NUMERO: 500

DATA: 10/04/2013

A P P U N T I

STUDENTE: Cappai

MATERIA: Fondamenti di Ingegneria Nucleare

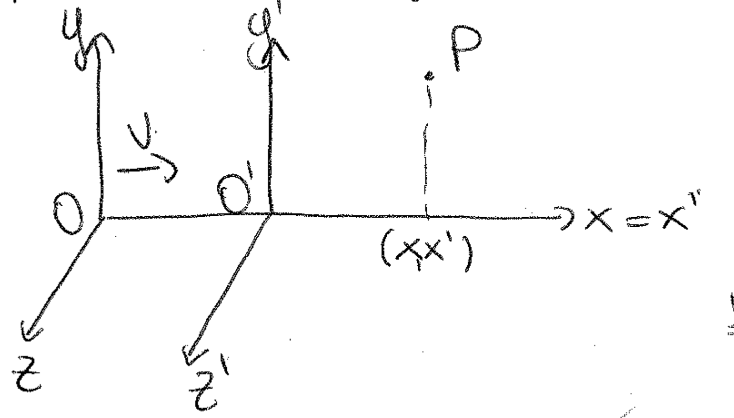
Prof. Lavagno

PRINCIPI di FISICA

PRINCIPI di RELATIVITÀ RISTRETTA

RELATIVITÀ → descrive il moto di osservatori inerziali che si muovono di moto relativo a velocità costante (per ultimo punto ci porta a considerarla ristretta)

$F = m \cdot a$ non vale all'interno del nucleo → va modificato
prendiamo un sys di riferimento e un punto P su di esso



O → sys di riferimento fermo
O' → sys di riferimento in moto con velocità v_x = costante
P = es. un moscerino

!! moto solo su asse x

Al tempo $T=0$ $O \equiv O'$
conosco x e voglio x'

$$\begin{cases} x' = x - vT \\ y' = y \\ z' = z \\ T' = T \end{cases}$$

TRASFORMATE di GALILEO

posso così scrivere le trasformate della velocità e dell'accelerazione tramite le derivate temporali delle coordinate

$$\begin{cases} u'_x = u_x - v \\ u'_y = u_y \\ u'_z = u_z \end{cases}$$

u = velocità di P nel tempo

$\bar{u}(t) = \frac{dr}{dt}$ $\bar{u}'(t) = \frac{dr'}{dt'}$

r = vettore posizione

$dt = dt'$

$$\begin{cases} a'_x = a_x \\ a'_y = a_y \\ a'_z = a_z \end{cases}$$

$\bar{a}(t) = \frac{du}{dt}$ $\bar{a}'(t) = \frac{du'}{dt'}$

quindi $\bar{a} = \bar{a}'$

Quindi si può dedurre da $f = m \cdot a$ che la forza è uguale in tutti i sys inerziali perché a = costante se ho interferenza esiste la vel. relativa dell'etere altrimenti non l'abbiamo ancora dimostrato

Non vediamo in nessun modo (variando v) figure di interferenza quindi non c'è prob che l'etere ∃.

Ipotizziamo ciò che l'etere ci sia: quanto tempo impiego per andare da A a B che si muove con V? dipende dal senso di percorrenza

$$\tau_2 = L_2\left(\frac{1}{C+V} + \frac{1}{C-V}\right)$$

verso di V — verso vs di V

C = velocità del raggio luminoso

V = velocità del moto relativo dell'etere rispetto alla terra

$$\tau_2 = L_2\left(\frac{2C}{C^2-V^2}\right) = \frac{2L_2}{C}\left(1-\frac{V^2}{C^2}\right)^{-1}$$

Quindi il tempo dipende da v e ho ≠ di fase

LORENTZ → partendo dall'eq. di Maxwell che mettono in relazione E e B, vede che le forze non lasciano invariate le ~~eq.~~ trasformate di Galileo allora pensa che esse non siano più generali e cerca di trovare la forma + generale delle trasf. in modo che valgano anche x l'elettromagnetismo

$$\begin{cases} x' = (x - VT)\,\gamma(V) \\ y' = y \\ z' = z \\ T' = \left(T - \frac{Vx}{C^2}\right)\gamma(V) \end{cases}$$

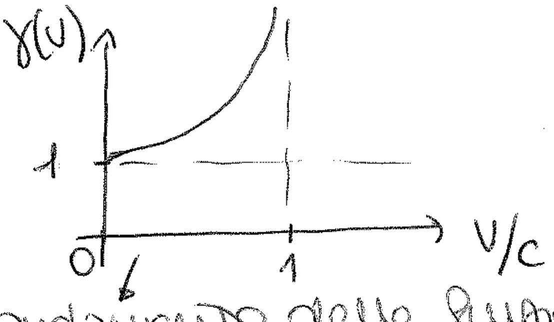
$\gamma(V)$ è una funzione $= \left(1-\frac{V^2}{C^2}\right)^{-1/2}$

→ x perché siamo sempre nell'ip. di moto lungo ~~l'asse~~ l'unica componente dell'asse x

TRASFORMATE di LORENTZ

V = velocità relativa al sys di riferimento
C = velocità della luce

la novità introdotta è che anche il tempo non è =



$\gamma(V) = 1$ se $V/C \to 0$

$\gamma(V) = \infty$ se $V/C \to 1$

↓ andamento asintotico

andamento della funzione $\gamma(V)$ in base al valore del rapporto V/C

N.B. se siamo in condizioni per cui $V \ll C$ le trasf. di Lorentz si riconducono alle trasf. di Galileo anche per le altre componenti non rimangono uguali perchè i tempi cambiano

$$u_y' = \frac{dy'}{dT'} = \frac{dy'}{dT} \cdot \frac{dT}{dT'}$$

dove $\frac{dT}{dT'}$ rimane invariato perchè u_x è l'unica componente delle velocità

$$\frac{dy'}{dT'} = \frac{u_y}{\left(1 - \frac{Vu_x}{c^2}\right)\gamma(V)}$$

quindi le componenti delle velocità sono

$$\begin{cases} u_x' = \dfrac{u_x - V}{1 - \frac{Vu_x}{c^2}} \\ u_y' = \dfrac{u_y}{\left(1 - \frac{Vu_x}{c^2}\right)\gamma(V)} \\ u_z' = \dfrac{u_z}{\left(1 - \frac{Vu_x}{c^2}\right)\gamma(V)} \end{cases}$$

le trasformate inverse le ricavo tramite $V \to -V$

COORDINATE

$$\begin{cases} x = (x' + VT)\gamma(V) \\ y = y' \\ z = z' \\ T = \left(T' + \frac{Vx}{c^2}\right)\gamma(V) \end{cases}$$

VELOCITA'

$$\begin{cases} u_x = \dfrac{u_x' + V}{1 + \frac{Vu_x'}{c^2}} \\ u_y = \dfrac{u_y'}{\left(1 + \frac{Vu_x}{c^2}\right)\gamma(V)} \\ u_z = \dfrac{u_z'}{\left(1 + \frac{Vu_x}{c^2}\right)\gamma(V)} \end{cases}$$

Tal trasformate si riconducono a quelle di Galileo nel caso in cui $V \ll c$ perchè

$\gamma(V) = \left(1 - \frac{V^2}{c^2}\right)^{-1/2}$ quindi tende a 1 perchè $\frac{V^2}{c^2} \to 0$

Quindi si arriva al concetto per cui

$$u_x^2 + u_y^2 + u_z^2 = c^2 \iff u_x'^2 + u_y'^2 + u_z'^2 = c^2$$

perchè c è = in tutti i sys inerziali

Prendiamo un osservatore con moto relativo O si muove verso O' con velocità $-c$ e viceversa con $+c$

Se $V \equiv c$

$$u_x' = \frac{u_x - V}{1 - \frac{\cancel{c}u_x}{c^{\cancel{2}}}} = c\,\underbrace{\frac{u_x - V^{=c}}{c - u_x}}_{=-1}$$

quindi $\boxed{u_x' = -c}$

mentre $\boxed{u_y' = 0}$ perchè $\gamma(V) \to 0$ e lo stesso vale per $\boxed{u_z = 0}$

Il calcolo delle inverse è più semplice

$$\begin{cases} u_x' = -c \\ u_y' = 0 \\ u_z' = 0 \end{cases} \to \text{inverse} \begin{cases} u_x = c \\ u_y = 0 \\ u_z = 0 \end{cases}$$

3

VITA MEDIA dei MUONI

MUONI → possono avere carica + o - e decadono negli e^-, sono instabili e decadono con un tempo $\approx 10^{-6}$ s

DECADIMENTO del MUONE:

$\mu^- \rightarrow e^- + \nu_\mu + \nu_{e^-}$

$massa_\mu = 207 \, m_{e^-}$

$\tau_0 = 1{,}56 \cdot 10^{-6}$ s ⇒ tempo di decadimento

μ → arrivano tutti i giorni tramite RAGGI COSMICI sulla terra, essi non arrivano dalla nostra galassia ma da molto molto lontano a seguito di esplosione di stelle massive

Tali raggi non sono composti solo da μ, ma anche p^+

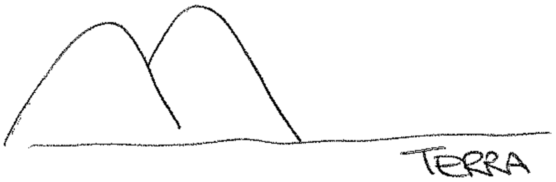
μ sono facili da rilevare perché hanno = carica degli e^-, ma massa >> grande e hanno raggio di curvatura + piccolo

ES

10 km = 10^4 m - - - - ipotizzando di avere $\mu = 10^6$

↓ $V_\mu = 0{,}98c$

DOMANDA = Quanti ne arrivano sulla terra?



$\tau = \frac{L}{V_\mu} = \frac{10^4}{0{,}98 \cdot 300 \cdot 10^6} = 34 \cdot 10^{-6}$ s

Quindi τ è >> di τ_0 quindi dovrebbero vivere ~~[illegible]~~ $(21{,}8)\tau_0$ volte in più

Infatti più che arrivano sulla terra sono molto molto pochi

$\frac{I \, (\text{sopravvivenza})}{I_0} = \underbrace{0{,}27 \cdot 10^{-6}}_{}$ = probab. di sopravvivenza

sulla terra non ne arriverebbe nemmeno uno e invece ne arrivano. Perché?

È un effetto della dilatazione dei tempi che prima abbiamo ignorato sbagliando, perché noi siamo sulla terra e μ viene verso di noi quindi in un sys di riferimento in movimento ho dilatazione dei tempi

$\Delta t(v) = \gamma(v) \, \Delta t(0) \Rightarrow \tau = \gamma \tau_0$ se $V_\mu = 0{,}98c$ allora $\gamma = 5$

quindi $T = \frac{L}{V_\mu} = 34 \cdot 10^{-6}$ s sempre = a prima ma stavolta la vita media è ≠

$\frac{21{,}8}{5} = 4{,}36$ la vita media del nostro muone e quindi c'è + prob. che raggiunga la terra

$\frac{I}{I_0} = 0{,}049$ c'è un fattore 10^6 quindi → 49.000

4

UTILIZZO gli sviluppi di Taylor

$(1+x^2)^\alpha = 1+\alpha x^2 + o(x^2)$ quindi avrei $\lim_{v/c\to 0} K(v) = mc^2\left[1+\frac{1}{2}\frac{v^2}{c^2}-1\right]$? perché?

da cui $K(v) = \frac{1}{2}\frac{v^2}{c^2} = \frac{1}{2}mv^2$ quindi $E(v) = \gamma mc^2 = K(v) + mc^2$

BILANCIO dell' ENERGIA

$K_i + m_i c^2 = K_f + m_f c^2$ i = iniziale, f = finale

ESEMPIO

$n \to p^+ + e^- + \bar{\nu}_e$

$$K_n + m_N c^2 = K_p + M_p c^2 + K_{e^-} + m_e c^2 + K_{\bar{\nu}_e} + m_{\bar{\nu}_e} c^2$$ cons. energia e quità di moto

ALTRO MODO per usare le formule

$K(v) = \frac{1}{2}mv^2 =$ metto in funzione della quità di moto $= \frac{1}{2}mv\frac{v\cdot m}{m} = \frac{p^2}{2m}$

se però uso le formule $\begin{cases} K(v) = mc^2(\gamma-1) \\ p = mv\gamma \end{cases}$ γ contiene v quindi devo mettere in funzione di p

essendo γ una radice, elevo al quadrato

$\begin{cases} K^2 = m^2c^4(\gamma^2-2\gamma+1) \\ p^2 = m^2v^2\gamma^2 \end{cases}$ devo ottenere una energia in entrambe per essere confrontabili quindi $p^2\cdot c^2$

$\begin{cases} K^2 = m^2c^4(\gamma^2-2\gamma+1) \\ p^2c^2 = m^2v^2\gamma^2c^2 \end{cases}$ ora il sys è omogeneo

$p^2c^2 - K^2 = m^2v^2\gamma^2c^2 - m^2c^4(\gamma^2-2\gamma+1)$

$p^2c^2 - K^2 = m^2c^2(\underbrace{\gamma^2v^2-\gamma^2c^2}+2\gamma c^2 - c^2)$

$= \gamma^2(v^2-c^2)$ da cui $\gamma^2 = \left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)^{-1/2\cdot 2 = -1} = \left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)^{-1} = \left(\frac{c^2-v^2}{c^2}\right)^{-1}$

quindi $\frac{c^2}{c^2-v^2}(v^2-c^2) = -1\cdot c^2 = -c^2$

quindi sostituendo ottengo $p^2c^2-K^2 = m^2c^2(-c^2+2\gamma c^2-c^2)$

$p^2c^2-K^2 = m^2c^4(-1+2\gamma-1) = m^2c^4(2\gamma-2) = 2m^2c^4(\gamma-1)$ da cui

$p^2c^2 - K^2 = 2mc^2\cdot \underbrace{mc^2(\gamma-1)}_{(=K(v)=E-mc^2)}$ quindi $p^2c^2-K^2 = 2mc^2K$

in conclusione $p^2c^2 = 2mc^2K + K^2$ abbiamo così una relazione tra K e p senza funzioni di v.

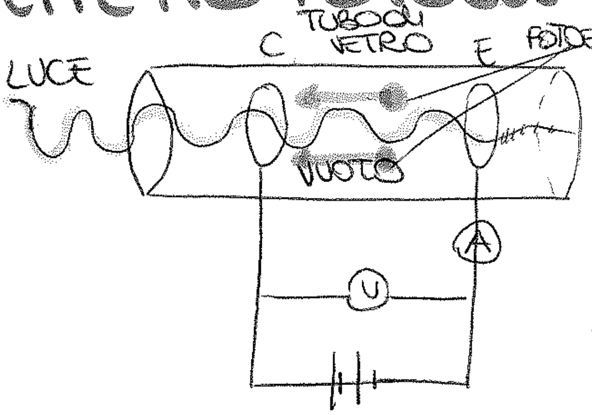
Tale relazione ci porta ad affermare che:

se $K \ll mc^2$ e siamo in condizioni non relativistiche ($v \ll c$) 5

esprime la luce come un insieme di particelle = FOTONI con massa $m_\gamma = 0$ e che viaggiano con $V_\gamma = c$ nel vuoto.
Se $m=0$ allora $E_\gamma = \sqrt{p^2c^2 + m^2c^4} = p_\gamma c$ da cui $p_\gamma = \frac{E_\gamma}{c}$ quindi $p_\gamma \neq 0$ anche se $m=0$.
Ciò però non viene verificato se guardo la relazione $p = \gamma(v) mv$ perché se $m=0$ $p=0$, ma noi dobbiamo ricordare che $\gamma(v)$ è $= V^2/c^2$ e $V \to c$ quindi avrei $0 \cdot \infty$ ed è una forma di indeterminazione che non mi può dare 0, quindi $p \neq 0$

EFFETTO FOTOELETTRICO

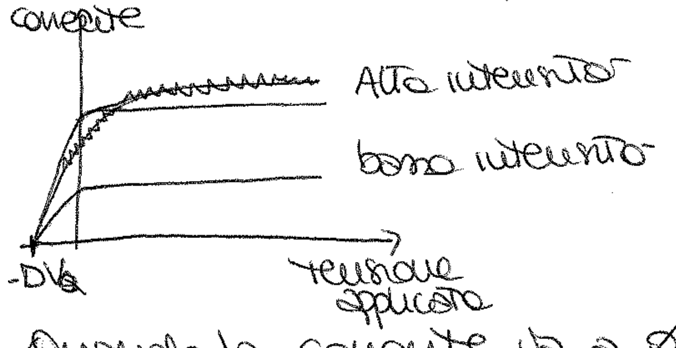
(→ è un effetto corpuscolare sulla materia)



E = placca metallica collegata al polo negativo di una batteria
C = altra placca mantenuta al potenziale positivo della batteria

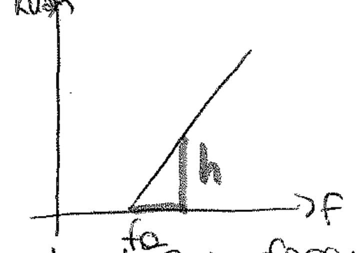
- Quando il tubo è mantenuto al buio A non rivela passaggio di corrente
- Quando luce di opportuna lunghezza d'onda illumina E $A \neq 0$ indicando che un flusso di cariche va da E a C

Per grandi valori ΔV la corrente raggiunge un valore max, e la corrente cresce al crescere dell'intensità della luce incidente
Quando ΔV è negativo, cioè quando vengono invertiti i poli della batteria per rendere E + e C −, la corrente cade a valori molto bassi poiché la > parte dei fotoelettroni emessi viene respinta dal collettore C (solo gli e⁻ con energia cinetica $> e|\Delta V|$ raggiungono C)
Quando $\Delta V = \Delta V_a$ = potenziale di arresto nessun e⁻ arriva a C



la corrente > con > dell'intensità ma raggiunge un valore di saturazione per grandi valori di ΔV
Quando la tensione è $\leq -\Delta V_a$ la corrente si annulla

Quando la corrente va a $\emptyset$ (cioè in ΔV_a) posso ricavare il valore dell'en. cinetica max $\Rightarrow \underline{K_{max} = e\Delta V_a}$
Tutte le intensità finiscono a $\emptyset$ quindi K degli e⁻ non dipende da quanta luce arriva, dipende però dalla frequenza
Infatti se > la frequenza quando sono a corrente = 0 ora sarà ≠ 0



c'è un andamento lineare tra K_{max} e frequenza → se K_{max} > allora > f.
la relazione tra K_{max} e f è data dal coeff. angolare della retta = h = COSTANTE DI PLANCK

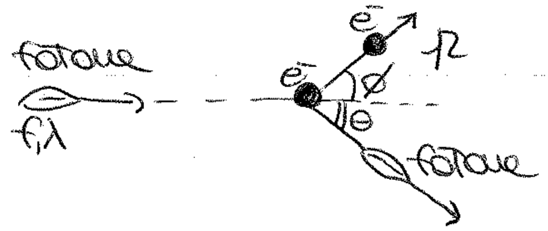
con frequenze < non ho corrente } perché non ho abb. energia per rompere i legami degli e⁻

6

FUNZIONAMENTO = il fotone colpisce l'e^-, se il fotone ha ν abb. alto (raggi X e raggi γ), l'e^- è libero di muoversi quindi abbiamo un urto; ma la $\neq$ dal modello classico è che la radiazione emessa è $\neq$ da quella incidente (inspiegabile nell'elettromagnetismo) → Tale $\neq$ dipende dall'angolo della radiazione emessa (ϕ)

ESERCIZIO → conservazione dell'E e della p

$E_i = E_f$ $\qquad f = \nu$



$$\underbrace{h\nu_0}_{=hf_0} + \underbrace{m_e c^2}_{\text{en. a riposo dell'e che è fermo}} = E_1$$

per muovere potenze troppo piccole uso l'elettronvolt = eV ⇒ $e\Delta V = K_e$

$e = 1{,}6\cdot10^{-19}\,C$ $\quad \Delta V = 1V$ $\quad$ essendo Coulomb·Volt = J allora $eV = [J]$

$1eV = 1{,}6\cdot10^{-19}\,J = K_e$ ⇒ è l'energia cinetica acquistata da l'e che si muove in un campo E uniforme sotto l'azione della ddp di 1 Volt

quindi $m_e c^2 = 0{,}5\ \underset{=10^6}{M}eV$ dove $m_e = \dfrac{0{,}5\ MeV}{300^2\ m/s}$ e $m_p \simeq m_n = \dfrac{2000\cdot 0{,}5}{c^2} \simeq 1000$ volte m_e

$$E_f = \underbrace{h\nu'}_{\text{perché è } \neq \text{ dall'iniziale}} + \underbrace{\gamma(u)}_{\text{velocità di } e^- \to \text{ perché l'} e^- \text{ si è spostato}} \cdot m_e c^2$$

quindi la 1ª equazione di conservazione dell'energia è:

$$\underbrace{h\nu + m_e c^2}_{=E_i} = \underbrace{h\nu' + \gamma(u) m_e c^2}_{=E_f}$$

prendo come sys $y \uparrow \ \longrightarrow x$ e valuto nelle 2 direzioni la p:

LUNGO X $\qquad \underbrace{\dfrac{h\nu_0}{c}}_{p_i} = \underbrace{\dfrac{h\nu'}{c}\cos\theta}_{p_f \text{ fotone}} + \underbrace{\gamma(u) m_e u \cos\phi}_{p_f \text{ dell'} e^-}$

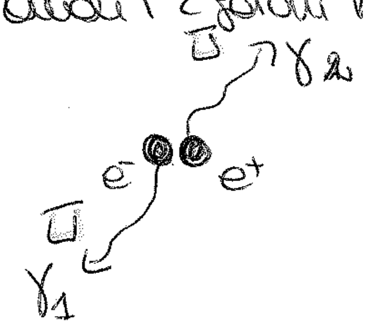
perché e^- è fermo

LUNGO Y $\qquad \underset{\text{perché il fotone è nella direzione x}}{0} = \overbrace{-\dfrac{h\nu'}{c}\operatorname{sen}\theta}^{p_f\text{ fotone}} + \overbrace{\gamma(u) m_e u \operatorname{sen}\phi}^{p_f \text{ dell'} e^-}$

(−: convenzione per il sys di riferimento preso)

7

Quindi i 2 fotoni hanno p = e opposto $\vec{p}_{\gamma_1} = -\vec{p}_{\gamma_2}$ quindi con modulo =



Non so la direzione, ma sicuramente sono opposte

vengono emessi con quale energia?

p dipende da ν e se i moduli sono = allora ν con cui saranno emesse sono =

$$\frac{h\nu_1}{\cancel{c}} = \frac{h\nu_2}{\cancel{c}} \Rightarrow \nu_1=\nu_2 \text{ che chiamiamo } \bar{\nu}$$

Dall'eq. della conservazione dell'Energia trovo ν

$$m_ec^2 + m_ec^2 = h\nu + h\nu \Rightarrow \cancel{2}m_ec^2 = \cancel{2}h\nu \Rightarrow \nu = \frac{m_ec^2}{h} = \frac{0{,}8\ MeV}{6{,}63\cdot 10^{-34}\ J}$$

quindi $\nu = 7{,}54\ eV/Js$

Ricavo $|p| = \frac{h\nu}{c}$

FORMULE TROVATE RIASSUNTO:

$$\begin{cases} m_\gamma = 0 \\ E_\gamma = h\nu \\ p_\gamma = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda} \end{cases}$$

e scoperta della doppia natura ondulatoria e corpuscolare della luce e ~~degli~~ anche degli e^-

MODELLI dell' ATOMO

L'Atomo è complessivamente neutro, ma all'interno ha delle cariche

Gli atomi hanno un n° ATOMICO = n° di e dell'atomo

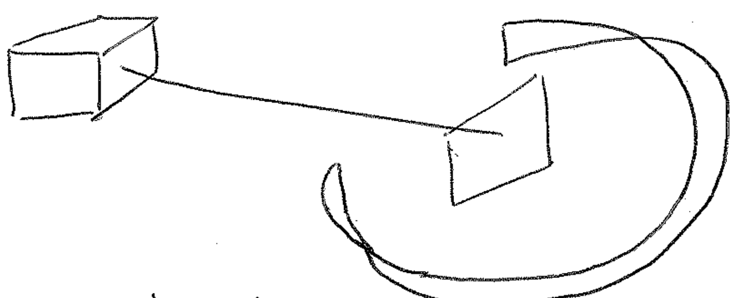
1° MODELLO = Thompson

Non può funzionare

2° MODELLO = Rutherford

Ipotizza che l'atomo abbia un nucleo centrale dove è concentrata la materia e gli e^- orbitano fuori e infatti hanno 2000 volte una massa minore di p^+ e n^0

ESPERIMENTO: Egli prende una sostanza radioattiva che emette particelle α su una targhetta d'oro

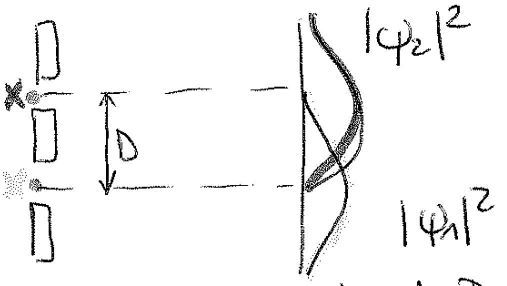


$${}^{A}_{Z}X' \longrightarrow {}^{A-4}_{Z-2}X + \alpha$$

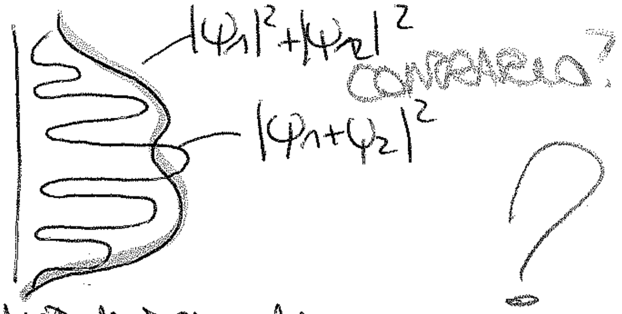
$$\alpha = {}^{4}_{2}He$$

quindi $\begin{cases} A \text{ deve} < \text{di } 4 \\ Z \text{ deve} < \text{di } 2 \end{cases}$

E nota che alcune particelle passano attraverso, come x il modello di Thompson, altre tornano indietro e vengono deviate con un certo angolo molto ampio (da qui ip. che massa concentrata nel nucleo) 8



sono le distribuzioni di probabilità di trovare l'e⁻ con una sola fenditura aperta



distribuzione di probabilità di trovare l'e⁻ con entrambe le fenditure aperte

↳ Non è la somma delle prob ma il modulo ~~del quadrato della somma~~ del quadrato della somma

PER LE ONDE

$E_1 = E_{01}\cos(kx-\omega t)$

$E_2 = E_{02}\cos(kx-\omega t+\phi)$

avrò interferenza quando $\phi=0$

$I \propto E^2$ oppure ad B^2 perché $E^2 \propto B^2$

quindi { l'onda 1 avrò $I_1 \propto E_1^2$
l'onda 2 avrò $I_2 \propto E_2^2$

Quindi l'intensità dell'onda che arriva sullo schermo non è la somma delle 2 intensità, ma è $I = (E_1+E_2)^2$ = somma delle ampiezze al quadrato (perché ≠ di fase)

PER GLI e⁻ → anche per loro il ragionamento è uguale, non si parla di intensità, ma di ampiezze di probabilità di trovare l'e⁻ in un certo punto

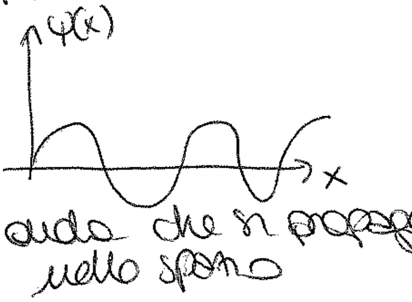
(altra analogia tra onde ed e⁻)

$I \propto E^2 \propto N \to N \propto E^2$

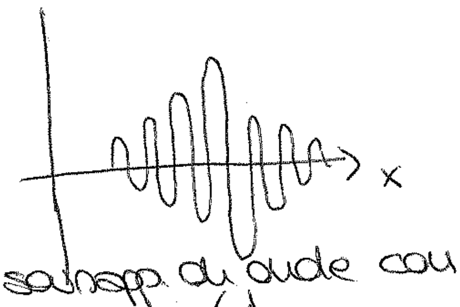
N → n° di e⁻

ψ = funzione d'onda = esprime la posizione dell'e⁻

$|\psi|^2$ è la prob. di trovare e⁻ in quel punto



onda che si propaga nello spazio



sovrapp. di onde con ≠ λ

MICROSCOPIO ELETTRONICO → sfrutta la natura ondulatoria degli e⁻ usando la relazione di DeBroglie (USO RAGGI X) possiede un potere risolutivo 100 volte > di più alto

9

- Gli e^- non si comportano su scala subatomica come delle particelle, ma + come un'onda → basato sulla relazione di Debroglie se $m_\gamma = 0$

$$p_\gamma = \frac{h}{\lambda}$$ così ottengo una info tipica delle particelle

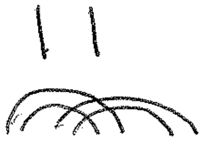
Debroglie inverte la relazione $\lambda = \frac{h}{p_\gamma}$ concettualmente difficile
(se $m \neq 0$ $p = mv$ con $v \gg$ $p = \gamma m v$)
Qualche anno dopo Davisson - Gaimer verificarono però concetto tramite le figure di diffrazione → ottenendo dei λ propri della relazione di Debroglie, con tali λ ottengo dei precisi valori di max o min primari o secondari
Da qui il funzionamento anche del microscopio elettronico con potere risolutivo $\alpha \propto \lambda$

FENDITURA QUADRATA $\theta_{min} = \frac{\lambda}{a}$

FENDITURA CIRCOLARE $\theta_{min} = 1{,}22 \frac{\lambda}{D}$

- Cosa viene notato nel passaggio di un oggetto materiale, un'onda e gli e^- attraverso 2 fenditure:

oggetto materiale — 2 strisce distinte
onda — interferenza



e^-

Non ottengo solo 2 immagini, ma ottengo più immagini di diffrazione perché ho interferenza però vuol dire che si comportano come le onde

ESERCIZIO
e^- accelerati con 50 KeV = K
λ? degli e^-

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{\sqrt{2mK}} = \frac{6{,}63 \cdot 10^{-34}\ J \cdot s}{\sqrt{2 \cdot 9 \cdot 10^{-31} kg \cdot 50 \cdot 10^{3}\ eV \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}\ C}} = 5{,}5 \cdot 10^{-12} m$$

$E = \frac{1}{2} m v^2$ perché non uso più relativistico? perché $K \ll m_e c^2$
che è $= 0{,}5$ MeV quindi posso usare $K = \frac{1}{2} m v^2$
$p^2 c^2 = K^2 + 2mc^2 K$ quindi $K \ll m_e c^2$ è trascurabile
$p^2 = 2mK \Rightarrow p = \sqrt{2mK}$ K = Energia cinetica = E

$eV \cdot C = J$ conversione $\Rightarrow eV \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19} C \Rightarrow J$

10

quindi per ricordarlo più facilmente

$$\lambda_e \begin{cases} \dfrac{\hbar}{\sqrt{2mK}} \\ \dfrac{\hbar}{K} \end{cases}$$

ho diviso per 2π $\quad \hbar c = 197{,}3$ MeV·fm

Se λ è dell'ordine di 1fm (anche se ho / per 2π, ho diviso num quindi il rapporto non cambia) allora K è dell'ordine di 197 MeV ecco perchè $m_ec^2 \ll K \Rightarrow$ RELATIVISTICO

Quindi per conoscere i nuclei devo fornire proprio 197 MeV

K e potevo ricavarlo anche dal principio di indeterminazione

$\Delta x \Delta p \simeq h$ come ordine di grandezza

$\Delta p \simeq \frac{\hbar}{\Delta x}$ moltiplico per c per avere una energia

$$c\Delta p \simeq \frac{\hbar c}{\Delta x} = \frac{200\,\text{MeV}\cancel{\text{fm}}}{1\,\cancel{\text{fm}}} \simeq 200\,\text{MeV} = 197{,}3\,\text{MeV} \quad \boxed{K_e \simeq 200\,\text{MeV}}$$

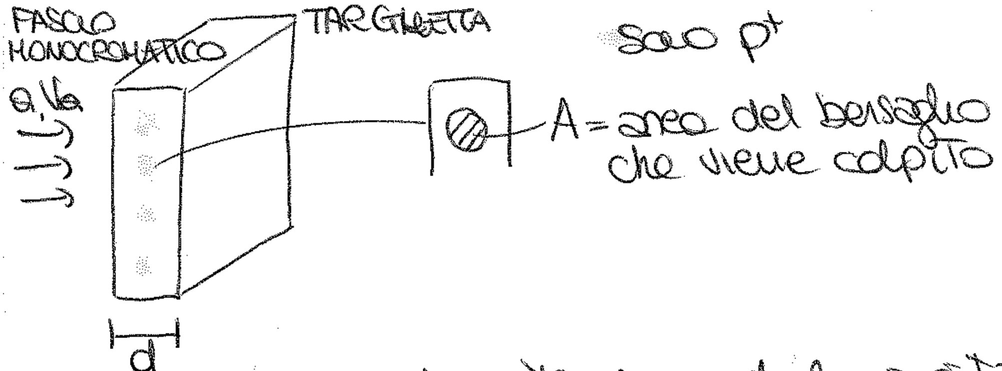
Come possiamo conoscere il nucleo e gli e?

Rutherford nel suo esperimento misura le particelle α rispetto ad un certo angolo, gli deviate interagiscono le altre no.

ES. $\quad a + b \rightarrow a' + b'$ cioè è un <u>URTO</u>

stessa cosa succede tra e e nucleo, primo nucleo fermo, l'e lo colpisce ed entrambi avranno K (urto elastico)

Viene così studiata la **SEZIONE d'URTO**



la probabilità di interazione degli e è tanto > più + bersagli saranno presenti sulla targhetta

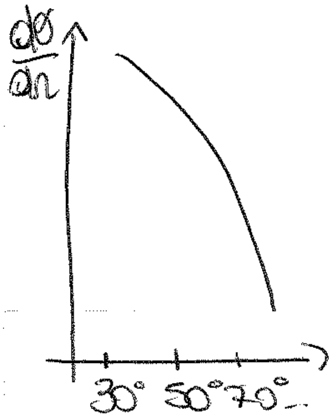
ϕ_a = flusso di particelle per unità di tempo e superficie $= n_a \cdot V_a$

V_a: nel nostro caso esemplificato $\simeq$ costante

N_b = n° di particelle bersaglio $= n_b \cdot A \cdot d$

n_b: n° di p^+ per unità di volume

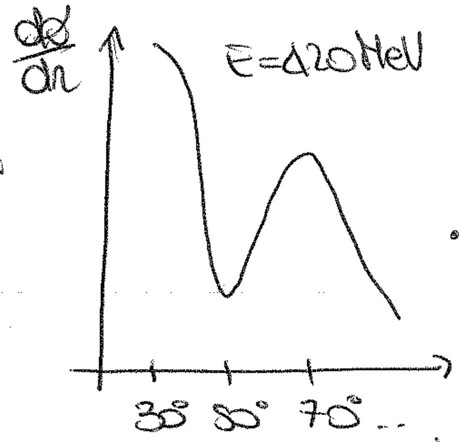
cioè a causa di ciò non avrò un andamento regolare



Nucleo puntiforme
cioè $|F(q)|^2 = 1$

ma avrò un andamento con dei max o min

ES. ^{12}C



- Ho degli effetti diffrattivi
- Non ho degli zeri quindi non è una carica puntiforme

Nucleo con all'interno delle cariche $|F(q)|^2 \neq 1$

Quindi vediamo un nucleo con dimensioni finite

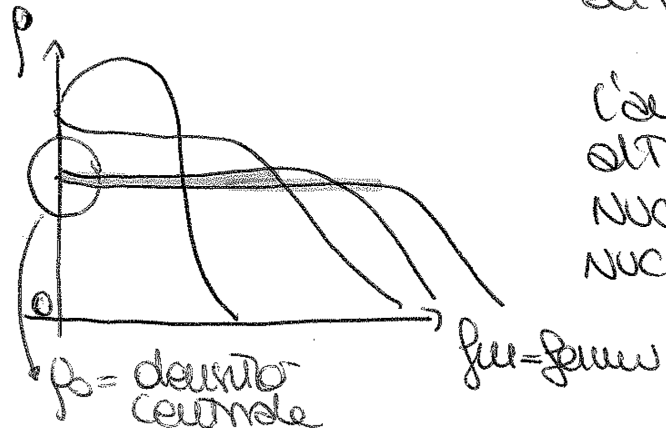
$|F(q)|^2$ misuro più volte, ne lo ricavo ⇒ è la distribuzione delle cariche elettriche

$d \propto \lambda_e$
$\lambda_e = h/p_e$

quindi avremo la distribuzione per i ≠ nuclei

$|F(q)|^2$ dipende da
$$\underbrace{\rho(r) = \frac{\rho(0)}{1+e^{\frac{(r-c)}{a}}}}_{\text{è la probabilità di densità di trovare la carica nel nucleo}} \Rightarrow \text{distribuzione radiale}$$

Eq parametrica



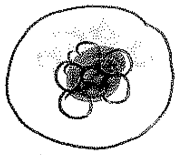
L'andamento è diverso in base al tipo di nucleo
NUCLEI LEGGERI → andamento a campana
NUCLEI MEDIO-PESANTI → tende ad avere prima un andam. costante, va a quando $\rho \to 0$

andamento quasi costante
Quindi si può concludere che il nucleo è formato da tante cariche
che ⇒ confermato dai metodi di diffrazione che otteniamo, e
tramite tali fenomeni possiamo conoscere la struttura del nucleo
Riprendiamo l'EQ. PARAMETRICA → è 1 funzione di distribuzione di Fermi

c = parametro legato al valore in cui ρ decresce (= si dimezza)
Per r = c la ρ si dimezza → $\rho(r) = \frac{\rho(0)}{1+e^{\frac{(r-c)}{a}}}$

12

NUCLEI? Prendiamo un nucleo



puntiforme
se io > il n° di costituenti
puntiforme non cambia
cioè non se ne accorge

Allora ciò ci porta a dire che le forze nucleari sono a corto raggio e attrattive rispetto alle dimensioni del nucleo

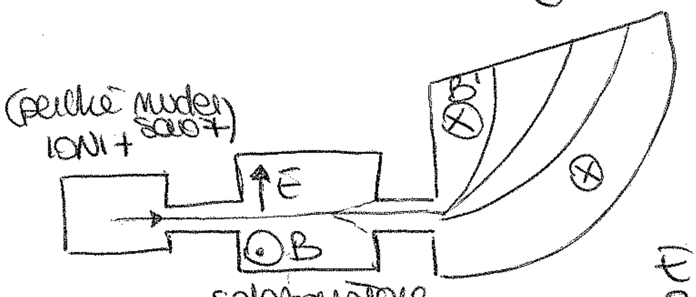
Se sono a + di 1-2-3 fm non mi accorgo dell'> di costituenti

PERCHÉ A ∝ massa? valutiamo le masse dei nuclei

A ∝ massa, tramite lo spettrometro di massa

carica TOT atomo = 0, ma nel nucleo abbiamo una zona di concentrazione di carica, ma la carica TOT è = 0

$$Q = \frac{\text{CARICA}}{\text{TOT}} = 0 = -Ze\big|_{e^-} + Ze\big|_{\text{nucleo}}$$



selezionatore di velocità del fascio

risultato dei raggi di curvatura
∃ una forza centripeta
$m\frac{v^2}{R}$ perché $v = \text{cost}$

E = campo elettrico (le devia verso l'alto)
B = campo magnetico (" " verso il basso)

Con l'azione delle 2 forze dei campi si annulla e gli ioni possono proseguire rettilineamente

Allora posso dire che gli ioni proseguono se

$qE = qvB$ da cui ricavo la v per il selezionatore di velocità

$v = \frac{\cancel{q}E}{\cancel{q}B} = \frac{E}{B}$ è il valore per cui la traiettoria rimane rettilinea

$\frac{mv^{\cancel{2}}}{R} = q\cancel{v}B'$ da cui $v = \frac{qB'R}{m} \Rightarrow m = \frac{qB'R}{v}$ dove $v = \frac{E}{B}$ quindi

$m = \frac{qB'RB}{E}$. R è il raggio di curvatura (posso misurarlo)
q la conosco
E, B, B' li calcolo e così ho la massa

quindi $R = r_0 A^{1/3}$ A ∝ n° di massa

$m_{p^+} \simeq 2000\, m_{e^-}$ quindi $m_e c^2 = 0{,}5$ MeV quindi $m_{p^+} c^2 \simeq 1000$ MeV

in realtà + preciso $m_{p^+} c^2 = 930$ MeV

Quindi dall'e⁻ mi sono accorta che ∃ i p⁺ quindi il n° di massa coincide con il n° di p⁺ quindi A ≃ Z però se andiamo a fare le misure dovremmo avere $M(A) \simeq Z M_{p^+}$ invece otteniamo $\frac{M(A)}{2} \simeq Z M_{p^+}$

cioè la metà. (Z = n° di protoni)

13

RIASSUMIAMO

A è strettamente legato alla massa del nucleo

$\underline{M(A)} = A M_{p^+}$
massa del nucleo

$Q = Ze$ = carica del nucleo   Z vale = ad A no $Z = A/2$

Allora come arrivo a Z? ipotizzo degli e^-, ma non è possibile che stiano all'interno del nucleo perché massa <<< piccola e verrebbero sbalzati fuori, allora vengono così scoperti dei neutroni

$^4_2\alpha + ^9_4Be \rightarrow ^{12}_6C + n$ $M_n \simeq M_{p^+}$ quindi $N = A - Z$ da cui $A = N + Z$
$\hookrightarrow = 939\,MeV$

• Da $R = r_0 A^{1/3}$ si deduce una cosa molto importante per le forze nucleari, cioè $\rho = A/V$ = cost quindi le forze nucleari sono a corto raggio

Forze nucleari →
- a corto raggio
- attrattive
- positive
- molto + intense di quella elettromagnetica
- si esauriscono in fretta = si saturano

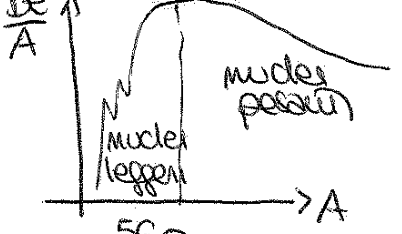
ENERGIA di LEGAME dei NUCLEI

è l'energia media che ogni nucleo risente nell'atomo. Più sarà grande e + sarà difficile estrarre il nucleone dal nucleo
nucleone → particella nucleare: p^+ o n

$A = N + Z$ il nucleo è identificato da almeno 2 parametri e il 3° è dipendente

$M_N(A,Z)c^2 - (ZM_{p^+} + NM_n)c^2 = 0$ invece non lo è perché? perché noi prima abbiamo usato delle relazioni non relativistiche per giungere a ciò

B.E. = energia di legame, che è sempre < 0



andamento energia di legame in andata diviso il n° di nucleoni

$\frac{BE}{A} \Rightarrow$ così ottengo l'energia per ogni nucleo = energia di legame media di 1 nucleone per un determinato nucleo

zone ampie ≥ costanti

^{56}Fe
è il MAX

è il max valore in ^{56}Fe di energia di legame media quindi estrarre un nucleone ci costa molto

14

$$B.E. = -a_v A + a_{sup} A^{2/3} + a_{sim} \frac{(N-Z)^2}{A} + a_{coulomb} \frac{Z^2}{A^{1/3}} + \Delta_{pairing}$$

* a_v = termine di volume
Il segno è negativo perché l'en. di legame è negativa, poi sappiamo che è $\propto A$

$V \propto A$, $R \propto A^{1/3}$ $\Rightarrow$ $\rho = \frac{A}{V} = cost$

più di un certo valore BE non può > anche se > il n° di nucleoni perché rimane costante
• fissando a_v riproduco il grafico nelle ≠ zone costanti

* Nei nuclei leggeri (non essendoci andamenti ≃ costanti) il termine che < BE è un termine di superficie con valore > 0 perché i nucleoni superficiali pesano di + essendo − legati al nucleo
Nei nuclei pesanti avranno + imp. quelli di volume in quelli leggeri viceversa gli superficiali saranno + pesanti

$S \propto R^2$, $R^2 \propto A^{2/3}$ è + facile strappare il nucleone sup. di gli interno

superficie

* se le forze nucleari sono + forti per nuclei simmetrici allora devo penalizzare una situazione di non simmetria

$a_s \frac{(N-Z)^2}{A}$ ≠ 0 quando $N \neq Z$ ed è = 0 quando $N = Z$

* $a_{coul.}$ dipende dalla forza coulombiana che dipende dall'> del n° di p^+ nei nuclei pesanti

* $\Delta_{pairing}$ = di accoppiamento → è 1 conseguenza • Ha una conseguenza microscopica

può essere attrattivo o repulsivo

$-\lvert\delta\rvert$	0	$+\lvert\delta\rvert$
attrattivo	A dispari	repulsivo
A pari	Z = pari, N = dispari o VS	A = pari
Z = pari		Z = dispari
N = ~~dispari~~ pari		N = dispari

$\delta \in \mathbb{R} > 0$
$\delta \simeq 1,1\ MeV$

Ha un premio di energia quando Z e N sono pari

ESEMPIO $^{238}_{92}U$, $^{235}_{92}U$ sono isotopi ma solo ^{238}U ha A = pari, Z = pari, N = pari
l'altro NO!

Tali valori (a_v, a_s ..) hanno +o− rilevanza in base alla zona in cui si trovano nel grafico

15

da cui $a_{coul.} = \frac{3}{5}\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{e^2}{r_0}$

ora uso i dati dell'esercizio
r_0 è dato in fm quindi moltiplico e divido per $\frac{\hbar c}{\hbar c}$

$$a_c = \frac{3}{5}\underbrace{\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0\hbar c}}_{=1/137}\cdot\frac{\overbrace{\hbar c}^{=197{,}3\ MeV\,fm}}{\underbrace{r_0}_{=1{,}12\ fm}} = 0{,}77\ MeV$$

Se A è fissato qual'è Z che rende il nucleo + stabile (cioè con massa + piccola) cioè minimizza BE?
l'espressione trovata prima di BE con coeff a la posso esprimere anche non in funzione delle energie per avere le masse

$b_1 = \frac{a_1}{c^2}$

perchè $N \Rightarrow A = N + Z$ quindi $N = A - Z$ quindi $(N - Z) = (A - 2Z)$

$$\frac{BE}{c^2} = M = -b_v A + b_s A^{2/3} + b_c \frac{Z^2}{A^{1/3}} + b_{sim}\frac{(A-2Z)^2}{A} + D_{pairing}$$

(ho diviso per c^2)

essendo una parabola cerco il minimo

$\left.\frac{\partial M}{\partial Z}\right|_{A=cost} = 0$ quindi derivo l'espressione sopra rispetto a Z

$BE = -\left(Z(M_{p^+} + m_e) + \underset{=Z}{N} M_n\right)$ quindi

$$(M_{p^+} + m_e) + M_n + b_c\frac{Z}{A^{1/3}}\cdot 2 + b_{sim}\frac{(A-2Z)}{A}\cdot(-2)\cdot 2 = 0$$

metto in evidenza Z

$$\left(2b_c A^{-1/3} + 8 b_{sim} A^{-1}\right) Z_m = M_n - M_{p^+} - m_e + 4b_{sim}$$

da cui ~~trascurabile rispetto a b_{sim}~~

$$Z_m = \frac{\cancel{M_n - M_{p^+} - m_e} + 4b_{sim}}{2b_c A^{-1/3} + 8b_{sim} A^{-1}} \quad \text{divido per } 4 \quad = \frac{b_{sim}}{\frac{1}{2}b_c A^{-1/3} + 2b_{sim}A^{-1}}$$

metto in evidenza A/2 e divido per b_{sim}

$$Z_m = \frac{A}{2}\frac{1}{1 + \frac{b_{coul}}{4b_{sim}}A^{2/3}}$$

fissato A per avere un nucleo stabile

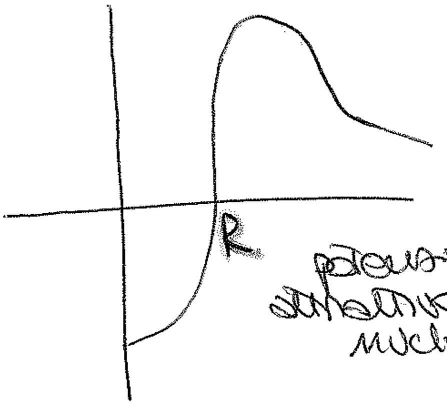
$$Z_m \begin{cases} A/2 & \text{se } \frac{b_c}{4b_{sim}}A^{2/3} \simeq \text{trascurabile} \\ < A/2 & \end{cases}$$

Ho confrontato più nuclei si discostano dalla situazione di simmetria

16

Per andare al R maggiori devo superare la barriera potenziale di 30-40 MeV

$$\begin{cases} A \simeq 200 \\ R = r_0 A^{1/3} \end{cases}$$ per calcolarlo



EFFETTO TUNNEL

quando c'è vai ho en. per superare la barriera, va posso lo stesso (vale su scala subatomica)

Il nucleo figlio si alleggerisce di carica coulombiana perché < n° di p^+, quindi < coul.

Trovare K_α e ... = fissato X e X'

CONS. ENERGIA

$$M_{X'}c^2 = M_X c^2 + M_\alpha c^2 + K_X + K_\alpha$$

CONS. P

$$0 = \vec{P}_X + \vec{P}_\alpha$$ da cui ottengo che $|\vec{P}_X| = |\vec{P}_\alpha|$ stessa direzione e verso opposto

$$Q = (M_{X'} - M_X - M_\alpha)c^2 = K_X + K_\alpha > 0$$ perché il decadimento radioattivo avviene solo se $K_X + K_\alpha > 0$ quindi $Q > 0$ $\Rightarrow M_{X'} - M_X > 0$

↓ è una prova di moto

$$Q = \frac{P_X^2}{2M_X} + \frac{P_\alpha^2}{2M_\alpha} = \underbrace{\frac{P_\alpha^2}{2M_\alpha}}_{K_\alpha}\left(1 + \frac{M_\alpha}{M_X}\right)$$ perché $|P_X| = |P_\alpha|$

$$\left(\frac{M_\alpha}{M_X} = \frac{4}{A_X = A-4} = \frac{4}{A-4} \text{ fissato X conosco}\right)$$

Sono non relativistiche, va bene? È approssimativo $K_\alpha \simeq 5\,MeV \ll m_\alpha c^2$

Quindi

$$K_\alpha = \frac{Q}{\left(1 + \frac{M_\alpha}{M_X}\right)}$$

$$\begin{cases} M_\alpha = 4000 \\ M_X = 200 \cdot 1000 \\ \text{quindi } \frac{M_\alpha}{M_X} \to 0 \end{cases}$$ $\Rightarrow$ quindi $K_\alpha \simeq Q$ quindi si prende quasi tutta l'en. cinetica

$K_\alpha \neq$ da Q per una correzione di $\left(1 - \underbrace{\frac{M_\alpha}{M_X}}_{<1}\right)$

ESEMPIO di decadimento

$$^{226}_{88}Ra \to ^{222}_{86}Rn + \overset{\uparrow K_\alpha = 4-5\,MeV}{\alpha} \quad \Big\} \; T_{1/2} = 1600\,y$$

y = anni

= radio   = radon

(presente nel calcestruzzo-cemento) ↳
- gas nobili chimicamente inerte = nessuna cost.
- gas pesante
- imp. per la radioattività umana

17

quindi ho un guadagno energetico

ESERCIZIO (per far vedere che non vale solo per decadimento α)

$${}^{235}_{92}U \rightarrow {}^{87}_{35}Br + {}^{145}_{57}La + 3n$$

non è A/2 come abbiamo prima spiegato

bombardato da neutrone e fissionabile

Quanta energia viene liberata?

$$Q = \left(M({}^{235}U) - M({}^{87}Br) - M({}^{145}La) - 3M_n\right)c^2 > 0$$

supponiamo di non conoscere le masse e quindi cerco BE
(i neutroni sono liberi non hanno B.E.)

quindi $Q = |BE|_{Br} + |BE|_{La} - |BE|_U =$

$$\begin{cases} a_V = 15{,}67\ MeV \\ a_{sup} = 17{,}23\ MeV \\ a_C = 0{,}7\ MeV \\ a_{sim} = 23\ MeV \\ D_{pairing} \simeq 0 \end{cases}$$

$$BE = \underbrace{-15{,}67}_{=a_V} \cdot A + \underbrace{17{,}23}_{=a_{sup}} A^{2/3} + \underbrace{23}_{=a_{sim}} \frac{(N-Z)^2}{A} + \underbrace{0{,}7}_{=a_C} \frac{Z^2}{A^{1/3}} + \cancel{D_{pair}} \simeq 0$$

$$BE|_{Br} = -15{,}67 \cdot 87 + 17{,}23\ 87^{2/3} + 23 \frac{((87-35)-35)^2}{87} + 0{,}7 \frac{35^2}{87^{1/3}} = -755\ MeV$$

$$BE|_{La} = -15{,}67 \cdot 145 + 17{,}23 \cdot 145^{2/3} + 23 \frac{((145-57)-57)^2}{145} + 0{,}7 \frac{57^2}{145^{1/3}} = -1211\ MeV$$

$$BE|_U = -15{,}67 \cdot 235 + 17{,}23 \cdot 235^{2/3} + 23 \frac{((235-92)-92)^2}{235} + 0{,}7 \frac{92^2}{235^{1/3}} = 1812\ MeV$$

$$Q = |BE_{Br}| + |BE_{La}| - |BE_U| = 755\ MeV + 1211\ MeV - 1812\ MeV = 154\ MeV$$

Nei decadimenti α l'En. K rimane costante $\rightarrow$ posso utilizzare l'energia ~~per~~ altro

${}^{238}Pu$ ($T_{1/2} = 87$ anni) è artificiale ${}^{238}_{94}Pu \rightarrow {}^{234}_{92}U + {}^{4}_{2}\alpha$

$K_\alpha = 5{,}6\ MeV$

1 grammo di Pu che potenza mi da?

ogni decadimento emette energia $\rightarrow \left[\frac{n° \text{ di decad}}{\text{tempo}} \cdot \text{energia di 1 decadim.}\right]$

$$\text{ATTIVITÀ} = \lambda N = \frac{0{,}693}{T_{1/2}} \cdot \frac{N_A}{238} \cdot \underbrace{1}_{\text{grammo}} = 6 \cdot 10^{11} \frac{dec}{s}$$

18

$M_{Pu} = \frac{N_0}{N_A} \cdot 238,05 = 7,315\ g = 7,315\ Kg$

ESERCIZIO

$^{205}Pb\ (\tau = 1,53 \cdot 10^7 y)$ $\quad$ ^{204}Pb (stabile $= \tau = \infty$)

$\tau = 1/\lambda$

$\underbrace{\frac{n_{205}(t)}{n_{204}(t)}}_{\text{rapporto dei n° atomici}} = 2 \cdot 10^{-7}$ con TDO quindi è costante

tempo formazione pianeta erano presenti = quantità

Età del pianeta? $\quad t=0 \quad N_0(205) = N_0(204)$

$N_0(205) = N_{0_{205}} e^{-\lambda T}$
$N_0(204) = N_{0_{204}} e^{-\lambda T}$ $\Rightarrow N_{b205} \cdot e^{-\frac{T_x}{\tau_{205}}} = N_{b204}\, e^{\cancel{\frac{T_x}{\infty}}} = 0$

$\frac{N_{b204}}{N_{b205}} = e^{-\frac{T_x}{\tau_{205}}} \Rightarrow \ln \frac{N_{b204}}{N_{b205}} = -\frac{T_x}{\tau_{205}} \Rightarrow -\ln \frac{N_{b204}}{N_{b205}} \cdot \tau_{205} = T_x$

$T_x = 2,36 \cdot 10^8\ y$

DECADIMENTI β

la particella β è l'e^- o l'e^+, l'e^- non è all'interno del nucleo, mentre α (tramite effetto tunnel) si trovava all'interno.

K_α = sempre la stessa $= (Q / 1 + \frac{M_\alpha}{M_x})$ a fissata reazione

K_β = varia

DECAD. β^-

$^A_Z Y' \rightarrow {}^A_{Z+1} Y + e^-$

DECAD. β^+

$^A_Z Y' \rightarrow {}^A_{Z-1} Y + e^+$

se fosse così sarebbe molto simile a quello che abbiamo studiato x il dec. α

~~DECAD. β+~~

Studiamo un CASO PARTICOLARE

$n \rightarrow p + e^-$ applichiamo le leggi di conservazione

$\underbrace{M_n c^2}_{\text{No } K_n \text{ perché fermo}} = M_p c^2 + M_e c^2 + K_p + K_e$ quindi $Q = M_n c^2 - M_p c^2 - m_e c^2 = K_p + K_e$

Se fosse così allora l'e^- avrebbe sempre = en. cinetica e avrebbe

Cost perché il ^{14}C decade in Atm, ma allo stesso tempo viene rigenerato tramite i raggi cosmici che riproducono ^{14}C tanto quanto ne decade
Dentro CO_2 c'è anche ^{14}C radioattivo quindi quando la pianta viene tagliata decresce nel tempo la quantità di ^{14}C => calcolo l'età

ESERCIZI ESAME

1° PROVA ESAME

$E = \gamma(v) Mc^2 \qquad p = \gamma(v) Mc \qquad \gamma(v) = \left(1 - v^2/c^2\right)^{-1/2}$

relazione relativistica tra K e p

$K = E(v) - mc^2 = E(v) - E(0) \Rightarrow K = mc^2 (\gamma(v) - 1)$

quindi ho:

$$\begin{cases} K = mc^2(\gamma(v) - 1) \\ p = \gamma(v) m\cancel{v} \end{cases}$$

all'interno di γ contiene v quindi cerco di mettere in funzione di p

$\gamma(v)$ è una radice → elevo al quadrato

$$\begin{cases} K^2 = m^2c^4(\gamma^2 - 2\gamma + 1) \\ p^2 = \gamma^2 m^2 v^2 \end{cases}$$

devo avere in entrambe una energia per poterle confrontare

$$\begin{cases} K^2 = m^2c^4(\gamma^2 - 2\gamma + 1) \\ p^2c^2 = \gamma^2 m^2 v^2 c^2 \end{cases}$$

ora è 1 sys omogeneo quindi

$$p^2c^2 - K^2 = \gamma^2 m^2 v^2 c^2 - m^2c^4(\gamma^2 - 2\gamma + 1)$$
$$p^2c^2 - K^2 = m^2c^2(\gamma^2 v^2 - c^2(\gamma^2 - 2\gamma + 1))$$
$$p^2c^2 - K^2 = m^2c^2(\gamma^2 v^2 - c^2\gamma^2 + 2\gamma c^2 - c^2)$$

$$\gamma^2 = \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{-\frac{1}{2}\cdot 2 = -1} = \left(\frac{c^2 - v^2}{c^2}\right)^{-1}$$

quindi

$$p^2c^2 - K^2 = m^2c^2\left(\gamma^2(v^2 - c^2) + 2\gamma c^2 - c^2\right) = m^2c^2\left(\left(\frac{c^2}{\cancel{c^2 - v^2}}\right)\left(\cancel{v^2 - c^2}\right)^{-1} + 2\gamma c^2 - c^2\right)$$
$$p^2c^2 - K^2 = m^2c^2(-c^2 + 2\gamma c^2 - c^2) = m^2c^2(-2c^2 + 2\gamma c^2)$$
$$p^2c^2 - K^2 = m^2c^4(-2 + 2\gamma) = 2m^2c^4(\gamma - 1)$$
$$p^2c^2 - K^2 = 2mc^2 \cdot \underbrace{mc^2(\gamma - 1)}_{=K} \Rightarrow p^2c^2 - K^2 = 2mc^2K$$

da cui

$$p^2c^2 = 2mc^2K + K^2$$

[illegible]

$K = E - mc^2 \qquad E(p)?$

20

2) pr. di indet. per stimare K min che deve avere un e- all'interno di un nucleo con dimensioni ≃ 10 fm

$\Delta x \Delta p \geq \frac{\hbar}{2}$ $\qquad \hbar \Rightarrow \frac{h}{2\pi}$

$\Delta p \geq \frac{\hbar}{2\Delta x}$ voglio K che è = $c\Delta p$

$c\Delta p \geq \frac{\hbar c}{2\Delta x} \Rightarrow K_{min} \geq \frac{197{,}3\ MeV\cdot fm}{2\cdot 10\ fm} = 9{,}87\ MeV$

3) ^{212}Po decade in ^{208}Pb emettendo α con $K_\alpha = 8{,}784$ MeV
energia di rinculo del ^{208}Pb?
massa ^{212}Po ↳ K_{Pb}

$\left(\begin{array}{l} M_{208Pb} = 207{,}98\ u \\ M_\alpha = 4{,}00\ u \end{array} \right)$

$$^{212}_{Z}Po \rightarrow {}^{208}_{Z-2}Pb + {}^{4}_{2}\alpha$$

$$K_\alpha = \frac{Q}{1+\frac{M_\alpha}{M_{Pb}}} \Rightarrow Q = K_\alpha\left(1+\frac{M_\alpha}{M_{Pb}}\right) = 8{,}95\ MeV$$

$$Q = M_{Po} - M_{Pb} - M_\alpha = K_{Pb} + K_\alpha$$

$Q = K_{Pb} + K_\alpha \Rightarrow Q - K_\alpha = K_{Pb}$ = energia di rinculo

$K_{Pb} = 8{,}95 - 8{,}784 = 0{,}166\ MeV$

4) l'energia di legame è l'energia media che ogni nucleo riceve nell'atomo
Più sarà grande e + sarà difficile estrarre l'atomo (BE<0 sempre)

$$B.E. = -a_V A + a_{sup} A^{2/3} + a_C \frac{Z^2}{A^{1/3}} + a_{sim} \frac{(A-2Z)^2}{A} + D_{pairing}$$ = termine di accoppiamento alternativo

- $-a_V A$: perché $V \propto A$, $R \propto A^{1/3}$
- $a_{sup} A^{2/3}$: perché $S \propto R^2$, $R^2 \propto A^{2/3}$
- a_C: dovuto alle forze coulombiane
- a_{sim}: quando il nucleo sim = 0 se no sarà penalizzato
- $D_{pairing}$:
  - $-|\delta|$ A = pari, Z e N pari
  - 0 A dispari, Z pari N disp / Z disp N pari
  - $+|\delta|$ A = pari, Z e N dispari

a) fissato A

$$BE = -a_V A + a_{sup} A^{2/3} + a_c \frac{Z^2}{A^{1/3}} + a_{sim} \frac{(A-2Z)^2}{A} + D_{pairing}$$

$$\frac{BE}{c^2} = -b_V A + b_{sup} A^{2/3} + b_c \frac{Z^2}{A^{1/3}} + b_{sim} \frac{(A-2Z)^2}{A} + D_{pairing}$$

dove $b = \frac{a}{c^2}$

essendo una parabola cerco il minimo (derivo)

$$\left.\frac{\partial M}{\partial Z}\right|_{A=cost} = 0$$

$$BE = -(Z(M_p + m_e) + \underbrace{N}_{=Z} M_n) \ ?$$

~~$M_p + m_e - M_n$~~

porto tutto a sx e eguaglio a 0:

$$(M_p + m_e) - M_n + b_c \cdot 2 \frac{Z}{A^{1/3}} + (-2) \cdot 2 b_{sim} \frac{(A-2Z)}{A} = 0$$

metto in evidenza Z

$$Z_{min} \left(2 b_c A^{-1/3} + 8 b_{sim} A^{-1}\right) = M_n - M_p - m_e + 4 b_{sim}$$

$$Z_{min} = \frac{\cancel{M_n - M_p - m_e} + 4 b_{sim}}{2 b_c A^{-1/3} + 8 b_{sim} A^{-1}} \overset{\text{TRASCURABILE}}{=} \frac{4 b_{sim}}{2 b_c A^{-1/3} + 8 b_{sim} A^{-1}}$$

divido per 4

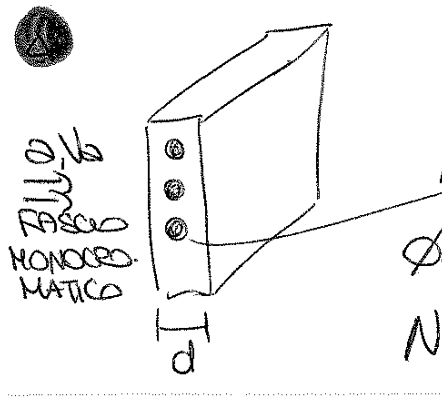
$$Z_{min} = \frac{b_{sim}}{\frac{1}{2} b_c A^{-1/3} + 2 b_{sim} A^{-1}}$$

metto in evidenza A/2 $\quad Z_{min} = \frac{A}{2} \frac{1}{1 + \frac{b_{coulomb}}{4 b_{sim}} A^{2/3}}$

quindi fissato A per avere un nucleo stabile

$$Z_{min} \begin{cases} A/2 & \text{se } \frac{b_c}{4 b_{sim}} A^{2/3} \simeq 0 \\ < A/2 & \end{cases}$$

b) SEZIONE D'URTO = è la probabilità di interazione degli e^- o particelle con particelle bersaglio di 1 targhetta



A = aree bersaglio colpite dall'e^-

ϕ_a = flusso di particelle per unità di tempo e superficie $= n_a \cdot V_a$

N_b = n° di particelle bersaglio $= n_b \cdot A \cdot d$ ← n° di p+ per unità di volume a viene definito mediante un parametro τ = spessore della pelle del nucleo

$\tau = 2a \cdot \ln 9 \simeq 2{,}4\ fm$

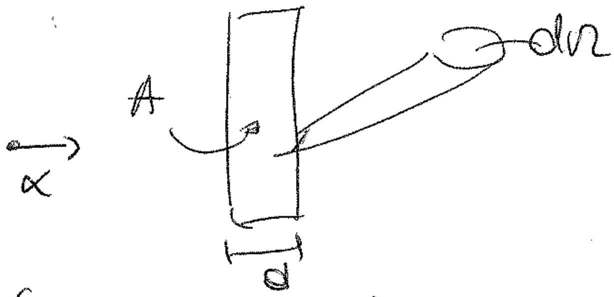
ALTRA PROVA d'ESAME

1 SEZIONE d'URTO

$^{24}_{12}Mg \quad (M_A = 23{,}985u)$

$\rho d = 1mg/cm^2$

$= \left[\frac{M}{V}\right]$ bombardato con particelle α



$i = 10nA$ = corrente di α (invece che il ϕ = flusso)

$\Delta\Omega = 2 \cdot 10^{-3}\ sr \qquad R = \dot{N}p = 20\ \frac{p}{s}$

$\alpha + {}^{24}_{12}Mg \rightarrow {}^{27}_{13}X + p^+$

$= Al$ e stabile

Supponendo urto isotropo determinare σ = sezione d'urto

$R = \phi_\alpha N_{Mg} \cdot \sigma$

devo trovare ϕ da i

$R = \underbrace{(\phi_\alpha A)}_{=\frac{i}{2q_e}} \frac{N_{Mg}}{A} \cdot \sigma = \frac{i}{2q_e} \frac{N_{Mg}}{A} \cdot \sigma$ moltiplico e divido per d

$R = \frac{i}{2q_e} \underbrace{\frac{N_{Mg} d}{A d}}_{=\rho} \cdot \sigma = \frac{i}{2q_e}\, d \rho_{M12} \frac{N_A}{M_A} \cdot \sigma$

così ricavo $\sigma = \dfrac{R}{\frac{i}{2q_e} \cdot d\rho_{M12} \frac{N_A}{M_A}} = 160\ nb$

$\dot{N}_{pTOT} = 20 s^{-1} \cdot \frac{4\pi}{\Delta\Omega} = 125.664$

4π = angolo solido Totale

23

4 $\frac{N(^{40}Ar)}{N(^{40}K)} = 10,3$ Ar = stabile
K = radioattivo $T_{1/2} = 1,25 \cdot 10^9 y$

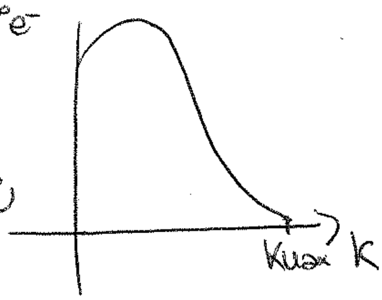
$\lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}}$ $\tau = \frac{1}{\lambda} \ln\left(1 + \frac{D}{P}\right)$ $K \to Ar$

$\tau = \frac{T_{1/2}}{\ln 2} \ln(1 + 10,3) = 4,37 \cdot 10^9 y$ dovrebbe essere giusto

se fosse $\frac{T_{1/2}}{\ln 2} \ln\left(1 + \frac{1}{10,3}\right) = 1,67 \cdot 10^8 y$

5 Massime energie dell'e^- e p^+ nel decadimento del n

$M_n = 1,00866u$ $M_p = 1,00783u$ m_{e^-}



$n \to p^+ + e^- + \nu_e$

$M_n c^2 = M_p c^2 + \cancel{m_{e^-} c^2} + \cancel{m_{\nu_e} c^2} + \cancel{K_{p^+}} + K_{e^-} + K_\nu$

$M_n c^2 = M_p c^2 + K_e + K_\nu$

$(M_n - M_p)c^2 = K_e + K_\nu$?

A

~~1.a~~ Applicare i principi di conservazione dell'energia e della quantità di moto al processo di annichilazione elettrone-positrone.

1.b Una particella di massa m ha una quantità di moto in modulo pari a mc. Determinare: a) la sua velocità, b) il suo fattore di Lorentz $\gamma(v)$, c) la sua energia cinetica.

~~2.a~~ Descrivere il funzionamento dello spettrometro di massa e definizione dell'energia di legame nucleare.

~~2.b~~ L'analisi allo spettrometro di massa degli atomi di potassio e di argon di un campione di roccia lunare indica che il rapporto numerico fra gli atomi di ^{40}Ar (stabile) e di ^{40}K (radioattivo, $T_{1/2} = 1.25 \times 10^9$ y) è pari a 10.3. Assumendo che tutti gli atomi di argon derivino dal decadimento di atomi di potassio, determinare una stima dell'età del campione di roccia.

3. Calcolare le massime energie dell'elettrone e del protone nel processo del decadimento del neutrone (assumere M_n=1.00866 u, M_p=1.00783 u).

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 51 di 52