



Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino

Appunti universitari

Tesi di laurea

Cartoleria e cancelleria

Stampa file e fotocopie

Print on demand

Rilegature

NUMERO : 93

DATA : 24/03/2011

A P P U N T I

STUDENTE : F k'Rkgvtq

MATERIA : Hqpf co gpv'f k'O ceej kpg

Il presente lavoro nasce dall'impegno dell'autore ed è distribuito in accordo con il Centro Appunti.

Tutti i diritti sono riservati. È vietata qualsiasi riproduzione, copia totale o parziale, dei contenuti inseriti nel presente volume, ivi inclusa la memorizzazione, rielaborazione, diffusione o distribuzione dei contenuti stessi mediante qualunque supporto magnetico o cartaceo, piattaforma tecnologica o rete telematica, senza previa autorizzazione scritta dell'autore.

ATTENZIONE: QUESTI APPUNTI SONO FATTI DA STUDENTIE NON SONO STATI VISIONATI DAL DOCENTE.
IL NOME DEL PROFESSORE, SERVE SOLO PER IDENTIFICARE IL CORSO.

FONDAMENTI DI MACCHINE

Prof: Carlo Vincenzo Ferraro

email: carlo.ferraro@polito.it

27/10/2010

CLASSIFICAZIONE DELLE MACCHINE:

- MOTRICI: ci danno del lavoro meccanico se alimentato
- OPERATRICI: danno lavoro meccanico in cambio di energia utile

Inoltre possiamo distinguere macchine:

- TERMICHE:
- NON TERMICHE: (idrauliche)

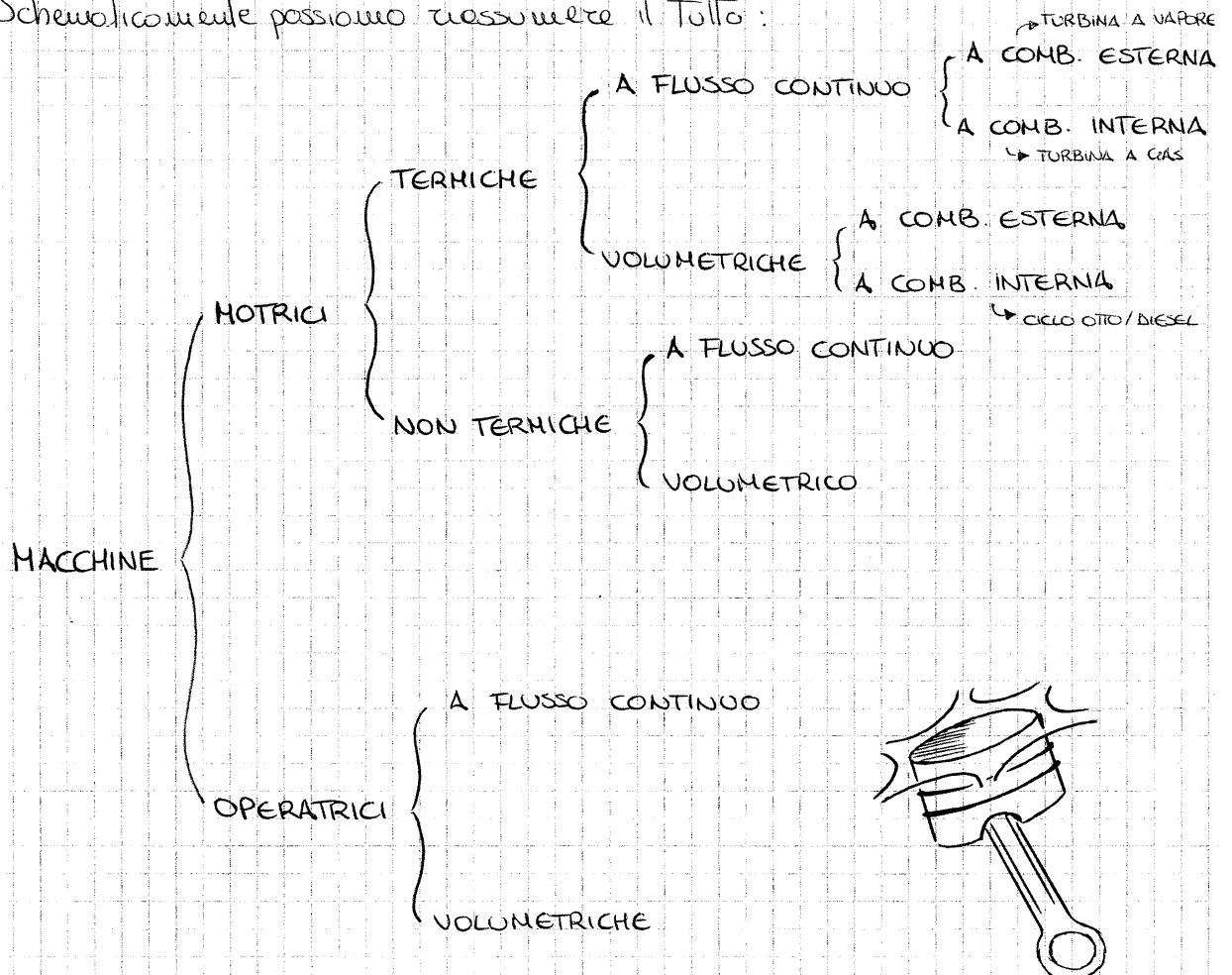
oppure:

- A FLUSSO CONTINUO:
- VOLUMETRICHE: (accoppiamento CILINDRO-PISTONE)

oppure:

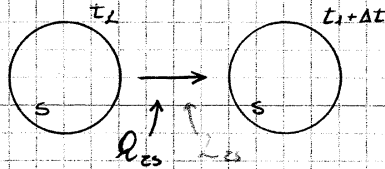
- A COMBUSTIONE ESTERNA
- A COMBUSTIONE INTERNA

Schematicamente possiamo riassumere il tutto:



I° PRINCIPIO DELLA TERMODINAMICA (metodo sostanziale o Lagrangiano)

Consideriamo:



con:

Q_{es} = calore ricevuto dal sistema
(>0 se ricevuto dal sistema)

L_{es} = lavoro ricevuto dal sistema
(>0 se fatto dal sistema)

U_{tot} = energia interna totale

$$Q_{es} + L_{es} = \Delta U_{tot}$$

↗ variazione di energia complessiva ricevuta dal sistema...

$$dQ_{es} + dL_{es} = dU_{tot}$$

In particolare dQ_{es} può essere scambiato x:

- convezione:
 - conduzione:
 - irraggiamento:
 - attrito secco:
- $$\left. \begin{aligned} & dQ_{es} \text{ (calore dall'esterno al sistema)} \\ & dQ_{ce} + dQ_{es} = dL_{ew} \end{aligned} \right\} \text{ attrito secco}$$

NB: faremo quasi sempre

$$dL_{ew} = 0$$

$$\Rightarrow Q_{es} = -Q_{ce}$$

$$dQ_{es} = dQ_{es} + \underbrace{dL_{ew}}_{=0} = ((dQ_{es})_{COND} + (dQ_{es})_{CONV} + (dQ_{es})_{IRR})$$

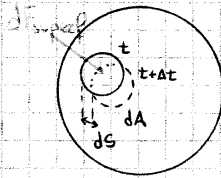
$$dU_{tot} = dU_T + dU_{ch} + \sum dU_{\text{vibraz. energ. molecolare}} = 0$$

↙ Termico ↘
chimico

possiamo scrivere: $U^* = U_T + U_{ch}$

$$dL_{es} = (dL_{es})_{fs} + (dL_{es})_{fm}$$

↗ forze di massa
↘ forze di superficie

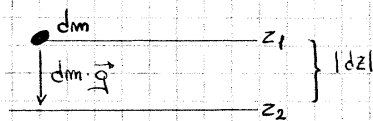


$\vec{dF}_s \cdot d\vec{s}$ su dA fra t e $t+\Delta t$

$$(dL_{es})_{fs} = d\vec{F}_s \cdot d\vec{s}$$

$$(dL_{es})_{fs} = \int_{sup} d\vec{F}_s \cdot d\vec{s}$$

$(dL_{es})_{gc}$



$$(d^4 L_{es})_{gc} = \pm dm \cdot g \cdot dz$$

↗ su qst caso <0
↘ >0 essendo il lavoro >0

$$\Rightarrow (d^4 L_{es})_{gc} = - dm \cdot g \cdot dz$$

$$\bullet) (d^2 L_{cs})_{acc} = - d\omega \cdot \underbrace{2 \vec{\omega}_{sc} \wedge \vec{v}_c \cdot \vec{v}_c}_{\substack{\text{da vettore,} \\ \perp \omega_{sc}, \perp v_c}} \cdot dt = 0$$

=> non c'è lavoro!

quindi possiamo scrivere che:

$$dQ_{es} + (dL_{cs})_{ps} - dE_c - dE_w - dE_{gc} = dU^*$$

essendo che $dL_{ew} = 0$ anche $(dL_{cs})_{ps} = - (dL_{ce})_{ps}$ quindi:

$$dQ_{es} = (dL_{ce})_{ps} + dE_c + dE_w + dE_{gc} + dU^*$$

se $dE_w \neq 0$ allora $x'y'z'$ non è inerziale

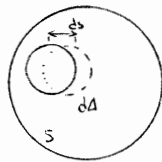
se $dE_w = 0$ allora $x'y'z'$ è inerziale

In forma differenziale

$$dQ_{es} = (dL_{ce})_{ps} + dE_{c,w,g,c} + dU^*$$

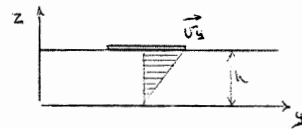
NB: se noi, dopo aver scritto $dQ_{es} = dQ$
 $(dL_{cs})_{ps} = dL_{ps}$
 $\Rightarrow dQ = dL_{ps} + dU^* + dE_{c,w,g,c}$

Consideriamo: $(L_{cs})_{ps} = \int_S d\vec{F}_s \cdot d\vec{s}$

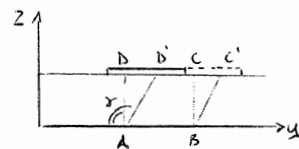


che cosa lo sforzo tangenziale?

Cons. dero



$$\tau = \mu \frac{\partial v_x}{\partial z}$$



$$\text{se } d(t_{xy}(x)) = d(x) = \frac{DD'}{h} = \frac{v_x dy}{h}$$

$$\text{allora } \frac{dy}{dx} = \frac{v_x}{h} \Rightarrow \gamma = \frac{v_x}{h}$$

quindi $\tau = \mu \gamma$ → se l'angolo non è piccolo

$$\Rightarrow \tau \neq 0$$

→ se l'angolo non è tanto

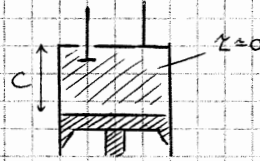
$$\Rightarrow \tau \approx 0$$

le τ si scrivono in corso delle convenzioni di oggetti...

1) $0 \leq \dot{U} \leq 20 \text{ m/s}$

$\Rightarrow \dot{U} \text{ piccole} \rightarrow \Sigma = \mu \frac{\partial \dot{U}}{\partial z} \approx 0$

sono trascurabili e possiamo parlare di pressione in termini tradizionali.

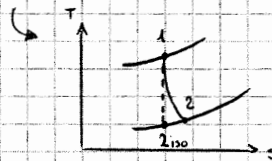


$\vec{u} = 2 \cdot c \cdot n \approx 10 \div 15 \text{ m/s}$
 giri al secondo

3) $\dot{U} \geq 60 \div 80 \text{ m/s}$

qui le $\Sigma \neq 0$ sempre (non trascurabile)

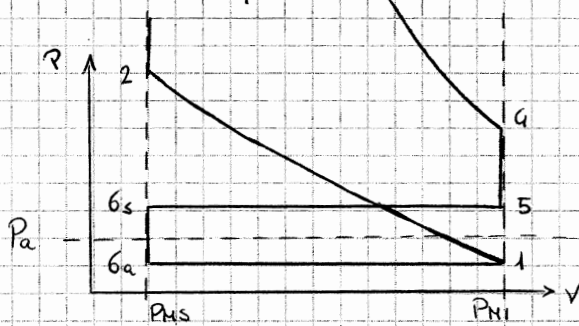
possiamo essere x esempio: TURBINE (AERIE o VAPORE)



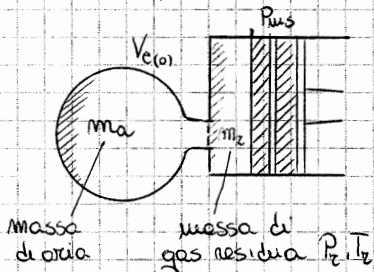
se vi è la presenza di Σ allora l'espansione non è isentropica...

Ex: "Applicazione del I° principio della Termodinamica"

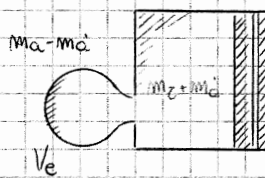
Fase di aspirazione di un motore alternativo (diesel)



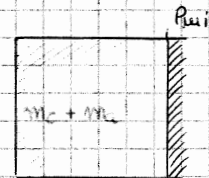
nel punto 6s



nel pto intermedio



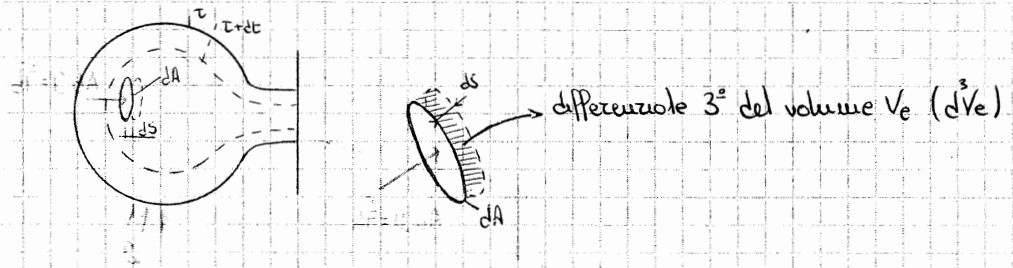
nel punto 1



- devo scegliere: 1) il sistema:
- a) m_r
 - b) m_a
 - c) $m_a + m_r$ ✓

- 2) la trasformazione:
- a) $6_s \rightarrow 6_a$
 - b) $6_a \rightarrow 1$
 - c) $6_s \rightarrow 1$ ✓

analizziamo la massa d'aria:



$$(d^3 L_{zs})_{V_e} = (\text{calcolo qst } \times k_e \text{ e' uguale a } -d^3 L_{ze} \text{ che rende a noi})$$

$$= d\vec{F} \cdot d\vec{s} = P_a dA \cdot d\vec{s} = P_a d^3 V_e$$

$$(d^3 L_{zs})_{V_e} = \pm P_a d^3 V_e = \dots$$

pensando al caso concreto vedo che il volume del palloncino va diminuendo
 $\Rightarrow d^3 V_e < 0$
 essendo che il lavoro ricevuto dal sistema è positivo allora
 $\Rightarrow P_a < 0$

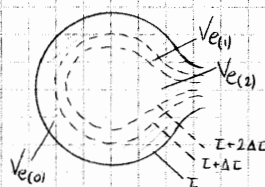
$$\dots = -P_a d^3 V_e$$

da cui:

$$(L_{zs})_{V_e} = \int_{\tau} \int_A -P_a d^3 V_e = -P_a \int_{\tau} \int_A d^3 V_e$$

Calcolo il lavoro fatto sulla superficie della massa d'aria

METODO PRATICO:



Col doppio integrale calcolo tutto il volume
 $\Rightarrow (L_{zs})_{V_e} = P_a \cdot V_{e(z)}$

METODO ANALITICO: $(L_{zs})_{V_e} = -P_a \int_{V_e}^{P_{at}} P_{at} = -P_a [0 - V_{e(z)}] = P_a \cdot V_{e(z)}$

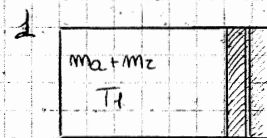
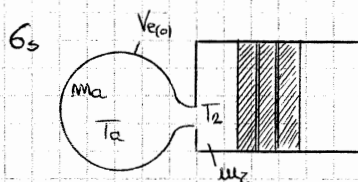
quindi:

$$(L_{ze})_{V_e} = -(L_{zs})_{V_e} = -P_a V_{e(z)}$$

ed allora avremo

$$L_{P_s} = (L_{P_s})_{A_s} + (L_{P_s}) = P_i V - P_a V_{e(z)}$$

ci manca il ΔU_T termico



$$\Delta U_T = U_{T_p} - U_{T_c}$$

$$= m_a \Delta U_{T_{m_a}} + m_z \Delta U_{T_{m_z}}$$

$\hookrightarrow T_a \rightarrow T_1$ $\hookrightarrow T_z \rightarrow T_1$

NB: $\left. \begin{matrix} U = u \\ u = U \end{matrix} \right\} u = m U$

II° PRINCIPIO DELLA TERMODINAMICA

Esso viene espresso come:

$$Tds = dQ + dLw_m + dLw_{ch}$$

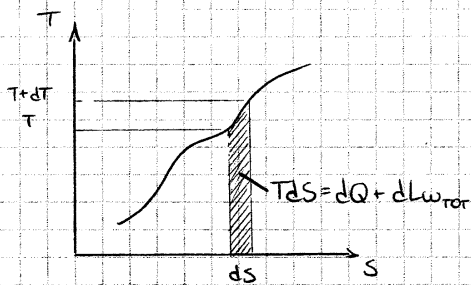
$\underbrace{\hspace{10em}}_{\geq 0}$ $\underbrace{\hspace{10em}}_{\text{ma sono reazioni} \geq 0}$
 $\underbrace{\hspace{10em}}_{\text{Termini dissipativi}}$

ci dice come e in che modo varia l'entropia

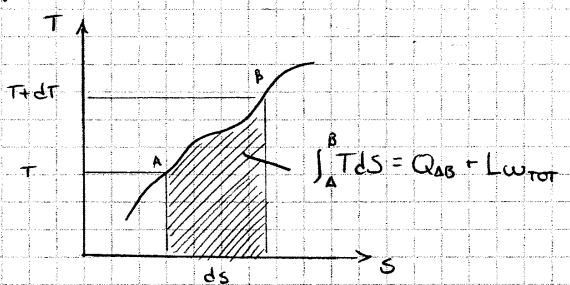
$$Tds = dQ + dLw_{TOT} \quad \text{con } dLw_{TOT} = dLw_m + dLw_{ch}$$

Ricordiamo molto:

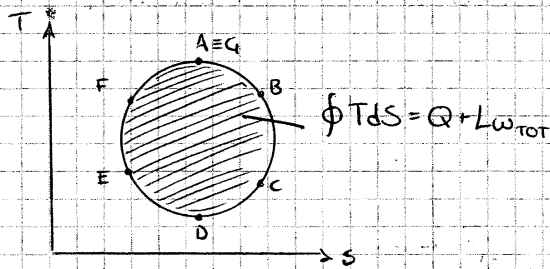
- TRATTO INFINITESIMO:



- TRATTO FINITO:



- TRATTO CHIUSO:

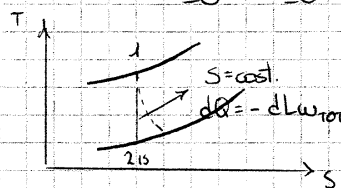


Definiamo:

- TRASFORMAZIONE ADIABATICA = $dQ = 0$ ($Q = \text{cost.}$)
- " " " ISOENTROPICA = $ds = 0$ ($s = \text{cost.}$)

=> quindi si sottrae tutto quello che supporta le dissipazioni chimiche e viscose

$$Tds = 0 = dQ + dLw_{TOT} \quad \begin{matrix} \geq 0 & \leq 0 \end{matrix}$$



- " " " ISOENTROPICA REVERSIBILE = $\begin{cases} dQ = 0 \\ dLw_{TOT} = 0 \end{cases}$ ($dLw_{ch} = dLw_m = 0$)
- " " " ISOTERMICA ADIABATICA = $\begin{cases} dQ = 0 \\ ds = 0 \end{cases}$

$$dL_{Ai} = -dm_i p_i v_i$$

↳ -xke' e' l'esterno che fa lavoro sul sistema

quindi sarà:

$$dL_{fs} = L'_i dt + dm_u (p_u v_u) - dm_i (p_i v_i)$$

$$\bullet) dU_T = U_{Tf_{in}} - U_{Tf_{out}}$$

$$\text{dove } U_{Tf} = M_2 \bar{U}_{T2} + dm U_{Tm}$$

$$\text{con } \bar{U}_{T2} = \frac{\int_M U_c dm}{M_2}$$

$$U_{Tf} = M_1 \bar{U}_{T1} + dm_i U_{ci}$$

quindi sarà:

$$dU_T = (M_2 \bar{U}_{T2} - M_1 \bar{U}_{T1}) + dm_u U_{cu} - dm_i U_{ci}$$

Adesso siamo in grado di scrivere il bilancio energetico della massa di fluido dentro il volume di controllo

$$\dot{Q} dt = \dot{L}'_i dt + dm_u (p_u v_u) - dm_i (p_i v_i) + (M_2 \bar{U}_{T2} - M_1 \bar{U}_{T1}) + dm_u U_{cu} - dm_i U_{ci}$$

Se consideriamo un moto permanente o ciclico

10/11/2010

$$\hookrightarrow M_1 = M_2$$

$$\bar{U}_{T1} = \bar{U}_{T2}$$

$$dm_u = dm_i = dm$$

$$\dot{Q} dt = \dot{L}'_i dt + dm (p_u v_u - p_i v_i) + dm (U_{cu} - U_{ci})$$

dividiamo tutto per dm:

$$\frac{\dot{Q}}{dm/dt} = \frac{\dot{L}'_i}{dm/dt} + \underbrace{\Delta(pv)}_{\Delta c} + \Delta U_c$$

Δc con $c = pv + U_c$

$$\frac{\dot{Q}}{dm/dt} = \frac{\dot{L}'_i}{dm/dt} + \Delta c$$

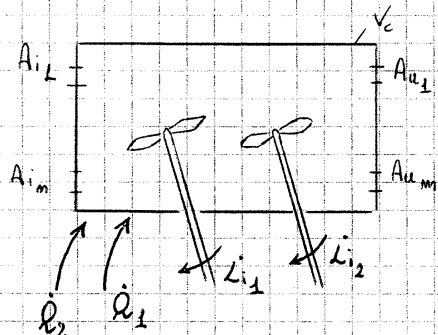
$$\text{cons. secondo } \frac{\dot{Q}}{dm/dt} = \frac{\dot{Q}}{\dot{m}} = Q'$$

$$\frac{\dot{L}'_i}{dm/dt} = \frac{\dot{L}'_i}{\dot{m}} = L'_i$$

$$Q' = L'_i + \Delta c$$

con Q = calore per 1kg che attraversa il volume di controllo
 L'_i = Lavoro per 1kg che attraversa il volume di controllo

Consideriamo adesso un caso più generale



con $\sum_{s=1}^k \dot{Q}_s = \dot{Q}$

$\sum_{p=1}^m \dot{L}_{i,p} = \dot{L}_i$

"m" aere di entrata

"m" aere di usata

Considero il 1° principio prima ricavato

$Q = L_i + \Delta i^* + \Delta E_{c,w,g,z}$

$\dot{m}Q = \dot{m}L_i + \dot{m} [\dot{L}_{i^*} (E_{c,w,g,z})_u - \dot{L}_i^* (E_{c,w,g,z})_i]$ con $\dot{Q} = \dot{m}Q$

$\dot{Q} = \dot{L}_i + \dot{m} (i^* + E_{c,w,g,z})_u - \dot{m}_i (i^* + E_{c,w,g,z})_i$ $\dot{L}_i = \dot{m}L_i$

prendendo in esame tutte le entrate e le usate avremo

$\sum_{s=1}^k \dot{Q}_s = \sum_{p=1}^m \dot{L}_{i,p} + \sum_{u=1}^m \dot{m}_u (i^* + E_{c,w,g,z})_u + \sum_{i=1}^m \dot{m}_i (i^* + E_{c,w,g,z})_i$

consideriamo:

- sistema: $M_1 + dm_1 = M_2 + dm_2$

- trasformazione: da T_1 a $T_2 = T_1 + dT$

avremo così:

$dQ = du^* + p dv - dL_{w,m}$

$Q = \Delta U^* + \int_i^u p dv - \Delta L_{w,m}$ ②

(valido x moti ciclici o permanenti)
Primo principio in forma locale

dalle quali otteniamo una terza formula (considero I e II)

$Q = \Delta U^* + \int_i^u p dv - \Delta L_{w,m}$

$Q = L_i + \Delta i^* + \Delta E_{c,w,g,z}$

$0 = \Delta U^* + \int_i^u p dv - \Delta L_{w,m} - L_i - \Delta i^* - \Delta E_{c,w,g,z}$

da cui

$L_i = (\Delta U^* - \Delta i^*) + \int_i^u p dv - \Delta E_{c,w,g,z} - L_{w,m}$

$L_i = (-\Delta p v) + \int_i^u p dv - \Delta E_{c,w,g,z} - L_{w,m}$

$L_i = - \int_i^u p dv - \int_i^u v dp + \int_i^u p dv - \Delta E_{c,w,g,z} - L_{w,m}$

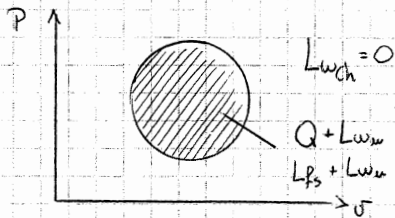
$L_i = - \int_i^u v dp - \Delta E_{c,w,g,z} - L_{w,m}$

Primo principio in forma locale
(valido x moti ciclici o permanenti)

↳ $L_i > 0$ x macchine motrici

$L_i < 0$ x macchine operatrici

Considero



$$\text{Area} = \int p dv = Q + L_{wh}$$

considero: sistema = 1kg
trasformazione = da 1 a 2

$$Q = \int_0^2 p dv - L_{wh}$$

$$Q = \int_1^2 p dv - L_{wh}$$

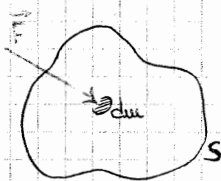
$$\Rightarrow \int_1^2 p dv = Q + L_{wh}$$

analogamente a parte si dimostra

$$Q = L_{fs} = L_i$$

TEOREMA DELLA QUANTITÀ DI MOTO

Consideriamo

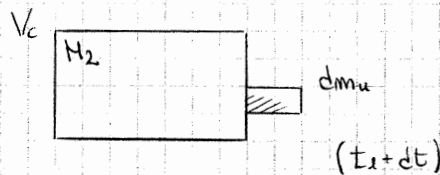
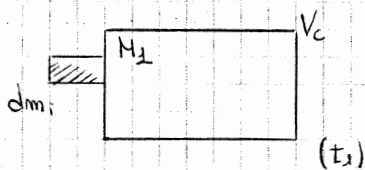


$$\vec{F} = \frac{d\vec{Q}}{dt} \quad \vec{Q} = \text{qta di moto}$$

$$\vec{Q} = \int_m \vec{c} dm$$

con \vec{c} = velocità

adesso consideriamo



$$\vec{F} \cdot dt = d\vec{Q} = \vec{Q}_{fina} - \vec{Q}_{iniz} = \vec{Q}_{t_2} - \vec{Q}_{t_1} = \dots$$

qta di moto iniziale $\vec{Q}_{t_1} = \vec{Q}_{M_1} + dm_i \vec{c}_i$

qta di moto finale $\vec{Q}_{t_2} = \vec{Q}_{M_2} + dm_u \vec{c}_u$

$$\vec{F} dt = (\vec{Q}_{M_2} + dm_u \vec{c}_u) - (\vec{Q}_{M_1} + dm_i \vec{c}_i)$$

IN GENERALE NON POSSO DIRE ALTRO

se considero un "moto permanente" avremo: $\vec{Q}_{M_1} = \vec{Q}_{M_2}$

$$\dots = dm_i (\vec{c}_u - \vec{c}_i)$$

$$dm_i = dm_u = dm \quad \text{e} \quad \dot{m} = \frac{dm}{dt}$$

quindi

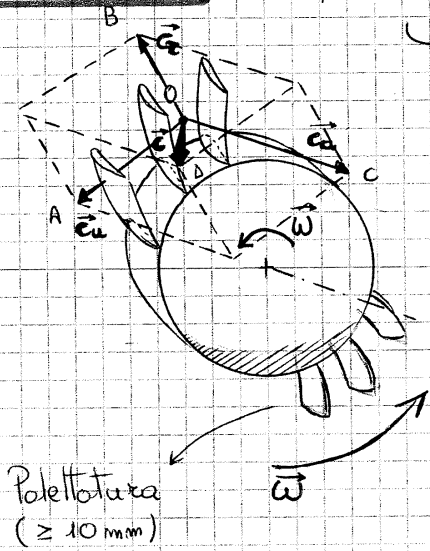
$$\vec{F} = \dot{m} (\vec{c}_u - \vec{c}_i)$$

X I MOTI PERMANENTI

17/11/2010

TURBINE

tra le pale avviene il passaggio del fluido guidato in usata.



Palettatura ($\geq 10 \text{ mm}$)

abbiamo: - \vec{c}_u : componente tangenziale della velocità (crea il momento)

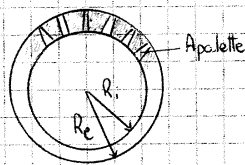
- \vec{c}_a : componente assiale della velocità lungo l'asse dell'albero (smaltisce le portate di fluido)

- \vec{c}_r : componente radiale della velocità (necessaria xke la plettatura non è costante)

- \vec{c} : velocità assoluta definito dal parallelepipedo $\vec{c}_a, \vec{c}_u, \vec{c}_r$

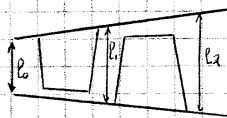
Per ottenere l'effetto desiderato si inseriscono:

- struttura fissa (DISTRIBUTORE) con le sue palette fisse
- struttura rotante (GIRANTE)



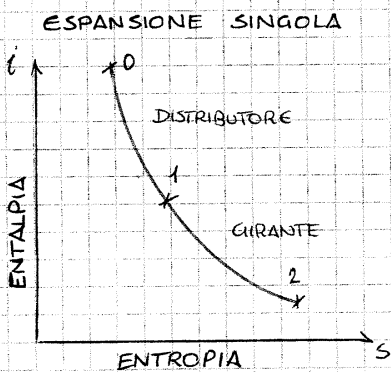
$$\dot{m} = A_p \cdot \vec{c}_a \cdot \rho$$

PORTATA DI ARIA INTERESSATA DALLA TURBINA

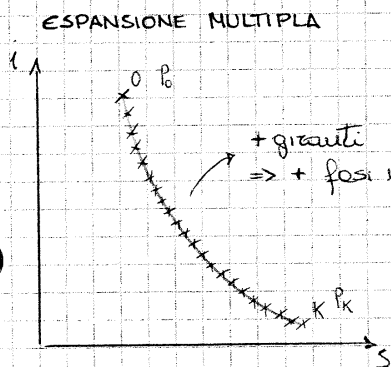


con $r_0 < r_1 < r_2$

x far fronte alla minimizzazione di pressione (xke si espande) e necessaria la componente radiale



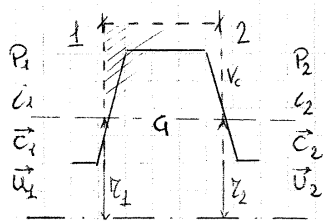
con un'espansione singola...
 abbiamo grandi salti entalpici
 \Rightarrow grandi incrementi di energia cinetica
 \Rightarrow grandi perdite allo scarico!



con un'espansione multipla...
 abbiamo piccoli salti entalpici
 \Rightarrow piccole perdite allo scarico!

calcoliamo il lavoro svolto (e prodotto) nella girante

↳ Applico il Teorema del momento delle qta di moto ad un volume di controllo centrato sui metti la girante.....



NB: se $b \ll D_{m}$ → diametro medio



velocità periferiche pressoché uguali
 $u = costante$

↳ sotto l'ipotesi di $b/D_m \ll 1$ considero M_p (momento esercitato dal fluido sulle girante)

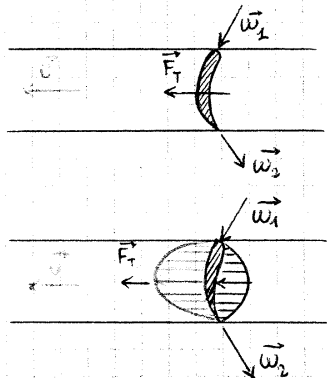
NB: sto proiettando M_p lungo l'asse di rotazione

$$M_p = \dot{m} C_{u2} \cdot z_2 - \dot{m} C_{u1} \cdot z_1 = \dot{m} (C_{u2} z_2 - C_{u1} z_1) = -M_p$$

momento obbligato alle palette.....

momenti delle qta di moto dell'unità di massa (proiettati lungo l'asse di rotazione)

avremo:



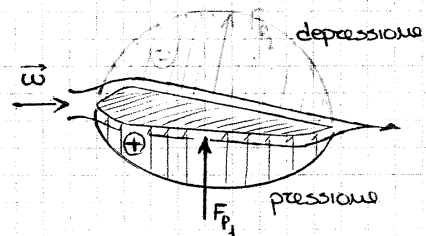
$$P_i = M_p \cdot \omega = \dot{m} (C_{u1} \omega z_1 - C_{u2} \omega z_2) = \dot{m} (C_{u1} U_1 - C_{u2} U_2)$$

da cui ricaviamo

$$L_i = \frac{P_i}{\dot{m}} = C_{u1} U_1 - C_{u2} U_2$$

($L_i > 0$ se è nel verso di U)

ESEMPIO: VEICOLI AEREI

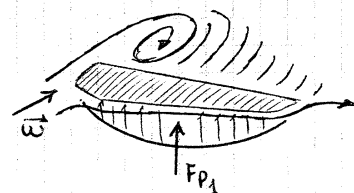


il fluido in condizioni normali non si distacca dall'ala

$$\vec{F}_{p1} + \vec{F}_{p2} = \vec{P}$$

PORTANZA dell'ala che sostiene l'aereo...

se \vec{w} non è nella direzione dell'ala...

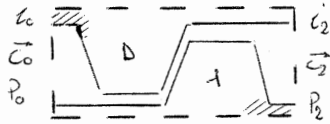


obbiamo solo la componente verticale \vec{F}_{p1}

⇒ Turbolenza

⇒ l'aereo cade!

Se invece considero sia la grante che il distributore:



Applico il 1° principio:

$$\Phi = L_i + (c_2 \cdot c_0) + \left(\frac{c_2^2}{2} - \frac{c_0^2}{2} \right) + \Delta E_w + \Delta E_{gz}$$

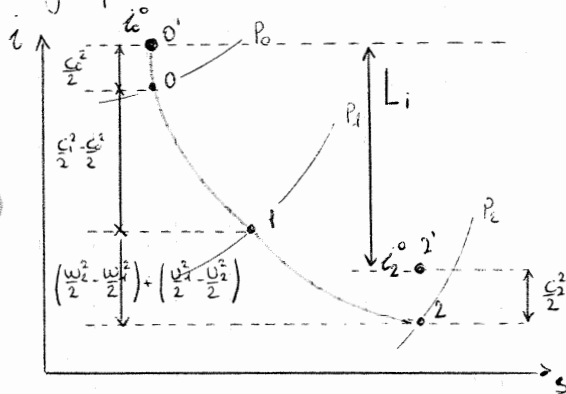
$$\Rightarrow L_i = (c_0 - c_2) + \left(\frac{c_0^2}{2} - \frac{c_2^2}{2} \right) \quad \text{VI}$$

$$L_i = \left(c_0 + \frac{c_0^2}{2} \right) - \left(c_2 + \frac{c_2^2}{2} \right)$$

$$L_i = c_0^{\circ} - c_2^{\circ} \quad \text{VII}$$

con $c^{\circ} = c + \frac{c^2}{2}$

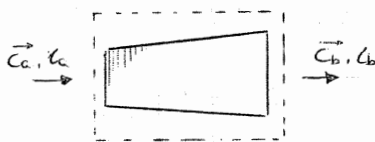
graficamente anemmo



ENTALPIA TOTALE:

entalpia e cui si porta il fluido in condizioni iso-entropiche (a velocità nullo) fino all'arresto delle velocità.

Consideriamo adesso una VALVOLA DI LAMINAZIONE:



Applico il 1° principio

$$\Phi = L_i + \Delta i + \Delta E_c + \Delta E_w + \Delta E_{gz}$$

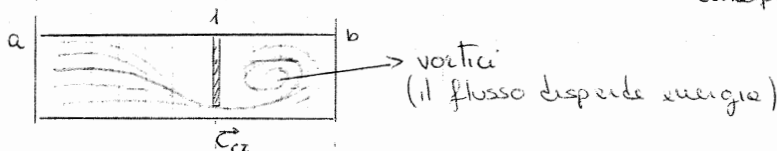
$$\Delta i + \Delta E_c = 0$$

$$(c_b - c_a) + \left(\frac{c_b^2}{2} - \frac{c_a^2}{2} \right) = 0$$

$$c_b^{\circ} - c_a^{\circ} = 0$$

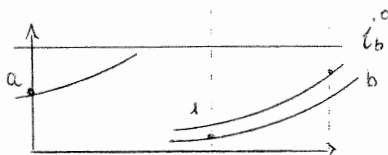
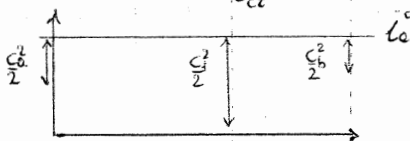
$$\Rightarrow c_b^{\circ} = c_a^{\circ}$$

in un condotto a sezione variabile e curvato, sezione x sezione, la entalpia totale!

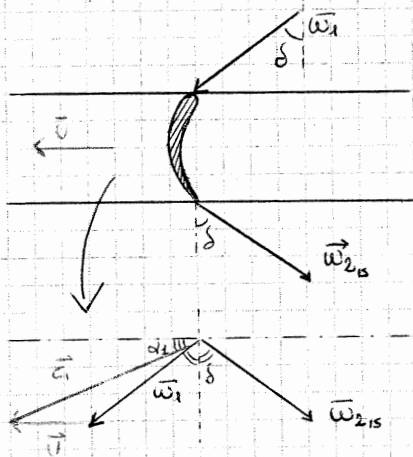


vortici (il flusso disperde energia)

NB se $A_b \rightarrow \infty$ allora $c_b \rightarrow 0$



con la "palettatura simmetrica" avremo:



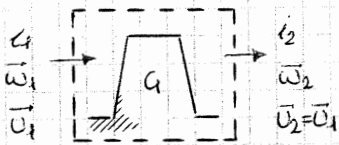
considerando delle perdite nella girante, scriviamo:

$$\vec{w}_2 = \psi \cdot \vec{w}_{2\infty} \Rightarrow \vec{w}_2 = \psi \cdot \vec{w}_1$$

con $\psi < 1$

coefficiente di perdita nella palettatura mobile
 $\psi = f(\text{espans. } P)$

abbiamo scelto l'angolo di ingresso, adesso scegliamo $U_2 = U_1$ annullando la girante: - nel caso ideale:



$$(c_2 - c_1) + \left(\frac{w_{2s}^2}{2} - \frac{w_1^2}{2} \right) + \left(-\frac{U_2^2}{2} + \frac{U_1^2}{2} \right) = 0$$

$$(c_2 - c_1) + \left(\frac{w_{2s}^2}{2} - \frac{w_1^2}{2} \right) = 0$$

- nel caso reale:

$$(c_2 - c_1) + \left(\frac{w_2^2}{2} - \frac{w_1^2}{2} \right) + \left(-\frac{U_2^2}{2} + \frac{U_1^2}{2} \right) = 0$$

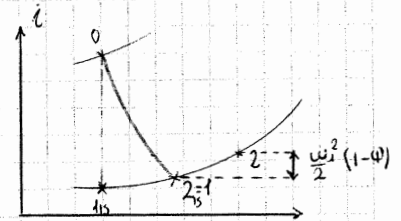
$$(c_2 - c_1) + \left(\frac{w_2^2}{2} - \frac{w_1^2}{2} \right) = 0$$

dimostriamo che:

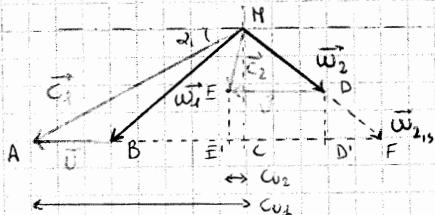
$$c_2 - c_1 = \frac{w_1^2}{2} - \frac{w_2^2}{2} = \frac{w_1^2}{2} + \frac{(\psi \cdot w_1)^2}{2} = (1 - \psi^2) \frac{w_1^2}{2} > 0$$

$$\Rightarrow c_2 - c_1 > 0$$

$$\Rightarrow c_2 > c_1$$



Calcoliamo il lavoro sciviamo:



$$L_1 = U c_{u1} - U c_{u2} =$$

$$= U (c_{u1} - c_{u2}) = \dots$$

essendo $c_{u1} = \overline{AC} = c_1 \cdot \cos(\alpha_1) > 0$

\Rightarrow coerente con L_1

$$c_{u2} = \overline{EC} = \dots$$

$$\overline{BC} = \overline{EF}$$

$$\overline{BC} = \overline{AE} - \overline{FB} = (c_1 - U) = \overline{CF}$$

$$\overline{CD} = \psi \overline{CF} = \psi (c_1 - U)$$

$$c_{u2} = U - \overline{CD} = U - \psi (c_{u1} - U)$$

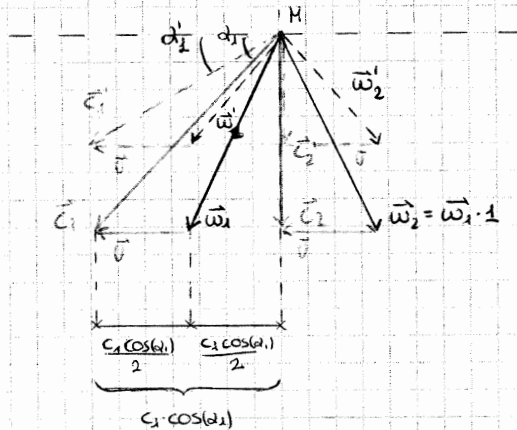
$$= U (c_{u1} - (U - \psi (c_{u1} - U))) =$$

24/11/2010

•) Possiamo nell'ipotesi semplificativa di $\varphi=1$ e $\psi=1$ posso considerare

se $\frac{U}{C_1} = \frac{\cos(\alpha_1)}{2} \Rightarrow U = C_1 \cdot \frac{1}{2} \cos(\alpha_1) = \frac{C_u}{2}$ unice perdita $\frac{C_2^2}{2}$

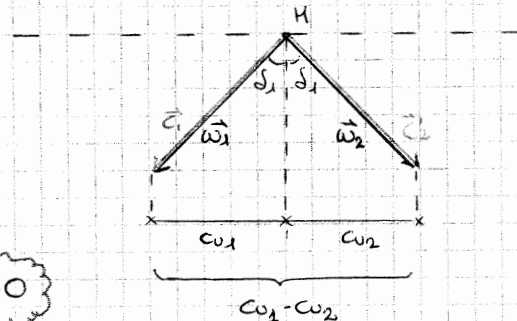
graficamente: ($\vec{U} \neq 0$)



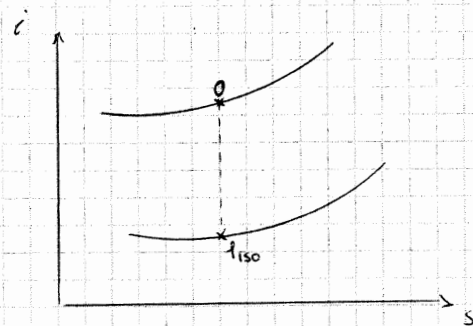
$U = \frac{1}{2} C_{u1}$

\Rightarrow ci conviene abbassare α_1 al massimo che possiamo x avere il migliore rendimento η_{e_i} secondo le curve che lo descrive....

graficamente: ($\vec{U} = 0$)



$U = 0$



$\hookrightarrow L_i = C_1(C_{u1} - C_{u2}) = 0$ (perdite del 100%)

Siamo andati isentropicamente da 0 e 1iso.

Abbiamo ottenuto C_1 per non farne nulla $\Rightarrow L_i = 0$

Tutto lavoro speso nelle grate l'energia cinetica e i mostri in testa.....!

Cosa c'è di buono?

Sull'albero ho la coppia massima ottenibile, cioè:

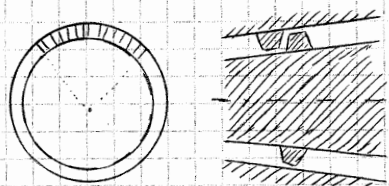
$|M_{Pelle}| = \left| \dot{m} (\underbrace{C_{u1}}_{>0} z_1 - \underbrace{C_{u2}}_{<0} z_2) \right| = \dot{m} z (C_{u1} - C_{u2})$

\hookrightarrow che discorde al segno di C_{u2} ($z_1 \neq z_2$)

- **TURBINE A REAZIONE:** Tali turbine realizzano un'espansione sia nel distributore ma nelle girante (si ottengono perdite anche dimezzate)

bisogna cioè sottolineare 2 aspetti fondamentali:

- 1) La girante (parte critica che è in moto) supporta minori temperature rispetto ad organi fissi (concetto legato al limite tecnologico-economico del materiale)
- 2) La macchina ad azione permette di avere fluido in una porzione dell'intero 360° (da parte del distributore)

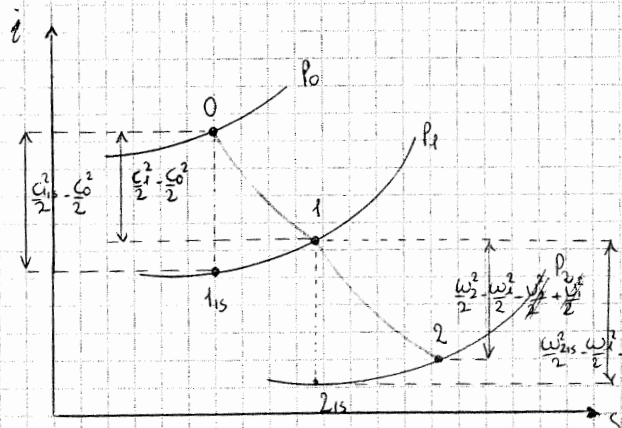


questa opzione risulta utile nel caso di un'espansione con più di un passaggio; e infatti: in parallelo sviluppato un passaggio di densità elevato, quindi essendo

$$\dot{m} = A \cdot p_1 \cdot C_{a1}$$

ad una variazione di densità deve corrispondere una variazione di Area, utilizzando tutte le palette a 360° si avrebbero palette di 1mm (ma la lunghezza minima è $\geq 1\text{cm}$) \Rightarrow si aumenta l'altezza riducendo l'angolo di emissione...

Quando si hanno palette su 360° e Temperature e/o materiali che lo consentono, utilizziamo molto turbine a reazione ($\eta \uparrow$)



nel distributore:

$$I_p \rightsquigarrow C_0 - C_{1s} = \frac{C_{1s}^2 - C_0^2}{2}$$

$$\Rightarrow C_{1s} = \sqrt{2(C_0 - C_{1s}) + C_0^2} \quad C_1 = \varphi C_{1s}$$

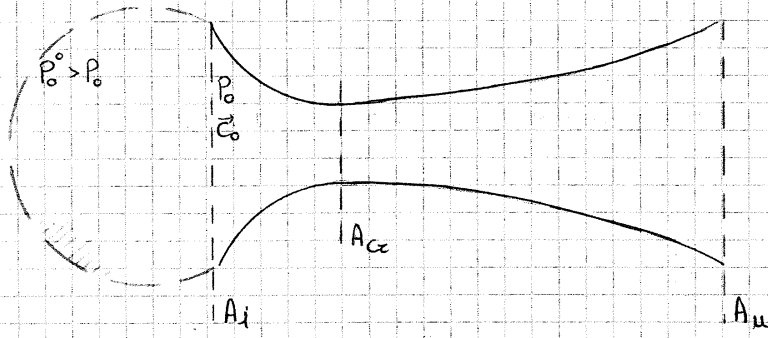
nella girante:

$$I_p \rightsquigarrow C_1 - C_{2s} = \frac{C_{2s}^2 - C_1^2}{2}$$

$$\Rightarrow \omega_{2s} = \sqrt{2(C_1 - C_{2s}) + C_1^2} \quad \omega_2 = \varphi \omega_{2s}$$

UGELLI

in genere un oggetto statico la cui sezione si riduce in modo rapido fino ad una sezione controllata e con un successivo, più graduale aumento delle stesse e valle

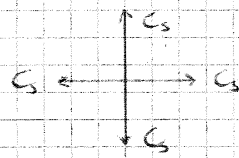


un liquido che incontra una sezione stretta accelera e perde pressione (→ velocità max) dopo decelera ricquiscendo pressione

Tutto dipende dalla velocità del suono → velocità alla quale si propaga la perturbazione del suono

La velocità del suono è relativa:

- fluido fermo:



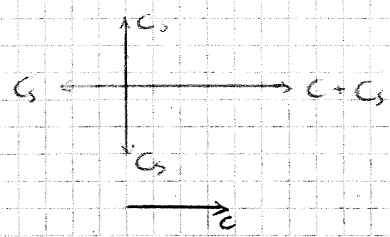
$$c_s = \sqrt{\left(\frac{\partial P}{\partial \rho}\right)_s} = c_{\text{ost}}$$

x un gas perfetto o vapore

$$c_s = \sqrt{\frac{\gamma P}{\rho}} = \sqrt{\gamma R T}$$

Costante in tutte le direzioni

- fluido in moto



c_s è in velocità relativa al fluido

NB: se $c = c_s$
 $c > c_s$
 il suono a monte non si propaga

Possiamo avere:

	$c < c_s$	$c > c_s$
$dA < 0$	$P \downarrow \quad \vec{c} \uparrow \quad (dp < 0)$	$P \uparrow \quad \vec{c} \downarrow \quad (dp > 0)$
$dA > 0$	$P \uparrow \quad \vec{c} \downarrow \quad (dp > 0)$	$P \downarrow \quad \vec{c} \uparrow \quad (dp < 0)$

quando incontro un $dA < 0$ ho compressione

con $P < P_d$ non è possibile risalire a che le sezioni c'è e' congelata tutto quello che succede a valle non è conosciuto e monte

$$P < P_d \left\{ \begin{array}{l} \text{convergente "congelato"} \\ \dot{m} = \text{costante} = \dot{m}_{cc} \end{array} \right. \quad \forall \text{ livello di } P \text{ la } \dot{m} = \text{costante}$$

È possibile che tutto il condotto sia isoentropico? come???

$\dot{m} = f(A_u, P_u/P_0, P_0, \gamma_0)$ fissiamo le \dot{m} e determiniamo P_u/P_0 tale che otteniamo \dot{m} scelta....

Sezione x sezione possiamo andare e cercare se esiste un rapporto di pressione P_u/P_0 che consente di avere tale \dot{m}

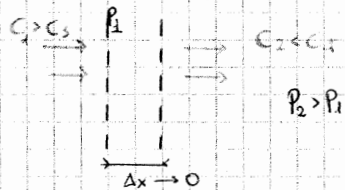
- AL di sopra di P_d : ugello è subsonico
- AL di sotto di P_d : ugello è supersonico

la P_{ad} è la pressione che consente all'ugello di essere supersonico nella sezione contratta e di espandersi isentropicamente a valle

$$\left\{ \begin{array}{l} P_u = P_d \\ P_u = P_{ad} \end{array} \right. \Rightarrow \begin{array}{l} S = \text{costante} \\ \dot{m} = \dot{m}_{cc} \end{array}$$

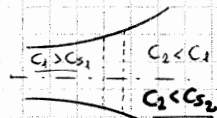
NB: • ONDA D'URTO

fenomeno x cui una corrente supersonica può comprimersi in un breve spazio, il fluido rallenta con aumento di entropia



$S > 0$ a costo di perdite ho espansione in uno spazio breve...

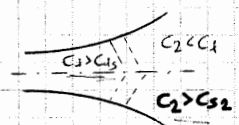
→ Onde d'urto rette (comprimono il fluido e lo porta in campo subsonico)



st $P_2 > P_1$

si perde la sup. o sub

→ Onde d'urto oblique



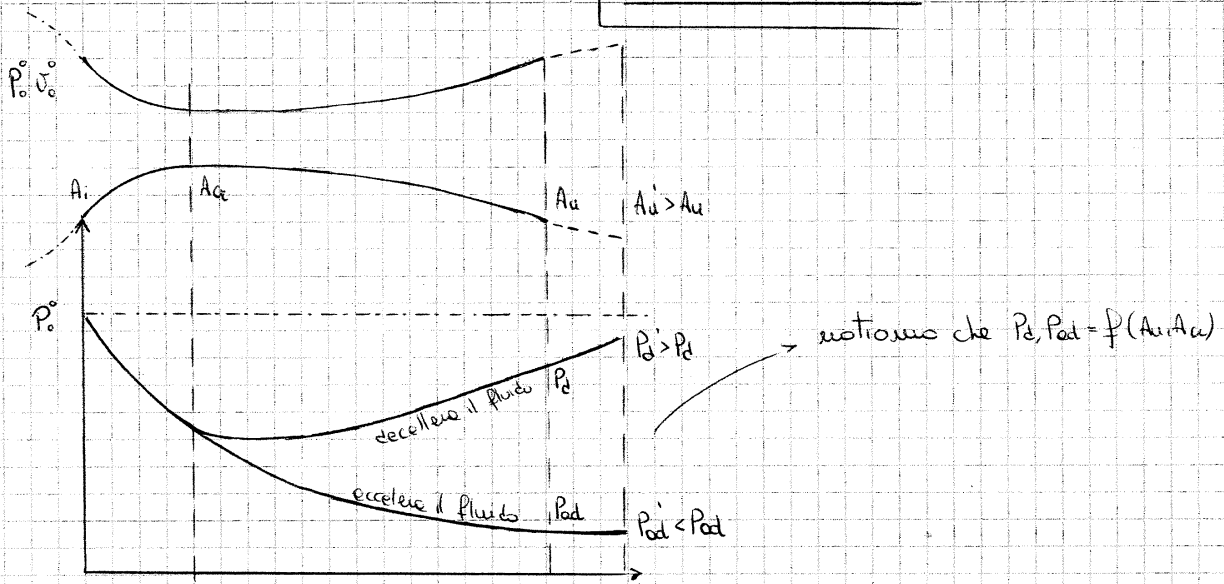
st $P_2 > P_1$

si resta in campo supersonico

• come calcoliamo la P_D e la P_{0d}

$$\dot{m}_{ce} = A_{ce} \frac{P_0}{\sqrt{P_0 \sigma_0}} \sqrt{\kappa \left(\frac{2}{\kappa+1}\right)^{\frac{\kappa+1}{\kappa-1}}} = \dots \text{dev'essere uguale alla portata critica nella bocca d'uscita (ed e' isentropica...)} \\ = A_u \frac{P_0}{\sqrt{P_0 \sigma_0}} \sqrt{\frac{2\kappa}{\kappa-1} \left[\frac{P_u}{P_0}\right]^{\frac{2\kappa}{\kappa-1}} \left[\frac{P_u}{P_0}\right]^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}}$$

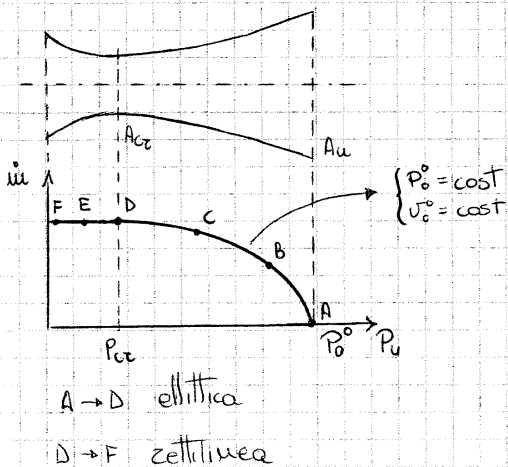
⇒ x tentativi Troviamo le 2 pressioni che soddisfanno l'uguaglianza tra le portate
NB: $P_D, P_{0d} = f(A_u, A_{ce})$



Vedremo che saranno importanti, non tanto le singole aree, ma il loro rapporto... $P_D, P_{0d} = f(A_u/A_{ce})$

01/12/2010

Cosa succede quando abbiamo il funzionamento degli ugelli fuori dalle condizioni di progetto?



$$\left(\frac{P_{ce}}{P_0}\right) = f(\kappa) = \left(\frac{2}{\kappa+1}\right)^{\frac{\kappa}{\kappa-1}} \approx 0.5$$

$$\dot{m} = \dot{m}_{ce} \rightarrow \dot{m} = \dot{m}_{ce} = \text{costante}$$

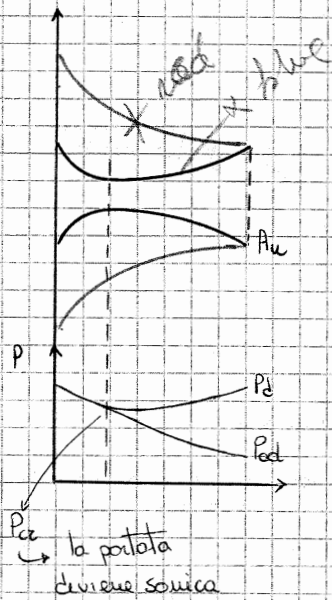
se cambiamo P_0 e σ_0 cambia la curva
↳ la possiamo dedurre dalle precedenti!

Considero $P_0' < P_0$
 $\sigma_0' < \sigma_0$

essendo: $(P_{ce}/P_0) = \text{cost.}$

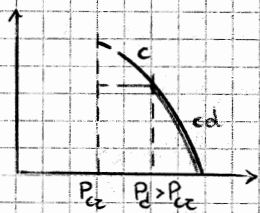
$$P_{ce}' = \frac{P_0'}{P_0} \cdot P_{ce}$$

Possiamo avere: - tutta convergente - convergente / divergente



(ricordiamo che $u = f(A_u, \dots)$)

sotto la P_d la $u = \text{costante}$



$$(u)_{\text{conv-div}} = A_{cz} \cdot \frac{P_0}{\sqrt{P_0^* U_0^*}} \sqrt{\kappa \left(\frac{2}{\kappa+1}\right)^{\frac{\kappa+1}{\kappa-1}}}$$

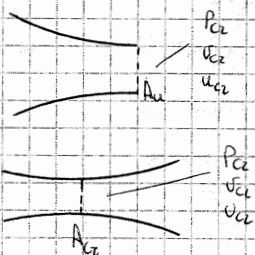
$$(u)_{\text{conv}} = A_u \cdot \frac{P_0}{\sqrt{P_0^* U_0^*}} \sqrt{\kappa \left(\frac{2}{\kappa+1}\right)^{\frac{\kappa+1}{\kappa-1}}}$$

facendo il rapporto

$$\frac{(u)_{\text{cd}}}{(u)_c} = \frac{A_{cz}}{A_u} \Rightarrow (u)_{\text{cd}} = (u)_c \cdot \frac{A_{cz}}{A_u}$$

la portata conv-diverg è una porzione di quelle conv. se fosse stata quest'ultima la geometria

NB: #2 spiegazione:



$$(u)_c \approx A_u \cdot c_{cz} \cdot P_{cz}$$

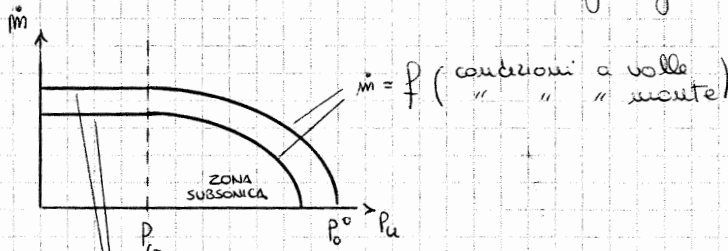
$$(u)_{\text{cd}} = A_{cz} \cdot c_{cz} \cdot P_{cz}$$

Tutto quello che accade in $(A_u)_c$ accade anche in $(A_{cz})_{\text{cd}}$, solo che avviene in un'area più piccola

dopo lo stadio critico non usento più niente a monte

↳ possiamo avere altre sezioni soniche + avanti ...

Consideriamo sia la Turbina che gli ugelli:

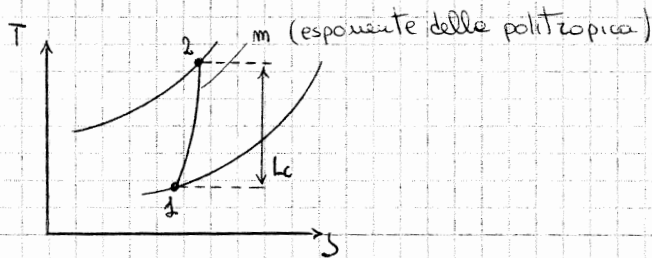


$$\dot{m} = f(\text{condizioni a valle})$$

a monte non si sente + niente quando siamo in uno stadio sonico ...

COMPRESSORI

Consideriamo:



$$L_c = -L_i$$

il 1° principio diventa

$$Q + L_c = \Delta i + \Delta E_{cin} + g z$$

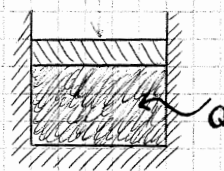
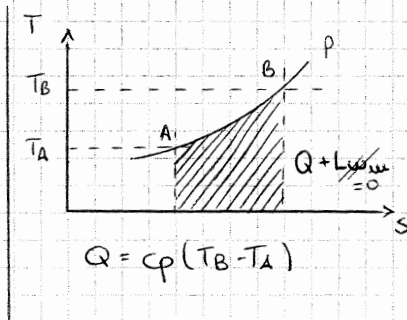
con $L_c > 0$ se fornito al fluido ...

$$\text{Avremo: } L_c = c_p (T_2 - T_1) \Leftrightarrow Q = 0$$

$$\Delta E_{cin} + g z = 0$$

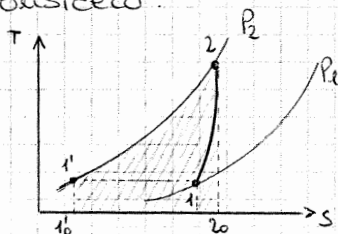
$$L_c = \underbrace{\frac{K}{K-1}}_{c_p} \cdot R T_1 \left(\left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{m-1}{m}} - 1 \right)$$

NB: altra visualizzazione di $c_p(T_B - T_A)$



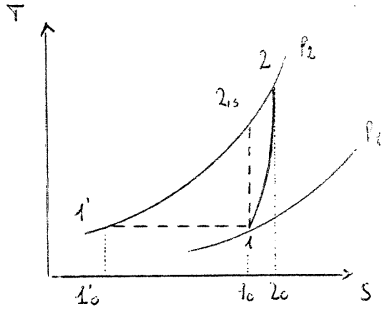
scaldo il fluido, lo stantuffo sale = lento mantiene una pressione costante ...

Considero:



$$L_c = c_p(T_2 - T_1) = \text{area } 1'0'1'2'2_0$$

• Analisi della migliore compressione Possibile.

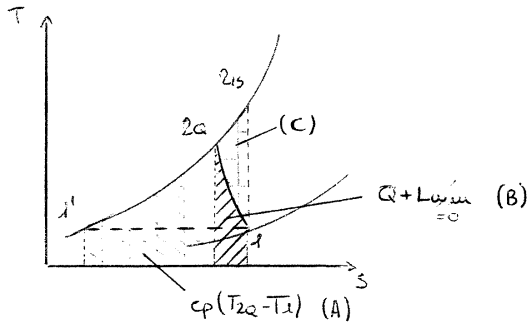


vediamo che il lavoro migliore è quello in condizioni isentropiche rispetto ad un in condizioni a entropia crescente

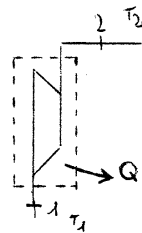
$$L_{c_{is}} < L_c$$

ma è il migliore in assoluto? no!

Possiamo considerare casi in cui compressiamo sottraendo calore



lungo 2-2a avviene: $L_{win} = 0$
 $Q < 0$



$$Q + L_{ca} = \Delta i + \Delta E_{c_{p,gr}} = 0$$

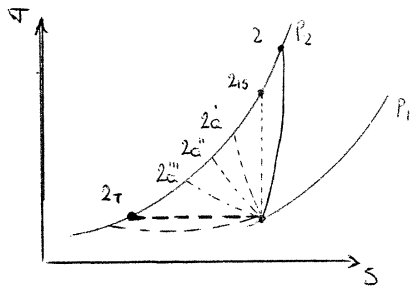
$$\Rightarrow L_{ca} = \underbrace{c_p(T_{2a}-T_1)}_A - \underbrace{Q}_B$$

quindi

$$L_{ca} < L_{c_{is}} = A+B+C !!!$$

Comprimere e riscaldare è meglio di comprimere isentropicamente!

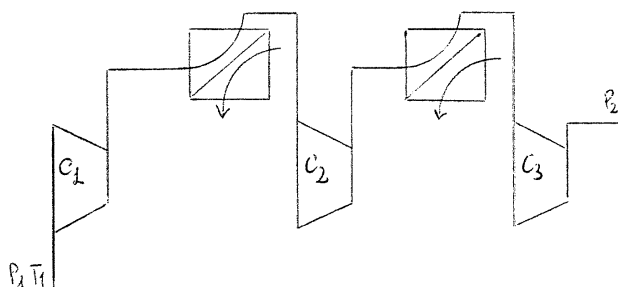
Sarebbe meglio scendere addirittura sotto T_1 xò diventerebbe irrealizzabile come progetto.



Quindi il caso migliore è quello che ci consente di viaggiare a $T = cost$

02/12/2010

• Compressore interrefrigerato



NB: abbiamo uno scambiatore in più rispetto dei compressori...

avendo n -stadi avrai:

$$L_{c \text{ complessivo}} = L_{c_1} + L_{c_2} + \dots + L_{c_i} + \dots + L_{c_n} = \frac{k}{k-1} R T_1 \left[\sum_{i=1}^n \beta_i^{\frac{k-1}{m}} - 1 \right]$$

quindi per avere il lavoro minimo dovremo avere:

$$(L_{c \text{ compl.}})_{\text{minimo}} \Leftrightarrow \sum_{i=1}^n \beta_i^{\frac{k-1}{m}} = \text{minimo}$$

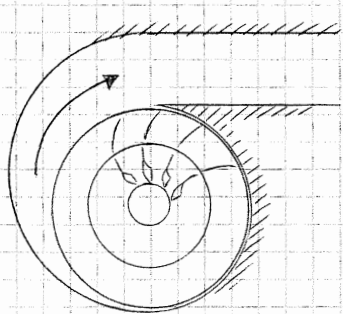
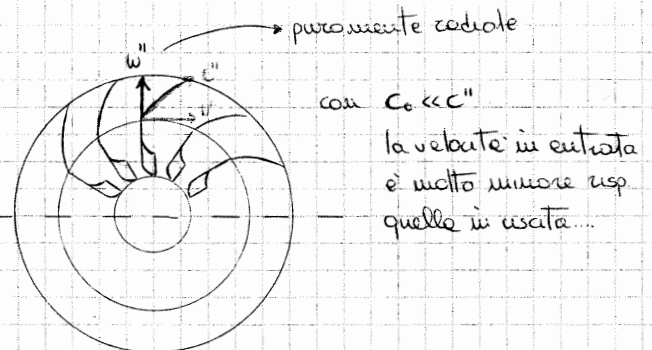
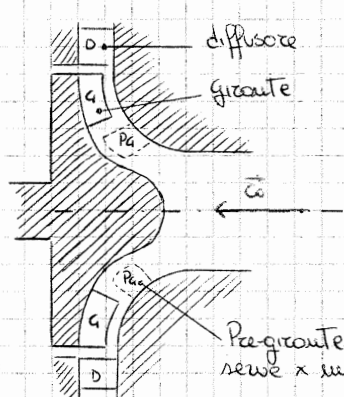
$$\text{con } \beta_{\text{comp.}} = \underbrace{\beta_1 \cdot \beta_2 \cdot \dots \cdot \beta_n}_{\beta_{\text{TOT}}} \cdot \underbrace{\eta_{\pi_1} \cdot \eta_{\pi_2} \cdot \dots \cdot \eta_{\pi_{n-1}}}_{\beta_c}$$

$$\Rightarrow \beta_{\text{TOT}} = \beta_c \cdot \prod_{i=1}^{n-1} \eta_{\pi_i}$$

$$\beta_{\text{TOT}} = \beta_1 \cdot \beta_2 \cdot \dots \cdot \beta_n = \text{costante}$$

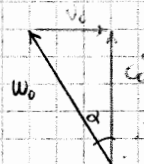
$$\beta_1 = \beta_2 = \dots = \beta_n = \sqrt[n]{\beta_{\text{TOT}}}$$

COMPRESSORI CENTRIFUGHI



usato x
suocione, inoltre
la portata di fluido

• Triangolo delle velocità:



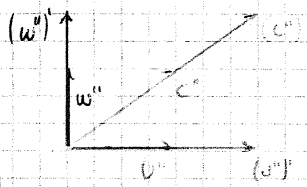
α = angolo di inclinazione delle palette x avere minime perdite

L'energia della girante verrà utilizzata per:

- aumentare la pressione del fluido
- incrementare la velocità del fluido

È da notare che si vorrà avere una velocità finale minore il più possibile così da: garantire l'uscita del fluido / avere minime perdite cinetiche

NB: OSSERVIAMO:



in qst caso:

$$w'' \equiv w''_z$$

quindi...

$$\frac{w''}{u''} = \frac{(w'')'}{(u'')'} = \text{costante}$$

=> GEOMETRIA IDENTICA + TRIANGOLI SIMILI = φ COSTANTE

allo stesso modo, se φ è costante e abbiamo la stessa geometria possiamo dire che i triangoli sono simili

$$- \zeta = \frac{L_{wz}}{(u'')^2 / 2}$$

coeff. di perdite [zita]

$$- \tau = \frac{c_p T_1}{(u'')^2 / 2}$$

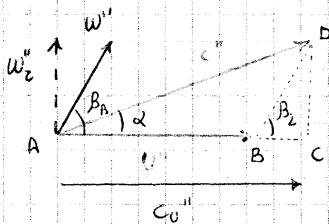
coeff. termometrico [tau]

$$- \chi = \frac{\Delta c_p g}{L_c}$$

grado di reazione [csi]

↳ ci dice quanto, di tutto il lavoro L_c , è convertito nelle grante

Dimostriamo adesso che φ , ζ , χ e ζ_{yc} sono funzioni di φ



$$L_c = u'' c'' = \dots$$

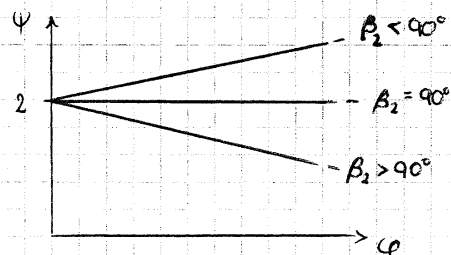
$$\text{essendo } c'' = AB + BC = u'' + w'' \cotg(\beta_2)$$

$$\dots = u'' (u'' + w'' \cotg(\beta_2))$$

quindi avremo

$$\begin{aligned} \varphi = \frac{L_c}{(u'')^2 / 2} &= \frac{2 u'' (u'' + w'' \cotg(\beta_2))}{(u'')^2} = \\ &= 2 \left(1 + \frac{w''}{u''} \cotg(\beta_2) \right) = 2 \left(1 + \varphi \cotg(\beta_2) \right) \end{aligned}$$

$$\boxed{\varphi = f(\varphi)}$$



In compressione, la direzione impressa è quasi impossibile darla in modo corretto come si vede

=> si aggiungono palette ove possibile!

quindi, possiamo scrivere che:

φ costante + Geometria costante \Rightarrow Triangoli delle velocità simili

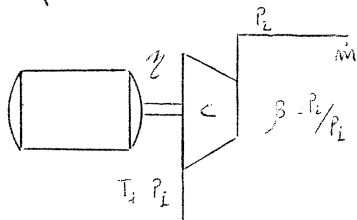
$\psi = \text{costante}$

$\zeta = \text{costante}$

$\chi = \text{costante}$

$\zeta_{yc} = \text{costante}$

Adesso consideriamo dei parametri che sono per l'utente di più facile comprensione, non così astrusi.



$L_c = c_p (T_2 - T_1) = \dots$

essendo una politropica

$\dots = c_p T_1 (\beta^{\frac{\kappa-1}{\kappa \zeta_{yc}}} - 1) =$

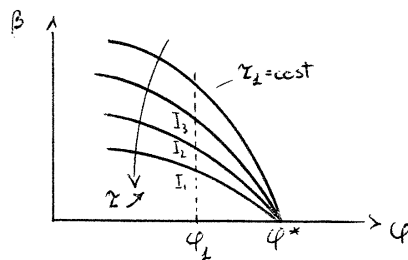
$= c_p T_1 (\beta^{\frac{\kappa-1}{\kappa \zeta_{yc}}} - 1)$

dividiamo entrambi i membri per $(U'')^2/2$ così da avere

$\frac{L_c}{(U'')^2/2} = \frac{c_p T_1}{(U'')^2/2} (\beta^{\frac{\kappa-1}{\kappa \zeta_{yc}}} - 1)$

$\psi = \zeta_1 (\beta^{\frac{\kappa-1}{\kappa \zeta_{yc}}} - 1)$

$\Rightarrow \beta = \left(1 + \frac{\psi}{\zeta_1}\right)^{\frac{\zeta_{yc} \cdot \kappa}{\kappa-1}} \rightarrow \beta$ è di facile comprensione x l'utente



\hookrightarrow ottimo miglioramento con β nelle compressioni ma il grafico è ancora funzione di ψ e ζ

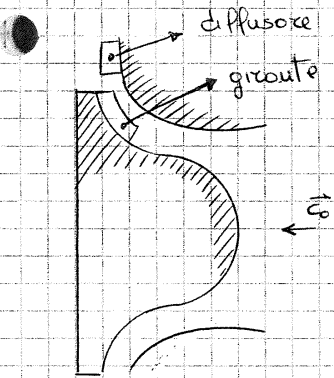
$\varphi = \frac{w_c''}{U''} = \frac{\dot{m} v''}{\int \pi d'' l'' \pi \mu d''} = \dots$ possiamo esprimere $v = v_1 = \text{cost.}$

$\dots = \frac{\dot{m} v_1}{\int \pi d'' \frac{l''}{d''} \pi \mu d''} \approx \frac{\dot{m} v_1}{(d'')^2} \cdot \frac{1}{\mu d''} =$ x compress geometrico simili

$= \frac{\dot{m} R T_1}{P_2 (d'')^2} \cdot \frac{1}{\mu d''} = \underbrace{\frac{\dot{m} \sqrt{R T_1}}{P_2 (d'')^2}}_{R_1 \text{ parametro di portata corretta}} \cdot \underbrace{\frac{\sqrt{R T_1}}{\mu d''}}_{(R_2)^{-1} \text{ parametro velocità corretta}} \approx R_1 / R_2$

16/12/2010

VENTILATORI E TURBOPOMPE



Sono macchine caratterizzate da basso β ed energia termica in uscita non trascurabile

la differenza sostanziale è:

- TURBOCOMPRESSORI $\rightarrow p \neq \text{cost.}$
- TURBOPOMPE $\rightarrow p = \text{cost.}$ ($\Delta E_c \neq 0, \Delta E_{gz} \neq 0$)
- VENTILATORI $\rightarrow p \approx \text{cost.}$ ($\Delta E_c \neq 0$ sempre)

\Rightarrow la trattazione va rifatta

nei ventilatori e nelle turbopompe il diagramma adimensionale è sostanzialmente identico; cambia quando si spostano nel grafico per gli utenti.

dal I° principio:



$$L_c = \int_1^2 v dp + \Delta E_c + \Delta E_w + \Delta E_{gz} + L_{wm} = \dots$$

avremo $v = 1/\rho \approx \text{cost.}$ (ventilatori)

$v = 1/\rho = \text{cost.}$ (Turbopompe)

x, y, z mezzioli

$$= v \int_1^2 dp + \Delta E_c + \Delta E_{gz} + L_{wm} =$$

$$= v (P_2 - P_1) + \Delta E_c + \Delta E_{gz} + L_{wm} =$$

$$= \frac{P_2 - P_1}{\rho} + \Delta E_c + \Delta E_{gz} + L_{wm} =$$

Effetto utile

$\hookrightarrow \frac{P_2 - P_1}{\rho} =$ incremento di pressione

$\hookrightarrow \Delta E_c =$ " " " di velocità = $\frac{c_2^2}{2} - \frac{c_1^2}{2}$

$\hookrightarrow \Delta E_{gz} =$ " " " di quota = $g(z_2 - z_1)$

NB: nel Turbo compressore

avevo solo l'effetto utile

Consideriamo il carico piezometrico Totale, uoe:

$$H^o = \frac{P}{\rho g} + \frac{c^2}{2g} + z$$

ove $P/\rho g =$ quota piezometrica

(altezza a cui usale un fluido x le sue pressione)

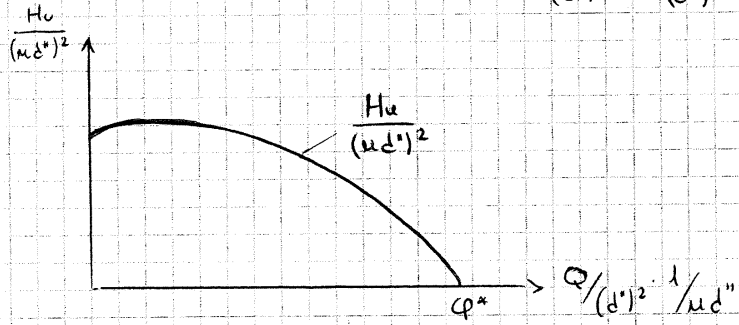
$\frac{c^2}{2g} =$ quota cinetica

$z =$ quota geometrica

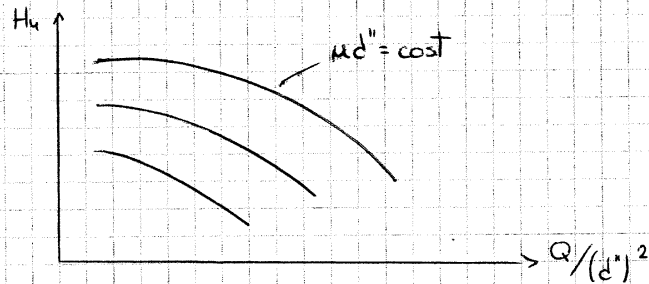
così da poter scrivere

$$\omega_z \approx \frac{\dot{m} v_z}{(d'')^2} = \frac{Q}{(d'')^2}$$

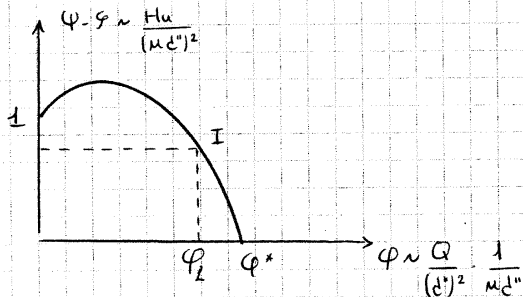
$$\dots = \frac{Q}{(d'')^2} \cdot \frac{1}{\pi \mu d''}$$



oppure possiamo avere



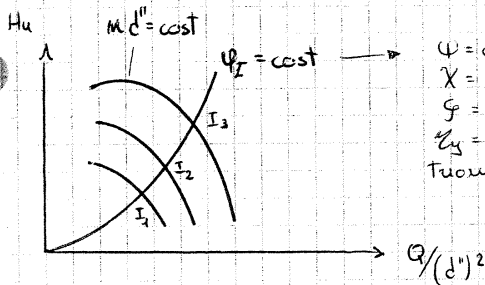
possiamo capire meglio osservando che:



$$\varphi_I = K_1 \cdot \frac{Q}{(d'')^2} \cdot \frac{1}{\mu d''}$$

$$\frac{H_u}{(\mu d'')^2} \rightarrow H_{u2} = K_2 \cdot (\mu d'')^2 \quad (1)$$

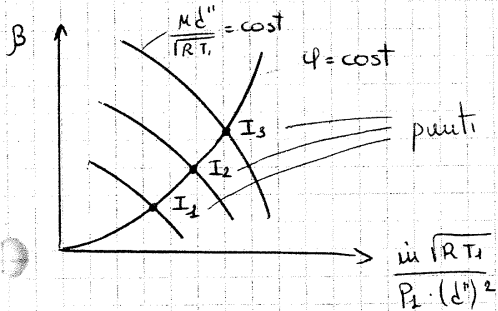
$$\frac{Q}{(d'')^2} \rightarrow \frac{Q}{(d'')^2} = \frac{\varphi_I (\mu d'')}{K_1} \quad (2)$$



$\psi = \text{cost}$
 $\chi = \text{cost}$
 $\varphi = \text{cost}$
 $Z_y = \text{cost}$
 triangoli simili

ci descrivono un "ambiente parabolico"

osservando, sia x compressori, pompe e ventilatori

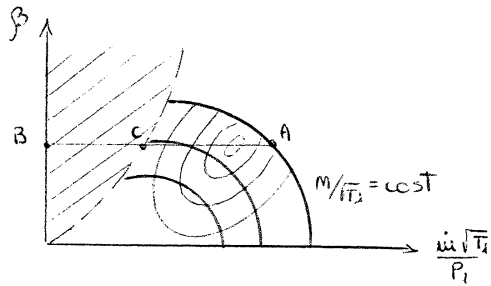
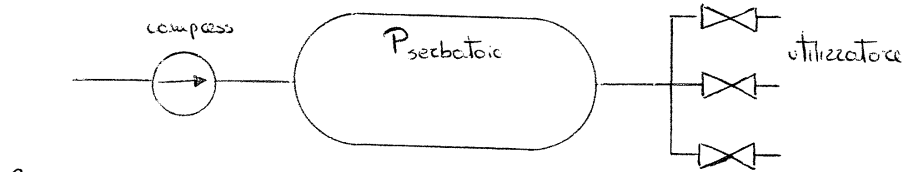


punti di similitudine fluido dinamica (triang. simili)

12/01/2011

• Regolazione dei Tubocompressori

Non sempre è necessario far lavorare il compressore alle condizioni in cui è stato progettato.

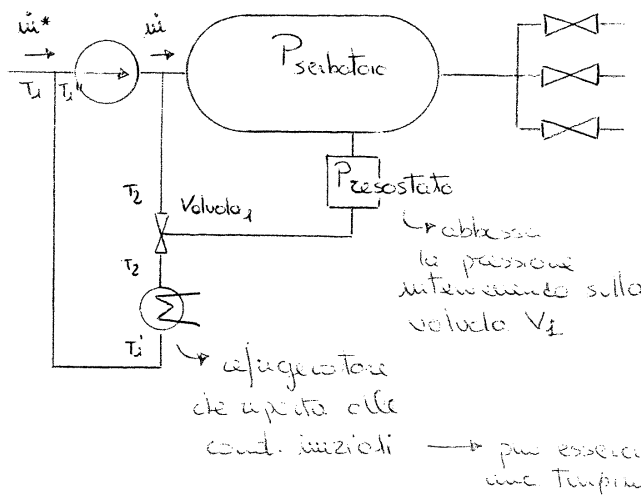


Non vogliamo spostarci da A a B come zona di funzionamento ma da B a C abbiamo la zona di pompaggio e stallo (limite)

Possiamo regolare in 4 modi diversi:

- 1) Reflusso.
- 2) variazione di velocità angolare ω
- 3) Limitazione della mandata
- 4) Limitazione dell'aspirazione

I) Reflusso.....



$\dot{m}_u = \dot{m}^*$ in cond. progetto
 $\dot{m}_u < \dot{m}^*$ fuori delle cond. di progetto
 $\Delta \dot{m} = \dot{m}^* - \dot{m}_u$

↳ abbassa la pressione intervenendo sulla valvola V_2
 $T_2 > T_1$
 $T_1 < T_1' < T_2$
 → può essere una temp. x ricoprire qualcosa

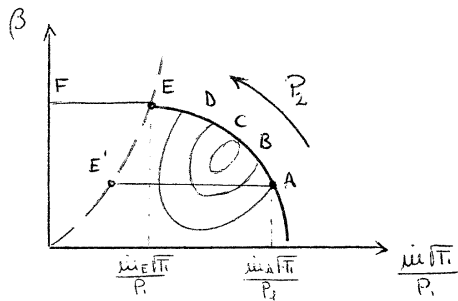
riguardo il lavoro e la potenza assorbita.

$$L_c = C_p T_1 \left[\beta \frac{\dot{m}^*}{\dot{m}} - 1 \right] \quad \text{con } L_c \uparrow$$

$$P_{ass} = \frac{\dot{m}^* L_c^*}{\eta_{mc}} = \text{costante}$$

questa regolazione è l'unica che rende possibile far lavorare il compressore fino all'aumentare di quest'ultima

altro modo:



$$L_c = c_p T_1 \left[\beta^{\frac{\kappa-1}{\kappa \gamma_c}} - 1 \right]$$

adesso, oltre a γ_c varia anche β

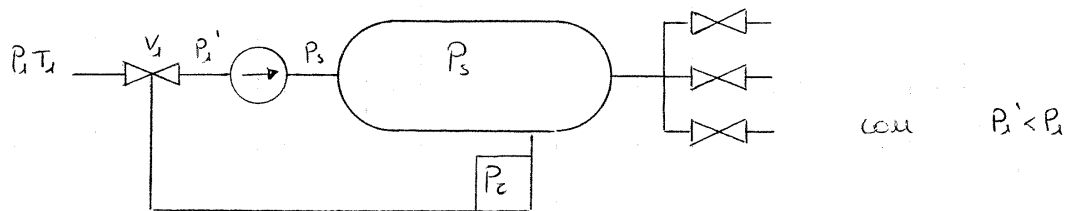
$L_c \uparrow$ (il compressore in B e C potrebbe essere anche migliore)

$$P_{\text{ass}} = \frac{\dot{m} L_c}{\eta_{\text{mc}}} \quad \begin{cases} \dot{m} \downarrow \\ L_c \uparrow \end{cases} \text{ più da subito}$$

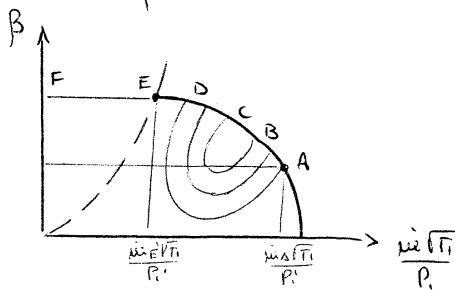
è possibile che nei pressi di E vi sia un κ tale che $P_{\text{ass}A} = P_{\text{ass}K}$ (poiché $\dot{m}_K L_{cK} = \dot{m}_A L_{cA}$) e in questo caso il reflusso partirebbe da κ sino a F

NB: essendo $\beta = \text{cost} = \frac{P_2}{P_1}$ allora $L_{c\beta} = c_p T_1 \left[\left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} - 1 \right] = \text{costante}$

IV) Regolazione a laminazione all'aspirazione



con $\beta = P_3/P_1'$, laminando abbassiamo P_1' e alziamo β ; l'unica differenza è che questa volta laminiamo all'aspirazione, prima del compressore



anche se $\frac{\dot{m}'_E \sqrt{T_1}}{P_1'} = \frac{\dot{m}_E \sqrt{T_1}}{P_1}$ la portata varierà ...
 ... quindi $\frac{\dot{m}'_E}{P_1'} = \frac{\dot{m}_E}{P_1}$
 ed essendo $P_1' < P_1$ avremo $\dot{m}'_E < \dot{m}_E$

lam. iniezione
 lam. aspirazione

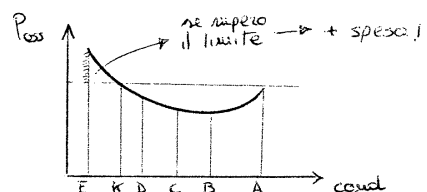
riguardo il lavoro e la potenza abbiamo le stesse conclusioni viste precedentemente.

$$L_c = c_p T_1 \left[\beta^{\frac{\kappa-1}{\kappa \gamma_c}} - 1 \right] \quad \text{se } \beta \uparrow \text{ allora } L_c \uparrow \text{ categoricamente}$$

$$\eta_{\text{comp}} = L_{c\beta} / L_c \quad \text{cost.}$$

$$P_{\text{ass}} = \frac{\dot{m} L_c}{\eta_{\text{mc}}}$$

se $L_c \uparrow$ allora $\eta_{\text{comp}} \downarrow$ categoricamente



quindi, affinché non caviti, il fluido dev'essere nelle condizioni:

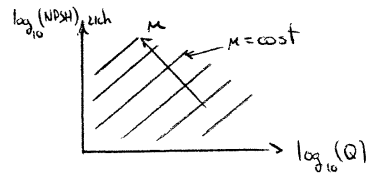
$$P_1^o - P_v \geq \frac{1}{2} \rho c_1^2 + d \frac{1}{2} \rho \omega^2$$

in metri

$$\frac{P_1^o - P_v}{\rho g} \geq \frac{1}{2} \left(\frac{c_1^2}{g} + \frac{\omega^2}{g} \right)$$

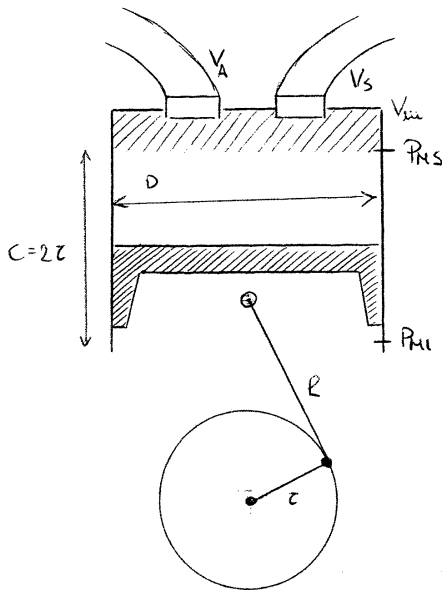
$(NPSH)_{disp}$
 $(NPSH)_{zich}$

affinché non caviti



COMPRESSORI ALTERNATIVI

Analizzeremo i Compressori volumetrica a stantuffo, a volume variabile, all'interno del quale il fluido compie il suo orb.

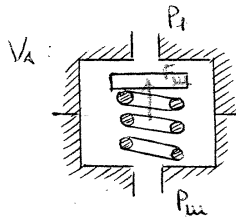


V_{mi} = volume = V_{min} al PMS (a 0°)
morta

$V_{mi} + V = V_{max}$ al PMI (e 180°)

↪ cilindrata

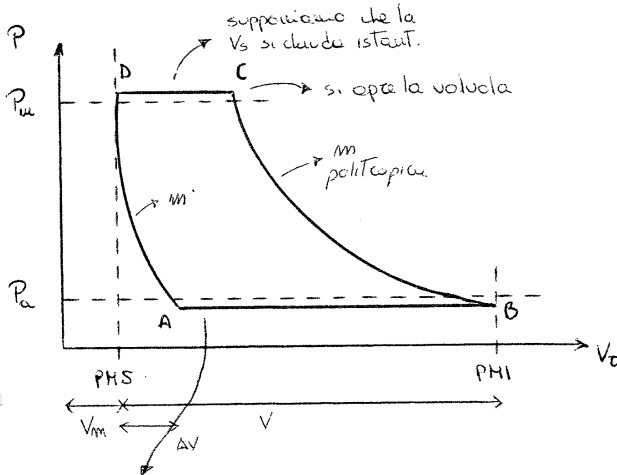
$$V = C \cdot A_s = C \cdot \pi \frac{D^2}{4}$$



se $P_{mi} \geq P_i$ allora la valvola è chiusa e il fluido non entra
se $P_i > P_{mi}$ allora la valvola è aperta e il fluido può passare...

13/01/2011

Il ciclo della macchina realizza la seguente evoluzione:



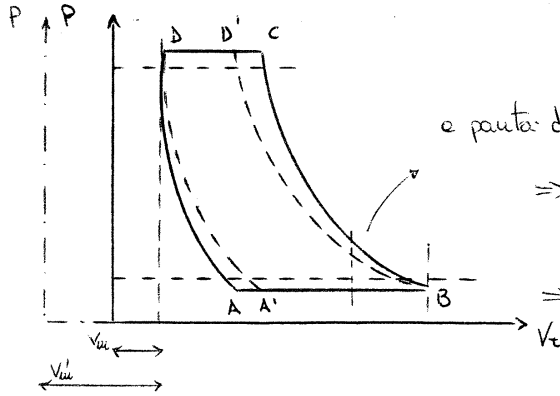
$P_{mandata} > P_{ambiente}$

$$\epsilon = \frac{V_{max}}{V_{min}} = \frac{V_{mi} + V}{V_{mi}}$$

$$\mu = \frac{V_{mi}}{V} \approx 0,10 \div 0,03$$

Si apre la V_e
e inizia l'aspirazione

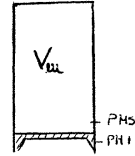
↳ Vediamo l'influenza di V_{m1} (spazio morto o nuovo)



e parte di V rimane P_{m1}

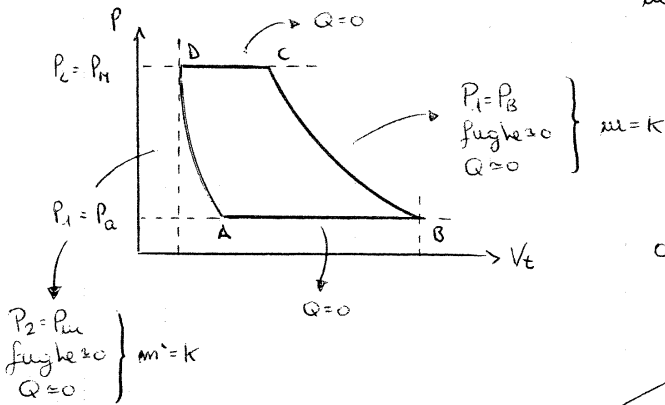
$\Rightarrow \mu' > \mu$ con $V_{m1}' > V_{m1}$
 $(V_B - V_{A'}) < (V_B - V_A)$
 \Rightarrow se $V_{m1} \uparrow$ allora $d\mu \downarrow$

NB se avessimo uno spazio esistente e avremo $\Delta P \neq 0$



Consideriamo un λ ideale con $P_B = P_1$ $P_C = P_2$

$m = m' = k$ $Q = 0$
 fughe ≈ 0



$P_2 = P_{m1}$
 fughe ≈ 0
 $Q = 0$ } $m' = k$

avremo $\lambda_{V_{P_{m1}}} = \frac{V_B - V_A}{V} \frac{P_B}{P_1} = \frac{V_B - V_A}{V} =$
 $= (V_{m1} - V) - V_{m1} \beta^{\mu/k} =$
 $= 1 + \frac{V_{m1}}{V} (1 - \beta^{\mu/k}) = \dots$

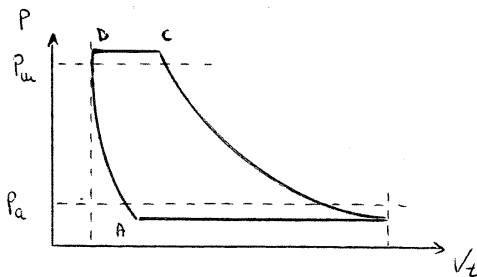
ricordiamo che $P_B V_D^k = P_A V_A^k$
 $\hookrightarrow V_A = \sqrt[k]{\frac{P_A}{P_B}} V_D = \beta^{\mu/k} V_D$

$\lambda_{V_{P_{m1}}} = 1 - \mu (\beta^{\mu/k} - 1)$

influenza dello spazio morto

influenza del rapporto pressioni

Consideriamo un caso reale, introducendo:



$\delta_1 = \frac{P_1 - P_B}{P_1} \rightarrow P_B = P_1 (1 - \delta_1)$

$\delta_2 = \frac{P_C - P_{m1}}{P_{m1}} \rightarrow P_C = P_{m1} (1 + \delta_2)$

$\Rightarrow \beta_i = \frac{P_C}{P_B} = \frac{P_{m1} (1 + \delta_2)}{P_1 (1 - \delta_1)} = \beta \frac{(1 + \delta_2)}{(1 - \delta_1)}$

con $\eta_{cp} = \frac{m_{aspir}}{m_{aspir}} < 1$

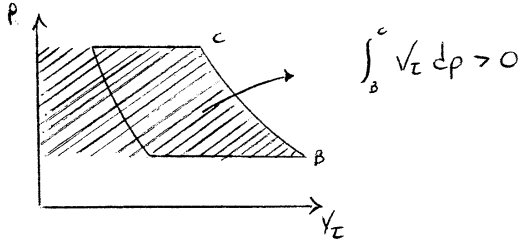
per la portata pesa...

$\eta_{\lambda} = \frac{T_B(\text{reale})}{T_B(\text{ideale})} < 1$

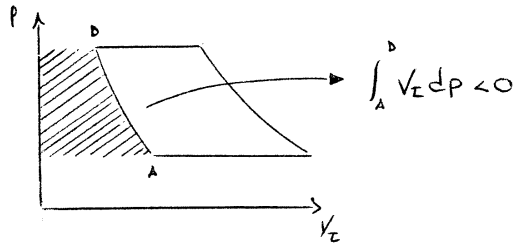
tiene conto degli scambi termici

entrambi contribuiscono in modo positivo all'aumento di β_i

e quindi, sull'intero ciclo, ovvero:



quindi sommando le due aree otteniamo l'area del ciclo ed il Lavoro



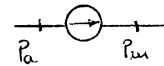
$$d_{i\text{ ciclo}} = \oint v_T dp = \int_B^C v_T dp + \int_D^A v_T dp = \dots$$
 essendo $pV^\mu = P_B V_B^\mu$
 $pV^{\mu'} = P_A V_A^{\mu'}$... = ...

$$d_{i\text{ ciclo}} = \frac{\mu}{\mu-1} P_B V_B \left[\beta_i^{\frac{\mu-1}{\mu}} - 1 \right] - \frac{\mu'}{\mu'-1} P_A V_A \left[\beta_i^{\frac{\mu'-1}{\mu'}} - 1 \right]$$
 con $\beta_i = \frac{P_{mandata}}{P_{aspirat.}} \cdot \frac{1+\delta_2}{1-\delta_1}$

e quindi otteniamo

$$P_i = d_{i\text{ ciclo}} \cdot c \cdot m$$
 (c: giri/secondo)

$$L_{i\text{ ciclo}} = L_i \cdot m a$$



$$P_{ass} = P_i / \eta_m$$
 (m: numero giri/min)

Abbiamo tutte le formule necessarie, noi adesso cerchiamo di renderle più semplici, facendo delle approssimazioni.

ricordiamo che $\lambda_v = \eta_\Sigma \eta_\varphi (1 - \delta_1) \left[1 - \mu \left(\frac{V_{m1}'}{\eta_\Sigma} - 1 \right) \right]$

$$L_c = \frac{L_{avviso}}{massa} = \frac{Potenza}{portata}$$

quindi

$$L_c = \frac{L_{i\text{ ciclo}}}{m a} = \frac{\frac{\mu}{\mu-1} P_B V_B \left[\beta_i^{\frac{\mu-1}{\mu}} - 1 \right] - \frac{\mu'}{\mu'-1} P_A V_A \left[\beta_i^{\frac{\mu'-1}{\mu'}} - 1 \right]}{\eta_\Sigma \eta_\varphi (1 - \delta_1) \left[1 - \mu \left(\frac{V_{m1}'}{\eta_\Sigma} - 1 \right) \right] V P_a} = \dots$$

supponiamo che: $\eta_\Sigma \approx 1$
 $\eta_\varphi \approx 1$
 $m \approx m'$

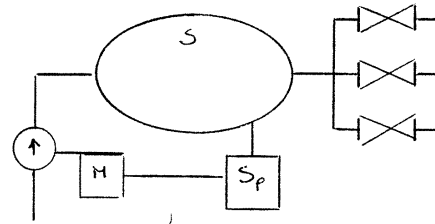
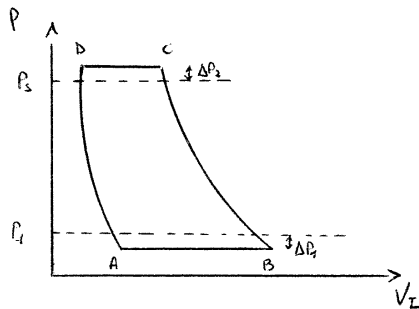
$$\left(\begin{matrix} \eta_\Sigma \\ \eta_\varphi \\ m \approx m' \end{matrix} \right) \Rightarrow \eta_\Sigma = \eta_\varphi = 1 \Rightarrow m = m' = k$$

$$= \frac{\frac{\mu}{\mu-1} (P_B V_B - P_A V_A) \left[\beta_i^{\frac{\mu-1}{\mu}} - 1 \right]}{(1 - \delta_1) \left[1 - \mu \left(\frac{V_{m1}'}{\eta_\Sigma} - 1 \right) \right] V P_a} = \dots$$

NB: nel caso che il pendolamento $P_{max} - P_{min}$ sia troppo frequente, qsto e' da abbondare (xke' all'ambiente necessita 5 volte la potenza)

II) Variazione di μ

qsta volta il sensore regola un motore a velocità variabile ma almeno la P_3 costante



in prima approssimazione:

ciclo malteuto $\begin{cases} \Delta P_1 = \text{costante} \\ \Delta P_2 = \text{costante} \end{cases}$

$L_{ciclo} = \text{costante}$
 $P_{oss} = \frac{L_{ciclo} \cdot \mu}{Z_m}$ $\sim \mu$ \rightarrow proporzionale

$\lambda_v = \text{costante} \approx \frac{V_B - V_A}{V} \frac{\beta_B}{\beta_A}$

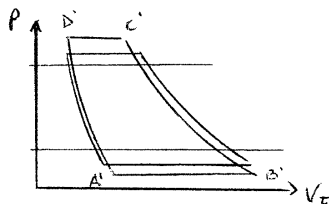
$\mu_{asp} = \frac{\lambda_v V \beta_A}{m_{asp}} \cdot c \cdot \mu \sim \mu$

$Z_c = \frac{L_{c15}}{L_c} \rightarrow \text{costante}$
 $L_c \rightarrow \text{costante}$ } $Z_c \sim \mu$

\Rightarrow ottimo, ma molto costoso

in seconda approssimazione

se cresciamo $\Delta P_1 \uparrow$ con μ anche $\Delta P_2 \uparrow$ con μ
 ad una velocità più bassa ad esempio



$Z_c = \frac{L_{c15}}{L_c} \rightarrow \text{costante}$
 $L_c \rightarrow \text{aumento}$

$$L_c \approx \frac{\mu}{\mu-1} RT_1 \left[\beta_1^{\frac{\mu-1}{\mu}} - 1 \right]$$

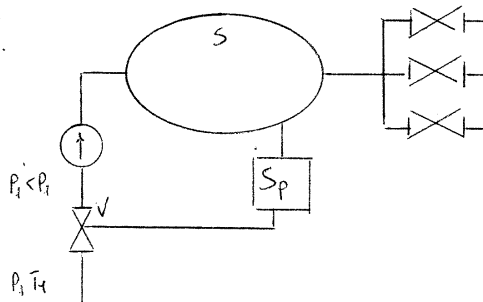
$Z_{\varphi} \approx 1$
 $Z_Z \approx 1$
 $\mu = \mu' = k$

se $\mu \uparrow \rightarrow \beta_1 \uparrow \rightarrow L_c \uparrow \rightarrow Z_c \downarrow$

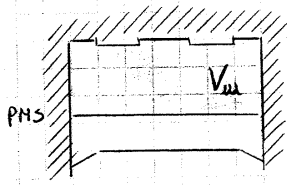
III) Limitazione all'espansione

avremo ancora una volta la $P_3 = \text{costante}$

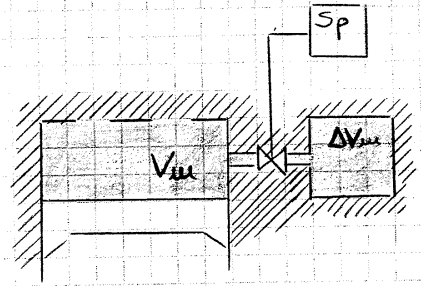
limitando, il compressore non espira a P_4 ma a P_4'



IV) Variazione di V_{morte} consideriamo:

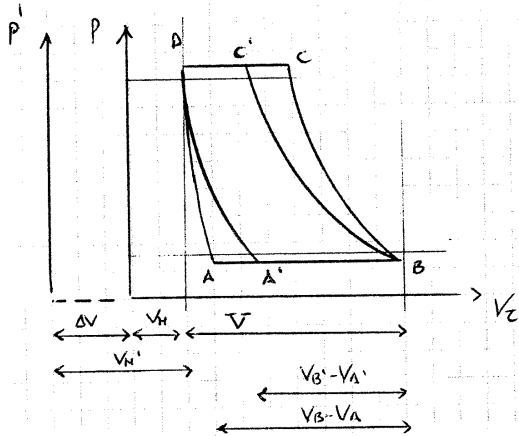


auumentiamo lo spazio morto con una serie di camere in contatto



$$V_m' = V_m + \Delta V_m$$

graficamente avremo



e' cambiato il volume aspirato $(V_B - V_A) > (V_B - V_A')$

$$V_m \rightarrow V_m' = V_m + \Delta V$$

$$m_a \approx (V_B - V_A) \rho_B \quad m_a \sim (V_B - V_A)$$

$$m_a' \approx (V_B' - V_A') \rho_B'$$

$$m_a \approx m_a' \cdot \kappa \quad m_a \sim (V_B - V_A)$$

$$d_{ciclo} = \frac{\mu}{\mu-1} P_B V_B \left[\beta_i^{\frac{\mu-1}{\mu}} - 1 \right] - \frac{\mu'}{\mu'-1} P_A V_A \left[\beta_i^{\frac{\mu'-1}{\mu'}} - 1 \right] = \dots$$

con $\mu = \mu'$ avremo

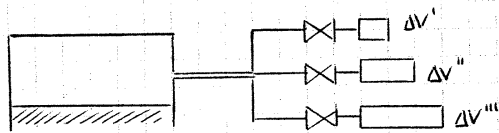
$$= \frac{\mu}{\mu-1} P_B \left[\beta_i^{\frac{\mu-1}{\mu}} - 1 \right] (V_B - V_A)$$

$$d_{ciclo} \sim (V_B - V_A)$$

$$P_{ass} \sim (V_B - V_A)$$

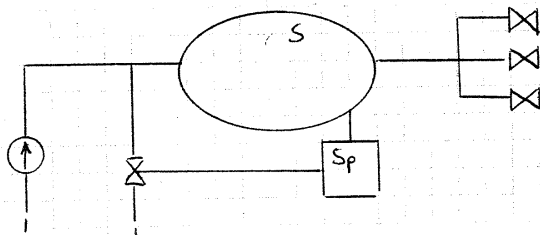
$$\zeta_c = \frac{d_{ciclo}}{d_c} \rightarrow \text{costante} \quad \zeta_c \sim (V_B - V_A)$$

Viene modificato tutto in funzione della richiesta, senza modificare il rendimento (si cerca di avere piu' capacita' aggiunte)



V) Reflusso

Avremo il solito tipo di impianto



Il fluido in eccesso puo' essere battuto o recuperato

$$P_{ass} \approx \text{costante}$$

$m_a \rightarrow$ (se viene tolta una parte)

$m_{a_{max}}$ = mandata dal compressore

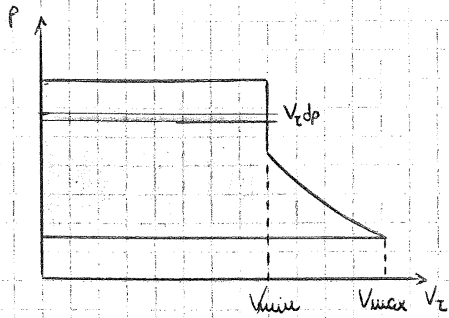
$m_{a_{max}}$ / m_a utilizzatore

$m_{a_{max}}$ / $m_{a_{max}} - m_a$ reflusso

di progetto

$$\zeta_c = \zeta_c' \cdot \frac{m_a}{m_{a_{max}}}$$

Riguardo al lavoro e la potenza assorbita:



$$L_{\text{ciclo}} = \text{area ciclo} = \oint V dp$$

introduco $\epsilon =$ rapporto di compr. geometr.

$$\epsilon = \frac{V_{\text{max}}}{V_{\text{min}}} = f(H)$$

dai calcoli ricaviamo

$$L_{\text{ciclo}} = \frac{\mu}{\mu-1} P_1 V_{\text{max}} [\epsilon^{\mu-1} - 1] + \frac{V_{\text{max}}}{\epsilon} P_1 [\beta - \epsilon^{\mu}]$$

$$\text{con } \beta = P_2/P_1$$

$$P_{\text{ass}} = \frac{L_{\text{ciclo}} \cdot Z \cdot M}{\sum m} \rightarrow \text{giri/sec}$$

$$L_c = \frac{L_{\text{ciclo}}}{m_a} = \frac{L_{\text{ciclo}}}{V_{\text{max}} P_1} \rightarrow \lambda_v \approx 1$$

$$L_c = RT_1 \left\{ \frac{\mu}{\mu-1} [\epsilon^{\mu-1} - 1] + \frac{\beta - \epsilon^{\mu}}{\epsilon} \right\} \rightarrow \lambda_v \approx 1$$

RICHIAMI TEORICI

$$dQ = dL_{ps} + dU^* + dE_{c,w,g,z}$$

$$dQ = dU^* + p dV + dL_{w,m}$$

$$L_{ps} = \int p dV - \Delta E_{c,w,g,z} - L_{w,m}$$

$$Q = L_i + \Delta i^* + \Delta E_{c,w,g,z}$$

$$Q = \Delta U^* + \int p dV - \Delta L_{w,m}$$

$$L_i = - \int v dp - \Delta E_{c,w,g,z} - L_{w,m}$$

$$T dS = dQ + dL_{w,m} + dL_{w,c} \xrightarrow{\text{I}^\circ \text{ sost.}}$$

se politropica $\int_1^2 T dS = C(T_2 - T_1)$
 $\int_1^2 T dS = Q + L_w$

$$p v^k = \text{cost} \quad T v^{k-1} = \text{cost} \quad T/p^{k-1/k} = \text{cost}$$

↳ isoentropica

$$\text{con } C = C_v \frac{\mu - k}{\mu - 1}$$

$$p v^\mu = \text{cost} \quad T v^{\mu-1} = \text{cost} \quad T/p^{\mu-1/\mu} = \text{cost}$$

↳ politropica

$$R = c_p - c_v$$

$$K = c_p / c_v$$

$$p v = \text{cost} \quad Q = L_i \quad \Delta T = 0$$

$$\eta_{\text{is}} = \frac{P_i}{P_{\text{is}}} = \frac{L_i \cdot \mu}{P_{\text{is}}}$$

$$\eta_{c_{150}} = \frac{L_i \cdot 150}{L_i}$$

$$\eta_{c_{25}} = \frac{L_i}{L_i \cdot 150}$$

$$T/p = \text{cost} \quad L_i = 0 \quad \Delta V = 0$$

$$T/v = \text{cost} \quad \Delta P = 0$$

→ TURBINE:

$$L_i = C_{w1} U_1 - C_{w2} U_2$$

con $v_1 = v_2$ se assiale → $U = \pi m d$

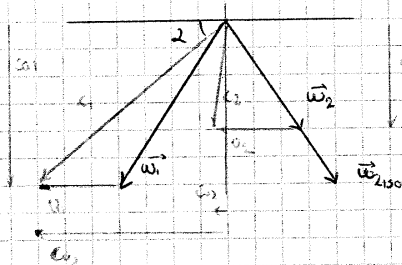
$$P_i = \dot{m} L_i$$

$$\dot{m} = A p c_a = (\int \pi d p) p c_a$$

- Turbina ad azione: espansione solo nel distrib. $P_1 = P_2$

↳ x convenienza la considero sempre simmetrica → $w_1 = w_{2,150}$

↳ nel caso fosse assiale → $v_1 = v_2 = 0$



$$C_{1,150} = \sqrt{2((c_0 - c_{1,150})^2 + c_0^2)}$$

$$C_1 = \varphi C_{1,150}$$

$$w_1 = w_{2,150}$$

$$w_2 = \varphi w_{2,150} = \varphi w_1$$

$$C_{a1} = w_{1a}$$

$$C_{a2} = w_{2a}$$

$$C_{w1} = w_{1u} + U$$

$$C_{w2} = w_{2u} - U$$

$$\eta_{\text{is}} = \frac{L_i}{L_i \cdot \mu}$$

$$\xrightarrow{E_{c, \text{recup}}} L_i \cdot \mu = c_0^2 - c_{2,150}^2$$

$$\text{con } L_i = c_0^2 - c_2^2$$

$$\xrightarrow{E_{c, \text{disp}}} L_i \cdot \mu = c_0^2 - c_{2,150}^2$$

NB: $v = 0 \rightarrow L_i = 0$

$$v = c_1 \cdot \cos(\alpha)$$

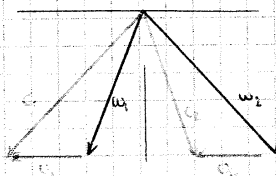
$$\varphi = \varphi = 1$$

essendo normali le palette

$$C_{w1} = C_{w2}$$

$$\Rightarrow L_i = 0$$

- Turbina a reazione



$$C_{1,150} = \sqrt{2((c_0 - c_{1,150})^2 + c_0^2)}$$

$$C_1 = \varphi C_{1,150}$$

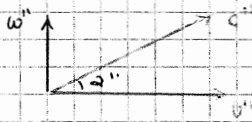
$$w_{2,150} = \sqrt{2((c_1 - c_{2,150})^2 + w_1^2)}$$

$$w_1 = \varphi w_{1,150}$$

$$|C_1| = |w_2|$$

$$|C_2| = |w_1|$$

→ **COMPR. CENTRIFUGHI**



$$w'' = c'' \cos(\alpha')$$

$$u'' = c'' \sin(\alpha')$$

$$L_i = -L_c$$

$$L_c = U'' C_u'' - U_0 C_{u0}$$

$$L_c = U'' C_u''$$

$$\dot{m} = \int \pi d'' \rho'' w_c'' r''$$

$$w'' = m \cdot \frac{2\pi}{60}$$

$$u'' = \pi m d''$$

Parametri:

$$\psi = \frac{L_c}{(w'')^2} \quad \text{coeff. di lavoro}$$

$$\varphi = \frac{w_c''}{u''} \quad \text{di portata}$$

$$\zeta = \frac{L_w}{(w'')^2} \quad \text{di perdite}$$

$$\Sigma = \varphi T_1 / (w'')^2 \quad \text{Termodinamico}$$

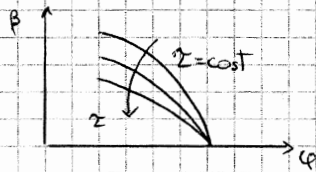
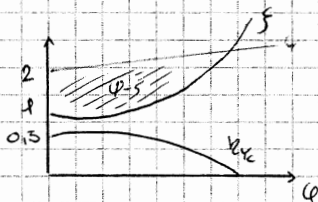
$$X = \frac{\Delta i g}{L_c} \quad \text{grado di reazione}$$

in condiz. di similitudine fluidodin.

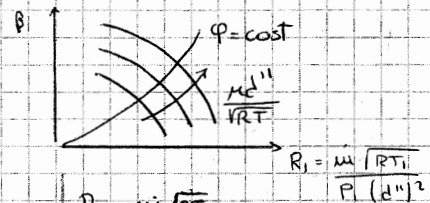
$\varphi = \text{cost}$
+
Geom. identiche

⇒ $\varphi = \text{cost}$
 $\zeta = \text{cost}$
 $X = \text{cost}$

$$\frac{w_c}{w} = \frac{\varphi - \zeta}{\varphi} = \text{cost}$$



$$\beta = \left(1 + \frac{\psi}{\Sigma}\right) \frac{w_c}{u} \cdot \frac{k}{k-1}$$

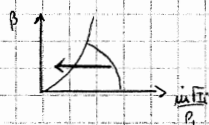


$$R_1 = \frac{\dot{m} \sqrt{RT_1}}{P_1 (d'')^2}$$

$$R_2 = \frac{\dot{m} d''}{\sqrt{RT}}$$

Regolazione:

1) Re Plosso

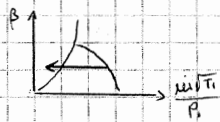


$$\dot{m}^* = \dot{m}_{utiliz} + \Delta \dot{m}$$

$$L_c = \varphi T_1 \left(\beta \frac{m-1}{m} - 1 \right)$$

$$P_{ess} = \frac{\dot{m}^* L_c}{\dot{m} m} \quad \text{costanti}$$

2) Variazione di m

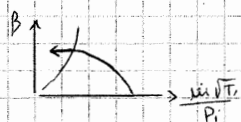


$$\beta = \text{costante}$$

$$L_c = \varphi T_1 \left(\beta \frac{k-1}{k} \frac{1}{w_{sc}} - 1 \right)$$

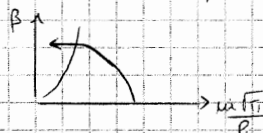
$$P_{ess} = \frac{\dot{m} L_c}{\dot{m} m}$$

3) Lamin alle mandato $m = \text{costante}$



$$\text{fin da subito} \quad \dot{m} \downarrow \rightarrow L_c \uparrow \rightarrow P_{ess} \uparrow \rightarrow \dot{m} \downarrow$$

4) Lamin all'aspirazione $k = \text{costante}$



3) lamina all'esp.

↳ solo x β piccoli

$$m_e = (V_B - V_A) \rho_B$$

$$V_c = \frac{L_{cis}}{L_c} \quad \uparrow \text{ con } \beta \uparrow$$

consid. cond. esub. $\lambda_v = \frac{m_{esp}}{V \rho_1} = \frac{(V_B' - V_A') \rho_B'}{V \rho_1}$

$$m_e = \lambda_v V \rho_1 i_m$$

consid. cond. dopo la laminazione

$$\lambda_v' = \frac{m_{esp}}{V \rho_1'} = \frac{(V_B' - V_A') \rho_B'}{V \rho_1'}$$

$$m_e = \lambda_v' V \rho_1' i_m$$

a) Variazione di V_m

$$V_m \rightarrow V_m' = V_m + \Delta V_m$$

$$m_e = (V_B - V_A) \rho_B \sim (V_B - V_A)$$

$$m_e = (m_e) i_m \sim (V_B - V_A)$$

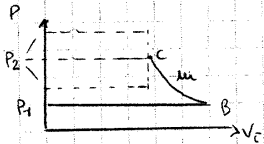
$$\Delta_{ciclo} = \frac{m}{m-1} \rho_B (V_B - V_A) \left(\beta \frac{m-1}{m} - 1 \right) \sim (V_B - V_A)$$

$$P_{ess} \sim (V_B - V_A)$$

$$\Sigma_m \sim (V_B - V_A)$$

g) Reflusso

→ COMPR. A PALETTE



$$m_e = (\lambda_v V_{max} \rho_1) z \cdot m$$

$$\Delta_{ciclo} = \frac{m}{m-1} P_1 V_{max} (E^{m-1} - 1) + \frac{V_{max}}{E} P_1 (\beta - E^m)$$

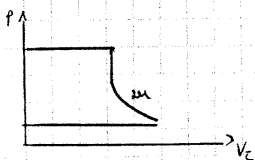
$$P_{ess} = \frac{\Delta_{ciclo} z \cdot m}{\Sigma_m}$$

$$L_c = RT_1 \left(\frac{m}{m-1} (E^{m-1} - 1) + \beta \frac{E^m}{E} \right) = \frac{\Delta_{ciclo}}{\omega_Q}$$

$$E = \frac{V_{max}}{V_{min}}$$

Regolazione

1) Variazione di m



$$\Delta_{ciclo} = \text{cost}$$

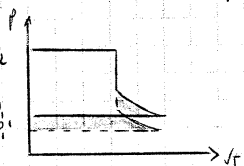
$$m_e = V \rho_e = \text{cost}$$

$$L_c = \frac{\Delta_{ciclo}}{m_e} = \text{cost}$$

$$m_e = m_e \cdot c \cdot m \sim m$$

$$P_{ess} = \frac{\Delta_{ciclo} \cdot m}{\Sigma_m} \sim m$$

2) lamina all'esp.



$$m_e = V \rho_1$$

$$m_e' = V \rho_1' = V \frac{P_1'}{RT_1} \sim P_1' \rightarrow \frac{m_e'}{m_e} = \frac{P_1'}{P_1}$$

$$m_e = m_e i_m$$

$$\Delta_{ciclo}' = \Delta_{ciclo} + \oplus - \ominus \quad \epsilon \text{ piccolo} \rightarrow \Delta_{ciclo} \uparrow P_{ess} \uparrow \text{ non conviene}$$

$$(\epsilon > 2.5) \epsilon \text{ grande} \rightarrow \Delta_{ciclo} \downarrow P_{ess} \downarrow \text{ conviene}$$

$$L_c = RT_1 \left(\left(E^{m-1} - 1 \right) \frac{m}{m-1} + \beta \frac{E^m}{E} \right) \sim \beta$$

3) Reflusso $\rightarrow P_{ess} = \text{cost}$

$$L_{comp} = \frac{m_{util}}{m_{comp}} \cdot L_{cis} = \frac{m_e - \Delta m_e}{m_e} \frac{L_{cis}}{L_c}$$