



Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino

Appunti universitari

Tesi di laurea

Cartoleria e cancelleria

Stampa file e fotocopie

Print on demand

Rilegature

NUMERO : 77

DATA : 18/04/2011

A P P U N T I

STUDENTE : Pignata

**MATERIA : Controllo dei Sistemi Meccanici
Prof. Jacazio**

Il presente lavoro nasce dall'impegno dell'autore ed è distribuito in accordo con il Centro Appunti.

Tutti i diritti sono riservati. È vietata qualsiasi riproduzione, copia totale o parziale, dei contenuti inseriti nel presente volume, ivi inclusa la memorizzazione, rielaborazione, diffusione o distribuzione dei contenuti stessi mediante qualunque supporto magnetico o cartaceo, piattaforma tecnologica o rete telematica, senza previa autorizzazione scritta dell'autore.

**ATTENZIONE: QUESTI APPUNTI SONO FATTI DA STUDENTIE NON SONO STATI VISIONATI DAL DOCENTE.
IL NOME DEL PROFESSORE, SERVE SOLO PER IDENTIFICARE IL CORSO.**

**Politecnico di Torino - 1^a Facoltà di Ingegneria
Corso di Laurea in Ingegneria Meccanica**

Testi delle esercitazioni del corso:

CONTROLLO DEI SISTEMI MECCANICI
(Codice 02EQYFJ)

Appunti delle lezioni, esercizi
e temi d'esame svolti

di Alberto Pignato

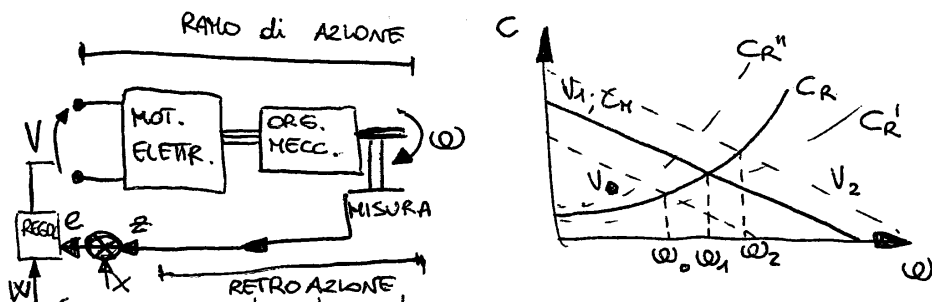
Prof. Giovanni Jacazio
Dipartimento di Meccanica

Controllo dei Sistemi Meccanici (02 EQYFJ)

Lezione	Argomento	Capitolo libro
1	<ul style="list-style-type: none"> - Definizione di un sistema di regolazione - Modelli matematici - Sistemi lineari e non-lineari - Trasformate di Laplace - Funzione di trasferimento - Schemi a blocchi - Risposta in frequenza 	1.2, 1.3, 1.4, 1.5, 1.6, 2.1, 2.2, 2.3, 2.4, 2.5, 2.6
2	<ul style="list-style-type: none"> - Elementi dei sistemi di regolazione - Derivatori e integratori - Sistemi del 1° ordine 	4.1, 4.2, 3.4, 3.6
3	<ul style="list-style-type: none"> - Sistemi del 2° ordine 	4.3
4	<ul style="list-style-type: none"> - Ritardatori e anticipatori - Sistemi di ordine superiore - Sistemi con ritardo di trasporto 	4.4, 4.5, 4.6, 4.7
5	<ul style="list-style-type: none"> - Struttura di un sistema di regolazione - Funzione di trasferimento di un sistema di regolazione - Tipi di sistemi di regolazione - Effetto dei segnali di disturbo - Sistemi di regolazione con microprocessore 	6.1, 6.2, 6.3, 6.5, 10.2, 10.3, 10.4
6	<ul style="list-style-type: none"> - Stabilità dei sistemi lineari - Criterio di Routh - Criterio di Nyquist - Diagramma di Bode 	5.1, 5.2, 5.9, 5.10
7	<ul style="list-style-type: none"> - Caratteristiche fondamentali di un sistema di regolazione di tipo 0 	6.7
8	<ul style="list-style-type: none"> - Caratteristiche fondamentali di un sistema di regolazione di tipo 1 	6.8
9	<ul style="list-style-type: none"> - Leggi di regolazione fondamentali - Filtri e compensazioni 	6.9, 6.10
10	<ul style="list-style-type: none"> - Definizione di un servomeccanismo - Azionamenti elettrici 	7.1, 7.2, 7.3
11	<ul style="list-style-type: none"> - Servomeccanismi elettromeccanici 	7.9
12	<ul style="list-style-type: none"> - Azionamenti idraulici 	7.5, 7.6
13	<ul style="list-style-type: none"> - Servomeccanismi idraulici 	7.11, 7.12, 7.13

Libro di testo: Jacazio - Piombo: Meccanica applicata, Volume 3°: regolazione e servomeccanismi.
Editore: Levrotto & Bella

CONTROLLO DEI SISTEMI MECCANICI



se aumento la tensione, aumento ω_1 (la tetta tasta)

posso costruire una tabella:

V_0	ω_0
V_1	ω_1
V_2	ω_2

un sistema del genere diventa però poco accurato. Non è detto che io mi trovi esattamente nell'intersezione, dipende dalle condizioni (C_R può variare).

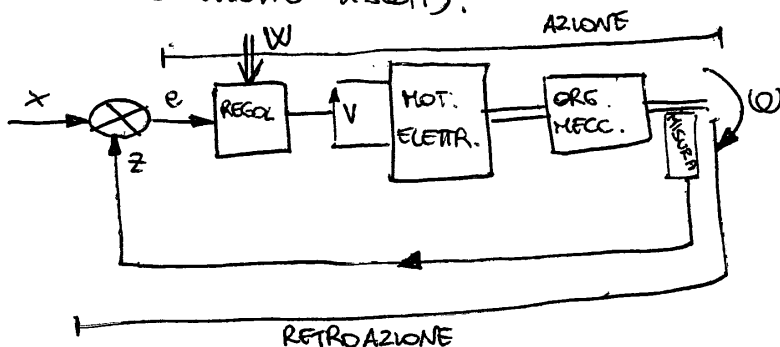
Quindi la mia ω varierà in un intorno, e c'è l'incertezza della C_R e della C_H (anch'essa può variare, per usate, ecc.).

Per risolvere il problema aggiungo una misura all'uscita, misuro il discostamento di ω dal valore teorico, e mando un segnale per variare i parametri in entrata (V, I_0).

In tutti i sistemi meccanici esistono:

- sistema fisso
- dispositivo di **misura**
- dispositivo di **regolazione**

questo sistema utilizza un anello chiuso (questi tutti sono così, quelli ad anello aperto hanno precisioni ridotte e non sono molto usati).



segnali:

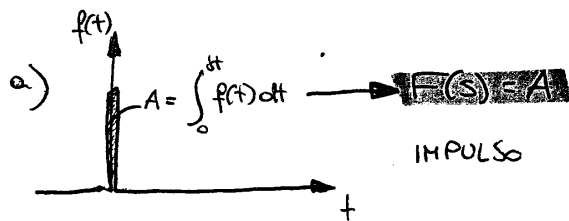
- x - comando
- z - retroazione
- e - errore

4) $\mathcal{L}[f(t-a)] = e^{-as} F(s)$

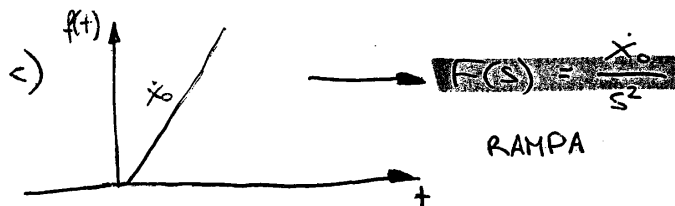
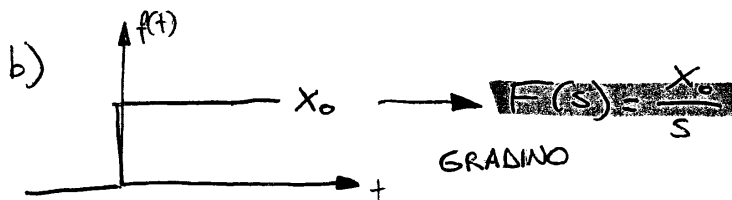
5) $\lim_{t \rightarrow \infty} f(t) = \lim_{s \rightarrow 0} s F(s)$ testema del valore FINALE

6) $\lim_{t \rightarrow 0} f(t) = \lim_{s \rightarrow \infty} s F(s)$ testema del valore INIZIALE

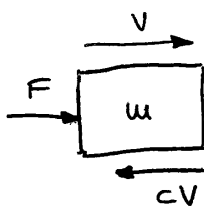
a noi interessa calcolare le trasformate di Laplace in:



CASI POSSIBILI
di LAPLACIANO
del comando



es.



$$F - cV = m \frac{dV}{dt}$$

$$\mathcal{L}[F - cV] = \mathcal{L}\left[m \frac{dV}{dt}\right]$$

$$\mathcal{L}[F] - c \mathcal{L}[V] = m \mathcal{L}\left[\frac{dV}{dt}\right]$$

$$\bar{F} - c\bar{V} = m s \bar{V} \rightarrow \bar{F} = \bar{V}(ms + c)$$

$$\frac{\bar{V}}{\bar{F}} = \frac{1}{ms + c} = G(s) \quad \text{FUNZIONE di TRASFERIMENTO del vostro sistema}$$

sono passato da un'eq. differenziale a una algebrica

$$G(s) = \frac{\bar{Y}}{\bar{X}} \quad \text{funz di TRASFERIMENTO}$$

calcolo :

$$\frac{\delta A}{\delta \theta} = r^2 (1 - \cos 2\theta)$$

$$\frac{\delta x}{\delta \theta} = r \sin \theta \rightarrow \frac{\delta \theta}{\delta x} = \frac{1}{r \sin \theta}$$

ora posso sostituire

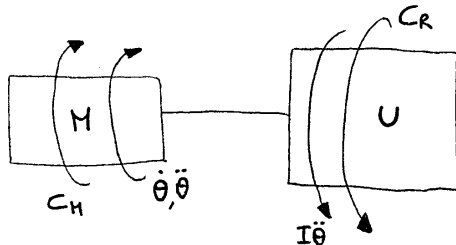
$$x = x_0 = 15 \text{ mm} \rightarrow \theta_0 = 66,42^\circ \rightarrow A_0 = 4,954 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$$

$$1) \frac{\delta Q}{\delta A} = 27,3 \text{ w/s}$$

$$2) \frac{\delta A}{\delta \theta} = 0,00105 \frac{\text{m}^2}{\text{rad}} \rightarrow \frac{\delta Q}{\delta x} = 1,25 \frac{\text{w}^3/\text{s}}{\text{m}}$$

$$3) \frac{\delta \theta}{\delta x} = \frac{1}{r \sin \theta_0} = 43,64 \frac{\text{rad}}{\text{m}}$$

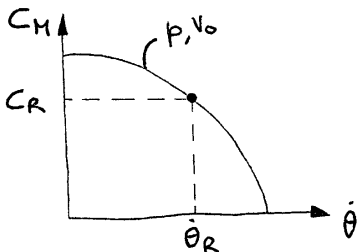
es. 2



$$C_M = \frac{V}{2\pi} p - k \dot{\theta}^2$$

dove V = cilindrata

$$k = 19 \cdot 10^{-6} \frac{\text{Nm s}^2}{\text{rad}^2}$$



$$V = V_0 = 5,4 \text{ cm}^3/\text{gito}$$

$$p = 21 \text{ MPa}$$

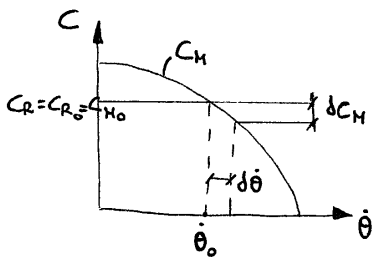
$$C_R = 15 \text{ Nm}$$

$$I = 0,0075 \text{ kg m}^2$$

$$\begin{cases} C_M = C_R \\ \dot{\theta} = \dot{\theta}_R (= \dot{\theta}_0) \end{cases} \rightarrow \frac{V}{2\pi} p - k \dot{\theta}_R^2 = C_R$$

$$\rightarrow \dot{\theta}_R = \sqrt{\frac{\frac{V}{2\pi} p - C_R}{k}} = 400,5 \text{ rad/s}$$

$$C_M - C_R = I \ddot{\theta} \rightarrow C_M - C_R = I \frac{d}{dt} (\dot{\theta})$$



$$dC_M = C_M - C_{M_0}$$

$$d\dot{\theta} = \dot{\theta} - \dot{\theta}_0$$

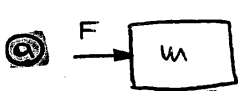
$$dC_R = C_R - C_{R_0}$$

$$\rightarrow dC_M - dC_R = I \frac{d}{dt} (d\dot{\theta})$$

$$(C_M - C_{M_0}) - (C_R - C_{R_0}) = I \frac{d}{dt} (\dot{\theta} - \dot{\theta}_0)$$



• **SISTEMI del 1° ORDINE** molla + smorzatore

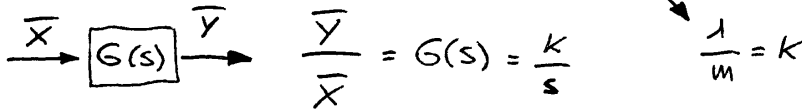


$F = m \frac{dV}{dt}$ uso le transf. di Laplace $\rightarrow \bar{F} = m s \bar{V}$

INTEGRATORE

trovo la f.d.T. $\frac{\bar{V}}{\bar{F}} = \frac{1}{m s} = G(s)$

V (param. in uscita) dev'essere integrato

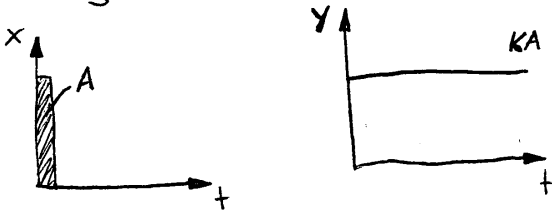


analizo i casi con FUNZIONE INTEGRATORE:

è la f.d.T. di un integratore ha sempre questa forma

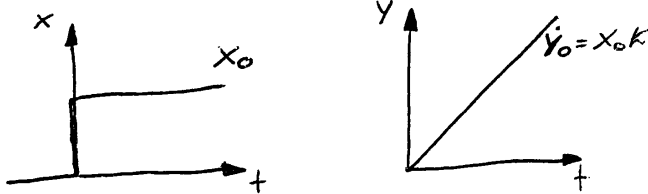
1) $\bar{X} = A$

$\bar{Y} = \frac{k}{s} A$ corrisponde ad una f a gradino



2) $\bar{X} = \frac{X_0}{s}$

$\bar{Y} = \frac{X_0}{s} \frac{k}{s} = \frac{X_0 k}{s^2}$



3) $x = X_0 \text{ sen } \omega t$ $y = Y_0 \text{ sen } (\omega t + \varphi)$

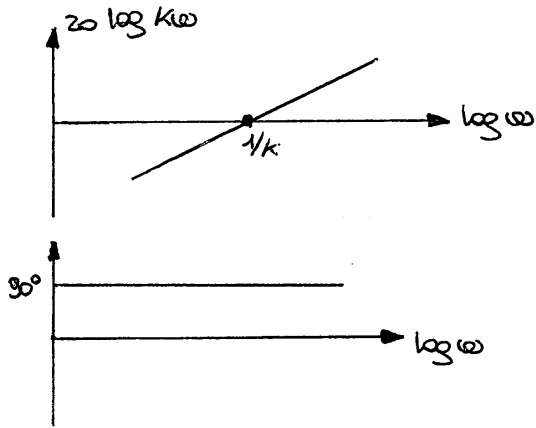
$G(s) = \frac{k}{s}$ $s = j\omega \rightarrow G(j\omega) = \frac{k}{j\omega} \rightarrow |G(j\omega)| = \frac{k}{\omega}$

possiamo scrivere $G(j\omega) = |G(j\omega)| e^{j\varphi} \rightarrow \varphi = \text{arctg} \frac{\text{Im}(G(j\omega))}{\text{Re}(G(j\omega))}$

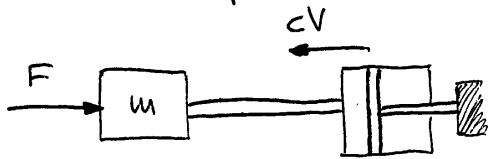
razionalizzo:

$G(j\omega) = \frac{\text{NUMERAT}}{\text{DENOM}} = \frac{|N(j\omega)| e^{j\varphi_N}}{|D(j\omega)| e^{j\varphi_D}} = |G(j\omega)| e^{j(\varphi_N - \varphi_D)}$

$\varphi = \varphi_N - \varphi_D = 0 - \frac{\pi}{2} = -\frac{\pi}{2}$
Im=0, Re=0



ulteriore esempio:



$$F - cV = m \frac{dV}{dt}$$

$$\bar{F} - c\bar{V} = m s \bar{V}$$

$$\bar{F} = \bar{V}(ms+c) \rightarrow G(s) = \frac{\bar{V}}{\bar{F}} = \frac{1}{ms+c}$$

conviene ADIMENSIONARE il denominatore: non è più integrato

$$\frac{\bar{V}}{\bar{F}} = G(s) = \frac{1/c}{\frac{m}{c}s+1}$$

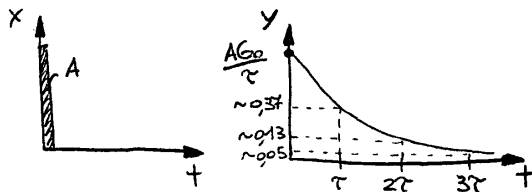
ed è del tipo $G(s) = \frac{G_0}{\tau s+1}$ **GUAINENS** della funzione

τ COSTANTE di TEMPO

f.d.T. del 1° ordine

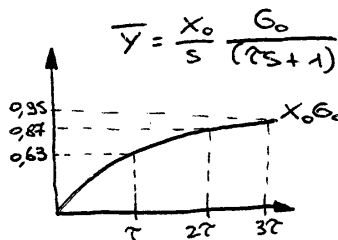
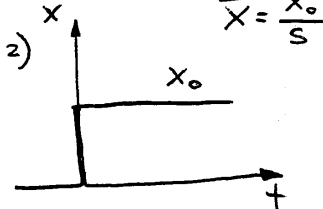
1) $\bar{X} = A$ $\bar{Y} = \frac{A G_0}{\tau s+1}$

dove la $y(t) = \frac{A G_0}{\tau} e^{-t/\tau}$



nell'esempio:

$$\frac{A G_0}{\tau} = \frac{A c}{m} = \frac{A}{m}$$



dove $y(t) = X_0 G_0 (1 - e^{-t/\tau})$

$$Y = G(s) \bar{X} = G(s) \frac{X_0}{s}$$

se voglio studiare

$$\lim_{t \rightarrow \infty} y(t) = \lim_{s \rightarrow 0} y(s) s = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{G(s) X_0}{s}$$

1) $0) \quad m\ddot{x} \frac{L}{2} + c\dot{x} \frac{L}{2} + kx \frac{L}{2} + I_G\ddot{\theta} - FL = 0$
 2) $\ddot{x} = \frac{L}{2} \ddot{\theta}$

↓ analizzo la 1)

$$FL - m\left(\frac{L}{2}\right)^2 \ddot{\theta} - I_G \ddot{\theta} - c\dot{x} \frac{L}{2} - kx \frac{L}{2} = 0 ;$$

$$FL - \underbrace{\left[I_G + m\left(\frac{L}{2}\right)^2 \right]}_{I_0} \ddot{\theta} - c\dot{x} \frac{L}{2} - kx \frac{L}{2} = 0 ;$$

$$FL - I_0 \ddot{\theta} - c\dot{x} \frac{L}{2} - kx \frac{L}{2} = 0$$

↓ applico le trasformate di Laplace

$$\overline{FL} - I_0 s^2 \overline{\theta} - cs \overline{x} \frac{L}{2} - k \overline{x} \frac{L}{2} = 0$$

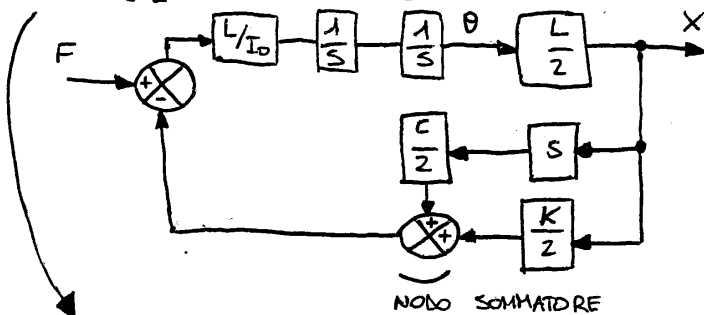
$$\overline{F} - \frac{I_0 s^2 \overline{\theta}}{L} - \frac{cs \overline{x}}{2} - \frac{k \overline{x}}{2} = 0$$

↓ ora posso esprimere $\overline{\theta}$ e \overline{x}

$$\begin{cases} \overline{\theta} = \frac{L}{I_0 s^2} \left[\overline{F} - \left(\frac{k}{2} + \frac{cs}{2} \right) \overline{x} \right] \\ \overline{x} = \frac{L}{2} \overline{\theta} \end{cases}$$

faccio lo "schema a blocchi",
quello a sinistra dell' = va al fondo

$$\overline{F} - \left[\frac{2I_0}{L^2} s^2 + \frac{c}{2} s + \frac{k}{2} \right] \overline{x} = 0$$



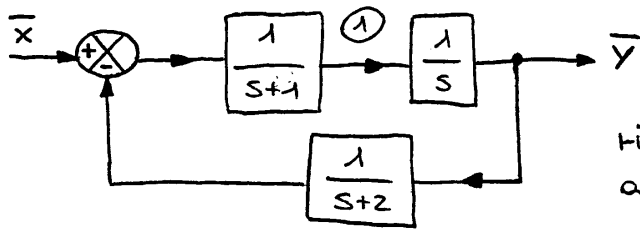
i "rettangoli" si moltiplicano
tra loro, il nodo fa
sommate o sottratte

$$\overline{x} = \frac{\overline{F}}{\frac{2I_0}{L^2} s^2 + \frac{c}{2} s + \frac{k}{2}} ; G(s) = \frac{\overline{x}}{\overline{F}} = \frac{2/k}{\frac{4I_0}{kL^2} s^2 + cs + 1}$$

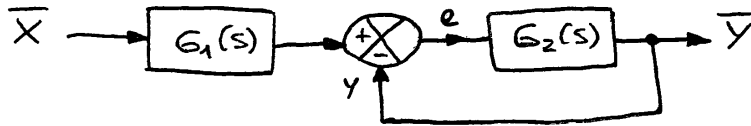
ho adimensionato
il denominatore

↓
è un sistema del secondo ordine

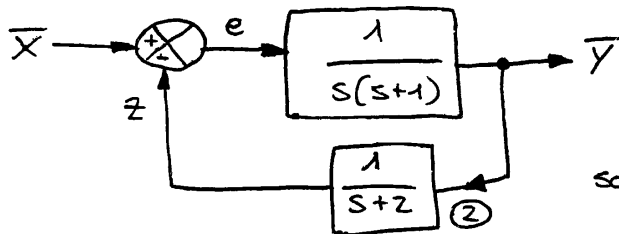
es. 2



ridurre questo schema a blocchi a quest'atto:



↓ comincio col moltiplicare gli elementi nel ramo ①



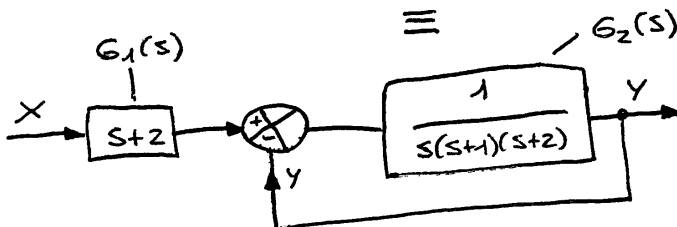
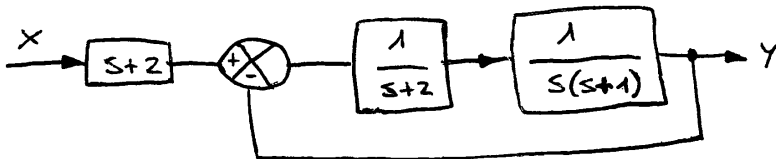
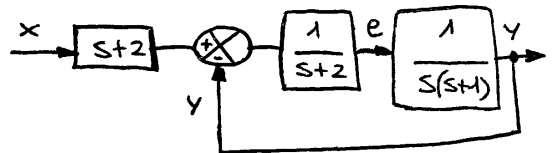
$$X - z = e$$

$$\text{so che } z = Y \frac{1}{s+2}$$

quindi devo riuscire a rendere = 1 il ramo ②:

$$X - Y \frac{1}{s+2} = e \quad ; \quad \frac{X(s+2) - Y}{s+2} = e \quad ; \quad X(s+2) - Y = e(s+2) \quad ;$$

$$\left[X(s+2) - Y \right] \frac{1}{(s+2)} = e \quad \text{schema della relazione:}$$



troviamo ora $\frac{Y}{X}$:

$$\left[X(s+2) - Y \right] \frac{1}{s(s+1)(s+2)} = Y \quad ; \quad X(s+2) = Y (s^3 + s^2 + 2s^2 + 2s + 1) \\ = Y (s^3 + 3s^2 + 2s + 1)$$

$$\frac{Y}{X} = \frac{s+2}{s^3 + 3s^2 + 2s + 1}$$

b) $\zeta < 1 \rightarrow y(t) = \frac{AG_0G_n}{\sqrt{1-\zeta^2}} e^{-\zeta G_n t} \operatorname{sen}(G_n \sqrt{1-\zeta^2} t)$

c) $\zeta = 0 \rightarrow y(t) = AG_0G_n \operatorname{sen} G_n t$

se $\zeta > 0$ ma $\zeta < 1$, $e^{-\zeta G_n t}$ è un fattore che $\rightarrow 0$ per $t \rightarrow \infty$

il periodo è $T = \frac{2\pi}{G_n \sqrt{1-\zeta^2}}$ dove $G = G_n \sqrt{1-\zeta^2}$

PULSAZIONE DEL SISTEMA

se $\zeta \ll 1$, $G \approx G_n$

Nel caso di un sistema smorzato, può interessare conoscere i valori di 2 ampiezze successive.

Essendo 2 MASSIMI, otteniamo tali valori per $\operatorname{sen}(\dots) = 1$

$$\frac{y_{n+1}}{y_n} = \frac{e^{-\zeta G_n(t_n+T)}}{e^{-\zeta G_n t_n}} = e^{-\zeta G_n T} = e^{-\zeta \frac{2\pi}{\sqrt{1-\zeta^2}}}$$

se $\zeta \ll 1 \rightarrow \frac{y_{n+1}}{y_n} \approx e^{-2\pi\zeta}$

prendo la trasformata di Laplace della variabile in uscita:

$$\bar{y} = \frac{G_0 A}{\frac{s^2}{G_n^2} + \frac{2\zeta s}{G_n} + 1} \xrightarrow{\text{derivata}} \dot{\bar{y}} = \frac{s G_0 A}{\frac{s^2}{G_n^2} + \frac{2\zeta s}{G_n} + 1}$$

applico il teorema del valore iniziale: $\lim_{t \rightarrow 0} \dot{y}(t) = \lim_{s \rightarrow \infty} [s \dot{\bar{y}}(s)]$

$$s \dot{\bar{y}} = \frac{s^2 G_0 A}{\frac{s^2}{G_n^2} + \frac{2\zeta s}{G_n} + 1} \rightarrow \lim_{s \rightarrow \infty} s \dot{\bar{y}}(s) = G_n^2 G_0 A$$

$$= \frac{G_0 A}{\frac{1}{G_n^2} + \frac{2\zeta}{G_n s} + \frac{1}{s^2}}$$

la derivata non dipende in nessun caso da $\zeta \rightarrow$ la pendenza all'origine è costante, poi, a seconda del sistema, può crescere o addolcirsi istantaneamente

nel caso in cui $\omega \gg \omega_n \rightarrow 20 \log \frac{Y_0}{X_0 G_0} \approx 20 \log \frac{1}{\frac{\omega^2}{G_n^2}} \approx 40 \log \frac{G_n}{\omega} = -40 \log \frac{\omega}{G_n}$

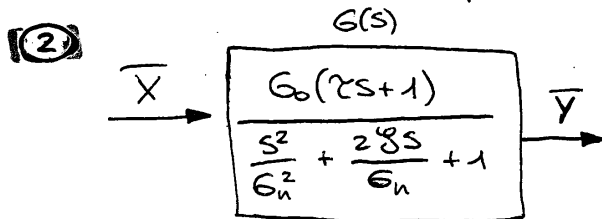
Il max della risposta lo otteniamo per $G_R = G_n \sqrt{1 - 2\zeta^2}$

Per $\zeta > \frac{1}{\sqrt{2}}$, G_R perde di significato (non ha MAX)

Per quanto riguarda l'angolo di fase $\varphi = \varphi_N - \varphi_D = 0 - \arctg \frac{2\zeta\omega}{G_n} + \frac{\omega^2}{G_n^2}$

Nel caso $\zeta > 1$ $G(s) = \frac{G_0}{(\tau_1 s + 1)(\tau_2 s + 1)}$ è la somma di 2 curve

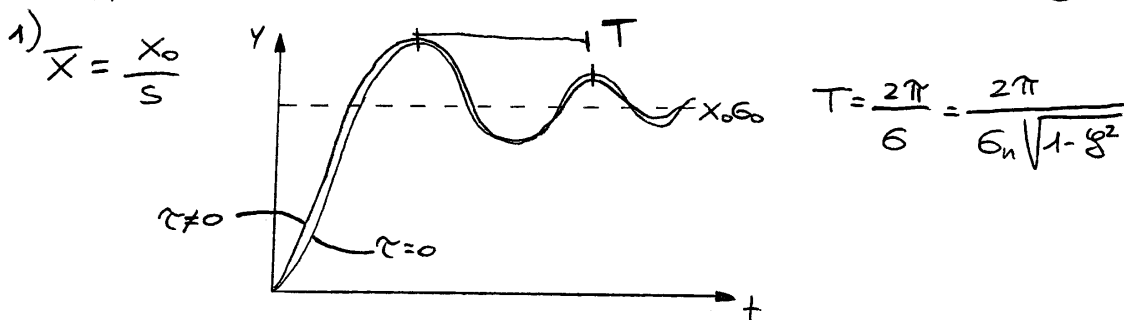
un altro caso che potremmo trovare è:



è sempre un sistema del 2° ordine (s^2 al denominatore)

Il numeratore è moltiplicato per un polinomio di 1° grado in s , che influenza solo la FORMA della risposta.

Supponiamo di avere in ingresso un impulso a gradino:



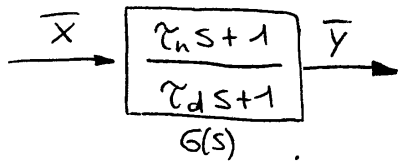
nel caso $\zeta \neq 0$ la risposta è sempre oscillatoria e la freq. è uguale, ma cambia la forma

$$\bar{Y} = \frac{G_0 x_0 (\tau s + 1)}{s \left(\frac{s^2}{G_n^2} + \frac{2\zeta s}{G_n} + 1 \right)} \rightarrow \dot{\bar{Y}} = \bar{Y}_s = \frac{G_0 x_0 (\tau s + 1)}{\frac{s^2}{G_n^2} + \frac{2\zeta s}{G_n} + 1} \quad \text{applico il Th. del valore iniziale}$$

$$\lim_{t \rightarrow 0} \dot{y}(t) = \lim_{s \rightarrow \infty} \dot{\bar{Y}}_s = \frac{G_0 x_0 (\tau s^2 + s)}{\frac{s^2}{G_n^2} + \frac{2\zeta s}{G_n} + 1} = \lim_{s \rightarrow \infty} \frac{G_0 x_0 s^2 \left(\tau + \frac{1}{s} \right)}{\frac{s^2}{G_n^2} + \frac{2\zeta s}{G_n} + \frac{1}{s^2}} = G_0 x_0 \tau G_n^2$$

Il tipo di risposta in frequenza di questo tipo di fdt dipende dal DENOMINATORE. Il NUMERATORE fornisce una distorsione rispetto al caso canonico.

📌 Date le fdt



non è una funzione utile o canonica, è una nostra scelta inserire questo tipo di blocco

1) a gradino
analizzando questo caso

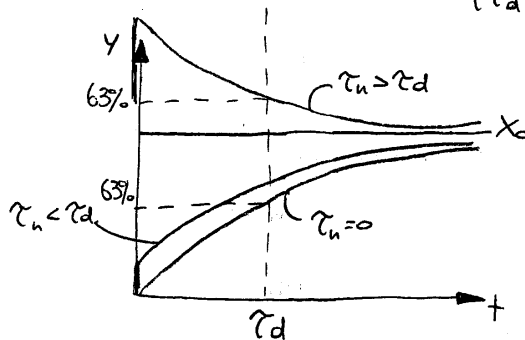
$$\bar{Y} = \frac{(\tau_n s + 1) X_0}{(\tau_d s + 1) s}$$

valore iniziale

$$\lim_{s \rightarrow \infty} \frac{(\tau_n s + 1) X_0}{(\tau_d s + 1)} = \frac{X_0 \tau_n}{\tau_d}$$

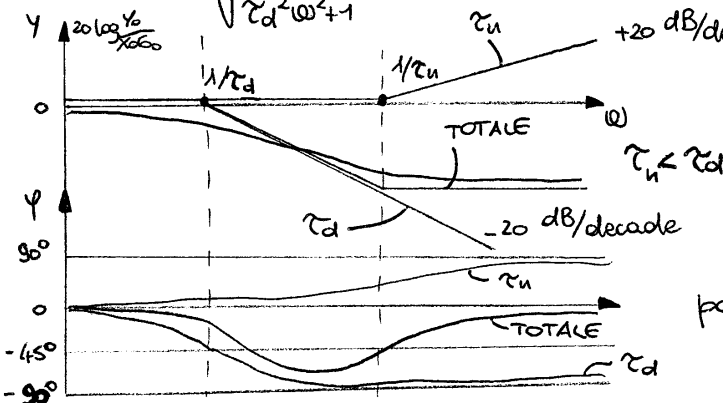
valore finale

$$\lim_{s \rightarrow 0} \frac{(\tau_n s + 1) X_0}{(\tau_d s + 1)} = X_0$$



2) sinusoidale, determiniamo la curva delle ampiezze delle risposte in frequenza

$$\frac{Y_0}{X_0} = 20 \log \frac{\sqrt{\tau_n^2 \omega^2 + 1}}{\sqrt{\tau_d^2 \omega^2 + 1}} = 20 \log \sqrt{\tau_n^2 \omega^2 + 1} - 20 \log \sqrt{\tau_d^2 \omega^2 + 1}$$



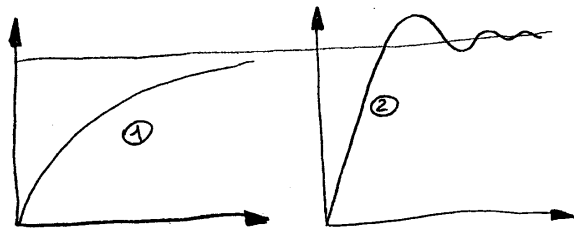
è la fdt di un blocco con funzione ritardatrice

crea delle attenuazioni a partire da una determ. freq.

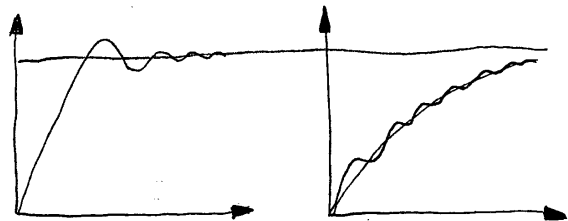
Prendi una risposta del 3° ordine :

$$G(s) = \frac{G_0 (\tau_1 s + 1)}{(\tau_2 s + 1) \left(\frac{s^2}{\omega_n^2} + 2\zeta \frac{s}{\omega_n} + 1 \right)}$$

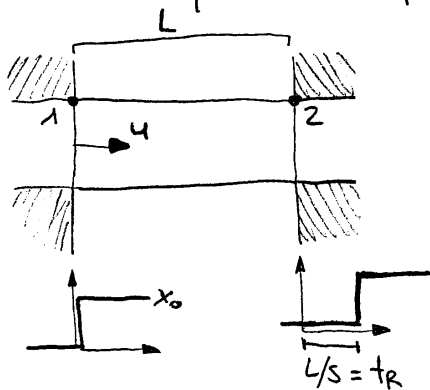
①
②



a seconda del numeratore possiamo avere una prevalenza di un ordine o l'altro o una combinazione



Prendiamo questo esempio di sistemi con RITARDO di TRASPORTO :



se accendiamo, all'imbocco, in ① un bruciatore, otteniamo un salto delle temperature. In uscita otteniamo un fluido caldo che ha percorso L con una velocità u.

La risposta in uscita ha un ritardo pari a $t_R = L/u$ RITARDO di AUMENTO di TEMPERATURA

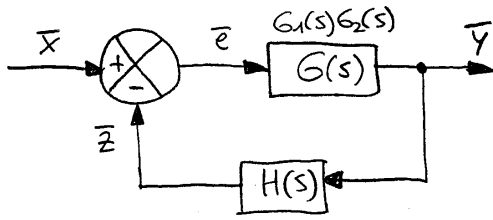
$$T_2(t) = T_1(t - t_R)$$

possiamo porre $\bar{T}_2 = e^{-s t_R}$ → $\bar{X} \rightarrow \boxed{e^{-s t_R}} \rightarrow \bar{Y}$

$$\frac{Y_0}{X_0} = |G(j\omega)| = |e^{-j\omega t_R}| \quad \text{ponendo } e^{jz} = \cos z + j \sin z$$

$$\frac{Y_0}{X_0} = \sqrt{\cos^2(\omega t_R) + \sin^2(\omega t_R)} = 1 \quad \varphi = \arctg \frac{-\sin \omega t_R}{\cos \omega t_R} = -\omega t_R$$

trascurando l'effetto del disturbo, otteniamo:



$$\frac{\bar{Y}}{\bar{X}} = \frac{G}{1+GH} = F(s) \quad \text{f.d.T. ad ANELLO CHIUSO}$$

vedremo che le risposte dinamiche dipenderanno da:

$$\frac{\bar{Z}}{\bar{e}} = GH \quad \text{f.d.T. ad ANELLO CHIUSO}$$

è indispensabile per definire la stabilità ed i margini di stabilità del sistema

abbiamo anche che: $\bar{e}G = \bar{Y} \rightarrow \frac{\bar{e}}{\bar{X}} = \frac{1}{1+GH}$

ma $GH = \frac{N(s)}{D(s)} = K_0 \frac{\prod(\sigma_i s + 1) \prod(\frac{s^2}{\sigma_n^2} + 2\zeta \frac{s}{\sigma_n} + 1)}{\prod(\tau_j s + 1) \prod(\frac{s^2}{\sigma_n^2} + 2\zeta \frac{s}{\sigma_n} + 1)}$ **SISTEMI di TIPO 0**

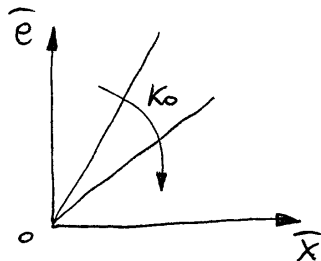
K_0 è il **GUADAGNO** della funzione $K_0 = GH$

1) a gradino

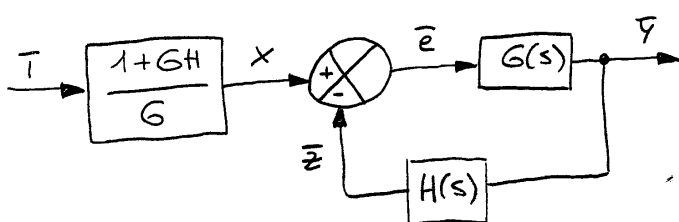
$$\bar{X} = \frac{X_0}{s}$$

Th. val. finale dell'errore: $\lim_{s \rightarrow 0} s \bar{e} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{X_0 s}{s(1+GH)} = \frac{X_0}{1+GH} = \frac{X_0}{K_0}$

da ① se $s=0$

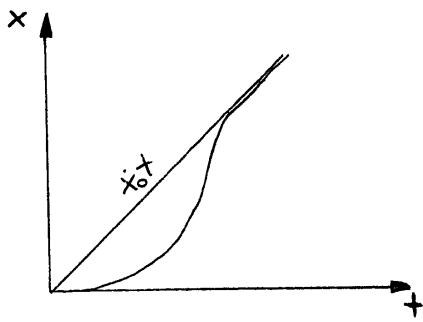


possiamo compensare l'errore fornendo un segnale \bar{X} in ingresso più grande del necessario



$$Y_0 = X_0 \frac{G}{1+GH} = \frac{1+GH}{G} \frac{G}{1+GH} = X_0$$

possiamo ottenere esattamente il segnale richiesto



$$\bar{X} = 0 \quad \bar{Y} = \frac{\bar{d} G_1 G_2}{1 + G_1 G_2 H}$$

$$\frac{\bar{d}}{\bar{Y}} = \frac{1 + G_1 G_2 H}{G_1 G_2}$$

RIGIDEZZA DEL SISTEMA

DI CONTROLLO

\bar{Y} è uno spostamento
 \bar{d} è una forza

La def. di RIGIDEZZA è estesa a tutti i sistemi meccanici

se $s=0 \rightarrow K_S = \frac{d_0}{Y_0}$ **RIGIDEZZA STATICA**

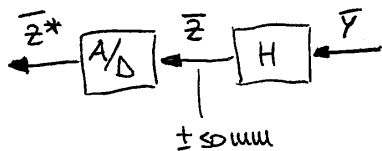
MICROPROCESSORI

Il sistema di regolazione è costituito da un microprocessore, o da un sistema di tipo analogico.

Senza questi il microprocessore ha una costanza delle legge di regolazione, per un componente analogico ha una variabilità che dipende dalle condizioni ambientali.

Il micropr. trasforma un segnale analogico in un segnale campionato, ma deve per forza approssimare i valori:

$$\text{approssimazione} = \frac{\text{range}}{2^{n \text{ di bit}}}$$



$$12 \text{ bit} \rightarrow 2^{12} = 4096$$

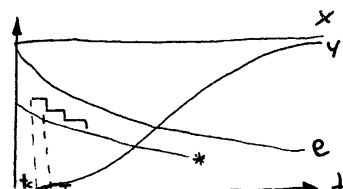
$$\rightarrow \frac{100}{4096} \text{ mm}$$

la freq. di lettura non dev'essere troppo alta (altrimenti devo anche campionate/convertite con freq. alta).

Il tempo di calcolo tra lettura ed emissione del risultato è:

$$t_R = t_c + \frac{T}{2}$$

$$e^{-sT}$$



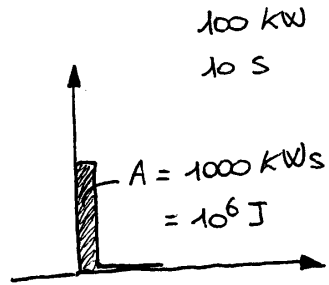
$$\begin{cases} \delta \bar{W} - H \delta \bar{T}_i = c m s \delta \bar{T}_n \\ \delta \bar{T}_i = \delta \bar{T}_n + \frac{\delta \bar{W}}{c p Q} \end{cases} \rightarrow \delta \bar{W} - H \delta \bar{T}_n - \frac{H \delta \bar{W}}{c p Q} = c m s \delta \bar{T}_n$$

$$\downarrow \delta \bar{T}_n = \frac{\delta \bar{W} \left(1 - \frac{H}{c p Q}\right)}{c m s + H}$$

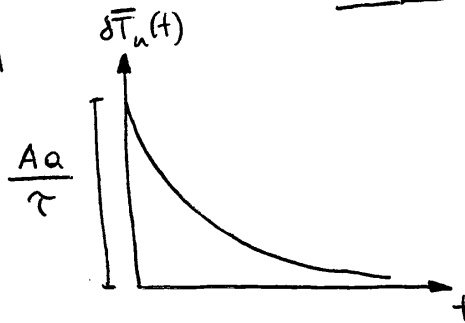
↓ adimensionamento

$$\delta \bar{T}_n = \frac{\frac{\delta \bar{W}}{H} \left(1 - \frac{H}{c p Q}\right) a}{\frac{c m}{H} s + 1} \quad \tau = \frac{c m}{H} = 360 \text{ s}$$

la fiammata è un comando ad impulso:

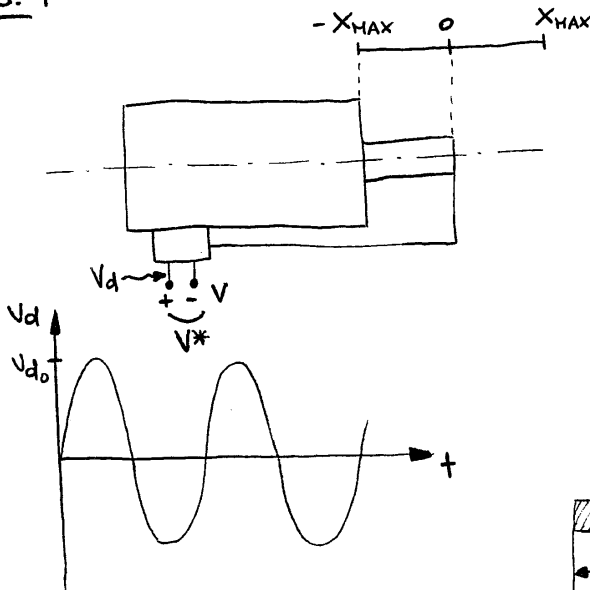


$$\downarrow \delta \bar{T}_n = \frac{\delta \bar{W} \cdot a}{\tau s + 1} \quad \delta \bar{W} = A$$

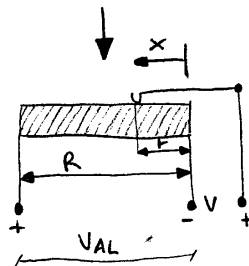


$$\Delta T_{n, \text{MAX}} = \frac{a A}{\tau} = 9,39^\circ \text{C}$$

es. 1



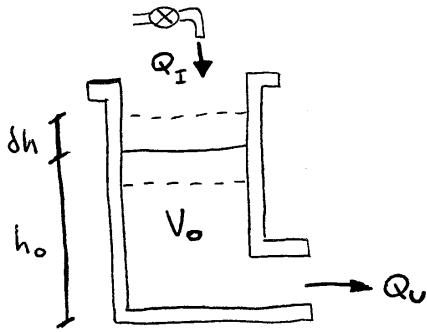
- $x_{\text{MAX}} = 100 \text{ mm}$
- $V_{\text{MAX}} = \pm 5 \text{ V}$
- $T = 1 \text{ s}$
- $V_{d_0} = 0,1\% V_{\text{MAX}} \quad f = 50 \text{ Hz}$
- $V_d = V_{d_0} \text{ sen } \omega t$



$$V = V(t)$$

$$\frac{V}{V_{\text{AL}}} = \frac{t}{R} \rightarrow V = \frac{V_{\text{AL}}}{R} t = H_1 t$$

es. 2



$$d = 50 \text{ m}$$

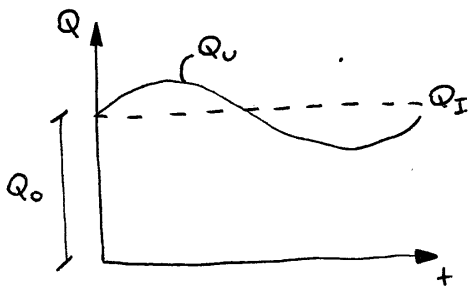
$$Q_I = Q_0 = \text{cost}$$

$$Q_U = Q_0 + dQ_0 \text{ sen } \omega t$$

$$dQ_0 = 10 \text{ m}^3/\text{s}$$

trovate dh per T

- $T_1 = 1 \text{ h}$
- $T_2 = 10 \text{ min}$
- $T_3 = 1 \text{ min}$



$$1) Q_I - Q_U = \frac{dV}{dt}$$

$$V_0 = A \cdot h_0$$

$$2) Q_I - Q_U = dQ$$

↓ devo esprimere V

$$V = V_0 + A \cdot dh = \underbrace{A h_0}_{\omega \Delta t} + A dh$$

rimane solo A dh da derivare perché $A h_0 = \text{cost}$

$$\frac{dV}{dt} = A \frac{d}{dt} (dh)$$

$$\begin{cases} 1) \\ 2) \end{cases} \rightarrow Q_I - Q_U = dQ = A \frac{d}{dt} (dh)$$

↓ Laplace

$$d\bar{Q} = A s d\bar{h} \rightarrow \frac{d\bar{h}}{d\bar{Q}} = \frac{1}{As} = \frac{k}{s} \quad \text{se } k = \frac{1}{A}$$

$$G(j\omega) = \frac{1}{A j\omega} \quad ; \quad |G(j\omega)| = \frac{dh_0}{dQ_0} = \frac{1}{A\omega} \rightarrow dh_0 = \frac{dQ_0}{A\omega}$$

calcolo:

$$A = \frac{\pi d^2}{4} = 1963,5 \text{ m}^2$$

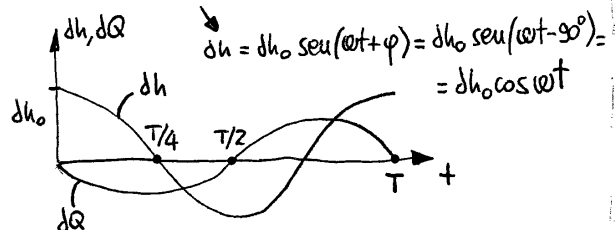
calcolo la fase:

$$G(j\omega) = \frac{1}{jA\omega} = \varphi_N - \varphi_D = 0 - 90 = -90^\circ$$

$$dQ = dQ_0 \text{ sen } \omega t$$

a) $T = 1 \text{ h} = 3600 \text{ s} \rightarrow dh_0 = 2,918 \text{ m}$
 $\omega = \frac{2\pi}{T} = 0,001745 \text{ rad/s}$

b) $T = 60 \text{ s} \rightarrow dh_0 = 0,048 \text{ m}$
 $\omega = 0,1047 \text{ rad/s}$



esistono vari metodi per valutare la stabilità:

METODI ALGEBRICI - analizza i segni dei coeff. del denominatore, ma non mette in evidenza i margini entro cui diventa stabile

1) di ROUTH (usato ancora per i sistemi 3° ordine)

$$F(s) = \frac{N(s)}{a_3 s^3 + a_2 s^2 + a_1 s + a_0}$$



è stabile se

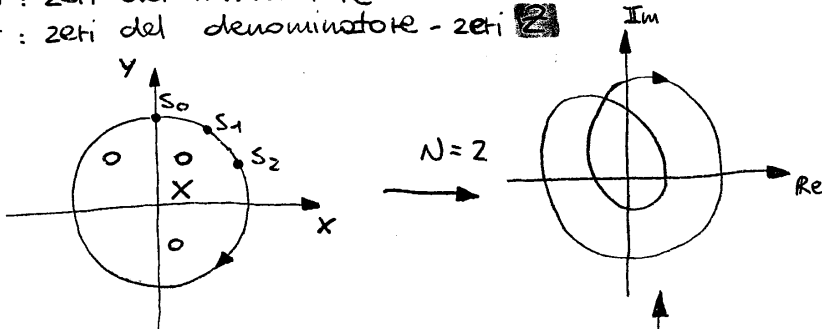
$a_1 a_2 > a_3 a_0$, indica se gli zeri del denom. sono < 0

METODI GRAFICI

2) di **NYQUIST**.

$\bar{Y} = F(s)\bar{X}$ viene usato il th. di CAUCHY su f con numeri complessi $\phi(s)$ con $s = x + jy$

o : zeri del numeratore - POLI 
 x : zeri del denominatore - zeri 



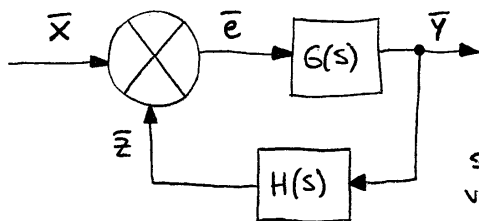
la corti

do dei valori ed s che traccino una f chiusa.

Se questa f contiene zeri o poli, la corrispondente $\phi(s)$, sul piano immaginario, descrive una curva che compie un n° di giri attorno all'origine pari a

$$N = Z - P$$

nei sistemi di controllo:



$$\frac{\bar{Y}}{\bar{X}} = \frac{G(s)}{1 + G(s)H(s)} = F(s)$$

si studia $D(s)$, per trovare gli zeri, come visto prima

per Nyquist devo analizzare la presenza di zeri reali negativi e complessi coniugati con parte reale negativa.

Ho 2 parametri significativi:

- **margini di guadagno** $G_M = \frac{1}{|GH|}$

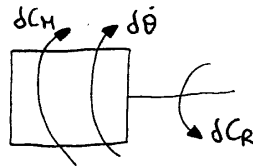
se $G_M = 1$, $|GH| = 1$ \rightarrow se $G_M > 1$ STABILE
 $\varphi = 180$ $|GH| < 1$

se $G_M < 1$ INSTABILE
 $|GH| > 1$

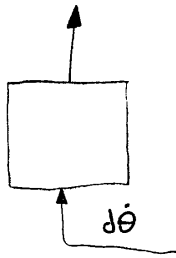
- **margini di fase** $\varphi_M = 180^\circ + [\varphi]$

ESERCITAZIONE

es. 3
2.3-2



$\tau = 0,5 \text{ s}$
 $K = 15 \text{ Nm/rad/s}$
 $J = 3 \text{ Kg m}^2$



$$\delta C_M - \delta C_R = J \frac{d(\delta \theta)}{dt}$$

$$-\frac{K}{\tau s + 1} \delta \theta - \delta C_R = J s \delta \dot{\theta} \rightarrow \delta \dot{\theta} \left[J s + \frac{K}{\tau s + 1} \right] = -\delta C_R$$

$$\rightarrow -\frac{\delta \dot{\theta}}{\delta C_R} = \frac{-\frac{J}{K}(\tau s + 1)}{\frac{J\tau}{K}s^2 + \frac{J}{K}s + 1}$$

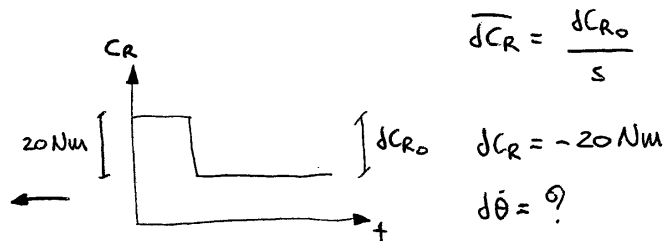
da cui:

$$\omega_n = \sqrt{\frac{K}{J\tau}} = 3,16 \text{ rad/s} = 0,503 \text{ Hz}$$

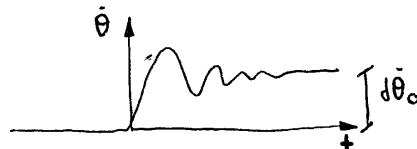
$$\frac{2\zeta}{\omega_n} = \frac{J}{K} \rightarrow \zeta = \frac{J\omega_n}{2K} = 0,316$$

$$\delta \dot{\theta}_M = \frac{-\delta C_R(\tau s + 1)}{\tau J s^2 + J s + K}$$

ora abbiamo

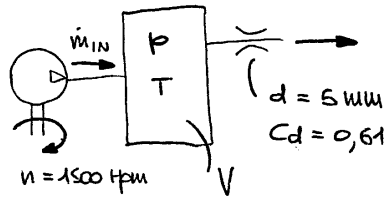


$$(\delta \dot{\theta}_M)_0 = \lim_{t \rightarrow \infty} \delta \dot{\theta}_M(t) = \lim_{s \rightarrow 0} s \delta \dot{\theta} = \frac{-\delta C_{R0}}{K} = -\frac{-20}{15} = 1,33 \text{ rad/s}$$



es. 2

2.2-7



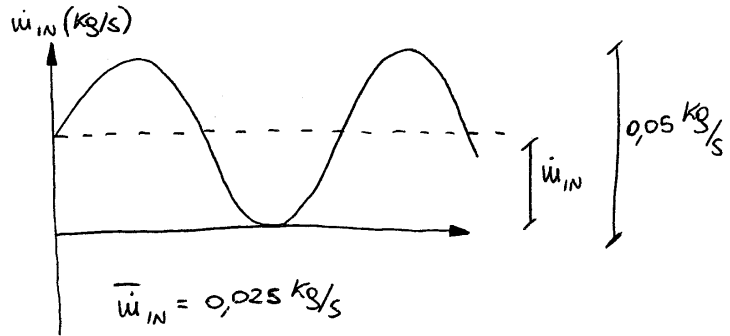
$$T = 75^{\circ}\text{C}$$

$$\dot{m} = C_d A p \sqrt{\frac{\gamma}{RT} \left(\frac{2}{\gamma+1}\right)^{\frac{\gamma+1}{\gamma-1}}}$$

condizioni soniche

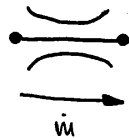
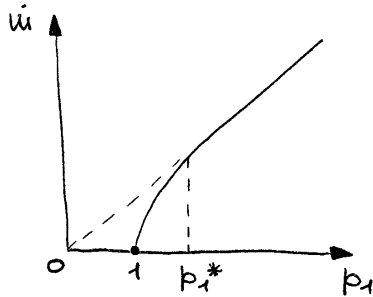
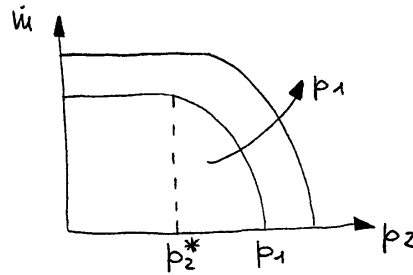
$$\gamma = \frac{C_p}{C_v} = 1,4$$

$$R = 287 \frac{\text{W}^2}{\text{S}^2\text{K}} \text{ (aria)}$$



$$T = 348 \text{ K}$$

$$A = \frac{\pi d^2}{4} = 19,635 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2$$



$$\frac{p_2^*}{p_1} = 0,528 \text{ per l'aria}$$

$$\frac{p_1^*}{p_2} = 1,89$$

$$p_2 = 1 \text{ bar (assoluta)}$$

$$\dot{m} = 0,04041 C_d A \frac{p_2}{\sqrt{T}}$$

$$R_p = \frac{p}{\dot{m}} = \frac{1}{C_d A \sqrt{\frac{\gamma}{RT} \left(\frac{2}{\gamma+1}\right)^{\frac{\gamma+1}{\gamma-1}}}} = 3,85 \cdot 10^7 \text{ 1/Sm}$$

resistenza pneumatica

$$\bar{m} = 0,025 \text{ kg/s}$$

$$\bar{p} = R_p \bar{m} = 963364 \text{ Pa} = 9,63 \text{ bar (assoluta)}$$

$$\tau = \frac{1}{\omega} \sqrt{\left(\frac{R_p d\dot{\omega}_0}{dp_0}\right)^2 - 1} = 3,18 \text{ s}$$

$$V = \frac{\tau \gamma RT}{R_p} = 0,0115 \text{ m}^3$$

$$n = 1500 \text{ rpm} \rightarrow 25 \text{ giri/s} = \text{Hz}$$

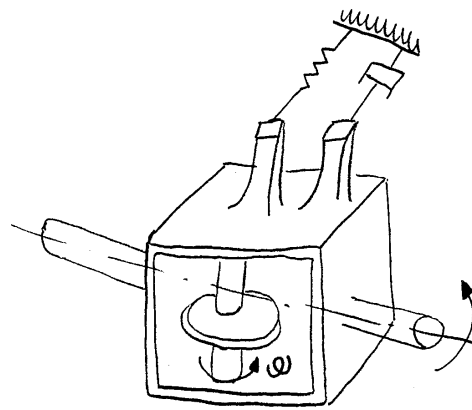
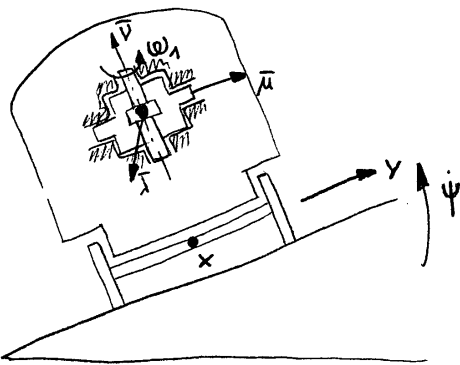
$$2 \text{ pistoni} \rightarrow f = 50 \text{ Hz}$$

$$\omega = 2\pi f = 314,2 \text{ rad/s}$$

ESERCITAZIONE

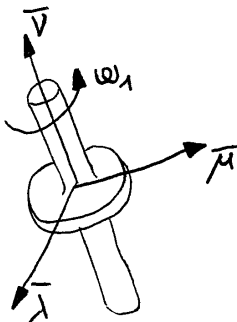
es. 1

2.3-3



Treno che entra in curva

si genera un momento risultante delle forze di inerzia



$$I_v = \frac{mR^2}{2}$$

$$I_\mu = I_\lambda$$

$$\bar{\omega} = \omega_\lambda \bar{v} + \Omega \bar{\lambda}$$

$$\bar{H}_G = I_\lambda \omega_\lambda \bar{\lambda} + I_\mu \omega_\mu \bar{\mu} + I_v \omega_v \bar{v}$$

dove $\omega_\lambda = \bar{\omega} \times \bar{\lambda} = \Omega$

$\omega_\mu = \bar{\omega} \times \bar{\mu} = 0$

$\omega_v = \bar{\omega} \times \bar{v} = \omega_\lambda$

$$\downarrow$$

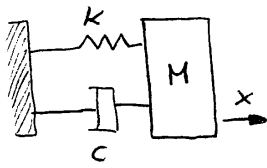
$$\bar{M}'_G = - \frac{d\bar{H}_G}{dt} = - \left[I_\lambda \omega_\lambda \frac{d\bar{\lambda}}{dt} + I_\mu \omega_\mu \frac{d\bar{\mu}}{dt} + I_v \omega_v \frac{d\bar{v}}{dt} \right]$$

$= 0$

analisi i vari termini

es. 2

2.3-4



$$K = 6000 \text{ N/mm}$$

$$C = 1000 \text{ Ns/m}$$

$$F_0 = 300 \text{ N}$$

$$M = 120 \text{ kg}$$

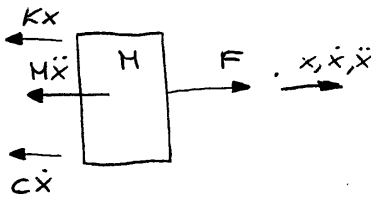
$$\omega_1 = 4 \omega_t$$

$$\omega_t = ?$$

$$X_0 = ?$$

$$\ddot{X}_0 = ?$$

$$\frac{X_0}{(X_0)_{\text{STAT}}} \Big|_{\text{dB}} \quad ?$$



$$\rightarrow) F - Kx - C\dot{x} - M\ddot{x} = 0$$

$$\rightarrow) \frac{F}{M} \frac{1}{s^2} = \frac{1}{Ms^2 + Cs + K} = \frac{1/K}{\frac{M}{K}s^2 + \frac{C}{K}s + 1}$$

$$F = F_0 \text{ sen} \omega t$$

$$x = X_0 \text{ sen}(\omega t + \varphi)$$

$$s = 0$$

cond. di eq. statico

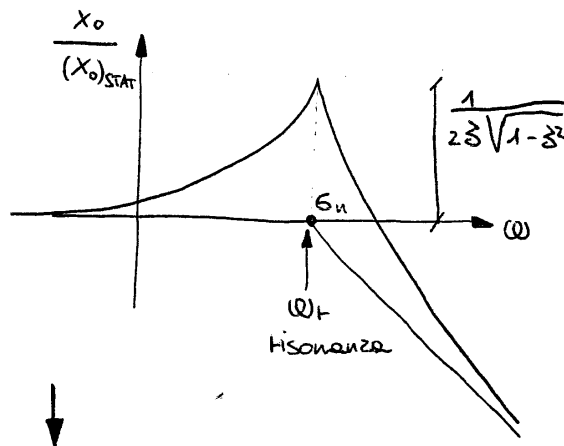
$$(X_0)_{\text{STAT}} = \frac{F_0}{K}$$

$$X(j\omega) = \frac{F/K}{-\frac{\omega^2}{\sigma_n^2} + \frac{2\delta}{\sigma_n} j\omega + 1} \rightarrow \frac{X_0}{F_0/K} = \frac{X_0}{(X_0)_{\text{STAT}}} = \frac{1}{\sqrt{\left(1 - \frac{\omega^2}{\sigma_n^2}\right)^2 + \frac{4\delta^2}{\sigma_n^2} \omega^2}}$$

$$\downarrow \varphi = -\alpha + \text{ctg} \frac{\frac{2\delta}{\sigma_n} \omega}{1 - \frac{\omega^2}{\sigma_n^2}}$$

$$\sigma_n = \sqrt{\frac{K}{M}} = 223,6 \text{ rad}$$

$$\frac{2\delta}{\sigma_n} = \frac{C}{K} \rightarrow \delta = \frac{C\sigma_n}{2K} = 0,018$$



fratti semplici:

$$\bar{y} = \frac{ax_0}{s(\tau s+1)} = \frac{R_1}{s} + \frac{R_2}{(\tau s+1)} = \frac{R_1 \tau s + R_1 + R_2 s}{s(\tau s+1)} = \frac{(R_1 \tau + R_2)s + R_1}{s(\tau s+1)}$$

$$\begin{aligned} \rightarrow ax_0 = R_1 & \rightarrow R_1 = ax_0 \\ R_1 \tau + R_2 = 0 & \rightarrow R_2 = -R_1 \tau = -a \tau x_0 \end{aligned}$$

$$\downarrow$$

$$\bar{y} = \frac{ax_0}{s} + \frac{-\tau ax_0}{\tau s+1} = \frac{ax_0}{s} - \frac{ax_0}{(s+\frac{1}{\tau})}$$

faccio l'entitastronata:

$$\mathcal{L}^{-1}\left(\frac{ax_0}{s}\right) = ax_0$$

$$\mathcal{L}^{-1}\frac{1}{s+\alpha} = e^{-\alpha t} = ax_0 e^{-t/\tau}$$

$$\bar{y} \xrightarrow{\mathcal{L}^{-1}} y(t) \quad \text{ma } y(t) = ax_0 - ax_0 e^{-t/\tau} = ax_0(1 - e^{-t/\tau})$$

e noi abbiamo la somma di 2 esponenziali: $G(s) = \frac{a}{\tau s+1}$

$$y(t) = a_1 x_0 (1 - e^{-t/\tau_1}) + a_2 x_0 (1 - e^{-t/\tau_2}) \quad \text{dove } x_0 = 1$$

$$y(t) = a_1 + a_2 - a_1 e^{-t/\tau_1} - a_2 e^{-t/\tau_2}$$

sappiamo che

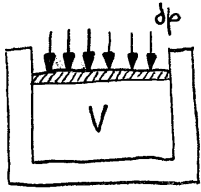
$$y(t) = 1 - \frac{7}{3} e^{-t} + \frac{4}{3} e^{-2t}$$

$$\rightarrow a_1 = \frac{7}{3} \quad \tau_1 = 1$$

$$a_2 = -\frac{4}{3} \quad \tau_2 = \frac{1}{2}$$

$$G(s) = \frac{a_1}{\tau_1 s+1} + \frac{a_2}{\tau_2 s+1} = \frac{7/3}{s+1} + \frac{-4/3}{\frac{1}{2}s+1} = \frac{-\frac{5}{6}s+1}{\frac{s^2}{2} + \frac{3}{2}s+1} = G(s)$$

3)

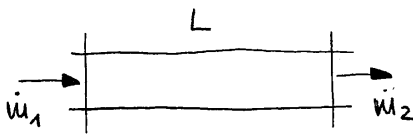


β = variazione di pressione per avere una variazione percentuale del volume

$$\beta = \frac{dp}{-\frac{dV}{V}}$$

ma $m = \rho V \rightarrow \frac{dm}{dt} = \rho dV + V d\rho$
 $m = \text{cost}, \frac{dm}{dt} = 0, \rho dV = -V d\rho$

$$\beta = \frac{dp}{\frac{dp}{\rho}}$$



$$\dot{m}_1 - \dot{m}_2 = \frac{dm}{dt}$$

il V è ben definito

$$\rho_1 Q_1 - \rho_2 Q_2 = \frac{d(\rho V)}{dt} = \rho \frac{dV}{dt} + V \frac{d\rho}{dt}$$

abbiamo poi che :

$$p_2 = p_1 + dp$$

molto piccola $\rightarrow p_2 \approx p_1 \approx p_m$

anche dt è molto piccolo

$$\frac{dp}{dt} \neq 0$$

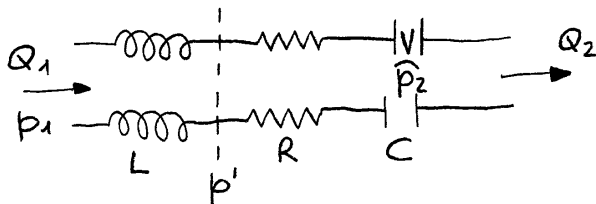
$$\rho(Q_1 - Q_2) = V \frac{d\rho}{dt}$$

quindi la var. di Q non è trascurabile

$$Q_1 - Q_2 = \frac{V}{\rho} \frac{d\rho}{dt} \rightarrow Q_1 - Q_2 = \frac{V}{\beta} \cdot \frac{dp}{dt}$$

capacità idraulica del sistema

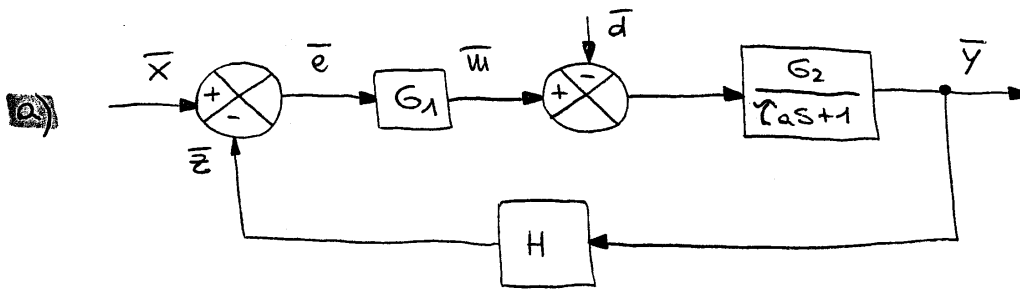
facciamo un'analogia elettrica a parametri concentrati, in questo modo trascuriamo la velocità di propagazione del fenomeno



se la linea fosse molto corta potremmo trascurare L, R , ma MAI C

$$\begin{cases} p_1 - p' = L \frac{dQ_1}{dt} \\ p' - p_2 = R Q_1 \\ Q_1 - Q_2 = C \frac{dp_2}{dt} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \bar{p}_1 - \bar{p}' = L s \bar{Q}_1 \\ \bar{p}' - \bar{p}_2 = R \bar{Q}_1 \\ \bar{Q}_1 - \bar{Q}_2 = C s \bar{p}_2 \\ \bar{Q}_1 = \bar{Q}_2 + C s \bar{p}_2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \bar{p}_1 - (\bar{p}_2 + R \bar{Q}_1) = L s \bar{Q}_1 \\ \bar{p}_1 - \bar{p}_2 = L \bar{Q}_1 s + R \bar{Q}_1 \\ \bar{p}_1 - \bar{p}_2 = (L s + R)(\bar{Q}_2 + C s \bar{p}_2) \end{cases}$$

SISTEMI di CONTROLLO di TIPO 0

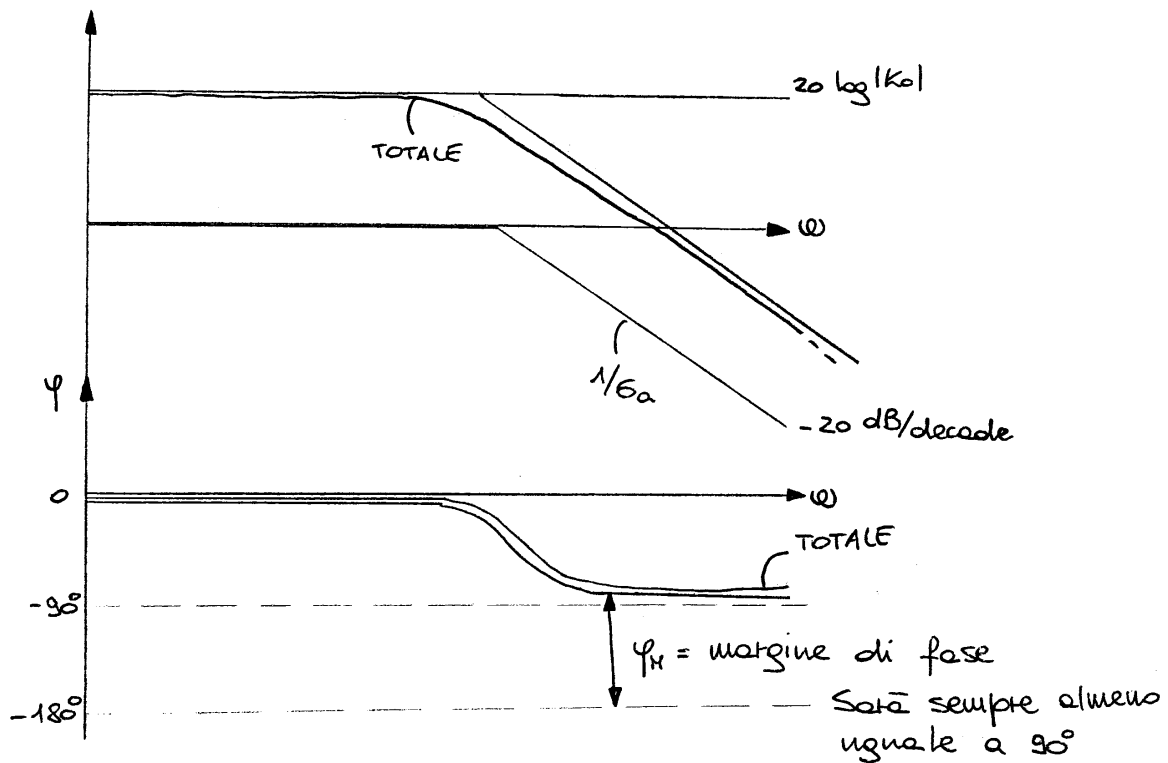


G_1 : funzione regolatrice costante

Guadagno ad anello aperto (non considerato da u in poi)

$$GH(s) = \frac{z}{e} = \frac{G_1 G_2 H}{\tau_a s + 1}$$

dove $k_0 = G_1 G_2 H$



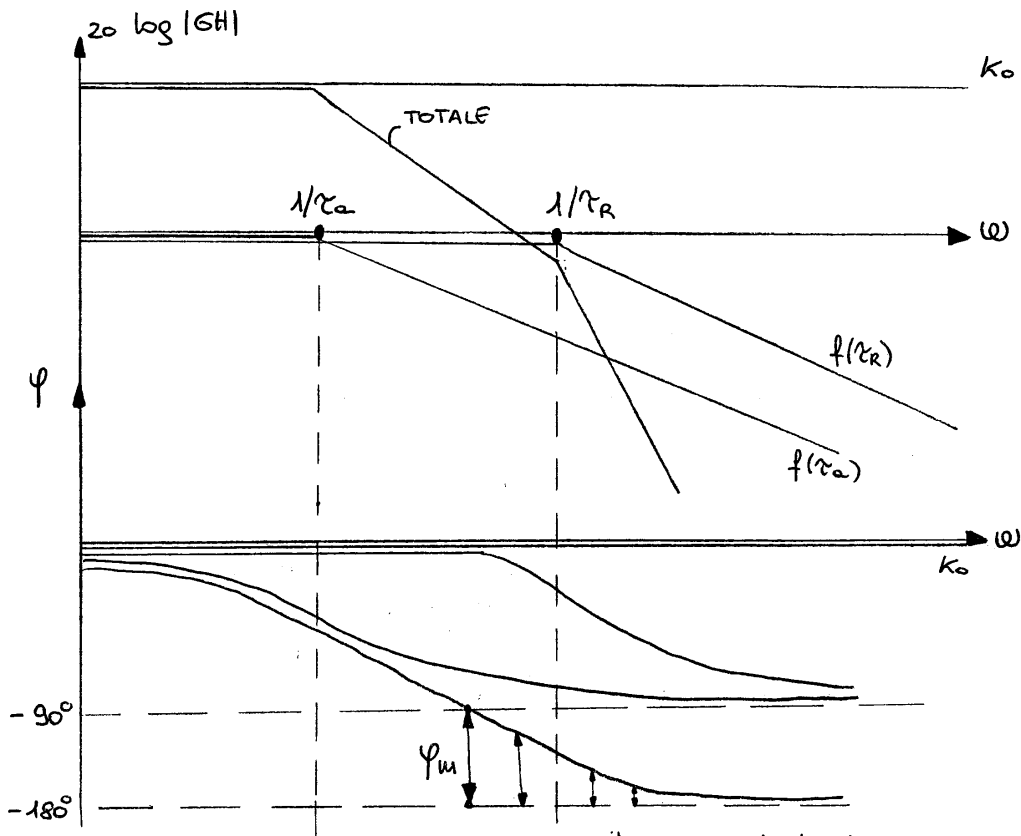
La fdt sarà, chiudendo l'anello:

$$[(\bar{X} - H\bar{Y})G_1 - \bar{d}] \frac{G_2}{\tau_a s + 1} = \bar{Y}$$

$$\bar{X}G_1G_2 - H\bar{Y}G_1G_2 - \bar{d}G_2 = \bar{Y}(\tau_a s + 1)$$

$$\bar{X}G_1G_2 - \bar{d}G_2 = \bar{Y}(\tau_a s + 1 + HG_1G_2)$$





il γ_m diminuisce

Non essendoci una frequenza oltre la quale togliamo, abbiamo che il margine di guadagno $\rightarrow \infty$

Andando a chiudere l'anello di retroazione:

$$\left[\left(\bar{X} - \frac{H}{\tau_R s + 1} \right) \bar{Y} \right] \frac{G_2}{\tau_a s + 1} = \bar{Y}$$

$$\bar{X} (\tau_R s + 1) G_1 G_2 - \bar{d} (\tau_R s + 1) G_2 = \bar{Y} [(\tau_a s + 1)(\tau_R s + 1) + G_1 G_2 H]$$

$$\frac{\bar{X} G_1 G_2 (\tau_R s + 1) - \bar{d} G_2 (\tau_R s + 1)}{\tau_a \tau_R s^2 + (\tau_a + \tau_R) s + 1 + G_1 G_2 H} = \frac{\bar{X} \frac{G_1 G_2}{1 + G_1 G_2 H} (\tau_R s + 1) - \bar{d} \frac{G_2}{1 + G_1 G_2 H} (\tau_R s + 1)}{\tau_a \tau_R s^2 + \frac{(\tau_a + \tau_R)}{1 + G_1 G_2 H} s + 1}$$

aumentando il guadagno ad anello aperto la σ aumenta, la φ diminuisce

$$\bullet \sigma_n = \sqrt{\frac{1 + G_1 G_2 H}{\tau_a \tau_R}}$$

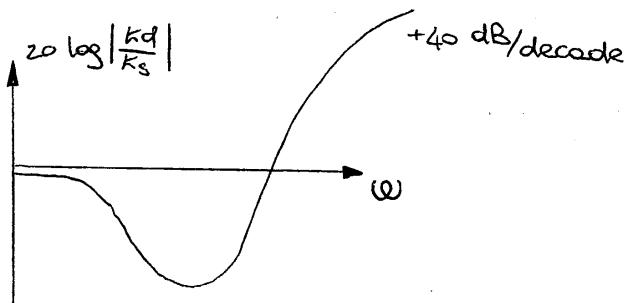
$$\bullet \frac{2\varphi}{\sigma_n} = \frac{\tau_a + \tau_R}{1 + G_1 G_2 H} \rightarrow \varphi = \frac{\tau_a + \tau_R}{2(1 + G_1 G_2 H)} \cdot \sqrt{\frac{1 + G_1 G_2 H}{\tau_a \tau_R}} = \frac{\tau_a + \tau_R}{2 \sqrt{\tau_a \tau_R (1 + G_1 G_2 H)}}$$

• $G_u = G_a \sqrt{1+k_0}$

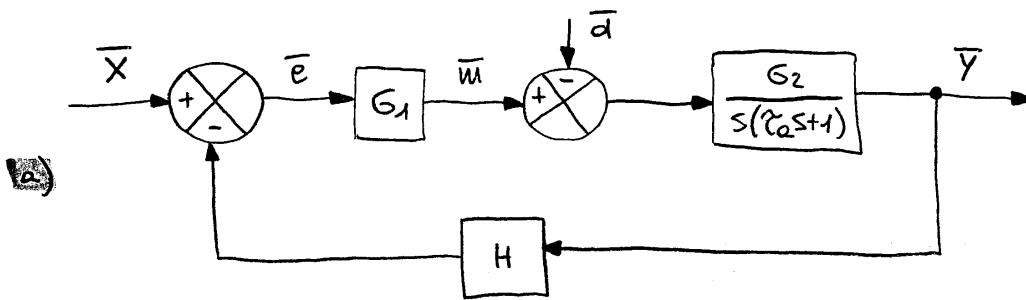
• $\frac{2\zeta}{G_u} = \frac{2\zeta_a}{G_a \sqrt{1+k_0}} \rightarrow \zeta = \frac{\zeta_a G_a \sqrt{1+k_0}}{G_a (1+k_0)} = \frac{\zeta_a}{\sqrt{1+k_0}}$

se $x=0 \rightarrow \frac{\bar{d}}{\bar{y}} = \frac{1+k_0}{G_2} \left(\frac{s^2}{G_u^2} + 2\zeta \frac{s}{G_u} + 1 \right)$

$k_s = \frac{1+k_0}{G_2} \quad \frac{k_d}{k_s} = \frac{s^2}{G_u^2} + 2\zeta \frac{s}{G_u} + 1$



SISTEMI di CONTROLLO di TIPO 1



fdT ad anello aperto : $GH(s) = \frac{\bar{y}}{\bar{e}} = \frac{G_1 G_2 H}{s(\tau_a s + 1)}$

Il guadagno ad anello aperto

$k_0 = \lim_{s \rightarrow 0} [sGH(s)]$

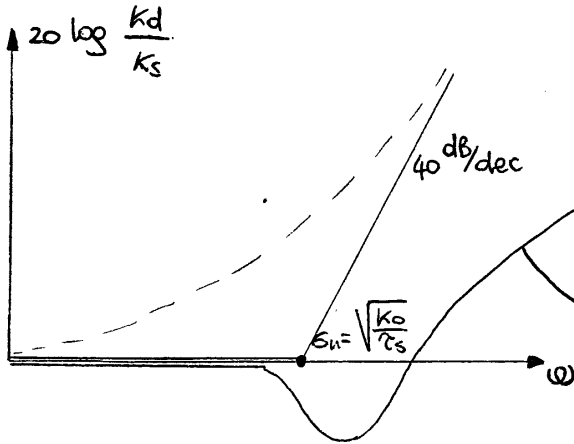
non è più un numero puro, come nei sistemi di tipo 0, ma ha le dimensioni dell'inverso di un tempo

Però dato che il tempo per stabilizzarsi è sempre più o meno lo stesso, posso usarla, caratterizzata da una $\tau = \frac{1}{K_0}$

La rigidezza dinamica

$$K_d = \frac{\bar{d}}{y} = G_1 H \left(\frac{\tau_a}{K_0} s^2 + \frac{s}{K_0} + 1 \right)$$

$$K_s = G_1 H \quad (\bar{X}=0)$$

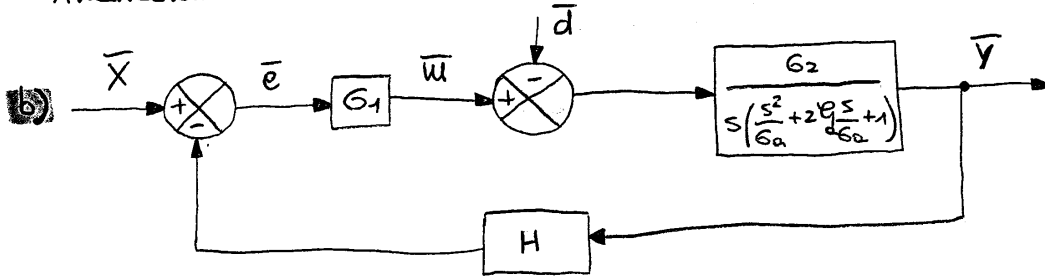


se aumentiamo G_1 , aumentiamo la rigidezza

↓
diminuisce lo smorzamento

↓
otteniamo

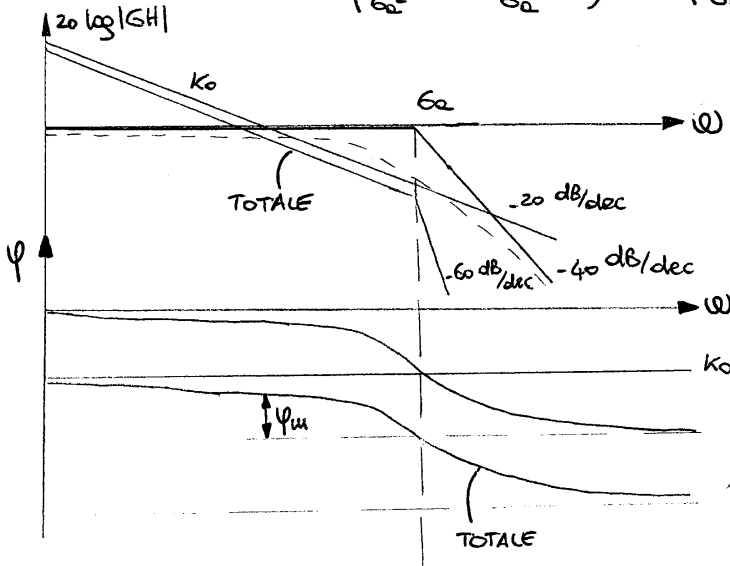
Analizziamo un altro caso:



ad anello aperto abbiamo:

$$GH(s) = \frac{\bar{z}}{e} = \frac{G_1 G_2 H}{s \left(\frac{s^2}{G_a^2} + \frac{2\eta s}{G_a} + 1 \right)} = \frac{K_0}{s \left(\frac{s^2}{G_a^2} + \frac{2\eta s}{G_a} + 1 \right)}$$

facciamo il diagramma di Bode



se η abbastanza grande:

↑
aumentando K_0 rischio di avere margini di guadagno accettabili ma margini di fase troppo piccoli

Analizziamo il sistema ad anello chiuso:

$$[(\bar{X} - H\bar{Y})G_1 - \bar{d}]G_2 \cdot \frac{1}{s\left(\frac{s^2}{G_a^2} + 2\zeta\omega_n \frac{s}{G_a} + 1\right)} = \bar{Y}$$

$$\bar{X}G_1G_2 - \bar{d}G_2 = \bar{Y}\left(\frac{s^2}{G_a^2} + 2\zeta\omega_n \frac{s}{G_a} + s + \frac{G_1G_2H}{k_0}\right)$$

$$\frac{\bar{Y}}{\bar{X}} = \frac{\bar{d} - \frac{\bar{d}}{G_1H}}{\frac{s^3}{G_a^2k_0} + \frac{2\zeta\omega_n s^2}{G_a k_0} + \frac{s}{k_0} + 1}$$

sistema di 3° grado

uso il

CRITERIO di ROUTH per un sistema stabile:

$$\frac{N(s)}{a_3s^3 + a_2s^2 + a_1s + a_0}$$

STABILE se $a_1a_2 > a_3a_0$

$$\rightarrow \frac{1}{k_0} \cdot \frac{2\zeta\omega_n s^2}{G_a k_0} > \frac{1}{G_a^2 k_0} \rightarrow \frac{2\zeta\omega_n}{k_0} > \frac{1}{G_a}$$

cioè è stabile se $k_0 < 2\zeta\omega_n G_a$

questo metodo è utile in prima approssimazione, ma non mi indica se il sistema è SUFFICIENTEMENTE stabile

Calcolando la risposta in frequenza:

$$x = x_0 \sin \omega t \quad s = j\omega \rightarrow \Delta(j\omega) = -\frac{j\omega^3}{G_a^2 k_0} - \frac{2\zeta\omega_n \omega^2}{G_a k_0} + \frac{j\omega}{k_0} + 1$$

$$y = y_0 \sin \omega t$$

ottenendo così:

$$\frac{y_0}{x_0} = \frac{1/H}{\sqrt{\left(1 - \frac{2\zeta\omega_n \omega^2}{G_a k_0}\right)^2 + \left(\frac{\omega}{k_0} - \frac{\omega^3}{G_a^2 k_0}\right)^2}}$$

per quanto riguarda le fasi:

$$\varphi = 0 - \arctg \frac{\frac{\omega}{k_0} - \frac{\omega^3}{G_a^2 k_0}}{1 - \frac{2\zeta\omega_n \omega^2}{G_a k_0}}$$

Possiamo anche qui trascurare i termini superiori al primo in prima approssimazione

il guadagno max lo avrò per :

$$\omega_r = \zeta_n \sqrt{1 - 2\zeta_n^2} \quad \text{FREQUENZA di RISONANZA}$$

perché $\frac{d}{d\omega} \frac{1}{\sqrt{\left(1 - \frac{\omega^2}{\zeta_n^2}\right)^2 + 4\zeta_n^2 \left(\frac{\omega}{\zeta_n}\right)}} = 0$

↓
il modulo max sarà, sostituendo ω_r :

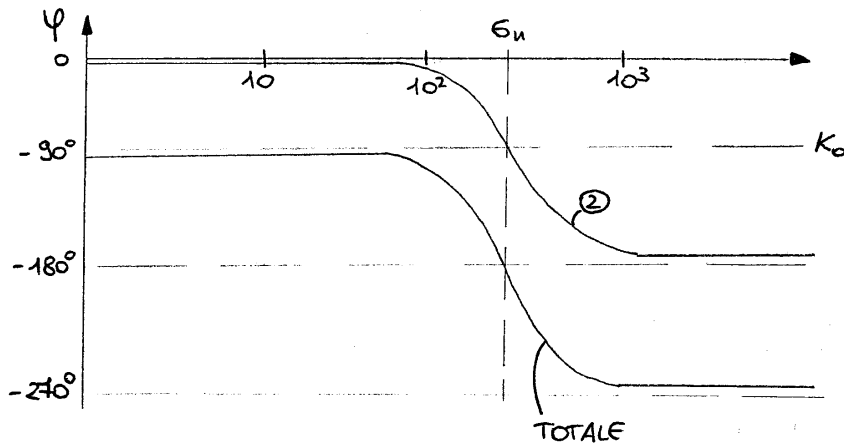
$$|G(j\omega)|_{\omega=\omega_r} = \frac{1}{2\zeta_n \sqrt{1 - \zeta_n^2}} \quad \text{ma } \zeta_n = 0,05$$

↓

$$|G(j\omega)|_{dB} = 20 \log \frac{1}{2\zeta_n \sqrt{1 - \zeta_n^2}} = 20 \text{ dB} \quad \text{GUADAGNO di } \textcircled{2}$$

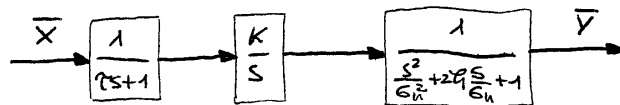
mentre :

$$|G(j\omega)| = 20 \log \frac{K}{\omega} + 20 \log \frac{1}{\sqrt{\left(1 - \frac{\omega^2}{\zeta_n^2}\right)^2 + 4\zeta_n^2 \left(\frac{\omega}{\zeta_n}\right)}} = 6,02 \text{ dB} \quad \text{GUADAGNO MAX di } \textcircled{1}$$



Non è una buona curva, ha un margine di fase troppo alto.

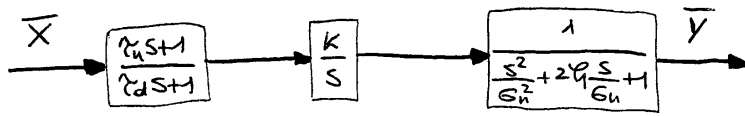
Se voglio che il MAX non sia 6 ma 9, inseriamo un filtro di TIPO 0.



$$|G(j\omega)| = |G_1(j\omega)| + |G_2(j\omega)| + |G_3(j\omega)|$$



Togliamo il filtro ed aggiungiamo un RITARDATORE:



il guadagno deve essere sempre di 15,02

$$20 \log \sqrt{\frac{\tau_n^2 \omega_n^2 + 1}{\tau_d^2 \omega_n^2 + 1}} = -15,02 \text{ dB} ; \quad \sqrt{\frac{\tau_n^2 \omega_n^2 + 1}{\tau_d^2 \omega_n^2 + 1}} = 10^{-\frac{15,02}{20}}$$

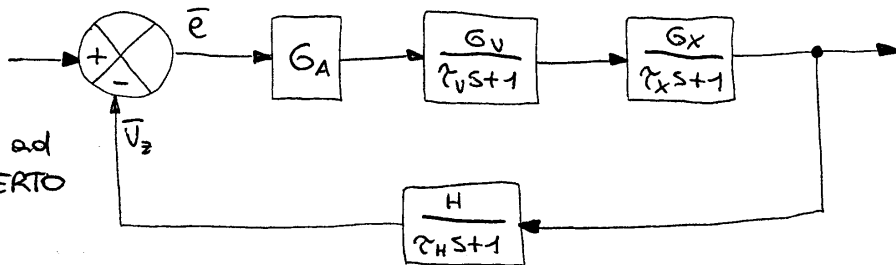
$$\rightarrow \tau_n = \sqrt{\frac{1}{\omega_n^2} \left[(\tau_d^2 \omega_n^2 + 1) \left(10^{-\frac{15,02}{20}} \right)^2 - 1 \right]}$$

$$\varphi_c = -30^\circ = \arctg \tau_n \omega_n - \arctg \tau_d \omega_n$$

τ_d	τ_n	φ_c
0,04 S	0,003114 S	-32,23°
0,045 S
0,0477 S	0,0069 S	-30°

es. 2

3.1-4



GUADAGNO ad ANELLO APERTO

$$\frac{\bar{V}_z}{\bar{e}} = G(s)H(s) = G_A \cdot \frac{G_V}{\tau_V s + 1} \cdot \frac{G_X}{\tau_X s + 1} \cdot \frac{H}{\tau_H s + 1}$$

$$X_0 = G_A G_V G_X H = 13,62$$

$$\tau_V = 6 \text{ S} \rightarrow 1/\tau_V = 0,166 \text{ rad/s}$$

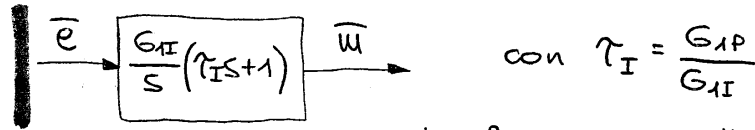
$$\tau_X = 15 \text{ S} \rightarrow 1/\tau_X = 0,066 \text{ rad/s}$$

$$\tau_H = 3 \text{ S} \rightarrow 1/\tau_H = 0,33 \text{ rad/s}$$

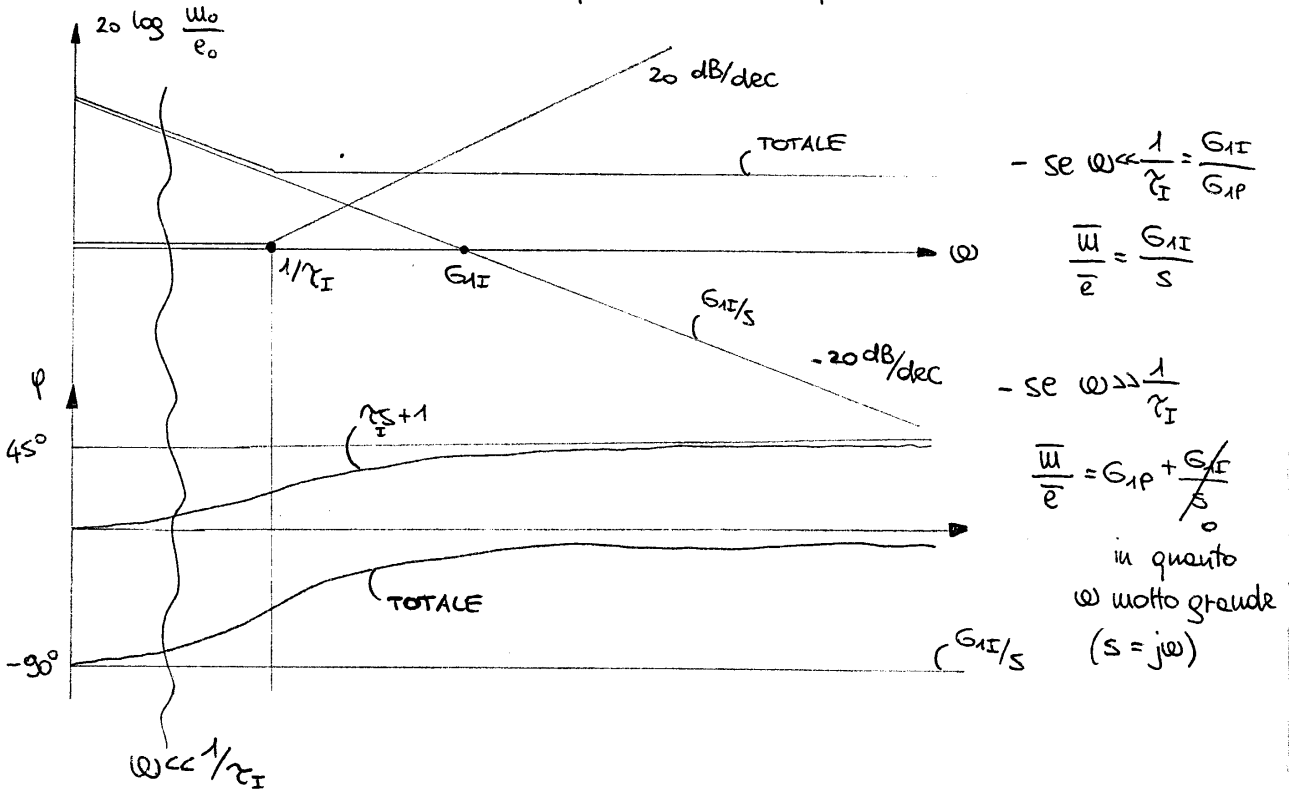
possiamo scrivere:

$$\bar{u} = G_{1P} \bar{e} + \frac{G_{1I}}{s} \bar{e} = \frac{G_{1I}}{s} \bar{e} \left(\frac{G_{1P} \cdot s}{G_{1I}} + 1 \right) = \frac{G_{1I}}{s} \bar{e} (\tau_I s + 1)$$

ottenendo:



Tracciamo la curva della risposta in frequenza della fdt del regolatore:



A basse frequenze, in condizioni quasi statiche, prevale la comp. INTEGRATIVA

A freq. elevate prevale la PROPORZIONALE

risposta STATICA → quad. INTEGRALE

risposta DINAMICA → quad. PROPORZIONALE

fdt ad anello aperto:

$$GH(s) = \frac{\bar{e}}{e} = \frac{G_{1I} (\tau_I s + 1) G_2 H}{s^2 (\tau_a s + 1)} \cdot \frac{K_0 (\tau_I s + 1)}{s^2 (\tau_a s + 1)} \quad \text{dove } K_0 = G_{1I} G_2 H \quad [s^{-2}]$$

introducendo un regolatore il sistema ad anello aperto è diventato di TIPO 2, e K_0 ha come unità di misura l'inverso del quadrato di un tempo.

Per $\omega \gg \frac{1}{\tau_I} = \frac{G_{1I}}{G_{1P}}$ l'integratore non si considera

$$GH(s) \approx \frac{G_{1P} G_2 H}{s (\tau_a s + 1)} = \frac{K_0'}{s (\tau_a s + 1)} \quad \text{dove } K_0' = G_{1P} G_2 H$$

$$K_d = \frac{d}{\bar{y}} = \frac{G_{1I} H}{S} \left(\frac{\tau_a s^3}{G_{1I} G_{2H}} + \frac{s^2}{G_{1I} G_{2H}} + \tau_I s + 1 \right) \quad \begin{array}{l} \text{RIGIDEZZA} \\ \text{DINAMICA} \end{array}$$

$$K_s = K_d \Big|_{s=0} = \infty \quad \begin{array}{l} \text{RIGIDEZZA} \\ \text{STATICA} \end{array}$$

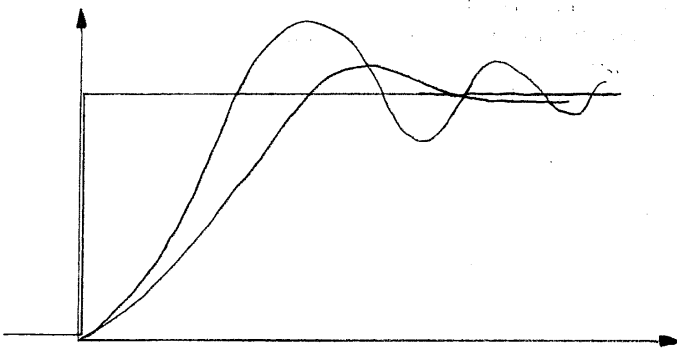
aggiungendo un integratore, ho quindi un errore pari a 0 in condizioni stazionarie (l'integratore mi compensa il disturbo)

andiamo a vedere l'effetto di X su Y (trascuriamo d), dividiamo tutto per $\tau_I s$:

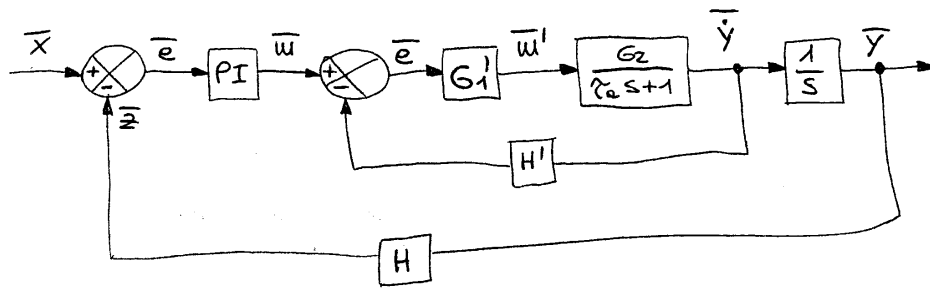
$$\bar{y} = \frac{\frac{\bar{x}}{H} \left(1 + \frac{1}{\tau_I s} \right)}{\left(\frac{\tau_a s^2}{G_{1I} G_{2H} \tau_I} + \frac{s}{G_{1I} G_{2H} \tau_I} + 1 + \frac{1}{\tau_I s} \right)}$$

per $\omega \gg \frac{1}{\tau_I}$:

$$\bar{y} = \frac{\frac{\bar{x}}{H}}{\frac{\tau_a}{G_{1I} G_{2H}} + \frac{1}{G_{1I} G_{2H}} + 1}$$

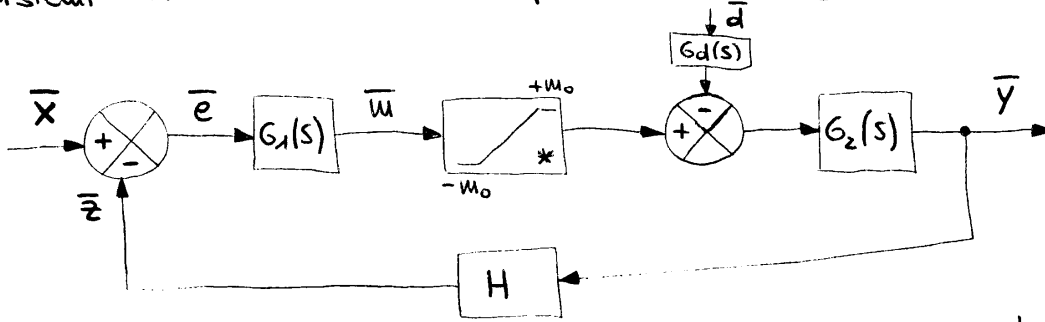


d) ANELLO di RETROAZIONE INTERNO

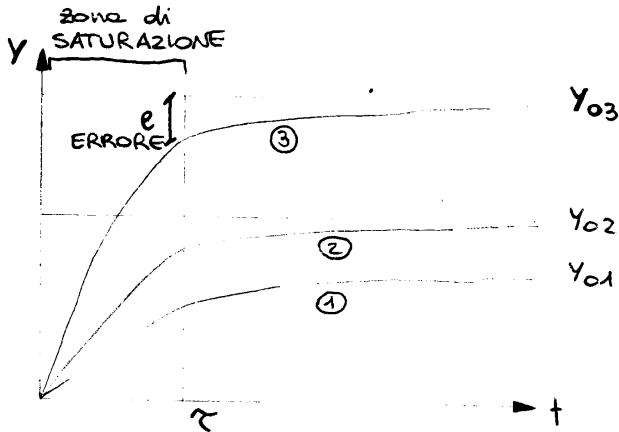


SERVOMECCANISMI

Sistemi che controllano la posizione di organi meccanici



τ : indice i valori max e min tra cui oscilla il segnale di controllo

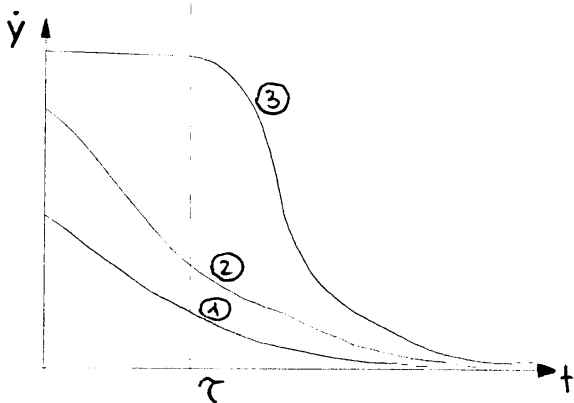


$G_2(s)$ = controllo + sistema fisico

anche \bar{d} può essere moltiplicato per una sua fdt ($G_d(s)$)

es. d = Coppia resistente

$G_d(s)$ = rapporto di trasmissione rispetto la coppia \bar{u}

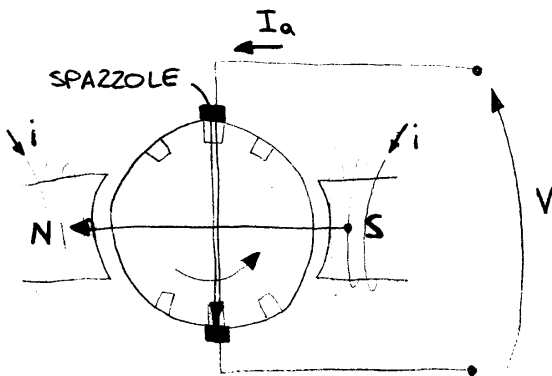


Con un comando a gradino, dopo τ il segnale avrà raggiunto il 63,2%.

Con un comando più alto avrà una risposta più veloce, anche se il segnale avrà un limite superiore (ad es. la V_{MAX} in un motore el.)

Con dei comandi alti (y_{03}) che superano il limite fisico, abbiamo all'inizio una zona di saturazione, dove il segnale ha la V_{MAX} di crescita, per poi decrescere quando torniamo nella zona di controllo

SERVOMECCANISMI ELETTROMECCANICI



Utilizzano mot. el. a magneti permanente o ad eccitazione separata.

$$C = K_t \cdot I_a \rightarrow C = \frac{K_t V}{R} - \frac{K_t^2 \omega}{R}$$

$$V = R \cdot I + V_e$$

$$V_e = K_t \cdot \omega$$

forza contro elettromotrice

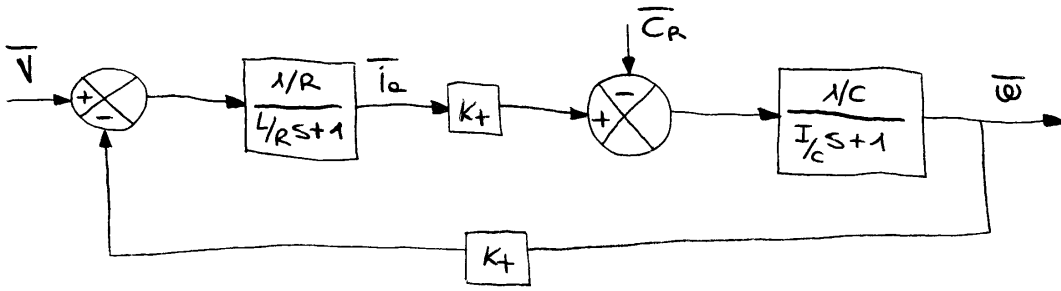
$$\rightarrow V = R \cdot I_a + K_t \omega \rightarrow I_a = \frac{V - K_t \omega}{R}$$

Nel caso IDEALE:

perdite = 0 $\rightarrow R = 0$

$$\rightarrow W_e = V \cdot I_a = W_H = C \omega$$

$$\text{cioè } \frac{C}{I_a} = \frac{V}{\omega}$$

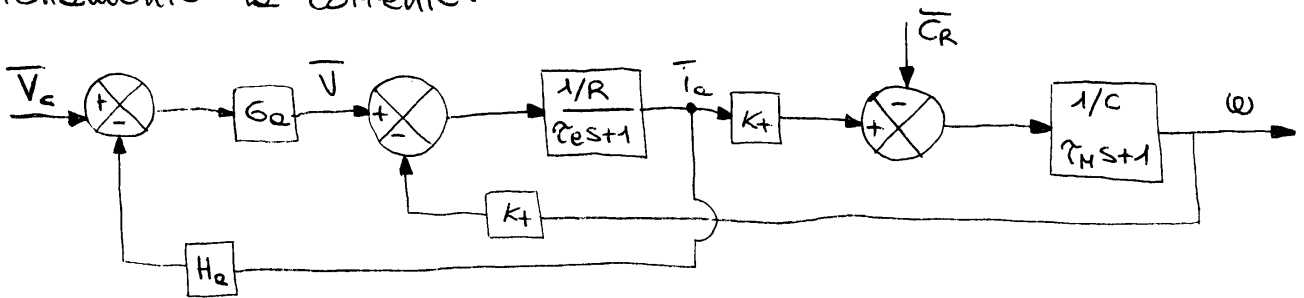


$\frac{L}{R} = \tau_e$ costante di tempo elettrica

$\tau_e < \tau_M$

$\frac{I_a}{c} = \tau_M$ costante di tempo meccanica

Per avere sistemi migliori è necessario che il comando mi determini direttamente la corrente:



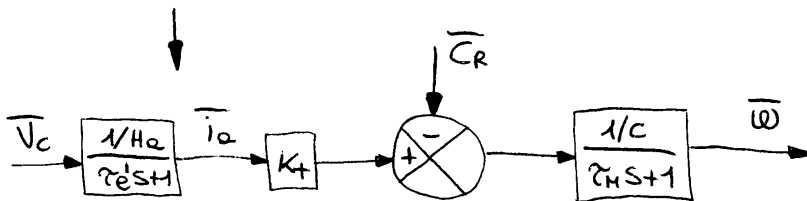
$$\left[(\bar{V}_c - H_a \bar{i}_a) G_a - K_t \bar{\omega} \right] \frac{1/R}{\tau_e s + 1} = \bar{i}_a \rightarrow \bar{i}_a = \frac{\bar{V}_c G_a - K_t \bar{\omega}}{R \tau_e s + R + H_a G_a}$$

$$\rightarrow \bar{i}_a = \frac{V_c \frac{G_a}{R + H_a G_a} + \frac{K_t \bar{\omega}}{R + H_a G_a}}{\frac{R \tau_e}{R + H_a G_a} s + 1}$$

se $H_a G_a \gg R$

$$\bar{i}_a \approx \frac{V_c \frac{G_a}{H_a G_a} - \frac{K_t \bar{\omega}}{H_a G_a}}{\frac{R \tau_e}{H_a G_a} s + 1}$$

è facile ipotizzare $H_a G_a \gg 0 \rightarrow \bar{i}_a \approx \frac{V_c / H_a}{\tau_e' s + 1}$ con $\tau_e' = \frac{R \tau_e}{H_a G_a}$



Questo è un esempio di motore elettrico controllato in corrente

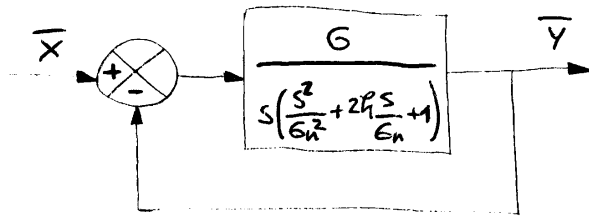
Sono noti anche i motori BRUSHLESS, dove i poli del motore e dello statore sono invertiti.

Le correnti indicano dov'è il motore, e mi restituiscono la posizione angolare (del campo e del rotore).

Leggendo tale posizione, il sensore genera di volta in volta

ESERCITAZIONE

es. 1
3.2-6



$G_n = 200 \text{ rad/s}$
 $\eta = 0,05$

calcolate : G ; φ_M
per $G_M = 8 \text{ dB}$

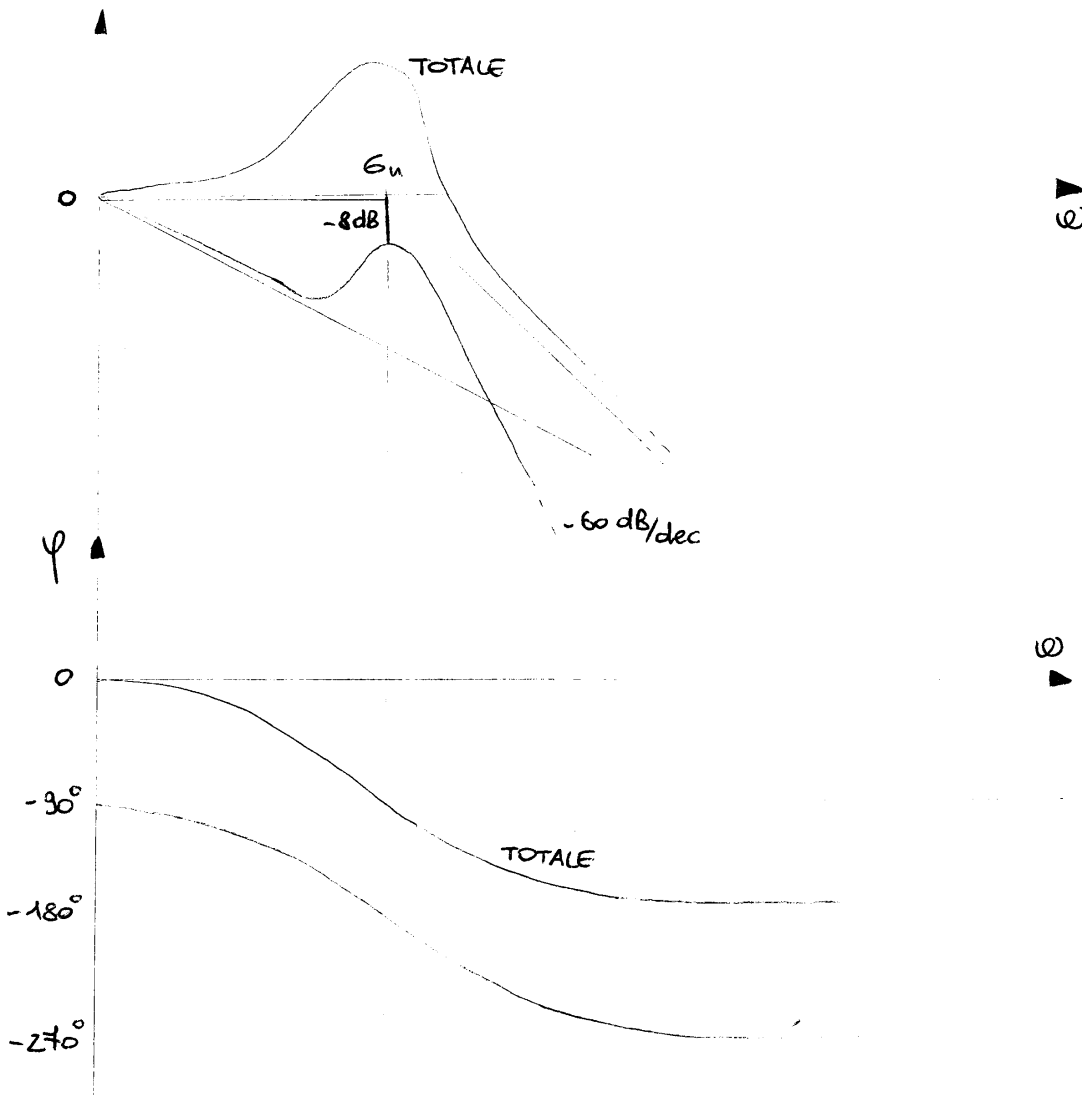
fdT ad anello aperto :

$$GH = \frac{G}{s\left(\frac{s^2}{G_n^2} + 2\eta\frac{s}{G_n} + 1\right)}$$

il guadagno statico sarà :

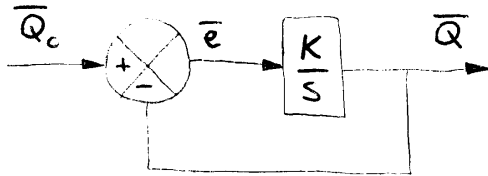
$$\lim_{t \rightarrow \infty} f(t) = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot \frac{G}{s\left(\frac{s^2}{G_n^2} + 2\eta\frac{s}{G_n} + 1\right)} = G$$

tracciamo il diagramma di Bode :



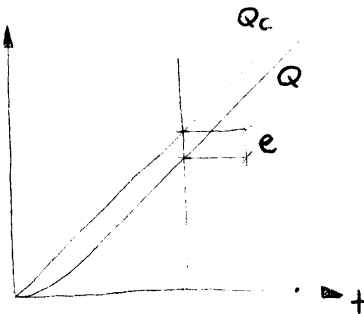
es. 2

3.2-1



$$k = 50 \text{ s}^{-1}$$

$$\dot{Q}_0 = 100 \frac{\text{l/min}}{\text{s}}$$



calcolo l'errore :

$$(\bar{Q}_c - \bar{Q}) \frac{k}{s} = \bar{Q} \quad \text{f.d.T. ad anello chiuso}$$

$$\bar{Q}_c - \bar{Q} = \frac{s}{k} \bar{Q} ; \bar{Q}_c = \left(1 + \frac{s}{k}\right) \bar{Q} ; \bar{Q} = \frac{\bar{Q}_c}{1 + \frac{s}{k}}$$

$$\bar{e} = \bar{Q}_c - \bar{Q} = \bar{Q}_c \left(1 - \frac{1}{\frac{s}{k} + 1}\right)$$

$$\bar{e} = \frac{s/k}{s/k + 1} \bar{Q}_c \quad \text{ora inserisco il comando a tempo}$$

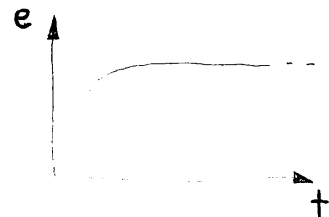
$$Q_c(t) = Q_0 \cdot t \xrightarrow{\text{LaPlace}} \bar{Q}_c = \frac{\dot{Q}_0}{s^2}$$

↓ sostituisco

$$\bar{e} = \frac{s/k}{s/k + 1} \frac{\dot{Q}_0}{s^2} = \frac{\dot{Q}_0/k}{s(\frac{s}{k} + 1)}$$

ora, per calcolare l'errore a regime, uso il teorema del valore finale

$$e_0 = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot \frac{\dot{Q}_0/k}{s(\frac{s}{k} + 1)} = \frac{\dot{Q}_0}{k} = 2 \text{ l/min}$$

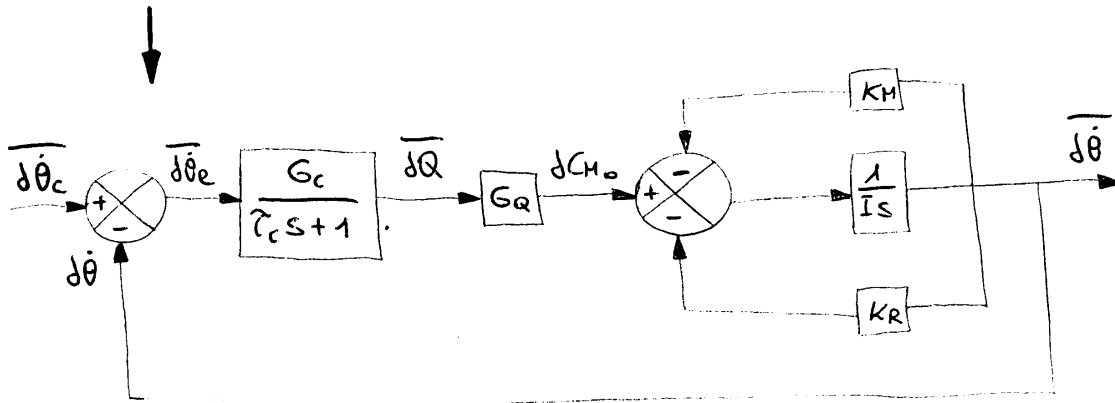


se voglio diminuire l'errore modifico k, ma facendo attenzione alla stabilità

$$C_M - C_R - I \ddot{\theta} = 0$$

$$dC_M - dC_R - I d\ddot{\theta} = 0 \rightarrow d\ddot{\theta} = \frac{dC_M - dC_R}{I} \xrightarrow{\text{LaPlace}} \overline{d\ddot{\theta}} = \frac{\overline{dC_M} - \overline{dC_R}}{sI}$$

$$\rightarrow \overline{d\ddot{\theta}} = \frac{\overline{dC_{M0}} - K_M \overline{d\ddot{\theta}} - K_R \overline{d\ddot{\theta}}}{Is}$$



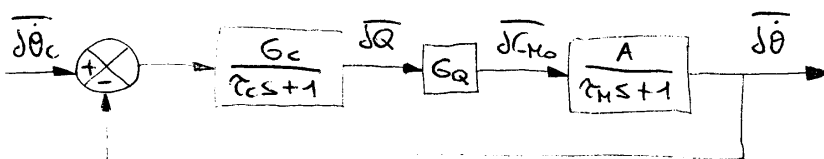
Semplifichiamo i termini:

$$\left[\overline{dC_{M0}} - (K_M + K_R) \overline{d\ddot{\theta}} \right] \frac{1}{Is} = \overline{d\ddot{\theta}} \rightarrow d\ddot{\theta} (K_M + K_R + Is) = \overline{dC_{M0}}$$

$$\rightarrow \frac{\overline{d\ddot{\theta}}}{\overline{dC_{M0}}} = \frac{\frac{1}{K_M + K_R} A}{\frac{I}{K_M + K_R} s + 1} \quad \text{con} \quad A = 1,496 \text{ rad/sNm}$$

$$\tau_M = 2,992 \text{ s}$$

aggiustavo lo schema a blocchi:



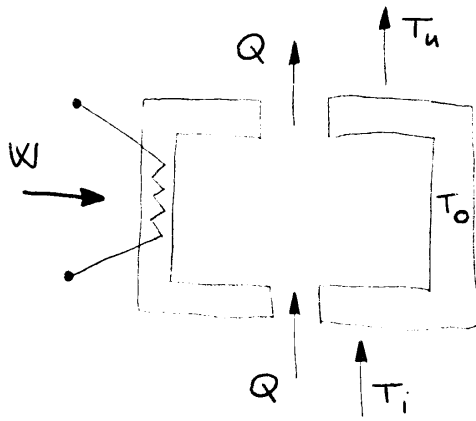
fat ad anello chiuso:

$$(\overline{d\theta_c} - \overline{d\theta}) \frac{G_c G_Q}{\tau_c s + 1} \cdot \frac{A}{\tau_M s + 1} = \overline{d\theta}$$

$$\frac{\overline{d\theta}}{\overline{d\theta_c}} = \frac{G_c G_Q A}{\tau_c \tau_M s^2 + (\tau_c + \tau_M) s + (1 + G_c G_Q A)} = \frac{\frac{G_c G_Q A}{1 + G_c G_Q A}}{\frac{\tau_c \tau_M}{1 + G_c G_Q A} s^2 + \frac{\tau_c + \tau_M}{1 + G_c G_Q A} s + 1} = \frac{G_0}{\frac{s^2}{\omega_n^2} + \frac{2\zeta s}{\omega_n} + 1}$$

ESERCITAZIONE 9

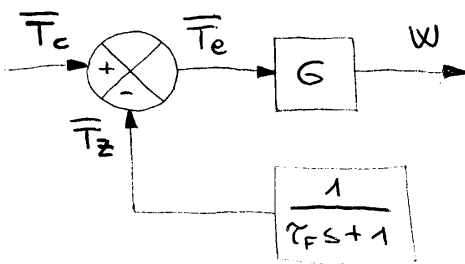
es. 1
3.1-3



- $T_i = 15^\circ\text{C}$
- $T_c = 95^\circ\text{C}$
- $M_o = 5\text{ kg}$
- $C_o = 930\text{ J/kgK}$
- $c_h = 4186\text{ J/kgK}$
- $A_h = 0,4\text{ m}^2$

- $h_h = 500\text{ W/m}^2\text{K}$
- $V_h = 4\text{ l}$
- $\dot{m} = \rho Q_o = 0,005\text{ kg/s}$

schema a blocchi :



scrivo delle eq. che legano le varie variabili :

$$\underbrace{W}_{P_{\text{RESIST}}} = \underbrace{W_h}_{P_{\text{ACQUA CEMENTA}}} + \underbrace{C_o M_o \frac{dT_o}{dt}}_{P_{\text{SCALDARE ALLUMINIO}}} \quad \text{equilibrio di potenze} \quad (1)$$

$$W_h = \underbrace{\dot{m} c_h (T_u - T_i)}_{\text{scaldare la portata}} + \underbrace{c_h M_h \frac{dT_u}{dt}}_{\text{scaldare la massa già pres. nel serbatoio}} \quad \text{equilibrio termico acqua nel serbatoio (1° principio)} \quad (2)$$

$$W_h = A_h h_h (T_o - T_u) \quad \text{scambio termico acqua-alluminio} \quad (3)$$

In condizioni di regime :

(1) $W = W_h$

in cond. di regime

(2) $W_h = \dot{m} c_h (T_u - T_i) \longrightarrow W = 1674,4\text{ W}$

$T_u = T_c = 95^\circ\text{C}$

(3) $W_h = A_h h_h (T_o - T_u) \longrightarrow T_o = 103,37^\circ\text{C}$

voglio semplificare questo schema :

$$\left[\left(\frac{\delta W}{A_h h_h} + \delta T_n \right) \frac{1}{\tau_0 s + 1} k_0 - k_m \cdot \delta \ddot{u} \right] \frac{1}{\tau_h s + 1} = \delta T_n$$

$$\delta T_n = \frac{\frac{k_0}{A_h h_h (1 - k_0)} \delta W - \frac{k_m (\tau_0 s + 1)}{1 - k_0} \delta \ddot{u}}{\tau_0 \tau_h s^2 + \frac{\tau_0 + \tau_h}{1 - k_0} s + 1}$$

$$\delta T_n = \frac{k_1 \delta W - k_2 \delta \ddot{u} (\tau_0 s + 1)}{a_1 s^2 + a_2 s + 1}$$

$$a_1 = \frac{\tau_0 \tau_h}{1 - k_0}$$

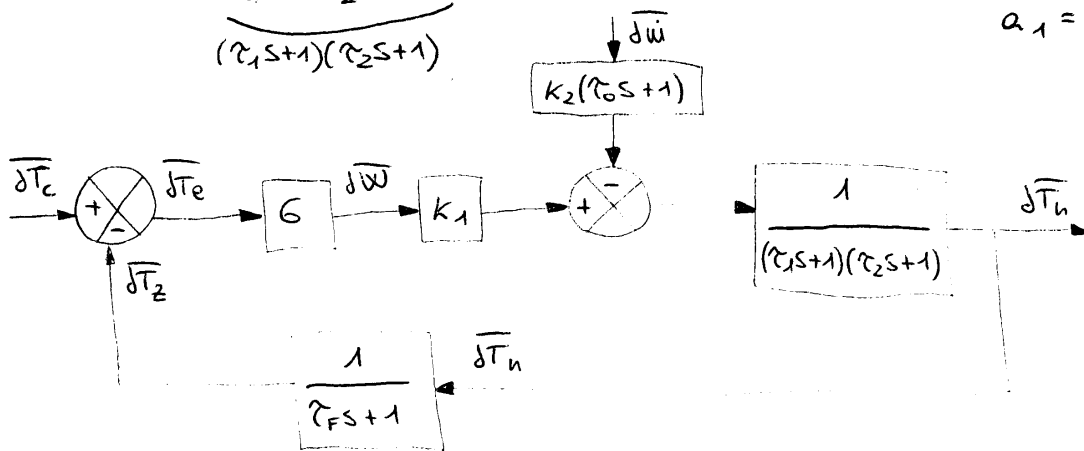
$$a_2 = \frac{\tau_0 + \tau_h}{1 - k_0}$$

con $k_1 = 0,04779 \text{ K/W}$

$$k_2 = 15999 \frac{\text{K} \cdot \text{s}}{\text{kg}}$$

$$a_2 = 18599 \text{ s}^2$$

$$a_1 = 1045,4 \text{ s}$$



disegno il diagramma di Bode :

- GUADAGNO ad ANELLO APERTO

$$GH(s) = \frac{\delta T_z}{\delta T_e} = \frac{G k_1}{(\tau_1 s + 1)(\tau_2 s + 1)(\tau_F s + 1)}$$

- GUADAGNO STATICO

$$G_0 = G k_1 = 23,89 = 27,56 \text{ dB}$$

- $\frac{1}{\tau_1} = 9,74 \cdot 10^{-4} \text{ s}^{-1}$

- $\frac{1}{\tau_2} = 5,52 \cdot 10^{-2} \text{ s}^{-1}$

- $\frac{1}{\tau_F} = 0,2 \text{ s}^{-1}$

$$\left| \frac{\bar{y}}{\bar{x}} \right| = \sqrt{\frac{1}{\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_n^2}\right)^2 + 4 \frac{\eta^2}{\omega_n^2} \omega^2}}$$

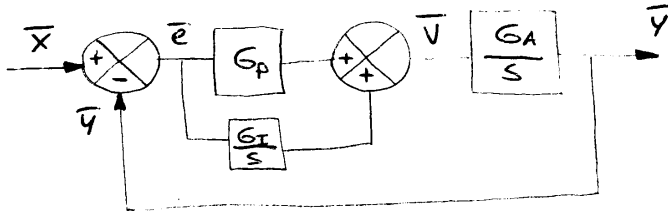
$$\downarrow$$

$$\left| \frac{\bar{y}}{\bar{x}} \right| = 1,84 \text{ dB}$$

$$\varphi = \arctg \frac{2\eta \frac{\omega}{\omega_n}}{1 - \frac{\omega^2}{\omega_n^2}} = 1$$

cioè $\varphi = 45^\circ$ se $\omega = 7,9 \text{ rad/s}$

-S.2
3.3-1



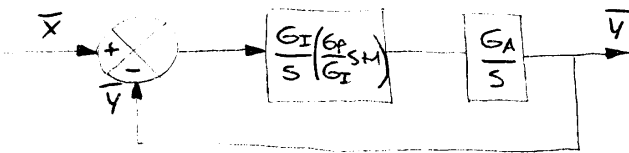
$$G_p = 7 \text{ V/mm}$$

$$G_A = 8 \text{ mm/V}\cdot\text{s}$$

$$\downarrow$$

$$K_0 = G_p \cdot G_A = 56 \text{ s}^{-1}$$

vogliamo semplificare lo schema:



voglio:

$$\omega = 56 \text{ rad/s}$$

$$\varphi_{\text{REG}} = -15^\circ$$

$$G_R = \frac{G_I}{s} \left(\frac{G_P}{G_I} s + 1 \right)$$

quindi:

$$\omega = 56 \text{ rad/s} = K_0$$

$$\varphi = -90^\circ - \arctg \frac{G_P}{G_I} K_0 = -15^\circ$$

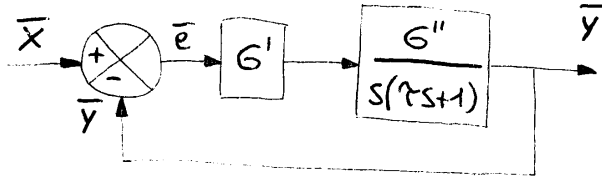
$$\downarrow$$

$$G_I = 105,4 \frac{\text{Vs}}{\text{m}}$$

ESERCITAZIONE 10

es. 1

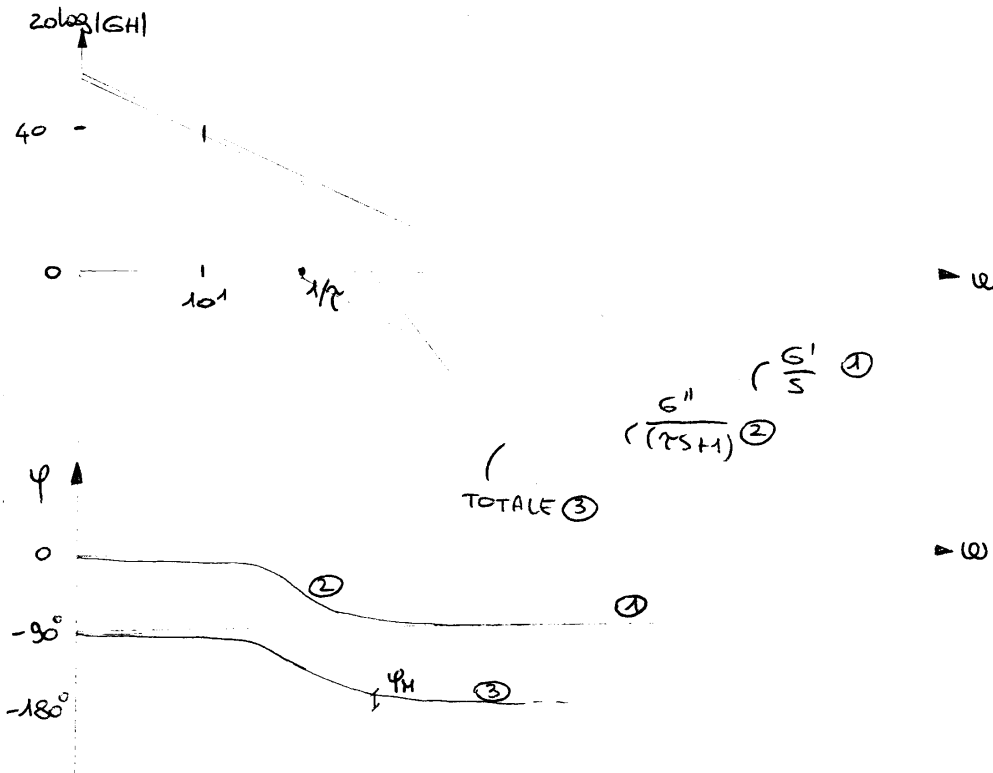
3.2-5



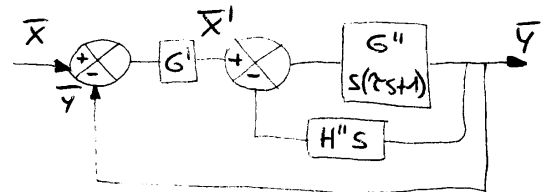
$G' = 5$
 $G'' = 20 s^{-1}$
 $\tau = 0,25$
 $1/\tau = 5 \text{ rad/s}$

$$GH(s) = \frac{G' \cdot G''}{s(\tau s + 1)} = \frac{K_0}{s(\tau s + 1)} \rightarrow K_0 = 100 s^{-1} \rightarrow 40 \text{ dB}$$

$$|GH| = \frac{K_0}{\omega \sqrt{\tau^2 \omega^2 + 1}} = 1 \rightarrow \omega = 22,08 \text{ rad} \rightarrow \varphi_M = 12,8^\circ$$



se inseriamo un anello di retroazione:



calcolo fdt del nuovo ramo:

$$(\bar{X}' - H'' s \bar{Y}) \frac{G''}{s(\tau s + 1)} = \bar{Y}; \quad \frac{\bar{Y}}{\bar{X}} = \frac{G_I}{s(\tau_I s + 1)}$$

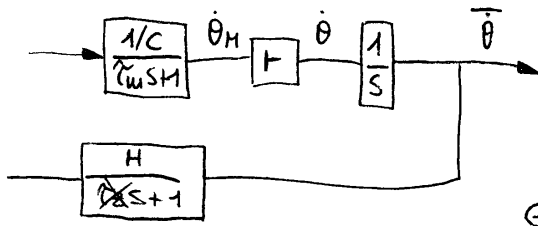
$$\text{con } G_I = \frac{G''}{1 + H'' G''} = 1,618 s^{-1}$$

$$K_0' = G' G_I = 9,09 s^{-1} = 19,92 \text{ dB}$$

$$\tau_I = \frac{\tau}{1 + H'' G''} = 0,0188 s$$

$$1/\tau = 55 s$$

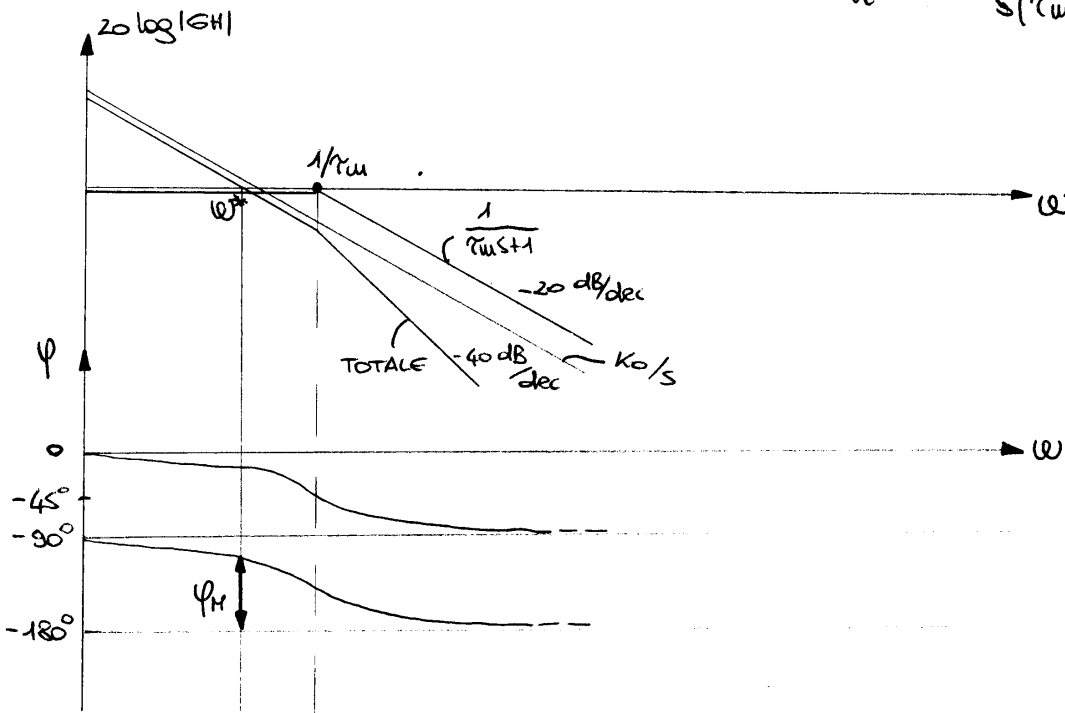
Se invece vogliamo calcolare la POSIZ. ANGOLARE, dobbiamo retroazionare la posizione angolare:



supponiamo τ_e e τ_z trascurabili rispetto a τ_m (meccanico)

la fdt sarà:

$$GH(s) = \frac{\sqrt{z}}{\sqrt{e}} \approx \frac{K_p \cdot G_A \cdot K_t \cdot H \cdot T / C}{s(\tau_m s + 1)} = \frac{K_0}{s(\tau_m s + 1)}$$

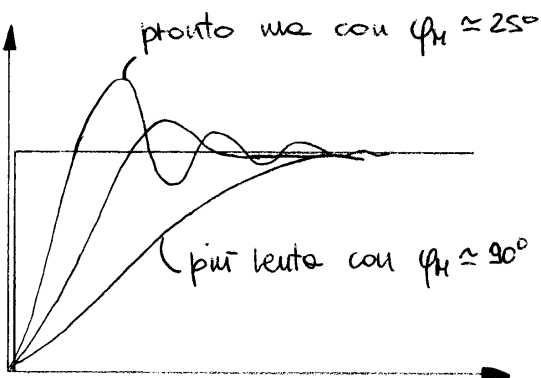


τ_m sempre grande a causa di inerzie elevate

$\tau_m \gg 0$
 $1/\tau_m$ molto piccolo

troviamo $\varphi_M \approx 60^\circ$

per un impulso a gradino



noi abbiamo una via di mezzo con una leggera sovrarisonanza

perché ci sia un φ_M sufficiente

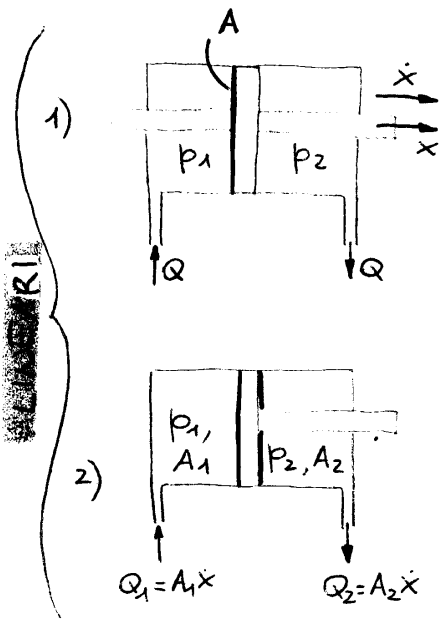
$$\omega^* < 1/\tau$$

Posto ad esempio $\tau_m = 0,2$; $1/\tau_m = 5 \text{ rad/s} \rightarrow K_0 = 3 [s^{-1}] < 1/\tau_m$

posto che nell'impulso a gradino la $\tau_{\text{predominante}} = 1/K_0 = 1/3 [s] = 0,33 s$ è molto grande per un sistema di controllo

● **ATTUATORI IDRAULICI**

Abbiamo diversi tipi di attuatori:



a STELO PASSANTE

a doppio effetto, controlla tutte e 2 le pressioni, più usato nei controlli

$$(p_1 - p_2)A = R$$

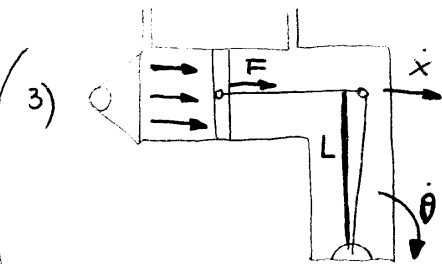
$$Q = \dot{x}A$$

a singolo effetto

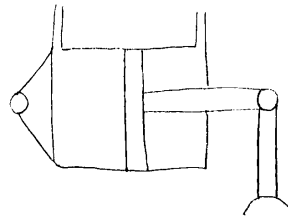
$$R = p_1 A_1 - p_2 A_2$$

Ho in entrata una $Q >$ di quella in uscita.

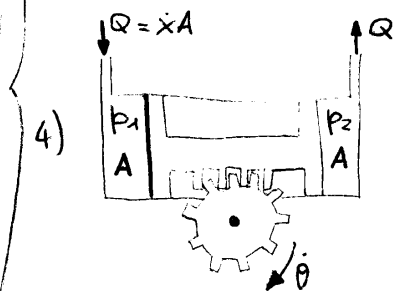
Devo dimensionare il serbatoio di conseguenza



oppure



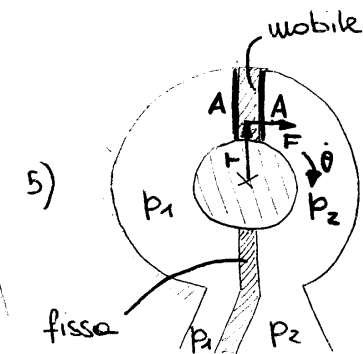
$$C = F \cdot L ; \theta = \frac{x}{L}$$



$$C = (p_1 - p_2)A$$

$$\theta = \frac{x}{r} = \frac{Q}{A \cdot r}$$

ho una cremagliera che fa ruotare una ruota dentata



$$C = (p_1 - p_2)A \cdot r$$

$$\dot{x} = r \dot{\theta}$$

$$Q = A \dot{x} = A r \dot{\theta}$$

$$\theta = \frac{Q}{A r}$$

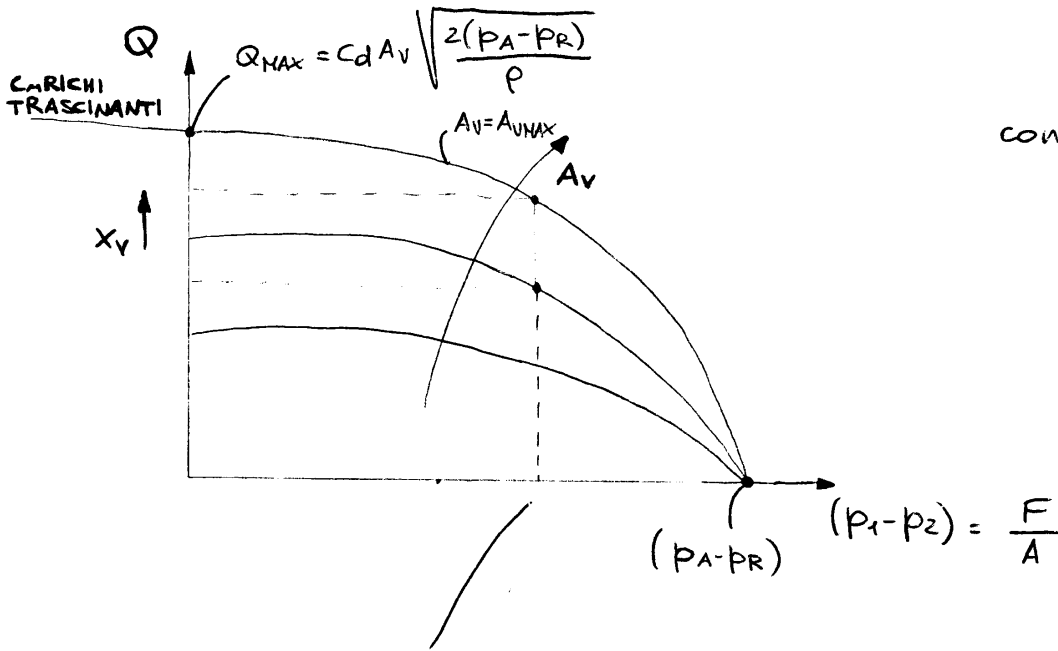
definiamo la cilindrata (volume di liquido spostato in un giro):

$$\Delta = A \cdot 2\pi \cdot r = (A \cdot r) \cdot 2\pi \quad \text{PARAMETRO A CATALOGO}$$

$$\textcircled{1} C = (p_1 - p_2) \frac{\Delta}{2\pi}$$

$$\textcircled{2} Q = \frac{\Delta}{2\pi} \dot{\theta}$$

notando che p_A e p_R sono dati costituttivi o "fissi":



se voglio andare a una certa velocità uso una certa forza. Se con la stessa F voglio andare più veloce, aumento A_v .

Tenendo conto dei trafilamenti:

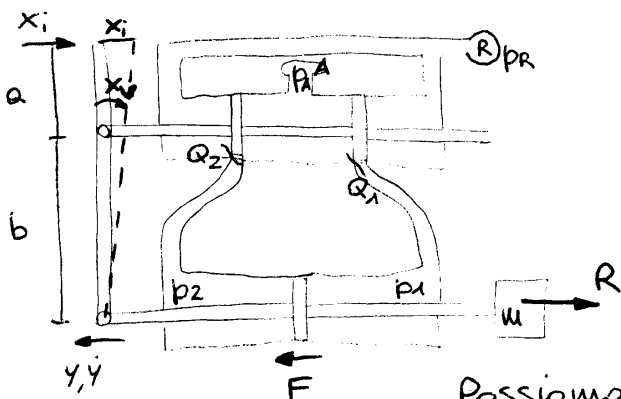
$$Q = G_Q \cdot \left(x_v - \frac{(p_1 - p_2)}{G_P} \right)$$

con $\left\{ \begin{array}{l} G_Q \text{ guadagno in portata} \\ G_P \text{ guadagno in pressione} \end{array} \right.$

il comando di spostamento del cassetto può essere meccanico o elettrico:

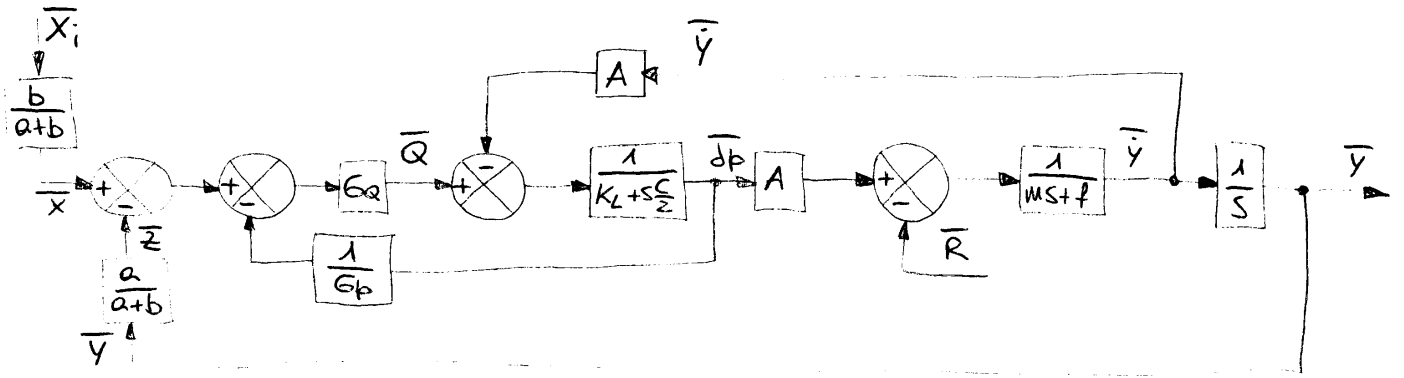
per l'elettico $Q = G_Q \left(i - \frac{(p_1 - p_2)}{G_P} \right)$

CHIUSURA dell'ANELLO di CONTROLLO di un SERVOMECCANISMO IDRAULICO



Diamo all'asta uno spostamento x_i . Nel momento in cui imponiamo tale forza (piccola) si muoverà soltanto l'asta superiore, mentre quella inferiore rimarrà ferma, a causa delle inerzie maggiori che la bloccano.

Possiamo scrivere che il cassetto si muoverà con velocità $x_v = \frac{x_i \cdot b}{a + b}$



Iniziamo a semplificare:

$$A \cdot \frac{\bar{Q} - A\dot{Y}}{K_L + s\frac{C}{2}} - R = (ms+f)\dot{Y} \rightarrow A(\bar{Q} - A\dot{Y}) - R(K_L + s\frac{C}{2}) = \dot{Y}(ms+f)(K_L + s\frac{C}{2});$$

$$Q \cdot A - R(K_L + s\frac{C}{2}) = \dot{Y} \left[\frac{mc}{2} s^2 + \left(\frac{c}{2} f + mK_L \right) s + (fK_L + A^2) \right]$$

e anche:

$$\left[G_Q \left(X_v - \frac{dp}{G_p} \right) - A\dot{Y} \right] \frac{1}{K_L + s\frac{C}{2}} = dp \rightarrow X_v G_Q - A\dot{Y} = dp \left(K_L + \frac{G_Q}{G_P} + s\frac{C}{2} \right);$$

$$dp = \frac{X_v G_Q - A\dot{Y}}{\left(K_L + \frac{G_Q}{G_P} \right) + s\frac{C}{2}}$$

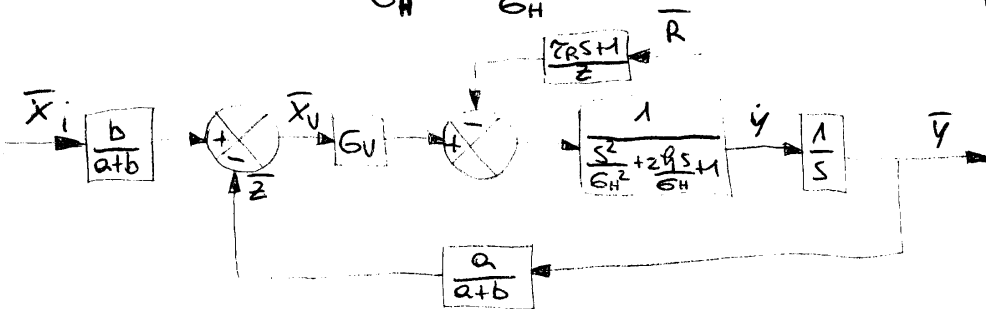
andando a sostituire $Q \approx X_v G_Q$ e $K_L = K_L + \frac{G_Q}{G_P}$:

$$\bar{X}_v G_Q A - R \left[\left(K_L + \frac{G_Q}{G_P} \right) + s\frac{C}{2} \right] = \dot{Y} \left[\frac{mc}{2} s^2 + \left(\frac{c}{2} f + m \left(K_L + \frac{G_Q}{G_P} \right) \right) s + \left(f \left(K_L + \frac{G_Q}{G_P} \right) + A^2 \right) \right]$$

$$\bar{Y} = \frac{X_v G_Q A - R \frac{(RS+1)}{2}}{\frac{s^2}{G_H^2} + 2\frac{\theta s}{G_H} + 1}$$

ed essendo $A^2 \gg f \left(K_L + \frac{G_Q}{G_P} \right)$

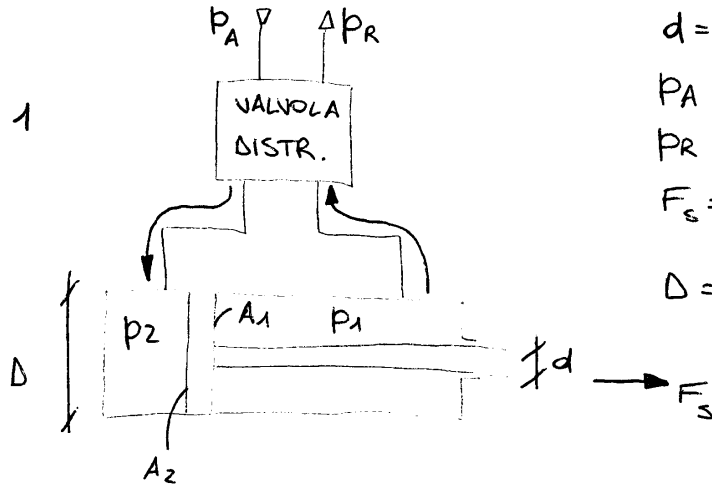
$$G_H \approx \sqrt{\frac{A^2}{\frac{mc}{2}}} = A \sqrt{\frac{2}{mc}}$$



ESERCITAZIONE (12)

es. 1

5.3-1



$d = 18 \text{ mm}$
 $p_A = 28 \text{ MPa}$
 $p_R = 0,3 \text{ MPa}$
 $F_s = 50 \cdot 10^3 \text{ N} \quad (\dot{x} = 0)$
 $D = ?$

a) $p_2 = p_R$; $p_1 = p_A$

equilibrio : $F_s - p_1 A_1 + p_2 A_2 = 0$; $F_s = p_A A_1 - p_R \overbrace{A_2}^{A_1 + A_{stelo}}$

$F_s = (p_A - p_R) A_1 - p_R A_s \rightarrow A_1 = 1854,7 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2$; $A_2 = A_1 + A_s = 2109,15 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2$

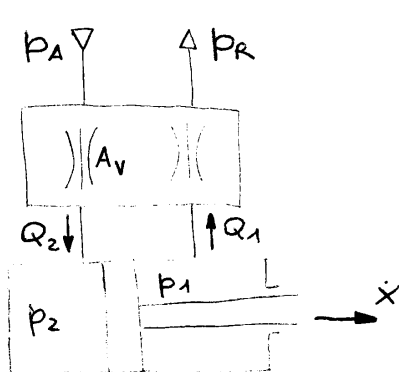
\downarrow
 $D = \sqrt{\frac{4A_2}{\pi}} = 51,8 \text{ mm} \approx 52 \text{ mm}$

b) $x = 0,2 \text{ m/s}$; $F = 0$; $p_A = 24 \text{ MPa}$; $p_R = 2 \text{ MPa}$; $C_d = 0,65$; $\rho = 860 \text{ kg/m}^3$

trovate A_v (area strozzatore)

\downarrow
 $Q_1 = A_1 \dot{x}_1 = 3,74 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3/\text{s}$; $Q_2 = A_2 \dot{x}_2 = 4,24 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3/\text{s}$

per l'equilibrio : $p_2 A_2 - p_1 A_1 = 0$ ①



so che : $Q_2 = C_d A_v \sqrt{\frac{2(p_A - p_2)}{\rho}}$

$Q_1 = C_d A_v \sqrt{\frac{2(p_1 - p_R)}{\rho}}$

$p_2 = p_A - \frac{\rho Q_2^2}{2C_d^2 A_v^2}$
 $p_1 = p_R + \frac{\rho Q_1^2}{2C_d^2 A_v^2}$

sostituendo in ① $\rightarrow A_v = \frac{1}{C_d} \sqrt{\frac{\rho(Q_2^2 A_2 + Q_1^2 A_1)}{2(p_A A_2 - p_R A_1)}} = 3,72 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2$