NUMERO : 457

DATA : 18/02/2013

A P P U N T I

STUDENTE : Fantini

MATERIA : Idrologia - riassunti
Prof. Claps

RIASSUNTI DI
IDROLOGIA

per Civili e Ambiente e Territorio

Paolo Fantini

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 3 di 24

Probabilità e Frequenza

I dati misurati di una variabile aleatoria X sono generalmente limitati. Lo studio statistico sulla variabile si sviluppa quindi su campioni limitati. Ordinando il campione in senso crescente lo si può dividere in classi.

La Frequenza assoluta di classe è il numero di elementi che ricadono in ciascuna classe. La somma delle frequenze assolute di classe è pari alla dimensione del campione N.

La Frequenza relativa di classe è il rapporto tra la frequenza assoluta e la dimensione del campione. La somma delle frequenze relative di classe è pari a 1.

Si può definire la Frequenza cumulata relativa di non superamento della classe (variabile continua) o del dato (variabile discreta) i-esimo pari a:

$$F = \frac{i}{N}$$

Si può quindi costruire la curva di frequenza cumulata disponendo sulle ascisse il valore del singolo dato e in ordinate la corrispondente F. Campioni diversi della stessa variabile casuale danno origine a diverse curve di frequenza cumulata. Se $N \to \infty$ ogni curva di frequenza cumulata tende ad un'unica curva limite che è la distribuzione di probabilità della variabile casuale a cui appartengono i campioni.

Inferenza statistica: l'insieme dei procedimenti che, sulla base di un gruppo di osservazioni (campione), rende possibile pervenire a conclusioni valide per il collettivo (popolazione) in termini probabilistici.

Parametri statistici

Momenti

Per una serie di dati i momenti m di ordine k calcolati rispetto ad un punto c sono dati dalla relazione:

$$m_k = \frac{\sum_{i=1}^{N} (x_i - c)^k}{N}$$

Il momento di ordine 1 descrive le proprietà relative alla tendenza centrale del campione;
Il momento di ordine 2 descrive le proprietà relative alla dispersione del campione;
I momenti di ordine superiore descrivono le proprietà relative alla forma del campione.

Tendenza centrale

Media campionaria: in statistica è il valore numerico a cui i dati tendono

Metodo dei momenti

Consiste nell'attribuzione a ciascun momento della popolazione della variabile casuale x il valore del corrispondente momento del campione estratto da quella popolazione.

Metodo degli L-momenti

Gli L-Momenti sono stimatori lineari dei momenti di un campione. La procedura per la stima dei parametri è analoga a quella utilizzata nel metodo dei momenti; gli L-momenti teorici vengono equiparati a quelli campionari.

$$\lambda_1 = B_0 = \mu \quad ; \quad \lambda_2 = 2B_1 - B_0 \quad ; \quad \lambda_3 = 6B_2 - 6B_1 + B_0 \quad ; \quad \lambda_4 = 20B_3 - 30B_2 + 12B_1 - B_0$$

$$b_r = n^{-1} \sum_{j=r+1}^{n} \frac{(j-1)(j-2)\dots(j-r)}{(n-1)(n-2)\dots(n-r)} x_{j:n}$$

dove $x_{j:n}$ è il j-esimo elemento del campione ordinato in senso crescente.

Normale

$$F(x) = \frac{1}{\theta_2\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{x} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\theta_1}{\theta_2}\right)^2} dx \quad ; \quad f(x) = \frac{1}{\theta_2\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\theta_1}{\theta_2}\right)^2} \quad ; \quad x(F) = \theta_1 + \theta_2 \Phi^{-1}(F)$$

$$Momenti \qquad \theta_1 = \mu \quad ; \quad \theta_2 = \sigma$$

$$L - Momenti \qquad \theta_1 = \lambda_1 \quad ; \quad \theta_2 = \pi^{1/2}\lambda_2$$

Variabile normale standardizzata o ridotta $\qquad y = \frac{x-\mu}{\sigma}$

Log – Normale a 2 parametri

$$F(x) = \frac{1}{\theta_2\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{x} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{\log(x)-\theta_1}{\theta_2}\right)^2} dx \quad ; \quad f(x) = \frac{1}{x\theta_2\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{\log(x)-\theta_1}{\theta_2}\right)^2} \quad ; \quad x(F) = e^{\theta_1 + \theta_2 \Phi^{-1}(F)}$$

$$Momenti \qquad \theta_1 = \ln(\mu) - \frac{1}{2}\ln\left(1 + \frac{\sigma^2}{\mu^2}\right) \quad ; \quad \theta_2 = \sqrt{\ln\left(1 + \frac{\sigma^2}{\mu^2}\right)}$$

$$L - Momenti \qquad \theta_1 = \ln(\lambda_1) - \frac{{\theta_2}^2}{2} \quad ; \quad \theta_2 = \sqrt{2}\Phi^{-1}\left(\frac{\tau+1}{2}\right)$$

Gumbel

In particolare l'esame della distribuzione di probabilità degli eventi massimi di un fenomeno può essere risolto esaminando il comportamento asintotico della legge di probabilità della variabile che rappresenta tutto il fenomeno. Quando P(x) tende a 1 se p(x) decresce con legge esponenziale allora la funzione di probabilità è quella di Gumbel.

Test di adattamento

Consistono nel valutare l'adattamento di una legge probabilistica $F_X(x)$ ad un insieme di n osservazioni.
Ipotesi da verificare H_0 : $F_X(x)$ è la distribuzione di probabilità da cui è stato estratto il campione a disposizione.
Livello di significatività α: la probabilità di rigettare l'ipotesi H_0 quando questa è vera (errore del I tipo).

Test del max valore

"Il valore massimo X_n appartiene alla distribuzione dei massimi di una variabile di Gumbel"?

$$F(x) = e^{-e^{-\frac{x-\theta_1}{\theta_2}}} \longrightarrow F(x) = e^{-e^{-\frac{x-\theta_1{}^*}{\theta_2}}} \quad (\theta_1{}^* = \theta_1 + \theta_2 \ln N)$$

Si assegna un livello di significatività α e si deve verificare che $x_{max} < x_{lim} = x(F = 1 - \alpha) = \theta_1{}^* - \theta_2 \ln[-\ln(F)]$

Test del χ^2

Si dividano i dati del campione di ampiezza N in K classi che si escludono a vicenda; sia N_i la effettiva frequenza assoluta della i-esima classe, mentre, assegnata una distribuzione F(x), sia Np_i la probabilità assoluta che una osservazione ricada nella i-ma classe. Il parametro del test è definito da

In definitiva diviso in K intervalli il numero di dati, N_i è il numero di dati che ricade nell'intervallo $X_{i-1} \div X_i$ ed Np_i è il numero di osservazioni che vi dovrebbero ricadere se il campione fosse stato estratto da una popolazione che ha come funzione di probabilità F(x) ovvero $= N \cdot \left(F(x_{i,sup}) - F(x_{i,inf})\right)$. Il χ^2 si calcola come:

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{k} \frac{(N_i - N \cdot p_i)^2}{N \cdot p_i}$$

Si ricava poi il valore $\chi^2{}_{(1-\alpha)}(k-p-1)$ e $\chi^2{}_{(1-\alpha)}(k-1)$ da valori tabellati.

Se $\chi^2{}_{(1-\alpha)}(k-1) < \chi^2 < \chi^2{}_{(1-\alpha)}(k-p-1)$ il test avrà dato esito soddisfacente e quindi il campione in nostro possesso si adatta bene alla distribuzione di probabilità teorica considerata.

Test di Anderson

Test basato sullo scostamento quadratico della distribuzione di probabilità corrispondente all'ipotesi H0 e la funzione di frequenza cumulata con una funzione di peso atta ad attribuire maggiore importanza agli scostamenti sulle code delle due distribuzioni

PRECIPITAZIONI

Misura

Pluviometro

Per avere una misura delle piogge intense ma di breve durata, si è introdotto il pluviografo ovvero un pluviometro collegato tramite un galleggiante ad un tamburo tenuto in lenta rotazione da un meccanismo ad orologeria, sul quale vengono trascritte le misurazioni. Una registrazione continua permette di calcolare le intensità di pioggia medie relative a intervalli di tempo qualsiasi, con durate anche tanto brevi da poter considerare l'intensità corrispondente come istantanea.

Oggi di usa il pluviografo a bascula: l'acqua proveniente dal pluviografo si raccoglie in un recipiente (bascula) che permette di verificare la precipitazione totale misurata dallo strumento. Le imboccature di ingresso dell'imbuto sono normalizzate (in Italia usiamo un area di base di 1000 cmq e un Volume della bascula di 20 g).

Bisogna evitare i problemi dovuti al vento che distorce la traiettoria delle gocce (paraventi), alla perdita volumetrica provocata dall'infiltrarsi dell'acqua in entrambe le bascule e all'intrusione di foglie e terra (griglie).

Nivometro

Particolare pluviometro che raccoglie e poi scioglie la neve (con resistenze elettriche, sistemi a gas o liquidi anticongelanti), misurandone la quantità. La neve scende a bassa velocità e risente maggiormente della turbolenza dell'aria quindi gli errori legati al vento sono importanti.

Radar meteorologico

E' stata trovata una relazione tra riflettanza delle onde radar e dove r^6 è il raggio delle gocce di pioggia (relazione di Marshall-Power); tramite il radar otteniamo immediatamente una distribuzione di pioggia nel tempo e nello spazio ma non otteniamo la quantità di pioggia.

Ragguaglio areale

La precipitazione su un'area non puntuale, ma avente una determinata estensione superficiale, non è mai costante. Per calcolare l'afflusso meteorico su un bacino imbrifero, occorre passare dalle misure puntuali, eseguite in corrispondenza delle stazioni pluviometriche ricadenti all'interno del bacino e supposte coincidenti con il centro di scroscio dell'evento, a quelle ragguagliate all'intero bacino.

L'altezza di precipitazione h si tratta in idrologia come una variabile casuale, facendo corrispondere ad ogni suo valore un valore della probabilità di non superamento (associato ad un certo evento idrologico) è spesso associato a quello di tempo di ritorno T. Quindi il coeff. a sarà funzione del tempo di ritorno.

E' necessario ricorre ad un'analisi mediante l'utilizzo di una distribuzione di probabilità (Gumbel o GEV). Con un modello di regressione si interpolano i valori medi di h per ogni durata d si ottiene, in un diagramma bi-log una retta dalla quale si possono ricavare i parametri a ed n medi della stazione pluviometrica. Dai dati campionari si ricavano i parametri della distribuzione scelta e da questi si può ottenere il fattore di crescita per il tempo di ritorno di interesse:

$$Gumbel \qquad K_T = \left\{1 - Cv\left[0{,}45 + \frac{\sqrt{6}}{\pi}\ln\left(\ln\left(\frac{T}{1-T}\right)\right)\right]\right\}$$

$$GEV \qquad K_T = \left\{\varepsilon + \frac{\alpha}{k}\left(1 - e^{-k\left(-\ln\left(\ln\left(\frac{T}{1-T}\right)\right)\right)}\right)\right\}$$

E si ricava la:

$$h_{d,T} = \overline{h_d} \cdot K_T$$

<u>Eventi brevi (d<1 h)</u>

Seguendo questi ultimi dinamiche meteorologiche differenti da quelli lunghi, la curva di probabilità pluviometrica non può essere estrapolata per durate inferiori ad 1 h. Si può dimostrare che il rapporto tra l'altezza di pioggia ht,T (con t < 60 minuti) e l'altezza di pioggia h60,T (con durata 60 minuti), entrambe di tempo di ritorno T, è pari a:

$$\frac{h_{d,T}}{h_{60,T}} = f(T) = \left(\frac{d}{60}\right)^s$$

con s variabile in funzione della regione in esame.

Ietogramma

La variazione dell'intensità di pioggia nel tempo, durante un evento piovoso prende il nome di Ietogramma di pioggia. Con ietogramma di progetto si intende un evento pluviometrico generato sinteticamente con l'obiettivo di pervenire ad un corretto dimensionamento delle opere. E' dedotto da analisi statistiche sulla base di osservazioni pluviometriche e ad esso è associato un tempo di ritorno Tr.

<u>Ietogramma costante</u>

E' dedotto dalle curve di possibilità pluviometrica ipotizzando un andamento costante dell'intensità di pioggia nel tempo durante l'evento.

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 13 di 24

PIENE

Misura e Scala di deflusso

La grandezza più interessante da misurare per fini idrologici è la portata. Spesso però non è facile misurare direttamente la portata, ma si misura il livello idrometrico e allo stesso tempo si costruisce una relazione (scala di deflusso) da cui è possibile stimare la portata. Oppure se ne misura la velocità.

Asta idrometrica

Si tratta di un'asta graduata, disposta per lo più verticalmente, lunga abbastanza da restare in parte immersa nell'acqua anche quando il livello è eccezionalmente basso e visibile anche quando è eccezionalmente alto, solidamente fissata alla sponda, per esempio alla spalla di un ponte o a un muro di protezione. Requisito essenziale della sezione in cui si installa l'idrometro è la stabilità dell'alveo, senza la quale la costanza della scala delle portate non può essere garantita. La lettura delle aste idrometriche si fa generalmente una volta al giorno.

Idrometrografo a galleggiante

L'idrometrografo di rilevamento più comune è costituito un galleggiante (posto in un pozzetto di calma) opportunamente zavorrato, fissato a uno dei due estremi di un filo appoggiato sopra una puleggia, al cui secondo estremo è fissato un contrappeso; le escursioni di livello del pelo libero fanno salire e scendere il galleggiante e il filo, mantenuto in tensione dal contrappeso, scorre sulla puleggia facendola ruotare.

Idrometrografo ad ultrasuoni

Misura il livello calcolando il tempo di percorrenza in aria del suono dalla fonte al pelo libero dell'acqua (il segnale emesso dalla sorgente vi ritorna dopo un tempo t grazie alla riflessione sulla superficie dell'acqua); allo strumento è associato un termometro perché la velocità del suono dipende dalla temperatura.

Misure dirette di portata

Corsi piccolissimi (0,1 – 10 l/min) → Metodo del secchio: cronometro in quanto tempo lo riempio ed ottengo la portata ; quando passo a qualcosa di più complesso devo conoscere anche la velocità.

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 15 di 24

Si prendano in considerazione le linee isocorrive con tempo di corrivazione uguale ad un sottomultiplo di t_c e si indichino con $A(t_i)$ le aree delle porzioni di bacino caratterizzate da un tempo di corrivazione inferiore a t_i. Sulla base di questi dati è possibile costruire in forma discretizzata la cosiddetta curva area-tempi, che ha in ascissa il tempo t ed in ordinata l'area A(t) il cui tempo di corrivazione è minore o uguale a t; la funzione A(t) ha un andamento monotono crescente.

Quote - Aree

Isoipse: linee con uguale quota altimetrica.

L'andamento altimetrico del bacino è descritto dalla curva ipsografica: un diagramma le cui ordinate rappresentano la quota, riferita generalmente alla sezione di chiusura, e le ascisse indicano l'area del bacino che si trova al di sopra di tale quota. Dalla curva ipsografica si ricava facilmente l'altezza media del bacino $H_m = \frac{1}{A}\int_A h \cdot dA$. Se si l'asse delle quote che quello delle aree vengono normalizzati (rispetto a Δz e A) si ottiene la curva ipsometrica.

E' possibile considerare le linee isocorrive coincidenti con le linee isoipse del bacino nel presupposto che il tempo di corrivazione di ciascun punto del bacino sia proporzionale alla distanza che intercorre tra esso e la sezione di chiusura e che, in generale, a punti di quota più elevata corrispondano distanze maggiori; in tal caso la curva area-tempi viene a coincidere con la curva ipsografica.

Modelli Afflussi - Deflussi

Formula razionale

Sotto le ipotesi di pioggia costante h uniformemente distribuita sul bacino di durata pari a t_c ; piccoli bacini montani praticamente impermeabili e poco estesi, si ha:

$$Q_{max} = \frac{i(t_c) \cdot A}{3{,}6}$$

Dove l'intensità viene ricavata dalle CPP. Si ottiene un idrogramma di forma triangolare.

Metodo della corrivazione

L'ipotesi di base è che il tempo impiegato dalla precipitazione efficace per raggiungere la sezione di chiusura a partire da un generico punto del bacino è invariante e dipende soltanto dalla posizione del punto di origine.

Si assume che si possa suddividere il bacino in un numero di fasce, dette isocorrive, delimitate da linee che uniscono i punti di uguale tempo di corrivazione rispetto alla sezione di chiusura. Sotto l'ipotesi di linearità e stazionarietà, è quindi possibile considerare la portata nella sezione di chiusura in una generico istante come somma dei contributi delle diverse fasce isocorrive,

ACQUA E SUOLO

Infiltrazione

Capillarità

La capillarità è il fenomeno di risalita dell'acqua per adesione molecolare nei canalicoli generati dai pori del terreno. Si ha una frangia di risalita capillare all'interno della quale ci sono delle pressioni dell'acqua negative.

Potenziale di suzione

In un terreno parzialmente saturo, a causa della tensione superficiale, la pressione dell'acqua nei pori (u_w) risulta sempre inferiore alla pressione dell'aria nei pori (u_a). La differenza tra la pressione dell'aria, che in condizioni naturali è pari alla pressione atmosferica, e la pressione dell'acqua nei pori è detta suzione di matrice. Se non si considera la suzione osmotica (concentrazione salina) di ottiene che:

$$h = z + \Psi$$

Curve di ritenzione idrica

La curva di ritenzione idrica (SWRC = Soil Water Retention Curve) definisce la relazione fra la suzione e una misura della quantità di acqua presente nel terreno $\theta = V_W/V$. La forma della curva di ritenzione dipende dalla dimensione dei pori e quindi dalla composizione granulometrica e dallo stato di addensamento del terreno. Se immetto una quantità d'acqua $\delta \cdot \Delta\theta$ si innesca un flusso perché c'è una differenza di potenziale. Se $\theta = \theta_S \;\rightarrow\; \Psi = 0$.

Contenuto di acqua per uso agricolo

- t_p : detto tempo di pozzangheramento, in cui θ raggiunge in superficie il valore di saturazione θ_s;
- θ_s : la capacità di ritenzione massima, corrisponde alla condizione in cui tutti i pori sono pieni d'acqua e rappresenta il massimo volume di acqua presente in un determinato suolo;
- θ_{fc} : è la massima quantità d'acqua che un terreno perfettamente drenato e ben irrigato riesce a trattenere all'azione gravitazionale; tale condizione si verifica quando il volume dei micropori è interamente occupato dall'acqua mentre quello dei macropori è interamente occupato dall'aria;

$$P_n = \frac{(P - I_a)^2}{P - I_a + S}$$

S dipende dal tipo di suolo e dall'uso del suolo. Negli U.S.A. il Soil Conservation Service ha mappato l'intero territorio per determinare S in funzione di un parametro indicato con CN $(0 < CN < 100)$, da cui il metodo prende il nome:

$$S = \frac{25400 - 254CN}{CN} \quad (unità\, metriche)$$

Il CN è essenzialmente legato alla natura del suolo, al tipo di copertura vegetale ed alle condizioni di umidità del suolo antecedenti la precipitazione.

Green – Ampt

Il metodo di Green-Ampt per la valutazione del tasso d'infiltrazione f_t consente una descrizione più aderente, ma pur sempre semplificata, del processo di infiltrazione. Si ipotizza che il fronte d'umidità che avanza verso il basso, costituisca una netta divisione orizzontale tra gli strati di suolo non ancora raggiunti dall'acqua infiltrata, nei quali il contenuto di umidità è uguale al contenuto di umidità iniziale θ_i , e gli strati già raggiunti nei quali si assume che il suolo sia in condizioni di saturazione e il contenuto d'acqua sia pari alla porosità del suolo.

Si applica, quindi, l'equazione di continuità ad una colonna cilindrica di suolo compresa fra la superficie ed il fronte di umidità che ha raggiunto la condizione di saturazione. Si indica con δ(t) l'altezza raggiunta dal fronte al tempo t. Prima della saturazione del terreno si ha quindi:

$$F(t) = \delta(t) \cdot (\theta_s - \theta_i) = \delta(t) \cdot \Delta\theta \quad ; \quad f(t) = w$$

Dal tempo di ponding $t_P = \frac{K\Psi\Delta\theta}{w(w-K)}$ per le infiltrazioni valgono le formule:

$$F = F_P + K(t - t_P) + \Psi\Delta\theta \ln\left(\frac{\Psi\Delta\theta + F}{\Psi\Delta\theta + F_P}\right) \quad ; \quad f = K\left(\frac{\Psi\Delta\theta}{F} + 1\right)$$

Il modello continua fino a che non cambia precipitazione, poi si ricomincia.

Horton

L'equazione di Horton offre una descrizione del fenomeno dell'infiltrazione basata sulle seguenti ipotesi:

- L'intensità di pioggia è maggiore della velocità di infiltrazione e quindi la superficie è satura $(S = 1)$;
- Ogni tipologia di suolo è caratterizzata da una velocità di infiltrazione massima iniziale, f_0, ed una minima, f_1, al cui valore tende asintoticamente la velocità di infiltrazione quando la durata dell'evento tende all'infinito;

EVAPOTRASPIRAZIONE

1| Bilancio radiativo

$G_{sc} = 1367$ W/m costante solare
δ = declinazione solare $f(s)$
φ = latitudine
ω = angolo orario al tramonto $f(\varphi, \delta)$
d_t = distanza Terra-Sole $f(s)$

$\Rightarrow R_0$ (extra atmosferica)

↓ filtro atm

$R_s = R_0 \left(a + b \frac{n}{N}\right)$ $\quad N = \frac{24}{\pi}\omega$

↓ albedo

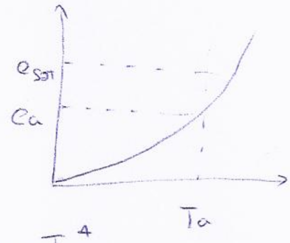
$R_{NS} = (1 - \alpha) R_s$

Sup. terrestre - Aria

$R_L \uparrow = \varepsilon_s \sigma T_s^4 \cdot f$ $\quad f = \left(0{,}9 \frac{n}{N} + 0{,}1\right)$

$R_L \downarrow = \varepsilon_a \sigma T_a^4 \cdot f$ $\quad H_p(T_a = T_s) \Rightarrow R_{NL} \cong f(\varepsilon_s - \varepsilon_a) \sigma T_a^4$

$\varepsilon_s = 1$ $\quad \varepsilon_a = 1{,}4 \left(\frac{e_a}{T_a}\right)^{1/7}$



pressione di vapore $e_a = RH \cdot e_{sat}$

$\Rightarrow R_N = R_{NS} - R_{NL} = R_s(1 - \alpha) - f(1 - \varepsilon_a) \sigma T_a^4$

2| Penman - Monteith - FAO

$R_N = \lambda E + H + G$ — flusso ceduto al suolo

flusso ceduto all'aria $f(u)$ — velocità del vento a 2 m

calore latente di evaporazione | flusso di evaporazione

$$E = \frac{1}{\lambda} \left[\frac{\Delta (R_N - G) + \rho_a c_p (e_{sat} - e_{az}) / r_a}{\Delta + \gamma (1 + r_s / r_a)} \right]$$

relazione di Penman
effetto superficie specifica
resistenza aerodinamica

gradiente di vapore saturo $\Delta = \frac{e_s - e_{az}}{T_0 - T_a}$

Prato ben irrigato di riferimento → ET_0 : riferimento evapotraspirazione

$ET_c = ET_0 \cdot K_c$ coeff. colturale

$ET_{c,adj} = ET_c \cdot K_s$ stress idrico $\begin{cases} = 0 \text{ secco} \\ = 1 \text{ liquido} \end{cases}$