



Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino

Appunti universitari

Tesi di laurea

Cartoleria e cancelleria

Stampa file e fotocopie

Print on demand

Rilegature

NUMERO : 469

DATA : 18/02/2013

# A P P U N T I

STUDENTE : Di Maria

MATERIA : Idraulica

Prof. Ridolfi

Il presente lavoro nasce dall'impegno dell'autore ed è distribuito in accordo con il Centro Appunti.

Tutti i diritti sono riservati. È vietata qualsiasi riproduzione, copia totale o parziale, dei contenuti inseriti nel presente volume, ivi inclusa la memorizzazione, rielaborazione, diffusione o distribuzione dei contenuti stessi mediante qualunque supporto magnetico o cartaceo, piattaforma tecnologica o rete telematica, senza previa autorizzazione scritta dell'autore.

**ATTENZIONE: QUESTI APPUNTI SONO FATTI DA STUDENTIE NON SONO STATI VISIONATI DAL DOCENTE.  
IL NOME DEL PROFESSORE, SERVE SOLO PER IDENTIFICARE IL CORSO.**

Roberto Revelli - Luca Ridolfi - Fulvio Boano,  
Ettore Di Maria

2010

Appunti

**IDRAULICA**

- Anno 1900 → REYNOLDS → basi della TURBOLENZA  
 ↳ si sviluppa una serie di applicazioni
- scoperta del campo magnetico rotante da basi della ad-  
vezioni idrauliche (→ trasferimento di energia e utilizzo  
 lontano dal luogo di produzione)  
 ↳ impianti idroelettrici

## INTRODUZIONE :

- FLUIDO → corpo materiale composto da particelle in movimento, può a distinto obiettiva abb-  
ondare ma in troppa

A causa della molteplicità particelle può  
 subire variazioni di forma sottoposto a forze  
 di piccoli entità (con deformazioni perma-  
renti)

↳ Assume forma del recipiente che lo  
 contiene.

↳ Si subdividono in :

- ① LIQUIDI → oppone una grande resistenza alle  $\Delta$   
 di Volume
  - ② GAS → oppone scarsa resistenza →  $\Delta V$   
 occupa # lo spazio possibile
- ↑ poco comprimibili

- Non tratteremo in particolare LIQUIDI

- systema di particelle in movimento → occorre definire delle  
GRANDEZZE :

↳ DENSITA' = 
$$\rho = \frac{M}{V}$$

- $M$  = massa
- $V$  = Volume

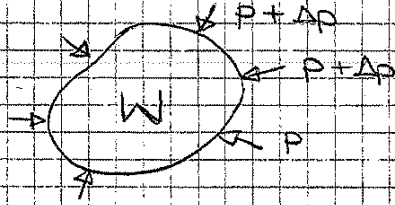
↳ non nono che ricordo il Volume  
arriva ad un certo limite in cui  
 $\rho$  non è più costante

↳ Volume proporzionale con distinta  
tra le particelle

• p dipende dalla PRESSIONE

occorre introdurre il concetto di **COMPRESSIBILITÀ**

→ Considero un volume  $W$  su cui agisce pressione  $p$ :



Allo  $p$  si aggiunge poi un incremento  $\Delta p$

→  $p + \Delta p$  agisce su  $W$

Volume diminuisce di una quantità  $\Delta V$

proporzionale al  $\Delta p$

• resistenza del liquido →  $\frac{1}{\epsilon}$

• volume stesso →  $W$

che ha una diminuzione di  $V$

$$\Delta W = -W \frac{1}{\epsilon} \Delta p$$

ovvero  $\epsilon =$  modulo di elasticità di volume

$$\Rightarrow \frac{\Delta W}{W} = \frac{\Delta p}{\epsilon} \rightarrow \text{più è grande } \epsilon, \text{ minore è } \Delta V \text{ (meno il fluido è comprimibile)}$$

fluido è incomprimibile (se  $\epsilon$  è sufficientemente elevato)

$p$  non dipende dalla pressione

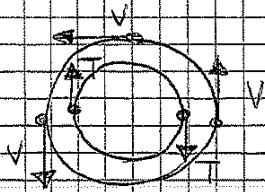
$$\epsilon_{\text{acqua}} = 2 \cdot 10^9 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$$

→ possiamo considerare in generale il FLUIDO INCOMPRESSIBILE

nelle applicazioni tecniche

$$p(p) = \text{cost.}$$

⇒ per capire di cosa si tratta, tento di fermare il cilindro interno, debbo applicare una COPPIA opposta al moto (T):



⊙ T sarà proporzionale a:

- grandezza che identifica il fluido
- $\omega$  con cui ruotano i 2 cilindri (oppo differenziale delle due velocità)
- area su cui applicata la coppia (A)
- geometria del menisco (Δr)

$$\Rightarrow T = \mu \frac{\Delta v}{\Delta r} A \Rightarrow \frac{T}{A} = \tau = \mu \frac{\Delta v}{\Delta r}$$

//  
tensioni

⇒ lo passiamo agli infinitesimi:

$$\tau = \mu \frac{dv}{dr}$$

dr → indica una direzione al moto (rto per punto)

$$\Rightarrow \tau = \mu \left( \frac{dv}{dr} \right) \quad \text{legge di NEWTON (empirica)}$$

γ = velocità di deformazione angolare

↓  
dimostrato per  
di COULOMB

Coni vortici che si formano una volta che si è in un stato di scorrimento laminare. Strati orizzontali perpendicolarmente alla direzione del moto, secondo una costante di proporzionalità μ = VISCOSITÀ

• Un fluido FERMO → no scorrimento τ e DEFORMAZIONI (v=0)

• μ = VISCOSITÀ DINAMICA → caratteristica del fluido

↓  
funz di ρ e T

nelle APPLICAZIONI TECNICHE:

$$\mu(\rho, T) = \text{cost}$$

↓  
ma noi lo considereremo  
in generale COSTANTE

17 Sett 08, Merc

- ↳ Fluidi INCOMPRESSIBILI
- ↳ Fluidi NEWTONIANI

$$\tau = \mu \frac{du}{dy}$$

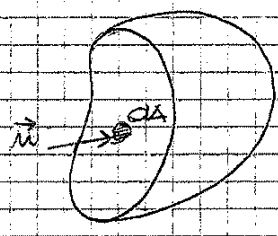
## SFORZI

- Derivano dal fatto che sul fluido agiscono FORZE.
  - ↳ 2 tipi di forze =  $\vec{F}_{\text{Volume}}$ 
    - di MASSA → a causa del campo gravitazionale
    - di SUPERFICIE → forze che l'universo esterno compie sul volume di riferimento attraverso la sua superficie (es. forze azione/reazione)

# ciò che avviene all'esterno e ha delle conseguenze sul volume in esame.

- **(IMP)** = Stabilire il volume di riferimento su cui operare e valutare le forze agenti su di esso.

- Considero una massa qualsiasi di fluido con volume  $V$ , e la taglio a metà con una superficie
  - ↳ considero una sola porzione → essa è in equilibrio (e la porzione eliminata viene sostituita da un SISTEMA DI FORZE che, per (IMP) della Teoria del continuo, è distribuito con continuità sulla sezione.



Su  $dA$  agiscono delle forze elementari  $\vec{dF}$ :

$\frac{d\vec{F}}{dA}$  → è uno SFORZO

per  $dA \rightarrow 0$

$$\lim_{dA \rightarrow 0} \frac{d\vec{F}}{dA} = \text{SFORZO UNITARIO} = \vec{\sigma}_n$$

è un vettore

sforzo elementare nel punto

SCRITTURA SCALARE = proiezione i vettori su 3 piani coordinati:

• su  $yz$  (perpendicolare all'ASSE  $x$ ):

$$\sigma_{yx} = \sigma_{xy} \cos \hat{n}_x + \sigma_{yy} \cos \hat{n}_y + \sigma_{yz} \cos \hat{n}_z$$

• su  $xz$  (perpendicolare all'ASSE  $y$ ):

$$\sigma_{zy} = \sigma_{xy} \cos \hat{n}_x + \sigma_{yy} \cos \hat{n}_y + \sigma_{yz} \cos \hat{n}_z$$

• su  $xy$  (perpendicolare all'ASSE  $z$ ):

$$\sigma_{xz} = \sigma_{xz} \cos \hat{n}_x + \sigma_{yz} \cos \hat{n}_y + \sigma_{zz} \cos \hat{n}_z$$

$$\begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{yx} & \sigma_{zx} \\ \sigma_{xy} & \sigma_{yy} & \sigma_{zy} \\ \sigma_{xz} & \sigma_{yz} & \sigma_{zz} \end{bmatrix} \Rightarrow \text{SONO NUMERI = SONO 9 COMPONENTI DEL TENSORE degli SFORZI}$$

→ Mediante l'imposizione dell'Equilibrio della rotazione attorno agli assi ottengo che:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{xy} &= \sigma_{yx} \\ \sigma_{xz} &= \sigma_{zx} \\ \sigma_{yz} &= \sigma_{zy} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \text{TENSORE degli SFORZI SIMMETRICO}$$

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{xy} = \sigma_{yx} &= \tau_{xy} \\ \sigma_{xz} = \sigma_{zx} &= \tau_{xz} \\ \sigma_{yz} = \sigma_{zy} &= \tau_{yz} \\ \sigma_{xx} &= \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} &= \sigma_{yy} \\ \sigma_{zz} &= \sigma_{zz} \end{aligned} \right\} \begin{aligned} &\rightarrow \text{si agiscono solo gli sforzi } \sigma_{xy} = \sigma_{yx} \\ &\text{allora il tetraedro ruota attorno sull'asse } z \\ &\text{COMPONENTI NORMALI di tensione} \end{aligned}$$

TENSORE degli SFORZI

$$\begin{bmatrix} \tau_x & \tau_z & \tau_y \\ \tau_z & \tau_y & \tau_x \\ \tau_y & \tau_x & \tau_z \end{bmatrix}$$

→ PROPRIETÀ = ① una n linee del sistema di riferimento  
 ② è una terna di assi rispetto alla quale  $\tau = 0$  → solo SFORZI di NATURA NORMALE  
 ↳ TERNI PRINCIPALI

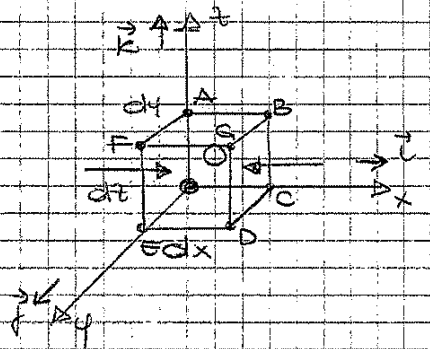


$p = p(x, y, z)$  (in del tempo  $x, y, z$  siamo in STATICA)

↳ tutte le condizioni e forze al contorno sono note e nota la distribuzione della pressione  $\rightarrow$  Equazioni DERIVATE PARZIALI:

● EQUAZIONE INDEFINITA DELLA STATICA DEL FLUIDO -

↳ voglio valutare "p" in O:



● Considero un cubetto di lato  $dx, dy, dz$  (elemento volume intorno al pt. generico  $(x, y, z)$ )

È statico  $\rightarrow$  è in EQUILIBRIO

$\Rightarrow$  Risultante delle forze è nulla applicate:

$\rho \vec{F} (dx dy dz)$   
densità Volume

Il volume è immerso in un campo che genera FORZE DI MASSA applicate nel baricentro del volume (il campo è  $\vec{F}$ )

AOEF: dopo considerare forze agenti e scrivere lungo la direzione l'area; ma  $T=0$  e si mantiene solo p:

Vi sono poi FORZE al CONTORNO (azioni dell'esterno sulle 6 facce del cubetto)

$p \vec{u} dy dz$   
Area

BCDE:  $-(p + \frac{\partial p}{\partial x} dx) \vec{i} dy dz$

incremento come nel passaggio da AOEF a BCDE lungo x

- lungo x)  $p \vec{i} dy dz - (p + \frac{\partial p}{\partial x} dx) \vec{i} dy dz$
- lungo y)  $p \vec{j} dx dz - (p + \frac{\partial p}{\partial y} dy) \vec{j} dx dz$
- lungo z)  $p \vec{k} dx dy - (p + \frac{\partial p}{\partial z} dz) \vec{k} dx dy$

Giovedì, 18 Set '08

STATICA DEI FLUIDI

•  $\rho \vec{F} = \rho \text{grad } p \rightarrow$  EQUAZIONE INDEFINITA

↳ risolvendo tale equazione con le condizioni al contorno si trova  $p = p(x, y, z)$

↳ in alcuni casi fornisce informazioni ricche  
— o — o —

• Scrivo l'EQUAZIONE GLOBALE perché lo integro su un VOLUME FINITO  $\rightarrow$  è più grossolana dello precedente ma più "maneggevole" (in gergo m'è necessario conoscere p in ogni pto ma globale):

$$\int_V \rho \vec{F} dV = \int_V \rho \text{grad } p dV$$

↳ se  $\vec{F}$  è il CAMPO GRAVITAZIONALE =

$$\int_V \rho \vec{F} dV = \int_V \rho \vec{W} dV = \text{PESO} = \vec{Q}$$

$$\vec{Q} = \int_V \left( \frac{\partial p}{\partial x} \vec{e}_x + \frac{\partial p}{\partial y} \vec{e}_y + \frac{\partial p}{\partial z} \vec{e}_z \right) dV = - \int_A p (\vec{e}_x \cos \hat{n}_x + \vec{e}_y \cos \hat{n}_y + \vec{e}_z \cos \hat{n}_z) dA$$

$$\vec{Q} = - \int_A p \vec{n} dA = - \vec{F}_C$$

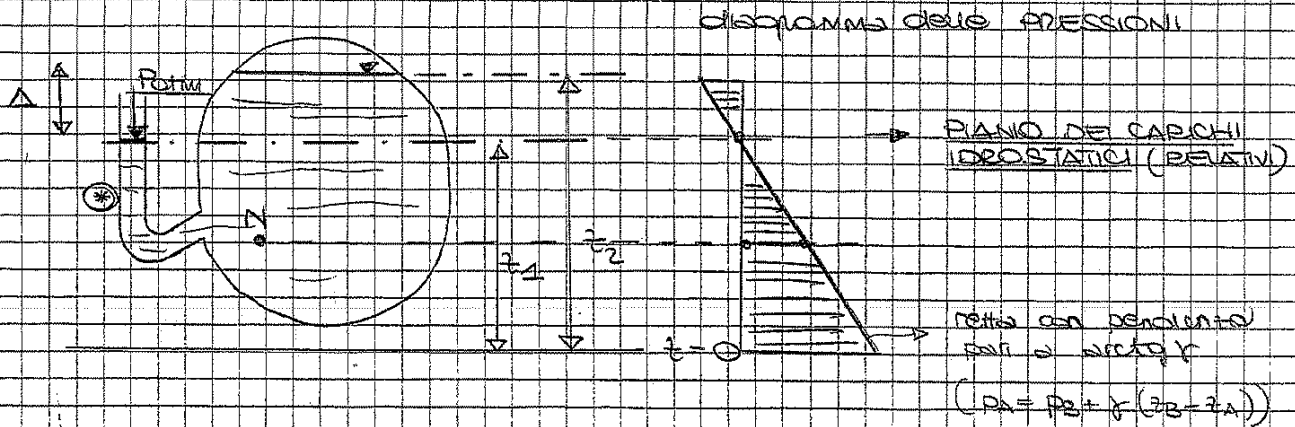
equazione + snella (semplificata)  
è valida sopra ogni  
scelta sul contorno del volume

azione di tutte le forze esterne  
di superficie che agiscono  
sul volume ( $\rightarrow$  equivalente)  
dell'azione dell'universo esterno  
sul corpo).

$$\vec{Q} + \vec{F}_C = 0 \rightarrow$$
 EQUAZIONE GLOBALE



- il volume è in equilibrio se sono in equilibrio
- il peso e il le forze che agiscono sul contorno
- è un'entità vettoriale



- PIANO DEI CARICHI IDROSTATICI → piano dei pti con pressione uguale a atm atmosfera (o P.C.I. RELATIVI)

↳ coincide con il piano passante per il menisco del tubicino ossia per il menisco del piezometro (poché se  $p = p_{atm} \Rightarrow z = \text{cost.}$ )

→ PIEZOMETRO (\*) = strumento in grado di identificare il piano dei carichi idrostatici relativi

- Al di sopra del P.C.I. relativi la pressione diminuisce sino a raggiungere ad una certa altezza, VALORE NULLO (in termini di PRESSIONE ASSOLUTA) ⇒ luogo dei pti con  $p = 0$ :

↳ Matematicamente al di sopra di tale pto (punto) ci sono il vuoto (ma in realtà), faccime, o vapori, gas

↳ Tale piano (insieme di pti con  $p_{ass} = 0$ ) è detto PIANO DEI CARICHI IDROSTATICI ASSOLUTI

- La DISTANZA TRA I 2 PIANI  $\Delta$  vale =

↳ 10,33 m nel caso di acqua ( $h_{atm} = 0,1013 \text{ MPa} + \gamma(z_2 - z_1)$ )

↳ 760 mm nel caso del mercurio  $\Delta$

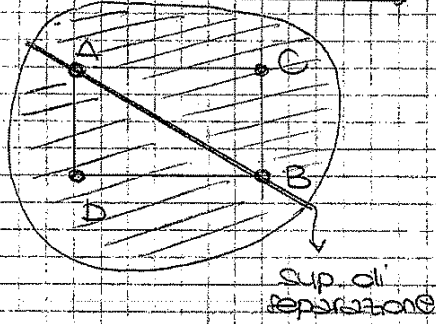
→ 
$$p_i = 0,1013 \text{ MPa} + \gamma(\Delta z)$$

pressione in un pto
peso specifico
↓
↓
pressione del P.C.I. ASSOLUTO

differenza di quota tra il punto e il piano dei carichi assoluti

Poché in realtà siamo sempre immersi nello  $p_{atm}$ , ossia operiamo sempre in presenza di  $p_{atm}$ , possiamo considerare una costante e parlare sempre di PRESSIONI RELATIVE

Dimostrazione (per assurdo)



$$\left. \begin{matrix} P_A = P_C \\ P_B = P_D \end{matrix} \right\} \text{perché, stessa quota}$$

$$\rightarrow P_D = P_A + \rho_2 h$$

$$P_C = P_B - \rho_1 h$$

$$\rightarrow P_D = P_C = P_A + P_B + \rho_2 h - \rho_1 h$$

$$\Rightarrow (\rho_2 - \rho_1) h = 0 \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \text{perché i 2 fluidi sono diversi} \\ (\rho_1 \neq \rho_2) \text{ allora } h = 0 \text{ (sup. è orizzontale)} \end{array} \right.$$

• In  $N^1 \rightarrow$  si avrà la pressione, pertanto la flessione in  $N$ :

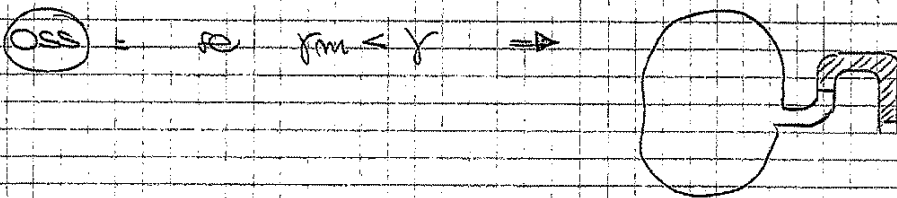
$$P_N = \rho_m \cdot \Delta = P_N$$

↓  
misura effettuata con lo strumento

$\hookrightarrow h =$  affondamento la ricavo sapendo che  $M$  è ad entrambi

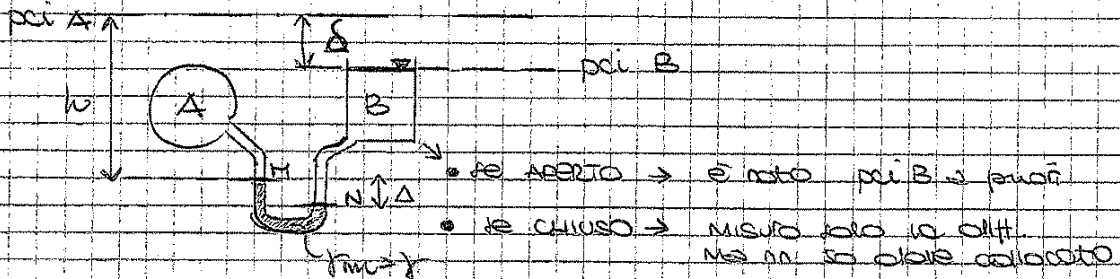
$$P_M = P_N = \rho_m \Delta = \rho h$$

$$h = \Delta \frac{\rho_m}{\rho} \Rightarrow \Delta \text{ è molto inferiore rispetto ad } h \text{ pertanto più "maneggevole"}$$



MANOMETRO DIFFERENZIALE

$\hookrightarrow$  spesso è sufficiente conoscere posizione precisa del piano dei CI relativi  $M$ , con 2 tubatori  $A$  e  $B$ , conoscere la posizione relativa dei due piani dei CI relativi.





- direzione  $\perp$  alla superficie considerata
- verso dipendente dalla distribuzione di pressione
- modulo /  $S = \int_A p \, dA = \int_A \gamma h \, dA =$

$$= \int_A \gamma (x \sin \alpha) \, dA = \gamma \sin \alpha \int_A x \, dA =$$

$$= \gamma \sin \alpha \underbrace{x_0 A}_{h_0} = \gamma h_0 A$$

$\int_A x \, dA = x_0 A$   
 $(= x_0)$

$\Rightarrow$   $S = \gamma h_0 A$  dove  $h_0 =$  affondamento di  $e$



in genere la SPINTA NON è applicata nel BARICENTRO  
 $\Rightarrow$   $E$  applicato nel CENTRO DI SPINTA ( $\neq e$  in genere)

$C(\frac{x}{n}, \frac{y}{n})$  perché la distribuzione delle pressioni è lineare

Coordinate del CENTRO DI SPINTA:

- Calcolo MOMENTO rispetto alla linea di spinta: (dist.  $e$ )

$$S \cdot e = \int_A p x \, dA = \int_A \gamma \sin \alpha x^2 \, dA = \gamma \sin \alpha \int_A x^2 \, dA =$$

$$= \gamma \sin \alpha I$$

$\Rightarrow$   $e = \frac{\gamma \sin \alpha I}{S} = \frac{\gamma \sin \alpha I}{\gamma \sin \alpha H A} = \frac{I}{H A}$

$\Rightarrow$   $e = \frac{I}{H A} = \left[ \frac{cm^4}{cm \cdot cm^2} \right] = [cm]$

- Possa calcolare analiticamente la coordinate  $M$   $\Rightarrow$  allora calcolare però il MOMENTO rispetto all'ASSE  $x$ :

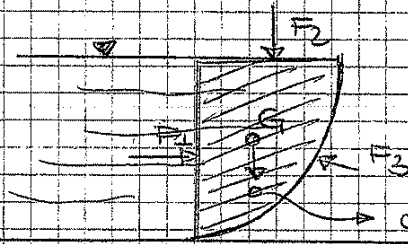
$$S \cdot M = \int_A p y \, dA = \gamma \sin \alpha \int_A x y \, dA = \gamma \sin \alpha I_{xy}$$

$I_{xy} =$  momento centri (opp. dell'area) rispetto agli assi  $x, y$

$\Rightarrow$   $M = \frac{I_{xy}}{A}$

↳ Oss):  $S_f = \int_{A_f} p \, dA_f = \int_{A_f} \rho h \, dA_f$   
 Volume fluido tra sup e line sp.  
 e piano orizzontale (xy) // alla linea di spando

2° metodo:



$\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3 =$  azioni esterne (forze di contorno)

considero tale volume statico

VOLUME DI CONTROLLO

Il fluido opera una spinta sulla paratia, che a sua volta esplica una reazione.

↳ EQUILIBRIO GLOBALE:  $\vec{G} + \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = 0$

↳ la forza che cerca è  $-\vec{F}_3$  ossia la spinta del fluido sulla paratia

↳  $\vec{X} = -\vec{F}_3 = \vec{G} + \vec{F}_1 + \vec{F}_2$

- Il volume di controllo lo scelgo in modo tale che tutte le superfici che lo delimitano siano piane eccetto quella su cui devo calcolare la spinta.

STATICA dei FLUIDI = Moto Relativo:  
 EQUILIBRIO RELATIVO:

↳ Moto relativo → sistema di riferimento si muove (solidale con il fluido)

nascono FORZE D'INERZIA  $\vec{A}$  che modificano e si aggiungono al campo gravitazionale ( $\vec{G}$ ) o al generico campo di forze ( $\vec{F}$ )

↳ la formula  $\rho \vec{F} = \rho \nabla p$  si trasforma in:

$$\rho (\vec{G} - \vec{A}) = \rho \nabla p$$

oppure genericamente  $\vec{F}$

Lon, 22/09/08

STATICA DEI FLUIDI

- $\rho \vec{F} = \rho \text{grad } p$
- $\vec{Q} + \vec{F}_e = 0$   
(con  $\vec{F} = \vec{F}_e$ )

$$h = z + \frac{p}{\rho g} = \text{cost}$$
  
 ↓  
 CARICO PIETOMETRICO

• Spinta - •  $F = \rho g \Delta V$  (sup. piana)

• su sp. piana → (IMP!) buona scelta del VOLUME DI CONTROLLO

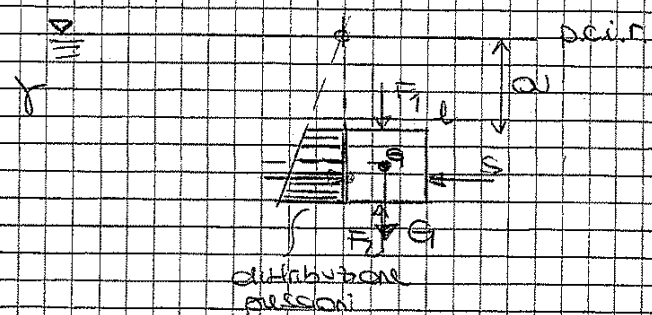
Suppongo un FLUIDO PIANO (in un recipiente) → identico

- II PIANO CARICHI IDROSTATICI RELATIVI (recipienti aperti)
- III SUPERFICIE LIBERA DEL FLUIDO

(o recipiente CHIUSO → p.c.l. RELATIVI è un piano ideale con  $p=0$ )

→ calcolo spinta su cubetto di lato  $l$  ( $\gamma m$ )

- se il peso spinge h • FORZA PESO  $\vec{Q} = \gamma m l^3$
- spinte laterali ( $\vec{S}$ )
- spinte superiori ( $\vec{F}_1, \vec{F}_2$ )



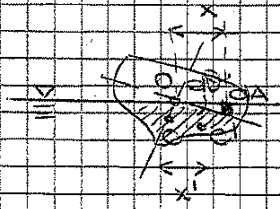
- $Q = \gamma m l^3$
- $F_1 = \gamma a l^2$
- $F_2 = \gamma (l+a) l^2$

$$F_2 - F_1 = \gamma l^3 + \cancel{\gamma \frac{l^3}{2}} - \cancel{\gamma \frac{l^3}{2}}$$

↓  
 PRINCIPIO DI ARCHIMEDE

↳ Equazione di Momento (equilibrio) =

- $dA \times \sin(\alpha) \approx x \cdot dA \cdot d\theta$
- Il fluido su  $dA$  agisce con una forza  $dF$  pari al peso del spostato =  
 $dF = \gamma \cdot dA \cdot d\theta$



$$\text{OH} = \gamma \cdot dA \cdot d\theta \cdot \underbrace{x}_{\text{distanza rispetto a O}} = \gamma x^2 dA d\theta$$

$$\rightarrow M = \int_A \gamma x^2 dA d\theta = \gamma d\theta \int_A x^2 dA$$

Momento complessivo  $I_0$  di A rispetto all'asse di rotazione (= asse di rollio)

$$\gamma d\theta I_0 = \gamma V_0 x' \Rightarrow x' = \frac{OH}{d\theta} \quad \text{molto piccolo}$$

Momento dovuto allo spostamento di  $C$  in  $C'$  (forza generica una coppia)

$$\rightarrow \gamma d\theta I_0 = \gamma V_0 OH \Rightarrow \text{OH} = \frac{I_0}{V_0}$$

individuando la posizione del METACENTRO

↳ Definisco  $d_{cm} = \text{DISTANZA METACENTRICA} = \text{GH}$   
 $e = \frac{I_0}{V_0}$

$$d_{cm} = OH - \overline{OC} = \frac{I_0}{V_0} e \Rightarrow \begin{cases} \text{OP STABILE se } d_{cm} > 0 \\ \text{OP INSTABILE se } d_{cm} < 0 \end{cases}$$



- non sempre è facile determinare posizione di  $G$  e  $C'$
- $\Rightarrow$  perché navi son corpi non omogenei
- (navi mercantili o passeggeri  $\rightarrow d_{cm} \approx 45 - 50$  cm)
- navi militari o da guerra  $\rightarrow d_{cm} \approx 1 \div 1,5$  m)

necessarie rotazioni di rollio lente (anche elevate)  
 $\rightarrow$  piccole coppie di richiamo

necessarie rotazioni molto rapide

TOLE VELOCITÀ nel tornare sulla posizione di equilibrio dipende da  $d_{cm} =$  braccio della coppia



- ③ LINEE DI EMISSIONE o DI FUMO =  
 luogo dei pt. occupati dalle particelle in istanti successivi  
 che son passate da un pto noto  $(x_0, y_0, z_0)$

↳ Queste famiglie di curve in genere NON COINCIDONO

- ① TRAIETTORIE
- ② LINEE DI CORRENTE
- ③ LINEE DI EMISSIONE o DI FUMO

$\vec{v} = f(x, y, z, t)$   
 ↓  
 fine del tempo

↳ se  $\vec{v}$  non dipende dal tempo  $\Rightarrow$  stante per istante sarebbe sempre lo stesso

le 3 famiglie di curve COINCIDONO

- MOTO PERMANENTE  $\rightarrow$  non dipende dal tempo

- MOTO VARIO  $\rightarrow$  dipende da
  - tempo
  - spazio

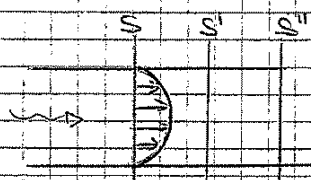
linee corrente, di fumo, traiettorie  
non coincidono.

- MOTO UNIFORME  $\rightarrow$   $\vec{v}$  non dipende da  
 spazio

$\rightarrow$  si tratta ripro un campo  
 uniforme di un campo molto esteso

$\rightarrow$  ma non considereremo  
CAMPI UNIFORMI IN MEDIA

diversi tipi di moto



o tratto ripro in  $\vec{v}$   
 uniforme x'  $\vec{v}$  (ovv) pto per pto

$\rightarrow$  è UNIFORME IN MEDIA perché contiene  
 sezioni per sezione ( $S \rightarrow S' \rightarrow S''$ )

- MOTO PIANO  $\rightarrow$  non dipende da una coordinata  
 spaziale (z)

Merc 24 Set 108

• Campo di moto

$$\vec{v} = \{u, v, w\}$$

$$\text{con } \begin{cases} u = \frac{dx}{dt} \\ v = \frac{dy}{dt} \\ w = \frac{dz}{dt} \end{cases}$$

→ il campo di moto può essere descritto con -

- TRAIETTORIE
- LINEE DI CORRENTE

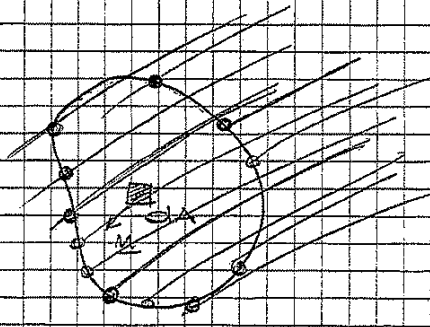
• Diversi tipi di moto:

- (1) VARIO → dipende da tempo e spazio (es. diluione)
- (2) PERMANENTE → non dipende dal tempo; solo da spazio
- (3) UNIFORME → cost in tt i punti dello spazio

→ noi consideriamo MOTI UNIFORMI IN MEDIA

↓  
 mediamente, sezione per sezione, lungo ad det direzione è costante  
 ⇒ UNIFORME (pur variando pto in pto in una sezione)

• Considero una linea chiusa che non sia di corrente;



Considero area elementare dA ( $\vec{n}$ )

Considero tt le linee di corrente passanti per il contorno della linea ⇒ si forma un

"tubo" ⇒ CARATTERISTICA =

$\left. \begin{array}{l} \text{che } \vec{v} \cdot \vec{t} \text{ è} \\ \text{sempre delle linee} \\ \text{di corrente} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{non ha componente} \\ \text{di } \vec{v} \perp \text{ al contorno} \end{array}$



TUBO DI FLUSSO = tubo

entrante solo attraverso d)

sup dA

• lungo x =  $\rho u \, dy \, dz \, dt$  → MASSA ENTRANTE

•  $\left(\rho u + \frac{\partial \rho u}{\partial x} dx\right) dy \, dz \, dt$  → MASSA USCENTE

$$\frac{\partial \rho u}{\partial x} dx \, dy \, dz \, dt$$

• lungo y →  $\frac{\partial \rho v}{\partial y} dx \, dy \, dz \, dt$

• lungo z ⇒  $\frac{\partial \rho w}{\partial z} dx \, dy \, dz \, dt$



$$\left[ \frac{\partial \rho u}{\partial x} + \frac{\partial \rho v}{\partial y} + \frac{\partial \rho w}{\partial z} \right] dx \, dy \, dz \, dt = - \frac{\partial \rho}{\partial t} dx \, dy \, dz \, dt$$

sulla base del segno scelto si è stata una DIMINUZIONE DI MASSA

(maggiore massa uscente)

Variazione di massa nell'unità di tempo

" (Massa finale - iniziale)

(1) 
$$\frac{\partial \rho u}{\partial x} + \frac{\partial \rho v}{\partial y} + \frac{\partial \rho w}{\partial z} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$$

Forme di CONTINUITÀ INDEFINITA

Valore in tutti i punti della massa

perché riferito ad un solo punto della massa fluida

(2) → 
$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}(\rho \vec{v}) = 0$$

scrittura alternativa

⇒ Esplicitiamo le derivate (prodotti):

$$\rho \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial \rho}{\partial x} + \rho \frac{\partial v}{\partial y} + v \frac{\partial \rho}{\partial y} + \rho \frac{\partial w}{\partial z} + v \frac{\partial \rho}{\partial z} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$$

(3) 
$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho \text{div} \vec{v} = 0$$

(scrittura analoga alle precedenti)

• CASO PARTICOLARE = FLUIDO INCOMPRESSIBILE

$$\text{div} \vec{v} = 0$$

→ il campo di moto

è SOLENOIDALE

→  $Q_e = Q_u$  (⊖ indica solo il fatto che i 2 vettori  $\vec{M}$  sono opposti)

se il fluido è INCOMPRESSIBILE

CORRENTE

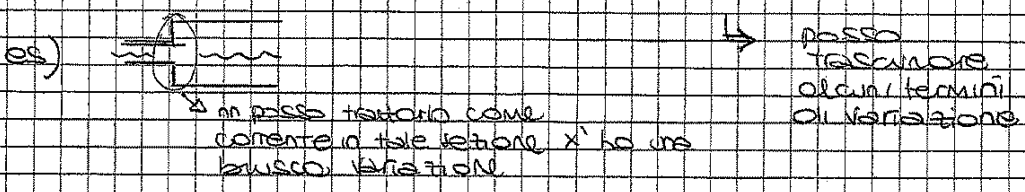
↳ FLUSSO con DIREZIONE DI SCORRIMENTO PRINCIPALE (prevalentemente sulle altre due)

↳ MOTO in cui  $\vec{v}$  è una DIREZIONE PREFERENZIALE

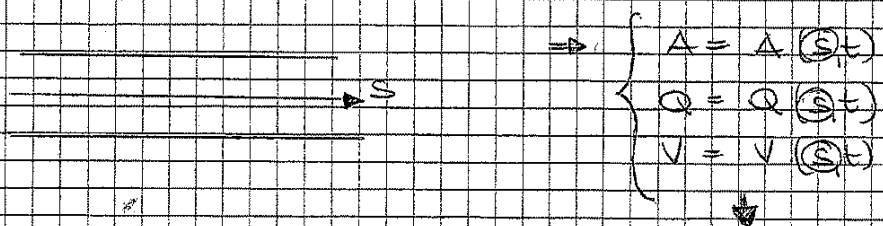
le direzioni sono SENSIBILMENTE

- PETITINEE
- PARALLELE

• Consideriamo CORRENTI GRADUALMENTE GRADUATE:  
 se  $\vec{v}$  sono  $\Delta$  geometrico, esse sono variazioni gradualissime.

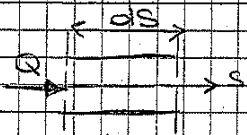


• Considero una TRATTAZIONE MONODIMENSIONALE



tutte le grandezze dipendono solo da  $s$  (non dalle 3 direzioni  $x, y, z$ )  
1 sola coordinata

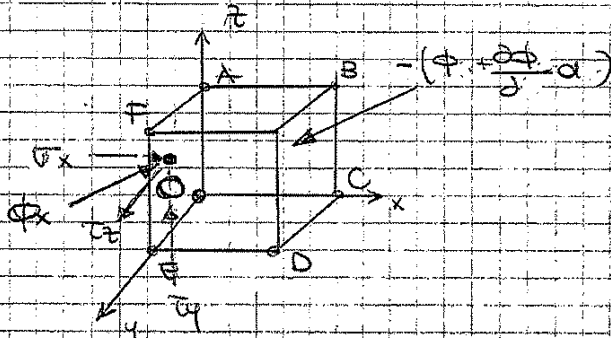
• EQUAZIONE DI CONTINUITA' (nel caso di una corrente) =



• massa entrante nel tratto  $ds$  (in dt) =  
 $\rho Q dt = \left[ \frac{M}{L^3} \cdot \frac{L^3}{T} \right]$

$\Rightarrow \frac{d\rho}{dt} + \nabla \cdot \rho \vec{v} = 0 ;$  (Equazione di continuità)

• Mi chiedo qual è l'equilibrio dinamico di una particella che si muove in un fluido - considero un intorno come di un pto O (elemento come di volume) e ne impongo l'equilibrio.



1)  $\vec{F}_{massa} \Rightarrow$  campo qualitativo:

$\rho \vec{F} (dx dy dz)$

2)  $\vec{F}$  di superficie

considero gli sforzi che agiscono dall'esterno su ciascuna faccia =  $\vec{\phi}_i$  (i direzione + alla faccia su cui agisce)

$\Rightarrow$  deve essere verificato lo

PRIMA EQUAZIONE CARDINALE DELLA DINAMICA:

$\rho \vec{a} = \vec{A} \cdot dm$  dove  $dm = \rho dx dy dz$

$\Rightarrow$  Forte che agiscono compressivamente sul volume come:

(1)  $\rho \vec{F} dx dy dz$

(2)  $-\frac{\partial \phi_x}{\partial x} dx dy dz = \frac{\partial \phi_y}{\partial y} dy dx dz - \frac{\partial \phi_z}{\partial z} dz dx dy$

valida in ogni pto del fluido

intensità negli eq. coordinate

Equazione INDENITATA della DINAMICA:  $\rho(\vec{F} - \vec{A}) = \frac{\partial \phi_x}{\partial x} + \frac{\partial \phi_y}{\partial y} + \frac{\partial \phi_z}{\partial z}$

PROBLEMA: occorre risolvere tale equazione vettoriale, preferendo le incognite.

$\Rightarrow$  la scrivo nella forma SCALARE proiettandola lungo le 3 direzioni cartesiane:

5)  $\rho(F_x - \frac{d^2x}{dt^2}) = \frac{\partial \phi_x}{\partial x} + \frac{\partial \phi_y}{\partial y} + \frac{\partial \phi_z}{\partial z}$

$$\hookrightarrow \vec{G} - \int_W \rho \vec{A} dW = - \int_A \vec{\Phi}_n dA$$

spinte che agiscono dall'esterno sul volume  $\Rightarrow$  SPINTE di natura

calcolo le SPINTE considerando il volume STATICO

STATICA sulla superficie del contorno

Questa espressione è la base per la progettazione delle turbine.

\* Cerco di sviluppare tale integrale:

$$\rho \vec{A} = \rho \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \rho \frac{\partial v}{\partial x} \vec{v} + \rho v \frac{\partial \vec{v}}{\partial y} + \rho w \frac{\partial \vec{v}}{\partial z}$$

$$\hookrightarrow \frac{\partial(\rho v) \vec{v}}{\partial x} = \rho v \frac{\partial \vec{v}}{\partial x} + \vec{v} \frac{\partial \rho v}{\partial x}$$

derivato di un prodotto (def.)

$$\rho \vec{A} = \rho \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \frac{\partial(\rho v) \vec{v}}{\partial x} - \vec{v} \frac{\partial \rho v}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v) \vec{v}}{\partial y} - \vec{v} \frac{\partial \rho v}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w) \vec{v}}{\partial z} - \vec{v} \frac{\partial \rho w}{\partial z}$$

$$- \vec{v} \left( \frac{\partial \rho v}{\partial x} + \frac{\partial \rho v}{\partial y} + \frac{\partial \rho w}{\partial z} \right)$$

div  $\rho \vec{v}$

$$\rho \vec{A} = \rho \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \frac{\partial(\rho v) \vec{v}}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v) \vec{v}}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w) \vec{v}}{\partial z} - \vec{v} \text{div} \rho \vec{v} =$$

$$= \dots \dots + \vec{v} \frac{\partial \rho}{\partial t} \quad ; \quad \left( \text{x. eq. di continuità} \right)$$

$$\rho \vec{A} = \frac{\partial \rho \vec{v}}{\partial t} + \frac{\partial \rho v \vec{v}}{\partial x} + \frac{\partial \rho v \vec{v}}{\partial y} + \frac{\partial \rho w \vec{v}}{\partial z}$$

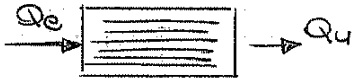
$\hookrightarrow$  ora lo integro su W =

$$\int_W \rho \vec{A} dW = \int_W \frac{\partial \rho \vec{v}}{\partial t} dW + \int_W \left( \frac{\partial \rho v \vec{v}}{\partial x} + \frac{\partial \rho v \vec{v}}{\partial y} + \frac{\partial \rho w \vec{v}}{\partial z} \right) dW$$

Tr. di Green :

⇒ Il problema si riduce alla determinazione di un valore di coefficiente e nella definizione del peso, gnta al moto entrante e uscente e delle forze al contorno.

- CASO PARTICOLARE : Considero le CORRENTI (traiettorie sensibilmente rettilinee)



↳  $\vec{I} = \vec{M} \int_A \rho v^2 dA$

↳ se  $v = \text{cost}$  (profilo cost. di velocità) =

$\vec{I} = \vec{M} v^2 \int_A \rho dA = \vec{M} \rho v^2 A = \vec{M} \rho QV$

↳ definisco COEFFICIENTE DI PASSAGGIO delle UNITÀ DI MOTO :

$$\beta = \frac{\int_A \rho v v_m dA}{\rho V \cdot V A} \Rightarrow \vec{M} = \vec{M} \beta \rho QV$$

nella maggior parte delle APPPLICAZIONI PRATICHE =

Considero una velocità costante pari alla velocità del profilo ( $v$ ).  
 { profili di velocità molto vicini ad una costante. }  $\beta \approx 1$

Ritorniamo al sistema precedente in 10 incognite, e definiamo le 5 EQUAZIONI necessarie a completare il sistema :

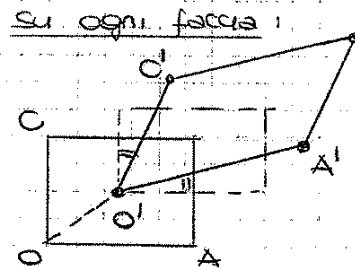
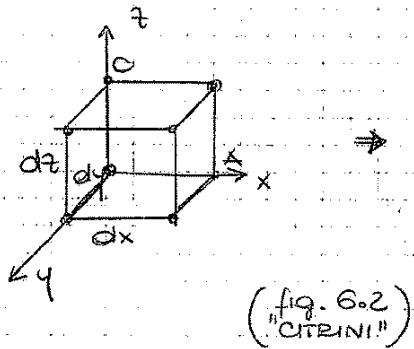
↳ occorre scrivere il legame tra  $\{u, v, w\}$  e  $\{\tau_{ij}, \tau_i\}$

- Scriviamo il TENSORE DEGLI SFORTI come somma di 2 componenti (teorico statica e dinamica) =

$$\begin{bmatrix} \tau_x & \tau_z & \tau_y \\ \tau_z & \tau_y & \tau_x \\ \tau_y & \tau_x & \tau_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p & 0 & 0 \\ 0 & p & 0 \\ 0 & 0 & p \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \tau_x - p & \tau_z & \tau_y \\ \tau_z & \tau_y - p & \tau_x \\ \tau_y & \tau_x & \tau_z - p \end{bmatrix}$$

40 dove =  $p = \frac{1}{3} (\tau_x + \tau_y + \tau_z)$  componente statica (nota)      Tensore DEVIATORE DEGLI SFORTI

↳ Definiamo ora il legame tra  $\gamma$  e  $\vec{v}$  nel caso di moto tridimensionale (relazione già definita nel caso di moto piano).



$$\left\{ \begin{aligned} -d\gamma &= \left( \frac{\partial y}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) dt \Rightarrow \frac{d\gamma}{dt} = - \left( \frac{\partial y}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) dt \\ \frac{d\gamma_x}{dt} &= - \left( \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) \\ \frac{d\gamma_z}{dt} &= - \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \end{aligned} \right.$$

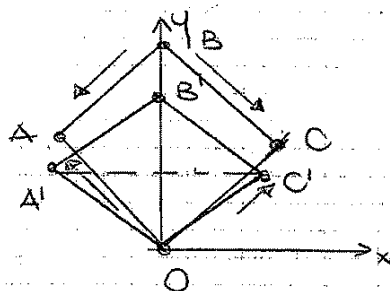


• Ottengo le prime 3 equazioni (delle 5 da definire):

(6)	$\tau_x = -\mu \left( \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right)$	⇒ dato il <u>campo di moto</u> determino gli <u>sforzi</u> $\tau$
(7)	$\tau_y = -\mu \left( \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right)$	
(8)	$\tau_z = -\mu \left( \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right)$	

Ora devo ricavare le ultime 2 equazioni = legame tra  $\vec{v}$  e il campo di moto =

Considero un quadrato ABCD immerso nel campo di moto



sulle facce agiscono  $\tau$

(fig. 6.3 "CITRINI")



→ Considero il triangolo ACD e impongo eq. alla traslazione verticale, considerandolo le forze agenti su di esso:

$$\tau_y - p = \tau_z$$

↳ analogamente per il triangolo ADB:

$$\tau_x - p = -\tau_z$$

$$\begin{cases} \tau_y - p = \tau_z \\ \tau_x - p = -\tau_z \end{cases}$$

↓

$$\tau_x - \tau_y = 2\tau_z$$

↳ Ragiono ora sull' allungamento unitario:

$$\epsilon_x = \frac{CC'}{CC} = \frac{CC'}{BC} = \frac{\Delta r_z}{2l} \quad \left( \begin{array}{l} \text{potendo confondere la tg con l'angolo} \\ \text{stesso} \\ \text{per SIMILITUDINE} \end{array} \right)$$

legata alla velocità di variazione angolare

→ si tratta di triangoli simili, cioè  $CC'C'$  è tr. rettangolo ed è simile a  $CC'C$

analogamente:

$$\epsilon_y = -\frac{\Delta r_z}{2l}$$

$$\begin{cases} \frac{d\epsilon_x}{dt} = \frac{1}{2l} \frac{dr_z}{dt} \\ \frac{d\epsilon_y}{dt} = -\frac{1}{2l} \frac{dr_z}{dt} \end{cases} \quad \Rightarrow$$

stesso membro = membro

$$\frac{dr_z}{dt} = \frac{d}{dt} (\epsilon_x - \epsilon_y)$$

velocità di deformazione

↳ Isola elemento  $CC'$  ⇒ si sta muovendo nel campo di moto lungo  $x$  e si sta allungando = (fig. 6.4 pag. 170)

deformazione dovuta ad una variazione della velocità (campo di moto) tra pto iniziale e pto finale del tratto  $CC'$ :

Allungamento:  $\frac{du}{dx} dx dt$

$$\left( dx + u dt + \frac{du}{dx} dx dt \right) - dx - u dt = \frac{du}{dx} dx dt$$

$$\epsilon_x = \frac{\frac{du}{dx} dx dt}{dx} = \frac{du}{dx} dt$$

$$\frac{d\epsilon_x}{dt} = \frac{du}{dx}$$

legame tra sforzo e variazione CAMPO DI MOTO.

Considero il SISTEMA iniziale e opero le opportune sostituzioni :

$$\begin{cases} \rho(F_x - \frac{du}{dt}) = \frac{\partial \tau_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_t}{\partial y} + \frac{\partial \tau_z}{\partial z} \\ \rho(F_y - \frac{dv}{dt}) = \frac{\partial \tau_t}{\partial x} + \frac{\partial \tau_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_x}{\partial z} \\ \rho(F_z - \frac{dw}{dt}) = \frac{\partial \tau_z}{\partial x} + \frac{\partial \tau_x}{\partial y} + \frac{\partial \tau_z}{\partial z} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \rightarrow \rho(F_x - \frac{du}{dt}) &= \frac{\partial p}{\partial x} - \underbrace{2\mu \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}}_{\substack{\text{derivata delle} \\ \text{ultime 2 equazioni}}} + \frac{2}{3}\mu \frac{\partial}{\partial x} \text{div} \vec{v} + \dots \rightarrow \left(\frac{\partial \tau_x}{\partial x}\right) \\ &\quad - \underbrace{\mu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}}_{\substack{\text{deriv} \\ \tau_t \text{ rispetto} \\ \text{a } y}} - \underbrace{\mu \frac{\partial^2 v}{\partial x \partial y}}_{\substack{\text{deriv} \\ \tau_t \text{ rispetto} \\ \text{a } y}} + \dots \rightarrow \left(\frac{\partial \tau_z}{\partial y}\right) \\ &\quad - \underbrace{\mu \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial z}}_{\substack{\text{deriv} \\ \tau_t \text{ rispetto} \\ \text{a } y}} - \underbrace{\mu \frac{\partial^2 u}{\partial z^2}}_{\substack{\text{deriv} \\ \tau_t \text{ rispetto} \\ \text{a } y}} \end{aligned}$$

$$\rho(F_x - \frac{du}{dt}) = \frac{\partial p}{\partial x} - \mu \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) + \dots - \mu \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial z} \right) + \frac{2}{3}\mu \frac{\partial}{\partial x} (\text{div} \vec{v})$$

derivata tempore rispetto a x → posso mettere in evidenza =

$$- \mu \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right)$$

$$\rho(F_x - \frac{du}{dt}) = \frac{\partial p}{\partial x} - \mu \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) - \underbrace{\mu \frac{\partial}{\partial x} \text{div} \vec{v}}_{\substack{\text{deriv} \\ \tau_t \text{ rispetto} \\ \text{a } x}} + \frac{2}{3}\mu \frac{\partial}{\partial x} \text{div} \vec{v} - \frac{1}{3}\mu \frac{\partial}{\partial x} \text{div} \vec{v}$$

↓ LAPLACIANO = somma delle derivate seconde di u

$$\begin{cases} \rho(F_x - \frac{du}{dt}) = \frac{\partial p}{\partial x} - \mu (\Delta_2 u) - \frac{1}{3}\mu \frac{\partial}{\partial x} \text{div} \vec{v} \\ \rho(F_y - \frac{dv}{dt}) = \frac{\partial p}{\partial y} - \mu \Delta_2 v - \frac{1}{3}\mu \frac{\partial}{\partial y} \text{div} \vec{v} \\ \rho(F_z - \frac{dw}{dt}) = \frac{\partial p}{\partial z} - \mu \Delta_2 w - \frac{1}{3}\mu \frac{\partial}{\partial z} \text{div} \vec{v} \end{cases}$$

↓ Scrittura VETTORIALE (SOMMA)

$$\rho(\vec{F} - \frac{d\vec{v}}{dt}) = \text{grad } p - \mu \Delta_2 \vec{v} - \frac{1}{3}\mu \text{grad}(\text{div} \vec{v})$$

↳ ora lo scopo è definire soluzioni particolari dell'equazione di Navier-Stokes

Considerando CASI PARTICOLARI  
e SEMPLIFICATI

(1) Impo~~n~~o che  $\tau = 0$  :

↳ si definiscono le possibilità =

$$\tau = \mu \frac{du}{dm}$$

→  $\mu = 0$   
→  $\frac{du}{dm} = 0$

non esistono fluidi non viscosi

Fluido PERFETTO

è un fluido IDEALE che  $\nexists$  nella realtà

per DEFINIZIONE  $\nexists$  sforzi tangenziali anche se vi è movimento, anche se  $\mu \neq 0$ , anche se ci sono  $\Delta$  del campo di moto

$$p(\vec{F} - \vec{A}) = \rho \text{grad} p$$

- tutti gli sforzi sono di natura normale
- $\nexists$  DISSIPAZIONI (dovute alle  $\tau$ )
- ENERGIA si mantiene COSTANTE

Nel caso di FLUIDO :

- NEWTONIANO
- INCOMPRESSIBILE
- PERFETTO

$$p(\vec{F} - \vec{A}) = \rho \text{grad} p$$

Equazione di EULERO

↳ non è altro che la tensione di un fluido STATICO con l'aggiunta di forze d'inerzia

valutare qnto "pesa" il termine delle DISSIPAZIONI

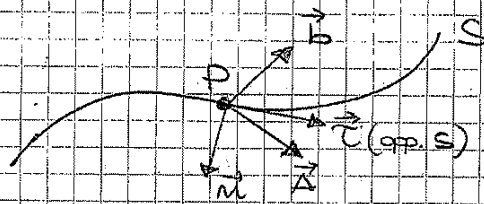
↳ Quando poi debbo considerare un fluido REALE (IMPERFETTO) mi chiedo di valutare quale sia la "distanza" rispetto al fluido perfetto e in quali condizioni posso considerare un fluido reale praticamente = a quello perfetto (dissipazioni trascurabili).

② Scrittura in FORME SCALARI

↳ Considera una TRAJETTORIA generica su cui la posizione del pto  $P$  è individuata in funzione di spazio e tempo

posso definire una TERNA INTRINSECA =

- vettore tang:  $\vec{T}$
- vettore normale  $(d\vec{T}) : \vec{N}$
- vettore binormale



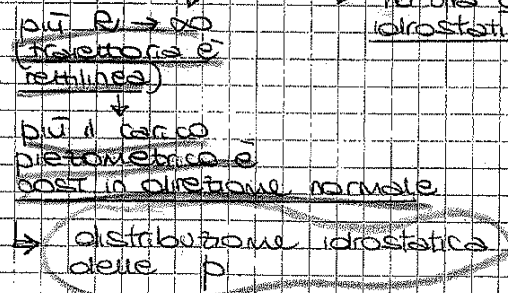
descrive la posizione del generico pto P

↳  $\vec{A}$  avrà 3 componenti (rispetto ai 3 assi) =

$$\begin{aligned}
 (\text{lungo } \vec{T}) : & \frac{d}{ds} \left( z + \frac{P}{Y} \right) = \frac{1}{\rho} \frac{dv}{ds} \quad (\rho \text{ posso chiamarlo anche } s) \\
 (\text{lungo } \vec{N}) : & \frac{d}{ds} \left( z + \frac{P}{Y} \right) = \frac{1}{\rho} \frac{v^2}{R} \quad \text{modulo della velocità} \\
 (\text{lungo } \vec{B}) : & \frac{d}{ds} \left( z + \frac{P}{Y} \right) = 0
 \end{aligned}$$

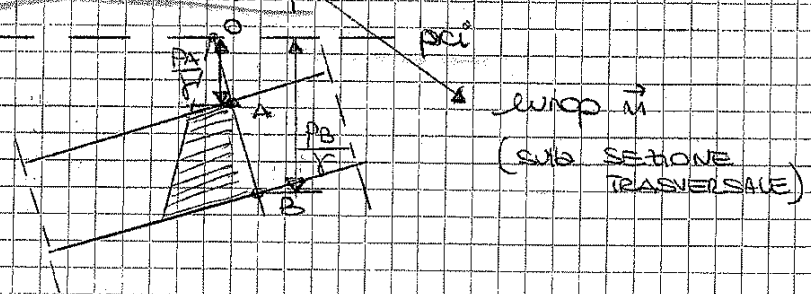
definisce una direzione lungo la quale il carico perimetrico è cost.

↳ ha una distribuzione idrostatica delle p



③ = Condotta rettilinea → det. distribuzione p

anche se il fluido si muove si ha una distribuzione idrostatica delle p (fig. 5.2 - "Citri")



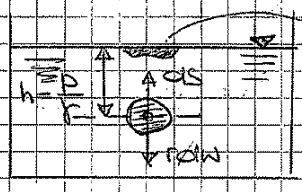
→ H è una S di energie =

- $Z$  → energia POTENZIALE (dipende dalla posizione della particella)
- $\frac{\rho v^2}{2g}$  → energia CINETICA (in generale  $\frac{1}{2}mv^2$ , ma in tal caso si tratta dell'unità di peso ⇒  $m = \frac{1}{g}$ )  
 ↳  $\frac{1}{2} \frac{v^2}{g} = E_{cinetica}$

•  $\frac{p}{\gamma}$  → energia DI PRESSIONE

devo dimostrare che si tratta di un' ENERGIA :

(Fig. 5.6)



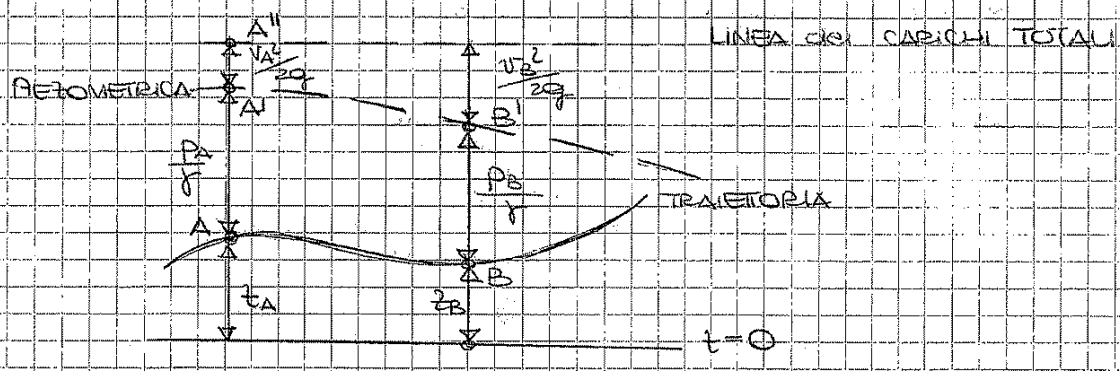
sposto la particella in sup. molto lentamente

↓  
 Z dissipazioni

↳ è una E potenziale

$\frac{p}{\gamma}$  è un'energia ↳ ed essendo mantenuto l'equilibrio, tale energia è derivata da una trasformazione di energia

• INTERPRETAZIONE GEOMETRICA del TR. DI BERNOULLI :



↳ H può essere interpretata come un' ENERGIA per UNITA DI PESO → ma dimensionalmente (geometricamente) è un' ALTEZZA

↓  
 SOMMA di ALTEZZE

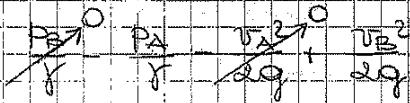
↳  $A'$  → rappresenta il p.c.i. relativo del PUNTO A (analogamente per  $B'$  → p.c.i. di B)

① - Determinare  $v_B = ?$  → velocità del fluido in uscita applicando Bernoulli

devo verificare che siano soddisfatte le (Hp) fondamentali:

- PERFETTO → se l'orifizio è sufficientemente grande e il foro è sufficientemente piccolo, allora il fluido effluisce lentamente →  $\downarrow$  dissipazioni → inoltre le sup. si mantengono pressoché costanti
- MOTO PERMANENTE → si può considerare

→  $z_A + \frac{P_A}{\gamma} + \frac{v_A^2}{2g} = z_B + \frac{P_B}{\gamma} + \frac{v_B^2}{2g}$  → Applicazione dell'BERNOULLI tra A e B (lungo la traiettoria AB)

$z_A = z_B =$  

- $\frac{v_A^2}{2g}$  → se (A) molto distante dal foro (e posso scegliere) allora  $v_A \rightarrow 0$  (trascurabile)
- $\frac{P_B}{\gamma}$  → oss che le traiettorie nel fluido convergono verso il foro e quindi in corrispondenza di una det. sezione le traiettorie diventano sensibilmente rettilinee e parallele

→ SEZIONE CONTRATTA (in essa poniamo (B)):

$P_B = 0$  (atmosfera)

→  $\frac{v_B^2}{2g} = z_A - z_B + \frac{P_A}{\gamma} = h + \delta$

→  $v_B = \sqrt{2g(h + \delta)}$

$\delta$  non è noto, viene approssimato in vari modi ed è una distanza proporzionale con il diametro della luce.

→  $\delta \approx \frac{D}{2}$

$v_B = \sqrt{2gh}$  (Se trascurabile  $\delta$  il foro è piccolo)

→ VELOCITÀ TORRICELLIANA

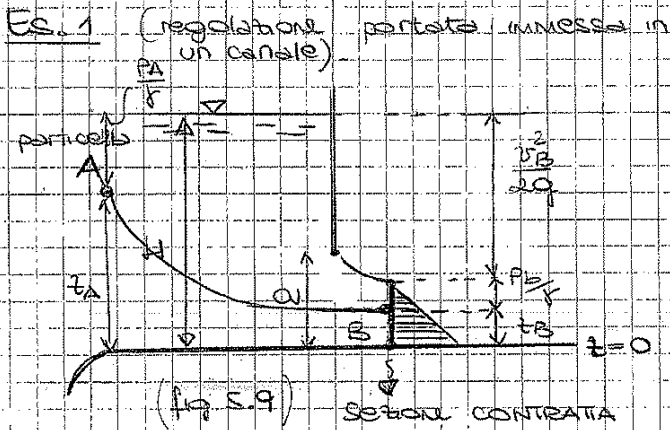
fora nelle (Hp)

→  $Q = A_c \sqrt{2gh} = c_d A \sqrt{2gh} = \mu A \sqrt{2gh}$

$A_c$  Area SEZIONE CONTRATTA

•  $C =$  coeff. di contrazione rispetto all'area iniziale

•  $C_v =$  tiene conto delle approssimazioni



EFFLUSSO attraverso una FESSURA di DI FONDO

→ luce = rettangolo di altezza  $z_B$

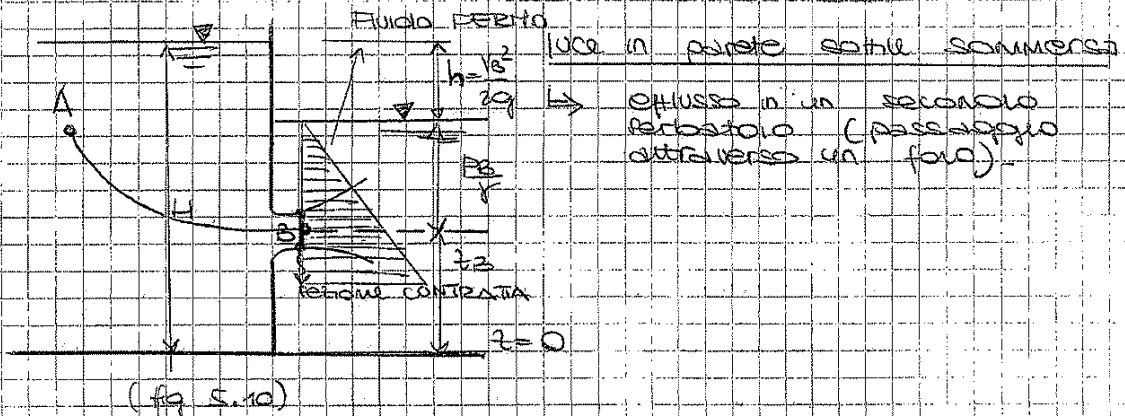
$$Q = \mu a \cdot b \sqrt{H - C_{ca}}$$

$\mu$  → coefficiente della luce

⇒ **Oss.** = • è una SCARICA di FONDO (numerose applicazioni)

• si è det. un legame tra un flusso e un'altezza (o della luce) ⇒ posso variare il flusso variando l'altezza (alzando o abbassando la paratoia)

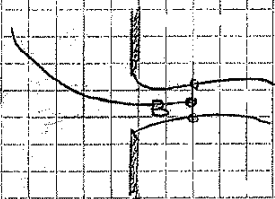
**ES. 2**



EFFLUSSO in un serbatoio (passaggio attraverso un foro)

→ la portata è [funzione della DIFFERENZA di LIVELLO tra i 2 serbatoi] ⇒ • quando  $h \rightarrow 0 \Rightarrow$  flusso è nullo

**ES. 3** : EFFLUSSO in ATMOSFERA



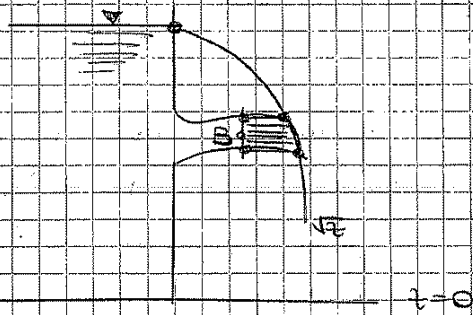
Portei richiedono in modo analogo di precedenti.

$$z_A + \frac{p_A}{\rho} + \frac{v_A^2}{2g} = z_B + \frac{p_B}{\rho} + \frac{v_B^2}{2g}$$

$\frac{v_A^2}{2g} = 0$

→ occorre determinare  **$p_B$**

→  $V_B = \sqrt{2g(H-z_B)}$  → otterp la distribuzione sull'Acquedotto per integrazione



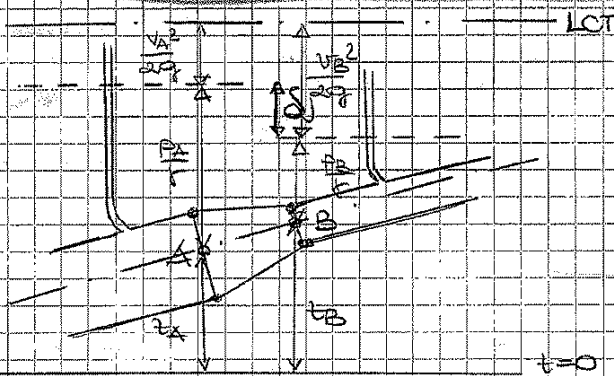
Es 4 = sbocco in un serbatoio a  $p = p_{atm}$  (fig 5.13)

→ più  $p > p_{atm}$ , più la portata deve diminuire

→ se  $p$  è una depressione allora il serbatoio funge da "Bisucchio"

→ notevole utilizzo dei serbatoi a  $p$  controllata per regolare il flusso di un fluido

② 2ª Applicazione → VENTURIMETRO



due sezioni di diverso diametro collegate da un convergenza

→ per continuità, il convergente aumenta le velocità

→ con buona approssimazione posso considerare delle CORRENTI (CORRENTE LINEARE) nelle sezioni A e B (e il convergente è buono, tanto dissipazioni, tanto creare vortice)

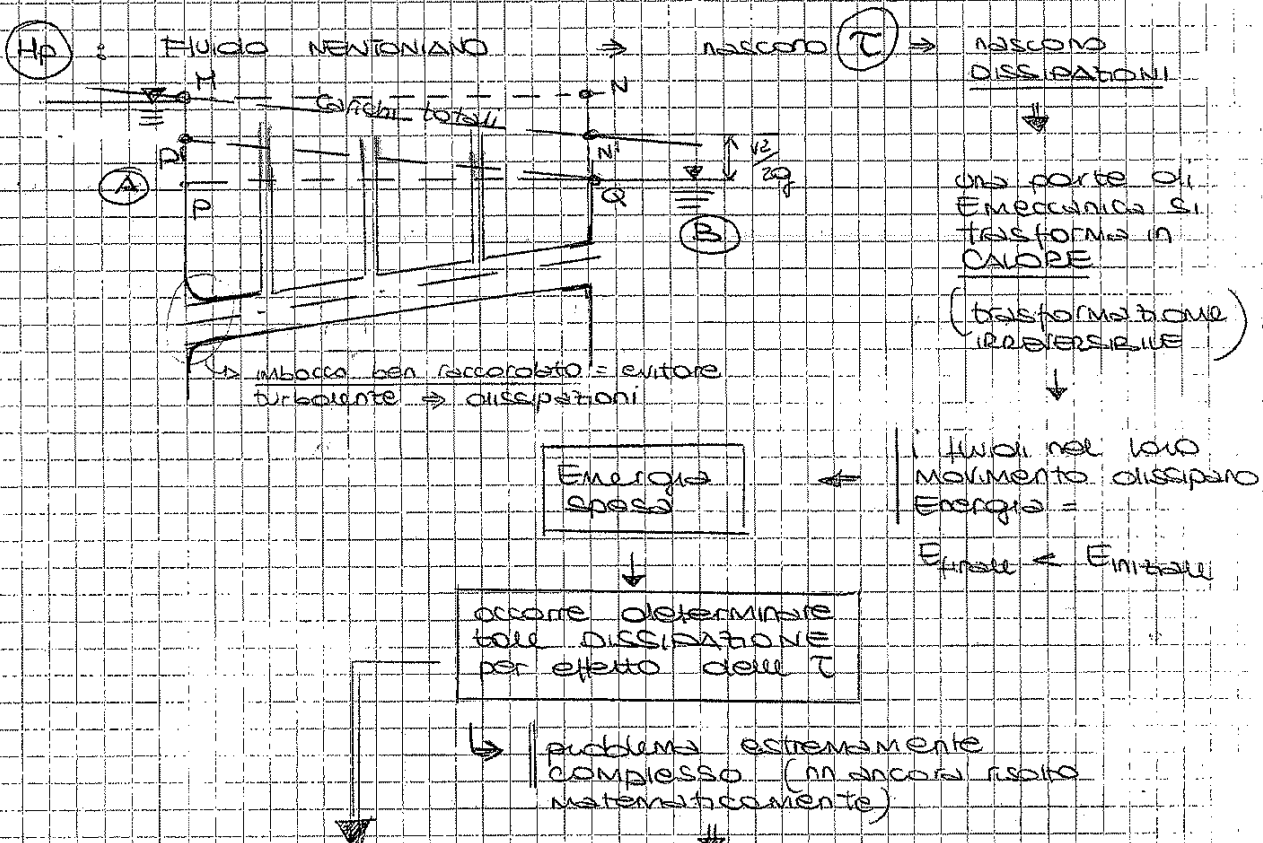
→ si stabilisce una DIFERENZA DI CARICO PIETOMETRICO:

$$\Delta h = \frac{V_B^2}{2g} - \frac{V_A^2}{2g} = \frac{Q^2}{A_B^2 2g} - \frac{Q^2}{A_A^2 2g} = \frac{Q^2}{2g} \left( \frac{1}{A_B^2} - \frac{1}{A_A^2} \right)$$

→ il fine di  $\Delta h$  è del fattore di restragimento  $\sigma$  e del coefficiente di restragimento  $\sigma_c$  → è sufficiente determinare  $\sigma$



1) Estensione di FLUIDI REALI : (pag. 134)



• l'unica strada è definire una SOLUZIONE INGEGNERISTICA  
 considero i fluidi REALI come fluidi QUASI PERFETTI  
 e vado a valutare di quanto il fluido reale si discosta  
dal fluido perfetto : (considero fig. 5.22) -

(A) = serbatoio che fornisce il fluido  
 (B) = serbatoio utilizzatore del fluido } connessi mediante un TUBO

$\Rightarrow$  fluido si muove da (A)  $\rightarrow$  (B) perché  $\exists$  un DIFERENZIALE  
 rappresentato la DIFFERENZA  
DI ENERGIA disponibile per MUOVERSI.

- in (A) : carico totale  $\equiv$  peso libero (perché fluido è statico)
- in (B) : carico totale è più in alto del peso libero xché  $\exists$  un termine cinetico (fluido in moto).
- $\Rightarrow$   $(\Delta H) = N \neq N'$  perché fluido non perfetto  
 quindi il fluido spende Energia =

⇒ Definisco PERDITE DI CARICO CONCENTRATE, che si aggiungono a quelle distribuite =

$$\Delta y = \frac{Q^2}{A^2 2g} + j \cdot L + \sum \zeta_i$$

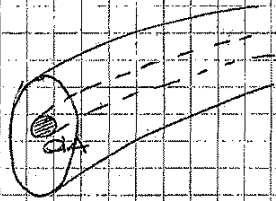
DISVENO TRA 2 SERBATOI

Mercoledì 8 Oct '08  
(pr. S.S. S.S. S. 4)

② Estensione del Tr. di Bernoulli alle CORRENTI:

fluidi che si muovono secondo traiettorie RETILINEE e PARABOLICHE.

Considero un tubo di flusso e una sezione trasversale:



•  $dQ = v dA$   
↳ Flusso attraverso area  $dA$  nell'unità di tempo

•  $\gamma dQ H = dP$   
Peso nell'unità di tempo → energia per unità di peso

POTENZA che transita attraverso  $dA$  } energia per unità di tempo

potenza che attraversa la superficie

$$\Rightarrow P = \int_A \gamma H v dA = \int_Q \gamma H dQ = \int_A \gamma \left( z + \frac{p}{\gamma} + \frac{v^2}{2g} \right) v dA$$

• SE IL MOTO È PERMANENTE ⇒  $Q = \text{cost}$  ⇒  $P = \text{cost}$

(in più  $H = \text{cost}$ )  
↳ FLUIDO PERFETTO!

$$\Rightarrow P = \int_A \gamma \left( z + \frac{p}{\gamma} \right) v dA + \int_A \frac{\gamma v^3}{2g} dA$$

→ Tr. di Bernoulli per fluido in moto permanente, in una CORRENTE:

$$P = \rho Q \left( z + \frac{P}{\gamma} + \alpha \frac{V^2}{2g} \right) \quad V = \text{velocità media}$$

$$z + \frac{P}{\gamma} + \alpha \frac{V^2}{2g} = H = \text{cost.} = \text{CARICO TOTALE}$$

○ Oss = si può applicare a qualsiasi traiettoria; per comodità in genere considereremo la traiettoria passante per il centro della sezione circolare del tubo.

○ Es = Ricavare la relazione tra i 2 COEFFICIENTI DI RAGGUARDU:

$$\alpha = \frac{\int \frac{v^3}{2g} dA}{\int \frac{v^3}{2g} A} \quad ; \quad \beta = \frac{\int \frac{v^2}{2g} dA}{\int \frac{v^2}{2g} A}$$

→  $v = V + \epsilon$  →  $\frac{1}{A} \int \epsilon dA = 0$  (la media di  $\epsilon$  è = 0)

$$\frac{1}{A} \int (v - V) dA = \frac{1}{A} \int v dA - V - V - V = 0$$

partendo da tale considerazione posso ricavare toll. relazione:

$$\beta = \frac{\int (V + \epsilon)^2 dA}{V^2 A} = \frac{V^2 A + \int \epsilon^2 dA}{V^2 A} = 1 + \eta$$

$$\alpha = \frac{\int (V + \epsilon)^3 dA}{V^3 A} = \frac{\int V^3 + \epsilon^3 + 3V\epsilon^2 + 3V^2\epsilon dA}{V^3 A}$$

$$= \frac{\int V^3 dA + \int \epsilon^3 dA + 3V \int \epsilon^2 dA + 3V^2 \int \epsilon dA}{V^3 A}$$

$$= \frac{\int V^3 dA}{V^3 A} = 1 + 3\eta$$

$$\frac{V^3 A + 3V \int \epsilon^2 dA}{V^3 A} = 1 + 3\eta = 1 + 3\eta$$

• Se considero come 1,2 i punti estremi della condotta =

$$H_2 - H_1 = - \frac{L}{g} \frac{dv}{dt}$$

• Appena toglgo il tappo  $\Rightarrow$  tutto il fluido si mette in movimento  $\Rightarrow$  linea carichi totali passa sempre per A e nel pto finale della condotta coincide con  $(z + \frac{p}{\rho})$ , perché in un istante iniziale  $v$  è ancora nulla ( $\Rightarrow$  all'istante di apertura la linea è inclinata = AN).

$\Rightarrow$  Successivamente la velocità cresce  $\Rightarrow$  ACCELERAZIONE :

$$H_0 - H_1 = y_0 = \frac{L}{g} \left( \frac{dv}{dt} \right)_{t=t_0} \Rightarrow \left\{ \frac{dv}{dt} \Big|_{t=t_0} = \frac{y_0 \cdot g}{L} \right\}$$

H nel pto finale della condotta

istante in cui apre il tappo

$\Rightarrow$  le VARIATIONI della linea dei carichi totali sono dovute all'INCOMPRESSIBILITÀ DEL FLUIDO  $\Rightarrow$  le pressioni variano istante per istante  $\Rightarrow$  salto di energia (dovuto alle variazioni di pressione).

$\downarrow$   
in CONDOTTA RIGIDA

$$\Rightarrow \frac{dv}{dt} = \frac{g}{L} \left( y_0 - \frac{v^2}{2g} \right)$$

$\downarrow$   
velocità di aumento esponenziale

$\Rightarrow$  Nel caso di MOTO VARIABILE = occorre prendere in considerazione =

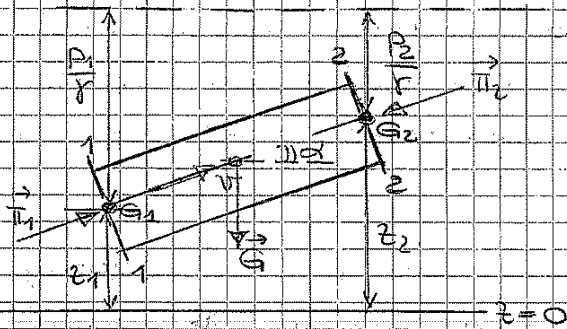
- INCOMPRESSIBILITÀ del fluido
- RIGIDEZZA della condotta



Questo esempio è analogo a ciò che accade all'apertura di un rubinetto (tuttavia le brusche variazioni di pressione sono dovute a brusche manovre di apertura o chiusura).

$\Rightarrow$  Ciò è quanto accade nelle CORRENTI IN PRESSIONE.

$\downarrow$   
variazioni di portata (moto vsg) istante per istante si producono in SOVRAPRESSIONI che agiscono sulla condotta



$$\vec{G} + \vec{T}_1 - \mu \int_A \frac{dv}{dn} dA = 0$$

- $\vec{T}_1 = 0 \rightarrow$  perché è tutto costante sezione per sezione.
- $\vec{T}_1 - \vec{T}_2 = 0 \rightarrow$  perché  $Q = \text{cost}$  e la condotta è rettilinea (quindi hanno uguale direzione e verso opposto).
- sforzi di natura NORMALE  $\rightarrow$  su sup 1,2 e laterale.
- sforzi di natura TANGENZIALE  $\rightarrow$  dipendono dalla distribuzione delle velocità.  
su sup. 1,2 (per simmetria)  $\Rightarrow$  uguale distribuzione di  $T$ .

$T$  = AZIONE DI TRASCINAMENTO DEL FLUIDO SULLA CONDOTTA

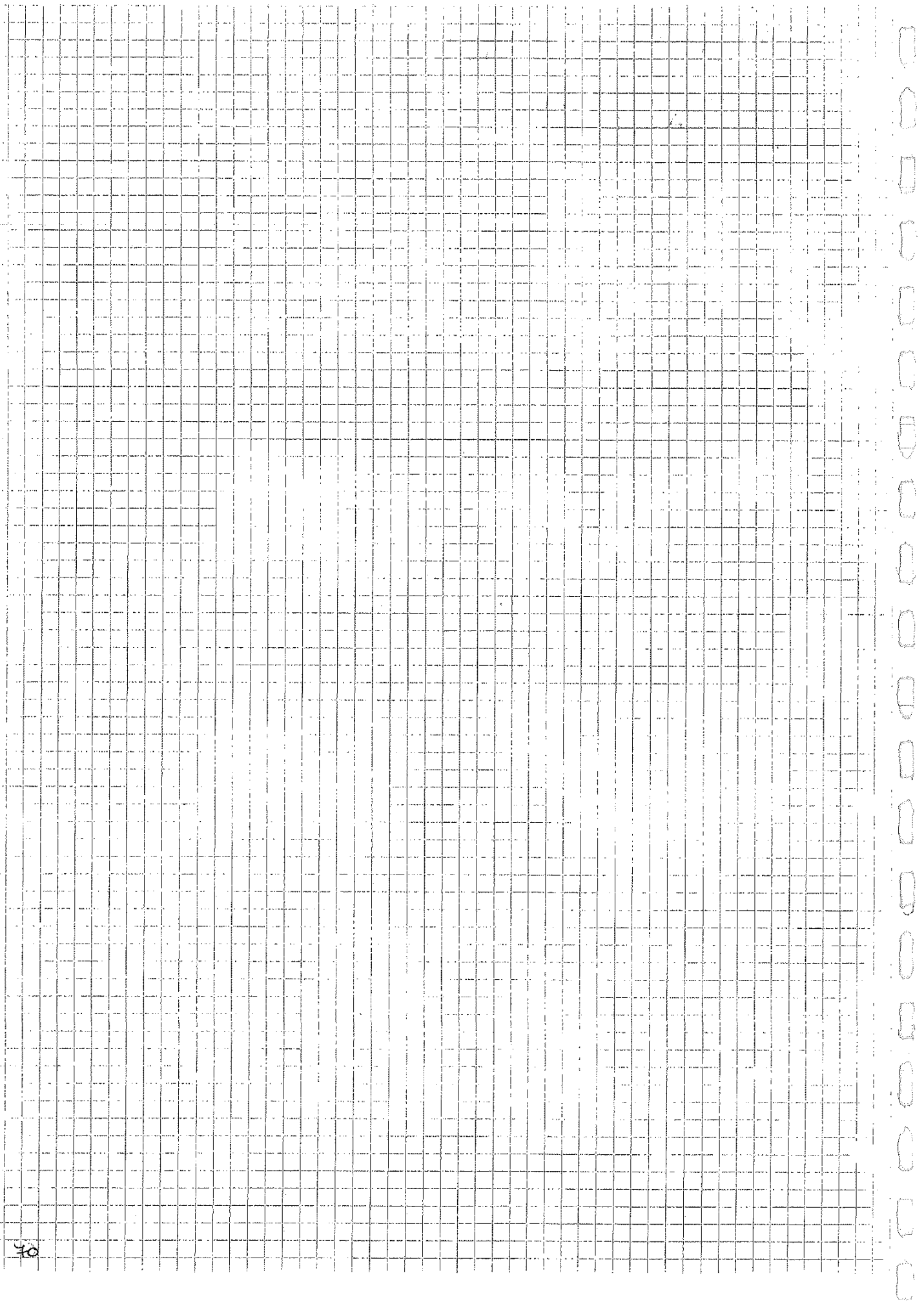
$\rightarrow$  Perché le  $T$  sulle sezioni esterne si annullano =

$$\vec{T} = \mu \int_{A_0} \frac{dv}{dn} dA \quad (A_0 = \text{sup. laterale})$$

$$\vec{G} + \vec{T}_1 - \vec{T} = 0$$

Proietta equie di equilibrio dinamico nella direzione del moto.

$$\begin{aligned} T &= T_1 - T_2 - G \cos \alpha = p_1 A - p_2 A - G \cos \alpha = \\ &= p_1 A - p_2 A - \gamma A \cos \alpha \cdot (z_2 - z_1) = \\ &= p_1 A - p_2 A - \gamma A (z_2 - z_1) = \\ &= (p_1 + \gamma z_1) A - (p_2 + \gamma z_2) A \end{aligned}$$



70



NUM. PO.:

$R \approx h$

→  $\tau = \gamma R J$

$R$  = larghezza geometrica rappresentativa della sezione = se 2 sezioni hanno =  $R$  si hanno medesime  $\tau$  (con medesime  $J$ ).

$J$  = DISSIPAZIONI

→ funzione delle caratteristiche del

- FLUIDO
- CONDOTTO in cui sta scorrendo

cambia notevolmente se

① CONDOTTO PIENO  
(CONTATI IN PRESSIONE)

② CORRENTE A DEBO LIBERO  
(a contatto diretto con la parete) =

- sezione APERTA
- sezione CHIUSA (es. fognature)

$J$  in CORRENTE IN PRESSIONE =

CONDOTTO CIRCOLARE =

(fig. 1.7)

↳ Esperimenti di Reynolds = serbatoio a cui collegato un tubo di sezione costante con valvola in grado di controllare la velocità (⇒ portata) nel tubo.

↳ Iniettato fluido colorato nel condotto → cercato di visualizzare traiettorie che scorrono nel condotto;

③  $V = \text{cost}$      $D = \text{cost}$     ⇒     $Q = \text{cost}$

① MOTO LAMINARE : (pag. 179)

↳ NUMERO di REYNOLD =  $Re = \frac{VD \cdot \rho}{\mu}$  (x sez. circolari)

dove =  $V$  = velocità media  $\rightarrow = \frac{VD}{L}$   
 $D$  = diametro

Caratteristiche del fluido  $\left\{ \begin{array}{l} \rho = \text{densità} \\ \mu = \text{viscosità dinamica} \end{array} \right.$

- se  $Re < 2000$   $\Rightarrow$  il fluido si muove di MOTO LAMINARE
- se  $2000 < Re < 5000$   $\Rightarrow$  Moto di TRANSIZIONE  
(10.000)  $\rightarrow$  numeri molto variabili
- se  $Re > 5000$   $\Rightarrow$  Moto TURBOLENTO  
(10.000)

↳ Affinchè  $Re < 2000$   $\rightarrow$   $D$  deve essere molto molto piccolo o  $V$  molto molto bassa.

Acqua non è praticamente mai in moto LAMINARE

mentre tale moto è molto frequente per fluidi viscosi (olio)

•  $T_0 = \gamma R J$   $\rightarrow$  sul contorno del fluido (con raggio  $R$ )

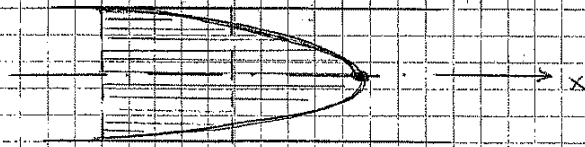
↳ all'interno del fluido, con raggio pari a  $r$  (distanza generica dal centro) si sviluppano  $T =$  considero un cilindro di raggio  $r$ : (fig. 7.1)

$T = \gamma \pi r^2 L J$

$T = \frac{\gamma r^2 / 2 J}{\frac{2r}{2}} = \frac{\gamma r J}{2} \Rightarrow \boxed{T = \gamma \frac{r}{2} J}$

7.4

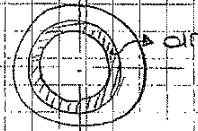




Distribuzione delle  
velocità in moto  
laminare =  
paraboloide di  
rotazione

$u_{max}$  si ha in corrispondenza del centro ( $r=0$ )

$$\Rightarrow Q = \int_0^{D/2} u \cdot 2\pi r \, dr = \frac{\pi \gamma J D^4}{128 \mu}$$



Formula di POISEUILLE

↳ ottenuto per via sperimentale  
prima di Navier - Stokes

(⇒ è una dimostrazione della validità della legge di Newton per fluidi newtoniani)

$$\Rightarrow \bar{v} = \frac{Q}{A} = \frac{\pi \gamma J D^4}{128 \cdot 32 \mu D^2} = \frac{1}{32} \frac{\gamma J D^2}{\mu}$$

↳ velocità media è pari alla metà della velocità max (base di paraboloide)

$$= \frac{1}{2} \frac{\gamma J R^2}{\mu}$$

● SEZIONE RETTANGOLARE :

Considero una sezione rettangolare larga (2 lamine // molto vicine) (fig. 7.3) :

↳ costante  
larga

↓  
in tutte le sezioni  
ho lo stesso profilo  
di velocità, con  
componente  
trasversale nulla.

$$-\rho \frac{du}{dt} = \frac{\partial}{\partial x} (\rho t + p) - \mu \Delta_2 u$$

$$\Rightarrow \frac{du}{dt} = \frac{du}{dt} + u \frac{du}{dx} + v \frac{du}{dy}$$

$$\Rightarrow \Delta_2 u = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$$

↳ dal pto di vista macroscopico (in senso medio) si ha sempre MOTO UNIFORME ( $V_{media}$  è sempre la stessa) ma dal pto di vista di ogni singola traiettoria si sviluppano vortici e si ha scambio di materia tra l'una e l'altra traiettoria →

TRASFERIMENTO di QUANTITÀ di MOTO DA UN PUNTO ALL'ALTRO del FLUIDO.

↓  
Sviluppo di tensioni tangenziali aggiuntive  
↳ dissipazioni aggiuntive

già presenti nel moto laminare

$$\tau = \mu \frac{dv}{dy}$$

$\tau$  VISCOSE

↳ dipende dalla viscosità

$\tau$  aggiuntive che nascono nel moto TURBOLENTO

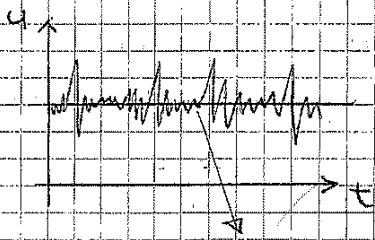
$$\tau = \dots$$

$\tau$  TURBOLENTE

↓  
dipende dalla densità  $\rho$

↳ Moto TURBOLENTO di TRANSIZIONE (diverso dal moto di TRANSIZIONE, visto come passaggio da laminare a turbolento, in cui non è possibile definire se esistono solo le  $\tau(\mu)$  o le  $\tau(\rho)$ ) → sono presenti sia le  $\tau(\mu)$  che le  $\tau(\rho)$  ma Re non è ancora così alto (si trova "sul inizio" del moto turbolento)

• P → x



Considero un pto P nel condotto e misuro una grandezza provocata nel tempo, p es. velocità ( $v$  o componente di  $v$  in direzione  $x = u$ )

↓  
andamento non di costante (segnale caotico)

↳ si introduce la DECOMPOSIZIONE di REYNOLDS :

⇒ Ciò è valido nel caso di RELAZIONI LINEARI (nelle formule di definizione delle grandezze, i valori locali compaiono in espressioni lineari).

• Se considero la QUANTITÀ DI MOTO della portata:

$$\vec{M} = \rho \int_A \vec{v} v_n dA \quad (\text{non è lineare})$$

comp. di moto  
lo posso scomporre

$$\vec{v} = \vec{v}' + \vec{v}''$$

$$\vec{M} = \rho \int_A (\vec{v}' + \vec{v}'') (v_n + v_n'') dA$$

$$\vec{M} = \rho \int_A \left( \vec{v}' v_n + \vec{v}'' v_n + \vec{v}' v_n'' + \vec{v}'' v_n'' \right) dA$$

questo termine crea problemi e fa sì che non siano valide le leggi del moto LAMINARE

perché scomponendo l'integrale e interponendo i termini di integrazione ottengo:

$$\vec{M} = \rho \int_A \vec{v}' v_n dA + \rho \int_A \frac{1}{T} \int_0^T (\vec{v}'' v_n'') dt dA =$$

ciò è stato dimostrato prima → valido se e solo se gli altri termini si annullano →

nel caso di ESPRESSIONI LINEARI.

ma  $(\vec{v}'' v_n'')$  non si annulla.

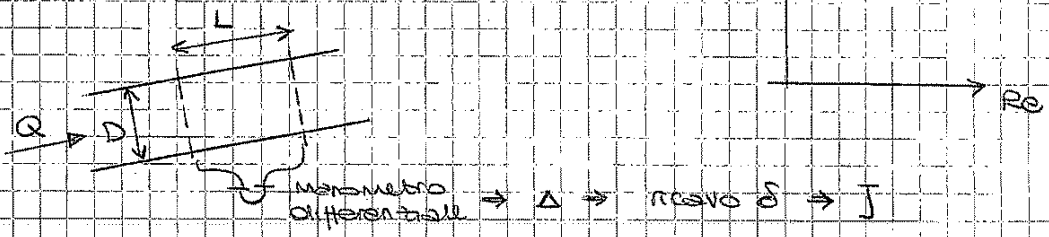
$$\vec{M} = \rho \int_A \vec{v}' v_n dA + \rho \int_A \vec{v}'' v_n dA$$

questo medio  $\neq 0$  perché

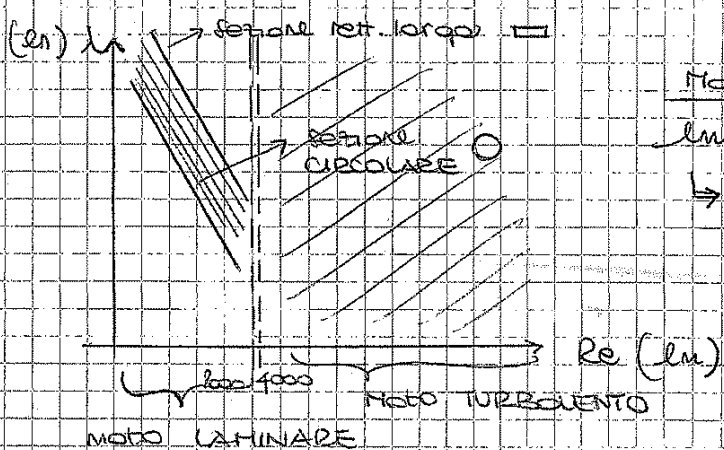
questi 2 termini non sono completamente scorrelati.

⇒ Non vale tutto dimostrato in precedenza (valor medio ottenuto integrando i valori med. delle grandezze locali).

→ Si definisce ABACO DI MOODY :  $\lambda \uparrow$



• Possò definire sull'ABACO il moto laminare, perché noto per via teorico.



Moto laminare :  
 $\ln \lambda = \ln 64 - \ln Re$   
 → è una retta (in una rapp. logaritmic).

$$\lambda_0 = \frac{64}{Re}$$

$$\lambda_{\infty} = \frac{0.06}{Re}$$

di variaz. della sezione considerato variaz. la costante che legge  $\lambda_0 = Re$  e si definiscono legge comprese sempre comprese tra la legge relativa a 0 e la relativa a  $\infty$ .

→ parti di area,  
 •  $\square$  è la sezione  
 di massim. diametro  
 mentre  $\circ$  è quella di min. diametro

→ tutte le altre sezioni sono comprese tra queste due (dissipazioni con valori intermedi).

*[Faint handwritten notes on a grid background, mostly illegible due to low contrast and bleed-through.]*



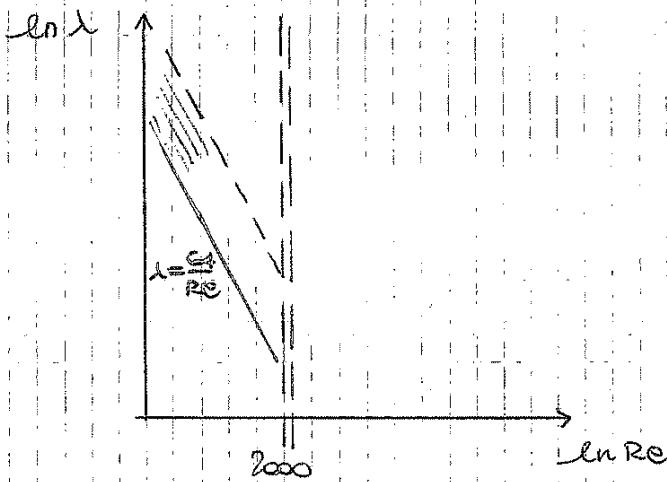


Diagramma di MOODY

↳ riassume le leggi DI RESISTENZA (al valore delle costanti, scale del moto)

• L'analisi sperimentale ha evidenziato che =

$$\lambda = f(Re, \epsilon)$$

↳ grandezza che descrive (identifica) il materiale del condotto



Tubo liscio →

• non ha scabrezza nulla (≠ materia, il  $\epsilon$  scabrezza perfettamente nulla, perché a livello microscopico  $\exists$  una superficie perfettamente liscia)

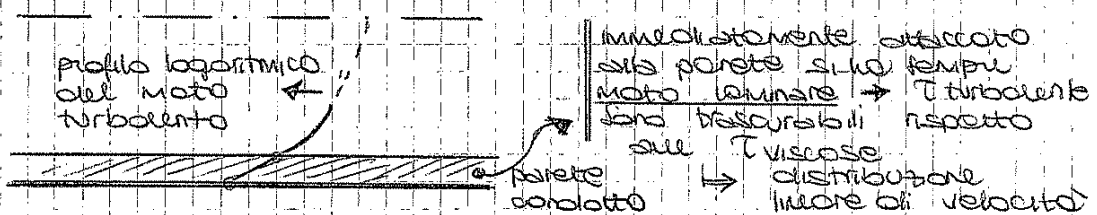
↓  
in piccole scale ⇒ moto viscoso (scabrezza ⇒ dissipazioni)

↳ matematicamente non è liscio

↓  
parlo di "IDRAULICAMENTE LISCIO"

↳ la scabrezza è così piccola

da non incidere sull'indice di resistenza

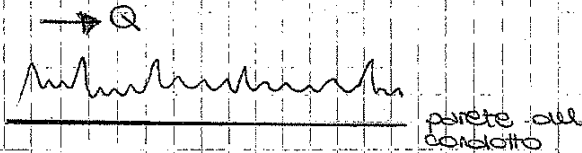


↳  $\lambda$  (3) è un po' meno empirico delle altre ed è una formula di tipo implicita (non si riesce ad esplicitarla)  $\lambda = \dots$  = molto più complesso da utilizzare.



TUBO SCARDO → lo spessore dello strato laminare è inferiore o confrontabile con lo spessore della scabrezza (altezza delle asperità).

↳ Identifico la SCABREZZA con una lunghezza (per poterla confrontare con lo spessore dello strato laminare):



ma di fatto  $Q$  una grandezza spone =  $Q$  in grado di descrivere la scabrezza (cioè non basta).

NIKURADSE ha tentato di studiare l'andamento della scabrezza (a livello microscopico), studiandone gli effetti sul moto del fluido → ha costruito cosiddetti TUBI ALLA NIKURADSE.

↳ granellini di sabbia molto uniformi

ha definito una grandezza rappresentativa di tale det. scabrezza =  $d_s$  = diametro dei granellini (considerando un scabrezza omogenea).

↳ in seguito a numerosi esperimenti ha costruito il ARPA DI NIKURADSE (fig. 4.9)

↳ Nei TUBI DI NIKURADSE =

$$\lambda = f\left(Re, \frac{d_s}{D}\right)$$

scabrezza BELATNA (relativa al diametro dei granelli).



Differenza tra ARABO DI MOODY e ARPA DI NIKURA -  
ISE (curve discendenti e ascendenti):

↳ questa differenza risiede nello stato "laminare":  
 si cresce di  $Re$  lo spessore  $\downarrow$ ;  $\exists$  un det.  
 $Re$  per cui lo spessore  $e$  pari a  $d \rightarrow$  tutte  
 le sferette vanno a "buca" lo strato laminare  
 (tutte insieme perché uguali) nel caso di  
Nikuraste, mentre "considerando una sabbietta  
variable (mulinelli), le sferette bucano lo  
 strato gradualmente ( $\exists$  sferette di  $\neq$  diametro).

**Formule di COUBROK WHITE**

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \log \left( \frac{2.5f}{Re \sqrt{\lambda}} + \frac{1}{3.71} \frac{e}{D} \right)$$

↳ l'unica formula trovata dopo l'elaborazione del  
 diagramma di Moody = ottenuta sommando una  
 parte della formula del tubo liscio e il contributo  
 del moto assolutamente turbolento.

↳ l'unica formula che consente di risolvere analiticamen-  
 te  $\lambda$  in fne di  $(Re, \frac{e}{D})$ .

se  $Re \rightarrow \infty \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \log \left( \frac{1}{3.71} \frac{e}{D} \right)$   
 curva del tubo assolutamente scabro.



Occorrono FORMULE PRATICHE, da utilizzare per il calcolo  
 delle dissipazioni ( $J$ ) nei condotti

↳ Formule PURAMENTE EMPIRICHE  $\rightarrow$  validi SOLO nelle  
 condizioni in cui sono state trovate :



Mercosulati / 21 ottobre 08

PERDITE DI CARICO DISTRIBUITE

fluido → condotto = spende parte dell'energia nelle DISSIPAZIONI.

→ perdite di carico DISTRIBUITE.

• MOTO LAMINARE :

$$V = \frac{1}{32} \frac{\gamma J}{\mu} D^4$$

↳ LEGGE LINEARE tra  $V$  e  $J$

• MOTO TURBOLENTO :

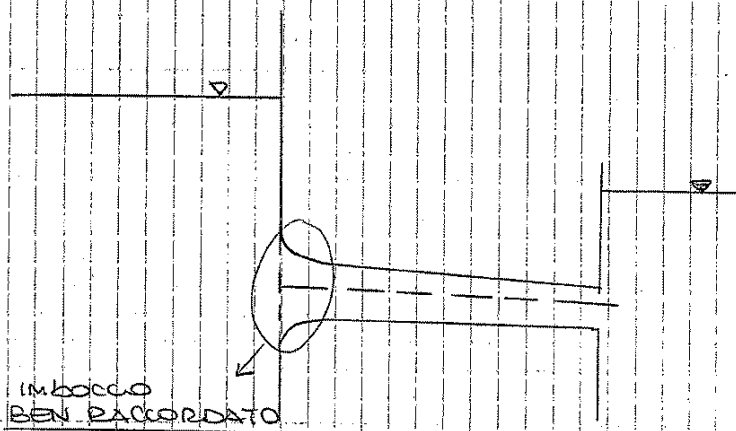
$$V = \alpha \sqrt{Rf J} \quad (\text{Cherzy})$$

↳ LEGGE  $V \cdot J$  QUADRATICO ( $V \cdot J^2$ )

$$J = \beta \frac{\rho V^2}{D^5}$$

↳ umentando D del tubo le dissipazioni si riducono notevolmente.

• Esempio



imbocco BEN RACCORDATO

↳ limite di minimo la spesa di energia per lo spostamento del fluido.

↳ occorre trascurare LCI (e LCP) del condotto, wrap lo sviluppo del condotto stesso.

$$H = z + \frac{p}{\gamma} + \alpha \frac{V^2}{2g}$$

perché consideriamo una corrente

↳ più osserveremo che  $\alpha \geq 1$  (moto turbolento).

$\xi_{se}$

$\xi$  non è costante nel tempo → con l'invecchiare delle tubazioni esse si ingrossano, per opera dei residui trasportati dal fluido → aumenta la scabrezza, il fluido spende più energia → si rompe la portata  
 → occorre sovradimensionare i sistemi (inizialmente altro a maggior rispetto al necessario) al fine di prevedere il futuro degrado.

→ occorre però ancora aggiungere e considerare altre perdite aggiuntive locali.

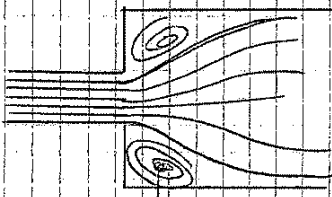


PERDITE DI CARICO CONCENTRATE

→ quando si verificano cambi di geometria o di altre condizioni nascono dissipazioni locali dovute, prevalentemente, alla formazione di zone turbolente vorticosi (in misura minore dovute a fenomeni viscosi).



altamente dissipative; nascono per effetto della loca geometria.



$\xi_s$  = BRUSCO ALLARGAMENTO di sezione.

→ il fluido richiede energia perché deve alimentare tali vortici.

→ SOLUZIONE = sappimatura in grado di garantire un buon raccordo.

$\xi_s$

brusco restringimento o gomito =

