abbassare la p_1 → devo procedere come per la regolaz. industriale:

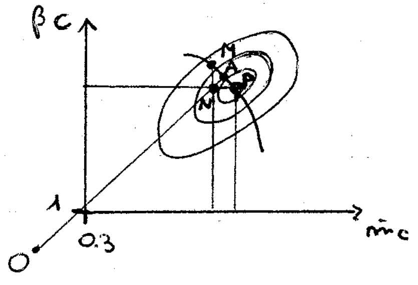
1) $n_{cA} = \dfrac{n_p}{\sqrt{T_E/T_{rif}}} = n_{cM}$

2) $\tan\alpha_A = \dfrac{\beta_{cA}}{\dot m_{cA}} = \dfrac{p_m/\cancel{p_1}}{\dfrac{\dot m\sqrt{T_E/T_{rif}}}{\cancel{p_1}/p_{rif}}} = \dfrac{p_m/p_E}{\dfrac{\dot m\sqrt{T_E/T_{rif}}}{p_E/p_{rif}}} = \dfrac{\beta_{cN}}{\dot m_{cN}} = \tan\alpha_N$

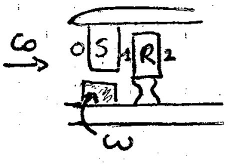
$\uparrow$

$= \tan\alpha_p\sqrt{\dfrac{T_{E0}}{T_E}}$

N.B. nelle mappe tipicam. non c'è l'origine! → bisogna andarsela a cercare se serve!



N.B. tipicam P ha il max rendim. → devo fare in modo che il motore dia il max di rendim. e minimo consumo alla quota di adattam. (crociera) → curve isorendim. saranno centrate nel pt P.



Statore (o distributore):

$p \downarrow$ $(T\downarrow)$ $c \uparrow$ con ugello diffusore

Rotore:

$L_i < 0$ $(L_t > 0)$ $c\downarrow$

ciò si può ottenere in 2 modi:
- $p = \text{cost} \rightarrow w = \text{cost.}$ (no perdite) turbine ad AZIONE $R = 0$
- $p \downarrow$ $w \uparrow$ turbine a REAZIONE (es. ≈ compressori) $R \neq 0$

R = grado di reazione

* impianti di generaz. di potenza (vapore), primi stadi: turbine ad azione, poi turbine a reazione

* motori aeronautici: turbine a reazione

TURBINE AD AZIONE

Studiamo un solo stadio:

Ipotesi: moto permanente
flusso adiabatico
flusso unidimensionale → 1D
flusso isentropico
$c_a = \text{cost}$

(flusso adiabatico, flusso unidimensionale, flusso isentropico) → $L_w = 0$

Applicando il 1° principio al rotore in un riferimento rotante

$$L_i = 0 = \int_1^2 \underbrace{\cancel{v}dp}_{=0} + \frac{w_2^2 - w_1^2}{2} + \underbrace{\cancel{\Delta E_{g,cf}}}_{=0} + \underbrace{\cancel{L_w}}_{=0}$$

$p_1 = p_2$ — fluidi leggeri, macchina assiale — per ipotesi

quindi $\boxed{|w_1| = |w_2|}$

$$w = \sqrt{w_a^2 + w_u^2 + \underbrace{\cancel{w_r^2}}_{=0}}$$

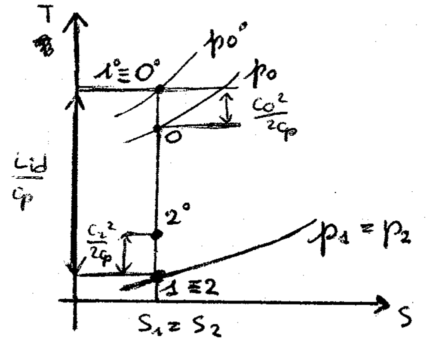
$w_a = c_a$ $(c_{a1} = c_{a2})$ — (macchina assiale)

$\rightarrow |w_1| = |w_2|$ vuol dire che $|w_{u1}| = |w_{u2}|$

- $w_{u1} = w_{u2} \rightarrow$ no lavoro $(c_{u2} = c_{u1})$ $L_t = 0$ ☹
- $w_{u2} = -w_{u1}$

Pt di vista: total-to-static (turbina isolata)

[qll total-to-total scritto in qst condiz vale 1 → non ha senso calcolarlo, perché tut il flusso è isentropico]



1 ≡ 2

ma velocità diverse
→ condiz. tot diverse

$$L_{id} = c_p (T_0^\circ - T_2)$$

$$L_t = c_p (T_0^\circ - T_2^\circ)$$ (1° principio tra 0 e 2)

la differenza tra i 2 lavori è l'en. cinetica di scarico:

$$L_{id} - L_t = \boxed{\frac{c_2^2}{2}}$$

☆ 1° princ. tra 0 e 1:

$L_i = 0$ (statore → fermo) → $L_i = c_p (T_1^\circ - T_0^\circ) = 0$ → $T_1^\circ = T_0^\circ$

da cui 1° ≡ 0°

⇒ vediamo che c_0 non conta assolutam. niente! il lavoro lo prendo da T_0° e non da T_0 !!!

☆ 1 ≡ 2 → $T_1 = T_2$

Quindi: $L_{id} = \underset{\text{per def}}{\underbrace{c_p (T_1^\circ - T_1)}} = \frac{c_1^2}{2}$ (en. cinetica)

differenza tra grandezze tot e grandezze statiche

Passiamo da 0° ≡ 1° a 1 e produciamo en. cinetica (nello statore), nel rotore la trasformiamo in lavoro (ma non tutta, per la pres. dell'en. cinetica di scarico)

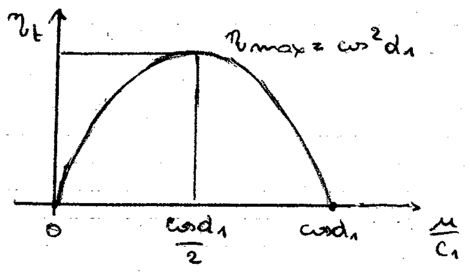
$$L_t = \frac{c_1^2 - \boxed{c_2^2}}{2}$$

en. cinetica di scarico

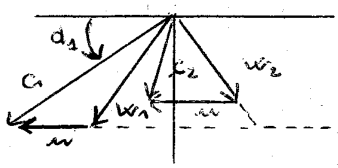
In conclusione:

$$\eta_t = \frac{L_t}{L_{id}} = \frac{2u(c_1 \cos\alpha_1 - u)}{\frac{c_1^2}{2}} = 4\frac{u}{c_1}\left(\cos\alpha_1 - \frac{u}{c_1}\right)$$

η_t dipende da qst 2 termini



→ dobbiamo fare α_1 il più piccolo possibile (però non possiamo scendere sotto i 20°/30°, sennò:  area di passaggio troppo stretta)



Rimaniamo in pres di pale simmetriche
$\rightarrow \beta_2 = \pi - \beta_1$

$L_w > 0 \rightarrow w_2 < w_1$

$L_t = u\,(c_{u1} - c_{u2})$

$c_{u1} = c_1 \cos\alpha_1$

$c_{u2} = w_{u2} + u = -(\psi\, w_{u1}) + u = -\psi\,(c_1 \cos\alpha_1 - u) + u$

Quindi: $L_t = u(1+\psi)\,(c_1\cos\alpha_1 - u)$

$L_{id} = \dfrac{c_{1is}^2}{2} = \dfrac{c_1^2}{2\varphi^2}$

$$\eta = \underbrace{2(1+\psi)\varphi^2}_{} \frac{U}{c_1}\left(\cos\alpha_1 - \frac{u}{c_1}\right)$$

nel calcolo
isentropico
qst e' pari
a 2.

$(1+\psi)\,\varphi^2 < 2 \quad \left(\psi, \varphi < 1 \quad < \begin{matrix}\varphi \simeq 0{,}96 \\ \psi \simeq 0{,}93\end{matrix}\right)$

statore: espansione → parte delle perdite vengono recuperate

rotore: no espansione → $\psi < \varphi$

$\eta_{max} \rightarrow \dfrac{u}{c_1} = \dfrac{\cos\alpha_1}{2}$

quindi $\boxed{c_{u2} > 0}$

Si accettano perdite per en cinetica di scarico un po' più grandi, qst cmq sono < di qll che si avrei con una c_2 assiale

Perdite:

- attrito
- tip clearance

si vuol rendere qst spazio il più piccolo possibile e lo si vuole controllare durante il funzionam (es dilataz termica, ...)

Configurazione multistadio

- es. turbine a vapore (da 40/50 bar a qlc kPa → $\beta \simeq 1000$)
  → 1 stadio solo non basta;
  se $\beta_{1\,stadio} \simeq 10$ → 3 stadi → 10^3
- turbine aeronautiche (scarico: 1 bar, ingresso $\simeq$ 40 bar)
  → discorso meno sentito.

Turbine a vapore:

- stadio a salti di vel.
- stadi a salti di p
- turbine a reazione

primi stadi → perdite >
per però recupero parte di qst perdite

13/12/10

TURBINE A REAZIONE

$p_2 < p_1$ (anche nel rotore c'è espansione)

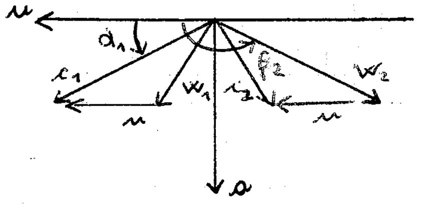
1° princ. applicato al rotore, riferim. rotante:

$$L_i = 0 = \int_1^2 v\,dp + \frac{w_2^2 - w_1^2}{2} + (L_w)$$

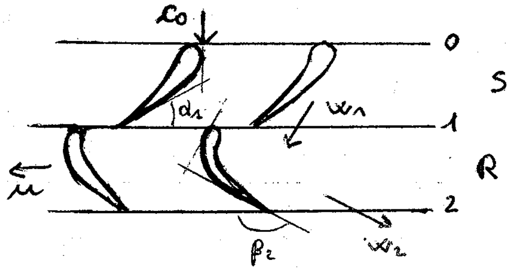
$$\int < 0 \rightarrow \frac{w_2^2 - w_1^2}{2} > 0 \rightarrow |w_2| > |w_1|$$

In particolare studieremo quel tipo di turbine a reazione che ha triangoli di vel simmetrici -

$|c_1| = |w_2|$
$|c_2| = |w_1|$



$\vec{c} = \vec{w} + \vec{u}$



α_1, β_2 angoli costruttivi

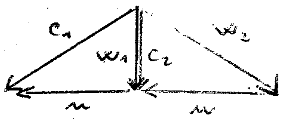
$L_t = u(c_{u1} - c_{u2}) = u(2c_1 \cos\alpha_1 - u)$

qst termine è moltiplicato per 2 nelle turbine ad azione

$c_{u1} = c_1 \cos\alpha_1$

$-c_{u2} = w_{u1} = c_{u1} - u = c_1 \cos\alpha_1 - u$

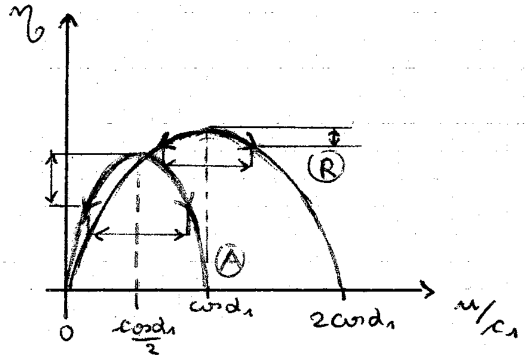
$\eta_{max} \rightarrow c_{u2} = 0$



Unica perdita è l'en cinetica di scarico → η_{max} si ha per c_2 min → $c_{u2} = 0$

$$\left.\begin{array}{l} L_t = u^2 = c_1^2 \cos^2\alpha_1 \\ L_{id} = \dfrac{c_1^2 + c_1^2\cos^2\alpha_1}{2} \end{array}\right\} \eta_{max} \rightarrow \eta_{max} = \underbrace{\cos^2\alpha_1}_{\eta_{max A}} \underset{>1}{\boxed{\frac{2}{1+\cos^2\alpha_1}}}$$

$\Rightarrow \eta_R > \eta_A$ (a parità di α_1)



Turbine aeronautiche:
ampio campo di funzionam.
→ usare $\frac{u}{c_1}$ diversi da qll di progetto (a differenza di impianti di generazione di potenza costante)

Se turbine a reazione (max "piatto") il rendim varia di poco spostandosi poco dal pt di η_{max}

In campo aeron. si usano turbine a reaz. per 2 motivi:

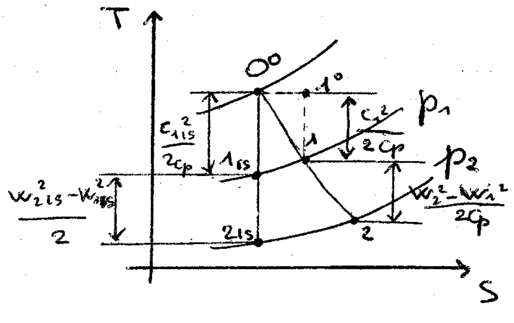
① rendim. più alto (anche se $L_{tR} = \frac{L_{tA}}{2}$)

②

Comportamento reale: (non isentropico)

$\varphi = \frac{c_1}{c_{1is}}$ $\quad \psi = \frac{w_2}{w_{2is}} \underset{\uparrow}{\approx} \varphi$

triangoli simm.



$$\frac{c_{1is}^2}{2c_p} = \frac{c_1^2}{2\varphi^2 c_p}$$

$$\frac{w_{2is}^2 - w_{1is}^2}{2c_p} = \frac{\frac{w_2^2}{\varphi^2} - w_{1is}^2}{2c_p}$$

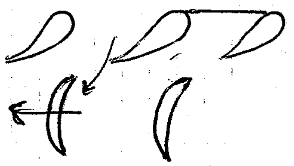
→ da qui stesso ragionam di prima

Regolazione delle turbine -

In campo aeronautico si regola tutto il gruppo compr.-turb. a seconda di manetta e condiz. di volo.

In campo industriale → regolaz. turbine:

1) parzializzazione → si tappa uno dei buchi (o più di uno) che immettono aria in turbina → ṁ diminuisce

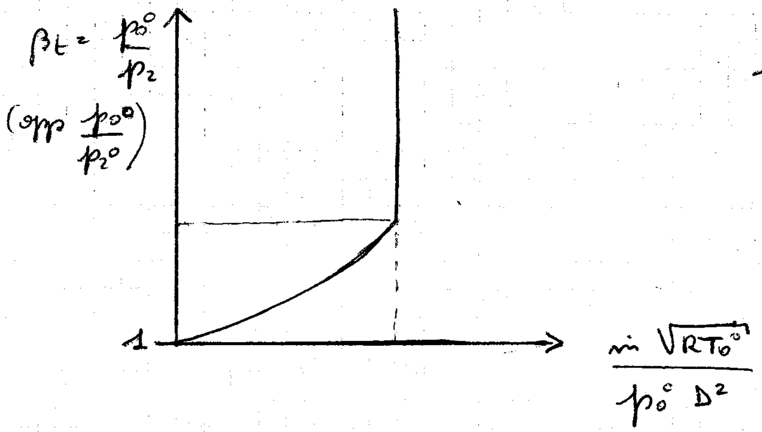


nelle turbine a reazione: ma squilibrio di p nelle palette del rotore → $\underset{\sim}{\Downarrow}$

2) valvola di laminazione a monte → ṁ diminuisce

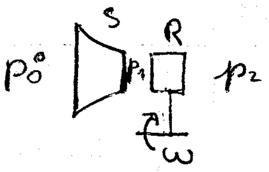
<u>Mappa della turbina</u>

$\boxed{16/12/10}$



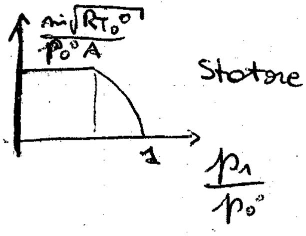
$$p_2^\circ = p_2 \left(1+\frac{\gamma-1}{2} M_2^2\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}$$

vediamo un singolo stadio di turbina ad azione

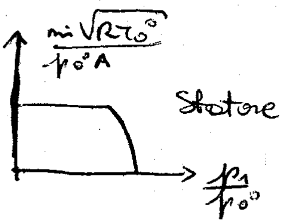


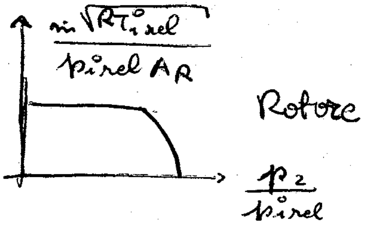
$p_1 = p_2$

Lo statore non è altro che un ugello con a monte la pressione p_0° e a valle la p_1



Turbina a reazione → β = prodotto dei singoli β dei vari pezzi, ma grafico analogo.





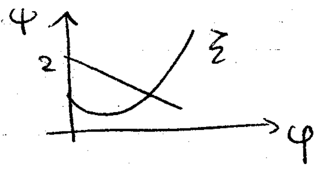
(stessa ṁ)

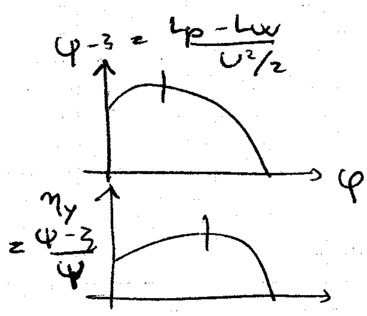
Macchine idrauliche

trascureremo le turbine idrauliche (no impiego aerospaz.)
e ci occuperemo di turbopompe (turbocompressori di liquido)

TURBOPOMPE

Discorso analogo ai compressori:
- triangolo di vel.





$$\psi - \xi = \frac{L_p - L_w}{U^2/2}$$

$$\varphi = \frac{c_a}{u} \quad \left(\text{opp. } \frac{w_r}{u_2}\right)$$

Ciò che cambia è che:
ora la densità del liquido non varia e il liquido resta a volume cost. → non ci sono più da considerare effetti di comprimibilità (n° corr, n° di giri corr, n° di Mach, ρ dipende da p e T, β che dipende da p_1, ...)

1 ingresso
2 uscita

1° princ. in forma mista: $(L_i = L_p)$

$$L_p = \int_1^2 v\,dp + \Delta E_c + \Delta E_g + L_w$$

↑ non più trascurabile (ΔEg)

↑ guardo la pompa da un riferim. fisso (L_w)

$$\underbrace{L_p - L_w}_{\text{effetto utile}} = \frac{p_2 - p_1}{\rho} + \frac{c_2^2 - c_1^2}{2} + g\,(z_2 - z_1)$$

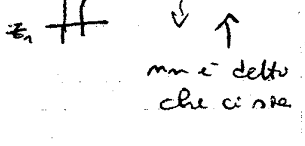
$v = \frac{1}{\rho}$

↑ 9.81 m/s²

↓

serve per aumentare:
- p
- vel
- quota

} del fluido (1 o più delle 3)



↑ non è detto che ci sia

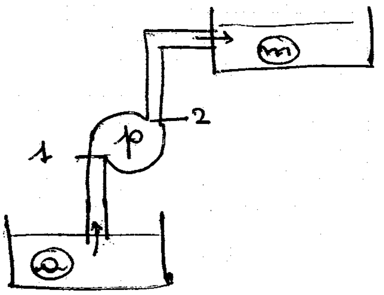
I pti a φ=cost stanno su una parabola

$$\frac{H_u}{H_u'}=\left(\frac{n}{n'}\right)^2 \quad \text{perché} \quad \frac{H_u}{H_u'}=\left(\frac{Q}{Q'}\right)^2 \text{ e } \frac{Q}{Q'}=\frac{n}{n'}$$

in altri termini:

$$H_u = K(\varphi)\,Q^2$$

come si colloca la mappa in un circuito?



a = aspiraz.
m = mandata

1° princ. tra ⓐ ed ⓜ

$$L_i = L_p = \frac{p_m - p_a}{\rho} + \frac{c_m^2 - c_a^2}{2} + g(z_m - z_a) + \overbrace{\underset{\text{pompa}}{L_w} + L_{w_{ca}} + L_{w_{cm}}}^{\text{perdite}}$$

$$H_u = \frac{L_i - L_w}{g} = \left(\frac{p}{\rho g} + \frac{c^2}{2g} + z\right)_m - \left(\frac{p}{\rho g} + \frac{c^2}{2g} + z\right)_a + \frac{L_{wca} + L_{wcm}}{g}$$

$$H_u = H_m^0 - H_a^0 + \boxed{Y} = \boxed{H_t} + \boxed{Y}$$

$$Y = \frac{L_{wca} + L_{wcm}}{g}$$

condotti di aspiraz.

condotti di mandata

prevalenza totale

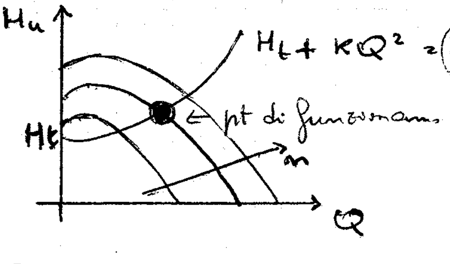
perdite di carico nei condotti

Tipicamente $Y = \boxed{k}\,Q^2$

$Y \propto Q^2$

k diverso da qll di prima

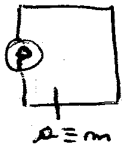
e una pompa andrà a funzionare dove $H_u = H_t + Y = H_t + kQ^2$



$H_t + KQ^2 = \boxed{H_t + Y}$ ← fisso una volta fissato il circuito

Particolarità:

<u>circuiti chiusi</u>



$H_t = 0 \rightarrow H_u = Y = K\,Q^2$ condiz. di similitudine

→ in un circuito chiuso, indipendentem. da n, la pompa funziona sempre con lo stesso φ → ho scelto bene la pompa se ho il φ di η_{max}.

93