



Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino

Appunti universitari

Tesi di laurea

Cartoleria e cancelleria

Stampa file e fotocopie

Print on demand

Rilegature

NUMERO : 73

DATA : 24/03/2011

A P P U N T I

STUDENTE : Messina

MATERIA : Fluidotermodinamica Ambientale
Prof. Di Cicca

Il presente lavoro nasce dall'impegno dell'autore ed è distribuito in accordo con il Centro Appunti.

Tutti i diritti sono riservati. È vietata qualsiasi riproduzione, copia totale o parziale, dei contenuti inseriti nel presente volume, ivi inclusa la memorizzazione, rielaborazione, diffusione o distribuzione dei contenuti stessi mediante qualunque supporto magnetico o cartaceo, piattaforma tecnologica o rete telematica, senza previa autorizzazione scritta dell'autore.

ATTENZIONE: QUESTI APPUNTI SONO FATTI DA STUDENTIE NON SONO STATI VISIONATI DAL DOCENTE.
IL NOME DEL PROFESSORE, SERVE SOLO PER IDENTIFICARE IL CORSO.

Esame Orale

Testo → su didattica in rete

www.mondavi.polito.it / ebook / pubbl. l'um

Lezione 1

23/12/2010

La fluidodinamica è un ramo della meccanica. Una grandezza fondamentale è la quantità di moto.

Un corpo rigido è ben descritto l'identità del corpo, la sua posizione, velocità, accelerazione, perturbazione.

Un fluido non è ben definito, ha una forma variabile.

Passaggio dal discontinuo al continuo

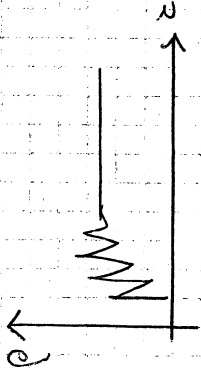
Finché non si scopre l'esistenza delle atomi si aveva la sensazione che i fluidi fossero un continuo, cioè che non fossero fatti da particelle.

La realtà non è così.

La descrizione del continuo è però molto comoda poiché mi consente di applicare l'analisi differenziale / infinitesimale è necessario però, da quando ci si è reso conto che il fluido non è un continuo, fare un passaggio concettuale dal discontinuo al continuo.

Ci si chiede dunque qual'è il significato

Da pochi centimetri di una, sferetta che per l'occhio umano è ancora un punto, ma che in realtà contiene già parecchie / migliaia di molecole il valore di ρ si stabilizza.



È sempre una zona piccola, ma che è già sufficiente per descrivere statisticamente.

A raggi molto grandi (L) oltre la zona di controllo il concetto di media non va veramente bene.

Devo dunque usare dalla scala intermedia colare e rimanere sotto i 10-100 nm, questo è il mio range di lavoro, entro cui ρ è stabile.

Nasce così il concetto di PARTICELLA FLUIDA, che non è la molecola, ma un volume su scala differenziale $d\bar{x}$.

$d\bar{x} = (dx_1, dx_2, dx_3) \rightarrow$ deve essere abbastanza piccolo da poter considerare costanti le proprietà del fluido rilevate dalla media.

$$molecola \ll d\bar{x} \ll L$$

$d\bar{x}$ deve essere sufficientemente grande da

avere una media stabile e sufficientemente piccola per valutarlo come valore di un punto $\Rightarrow$ Quantità differenziale dello stesso discorso vale per il tempo.

Per poter avere una media stabile nel tempo, dt deve essere maggiore della scala molecolare nel tempo, ma non ammettere variazioni del fenomeno.

Da scala macroscopica si vede per quella microscopica introdurre il concetto di equilibrio statistico di una popolazione.

di molecole cioè di un gas non soggetto a trasformazioni rapidissime (esplosioni) ma a trasformazioni lente.

La distribuzione di velocità o di altro non è o caso, ma esiste una velocità media di quelle particelle fluide.

La distribuzione è una gamma. Se distribuisco l'equilibrio microscopico, ma la natura crea il più in fretta possibile un nuovo equilibrio, in un tempo breve. Devo fare una media temporale su un tempo maggiore di quello necessario a ricreare l'equilibrio termodinamico e minore del tempo in cui si dissoluisce il

! equilibrio termodinamico statistico
! necessario perché posso sapere il dato
! insieme anche se non so $\bar{u}$ di ogni mole
la

Ice elvo

σ_u è legato alla temperatura T

$$\sigma_u^2 = 3kT \quad (k = \text{const Boltzmann})$$

definito e la T che mi dà σ^2 . Ho descritto la distribuzione statistica delle molecole perché siamo all'equilibrio termodinamico.

Discrete $\xrightarrow{\quad}$ Continuous

Per fare questo
passaggio mi serve
sufficiente separazione
temporale e spaziale.
(Inter-molecolare - macroscale del campo
di moto)

De sono all' equilibrio
non trascurò nulla.

Vi siamo su scala maggiore di quella dell'equilibrio termodinamico.

Esendo all'eq. trimodale la distribuzione una gamma si basterà per determinare due parametri.

9. è provato a fare questo discorso del passaggio anche per la turbolenza, ma

non-ionic

Non mi riesce a creare due zone separate, non ho una media fissa e non c'è eq. statistica nel moto turbolento. Dovrei proprio avere ψ (che non è una gamma).

Nel mondo continuo...

existons deux aspects:

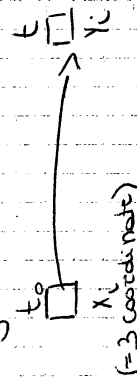
↓
dogmatismo

o sostenibile o

mate v. o. l. e

Apprendo diagrammi

di spira alla meccanica domanda dei
fluidi Studio la vita di ogni particella
Ca fluida.

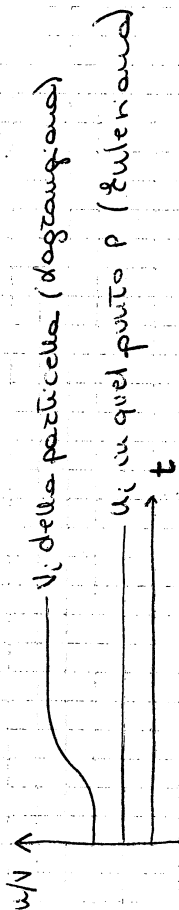
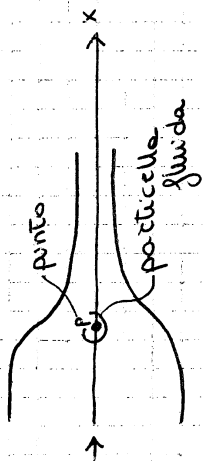


↓
(= 3 coordinate)
da posizione all'istante t
della particella che all'istante t_0 era
in x_0 .

Se vado la velocidade
" " place e tempo $\vec{a} : \vec{a}_i = \left(\frac{d^2 y_i}{dt^2} \right)_x$

$\begin{matrix} \nearrow \\ \text{tempo} \\ \nwarrow \end{matrix}$

[illegible]



la derivata euleriana (o locale) permette meglio. Il campo di moto può essere statico (fermo) o statico, cioè avere in quel punto le cose uguali per ogni valore di tempo. Campo statico e stazionario sono due cose diverse.

la condizione di stazionarietà è $\frac{\partial}{\partial t} = 0$ (a punto fisso non cambia nulla). Per avere la quantità alla particella, ma in modo estratto al punto. Le leggi di natura in termini di riferimento alla natura.

T (dove a isotermia) è la temperatura della particella solo nel momento in cui passa in quel punto. È uno strumento analitico che dalle

mappe un consente di costruire le traiettorie delle particelle.

$$T(x_1, x_2, x_3, t)$$

Si sposta un po' in ogni direzione e nel tempo:

$$\left[dT = \frac{\partial T}{\partial x_1} dx_1 + \frac{\partial T}{\partial x_2} dx_2 + \frac{\partial T}{\partial x_3} dx_3 + \frac{\partial T}{\partial t} dt \right]$$

↳ è il DIFFERENZIALE TOTALE

Usandola ora per spostarmi nel punto dove la particella prima è finita.

Fisso dt , dx_1 , dx_2 , dx_3 non sono generici ma:

$$dx_1 = u_1 dt$$

$$dx_2 = u_2 dt$$

$$dx_3 = u_3 dt$$

possiamo diventare dT non un differenziale generico, ma che dipende dal punto

$$\begin{aligned} dT &= \frac{\partial T}{\partial x_1} u_1 dt + \frac{\partial T}{\partial x_2} u_2 dt + \frac{\partial T}{\partial x_3} u_3 dt + \frac{\partial T}{\partial t} dt \\ &= dt \left(\frac{\partial T}{\partial t} + u_1 \frac{\partial T}{\partial x_1} + u_2 \frac{\partial T}{\partial x_2} + u_3 \frac{\partial T}{\partial x_3} \right) \end{aligned}$$

$$\frac{dT}{dt} = \frac{\partial T}{\partial t} + u_1 \frac{\partial T}{\partial x_1} + u_2 \frac{\partial T}{\partial x_2} + u_3 \frac{\partial T}{\partial x_3} \rightarrow \text{Derivata nel tempo fatta seguendo la particella.}$$

Si indica di solito con $\frac{DT}{Dt}$

$$\frac{DT}{Dt} = \frac{\partial T}{\partial t} + \vec{u} \cdot \text{grad } T$$

Derivata Lagrangiana
o materiale o sostanziale

$\int_V s_q dV$ = produzione totale di s_q in quell'unità di tempo
 Ca superficie
 Integrale lungo tutta la superficie ($\vec{F} \cdot \vec{u}$)
 Netto meno perché è negativo quando esce

$$\int_V \frac{\partial q}{\partial t} dV = \int_V s_q dV - \int_S \vec{F} \cdot \vec{u} dS$$

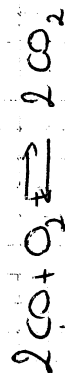
legge al bilancio

da applichiamo al bilancio di massa (varia ρ), di energia totale, di quantità di moto, ecc.

Per la massa non ha termine sorgente, a meno che non ci sono reazioni nucleari.

A volte però per comodità il bilancio di massa di una sola specie chimica essa può cambiare perché potrà avere una reazione.

Ad es. se nel volume avviene



il bilancio della CO cambia

$\int_V \frac{\partial q}{\partial t} dV = \int_V s_q dV - \int_S \vec{F}_q \cdot \vec{u} dS$

Risultato, quanto cresce q nel volume
 produzione endogena di q (casami crea di mi distingue)
 $\vec{F}_q \cdot \vec{u}$ è uscente (caso entrante esce)
 c'è fissato nello spazio
 Questo è l'equazione di bilancio o di trasporto o di Reynolds

di misura con un'alterazione minima

Condizionatore $\rightarrow$ inibitor $\rightarrow$ Condizionatore del segnale
 (se c'è rumore non a poco nulla) (contiene amplificatore segnale per togliere rumore)

il segnale esce in bit.

Più amplifica meglio è, ma la stessa amplificazione perturba. Devo dunque valutare.

Poi poi contenere dei filtri per eliminare il rumore. Serve sempre un filtro passa basso quando converti da analogico a digitale da frequenza non posso farla a caso

Quindi il recording system, display e data acquisition che trasformano l'uscita del condizionatore di segnale in una forma interpretabile, permanente o semi permanente, eventualmente tramite l'uso di un computer. Spesso sono una scheda di memoria

La catena di misura può misurare grandezze che variano debolmente nel tempo, statiche, o che variano velocemente,

dinamiche

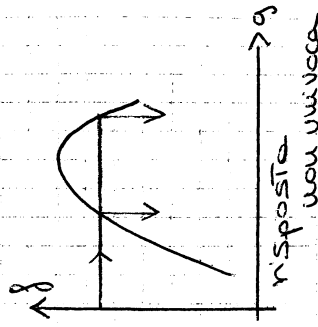
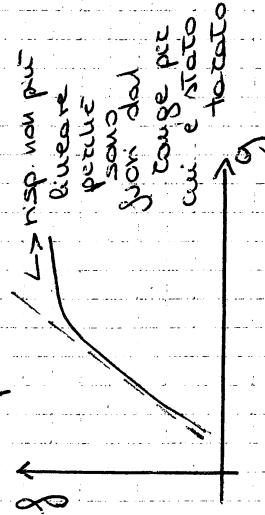
Caratteristiche statiche = deve avere accuratezza, riproducibilità, sensibilità. Non deve avere errore statico, drift, dead zone

Caratteristiche dinamiche = velocità di risposta e fedeltà. Non voglio errore dinamico

Caratteristiche statiche

1) Range dello strumento

Se lo ignoro posso avere errore di precisione, irreversibilità, non-uniformità dell'output.

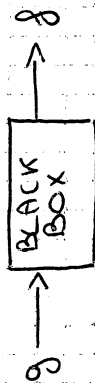


- 2) Span dello strumento = differenza fra valore minimo e massimo del suo range
- 3) Accuratezza = vicinanza al valore reale
- 4) Errore statico = differenza fra valori veri e misurati
- 5) Ripetibilità o riproducibilità = deve restituirmi lo stesso valore da mi vuole buona.

ANALISI DI FOURIER

Hi consente di interpretare i dati

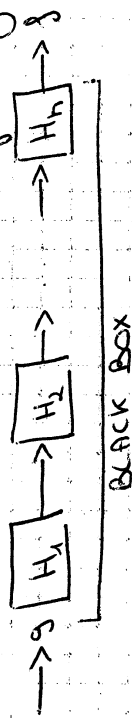
Funzione di trasferimento di una catena di misura può essere il prodotto delle funzioni di trasferimento di ogni elemento della catena oppure può essere assimilata ad un unica black box



Devo determinare la funzione di trasferimento del sistema totale, $H(\omega)$, funzione di trasferim. nel dominio delle frequenze.

Invece $f(t)$ è la funz. di trasferimento nel dominio del tempo.

Se la catena di misura è fatta da n elementi e ho tutte le singole funzioni



$$H = H_1 \cdot H_2 \cdot H_3 \cdot \dots \cdot H_n$$

Se invece non so cosa c'è nella black box posso fare dei test per conoscere la sua funz. di transf. Gli dominput (onde sinusoidale di frequenza f) e misuro output. Io devo fare

per tutte le frequenze fra 0 e ∞ .
Nel dominio del tempo invece



$$y(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} h(\tau) \otimes x(t-\tau) d\tau$$

convoluti!

Nel dominio delle frequenze:

$$Y(\omega) = H(\omega) \cdot X(\omega)$$

$H(\omega) = A(\omega) e^{-j\phi(\omega)}$ è un numero complesso

$A(\omega)$ = ampiezza funzione di trasferimento
 $= |H(\omega)| = \sqrt{\text{Re}(H(\omega))^2 + \text{Im}(H(\omega))^2}$

$\phi(\omega)$ = fase della funzione di trasferimento
 $= \arctan \frac{\text{Im}(H(\omega))}{\text{Re}(H(\omega))}$

Spesso $|H(\omega)|$ viene dato in dB.

$$|H(\omega)|_{dB} = 20 \log_{10}(|H(\omega)|)$$

A e ϕ insieme costituiscono la funzione di trasferimento della catena di misura

Sei e da Fourier per segnali periodici
 Se ho $x(t)$, segnale periodico, di periodo T_0
 e frequenza $f_0 = \frac{1}{T_0}$ ($\omega_0 = 2\pi f_0$) posso sviluppare $x(t)$ così:

che avviene su scala microscopica.

Esiste anche una forma differenziale dell'equazione di trasporto.

Vediamo il passaggio da una all'altra forma.

Eq. di trasporto in forma differenziale

$$\int_V \frac{\partial q}{\partial t} dV = \int_V s_q dV - \int_S \vec{F}_q \cdot \vec{n} dS$$

Applicando il teorema di Gauss
 ↳ voglio trasformarlo in integrale di volume

che q è uno scalare.

Possiamo usare il teorema di Gauss della divergenza.

$$\int_S \vec{F}_q \cdot \vec{n} dS = \int_V \text{div } \vec{F}_q dV$$

Ricorda che in un termine sommario μ un indice è ripetuto μ sottintende la sommatoria.

$$\text{div } \vec{F} = \sum_{i=1}^3 \frac{\partial F_i}{\partial x_i}$$

↳ posso togliere per convenzione di equazioni

$$a_{ii} = a_{11} + a_{22} + a_{33} \quad (= \text{traccia matrice})$$

Se voglio un generico a_{ij} devo sporgerlo in altro modo.

Se $\vec{F}_q$ è un vettore:

$$\int_S \vec{F}_q \cdot \vec{n} dS = \int_V \frac{\partial F_j}{\partial x_j} dV$$

↳ è la somma per $j=1,2,3$

Se $\vec{F}_q$ è un tensore:

$$\int_S \vec{F}_q \cdot \vec{n} dS = \int_V \frac{\partial F_{ij}}{\partial x_j} dV$$

↳ somma su j , rimane libera i in parte un vettore. Nell'eq. ho avuto 3 per $i=1,2,3$

$$\int_V \frac{\partial q}{\partial t} dV = \int_V s_q dV - \int_V \text{div } \vec{F}_q dV$$

$$\int_V \left(\frac{\partial q_i}{\partial t} - s_{q_i} + \frac{\partial F_{ij}}{\partial x_j} \right) dV = 0 \quad (\text{senza } i=1,2,3)$$

$$\Rightarrow \left[\frac{\partial q_i}{\partial t} - s_{q_i} + \frac{\partial F_{ij}}{\partial x_j} \right] = 0 \quad \text{Eq. differenziale, in ogni punto}$$

$i=1,2,3, \dots$

↳ da applico a varie grandezze

⊙ Massa in un fluido omogeneo

$$\rho = H \quad q = \frac{H}{V} = \rho$$

In un punto non c'è generazione di massa omogenea (non in parte di specie chimiche diverse) $\Rightarrow \rho_q = 0$

Il flusso di massa lungo la direzione j

data:

$$\vec{F}_\tau = \rho \vec{u}_\tau \quad (\text{non c'è } u \text{ per quanto visto prima})$$

Lezione 4

2/3/2010

19) eq $\frac{dp}{dt} + \frac{\partial(pu_x)}{\partial x} = 0$

L> Massa che entra o esce

20) eq $\frac{\partial(pu_i)}{\partial t} - p H_i + \frac{\partial}{\partial x_j} (p u_i u_j + p_{ij}) = 0$

Vediamo ora l'eq cinetica delle molecole fluide

- $\bar{u}$ → moto cinetico d'insieme;
- u_i → moti caotiche che danno energia tecnica

Queste due contributi li posso sommare

$e_{cin} = \text{energia cinetica} = \frac{u^2}{2} + e$
 totale per unità di massa
 ↳ Moto di agitazione molecolare

In questo caso q è uno scalare

$q = \rho e_{tot}$
 ↳ en. per unità di massa
 ↳ massa per unità di volume

$s_i \equiv s$ → la sorgente è uno scalare. Entrando a livello di punto non posso avere una struttura, elica, ecc, ma solo una forza di campo (peso, forza elettromagnetica per unità di massa)

$\equiv \rho H_i u_i \equiv \rho \bar{H} \bar{u}$ → è il lavoro delle forze di campo per unità di tempo e cioè la loro potenza.

$F_j = \text{flusso di energia attraverso il volume}$
 $= q_i u_j + t_{ij}$
 ↳ Agori molecolari (trasporto molecolare cioè tutto ciò che non è puro trasporto convettivo molecolare)
 Non c'è

casuale
 $F_j = \rho e_{tot} u_j + \dots$

C'è un flusso di en cinetica a livello molecolare (condizione tecnica dovuta) detto flusso tecnico conduttivo indicato con $\sum_j$
 ↳ Agitazione tecnica delle molecole
 $F_j = \rho e_{tot} u_j + \sum_j$

d'agitazione molecolare produce anche degli sforzi che lavorano (forze per unità di sup),

$F_j = \rho e_{tot} u_j + \sum_j + p_{ik} u_k$

Compare l'agitazione molecolare con due contributi
 ↳ lavoro delle componenti fluide degli sforzi per agitazione appropriata velocità

p_{ij} è di natura molecolare
 ↳ si può, ma u_k no
 quindi $p_{ij} u_k$ è un termine misto

21) eq $\frac{d}{dt} (\rho e_{tot}) - \rho u_i H_i + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho e_{tot} u_j + \sum_j + p_{ik} u_k) = 0$

↳ en cin sommano e espansione
 ↳ en cin sommano e espansione
 ↳ en cin sommano e espansione
 ↳ en cin sommano e espansione

l'eq. della quantità di moto posso togliere dalla terza la componente meccanica e ottenere subito il bilancio termico

$$e_{tot} = \frac{v^2}{2} + e$$

Ho tutti i chiusi e l'eq. 2 per ρu_i per ottenere un'eq. di potenza meccanica:

$$\rho \frac{Du_i}{Dt} - \rho u_i H + u_i \frac{\partial p_{ij}}{\partial x_j} = 0 \rightarrow \text{eq. di potenza meccanica, non più vettoriale}$$

$$= \rho \frac{Du_i u_i}{Dt} \rightarrow \text{potenza cinetica}$$

$$\rho \frac{D}{Dt} \left(\frac{v^2}{2} \right) - \rho u_i H + u_i \frac{\partial p_{ij}}{\partial x_j} = 0$$

$$\rho \frac{D}{Dt} \left(\frac{v^2}{2} \right) + \rho \frac{De}{Dt} - \rho u_i H + \frac{\partial \rho p_{ij} x_j}{\partial x_j} + \rho_{ijk} \frac{\partial u_k}{\partial x_j} = 0$$

ho sviluppato la derivata

$$\rho \frac{De}{Dt} + \frac{\partial \rho e}{\partial x_j} + \rho_{ijk} \frac{\partial u_k}{\partial x_j} = 0$$

Sottitraggo e trovo il bilancio dell'energia termica

È la nuova eq. 3

L'ultimo termine c'è solo se $\bar{u}$ sono diversi per un velo sparo

In tutto abbiamo 14 variabili e 5 equazioni. Cerchiamo dunque equazioni che legano le variabili

$$e = \text{energia termica interna} = cT$$

calore specifico $\left[\frac{J}{kg \cdot K} \right]$

Se do calore $\rightarrow$ a volume cost $\Rightarrow$ il gas aumenta la sua en. cinetica

$\rightarrow$ a volume variabile $\Rightarrow$ il gas aumenta en. cin. e volume occupato.

d'en. termica in lega

all'eq. di stato dei gas perfetti:

$$p = \rho R^* T$$

$$R^* = \frac{R}{m} \quad m = \text{peso molecolare}$$

ρ_3 = componente del flusso termico conduttivo. Se ho un modello del campo di temperatura posso sapere questo flusso.

Maggiore è il ΔT fra due punti, maggiore è il calore che si scambia. Dipende

anche dalla natura del gas

$$\Rightarrow \vec{q} = -\lambda \text{ grad } T$$

$$q_i = -\lambda \frac{\partial T}{\partial x_i} \quad \text{legge di Fourier}$$

$$\lambda = \text{coefficiente di conducibilità termica} \left[\frac{J}{kg \cdot m \cdot K} \right]$$

Dipende dal tipo di materiale

più meno c'è perché le derivate sono positive o meno crescenti e il flusso in al contrario

$$\vec{q}_{entrante} \rightarrow -\lambda \frac{\partial T}{\partial x_i} \quad \text{zero uscente}$$

D_{kk} = traccia di D_{ij}

Questa legge serve per modellare il comportamento del fluido

coeff di viscosità dinamica

μ e μ_1 derivano da considerazioni generali, sono dei coefficienti che costituiscono l'evoluzione della legge costitutiva quando variano il sistema di riferimento.

μ è funzione solo di T ; μ $\propto T^{0.5}$ $\mu \leq 1$

(a Tamb $\mu \approx 0.4$ unit). Sono i coeff di densità

$$\frac{1}{3} (p_{ii})_{\text{diag}} = -\frac{2}{3} \mu D_{kk} - \mu_1 D_{kk} = -\left(\frac{2}{3} \mu + \mu_1\right) D_{kk}$$

Media della diagonale

$$= -\eta D_{kk} = \bar{p}_{\text{isog}} \rightarrow \text{Media normale}$$

$$\eta = \text{viscosità di volume} = \frac{2}{3} \mu + \mu_1$$

D_{kk} = div u ; divergenza da zero se il fluido non è fermo

$$p_{i,j \text{ tot}} = p \delta_{ij} - 2 \mu D_{ij} - \left(\eta - \frac{2}{3} \mu\right) D_{kk} \delta_{ij}$$

(tensore completo degli sforzi)

Il valore medio normale è $p_m = \frac{1}{3} p_{ii}$

$$= p - \frac{2}{3} D_{kk} \mu - \left(\eta - \frac{2}{3} \mu\right) D_{kk} = p - \eta D_{kk}$$

Il fluido si muove se $D_{kk} \neq 0$.

La pressione media può non essere uguale al

Se non c'è Δu o Δp non ho il secondo termine (no D_{kk})

Se invece ho $x(t)$ e $h(t)$ note e voglio

$y(t)$ posso:

$$x(t) \xrightarrow{y} X(\omega)$$

$$h(t) \xrightarrow{y} H(\omega)$$

$$Y(\omega) = H(\omega) X(\omega)$$

$\hookrightarrow$ antitrasformata $\rightarrow y(t)$

Il segnale però che trattiamo sono finiti mentre la trasformata è definita con $\int_{-\infty}^{+\infty}$ Come fare per trattare segnali continui, ma limitati nel tempo?

$x(t)$ limitato

$$X_w(t) = w(t) \cdot x(t)$$

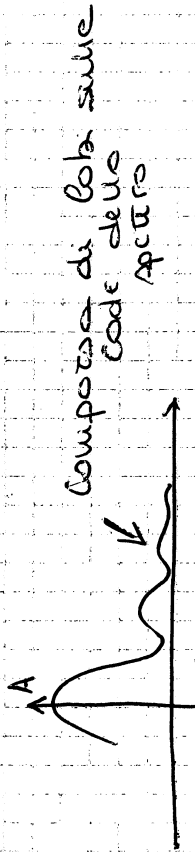
$\hookrightarrow$ finestra $\rightarrow$ segnale limitato

$$w(t) = \begin{cases} 1 & -T/2 < t < T/2 \\ 0 & \text{altrove} \end{cases} \quad (\text{finestra rettangolare})$$

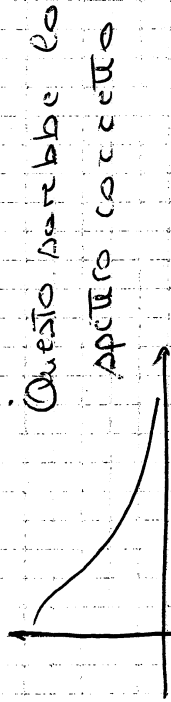
Se passo nel dominio delle frequenze è come fare l'integrale di convoluzione

$$X_w(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} w(\tau) x(\omega - \tau) d\tau$$

Osservare un segnale su durata di tempo limitato provoca problemi. Se osservo spettro del segnale vedo la



$\hookrightarrow$ lo spettro del segnale è così non perché lo è realmente, ma perché lo acquisisco in un tempo finito



Più la finestra è piccola più queste componenti spuntano in forme brutte. Questo fenomeno è detto leakage. Si cerca allora di applicare finestre di forme opportuna e non sempre rettangolari. Ad es.

$$\text{Hamming} \quad w(t) = \frac{1}{2} \left[1 - \cos\left(2\pi \frac{t}{T}\right) \right]$$

con periodo di osservazione

$$\text{Hamming} \quad w(t) = 0,54 - 0,46 \left(1 - \cos\left(\frac{2\pi t}{T}\right)\right)$$

$$\text{Blackman} \quad w(t) = 0,42 - 0,5 \left(1 - \cos\left(\frac{2\pi t}{T}\right)\right) + 0,08 \cos\left(4\frac{\pi t}{T}\right)$$

Funzione di correlazione

Funz. di autocorrelazione $\rightarrow$ necessaria per capire che scale temporali e spaziali siano presenti nel fenomeno fisico

$$R_{xx}(\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \cdot x(t+\tau) dt$$

τ = intervallo di tempo variabile

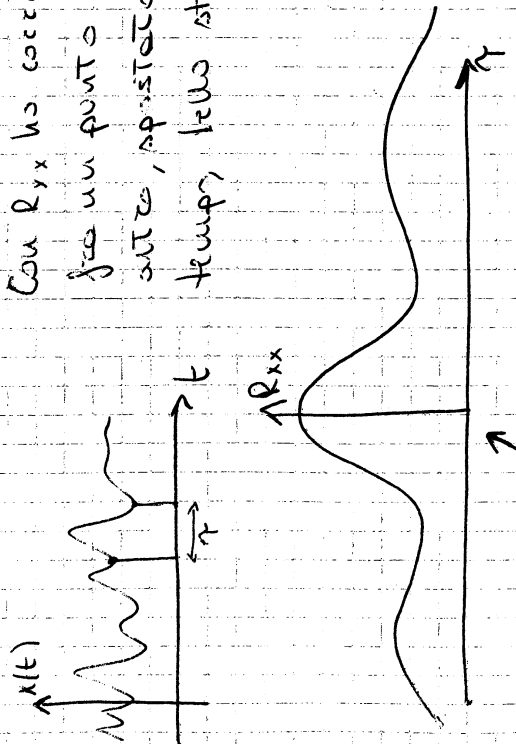
Autocorrelazione perché il segnale x viene correlato con se stesso.

Se il segnale è discreto ho

$$R_{xx}(\tau) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x(n) \cdot x(n+\tau)$$

Con R_{xx} ho correlazione fra un punto e un altro, spostato nel tempo, dello stesso segnale

R_{xx} è
simmetrica

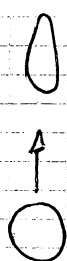
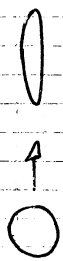


Al cruccio è elevata perché

$\tau=0$ vuol dire che Δt fra i due punti è zero cioè che prendo due punti coincidenti

Allontanandomi la correlazione scende.
Per questo (statistica corrente) di solito per un τ relativo alla scala del fenomeno

matrice



D_{ij} ha solo la diagonale

D_{ij} è completa

Tensore della velocità

$$V = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_1}{\partial x_2} - \frac{\partial u_2}{\partial x_1} \right) & \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_1}{\partial x_3} - \frac{\partial u_3}{\partial x_1} \right) \\ \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_2}{\partial x_1} - \frac{\partial u_1}{\partial x_2} \right) & 0 & \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_2}{\partial x_3} - \frac{\partial u_3}{\partial x_2} \right) \\ \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_3}{\partial x_1} - \frac{\partial u_1}{\partial x_3} \right) & \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_3}{\partial x_2} - \frac{\partial u_2}{\partial x_3} \right) & 0 \end{bmatrix}$$

Avevamo solo 3 elementi indipendenti, questo è un tensore degenerato, è in fatto un vettore.

Spero in trova scritto sotto forma di vettori:

$$\vec{\omega} = \begin{pmatrix} -2v_{23} \\ -2v_{31} \\ -2v_{12} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial u_3}{\partial x_2} - \frac{\partial u_2}{\partial x_3} \\ \frac{\partial u_1}{\partial x_3} - \frac{\partial u_3}{\partial x_1} \\ -\frac{\partial u_2}{\partial x_1} + \frac{\partial u_1}{\partial x_2} \end{pmatrix}$$

Sono le tre componenti del rotore di $\vec{u}$

Ritornando al disegno di prima:
 $\frac{\partial u_2}{\partial x_1} - \frac{\partial u_1}{\partial x_2} = \alpha_1 + \alpha_2$

$$\frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_2}{\partial x_1} - \frac{\partial u_1}{\partial x_2} \right) = \frac{\alpha_1 + \alpha_2}{2} \rightarrow \text{velocità angolare media}$$

α_1 e α_2 sono velocità angolari perché sono $\frac{u}{x} = \frac{\text{velocità}}{\text{spazio}}$

Un corpo rigido ha velocità angolare unica e non ha $\frac{\partial u_i}{\partial x_i}$ (non in allungo né in accorcia).
 Nei fluidi invece non è così, la velocità angolare media però è unica (potrebbe anche essere zero).

La descrizione di un campo di moto permette di capire come in sta componendo.

Vediamo ora le:

- Curve di corrente o stream line
- Le traiettorie o trajectories paths
- Curve di flusso o streakline

Per le prime due ragioniamo esclusivamente con un campo di moto.

In ogni punto le particelle diverse con una loro velocità

Poi posso tracciare un vortice prendendo

le tangenti al vettore velocità in ogni punto.

campo di moto, fissano solo dove $u \neq 0$;
- non si chiudono le loro.

Considero un flusso incomprimibile:



$$\text{div } u = 0$$

Portata di volume uscente =

$$\int_V \text{div } u \, dV = \int_{S_1} u \cdot \vec{n} \, dS + \int_{S_2} u \cdot \vec{n} \, dS$$

(le S_{lat} non contribuisce) $\downarrow$ portata

in un tubo di flusso è costante. Se non fosse incompressibile e se fossi in condizio-
ne stazionaria ho $\text{div}(\rho u) = 0$. Così ottenerei
una portata in massa costante.
In condizioni non stazionarie è diverso
perché dentro può variare ρ .

$\int_S u \cdot \vec{n} \, dS = \text{cost} \rightarrow$ la portata in volume è
costante. Se $\vec{u}$ fosse costante su tutto
S over U.S.

Cio significa che se un tubo di flusso ha
azione variabile per l'aumento $\vec{u}$ di una viscosità
e viceversa.

Se invece ho $\int \rho \vec{u} \cdot \vec{n} \, dS = \text{cost}$ devo valutare
anche ρ .

- un tubo di flusso non potrà mai chiudersi

le linee vorticosi

$$\vec{\omega} = \text{rot } \vec{u}$$

$\text{div}(\text{rot } \vec{u}) = 0$ per proprietà intrinseca
degli operatori vettoriali
(il rotore è solenoidale)

$$\text{div } \vec{\omega} = 0$$

Il campo delle linee vorticosi è come se
fosse incompressibile

de tangenti al vettore $\vec{\omega}$ in ogni t sono le
linee vorticosi o di vortice

posso, come visto prima, fare un tubo
vorticoso $\vec{\omega}$ è un ente che porta dentro
una portata costante di vorticità
la vorticità che passa in un tubo vorticoso
è costante (perché $\text{div } \vec{\omega} = 0$)

$$\oint_{\text{linea chiusa}} \vec{u} \cdot d\vec{e} = \Gamma = \text{circulazione}$$

(legato a $\vec{u}$ con teorema di Stokes)
una linea chiusa

$$\oint_{\text{linea}} \vec{u} \cdot d\vec{e} \stackrel{\text{Stokes}}{=} \int_S \text{rot } \vec{u} \cdot \vec{n} \, dS = \int_S \vec{\omega} \cdot \vec{n} \, dS$$

$\rightarrow$ sup costante sulla linea

Ipotesi che la linea chiusa sia sempre

Lezione 4

9/3/10

$$\star \frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial u_3}{\partial x_3} = 0 \quad \text{deriv. Lagrangiana}$$

$$\star \frac{\partial \rho}{\partial t} = - \frac{\partial}{\partial x_3} (\rho u_3) \quad \text{prima della div}$$

$$\star \rho \frac{\partial u_1}{\partial t} - \rho H_1 + \frac{\partial p_{13}}{\partial x_3} = 0$$

$$\star \frac{\partial}{\partial t} (\rho u_1) - \rho H_1 + \frac{\partial}{\partial x_3} (\rho u_1 u_3 + p_{13}) = 0$$

$$\star \rho \frac{\partial e}{\partial t} + \frac{\partial \delta_1}{\partial x_1} + p_{13} \frac{\partial u_3}{\partial x_3} = 0 \quad \text{Eq. dell'energia a termini}$$

Ricaviamoci l'altra forma (in termini di div):

$$\rho \frac{\partial e}{\partial t} + \rho u_1 \frac{\partial e}{\partial x_1} + \frac{\partial \delta_1}{\partial x_1} + p_{13} \frac{\partial u_3}{\partial x_3} = 0$$

$$\oplus \quad e \frac{\partial \rho}{\partial t} + e \frac{\partial}{\partial x_1} (\rho u_1) = 0 \quad \text{eq. continuità moltiplicata per } e$$

$$\rho \frac{\partial e}{\partial t} + e \frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho u_1 \frac{\partial e}{\partial x_1} + e \frac{\partial (\rho u_1)}{\partial x_1} + p_{13} \frac{\partial u_3}{\partial x_3} + \frac{\partial \delta_1}{\partial x_1} = 0$$

$$\star \frac{\partial (\rho e)}{\partial t} + \frac{\partial (\rho u_1 e)}{\partial t} + \frac{\partial \delta_1}{\partial x_1} + p_{13} \frac{\partial u_3}{\partial x_3} = 0$$

Esistono poi le equazioni costitutive

$$\delta_1 = -\lambda \frac{\partial T}{\partial x_1} \quad \text{Fourier}$$

$$p_{13} = (p + \frac{2}{3} \mu D_{11}) \delta_{13} - 2 \mu D_{13} \quad \text{Fluido newtoniano e stokesiano.}$$

Eq. di
continuità
trasporto
di massa

trasporto di
quantità
di moto.

$$D_{13} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_1}{\partial x_3} + \frac{\partial u_3}{\partial x_1} \right)$$

Ora mettiamo le eq. costitutive nelle altre. Si può scegliere se in quelle con D (deriv. lagrangiane) o con ∂ , noi, per esempio, lo facciamo in quelle con D ($\star$). Ricordarsi anche inoltre che a sua volta equazioni di stato, $e = e(p, T)$ per i

generici fluidi.

$$\text{per i gas perfetti} \quad e = c_v T$$

$$p = p(p, T) \quad \text{per i generici fluidi}$$

$$\text{per i gas perfetti (e non lo è)} \quad p = R^* \rho T \quad (\text{per un vapore può non valere})$$

$$B_i = \delta_{i3} B_3 \quad \left[\begin{array}{l} \text{S}_{13} \text{ sostituisce } e \\ \text{S}_{33} \text{ indica} \\ \text{libero a quello} \\ \text{ripetuto nel} \\ \text{tensore} \end{array} \right]$$

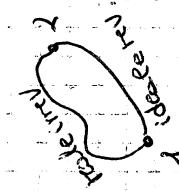
$$B_{11} = \delta_{i3} B_{33} \quad \text{tensore}$$

l'eq. di continuità non cambia.

λ e μ sono costanti. Questa è un'ipotesi da gas più che perfetto, ma che va bene per le disipazioni atmosferiche dove al massimo ho variazioni di temperatura da -50°C a $+55^\circ\text{C}$ (a livello motore a scoppio non va giù più bene).

2 Una particella va dallo stato 1 allo stato 2 variando la sua energia di de in dt .
 1 de è indipendente dal tipo di trasformazione (T, cost, V, cost, lungo p.d., troica, ecc.).
 Per Q e L è diverso perché le loro variazioni dipendono dal lavoro Q e L non sono differenziali esatti e infatti per le loro variazioni usiamo S e non d perché non sono funzioni di stato da loro somma però lo è.

Per valutare $\frac{de}{dt}$ fra 2 punti posso seguire trasformazioni reali irreversibili oppure poter usare una trasformazione ideale reversibile che ha il vantaggio di non avere dissipazione.



In una trasformazione ideale reversibile ho

$$\delta Q = T ds$$

$$\delta L = -pdv$$

$de = Tds - pdv \rightarrow$ sono passate da S_1 a S_2 variazioni esatte di funzioni di stato

$$de = \delta Q + \delta L = Tds - pdv$$

generale $\rightarrow$ stato alla trasformazione è ideale

$$\rho \frac{de}{dt} = \lambda \frac{\partial^2 T}{\partial x_i \partial x_i} - p \frac{\partial u_i}{\partial x_i} + Q$$

Per volume e c'è il termine $\lambda \frac{\partial^2 T}{\partial x_i \partial x_i}$ cioè il flusso termico Q .

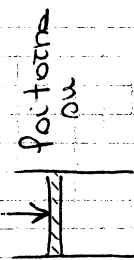
D è sempre positivo e quindi aumenta la temperatura. Ho segno fisso nell'equazione di bilancio dell'energia interna.

D è il prodotto della viscosità per i moti suba energia meccanica del fluido e la trasforma in energia termica a livello molecolare.

Le premesse normali termodinamiche di equilibrio sono reversibili.

Ciò attenti non hanno

nulla che vedere con le premesse.



Variazioni dell'energia interna $\Rightarrow$ 1a/ principio della termodinamica (Mayer 1842)

$$de = \delta Q + \delta L$$

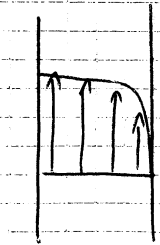
Variazione dell'energia $\rightarrow$ Iniezione calore

provanti ad un sistema termodinamico

$$\frac{de}{dt} = \dot{Q} + \dot{L}$$

provanti per unità di tempo

distorno con cui gli effetti della viscosità sulla parete contano poco perché in realtà non c'è uno straterello piccolissimo.



Impone quindi condizioni di scivolamento alla parete.

Impone non a noi né penetrazione né distacco dalla parete ($\vec{u} \cdot \vec{n} = 0$). Accetto solo che sciti alla parete.

Spesso una buona variazione delle condizioni iniziali, o parte di tutto il resto, da poi un'evoluzione al flusso completamente diversa.

È difficile predire ciò. Ho un'evoluzione del tutto diversa, di fatto perché l'equazione non è lineare.

Ricorro a un errore numerico. È ciò che accade nei moti turbolenti.

L'entalpia è una variabile di stato.

F_i = flusso dell'energia interna

$$= \rho c_{tot} u_i + \rho_i + p_{ik} u_k$$

$$\left(\frac{\partial(\rho c_{tot})}{\partial t} + \rho_i u_i + \frac{\partial F_i}{\partial x_i} \right)$$

$\hookrightarrow$ spesso non c'è.

Ipotesi ci sia una zona di flusso dove

posso dire che $\rho \approx 0$ (non ho flusso convettivo) e dove posso trascurare il tensore degli sforzi di viscosità.

$$\Rightarrow F = \rho u_i \left(c + \frac{u^2}{2} \right) + \rho \sum_k u_k u_k$$

$$= \rho u_i \left(c + \frac{p}{\rho} + \frac{u^2}{2} \right)$$

Il flusso dell'energia può essere espresso come solo flusso convettivo con solo queste 3 quantità, tutte macroscopiche.

$$\frac{c + \frac{p}{\rho}}{\rho} = \frac{\text{Entalpia}}{\rho} \text{ per unità di massa}$$

è una grandezza di stato!

$$h = c_p T + R^* T = T (c_p + R^*) = \frac{c_p T}{\rho}$$

$$R^* = c_p - c_v$$

$$h + \frac{u^2}{2} = h_{tot} = \text{entalpia totale}$$

Attenzione perché l'entalpia è una grandezza di stato, ma $\frac{u^2}{2}$ no (è l'energia cinetica). h_{tot} non è una funzione di stato, ma una grandezza termodinamica.

$$F \approx \rho u_i h_{tot}$$

$$P_{ik}^u = (p + \frac{2}{3} \mu D_{kk}) S_{ik} - 2 \mu D_{ik}$$

$$D_{kk} = \frac{\partial u_k}{\partial x_k} = \frac{\partial u_1}{\partial x_1} + \frac{\partial u_2}{\partial x_2} + \frac{\partial u_3}{\partial x_3} = 0$$

$$D_{ik} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_k} + \frac{\partial u_k}{\partial x_i} \right)$$

$$A_{kk} = 1 \quad D_{kk} u_k = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_1} + \frac{\partial u_1}{\partial x_i} \right) u_1 = 0$$

$$D_{ik} u_1$$

Con questa speciale configurazione dei
gluoni indisturbati (no ΔT) posso esprimere
il flusso totale di "e" con h_{TOT} che è più
comodo.

Manometro

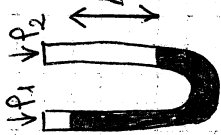
Misurano pressioni di fluidi al di sopra della p_{atm}

Vacuometro

Misurano $p < p_{atm}$

Manometro ad U → canna riempita di vetro

Suonano h_0 di riferimento e sull'altro quella da misurare.



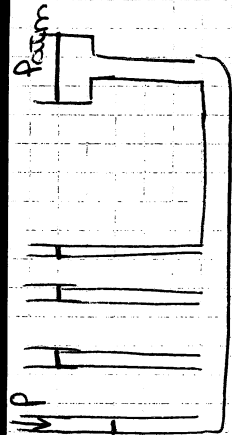
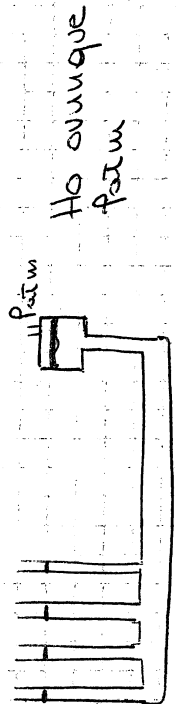
Dentro c'è un liquido manometrico che viene spinto dalla p maggiore fra le due. Fra i 2 misuri la una differenza di altezza correlabile al Δp .

Applica la legge di Stevino

$$\Delta p = \rho_{\text{liquido manometrico}} \cdot g \cdot \Delta h$$

(H₂O, alcol, Hg)

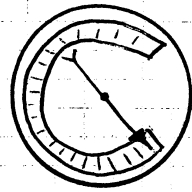
Multi manometro → ha molto come manometriche collegate a un serbatoio



Due h_0 p diversa

Vieno poi inclinato per aumentare la sensibilità poiché a parità di Δp otengo Δh maggiore

Manometro di Bourdon → da più comune



Clara è tra qui. Maggiore p più m. radiazione (centimetri di mm) varia la sua curvatura.

Amplifica lo spostamento del tubo (m. stesso a p_{atm}) e muove la lancetta

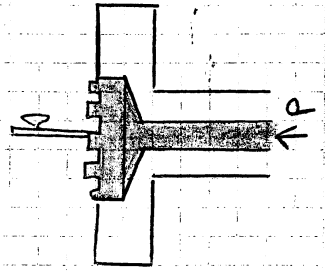
esterno

interno

p_{misura}

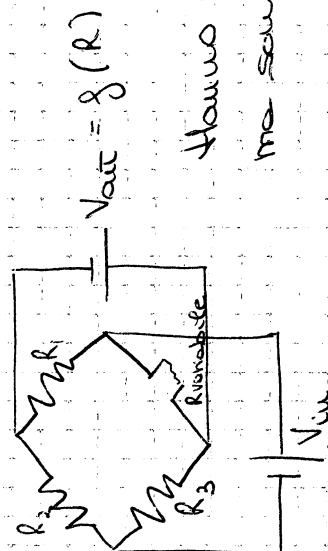
Sistema semplice e affidabile, ma non molto accurato.

Manometro a diagramma →



da membrana, a seconda di p in alta o abbassa

Piezoresistivi → dimensioni compatte
di uso a vuoto alta risoluzione temporale
la struttura in acciaio con dentro un
ne in manganese che si deforma con la p
varia la conducibilità elettrica tramite un
ponte di resistenza



Hanno risposta rapida
ma sono più costosi

Nel tubo a ventilazione applico la p di
rignimento (pneu a vuoto)

Vacuometri

per
basso
per
alto

Si va da 10 mB a 10⁻¹¹ mB

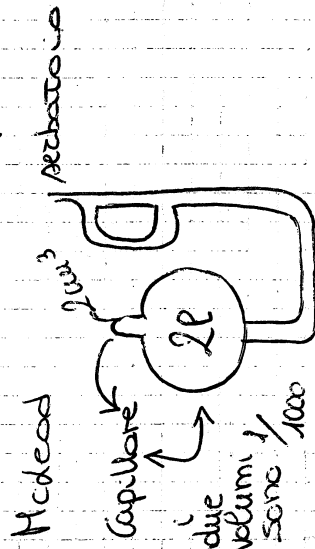
Il più semplice è quello di Bourdon (come il
manometro).

- Idrostatico

- a immersione
- a conducibilità tecnica

Idrostatici → a olio
→ a Hg

Sono un tubo ad U con peso liquido
denso



All'inizio
il rubatoio
è in borse.
d'ampolla è
poi collegata
a tenuta
con il vuoto.
All'inizio fanno
stabilizzare poi
il Hg del rubatoio col mercurio.

Il Hg del rubatoio va nell'ampolla il
gas che era nell'ampolla
capillare vengono compressi
Differenza apprezzabile il Δh del mercurio.

Barometri

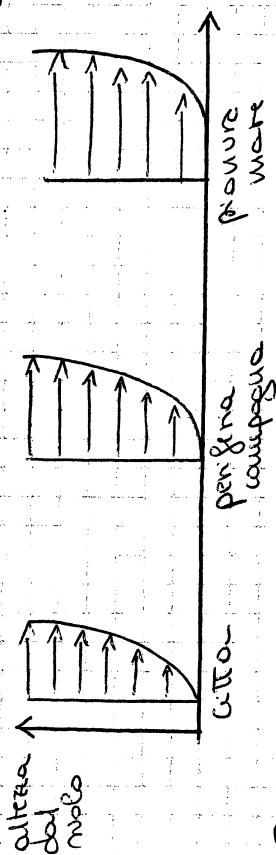
Servono per misurare le pressioni atmo-
sferiche.

2 torricelli → tubo di vetro capovolto
in una vaschetta con Hg. Scende finché
non c'è equilibrio con la atm. da colonna
è alta 760 mmHg.

I problemi sono legati soprattutto al

Anemometri

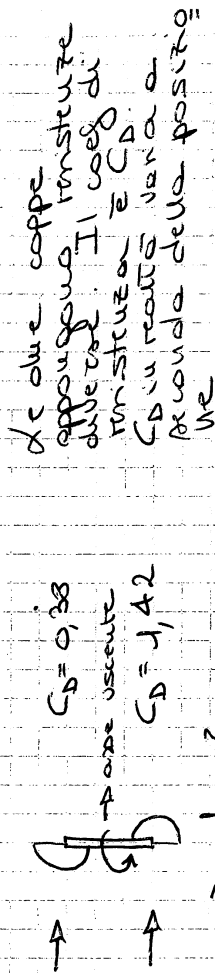
Misurano la velocità del vento.
Esso può avere $\bar{v}$ da 0 m/s a centinaia di m/s. Non si può usare un solo strumento di misura per tutto questo range.



Posso valutare qualitativamente $\bar{v}$ del vento osservando ciò che mi circonda.
Altrimenti uso anemometri spesso associati a bandiere che mi danno la direzione e il verso del vento.

- Anemometri rotanti (i più diffusi)
- " a deflessione
- " a pressione
- " a filo caldo
- " a ultrasuoni (misurano sfondendo)
- " laser - doppler (da laboratorio)

Anemometri rotanti → Atti coppe con o senza bandierola, ad aeroplano.
Quello a coppe e di Robinson ha 304 coppe; ha un contagiri. Vedi quanti giri fa in 1h e poi moltiplica questo numero con $\bar{v}$ vento standardo.



$$D = \frac{1}{2} \rho v^2 C_p S$$

vento

Il generatore una coppia C attorno all'asse

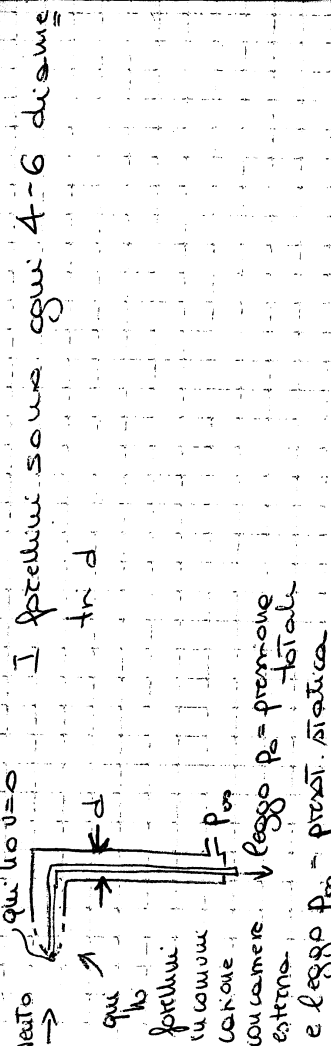
D = forza di resistenza di una coppa

v = velocità vento in campo indisturbato (a monte)

S = superficie affacciata (varia ruotando)

Con due sole coppe può entrare in stallone.

Le due coppe appaiono rotonde diverse. Il coefficiente di resistenza C_D in realtà varia a seconda della posizione.



Applico il teorema di Bernoulli: lungo una linea di flusso la press. totale è costante se ho evoluzione isentropica

$$p_{TOT} = p_{statica} + \frac{1}{2} \rho v^2 = \text{cost}$$

$v_{\infty} = v_{velocità}$ nel campo indisturbato

$\frac{1}{2} \rho v_{\infty}^2 =$ press. dinamica

$p_{TOT} - p_{\infty}$ la misuro con manometro a U attaccato alle due prese

$$p_{TOT} - p_{\infty} = \frac{1}{2} \rho v_{\infty}^2 = \rho g \Delta h$$

$$v_{\infty} = \sqrt{\frac{2 \rho g \Delta h}{\rho}}$$

Osservo

$$R = 8,314 \frac{J}{mol \cdot K} \quad H = 29 \frac{kg}{mol} = \text{massa molare aria}$$

$$T = 16^{\circ}C \quad p = 760 \text{ mmHg} \quad \chi_{H_2O} = 13,59 \frac{kg}{m^3}$$

Misuro $\Delta h_1 = 100 \text{ mm di } H_2O$
 $\Delta h_2 = 200 \text{ mm di } H_2O$

Voglio v_{∞} nei due cam.

$$\chi_{H_2O} = 13,59 \frac{kg}{m^3} = \frac{13,59 \cdot 981 N}{10^{-3} m^3} = 133318 \frac{N}{m^3}$$

$$\chi_{H_2O} = 9806 \frac{N}{m^3}$$

$$p_{ora} \Rightarrow p = \frac{\rho R T}{H}$$

$$p_{amb} = 760 \text{ mm di Hg} \cdot 10^{-3} \cdot 133314 = 101325 Pa$$

$$\frac{p}{\rho} = \frac{R T}{H} \Rightarrow p = \frac{H p}{R T} = 1,222 \frac{kg}{m^3}$$

$$(p_0 - p_{\infty})_1 = \chi_{H_2O} (\Delta h_1) = 9810 \cdot 100 \cdot 10^{-3} = 981 Pa$$

$$(p_0 - p_{\infty})_2 = \chi_{H_2O} \cdot \Delta h_2 = 1962 Pa$$

$\Rightarrow$ Se raddoppio Δh raddoppia anche la pressione dinamica ($\frac{1}{2} \rho v_{\infty}^2$)

$$(v_{\infty})_1 = \sqrt{\frac{2(p_0 - p_{\infty})_1}{\rho}} = 40,04 \frac{m}{s}$$

$$(v_{\infty})_2 = \sqrt{\frac{2(p_0 - p_{\infty})_2}{\rho}} = 56,64 \frac{m}{s}$$

Lezione 10

16/3/10

Se ho dei sistemi chiusi e l'antropia è che anche la somma delle soluzioni è soluzione.

Esistono dei casi particolari in cui posso introdurre delle semplificazioni:

- $p = \text{cost}$. Può essere per proprietà intrinseche del fluido (p di sua natura non varia a meno che non vi siano casi particolari).

- classe di fenomeni, suggerite dalla meccanica, dove dico che non c'è attrito. Tengo i fenomeni dissipativi.

Ci chiediamo se esistono fluidi per cui ho entropia costante.

Cio non è possibile, ma posso avere variazioni di entropia trascurabili in rapporto ad altre grandezze che entrano in gioco.

$$\frac{Ds}{Dt} = -\frac{1}{\rho T} \frac{\partial \rho}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial T} \frac{\partial T}{\partial x}$$

Variazioni di entropia nel fluido
 flussi termici conduttivi
 flussi di entropia
 vicino $\int = -\frac{1}{\rho T} \frac{\partial T}{\partial x}$

con $\mathcal{D} = -(\rho \cdot S)_{dis}$ D_{xx}
 $(\rho \cdot S)_{dis} = \frac{2}{3} \mu D_{xx} S_{,S}$
 $-2\mu D_{,S}$

Da queste equazioni trovo condizioni in cui ho $\frac{Ds}{Dt} = 0$ cioè non ho variazioni spaziali, non ΔT né Δu .

$$\star \frac{De}{Dt} = T \frac{Ds}{Dt} + \frac{p}{\rho^2} \frac{D\rho}{Dt}$$

Prodotto della trasformazione che subisce la particella
 quando un moto isentropico lo ha
 voglio trascurare rispetto a $\frac{De}{Dt}$

Variazioni di energia e fra due stati
 sistema quando riferimento a un ipotetico trasformazione reversibile

trascurare rispetto a $\frac{De}{Dt}$

$$\Rightarrow T \frac{Ds}{Dt} < \frac{De}{Dt} \quad \text{cio impongo}$$

Cio significa

$$\frac{De}{Dt} \sim \frac{p}{\rho^2} \frac{D\rho}{Dt}$$

Se vale in dt vale anche in generale

$$de \sim \frac{p}{\rho^2} dp \quad (R^* T = \frac{p}{\rho})$$

$$de \sim \frac{R^* T}{\rho} dp \quad \downarrow \quad c_v dt \sim \frac{R^* T}{\rho} dp$$

$$\frac{dT}{T} \sim \frac{R^*}{c_v} \frac{dp}{\rho} \quad R^* = c_p - c_v \quad \chi = \frac{c_p}{c_v} = \text{cost}$$

Re~1 per i flumi capillari e i giuochi molto viscosi (mazzevite)
 Di solito i termini $\mu \frac{u}{L^2}$ non contano nulla rispetto a $\frac{\Delta p}{L}$ nei confronti di $\rho \frac{u^2}{L}$
 Per i Reynolds ordinari (100-300 mila) trascuro $\mu \frac{u}{L^2}$ e conta il bilancio

$$\rho \frac{u^2}{L} = \frac{\Delta p}{L} \Rightarrow \Delta p = \rho u^2 \quad (\text{impulso trasposto di quantità di moto})$$

Valutiamo ora $D < \left| \frac{\rho}{\rho^2} \frac{dp}{dt} \right|$
 dove valutare le variazioni di p e calcolare le variazioni di ρ
 Possiamo sempre esprimere p derivata in funzione di altre due

Possiamo sempre esprimere p derivata in funzione di altre due

$$p = p(\rho, s)$$

$$\Delta p = \left(\frac{\partial p}{\partial \rho} \right)_s \Delta \rho + \left(\frac{\partial p}{\partial s} \right)_\rho \Delta s$$

$\frac{p}{\rho} = \text{cost} \Rightarrow \frac{\Delta p}{\rho} = \text{cost} \frac{\Delta \rho}{\rho}$

No Δs quindi $\frac{\Delta p}{\rho} = \text{cost} \frac{\Delta \rho}{\rho}$

$$\frac{dp}{p} = \gamma \frac{d\rho}{\rho} \Rightarrow \left(\frac{dp}{d\rho} \right)_s = \gamma \left(\frac{p}{\rho} \right) = \gamma R^* T = c_s^2$$

$$\Delta p = c_s^2 \Delta \rho$$

Per valutare $D < \left| \frac{\rho}{\rho} \frac{dp}{dt} \right|$ ora abbiamo

$$\begin{aligned} \rho u_s \frac{\partial u_i}{\partial x_s} &= -\frac{\partial}{\partial x_s} \left[\rho \delta_{is} + \frac{2}{3} \mu \Delta \delta_{is} - 2 \mu \Delta_{is} \right] \\ &= -\frac{\partial \rho}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \mu \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{\partial u_k}{\partial x_k} \right) + 2 \mu \frac{\partial}{\partial x_s} \left(\frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_s} + \frac{\partial u_s}{\partial x_i} \right) \right) \\ &= -\frac{\partial \rho}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \mu \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{\partial u_k}{\partial x_k} \right) + \mu \frac{\partial u_i}{\partial x_s \partial x_s} + \mu \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{\partial u_s}{\partial x_s} \right) \\ &= -\frac{\partial \rho}{\partial x_i} + \frac{1}{3} \mu \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{\partial u_s}{\partial x_s} \right) + \mu \frac{\partial u_i}{\partial x_s \partial x_s} \end{aligned}$$

ORDINI DI GRANDEZZA: $\rho \frac{u^2}{L} \approx \frac{\Delta p}{L} + \mu \frac{u}{L^2} + \mu \frac{u}{L^2}$
 I termini viscosi hanno lo stesso impo-
 tanza nel contrastare le premioni se

$$\frac{\rho u L}{\mu} \sim 1$$

Cioè Numero di Reynolds ~ 1

$$\frac{\mu}{\rho} = \nu = \text{viscosità cinematica} \left[\frac{m^2}{s} \right]$$

Sono solo unità cinematiche, lunghezza e tempo, non forze e masse.

Se Re ~ 1 i termini viscosi contano tanto quanto quelli inerziali nella valutazione

$$\nu_{\text{aria}} = 14,6 \cdot 10^{-6} \frac{m^2}{s}$$

Eq. della quantità di moto:

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j^2} + \frac{\nu}{3} \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{\partial x_j}{\partial x_j} \right)$$

da derivare per $x_i = x_1$

$$\frac{\partial u_1}{\partial t} = \nu \frac{\partial^2 u_1}{\partial x_3^2}$$

per $x_i = x_2$

$$0 = 0$$

per $x_i = x_3$

$$0 = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_3} \Rightarrow \text{Anche } p \text{ è costante}$$

Quinto è esonato dagli spetti d'intento
Rimane dunque:

$$\frac{\partial u_1}{\partial t} = \nu \frac{\partial^2 u_1}{\partial x_3^2}$$

e $p = \text{cost}$ $\rho = \text{cost}$

è un'equazione storica: eq. al secondo ordine lineare.

è l'equazione della diffusione del calore nell'istionario.

La soluzione è

$$u_1 = 0 [1 - \text{erf} \eta] \quad \text{con } \eta = \frac{x_3}{2\sqrt{\nu t}}$$

Vediamo se soddisfa le condizioni al contorno:

$$t > 0 \quad \left[\begin{array}{l} \eta = 0 \Rightarrow \text{erf} \eta = 0 \Rightarrow u_1 = 0 \\ x_3 = 0 \end{array} \right]$$

$$t = 0^+ \quad \left[\begin{array}{l} \eta = 0 \text{ (perché l'ordine di} \\ \text{zeta è minore)} \\ x_3 > 0 \end{array} \right]$$

$$\Rightarrow \text{erf} \eta = 0 \Rightarrow u_1 = 0$$

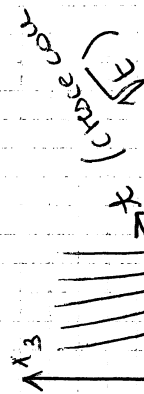
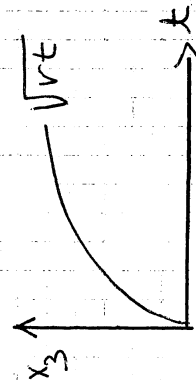
$$x_3 \rightarrow \infty \quad \left[\begin{array}{l} \eta \rightarrow \infty \\ t > 0 \end{array} \right] \quad u_1 = 0$$

$$x_3 = \text{valore finito} \quad \left[\begin{array}{l} \eta = 0 \Rightarrow \text{erf} \eta = 0 \Rightarrow u_1 = 0 \\ t = 0 \end{array} \right]$$

Come evolvasse questi profili di velocità?

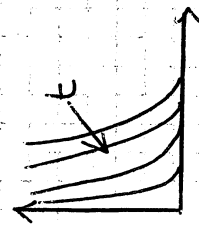
$$\eta = \text{cost} = \frac{u_1}{0}$$

$$x_3 \propto \sqrt{\nu t}$$



La perturbazione raggiunge i confini
Sono curve ortotiche

A $x_3=0$ e $t=0$ ho $\omega \rightarrow \infty$, magari fa che appena impungo lo streggo a causa dell'enorme gradiente fra velocità impressa alla parete e velocità nulla del fluido ho questo picco di ω che poi col tempo tenderà a un valore finito. Se $x_3 \rightarrow \infty$ e t è finito ho che $\omega \rightarrow 0$. Appena streggo "immetto" un picco infinito di vorticità che mi assiege man mano, l'attorno tende a zero.



da distanza
la distanza
a un ω diviene
impraticabile è
zero.

diviene sempre più distante e vicina a zero. minore di quella a cui si diviene impraticabile perché ω è la derivata di v (la pendenza va a zero prima del valore).

ω si diffonde nel fluido.

Γ è anche detta diffusività vorticosità.

Ho una zona a parete dove ω è misurabile e una zona lontano che posso considerare trascurabile perché ω c'è, ma non è misurabile.

La zona in cui per il picco ω è più stretta di quella in cui per la pendenza π $\uparrow \frac{\omega}{x_3} \rightarrow 0$ $\frac{v}{x_3} \rightarrow 0$

dezione 11 / esercitazione 18/3/10

• Anemometro a filo caldo

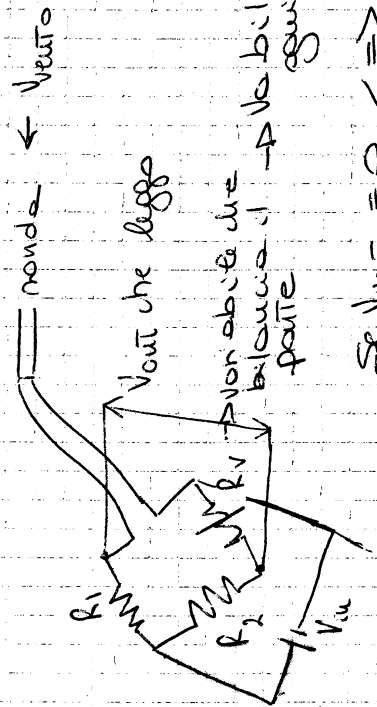
Buona risoluzione temperatura e spaziale. Sonde di qualche mm. Ci sono un paio per bilanciare il ponte. Ha risposta non lineare, va tarato e bilanciato.

Per misurare le tre componenti della velocità mi servono tre ponti.

Misurano la velocità molto basse fino al supersuono.

La sonda è la parte sensibile investita dal vento, poi ho il ponte di Wheatstone poi c'è l'A/D converter.

Il segnale va bilanciato. Il principio di funzionamento è lo scambio di calore che mi converte in ΔV .



Se $V_{out} = 0 \iff V_{cc} = 0$ (lo)

C'è un laser continuo che fa usare un raggio laser (l'ha costruita anche questa frequenza) viene poi separato in due raggi che dopo aver passato per vari apparati escono dalla sonda e convergono in un punto. Qui interferiscono formando delle frange luminose.

Nel fluido ho immerso particelle (ating)

Il fluido e le sue particelle attraversano le frange luminose.

Le particelle riflettono il laser verso un rivelatore ^{photomultiplier} che assicura l'andamento sinusoidale per l'ottenimento delle bande.

Nota la frequenza del laser conosco la distanza fra le frange luminose di interferenza e misurato Δt fra due picchi del segnale in uscita dal moltiplicatore mi ricavo la velocità delle particelle e quindi del fluido.

Posso usare col metodo backscattered light (rilevatore nella sonda) o forward scattered light. Di solito si usa la prima opzione anche se richiede più energia. Misura senza la contaminazione della sonda.

perpendicolare alle frange. Se vedo tutte le compresse mi servono 6 raggi per capire il verso della velocità in una cella di Bragg che schiatta da 40 MHz uno dei due raggi (schiaffo in frequenza) così che le frange non hanno frequenza in moto continuo. Così posso sentire l'effetto doppler e misurare anche velocità molto basse con buona accuratezza. Se il vento si muove in ugual direzione alle frange legge frequenza più bassa e viceversa.

Inoltre anche con vento fermo ho output perché le frange si muovono con 40 MHz. Riesco quindi a misurare anche velocità basse.

Commenting mi può usare olio d'oliva, carboni di melo.

Lezione 12 / Esperimento

19/3/2010

Igrometro

Per la misura dell'umidità

DA capelli

Misura l'umidità relativa e non assoluta
cioè la quantità di vapore acqueo contenuta
in un volume d'aria e la quantità
massima di vapore d'aria che quel
vapore potrebbe contenere a quella
temperatura.

L'umidità assoluta è il vapore acqueo per
unità di volume

Umidità relativa basso o alto provocano
disagio fisiologico. A 20°C va bene
attorno al 60%

Temperatura di rugiada = temperatura
fino alla quale devo raffreddare, a p
costante, una massa d'aria per poterla
saturare

Se $T_{\text{rugi}} > 0$ posso trovare della rugiada
se voluto - prima 20-50m, se voluto
uno strato superiore nebbia
Se $T_{\text{rugi}} < 0$ ho la bruma

• A sostanze idroscopiche $\rightarrow$ sostanze
che assorbono l'umidità (sost. vegetali,
i capelli)

C'è un fascio di capelli, al fondo azze-
lato su una cartolina e tenuto tra
con un peso

Assorbendo umidità si allungano

Sono ancora - più usati, con capelli
montati

Misura da 5 a 100% di umidità con
pressione del 2,5%

• A condensazione

Non più usati. Ho contenitore espasto
all'aria che ha pareti che si raffreddano.

Se $T_{\text{rugi}} = T_{\text{aria}} \Rightarrow$ l'aria è satura

• A condensazione di Clusoni

C'è ugreno e usata per aria in un
contenitore che contiene dell'etere

d'aria si fa gorgogliare. Si fa cadere
le l'acqua e misuro la temperatura
aggiunta

• Clusoni

Rileva le modificazioni di peso di

Radiometri UV $\rightarrow$ misurano irradianza
 to nello spettro UV $\left[\frac{W}{m^2} \right]$ su regione piana.
 Si differenziano a seconda della banda
 Ho output in UV

Si misura perché l'UV ha importanti
 effetti biologici. L'UV è influenzato da
 vari fattori (non arriva tutta a terra).

Nota UV sono assorbiti e diffusi.
 UV C tutta assorbita dall' O_3 e O_2 nella
 zona alta dell'atmosfera.

L'UVA arriva in buona percentuale al suolo.
 L'UVB è in buona parte assorbita.
 Dipende poi dall'elevazione solare e
 dall'altitudine. Più il sole è alto più UV
 arrivano perché minore è lo strato di
 atmosfera attraversata.

La componente diffusa nell'atmosfera
 dipende dalla frequenza. L'azzurra è
 la più diffusa.

L'UV è molto diffusa e quindi meno radiazioni
 arrivano a noi
 perché la foschia diminuiscono l'UV al
 suolo.

Al suolo la radiazione può essere riflessa
 o assorbita.

d'acqua assorbe UV
 da neve la riflette.

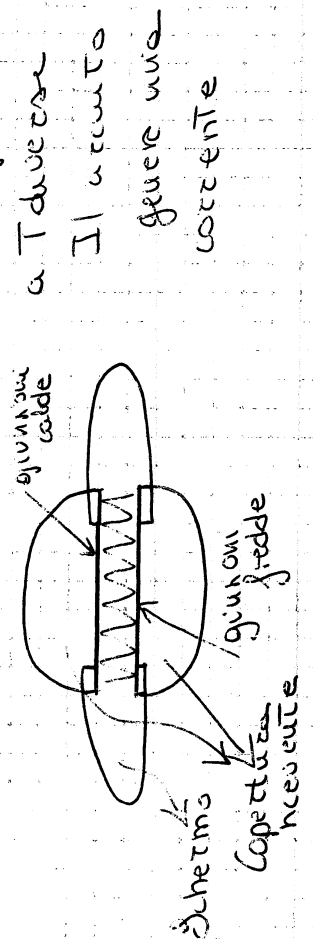
Altri radiometri misurano tutto lo spettro
 da UV a IR. Sono i Piranometri che
 misurano l'irradiazione solare globale.
 Se uso due piranometri, uno rivolto verso
 l'alto e uno verso il basso misuro
 con uno la radiazione incidente e con
 l'altro la riflettività. Ottengo così l'

Albedo =
 radiazione tot. riflessa
 " " " incidente

Questo strumento è detto albedometro
 Radiazione incidente - diffusa + diretta

Irradianza = Incidente - riflessa
 netta

$\hookrightarrow$ Misurato dal net-radiometro generando
 l'effetto (Seeback) ci sono due giunzioni
 a T diverse



Il circuito
 genera una
 corrente

Nel dominio spaziale biotri dimensionale
verrà così:

in 2D:

$$R(z_1, z_2) = \iint_{A_n} F(x, y) F(x+z_1, y+z_2) dx dy$$

$\vec{z}$ = vettore spostamento = (z_1, z_2)

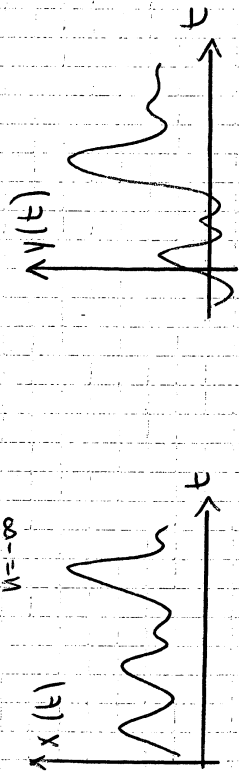
$$R(z_1, z_2) = \sum_{h=1}^H \sum_{k=1}^N F(h, k) F(h+z_1, k+z_2)$$

$N = n^\circ$ punti lungo x $\hookrightarrow$ Per segnali
 $H = "$ " " " discreti

Se ho due segnali diversi posso correlarli
con funzione di cross correlazione

$$R_{xy}(\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) y(t+\tau) dt$$

$$R_{xy}(\tau) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x(n) y(n+\tau)$$



Il risultato non è una funzione simmetrica.

Per i numeri complessi:

$$R_{xy}(\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} x^*(t) y(t+\tau) dt$$

Nello spazio:

$$F_3(x, y) \quad \downarrow \quad \text{2 funzioni / segnale in 2D}$$

$F_{3+1}(x, y)$ (adesso in due temp. diversi)

$$R_{3,3+1}(z_1, z_2) = \iint_{-\infty}^{+\infty} F_3(x, y) F_{3+1}(x+z_1, y+z_2) dx dy$$

Come posso con le trasformate di Fourier
trovare la cross correlazione e viceversa?

$$R_{xy}(\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} x^*(t) y(t+\tau) dt$$

$$= \int_{-\infty}^{+\infty} X^*(f) Y(f) e^{j2\pi f \tau} df$$

$$= \mathcal{F}^{-1}(X^*(f) \cdot Y(f))$$

$\hookrightarrow$ l'autotrasformata

Per l'autocorrelazione

$$R_{xx}(\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} x^*(t) x(t+\tau) dt = \int_{-\infty}^{+\infty} X^*(f) X(f) e^{j2\pi f \tau} df$$

$$= \mathcal{F}^{-1}(X^*(f) X(f))$$

$\hookrightarrow$ si può
dimostrare
ma noi non
lo facciamo
(😊)

$$\frac{\partial}{\partial t} (e + p) = \frac{\lambda}{\rho} \frac{\partial^2 T}{\partial x_3^2} = \frac{\lambda}{c_p \rho} \frac{\partial^2 c_p T}{\partial x_3^2}$$

↑
entropia

↑
moltip. e diviso per c_p

è un'equazione sempre con derivata prima nel tempo e doppia nello spazio, ma con le entalpie.

$$\frac{\lambda}{c_p \rho} = k \quad \frac{\partial h}{\partial t} = k \frac{\partial^2 h}{\partial x_3^2}$$

valle per l'entalpia, ma anche per la temperatura o l'energia.

Se la divido per c_p ho: $\frac{\partial T}{\partial t} = k \frac{\partial^2 T}{\partial x_3^2}$

Se la moltiplico per c_v ho: $\frac{\partial e}{\partial t} = k \frac{\partial^2 e}{\partial x_3^2}$

Sono tutte equazioni di tipo parabolico.

$$\lambda = \left[\frac{J}{m \cdot c \cdot s} \right] = \left[\frac{W}{m \cdot c} \right]$$

$$c_p = \left[\frac{J}{kg \cdot c} \right] \quad \rho = \left[\frac{kg}{m^3} \right]$$

$$k = \left[\frac{m^2}{s} \right] = \text{DIFFUSIVITÀ TERMICA}$$

↳ sono solo grandezze cinematiche, come v .

Prevedo tutte equazioni uguali (come quella dell'analisi di Fourier) in cui

anche soluzioni uguali, o fatto che abbia le medesime condizioni al contorno. Valutiamole in questo caso:

$$\left. \begin{array}{l} t=0 \\ x_3=0 \end{array} \right\} \Rightarrow T=T_0$$

$$\left. \begin{array}{l} t>0 \\ x_3=0 \end{array} \right\} \Rightarrow T=T_p$$

da variabile non è T , ma $T-T_0$

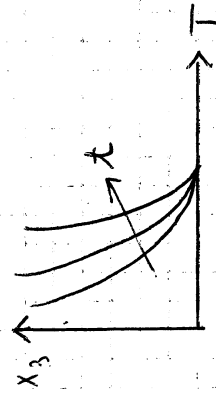
$$\frac{\partial}{\partial t} (T-T_0) = k \frac{\partial^2}{\partial x_3^2} (T-T_0)$$

$$T(x_3, 0) - T_0 = 0$$

$$T(0, t) - T_0 = T_p - T_0$$

$$\Rightarrow T(x_3, t) - T_0 = (T_p - T_0) (1 - \operatorname{erf} \eta_t)$$

$$\eta_t = \frac{x_3}{2\sqrt{k t}}$$



Profondità di penetrazione

$$= S_t(t) = 4\sqrt{k t}$$

$\frac{\partial T}{\partial x_3} \rightarrow$ avviene a λ m da il flusso termico. $\frac{\partial T}{\partial x_3}$ è l'equivalente, in termini di temperatura, della velocità.

Questo prima zona aumenta la temperatura

modific. T e/o flusso
disturbo di T e/o
disturbo di T e/o flusso

$\frac{UL}{\nu} = Re$ di una lamina

Un'ordine di grandezza per:

$$u = 15 \text{ m/s} \quad L = 1 \text{ m} \quad \nu_{\text{aria}} = 14,6 \cdot 10^{-6} \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$$

$$\Rightarrow Re \sim 10^6$$

$$\frac{\delta(L)}{L} \sim \frac{1}{\sqrt{10^6}} = 10^{-3} \rightarrow \text{è come una mano di vernice sulla lamina}$$

Al di fuori di questo spessore ho già un u e w impercettibili, ho flusso indisturbato, isotropico e dunque isentropico. Gli effetti della viscosità non entrano dentro a $\delta(L)$.

Se uno strato sottilissimo, posso studiare il corpo come se non ci fosse.

Se voglio studiare l'entire lo valuterò lì dentro perché esso è dato dalla viscosità.

Tutto ciò posso trasferirlo a un sistema tecnico parlando di strato limite tecnico

C'è il fenomeno della velocità,

$$\begin{matrix} \uparrow \\ \uparrow \\ \uparrow \\ \uparrow \\ \rightarrow \end{matrix} \quad \frac{L}{T_0} \quad \frac{T_p}{T_0}$$

diverso al fenomeno cinematico (che esiste comunque) insomma anche un fenomeno tecnico

$$\delta_x(x_3) \propto \sqrt{\frac{k x_1}{u}}$$

$$\frac{\delta_x(L)}{L} \propto \sqrt{\frac{k}{uL}} = \sqrt{\frac{1}{Pe}}$$

Un fluido che mantiene una

lamina piana a temperature diverse crea uno strato limite cinematico (c'è sempre) e uno tecnico (solo per u diverse).

Fuori il flusso è, dal punto di vista tecnico, indisturbato dal gioco di temperature.

$$\frac{\delta(L)}{L} = \frac{1}{\sqrt{Re}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{UL}{\nu}}} = \left(\frac{\sqrt{\frac{UL}{\nu}}}{\sqrt{k}}\right)^{-1} = \left(\frac{\sqrt{\frac{UL}{\nu}}}{\sqrt{k}}\right)^{-1} = \sqrt{\frac{\nu}{k}}$$

Se $k = \nu$ ho un unico strato limite.

$$\frac{\nu}{k} = \frac{\mu}{\rho} \frac{cp}{\lambda} = \frac{\mu cp}{\lambda} = \text{Numero di Prandtl (Pr)}$$

$\hookrightarrow$ rapporto fra la tendenza delle molecole a trasportare energia (viscosità) e la quantità di moto (calore) (conduttività).

Per i gas $Pr \sim 1$ perché trasferiscono energia e quantità di moto entrambi con gli stessi meccanismi. Per i liquidi $Pr \gg 1$ perché trasferiscono energia e quantità di moto entrambi con gli stessi meccanismi.

$$2) \frac{\partial u_i}{\partial t} + u_s \frac{\partial u_i}{\partial x_s} = - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i}$$

de linearizzo esprimendo le variabili come valori di eq + δ

$$1) \frac{\partial}{\partial t} (\rho_0 + \delta \rho) + \frac{\partial}{\partial x} ((\rho_0 + \delta \rho) \delta u) = 0$$

$$2) (\rho_0 + \delta \rho) \left[\frac{\partial}{\partial t} (\delta u) + \delta u \frac{\partial}{\partial x} (\delta u) \right] = - \frac{\partial}{\partial x} (\rho_0 + \delta \rho) \delta p$$

Ora togliamo gli ordini di infinitesimo superiori e sviluppiamo i calcoli:

$$1) \frac{\partial}{\partial t} (\delta \rho) + \rho_0 \frac{\partial}{\partial x} (\delta u) = 0 \quad \left. \begin{array}{l} \text{equazioni linearizzate} \\ \text{(come ne avem una piccola perturbazione)} \end{array} \right\}$$

Moltiplico la 1) per $\frac{\partial}{\partial t}$ e la 2) per $\frac{\partial}{\partial x}$

Poi le sottraggo e ottengo:

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2} (\delta \rho) - \frac{\partial^2}{\partial x^2} (\delta \rho) = 0 \rightarrow \delta \rho = \delta p$$

solo le unoguite

$$\left(\frac{dp}{d\rho} \right)_{\text{entr. cst}} = c_s^2 \Rightarrow dp = c_s^2 d\rho$$

Cui è un'isentropica? perché teniamo i fenomeni di prima

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2} (\delta p) - c_s^2 \frac{\partial^2}{\partial x^2} (\delta p) = 0 \rightarrow \text{passo anche per uerla con } \delta p, \delta T, \text{ ecc.}$$

governa il disturbo di tutte le quantità citate

La generica forma: $\frac{d^2 y}{dt^2} - c_s^2 \frac{d^2 y}{dx^2} = 0$
 E' l'equazione classica unidimensionale d'onda da è simile a quella della diffusione, ma ho dt^2 ; questa piccola diversità ha conseguenze non da poco.

c_s è la velocità del fronte d'onda.

Questa equazione ha una precisa classe di soluzioni: tutte le funzioni di $(x - c_s t)$ o $(x + \frac{x}{c_s})$ e $(x + c_s t)$ o $(x + \frac{x}{c_s})$. Tutte: $\sin, \cos, \text{bessel, ecc.}$

Scegliamo le soluzioni al contorno a di cui che soluzione è quella giusta.

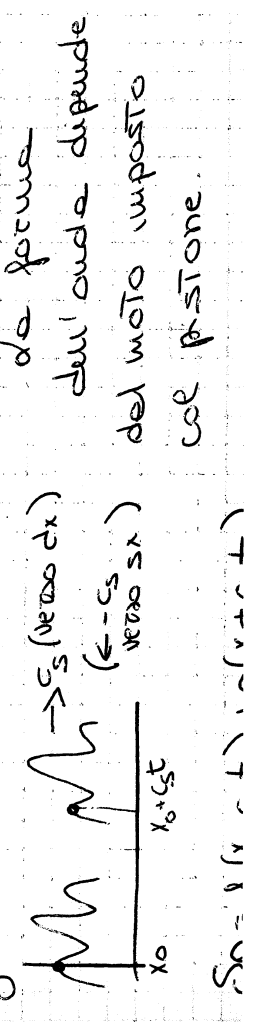
$$f(x - c_s t) \quad f(x + c_s t) \rightarrow \text{guenche soluzioni}$$

vediamo se è soluzione

$$\frac{d^2 y}{dt^2} = f'' c_s^2 \quad \frac{d^2 y}{dx^2} = f'' \quad \frac{d^2 y}{dt^2} - c_s^2 \frac{d^2 y}{dx^2} = 0$$

x, c_s et devono apparire così concatenate.

Questo perché tutte le volte che $x - c_s t = x_0$ la y ha lo stesso valore.



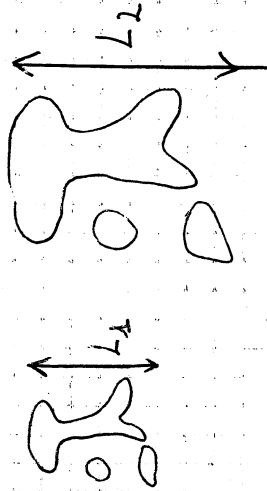
domane 15/Esposizione 26/3/10

Similitudine al vero

Spesso non posso lavorare sulle scale reali e uso dei modelli. Spesso però non è sufficientemente rappresentativo del vero.

Quali sono i parametri per cui la rappresentazione in scala non va bene? Immagino di avere due foto da mettere dell'Italia a scale diverse e a livelli di grigio.

due sono
geometricamente
simili
⇒
mimetizzare
geometrica



$x = \text{coordinate}$

$n = \text{n° di livelli di grigio}$
 $u(x)$ è uno scalare cioè un valore di grigio

Per passare da una

sull'altra basta un fattore di scala.

Se posso da un grigio a un punto con un altro grigio con un rapporto di scala ho una mimetizzazione materiale o fisica.

$$\frac{u_1}{u} = \text{cost per punti analoghi}$$

V_{TOT} $\rightarrow$ Vertice una rete

V_{TOT} $\rightarrow$

$\rightarrow$ Ottengo una similitudine

$\rightarrow mV$

Ho usato un psicrometro per la temperatura e la pressione

Quando si parla di similitudine si parla di similitudine geometrica, cinematica, dinamica, termica, chimica, ecc.

Il modello è un sistema fisico che si comporta in modo simile al sistema reale.

→

A parte la similitudine geometrica, cinematica, dinamica, ecc.

$$\rho \frac{v^2}{L} \left(v_k \frac{\partial v_i}{\partial x_k} \right) + \rho \frac{v^2}{L} \frac{\partial p}{\partial x_i} - \mu \frac{v^2}{L^2} \frac{\partial^2 v_i}{\partial x_k \partial x_k} = 0$$

↓ dividendo per $\rho \frac{v^2}{L}$

$$v_k \frac{\partial v_i}{\partial x_k} + \frac{\partial p}{\partial x_i} - \frac{1}{Re} \frac{\partial^2 v_i}{\partial x_k \partial x_k} = 0 \rightarrow \text{comparare } Re.$$

da forma dell'eq è sempre la stessa.

Condizioni al contorno con le nuove variabili:

$$v'_i = 0 \quad \left(\frac{x'_1}{a_1} \right)^2 + \left(\frac{x'_2}{a_2} \right)^2 + \left(\frac{x'_3}{a_3} \right)^2 = 1$$

$$v'_1 \rightarrow 1 \quad \text{or} \quad x'_1 \rightarrow \infty$$

$$v'_2 \rightarrow 0 \quad \text{or} \quad x'_2 \rightarrow \infty$$

$$v'_3 \rightarrow 0 \quad \text{or} \quad x'_3 \rightarrow \infty$$

Sono passato a modello matematico con variabili adimensionali; e' detto percos MODELLO INTRINSECO.

Posso individuare similitudine tra Re di due sistemi e' uguale.

Re uguali fra due sistemi $\Rightarrow$ ho similitudine. Questo si posso trascurare la comprimibilità.

SIMILITUDINE DI CORRENTI ESTERNE COMPATIBILI

$$P = \rho_0 \cdot P' \quad \left\{ \begin{array}{l} \rho_0 \text{ del campo indisturbato} \\ P' \text{ variabili adimensionali} \end{array} \right.$$

$$\frac{\partial \rho' v'_k}{\partial x'_k} = 0 \quad \text{eq. di continuità}$$

$$\rho' v'_k \frac{\partial v'_i}{\partial x'_k} + \frac{\partial p'}{\partial x'_i} - \frac{1}{Re} \frac{\partial^2 v'_i}{\partial x'_k \partial x'_k} = 0 \quad \text{eq della quantità di moto}$$

Hi deve però ora un' altra equazione poiché ρ ora è un' incognita. Per es. uso l'eq. di bilancio dell'energia termica. Se uso una forma di giunghi a entropia costante ($s=0$) posso usare come ulteriore condizione:

$$\left(\frac{\partial p}{\partial \rho} \right)_{s=0} = c_s^2 \rightarrow \text{passo a variabili adimensionali}$$

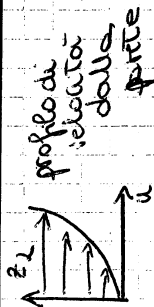
$$P = \rho_0 v'^2 P' \Rightarrow \frac{\partial (\rho_0 v'^2 P')}{\partial (\rho_0 P')} = c_s^2$$

$$v'^2 \frac{\partial P'}{\partial P'} = c_s^2 \Rightarrow \partial P' = \left(\frac{1}{Ma} \right)^2 \partial P$$

Appaiono qui due parametri adimensionali Re e Ma .

Quindi per questo classe di correnti devo chiedere $Re = cost$ e $Ma = cost$

Tutto ciò vale per correnti isentropiche, se no i parametri divergono fra.



u_1 = velocità nel campo indisturbato

parte di premiare

$$\bar{F} = \text{risultante forze aerodinamiche agenti sul corpo} = \int_S \left(-p \bar{n} + \mu \frac{\partial u_i}{\partial z_i} \bar{F} \right) dS$$

p = premiare agente sul punto considerato

$\mu \frac{\partial u_i}{\partial z_i}$ = attrito nel punto considerato

$-p \bar{n} dS$ = forze di premiare sull'elementino del punto considerato

$\mu \frac{\partial u_i}{\partial z_i} \bar{F} dS$ = sforzo viscoso tangenziale alla superficie

Scompongo $\bar{F}$ in $\rightarrow$ componente lungo la direzione $\bar{x}$ della corrente

$$[N] \rightarrow \text{componente perpendicolare alla corrente} = \bar{R} = \int_S \bar{F} \cdot \bar{n} dS$$

$$\bar{R} = \bar{F} \cdot \bar{j} = \int_S \left(-p \bar{n} \cdot \bar{j} + \mu \frac{\partial u_1}{\partial x_2} \bar{x} \cdot \bar{j} \right) dS$$

$$\bar{P} = \bar{F} \cdot \bar{x} = \int_S \left(-p \bar{n} \cdot \bar{x} + \mu \frac{\partial u_1}{\partial x_2} \bar{x} \cdot \bar{x} \right) dS$$

Passo alle variabili adimensionali

$$P = \rho U^2 L^2 \bar{P}, u_i = U u_i', S = L^2 S' \rightarrow \text{lunghezza}$$

$$z_i = L z_i'$$

Sostituendo nell'equazione $\bar{P}$ ottengo:

$$\left[\rho dS = \rho U^2 L^2 d(L^2 S') = \rho U^2 L^2 \rho' dS' \right]$$

$$R = \rho U^2 L^2 \int_{S'} \left(-p' \bar{n} \cdot \bar{j} + \frac{1}{Re} \frac{\partial u_1'}{\partial z_2'} \bar{x} \cdot \bar{j} \right) dS'$$

$\rightarrow$ Compare Re .

Coefficiente di resistenza (adimensionale):

$$C_R = \frac{R}{\rho U^2 L^2}$$

Coefficiente di potenza ("):

$$C_P = \frac{P}{\rho U^2 L^2} \quad \left(\text{spero } C_P = \frac{P}{\frac{1}{2} \rho U^2 L^2} \right)$$

Per due corpi di geometrie simili ho lo stesso C_P e C_R hanno uguale Re e possono geometricamente simili per avere similitudine fra modello e vero devo rispettare queste due cose.

Spesso si vede come C_P e C_R variano al variare di Re, Pr, Ha . Spesso rimangono invariati per ampi valori di questi valori adimensionali

lezione 15

20/3/2010

$$\frac{d}{dt}(\delta p) + \rho_0 \frac{\partial}{\partial x}(\delta u) = 0 \quad \rightarrow x = x_1$$

$$\rho_0 \frac{\partial}{\partial x}(\delta u) + \frac{\partial}{\partial x}(\delta p) = 0 \quad \rightarrow \delta u$$

$$\delta p = c_s^2 \delta \rho \quad c_s = \sqrt{\gamma \frac{p_0}{\rho_0}}$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial}{\partial x}(\delta p) + c_s^2 \rho_0 \frac{\partial}{\partial x}(\delta u) \right) = 0$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial}{\partial x}(\delta p) + \rho_0 \frac{\partial}{\partial t}(\delta u) \right) = 0 \quad \text{nottegg}$$

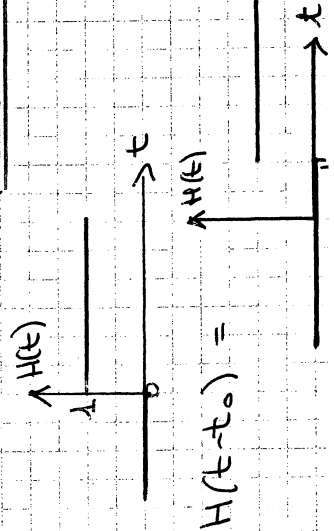
$$\frac{\partial^2}{\partial x^2}(\delta u) - c_s^2 \frac{\partial^2}{\partial x^2}(\delta u) = 0$$

c_s = velocità dell'onda
 δu = " delle particelle] Sono diverse

$$v_p = \text{velocità del pistone} = \delta v \cdot H(t)$$

piccola
velocità

$$\text{funzione a gradino} = \text{funzione di Heaviside} = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ 1 & t > 0 \end{cases}$$



δv = ammontare
del
gradino.
 $\delta v < 1$

$$p_0 + \delta p \rightarrow \delta p$$

L'ho voluto solo questo e cioè il lavoro fatto dal disturbo di pressione e non dall'intera pressione (come sarebbe giusto)

$$-\int_{p_0}^{p_0 + \delta p} (p - p_0) d\left(\frac{1}{\rho}\right) = \text{lavoro di compressione}$$

energia potenziale

perché è + se si comprime
 cambia di estremo di integr. $\delta p = \frac{\delta p}{c_s^2}$

$$-\left(-\frac{1}{\rho^2}\right) \int_{p_0}^{p_0 + \delta p} (p - p_0) dp = \frac{1}{\rho_0^2 c_s^2} \int_{p_0}^{p_0 + \delta p} (p - p_0) dp$$

$$= \frac{1}{\rho_0^2 c_s^2} \int_{p_0}^{p_0 + \delta p} \delta p d(\delta p) = \frac{(\delta p)^2}{2 \rho_0^2 c_s^2}$$

de lo moltiplico per ρ_0 ottenuto
 $\frac{(\delta p)^2}{2 \rho_0 c_s^2}$ che è ciò che ho in p_{eac}

energia acustica +

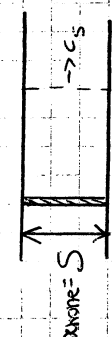
lavoro di compressione (l'onda, anche se poco comprime)

$$p_{eac} = \frac{1}{2} \left(\frac{\delta p}{\rho_0 c_s} \right)^2 \rho_0 + \frac{1}{2} \left(\frac{(\delta p)^2}{\rho_0 c_s^2} \right) =$$

δp due termini fanno lo stesso peso

$$= \frac{(\delta p)^2}{\rho_0 c_s^2} = \frac{\delta p^2}{2 c_s^2}$$

Posso anche scriverlo in termini di δu
 $p_{eac} = \rho_0 \delta u^2$, ma non è pratico



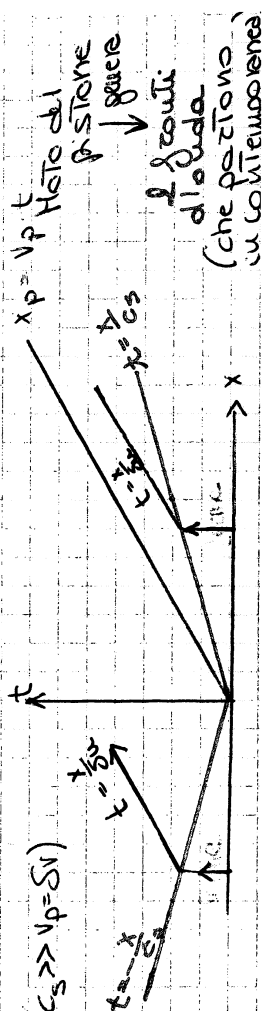
energia per unità di tempo attraversa S
 divido per S

$$= \frac{\delta p^2}{2} - \rho_0 c_s^2 = \frac{\delta p^2}{2} = \frac{\text{energia per unità di tempo (potenza)}}{\text{superficie}}$$

$$= \frac{\delta p}{\rho_0 c_s} \delta p = \delta u \delta p = I_a = \left[\frac{W}{m^2} \right]$$

$$\delta p(x, t) = f\left(t - \frac{x}{c_s}\right) + g\left(t + \frac{x}{c_s}\right) =$$

$$= \delta p^-\left(t - \frac{x}{c_s}\right) + \delta p^+\left(t + \frac{x}{c_s}\right)$$



le posso misurare su scala lineare.

Formel proposte per misurare

$$I_a = \frac{Sp^2}{\rho_{cs}} \left[\frac{W}{m^2} \right] \text{ di usare}$$

$$10 \log_{10} \frac{I}{I_{ref}} = \text{Decibel}$$

I_{ref} = la minore soglia percepita dall'orecchio
 $= 10^{-12} \text{ W/m}^2$ (oggi mi è alzata a 10^{-10})

$I_0 = 1 \text{ W/m}^2 \Rightarrow \text{Nb} = 120 \Rightarrow$ Soglia del dolore

$$\text{Intensity level} \rightarrow \text{dB} = 10 \log_{10} \frac{(Sp)^2}{\rho_{cs} \cdot 10^{-12}}$$

$$\begin{aligned} \text{nell'aria} &= 10 \log_{10} \frac{(dp)^2}{400 \cdot 10^{-12}} = 10 \log_{10} \left(\frac{dp}{20 \cdot 10^{-6}} \right)^2 \\ &= 20 \log_{10} \left(\frac{dp}{2 \cdot 10^{-5}} \right) \end{aligned}$$

Sotto i 40dB ho il silenzio

$$\text{dB}_1 = 10 \log_{10} \frac{I_{a1}}{I_{ref}}$$

$$\text{Raddoppio } I_{a1} \Rightarrow I_{a2} = 2 I_{a1}$$

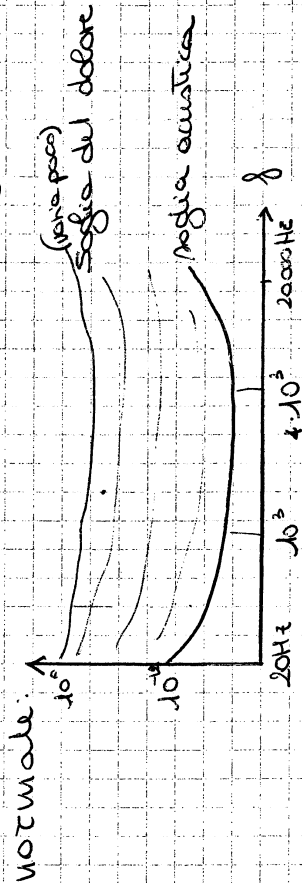
$$\text{dB}_2 = 10 \log_{10} \frac{2 I_{a1}}{I_{ref}} = 10 \log 2 + 10 \log \frac{I_{a1}}{I_{ref}}$$

$$= 3 + 10 \log \frac{I_{a1}}{I_{ref}}$$

$\Rightarrow$ raddoppiare I_{a1}
 fa alzare di 3dB

Soglia del dolore $\rightarrow 1 \text{ W/m}^2$ $\rightarrow$ Dipendenza
 " acustica $\Rightarrow 10^{-12} \text{ W/m}^2$ però anche dalla

frequenza; questi sono valori medi.
 Possiamo costruire l'audiogramma



Devo filtrare questi risultati per tenere conto di queste differenze. Si parla allora di dBA (esistono anche gli B o C). Sono modificati con un filtro funzione delle frequenze che dia come differenza fra le due curve sempre 20 dB.

$$u' = \frac{u}{U} = f(\eta) \quad \eta = \frac{y}{\delta(x)}$$

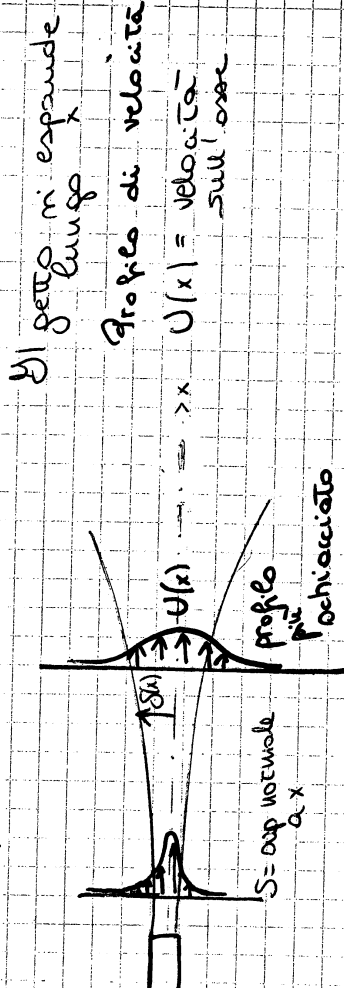
Nota u posso ricavare il profilo di velocità in termini dimensionali

Voglio profilo di velocità in x :

$\delta(x)$ è noto

$$\Rightarrow \text{ho } \eta = \frac{y}{\delta(x)} \rightarrow \text{ricavo } y \text{ e quindi } u(y)$$

Getto piano laminare



$$\frac{u}{U} = f(\eta) \quad \eta = \frac{y}{\delta}$$

U però è $U(x)$ e non è più costante
 Le soluzioni automatiche danno di importan-
 ti proprietà che ritroviamo nei getti turbolen-
 ti. Esse sono:

$$\frac{d}{dx} \left[\int_S \rho u^2 ds \right] = 0 \quad \text{Potenza di quantità di moto} \rightarrow \text{è un invariante}$$

$$\frac{d}{dx} \left[\int_S \rho u ds \right] > 0 \quad \text{La potenza in massa cresce lungo } x.$$

$$\frac{d}{dx} \left[\int_S \frac{1}{2} \rho u^3 ds \right] < 0 \quad \text{La potenza di energia cinetica diminuisce lungo } x$$

Esistono soluzioni automatiche anche per campi di moto turbolenti. Hanno dinamiche più complesse. Noi lo valuteremo solo dal punto di vista statistico.

Si sono nati dei fenomeni non lineari.

Campo di moto del getto turbolento (PUFF)

Non meno che il getto evolve in espansione e coinvolge massa attorno

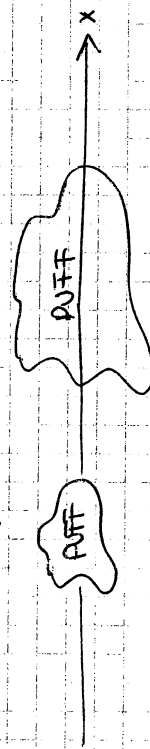
H = massa del getto, crescente

Esso ha quantità di moto costante

$$H \cdot U = \text{cost.}$$

Cio' significa che U diminuisce: $U \propto \frac{1}{H}$

Anche l'energia cinetica va diminuendo



Suppongo che emetta soluzione auto-
 matica rappresentabile solo con scala di
 velocità e di lunghezza caratteristiche

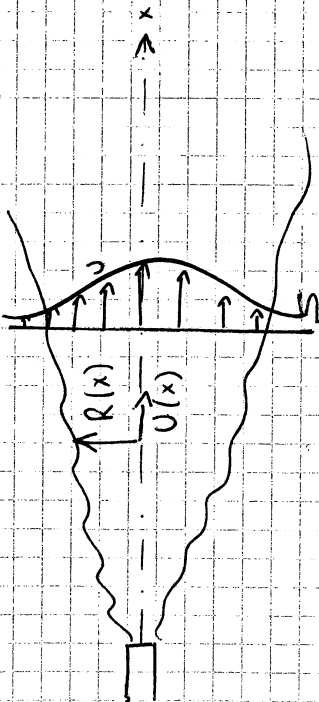
$$R = V^{1/3}$$

Scala di lunghezza caratteristiche

V = volume del puff

Getto turbolento

Profilo di velocità



Anche qui si vede che il getto è confinato in un cono di semiapertura $\alpha = \alpha_0 \pm \Delta \alpha$.

$$\int_S \rho u^2 ds = \text{cost.}$$

$$u' = \frac{u}{U} \quad S' = \frac{S}{R^2} \quad z' = \frac{z}{R} \quad \text{z-coordin. radiale}$$

$$\rho R^2 U^2 \int_{S'} u'^2 ds' = \text{cost}$$

Ipotesi che i profili siano autosimili:
 $\Rightarrow u' = f(z')$

$$\text{e allora } R^2 U^2 = \text{cost} \Rightarrow U(x) \propto \frac{1}{R}$$

$$\int_S \rho u ds$$

$$\rho U R^2 \int_{S'} u' ds' = \text{cost. per uno qualsiasi dei profili}$$

$\Rightarrow$

$$\rho \frac{1}{R(x)} R^2(x) \propto R(x)$$

per la portata in massa

$$\frac{1}{2} \int_S \rho u^3 ds \propto R^2 U^3 = \frac{1}{R(x)}$$

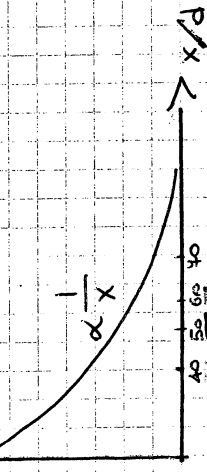
per la portata di energia

(diminuisce per qualche fenomeno legato alla dissipazione)

$U(x)$ usata dall'uglio

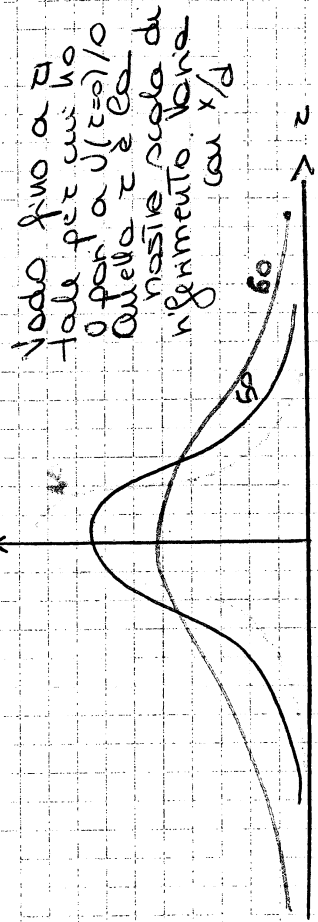
Getto turbolento assai asimmetrico

In laboratorio valuteremo questo.



Rileveremo il profilo di velocità ad una certa distanza.

U



Vedo fino a 70 tale per cui ho 0 per $U(x) = 0$ Anche z è la massima scala di ingrandimento. bene con x/d

Si mira a 40 = $\frac{x}{d}$ perché sotto 40 diametri la definizione non è verificata

Se valuto U e z i profili si sovrappongono

Lezione 18

13/4/20

NOTI IRROTAZIONALI

$\omega = \text{rot } \vec{u} = 0 \Rightarrow$ fluido irrotazionale

$\rho = \text{cost} \rightarrow$ non varia per effetto di compressione cinetica

$$\text{div } \vec{u} = 0$$

Se un vettore $\vec{u}$ ha rotore nullo cioè è irrotazionale allora esiste una funzione ϕ

scalare detta potenziale / $\vec{u} = \text{grad } \phi$

$$\text{div } \vec{u} = \text{div}(\text{grad } \phi) = \nabla^2 \phi = 0$$

Se il vettore è irrotazionale, l'eq. di Laplace si ottiene

è un'eq. lineare che non contiene il tempo

$\hookrightarrow$ Ammette soluzioni solo se $\rho = \text{cost}$

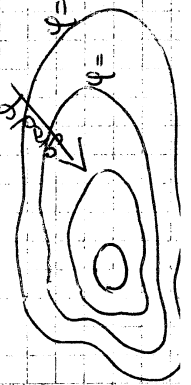
condizioni su un contorno chiuso (valore di ϕ o di $\frac{d\phi}{dn}$)

$$\nabla^2 \phi = 0$$

$\rho = \text{cost}$ (condizione praticamente vera)] insieme

$\text{rot } \vec{u} = 0$ ("grave)] $\nabla^2 \phi = 0$

$$u = \text{grad } \phi \Rightarrow u_i = \frac{d\phi}{dx_i} \rightarrow \text{mi basta definire } \phi \text{ che è uno scalare}$$



$\vec{u}$ è diretto secondo la massima linea di tendenza

104	0	0,005	0,01	0,002
120	0	0,005	0,01	
136		0	0,005	

Per misurare le velocità uso una sonda totale prendendo solo la pressione totale e non anche la statica. Posso farlo perché $p_{\text{tot}} = p_{\text{stat}} + p_{\text{din}}$ esistono anche getti impulsanti e non continui

Getto pulitico (zero nel mondo) = portata in mano nella vella. Sono impulsi fatti con un periodo scelto da portatore che esce in un ciclo è zero.

Ho una membrana che va avanti e indietro, aspira e rilascia aria alternativamente. Il getto ha caratteristiche simili a quello di questa esecutore. Non veramente di un motore a compressione.

L'ultimo termine ora c'è facile comprendere
ma anche i moti comprimibili

Applico il rotore termine per termine:

$$\begin{aligned} \bullet \operatorname{rot}(u \operatorname{grad} u) &= u \operatorname{grad}(\operatorname{rot} u) \\ &- \operatorname{rot} u \operatorname{grad} u + \operatorname{div} u \operatorname{rot} u \\ &= u \operatorname{grad} u - u \operatorname{grad} u + \operatorname{div} u \end{aligned}$$

$$\bullet \operatorname{rot}\left(\frac{1}{\rho} \operatorname{grad} p\right) = \frac{1}{\rho} \operatorname{rot} \operatorname{grad} p + \operatorname{grad} \frac{1}{\rho} \times \operatorname{grad} p$$

(perché $\operatorname{rot} \operatorname{grad} = 0$)

$$\bullet \operatorname{rot} \frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t} \operatorname{rot} u = \frac{\partial \omega}{\partial t}$$

$$\bullet \operatorname{rot} \frac{1}{3} \operatorname{grad} \operatorname{div} u = 0 \text{ perché ho } \operatorname{rot} \operatorname{grad} \operatorname{div} u = 0$$

L'equazione diventa

$$\left(\frac{\partial \omega}{\partial t} + u \cdot \operatorname{grad} \omega \right) = \operatorname{grad} u - \omega \operatorname{div} u + \operatorname{rot} H$$

$$\left(\frac{\partial \omega}{\partial t} + u \cdot \operatorname{grad} \omega \right) = \operatorname{grad} \frac{1}{\rho} \times \operatorname{grad} p$$

(differenziale convettivo) $\rightarrow$ compenso ω nel campo vettoriale di $\operatorname{grad} p$

$\rightarrow$ è $\frac{D\omega}{Dt}$ che poi dipende da 3 termini che hanno già ω dentro di sé. Quel tre termini richiama già ω in partenza quindi non lo generano.

$\operatorname{rot} H \rightarrow$ se su un campo agisce una forza esterna, la sua rotazione dà contributo su $\frac{D\omega}{Dt}$

$\omega \operatorname{grad} u \rightarrow$ tensore con 3 componenti
Abbiamo termini del tipo:

$$\omega_1 \frac{du_1}{dx_1} \quad \omega_3 \frac{du_3}{dx_1}$$

$\rightarrow$ rotazione di partenza

Una rotazione intorno ad un asse perpendicolare a quello della prima rotazione

in genere $\frac{D\omega}{Dt}$
Nasce una coppia trasversale come in bici, $\rightarrow$ rotazione



$\omega \operatorname{div} u$ e analogo anche a $\omega \rho$ non costante
Fenomeno detto **Gilling**

$\omega \operatorname{grad} u + \omega \operatorname{div} u \rightarrow$ varia ω , ma non la accelerazione generata.
 $\operatorname{rot} H$ invece può accelerare o generare ω

$$\operatorname{grad} \frac{1}{\rho} \times \operatorname{grad} p = \text{termine trasversale}$$

$\rightarrow$ non esiste se c'è un legame in

$$u \cdot p = p(\rho) \text{ perché } \rho \text{ non varia } p \propto \rho$$

vedi libretto 2 + soluzioni
Stabilità atmosferica: cos'è l'atmosfera neutra?

$$\begin{matrix} \square T p p z \\ \square T_0 p_0 p_0 z_0 \end{matrix} \rightarrow$$

$$p_z = p_0 - g p z \quad (\text{stevio}) \quad \frac{dp}{dz} = -g p$$

Sposto il volume velocemente da z_0 a z .
tutti i parametri valgono m.b.to. è un'evoluzione adiabatica, non ci sono scambi.
La temperatura diminuisce perché si espande.

$$\text{Legge adiabatica: } \frac{1}{p_0} = \left(\frac{p}{p_0} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$$

vale ovunque l'atmosfera?

Grad T $\nearrow$ atm stabile $\rightarrow$ segue l'adiabatica
 $\rightarrow$ " instabile $\rightarrow$ non " "

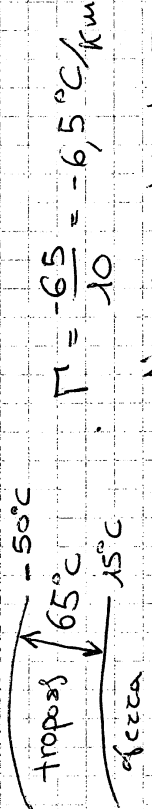
$$\frac{dT}{T} - \frac{\gamma-1}{\gamma} \frac{dp}{p} = - \frac{\gamma-1}{\gamma} \frac{g p dz}{p} = - \frac{\gamma-1}{\gamma} \frac{g dz}{T R^*}$$

saddisfa l'adiabatica e stevio
perché $R^* T = p/p$

$\frac{dT}{dz} = - \frac{\gamma-1}{R^* \gamma} g = - 9,4^\circ \text{C/km}$ Se l'atmosfera fosse adiabatica la temperatura deve scendere di $9,4^\circ \text{C}$ ad ogni Km di altezza.

$$\frac{dT}{dz} = - 9,4^\circ \text{C/km} = \Gamma_d = \text{adiabatic lapse rate}$$

l'atmosfera è o no adiabatica? Dipende se la consideriamo a blocchi (troposfera, ionosfera, ecc.).



Non è adiabatica

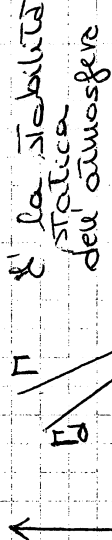
perché decrease di meno

Nel no invece l'atmosfera è stabile e ciò è un bene.

Pace e
Beary

Modo di valutare l'instabilità

atmosfera valutando una particella che sale nell'atmosfera adiabatica e confrontarla con la realtà.



atmosfera valutando una particella che sale nell'atmosfera adiabatica e confrontarla con la realtà.

Atmosfera stabile o instabile $\rightarrow$ l'adiabatica è il punto di neutralità.

Da un'atmosfera neutra $\rightarrow T = T_0 \left(\frac{p}{p_0} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$

Lezione 19/Esposizione

15/4/10

Criteri di omogeneità dimensionaleTeorema di Buckingham π

Permette di stabilire a priori il numero di gruppi adimensionali indipendenti che regolano il fenomeno.

$$\varphi(x_1, x_2, \dots, x_n) = \varphi'(\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_r)$$

↑
Grandezze fisiche
dimensionali

Costituiscono gruppi adimensionali indicati con π

"Il numero i di gruppi adimensionali è uguale a $n - n^\circ$ di grandezze fondamentali"

$$i = n - q$$

↳ lunghezza, massa

Per ottenere multiplicitudine devo ottenere uguaglianza fra gli i gruppi adim.

diminuite del numero di relazioni funzionali fra le grandezze dimensionali

$S = i - z$ ↳ relazioni funz. fra le
che $x_1, x_2, \dots, x_n$
variabili /
che devo uguagliare

$$S = n - q - z$$