NUMERO: 453 ANNO: 2013

A P P U N T I

STUDENTE:

MATERIA: Ingegneria della Qualità Esercizi

Esercizi Tratti dal Montgomery (esercizi risolti)

190 esercizi svolti (Certe Temi d'esame)

CAPITOLO 2

Esercizio 2-1 pag. 77

Il volume di riempimento di una bevanda analcolica viene analizzato. Vengono misurate 10 bottiglie, scelte a caso dal processo, ed i risultati sono i seguenti (in once di fluido): 10.05, 10.03, 10.02, 10.04, 10.05, 10.01, 10.02, 10.02, 10.03, 10.01.

a) Calcolare la media del campione

$$\bar{x} = (10.05+10.03+10.02+10.04+10.05+10.01+10.02+10.02+10.03+10.01)\cdot\frac{1}{10} = 10.028$$

b) Calcolare la deviazione standard del campione

$$S = \sqrt{\frac{(10.05-10.028)^2+(10.03-10.028)^2+(10.02-10.028)^2+\ldots+(10.01-10.028)^2}{10-1}} = 0.01475$$

Esercizio 2-3

Le 9 misurazioni che seguono sono temperature di una fornace registrate in un processo produttivo di semiconduttori (le unità sono °F): 953, 955, 948, 951, 957, 949, 954, 950, 959.

a) Calcolare la media del campione

$$\bar{x} = \frac{953+955+948+951+957+949+954+950+959}{9} = 952.888$$

b) Calcolare la deviazione standard del campione

$$S = \frac{(953-952.888)^2+\ldots+(959-952.888)^2}{9-1} = 3.72$$

Esercizio 2-5

Si misurano le forze di tubi circolari. I dati ottenuti (in kN) sono i seguenti: 96, 102, 104, 108, 126, 128, 150, 156.

a) Calcolare la media del campione

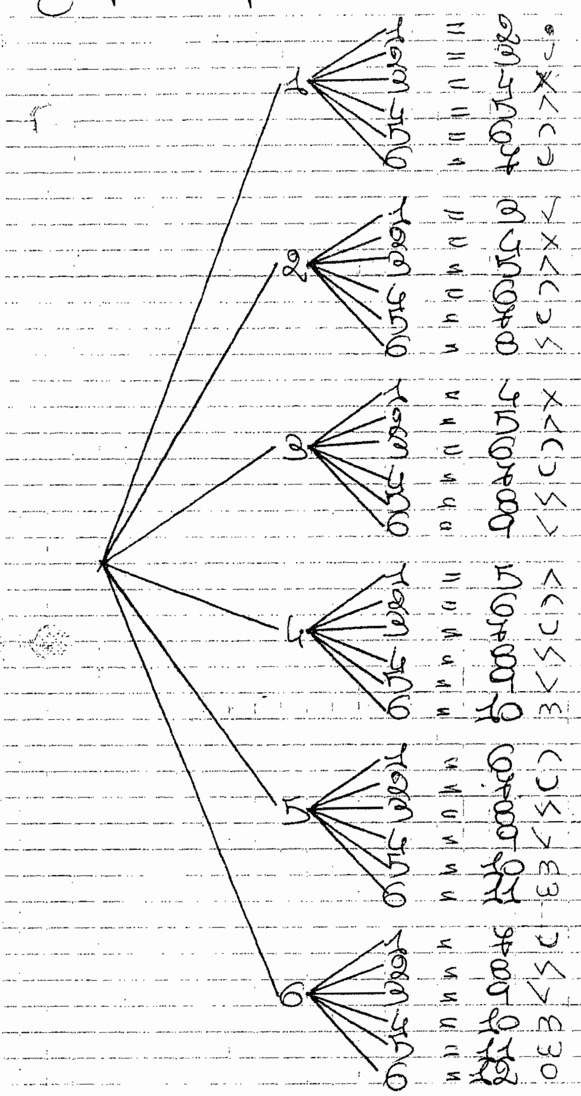
$$\bar{x} = \frac{96+102+104+108+126+128+150+156}{8} = 121.25$$

b) Calcolare la deviazione standard del campione

$$S = \sqrt{\frac{(96-121.25)^2+\ldots+(156-121.25)^2}{8-1}} = 22.63$$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 3 di 154

grafo completo.



Valore di X	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	Altri valori
Probabilità	$\frac{1}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{6}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{1}{36}$	0

Esercizio 2-17.

Un assemblato meccatronico viene sottoposto ad un test finale di funzionamento. Supponi che i difetti si verifichino casualmente in questi assemblati e che si verifichino secondo una distribuzione di Poisson con parametro $\lambda = 0.02$.

a) Qual è la probabilità che un assemblato abbia esattamente un difetto?

$$P(1) = \frac{e^{-\lambda}\lambda^1}{1!} = \frac{e^{-0.02}\,0.02^1}{1} = 0.0196$$

b) Qual è la probabilità che un assemblato abbia uno o più difetti?

$$P(X \geq 1) = 1 - P(0) = 1 - \frac{e^{-0.02}\,0.02^0}{0!} = 1 - \frac{e^{-0.02}}{1} = 0.0198$$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 5 di 154

$$= -\left[e^{-0.125 \times}\Big|_0^1\right] = -\left[e^{-0.125} - e^0\right] = 0.1175 \simeq 11.8\%$$

b) Il costo di produzione di una calcolatrice è \$50 ed il profitto per vendita è \$25. Qual è l'effetto della sostituzione sul profitto?

Profitto totale $= 100 \cdot 25 = 2500$

Al profitto tolgo il costo totale delle 11.8 calcolatrici sostituite

$$-11.8 \cdot 50 = -590$$

Profitto totale dopo sostituzione: $2500 - 590 = 1910$

Profitto unitario $= 1910/100 = 19.1$

Il profitto per calcolatrice è diminuito di \$ 25 − 19.1 = \$5.9

Esercizio n° 2-23.

Un processo produttivo opera con un output del 2% di non conformi. Ogni ora viene preso un campione di 50 unità e si osserva il numero di unità non conformi. Se si trovano una o più unità non conformi, si ferma il processo ed il responsabile del controllo qualità deve cercare la causa della produzione non conforme. Valutare la performance di questa regola di decisione.

$n = 50 \quad p = 0.02$ Uso la distribuzione binomiale $np^x(1-p)^{n-x}$

$$P(X \geq 1) = 1 - P(X=0) = 1 - np^0(1-p)^{50} = 1 - (50 \cdot 0.02)^0 (1-0.02)^{50} = 0.6358$$

Il 63.6% dei campioni avrà una o più unità non conformi.

Esercizio n° 2-25

Un campione casuale di 100 unità viene prelevato da un processo produttivo ogni mezz'ora. La frazione di non conformi prodotti è 0.03. Qual è la probabilità che $\hat{p} \leq 0.04$ se la frazione di non conformi è realmente 0.03?

$$P[\hat{p} \leq 0.04] = 0.818$$

Esercizio n° 2-27 pag. 80.

Un componente elettronico viene prodotto in lotti di dimensione N=25. Una procedura di controllo di accettazione viene usata dall'acquirente per proteggersi da lotti che hanno troppi componenti difettosi. La procedura consiste nella scelta di 5 componenti dal lotto (senza sostituzione). Se nessun componente è difettoso, il lotto è accettato.

a) Se il lotto contiene 3 componenti difettosi, qual è la probabilità di accettare il lotto?

$$P(X=0) = \left[\binom{D}{x}\binom{N-D}{n-x}\right] \Big/ \binom{N}{n} = \left[\binom{3}{0}\binom{22}{5}\right] \Big/ \binom{25}{5} = 0.496$$

$N = 25, \ n = 5, \ D = 3$

Esercizio n° 2-33

Un processo produttivo opera in uno di due stati; lo stato di in controllo, nel quale la maggior parte delle unità prodotte è conforme alle specifiche, e lo stato di fuori controllo, nel quale la maggior parte delle unità prodotte sono difettose. Il processo passerà casualmente dallo stato di in controllo a quello di fuori controllo. Ogni ora, un tecnico del controllo qualità controlla il processo, e se è nello stato di fuori controllo lo studia con probabilità p. Si assume che quando il processo va fuori controllo lo faccia subito dopo un controllo del tecnico, e che una volta verificatosi ciò, il processo non possa correggersi automaticamente. Se t è il numero di periodi in cui il processo rimane fuori controllo dopo uno spostamento prima che venga ispezionato. Trovare la distribuzione di probabilità di t. Trovare il numero medio di periodi in cui il processo rimarrà fuori controllo.

Distribuzione di Poisson   non c'è la sol. sul libro!

$\mu = \dfrac{1}{p}$ = n° medio di periodi in cui il processo rimane fuori controllo

Esercizio n° 2-35 pag. 81

La resistenza alla tensione di una parte metallica è distribuita secondo una normale con media 40lb e deviazione standard 8lb. Se vengono prodotte 50'000 parti, quante non soddisfano un limite minimo di specifica di 34lb? Quante avrebbero una resistenza superiore alle 48lb?

$X \sim N(40, 8^2)$ 50'000 parti

$P[X<34] = ?$ $P[X>48] = ?$

$$P[X<34] = P\left[Z \leq \frac{34-40}{8}\right] = P[Z \leq -0.75] = P[Z \geq 0.75] =$$

$$= 1 - P[Z \leq 0.75] = 0.2263$$

N° di parti $= 0.2263 \cdot 50'000 = 11315$

$$P[X>48] = 1 - P\left[Z \leq \frac{48-40}{8}\right] = 1 - P[Z \leq 1] = 0.1587$$

N° di parti $= 0.1587 \cdot 50'000 = 7935$

Esercizio n° 2-39

La vita di una batteria è distribuita normalmente con media 900 giorni e deviazione standard 35 giorni. Che frazione di queste batterie si pensa possa durare più di 1000 giorni?

$$P[X \geq 1000] = 1 - P\left[Z \leq \frac{1000-900}{35}\right] = 1 - P[Z \leq 2.86] = 0.0021$$

CAPITOLO 3

Esercizio 3-1 pag. 162.

I diametri interni di una componente usata in un aereo hanno deviazione standard di $\sigma = 0.002$ cm. Un campione casuale di 15 elementi ha un diametro interno medio di 8.2535 cm.

a) Testare l'ipotesi che il diametro interno medio sia 8.25 cm; usare un'ipotesi alternativa bilaterale e $\alpha = 0.05$.

$$H_0: \mu = \mu_0 = 8.25\text{cm}$$
$$H_1: \mu \neq \mu_0 = 8.25\text{cm}$$

Accetto H_0 se $|Z| \leq Z_{1-\alpha/2}$

$$Z_{1-\alpha/2} = Z_{0.975} = 1.96$$

$$1 - \frac{\alpha}{2} = 1 - \frac{0.05}{2} = 1 - 0.025 = 0.975$$

$$Z = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}} = \frac{8.2535 - 8.25}{0.002/\sqrt{15}} = 6.78$$

$Z = 6.78 > Z_{1-\alpha/2} \Rightarrow$ rifiuto H_0

b) Trova il P-value per questo test.

$$P = 2[1 - \Phi|Z_0|] = 2[1 - 1] = 0$$

dove $Z_0 = Z = 6.78$

c) Costruisci un intervallo di fiducia bilaterale sulla media; il livello di fiducia è il 95%.

$$\bar{x} - Z_{1-\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \bar{x} + Z_{1-\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

$$8.2535 - 1.96\cdot\frac{0.002}{\sqrt{15}} \leq \mu \leq 8.2535 + 1.96\frac{0.002}{\sqrt{15}}$$

$$8.2525 \leq \mu \leq 8.2545$$

Esercizio 3-3.

La vita di una batteria usata in un pacemaker cardiaco è assunta normalmente distribuita. Un campione casuale di 10 batterie è sottoposto ad un test facendo funzionare le batterie continuamente ad un'elevata temperatura fino a rottura, e si sono ottenute le seguenti vite (in ore): 25.5, 26.1, 26.8, 23.2, 24.2, 28.4, 25.0, 27.8, 27.3, 25.7

a) Il produttore vuole essere certo che la vita media delle batterie superi 25h. Che conclusioni possono essere tratte da questi dati? (usare $\alpha = 0.05$)

$$\bar{x} = \frac{25.5 + 26.1 + \ldots + 25.7}{10} = 26$$

Poiché $-3.162 < -2.262 \Rightarrow$ devo rifiutare l'ipotesi nulla

b) Trovare un intervallo di fiducia (livello 99%) per la media. Assumere che lo spessore sia distribuito normalmente.

$$\bar{x} - t_{\frac{\alpha}{2},n-1}\frac{S}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \bar{x} + t_{\frac{\alpha}{2},n-1}\frac{S}{\sqrt{n}}$$

$$t_{\frac{\alpha}{2},n-1} = t_{0.005,9} = 3.250$$

$$13.3961 - 3.250\frac{0.0039}{\sqrt{10}} \leq \mu \leq 13.3961 + 3.250\frac{0.0039}{\sqrt{10}}$$

$$13.3921 \leq \mu \leq 13.4001$$

Esercizio n° 3-7.

Il cloruro di ferro viene usato come fluido in alcuni tipi di processi di estrazione metallurgica. Questo materiale viene trasportato in container ed il peso dei container varia. È importante ottenere una stima accurata del peso medio di un container. Supponi che da lunga esperienza si sia determinato come valore affidabile per la deviazione standard del peso del container 4 lb. Quanto dovrebbe essere grande un campione per costruire un intervallo di fiducia bilaterale con livello di fiducia 95% sulla media che abbia ampiezza totale di 1 lb?

$$\bar{x} - Z_{1-\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \bar{x} + Z_{1-\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

Ampiezza dell'intervallo: $\cancel{\bar{x}} + Z_{1-\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}} - \cancel{\bar{x}} + Z_{1-\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 2Z_{1-\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 1$

$Z_{1-\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 0.5 \qquad Z_{1-\frac{\alpha}{2}} = Z_{0.975} = 1.96 \qquad \sigma = 4$

$$1.96 \cdot \frac{4}{\sqrt{n}} = 0.5$$

$$n = \left(\frac{1.96 \cdot 4}{0.5}\right)^2 = 245.86 \simeq 246$$

Esercizio n° 3-9.

Il voltaggio in uscita di un'alimentazione elettrica è assunto distribuito normalmente. Sono state effettuate 16 osservazioni casuali sul voltaggio: 10.35, 9.30, 10.00, 9.96, 11.65, 12.00, 11.25, 9.58, 11.54, 9.95, 10.28, 8.37, 10.44, 9.25, 9.38, 10.85.

a) Testare l'ipotesi che il voltaggio medio sia 12V contro un'ipotesi alternativa bilaterale usando $\alpha = 0.05$.

Esercizio n°3-21 pag. 166

Si è condotto un esperimento per investigare la capacità di riempimento delle bottiglie in una vineria in Newberg, Oregon. Sono state scelte casualmente 20 bottiglie di Pinot Grigio e si è misurato il volume di riempimento (in ml). Assumere che il volume abbia una distribuzione normale. I dati sono i seguenti: 753, 751, 752, 753, 753, 753, 752, 753, 754, 754, 752, 751, 752, 750, 753, 755, 753, 756, 751, 750

a) I dati supportano l'affermazione che la deviazione standard del volume di riempimento è inferiore a 1ml? Usare $\alpha = 0.05$

$$\bar{x} = \frac{753 + 751 + \dots + 750}{20} = 752.55$$

$$S = \sqrt{\frac{(753 - 752.55)^2 + \dots + (750 - 752.55)^2}{20-1}} = 1.54$$

$H_0: \sigma^2 = 1$

$H_1: \sigma^2 < 1$

Rifiuto H_0 se $\chi^2 < \chi^2_{1-\alpha, n-1}$ $\quad \chi^2_{1-\alpha, n-1} = \chi^2_{0.95, 19} = 10.12$

$$\chi^2 = \frac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2} = 19 \cdot (1.54)^2 = 45.06$$

Non posso rifiutare l'ipotesi nulla

b) Trovare un intervallo di fiducia bilaterale (livello di fiducia 95%) bilaterale su σ.

$$\sqrt{\frac{(n-1)S^2}{\chi^2_{\frac{\alpha}{2}, n-1}}} \le \sigma \le \sqrt{\frac{(n-1)S^2}{\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2}, n-1}}}$$

$\chi^2_{\frac{\alpha}{2}, n-1} = \chi^2_{0.025, 19} = 32.85$

$\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2}, n-1} = \chi^2_{0.975, 19} = 8.91$

$$\sqrt{\frac{19 \cdot (1.54)^2}{32.85}} \le \sigma \le \sqrt{\frac{19 \cdot (1.54)^2}{8.91}}$$

$$1.17 \le \sigma \le 2.25$$

$CL = \bar{x} = 74$

$UCL = \bar{x} + 3\sigma_{\bar{x}} = 74.0135$

$3\sigma_{\bar{x}} = 74.0135 - 74 = 0.0135$

$\sigma_{\bar{x}} = 0.0045$

Limiti di controllo a $2\sigma_{\bar{x}}$

$\bar{x} + 2\sigma_{\bar{x}} = 74 + 2 \cdot 0.0045 = 74.009$

$\bar{x} - 2\sigma_{\bar{x}} = 74 - 2 \cdot 0.0045 = 73.991$

b) Supponi che venga suggerito di usare i limiti a 2σ invece di quelli tipici a 3σ. Che effetto avrebbe sul presentarsi di falsi allarmi?

$ARL = \frac{1}{p}$ dove $p = P[$punto fuori dall'intervallo $(\mu-2\sigma, \mu+2\sigma)] =$
$= 1 - 0.9546 = 0.046$

% di punti che sono nell'intervallo $(\mu-2\sigma, \mu+2\sigma)$

Quindi

$ARL = 21.74$

Mentre considerando i limiti a 3σ avrei

$$ARL = \frac{1}{p} = \frac{1}{1-0.9973} \simeq 370$$

c) Che effetto avrebbe l'uso dei limiti a 2σ sullo stato di in controllo della carta?
Ci sarebbero 3 punti su 16 fuori dai limiti di controllo $\Rightarrow$ processo fuori controllo.

d) Discuti il significato di questo tratto ai punti b) e c).
Usando i limiti di controllo a $2\sigma_{\bar{x}}$ diminuisce ARL, il numero di punti dopo i quali si verifica un falso allarme e questo è negativo (vorrei un ARL elevato).
Il processo diventa fuori controllo perché ho più di un punto ogni 21.74 fuori dai limiti di controllo.

Esercizio n° 4-29.

Una caratteristica della qualità viene monitorata da una carta di controllo progettata in modo che la probabilità che una certa condizione di fuori controllo venga osservata al primo campionamento successivo alla deriva sia $1-\beta$.

a) Trovare la probabilità che la condizione di fuori controllo venga osservata al secondo campionamento dopo la deriva.

Se $1-\beta$ = probabilità di osservare il fuori controllo $\Rightarrow \beta$ = probabilità di non osservare il fuori controllo. Quindi

$\beta(1-\beta)$

b) Trovare la probabilità che la condizione di fuori controllo venga osservata all'r-esimo campionamento dopo la deriva.

CAPITOLO 5

Esercizio 5-1 pag. 265

I dati seguenti sono media e range di 24 campioni di dimensione n=5 presi da un processo che produce bearings. Le misure sono fatte sul diametro interno degli elementi, registrando solo gli ultimi 3 decimali (ad esempio 34.5 dovrebbe essere 0.50345)

Numero campione	$\bar{x}$	R
1	34.5	3
2	34.2	4
3	31.6	4
4	31.5	4
5	35.0	5
6	34.1	6
7	32.6	4
8	33.8	3
9	34.8	7
10	33.6	8
11	31.9	3
12	38.6	9
13	35.4	8
14	34.0	6
15	37.1	5
16	34.9	7
17	33.5	4
18	31.7	3
19	34.0	8
20	35.1	4
21	33.7	2
22	32.8	1
23	33.5	3
24	34.2	2

a) Costruire le carte $\bar{x}$ ed R per questo processo? Il processo sembra essere in controllo statistico? Se necessario, rivedere i limiti di controllo.

$$\bar{\bar{x}} = \frac{\sum_{i=1}^{24} \bar{x}_i}{24} = 34.8$$

$$\bar{R} = \frac{\sum_{i=1}^{24} R_i}{24} = 4.71$$

Limiti di controllo per la carta $\bar{x}$:

$$UCL = \bar{\bar{x}} + A_2\bar{R} = 34.8 + 0.577 \cdot 4.71 = 37.5$$

$$CL = \bar{\bar{x}} = 34.8$$

$$LCL = \bar{\bar{x}} - A_2\bar{R} = 34.8 - 0.577 \cdot 4.71 = 32.1$$

Limiti di controllo per la carta R:

$$UCL = D_4\bar{R} = 2.115 \cdot 4.71 = 9.96$$

$$CL = \bar{R} = 4.71$$

$$LCL = D_3\bar{R} = 0 \cdot 4.71 = 0$$

Carte di controllo a pag 18

b) Se le specifiche su questo diametro sono 0.5030 ± 0.0010, trovare la percentuale di elementi difettosi (fuori dalle specifiche) prodotti da questo processo. Assumere che il diametro sia distribuito normalmente.

$$P[X \leq 0.5020 \wedge X \geq 0.5040] =$$

$$= P[X \leq 20.00 \wedge X \geq 40.00] =$$

$$= P[X \leq 20.00] + P[X \geq 40.00] =$$

$$= P\left[Z \leq \frac{20 - 34.8}{2.02}\right] + P\left[Z \geq \frac{40 - 34.8}{2.02}\right] = P[Z \leq -7.33] + P[Z \geq 2.57] =$$

$$\hat{\sigma} = \frac{\bar{R}}{d_2} = \frac{4.71}{2.326} = 2.02$$

Campione n°	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	$\bar{x}$	R
1	-30	+50	-20	+10	+30	+8	80
2	0	+50	-60	-20	+30	0	110
3	-50	+10	+20	+30	+20	+6	80
4	-10	-10	+30	-20	+50	+8	70
5	+20	-40	+50	+20	+10	+12	90
6	0	0	+40	-40	+20	+4	80
7	0	0	+20	-20	-10	-2	40
8	+70	-30	+30	-10	0	+12	100
9	0	0	+20	-20	+10	+2	40
10	+10	+20	+30	+10	+50	+24	40
11	+40	0	+20	0	+20	+16	40
12	+30	+20	+30	+10	+40	+26	30
13	+30	-30	0	+10	+10	+4	60
14	+30	-10	+50	-10	-30	+6	80
15	+10	-10	+50	+40	0	+18	60
16	0	0	+30	-10	0	+4	40
17	+20	+20	+30	+30	-20	+16	50
18	+10	-20	+50	+30	+10	+16	70
19	+50	-10	+40	+20	0	+20	60
20	+50	0	0	+30	+10	+18	40

$$\bar{\bar{x}} = \frac{\sum_{i=1}^{20} \bar{x}_i}{20} = 10.9$$

$$\bar{R} = \frac{\sum_{i=1}^{20} R_i}{20} = 63.5$$

Limiti di controllo per la carta $\bar{x}$:

$UCL = \bar{\bar{x}} + A_2\bar{R} = 10.9 + 0.577 \cdot 63.5 = 47.5$

$CL = \bar{\bar{x}} =$

$LCL = \bar{\bar{x}} - A_2\bar{R} = 10.9 - 0.577 \cdot 63.5 = -25.7$

Limiti di controllo per la carta R:

$UCL = D_4\bar{R} = 2.115 \cdot 63.5 = 134.3$

$CL = \bar{R} = 63.5$

$LCL = D_3\bar{R} = 0$

Campione	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	x_{10}	$\bar{x}$	S
1	2.5	0.5	2.0	-1.0	1.0	-1.0	0.5	1.5	0.5	1.5	0.5	1.33
2	0	0	0.5	1.0	1.5	1.0	-1.0	1.0	1.5	-1.0	0.45	0.93
3	1.5	1.0	1.0	-1.0	0	-1.5	-1.0	-1.0	1.0	-1.0	-0.1	1.13
4	0.0	0.5	-2.0	0.0	-1.0	1.5	-1.5	0.0	-2.0	-1.5	-0.5	1.13
5	0.0	0.0	0.0	-0.5	0.5	1.0	-0.5	-0.5	0.0	0.0	0	0.47
6	1.0	-0.5	0.0	0.0	0.0	0.5	-1.0	1.0	-2.0	1.0	0	0.97
7	1.0	-1.0	-1.0	-1.0	0.0	1.5	0.0	1.0	0.0	0.0	0.05	0.90
8	0.0	-1.5	-0.5	1.5	0.0	0.0	0.0	-1.0	0.5	-0.5	-0.15	0.82
9	-2.0	-1.5	1.5	1.5	0.0	0.0	0.5	1.0	0.0	1.0	0.2	1.18
10	-0.5	3.5	0.0	-1.0	-1.5	-1.5	-1.0	-1.0	1.0	0.5	-0.15	1.53
11	0.0	1.5	0.0	0.0	2.0	-1.5	0.5	-0.5	2.0	-1.0	0.3	1.21
12	0.0	-2.0	-0.5	0.0	-0.5	2.0	1.5	0.0	0.5	-1.0	0	1.15
13	-1.0	-0.5	-0.5	-1.0	0.0	0.5	0.5	-1.5	-1.0	-1.0	-0.55	0.69
14	0.5	1.0	-1.0	-0.5	-2.0	-1.0	-1.5	0.0	1.5	1.5	-0.15	1.25
15	1.0	0.0	1.5	1.5	1.0	-1.0	0.0	1.0	-2.0	-1.5	0.15	1.27

$$\bar{\bar{x}} = \frac{\sum_{i=1}^{15} \bar{x}_i}{15} = 0.003$$

$$\bar{S} = \frac{\sum_{i=1}^{15} S_i}{15} = 1.066$$

Limiti di controllo per la carta $\bar{x}$:

$UCL = \bar{\bar{x}} + A_3\bar{S} = 0.003 + 0.975 \cdot 1.066 = 1.042$

$CL = \bar{\bar{x}} = 0.003$

$LCL = \bar{\bar{x}} - A_3\bar{S} = 0.003 - 0.975 \cdot 1.066 = -1.036$

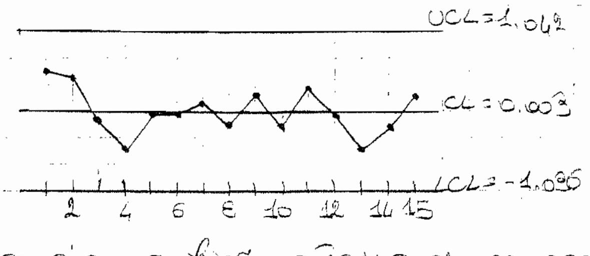
Limiti di controllo per la carta S:

$UCL = \bar{S} \cdot B_4 = 1.716 \cdot 1.066 = 1.829$

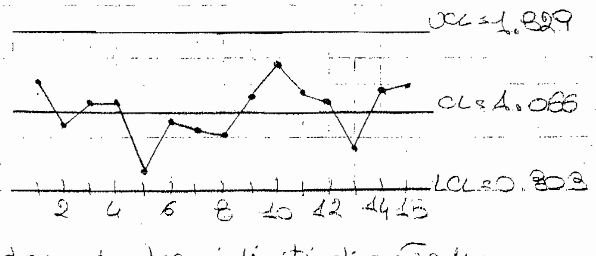
$CL = \bar{S} = 1.066$

$LCL = B_3\bar{S} = 0.284 \cdot 1.066 = 0.303$

Carta $\bar{x}$:



Carta S:



Non ci sono fuori controllo allora non devo rivedere i limiti di controllo.

b) Costruire una carta R e paragonarla con la carta S nella parte a)

a) Calcolare i limiti di controllo per le carte $\bar{x}$ ed S.

Carta $\bar{x}$:

$$UCL = \bar{\bar{x}} + A_3\bar{S} = 21.93 \qquad A_3 = 1.287$$
$$CL = \bar{\bar{x}} = 1000 : 50 = 20$$
$$LCL = \bar{\bar{x}} - A_3\bar{S} = 18.07$$

Carta S:

$$UCL = B_4\bar{S} = 2.955 \qquad B_4 = 1.970$$
$$CL = \bar{S} = 75 : 50 = 1.50$$
$$LCL = B_3\bar{S} = 0.045 \qquad B_3 = 0.030$$

b) Si assume che tutti i punti su entrambe le carte siano all'interno dei limiti di controllo. Quali sono i limiti della tolleranza naturale del processo?

$$LNTL = \text{Lower Natural Tolerance Limit} = \bar{\bar{x}} - 3\sigma = \bar{\bar{x}} - 3\frac{\bar{S}}{c_4} =$$
$$= 20 - 3 \cdot \frac{1.5}{0.9515} = 15.27$$

$$UNTL = \bar{\bar{x}} + 3\sigma = \bar{\bar{x}} + 3\frac{\bar{S}}{c_4} = 20 + 3\,\frac{1.5}{0.9515} = 24.73$$

c) Se i limiti di specifica sono 19 ± 4.0, quali sono le tue conclusioni circa la capacità del processo di produrre elementi conformi alle specifiche?

$$\hat{C}_p = \frac{USL - LSL}{6\sigma} = \frac{\cancel{19} + 4 - \cancel{19} + 4}{6 \cdot \frac{1.5}{0.9515}} = \frac{8}{6 \cdot \frac{1.5}{0.9515}} = 0.84$$

d) Assumendo che se un elemento supera la specifica superiore può essere rilavorato, e se è sotto la specifica inferiore deve essere gettato, quale percentuale di oggetti da buttare e da rilavorare sta producendo il processo?

$$P[\text{rilavorati}] = P[X \geq 23] = 1 - P[X \leq 23] =$$
$$= 1 - P\left[Z \leq \frac{23-20}{1.5/0.9515}\right] = 1 - P[Z \leq 1.90] = 1 - 0.97128 = 0.02872$$

$$P[\text{gettati}] = P[X \leq 15] =$$
$$= P\left[Z \leq \frac{15-20}{1.5/0.9515}\right] = P[Z \leq -3.17] = 1 - P[Z \leq 3.17] =$$
$$= 1 - 0.99924 = 0.00076$$

% totale = 2.948%

e) Se il processo fosse centrato sul valore $\mu = 19.0$, quale sarebbe l'effetto sulla percentuale al punto d)?

Limiti di controllo per la carta $\bar{x}$:

$$UCL = \bar{\bar{x}} + A_2\bar{R} = 79.53 + 0.577 \cdot 8.73 = 84.57$$

$$CL = \bar{\bar{x}} = 79.53$$

$$LCL = \bar{\bar{x}} - A_2\bar{R} = 79.53 - 0.577 \cdot 8.73 = 74.49$$

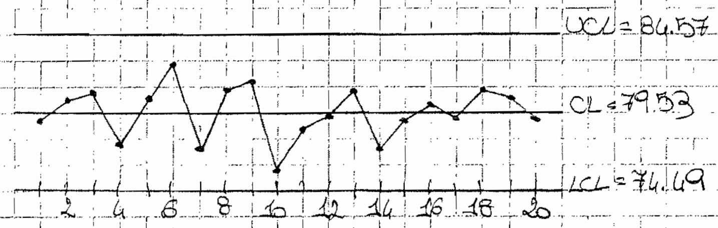
Limiti di controllo per la carta R:

$$UCL = D_4\bar{R} = 2.115 \cdot 8.73 = 18.46$$

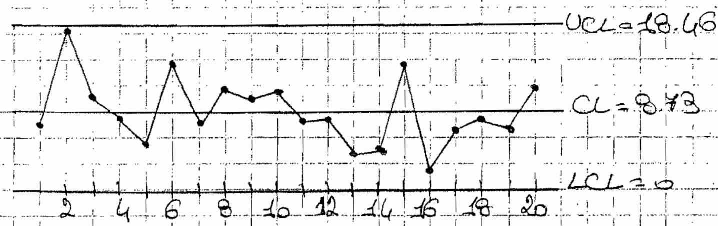
$$CL = \bar{R} = 8.73$$

$$LCL = D_3\bar{R} = 0 \cdot 8.73 = 0$$

Carta $\bar{x}$:



Carta R:



Non si manifestano fuori controllo.

b) Dopo aver costruito le carte di controllo nel punto a) sono stati raccolti nuovi sotto gruppi ed i dati sono i seguenti. Inserire i valori nelle carte di controllo e trarne conclusioni.

N°	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	$\bar{x}$	R
1	68.9	81.5	78.2	80.8	81.5	78.2	12.6
2	69.8	68.6	80.4	84.3	83.9	77.4	15.7
3	78.5	85.2	78.4	80.3	81.7	80.8	6.8
4	76.9	86.1	86.9	94.4	83.9	85.6	17.5
5	93.6	81.6	87.8	79.6	71.0	82.7	22.5
6	65.5	86.8	72.4	82.6	71.4	75.9	21.3
7	78.1	65.7	83.7	93.7	93.4	82.9	27.9
8	76.9	72.6	81.6	87.2	72.7	77.8	14.6
9	78.1	77.1	67.0	75.7	76.8	74.9	11.0
10	78.7	85.4	77.7	90.7	76.7	81.9	14.0
11	85.0	60.2	68.5	71.1	82.4	73.4	24.9
12	86.4	79.2	79.8	96.0	75.4	81.3	10.9

$\beta_{old} = \Phi(L - k\sqrt{n}) - \Phi(-L - k\sqrt{n}) =$
$= \Phi(3 - 2\sqrt{5}) - \Phi(-3 - 2\sqrt{5}) = \Phi(-1.47) - \Phi(-7.47) =$
$= 1 - \Phi(1.47) - 0 = 1 - 0.92922 = 0.071$

$\beta_{new} = \Phi(3 - 2\sqrt{3}) - \Phi(-3 - 2\sqrt{3}) = \Phi(-0.46) - \Phi(-6.46) =$
$= 1 - \Phi(0.46) - 0 = 1 - 0.67724 = 0.32276$

Effetto: la deriva si osserva più velocemente.

c) Supponi di voler continuare usando le carte $\bar{x}$ ed R basate su un campione di numerosità n=8. Che limiti verrebbero usati nelle carte $\bar{x}$ ed R?

Carta $\bar{x}$: $UCL = \bar{\bar{x}} + A_2\bar{R} = 34.8 + 0.373 \cdot 4.71 = 36.55$
$CL = \bar{\bar{x}} = 34.8$
$LCL = \bar{\bar{x}} - A_2\bar{R} = 34.8 - 0.373 \cdot 4.71 = 33.04$ 33.04

Carta R: $UCL = \bar{R}D_4 = 1.864 \cdot 4.71 = 8.78$
$CL = \bar{R} = 4.71$
$LCL = D_3\bar{R} = 0.136 \cdot 4.71 = 0.64$

d) Qual è l'impatto dell'uso di n=8 sulla capacità della carta $\bar{x}$ di osservare una deriva di 2σ?

$\beta_{new} = \Phi(L - k\sqrt{n}) - \Phi(-L - k\sqrt{n}) =$
$= \Phi(3 - 2\sqrt{8}) - \Phi(-3 - 2\sqrt{8}) = \Phi(-2.66) - \Phi(-8.66) =$
$= 1 - \Phi(2.66) - 0 = 1 - 0.99609 = 0.0039$

Esercizio n° 5-17 pag. 271.

Vengono presi dei campioni di numerosità n=5 da un processo manifatturiero ogni ora. Viene misurata una caratteristica della qualità e vengono calcolati $\bar{x}$ ed R per ogni campione. Dopo aver analizzato 25 campioni, abbiamo

$$\sum_{i=1}^{25} \bar{x}_i = 662.50 \quad e \quad \sum_{i=1}^{25} R_i = 9.00$$

La caratteristica è distribuita normalmente.

a) Trovare i limiti di controllo per le carte $\bar{x}$ ed R.

$$\bar{\bar{x}} = \frac{\sum \bar{x}_i}{25} = 26.5 \qquad \bar{R} = \frac{\sum R_i}{25} = 0.36$$

Carta $\bar{x}$:

$UCL = \bar{\bar{x}} + A_2\bar{R} = 26.5 + 0.577 \cdot 0.36 = 26.71$
$CL = \bar{\bar{x}} = 26.5$
$LCL = \bar{\bar{x}} - A_2\bar{R} = 26.5 - 0.577 \cdot 0,36 = 26.29$

Carta R:

$UCL = D_4\bar{R} = 2.115 \cdot 0.36 = 0.76$
$CL = \bar{R} = 0.36$

$LCL = \mu - A\sigma = 6 - 1.432 \cdot 2.5 = 5.6$ dà 4.268

b) Trovare la linea centrale ed i limiti di controllo per la carta R

$UCL = D_2\sigma = 4.358 \cdot 2.5 = 10.895$ 13.67

$CL = d_2\sigma = 1.693 \cdot 2.5 = 4.23$ 7.695

$LCL = D_1\sigma = 0 \cdot 2.5 = 0$ 1.72

c) Trovare la linea centrale ed i limiti di controllo per la carta S.

$UCL = B_6\sigma = 2.276 \cdot 2.5 = 5.69$ 4.17

$CL = c_4\sigma = 0.8862 \cdot 2.5 = 2.21$ 2.432

$LCL = B_5\sigma = 0 \cdot 2.5 = 0$ 0.69

Esercizio 5-23 pag. 272.

Si devono costruire delle carte di controllo $\bar{x}$ ed R per controllare la resistenza alla tensione di una parte metallica. Si assuma che la resistenza alla tensione sia distribuita normalmente. Si raccolgono 30 campioni di dimensione n=6 in un periodo di tempo con questi risultati:

$$\sum_{i=1}^{30} \bar{x}_i = 6000 \quad e \quad \sum_{i=1}^{30} R_i = 150$$

a) Calcolare i limiti di controllo per $\bar{x}$ ed R.

$$\bar{\bar{x}} = \frac{\sum \bar{x}_i}{30} = 200 \qquad \bar{R} = \frac{\sum R_i}{30} = 5$$

Carta $\bar{x}$: $UCL = \bar{\bar{x}} + \overset{0.483}{A_2}\bar{R} = 200 + 0.483 \cdot 5 = 202.42$

$CL = \bar{\bar{x}} = 200$

$LCL = \bar{\bar{x}} - A_2\bar{R} = 200 - 0.483 \cdot 5 = 197.59$

Carta R: $UCL = \overset{2.004}{D_4}\bar{R} = 2.004 \cdot 5 = 10.02$

$CL = \bar{R} = 5$

$LCL = D_3\bar{R} = 0 \cdot 5 = 0$

b) Entrambe le carte mostrano una situazione di in controllo. Le specifiche sulla resistenza alla tensione sono 200±5. Quali sono le tue conclusioni circa la capacità del processo?

$$\hat{C}_p = \frac{USL - LSL}{6\sigma} = \frac{200+5-200+5}{6 \cdot 1.97} = 0.85$$

$$\hat{\sigma} = \frac{\bar{R}}{d_2} = \frac{5}{2.534} = 1.97$$

Il processo usa più del 100% della fascia di tolleranza

c) Trovare il rischio β quando la vera media del processo è 199

$$\beta = \Phi(L - K\sqrt{n}) - \Phi(-L - K\sqrt{n})$$

$$K = \frac{200 - 199}{1.97} = 0.51$$

- per la carta R: $UCL = D_4\bar{R} = 2.115 \cdot 3.579 = 7.569$

$CL = \bar{R} = 3.579$

$LCL = D_3\bar{R} = 0$

b) Si assuma che la caratteristica della qualità sia distribuita normalmente. Stimare la deviazione standard del processo.

Considero il processo senza il campione numero 4; la deviazione standard si può stimare attraverso

$$\hat{\sigma} = \frac{\bar{R}}{d_2} = \frac{3.579}{2.326} = 1.539$$

c) Quali sono i limiti di tolleranza naturale a $\pm 3\sigma$ del processo?

$LNTL = \bar{\bar{x}} - 3\hat{\sigma} = 104 - 3 \cdot 1.539 = 99.38$

$UNTL = \bar{\bar{x}} + 3\hat{\sigma} = 104 + 3 \cdot 1.539 = 108.62$

d) Quale sarebbe la stima della frazione di difettosi del processo se le specifiche sulla caratteristica fossero 103 ± 4?

$$P[X \leq 99] + P[X \geq 107] =$$

$$= P\left[Z \leq \frac{99-104}{1.539}\right] + P\left[Z \geq \frac{107-104}{1.539}\right] =$$

$$= P[Z \leq -3.25] + P[Z \geq 1.95] =$$

$$= 1 - P[Z \leq 3.25] + 1 - P[Z \leq 1.95] =$$

$$= 1 - 0.99942 + 1 - 0.97441 = 0.0262$$

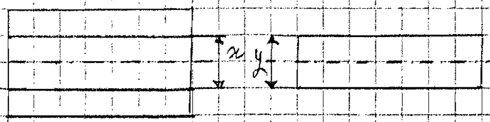
Esercizio n°5-27 pag. 273.

Le specifiche per una caratteristica di un accendino sono 0.3250 e 0.3200 in. Si prendono campioni di dimensione $n=5$ ogni 45 minuti con i seguenti risultati (espressi come deviazioni da 0.3210 in 0.0001 in)

N°	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5
1	1	9	6	9	6
2	9	4	3	0	3
3	0	9	0	3	2
4	1	1	0	2	1
5	-3	0	-1	0	-4
6	-7	2	0	0	2
7	-3	-1	-1	0	-2
8	0	-2	-3	-3	-2
9	2	0	-1	-3	-1
10	0	2	-1	-1	2

N°	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5
11	-3	-2	-1	-1	2
12	-16	2	0	-4	-1
13	-6	-3	0	0	-8
14	-3	-5	5	0	5
15	-1	-1	-1	-2	-1

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 33 di 154



a) Per 20 campioni sulla carta R che controlla x e per 10 campioni sulla carta R che controlla y abbiamo

$$\sum_{i=1}^{20} R_{x_i} = 18.608 \quad e \quad \sum_{i=1}^{10} R_{y_i} = 6.978$$

Stimare σ_x e σ_y.

$$\bar{R}_x = \frac{\sum R_{x_i}}{20} = 0.9304 \qquad \bar{R}_y = \frac{\sum R_{y_i}}{10} = 0.6978$$

$$\hat{\sigma}_x = \frac{\bar{R}_x}{d_2} = \frac{0.9304}{2.326} = 0.400$$

$$\hat{\sigma}_y = \frac{\bar{R}_y}{d_2} = \frac{0.6978}{2.326} = 0.300$$

b) Se si desidera che la probabilità di avere $x-y \leq 0.09$ sia 0.006, quale distanza fra le dimensioni medie $(\mu_x-\mu_y)$ dovrebbe essere specificata?

$$P[x-y \leq 0.09] = 0.006$$

$$P\left[Z \leq \overbrace{\frac{0.09-\mu_{x-y}}{\sigma_{x-y}}}^{z}\right] = 0.006$$

Poiché $0.006 < 0.5 \Rightarrow$ cambio segno al valore di z, in quanto sicuramente negativo.

$$P\left[Z \leq -\frac{0.09-\mu_{x-y}}{\sigma_{x-y}}\right] = 1-0.006 = 0.994$$

$$\left.\begin{array}{l}\mu_{x-y} = \mu_x - \mu_y \\ \sigma_{x-y} = \sqrt{\sigma_x^2+\sigma_y^2}\end{array}\right\}$$ non ho motivo di credere che x e y non siano indipendenti

$$P[Z \leq 2.52] = 0.994$$

$$-\frac{0.09-(\mu_x-\mu_y)}{\sqrt{\sigma_x^2+\sigma_y^2}} = 2.52$$

$$0.09-(\mu_x-\mu_y) = -2.52\sqrt{0.4^2+0.3^2}$$

$$0.09-(\mu_x-\mu_y) = -1.26$$

$$\mu_x-\mu_y = 0.09+1.26 = 1.35$$

Esercizio n°5-31 pag. 274

Si mantengono delle carte di controllo $\bar{x}$ ed S per una caratteristica della qualità. La dimensione del campione è $n=4$. Dopo 30 campioni, otteniamo

$$\sum_{i=1}^{30} \bar{x}_i = 12870 \quad e \quad \sum_{i=1}^{30} S_i = 410$$

a) Trovare i limiti di controllo a 3σ per la carta S.

lità sono 197.50 e 202.50. Cosa si può dire circa la capacità del processo di produrre prodotti conformi alle specifiche?

Devo determinare il valore di $\hat{C}_p$.

$$\hat{C}_p = \frac{USL - LSL}{6\hat{\sigma}} = \frac{202.50 - 197.50}{6 \cdot \frac{1}{0.9213}} = 0.7678 \underline{<1}$$

Un'alta % di prodotti non è conforme alle specifiche.

Esercizio n° 5-37 pag. 275

Le specifiche su una dimensione distribuita normalmente sono 600 ± 20. Si mantengono carte $\bar{x}$ ed R su questa dimensione e per lungo tempo si è avuta la condizione di in controllo. I parametri di queste carte sono i seguenti ($n=9$):

Carta $\bar{x}$	Carta R
$UCL = 616$	$UCL = 32.36$
$CL = 610$	$CL = 17.82$
$LCL = 604$	$LCL = 3.28$

Quali sono le tue conclusioni circa la capacità del processo di produrre elementi all'interno delle specifiche?

$$\hat{C}_p = \frac{620 - 580}{6 \cdot \frac{17.82}{2.970}} = 1.11 \underline{\geq 1}$$

Una bassa percentuale di elementi non è conforme alle specifiche.

Esercizio n° 5-41

Considerare la seguente carta $\bar{x}$ ($n=4$):

$UCL = 815$

$CL = 800$

$LCL = 785$

Trovare l'ARL sapendo che la media del processo si è spostata a 790 e che i parametri della carta R sono

$UCL = 46.98$

$CL = 20.59$

$LCL = 0$

$$ARL = \frac{1}{1-\beta}$$

$$\beta = \Phi(L - k\sqrt{n}) - \Phi(-L - k\sqrt{n})$$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 37 di 154

$\beta = \phi(3-2.5\sqrt{4}) - \phi(-3-2.5\sqrt{4}) =$

e) Qual è la probabilità di osservare la deriva di cui in e) entro il terzo campionamento dopo la deriva?

$(1-\beta)+(1-\beta)\beta+(1-\beta)\beta^2 = 0.97725 + 0.97725 \cdot 0.02275 + 0.97725 \cdot 0.02275^2 =$

$= 0.99999 \simeq 1$

È data dalla probabilità di osservare la deriva al 1° campionamento + quella di osservarla al secondo non avendola osservata al primo + quella di osservarla al 3° non avendola osservata nei primi due.

Esercizio n°5-45

Le seguenti carte $\bar{x}$ ed S basate su campioni di numerosità n=4 hanno mostrato controllo statistico:

Carta $\bar{X}$	Carta S
UCL = 710	UCL = 18.08
CL = 700	CL = 7.979
LCL = 690	LCL = 0

a) Stimare i parametri del processo μ e σ.

$\hat{\mu} = \bar{\bar{x}} = CL_{\bar{x}} = 700$

$\hat{\sigma} = \frac{\bar{S}}{c_4} = \frac{CL_S}{c_4} = \frac{7.979}{0.9213} = 8.661$

b) Se le specifiche sono 705±15, e l'output del processo è distribuito normalmente, stimare la frazione di non conformi.

$P[X \geq 720] + P[X \leq 690] =$

$= P\left[Z \geq \frac{720-700}{8.661}\right] + P\left[Z \leq \frac{690-700}{8.661}\right] =$

$= P[Z \geq 2.31] + P[Z \leq -1.15] =$

$= 1 - P[Z \leq 2.31] + 1 - P[Z \leq 1.15] =$

$= 1 - 0.98956 + 1 - 0.8749 = 0.1355$

c) Per la carta $\bar{x}$, trovare la probabilità di un errore del I tipo, assumendo che σ sia costante.

$\alpha = P[$ processo fuori controllo / processo è in controllo $]$

N°	R	N°	R
1	—	16	31.8
2	9.1	17	40.6
3	8.9	18	0.7
4	5.6	19	16.7
5	5.4	20	1.1
6	0.5	21	0.8
7	11.8	22	8.2
8	21.5	23	16.7
9	1.2	24	22
10	21.2	25	6.2
11	1.2	26	14.8
12	34.7	27	1.6
13	10.6	28	1.7
14	5.1	29	18
15	2.3	30	14.2

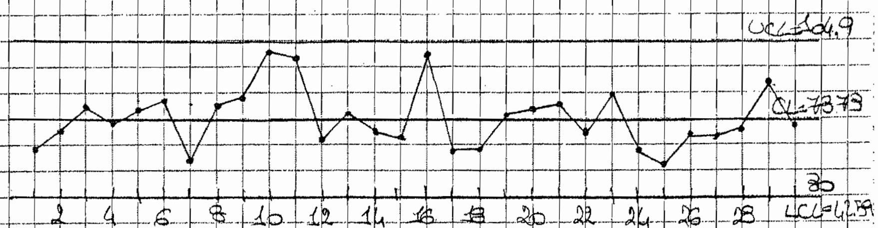
Limiti di controllo per la carta MR:

$UCL = D_4 \overline{R} = 3.267 \cdot 11.71 = 38.26\ g/l$

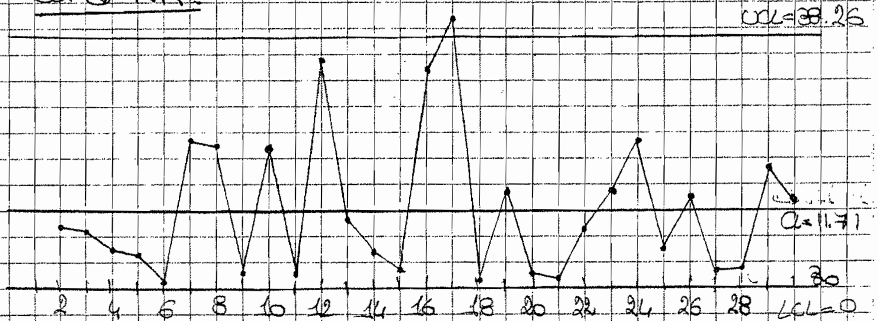
$CL = \overline{R} = 11.71\ g/l$

$LCL = D_3 \overline{R} = 0\ g/l$

Carta X:



Carta MR:



Esercizio n°5-57 pag 279.

Si considerino i seguenti dati:

N°	x	N°	x
1	10.07	17	10.78
2	10.47	18	11.26
3	9.45	19	9.48
4	9.44	20	11.28
5	8.99	21	12.54
6	7.74	22	11.48
7	10.63	23	13.26
8	9.78	24	11.10
9	9.37	25	10.82
10	9.95		
11	12.04		
12	10.93		
13	11.54		
14	9.58		
15	8.80		
16	12.94		

a) Si stimi σ usando la media dei range mobili (usando un campione virtuale di $n=2$)

N°	R	N°	R
1	—	15	0.78
2	0.4	16	4.14
3	1.02	17	2.16
4	0.01	18	0.48
5	0.45	19	1.78
6	1.25	20	1.8
7	2.89	21	1.26
8	0.85	22	1.06
9	0.41	23	1.78
10	0.58	24	2.16
11	2.09	25	0.28
12	1.11		
13	0.61		
14	1.96		

$$\overline{R} = \frac{\sum_{i=2}^{25} R_i}{24} = 1.3$$

$$\sigma = \frac{\overline{R}}{d_2} = \frac{1.3}{1.128} = 1.15$$

CAPITOLO 6.

Esercizio n°6-1 pag. 339.

I dati seguenti danno il numero di elementi difettosi in campioni di dimensione 100. Costruire una carta per la percentuale di difettosi per questi dati. Se ci sono dei punti fuori controllo, si assuma che sia possibile trovare delle cause assegnabili e si determinino i limiti di controllo rivisti.

N°	N° di difettosi	% difettosi
1	7	0.07
2	4	0.04
3	1	0.01
4	3	0.03
5	6	0.06
6	8	0.08
7	10	0.10
8	5	0.05
9	2	0.02
10	7	0.07
11	6	0.06
12	15	0.15
13	0	0
14	9	0.09
15	5	0.05
16	1	0.01
17	4	0.04
18	5	0.05
19	7	0.07
20	12	0.12

$$\bar{p} = \frac{\sum_{i=1}^{20} p_i}{20} = 0.0585$$

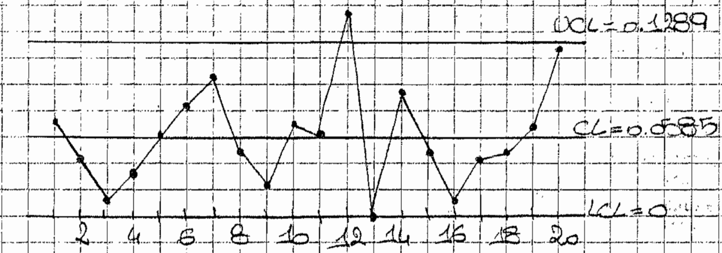
Limiti di controllo:

$$UCL = \bar{p} + 3\sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n}} = 0.1289$$

$$CL = \bar{p} = 0.0585$$

$$LCL = \bar{p} - 3\sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n}} = -0.012 \Rightarrow$$

$$LCL = 0$$



Il punto 12 è fuori dai limiti di controllo allora lo elimino ed ottengo:

$$\bar{p} = 0.05368 \simeq 0.0537$$

$$UCL = \bar{p} + 3\sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n}} = 0.1213$$

$$CL = \bar{p}$$

$$LCL = \bar{p} - 3\sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n}} = -0.014 \Rightarrow$$

$$LCL = 0$$

Esercizio n°6-3.

I dati seguenti rappresentano i risultati di un'ispezione su tutte le unità di un personal computer prodotte negli ultimi 10 giorni. Il processo è in controllo?

Poiché le numerosità dei campioni variano sensibilmente, non posso usare un campione di dimensione media. Uso quindi dei limiti variabili.

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 43 di 154

$$\bar{p} = \frac{\sum_{i=1}^{20} p_i}{20} = 0.1228$$

limiti di controllo:

$$UCL = \bar{p} + 3\sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n}} = 0.1425$$

$$CL = \bar{p} = 0.1228$$

$$LCL = \bar{p} - 3\sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n}} = 0.1031$$

b) Se volessi costruire una carta di controllo per monitorare la produzione futura, come usereste questi dati per ottenere UCL, CL ed LCL?

Non posso usare questi dati, in quanto sono presenti vari punti oltre i limiti di controllo:

1<LCL	2>UCL	3<LCL	5<LCL
11>UCL	12>UCL	15<LCL	16>UCL
17<LCL	19<LCL	20>UCL	

Esercizio n° 6-7

Una carta di controllo indica che l'attuale percentuale di difettosi di un processo è 0.02. Se si controllano 50 elementi al giorno, qual è la probabilità di osservare una deriva della percentuale di difettosi a 0.04 il primo giorno successivo alla deriva? E quella entro il terzo giorno successivo alla deriva?

$\beta = P[\bar{p} < UCL \mid \bar{p}_1] - P[p < LCL \mid \bar{p}_1]$ $\quad p_1 = 0.04 \quad n = 50$

$$UCL = \bar{p}_0 + 3\sqrt{\frac{\bar{p}_0(1-\bar{p}_0)}{n}} = 0.794$$

$$LCL = \bar{p}_0 - 3\sqrt{\frac{\bar{p}_0(1-\bar{p}_0)}{n}} = -0.04 = 0$$

$$\beta = P[p < 0.794 \mid 0.04] - P[p < 0 \mid 0.04] =$$
$$= P[D < 50 \cdot 0.794 / 0.04] - P[D < 0 / 0.04] =$$
$$= P[D < 39.7 / 0.04] - P[D < 0 / 0.04] =$$
$$= P[D < 39 / 0.04] - P[D < 0 / 0.04] =$$
$$= \sum_{x=0}^{38} \binom{n}{x} \bar{p}_1^x (1-\bar{p}_1)^{n-x} = \sum_{x=0}^{38} \binom{50}{x} 0.04^x (1-0.04)^{n-x} = 0.722$$

P[osservare al 1° giorno] = $1-\beta = 0.278$

P[osservare entro il 3° giorno] = $(1-\beta) + \beta(1-\beta) + \beta^2(1-\beta) = 0.624$

$$\delta = 0.20 - 0.10 = 3\sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n}} = 0.10$$

$$\sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n}} = \frac{0.10}{3} \qquad \frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n} = \frac{0.01}{9}$$

$$n = \frac{9\bar{p}(1-\bar{p})}{0.01} = 81$$

Esercizio n° 6-13

Si controlla un processo con una carta per la percentuale di difettosi. Si è visto che la media del processo è 0.07, si usano limiti di controllo a 3σ e la procedura richiede che si considerino campioni giornalieri di 400 elementi.

a) Calcolare i limiti di controllo superiore e inferiore

$$UCL = \bar{p} + 3\sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n}} = 0.108$$

$$LCL = \bar{p} - 3\sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n}} = 0.032$$

b) Se la media del processo dovesse improvvisamente spostarsi a 0.10, qual è la probabilità che la deriva venga osservata nel primo campione successivo alla deriva?

$$\beta = P[p < UCL / p_1] - P[p < LCL / p_1] =$$
$$= P[p < 0.108 / p_1] - P[p < 0.032 / p_1] =$$
$$= P[D < 400 \cdot 0.108 / p_1] - P[D < 400 \cdot 0.032 / p_1] =$$
$$= P[D < 43 / p_1] - P[D < 12 / p_1] =$$

Posso usare l'approssimazione con la normale, in quanto $p \leq 1/2$ e $np > 5$.

$$= P\left[Z < \frac{43 - 400 \cdot 0.10 + 0.5}{6 + \sqrt{400 \cdot 0.1(1-0.1)}}\right] - P\left[Z < \frac{12 - 400 \cdot 0.10 - 0.5}{\sqrt{400 \cdot 0.1(1-0.1)}}\right] =$$
$$= P[Z < 0.58] - P[Z < -4.75] =$$
$$= 0.71904 - 0 = 0.71904$$

$P[\text{osservare la deriva al } 1° \text{ campionamento}] = 1 - \beta = 0.28$

c) Qual è la probabilità di osservare la deriva di cui al punto b) nel primo o nel secondo campione successivi alla deriva?

$$(1-\beta) + \beta(1-\beta) = 0.48$$

Esercizio n° 6-15

Si usa una carta di controllo per la percentuale di difettosi per una parte plastica. Dieci sottogruppi danno i dati seguenti.

a) Costruire una carta di controllo per il numero di difettosi in campioni di numerosità 100.

$\beta = \mathbb{P}[D < 58 / 0.15] - \mathbb{P}[D < 22 / 0.15] =$

Posso usare l'approssimazione normale

$$= \mathbb{P}\left[Z < \frac{58 - 400 \cdot 0.15 + 0.5}{\sqrt{400 \cdot 0.15(1-0.15)}}\right] - \mathbb{P}\left[Z < \frac{22 - 400 \cdot 0.15 - 0.5}{\sqrt{400 \cdot 0.15(1-0.15)}}\right] =$$

$= \mathbb{P}[Z < -0.21] - \mathbb{P}[Z < -5.39] =$

$= 1 - \mathbb{P}[Z < 0.21] - \mathbb{P}[Z < 5.39] =$

$= 1 - 0.58317 - 0 = 1 - 0.58317$

$\mathbb{P}[\text{osservare la deriva}] = 1 - \beta = 0.58317$

Esercizio n° 6-19

Si consideri la seguente carta per percentuale di difettosi

$CL = 0.1 \quad UCL = 0.19 \quad LCL = 0.01$

Trovare l'ARL per osservare una deriva alla frazione di difettosi di 0.15

$$ARL = \frac{1}{1-\beta}$$

$\beta = \mathbb{P}[D < n \cdot 0.19 / 0.15] - \mathbb{P}[D < n \cdot 0.01 / 0.15]$

$n?$

$$UCL = CL + 3\sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n}} = 0.1 + 3\sqrt{\frac{0.1(1-0.1)}{n}}$$

$$0.1 + 3\sqrt{\frac{0.1(1-0.1)}{n}} = 0.19$$

$$\sqrt{\frac{0.1(1-0.1)}{n}} = \frac{0.09}{3}$$

$$\frac{0.1(1-0.1)}{n} = \frac{0.0081}{9}$$

$$n = \frac{9 \cdot 0.1(1-0.1)}{0.0081} = 100$$

$\beta = \mathbb{P}[D < 19 / 0.15] - \mathbb{P}[D < 1 / 0.15] =$

Posso usare l'approssimazione normale

$$= \mathbb{P}\left[Z \leq \frac{19 - 100 \cdot 0.15 + 0.5}{\sqrt{100 \cdot 0.15(1-0.15)}}\right] - \mathbb{P}\left[Z \leq \frac{1 - 100 \cdot 0.15 - 0.5}{\sqrt{100 \cdot 0.15(1-0.15)}}\right] =$$

$= \mathbb{P}[Z \leq 1.26] - \mathbb{P}[Z \leq -4.06] =$

$= 0.89616$

$$ARL = \frac{1}{1-\beta} = 9.63$$ [illegible]

Serie	p_i	Rich. tot	Z_i
1	0.03	200	0.77
2	0.032	250	1.08
3	0.036	250	1.51
4	0.028	250	0.65
5	0.015	200	-0.67
6	0.02	200	-0.19
7	0.013	150	-0.75
8	0.006	150	-1.33
9	0	150	-1.83
10	0.013	150	-0.75
11	0.01	100	-0.82
12	0	100	-1.50
13	0.01	100	-0.82
14	0.02	200	-0.19
15	0.025	200	0.29
16	0.015	200	-0.67
17	0.05	200	2.69
18	0.02	200	-0.19
19	0.028	250	0.65
20	0.024	250	0.22

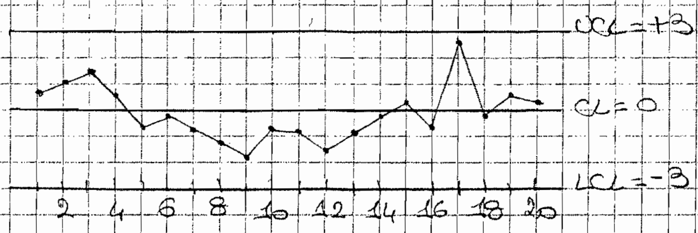
$$Z_i = \frac{p_i - 0.022}{\sqrt{\frac{0.022(1-0.022)}{n_i}}} = \frac{p_i - 0.022}{\sqrt{\frac{0.0216}{n_i}}}$$

I limiti di controllo della carta sono

$UCL = +3$

$LCL = -3$

$CL = 0$



Esercizio n° 6-25.

Una carta di controllo per percentuale di difettosi ha

$CL = 0.01 \quad UCL = 0.0399 \quad LCL = 0 \quad n = 100$

Se vengono usati limiti a 3σ, trovare la minima numerosità del campione che renderebbe positivo il limite di controllo inferiore.

$$LCL > 0$$

$$\bar{p} - 3\sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n}} > 0$$

$$\sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n}} < \frac{\bar{p}}{3}$$

$$n > \frac{9(1-\bar{p})}{\bar{p}} = \frac{9(1-0.01)}{0.01} = 891$$

Il valore più piccolo di n tale che $LCL > 0$ è

$n^* = 892$

$$\delta = 0.04 - 0.01 = 2\sqrt{\frac{0.01(1-0.01)}{n}}$$

$$n = \frac{4\cdot 0.01(1-0.01)}{(0.03)^2} = 44$$

Esercizio n° 6-31

Un processo viene controllato con una carta per la percentuale di difettosi, usando un campione di numerosità $n=100$ ed una linea centrale $\bar{p}=0.02$

a) Trovare i limiti a 3σ per questa carta.

$$UCL = \bar{p} + 3\sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n}} = 0.02 + 3\sqrt{\frac{0.02(1-0.02)}{100}} = 0.062$$

$$CL = \bar{p} = 0.02$$

$$LCL = \bar{p} - 3\sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n}} = 0.02 - 3\sqrt{\frac{0.02(1-0.02)}{100}} = 0$$

b) Analizzare i seguenti campioni ($n=100$). Che conclusioni si possono trarre dal processo ora?

N°	N° difettosi	% difettosi
1	5	0.05
2	2	0.02
3	3	0.03
4	8	0.08
5	4	0.04
6	1	0.01
7	2	0.02
8	6	0.06
9	3	0.03
10	4	0.04

Il processo ha subito una deriva: la sua media si è spostata al valore 0.038

$$\frac{\sum_{i=1}^{10} p_i}{10} = 0.038$$

Esercizio n°6-35 pag. 344

Costruire una carta di controllo standardizzata per i dati dell'esercizio n°6-3

N°	Unità ispez.	Unità difet.	% difett.	Z_i
1	80	4	0.050	-0.38
2	110	7	0.064	0.177
3	90	5	0.056	-0.16
4	75	8	0.107	1.71
5	130	6	0.030	-1.44

$$\bar{u} = \frac{\sum_{i=1}^{20} u_i}{20} = 0.7$$

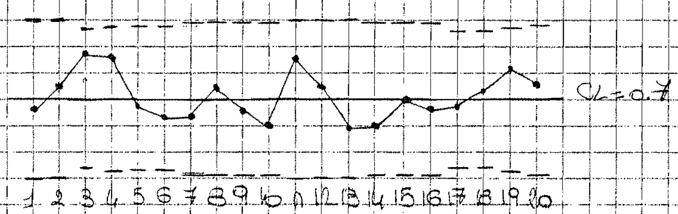
Limiti di controllo variabili

$$UCL_i = \bar{u} + 3\sqrt{\frac{\bar{u}}{n_i}}$$

$$CL = \bar{u} = 0.7$$

$$LCL_i = \bar{u} - 3\sqrt{\frac{\bar{u}}{n_i}}$$

n =	UCL_i	LCL_i
18	1.29	0.11
20	1.26	0.14
21	1.25	0.15
22	1.24	0.16
24	1.21	0.19



Limiti di controllo con $\bar{n}$

$$\bar{n} = \frac{\sum_i n_i}{20} = 20.55 \simeq 21$$

$$UCL = \bar{u} + 3\sqrt{\frac{\bar{u}}{\bar{n}}} = 1.248$$

$$LCL = \bar{u} - 3\sqrt{\frac{\bar{u}}{\bar{n}}} = 0.152$$

Esercizio n°6-39

Considerare il processo di produzione dell'esercizio n° 3-37. Costruire una carta u standardizzata per questo processo.

N°	Z_i	N°	Z_i
1	-0.15	11	1.53
2	0.41	12	0.41
3	0.76	13	-1.01
4	0.67	14	-1.07
5	-0.11	15	0
6	-0.84	16	-0.27
7	-0.80	17	-0.18
8	0.27	18	0.29
9	-0.53	19	1.18
10	-1.07	20	0.60

$$Z_i = \frac{u_i - \bar{u}}{\sqrt{\frac{\bar{u}}{n_i}}} = \frac{u_i - 0.7}{\sqrt{\frac{0.7}{n_i}}}$$

b) Quali sono UCL, CL ed LCL per una carta di controllo per il numero medio di difetti per unità usata per monitorare la produzione futura?

$$\bar{u} = \frac{\bar{c}}{2500} = 0.0085$$

$$UCL = \bar{u} + 3\sqrt{\frac{\bar{u}}{n}} = 0.1 \quad 0.2868$$

$$LCL = \bar{u} - 3\sqrt{\frac{\bar{u}}{n}} = 0$$

Esercizio n° 6-45 pag. 346

Trovare i limiti di controllo a 3σ per

a) una carta c con media del processo pari a 4 difetti

$$UCL = \bar{c} + 3\sqrt{\bar{c}} = 10$$
$$LCL = \bar{c} - 3\sqrt{\bar{c}} = 0$$

b) una carta u con c = 4 ed n = 4

$$\bar{u} = 4/4 = 1$$
$$UCL = \bar{u} + 3\sqrt{\bar{u}/n} = 2.5$$
$$LCL = \bar{u} - 3\sqrt{\bar{u}/n} = 0$$

Esercizio n° 6-47

Trovare i limiti di controllo a 3σ per

a) una carta c con media del processo pari a 9 difetti

$$UCL = \bar{c} + 3\sqrt{\bar{c}} = 18$$
$$LCL = \bar{c} - 3\sqrt{\bar{c}} = 0$$

b) una carta u con c = 16 ed n = 4

$$\bar{u} = 16/4 = 4$$
$$UCL = \bar{u} + 3\sqrt{\frac{\bar{u}}{n}} = 7$$
$$LCL = \bar{u} - 3\sqrt{\frac{\bar{u}}{n}} = 1$$

Esercizio n° 6-51

Il numero di difetti osservati nell'ispezione finale di assemblati per i pc sono mostrati qui di seguito. Il processo sembra in controllo?

Poiché il numero di unità ispezionate è variabile si usa una carta u.

a) Trovare i limiti di controllo a 3σ. 0.0134

Numerosità del campione costante $\Rightarrow$ carta c

$\bar{c} = 2 \cdot 2 = 4 = CL$

$UCL = 4 + 3\sqrt{4} = 10$

$LCL = 4 - 3\sqrt{4} = 0$

b) Qual è la probabilità di un errore del 1° tipo per questa carta di controllo?

$\alpha = P[X > 10 \mid \bar{c} = 4] = 0.002$

La distribuzione seguita dal numero di difetti è

$$\frac{e^{-4} 4^x}{x!}$$

Esercizio n° 6-61

Supponi di voler costruire una carta di controllo per difetti per unità con limiti a L-σ. Trova la numerosità del campione minima tale che $LCL > 0$. $n > L^2/\bar{u}$

$$LCL = \bar{u} - L\sqrt{\frac{\bar{u}}{n}} > 0$$

$$\sqrt{\frac{\bar{u}}{n}} < \frac{\bar{u}}{L}$$

$$\frac{\bar{u}}{n} < \frac{\bar{u}^2}{L^2}$$

$$n > \frac{L^2 \bar{u}}{\bar{u}^2} = \frac{L^2}{\bar{u}}$$

Campione	x_1	x_2	x_3	x_4	$\bar{x}_i$	R_i
1	6	9	10	15	10	9
2	10	4	6	11	7.75	7
3	7	8	10	5	7.5	5
4	8	9	6	13	9	7
5	9	10	7	13	9.75	6
6	12	11	10	10	10.75	2
7	16	10	8	9	10.75	8
8	7	5	10	4	6.5	6
9	9	7	8	12	9	5
10	15	16	10	13	13.5	6
11	8	12	14	16	12.5	8
12	6	13	9	11	9.75	7
13	16	9	13	15	13.25	7
14	7	13	10	12	10.5	6
15	11	7	10	16	11	9
16	15	10	11	14	12.5	5
17	9	8	12	10	9.75	4
18	15	7	10	11	10.75	8
19	8	6	9	12	8.75	6
20	14	15	12	16	14.25	4

NB: x_i = (valore osservato sull'unità i − 350) · 10

$\bar{\bar{x}} = 10.375$ $\quad \bar{R} = 6.25$

Per lavorare con gli indici di capacità devo trasformare questi valori per averli nella stessa scala dei limiti di specifica.

$\bar{R} = 0.625\,V$

$\bar{\bar{x}} = 1.0375 + 350 = 351.0375\,V$

$$\hat{C}_p = \frac{USL - LSL}{6\hat{\sigma}} = \frac{350+5-350+5}{6 \cdot 0.304} = 5.48$$

$$\hat{\sigma} = \frac{\bar{R}}{d_2} = \frac{0.625}{2.059} = 0.304$$

$$\hat{C}_{pk} = \min\left(\frac{350+5-351.0375}{3 \cdot 0.304}, \frac{351.0375-350+5}{3 \cdot 0.304}\right) =$$

$$= \min(4.34,\ 6.62) = 4.34$$

$$\hat{C}_{pkm} = \frac{\hat{C}_{pk}}{\sqrt{1+\left(\frac{\hat{\mu}-T}{\hat{\sigma}}\right)^2}} \qquad T = \frac{USL+LSL}{2} = 350 \qquad \left(\frac{\hat{\mu}-T}{\hat{\sigma}}\right) = 3.41$$

resti usare?

Processo A:

$$\hat{\sigma}_A = \frac{\bar{S}_A}{c_4} = \frac{3}{0.94} = 3.191$$

$$\hat{C}_{PA} = \frac{USL - LSL}{6\hat{\sigma}_A} = \frac{100+10-100+10}{6 \cdot 3.191} = 1.045$$

$$\hat{C}_{PKA} = \min\left(\frac{USL - \bar{\bar{x}}_A}{3\hat{\sigma}_A}, \frac{\bar{\bar{x}}_A - LSL}{3\hat{\sigma}_A}\right) = 1.045$$

$$= \min\left(\frac{110-100}{3 \cdot 3.191}, \frac{100-90}{3 \cdot 3.191}\right) =$$

$$\hat{C}_{pm} = \frac{\hat{C}_{PA}}{\sqrt{1+\left(\frac{\bar{\bar{x}}_A - T}{\hat{\sigma}_A}\right)^2}} = \frac{\hat{C}_{PA}}{\sqrt{1+\left(\frac{100-100}{3.191}\right)^2}} = \hat{C}_{PA} = 1.045$$

Processo B:

$$\hat{\sigma}_B = \frac{\bar{S}_B}{c_4} = \frac{1}{0.94} = 1.064$$

$$\hat{C}_{PB} = \frac{USL - LSL}{6\hat{\sigma}_B} = \frac{100+10-100+10}{6 \cdot 1.064} = 3.133$$

$$\hat{C}_{PKB} = \min\left(\frac{USL - \bar{x}_B}{3\hat{\sigma}_B}, \frac{\bar{x}_B - LSL}{3\hat{\sigma}_B}\right) =$$

$$= \min\left(\frac{110-105}{3 \cdot 1.064}, \frac{105-90}{3 \cdot 1.064}\right) = 1.566$$

$$\hat{C}_{PmB} = \frac{\hat{C}_{PB}}{\sqrt{1+\left(\frac{\bar{x}_B - T}{\hat{\sigma}_B}\right)^2}} = \frac{3.133}{\sqrt{1+\left(\frac{105-100}{1.064}\right)^2}} = 0.652$$

Esercizio n° 7-9

I pesi di container dal peso nominale di 1lb di un ingrediente chimico concentrato sono i seguenti. Stimare la capacità del processo.

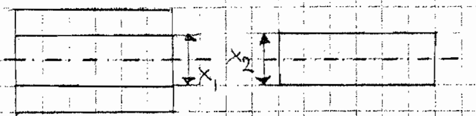
0.9475	0.9775	0.9965	1.0075	1.0180
0.9705	0.9860	0.9975	1.0100	1.0200
0.9770	0.9960	1.0050	1.0175	1.0250

$\bar{\bar{x}} = 0.99676$

$\hat{\sigma} = x_{84} - x_{50} = 0.0225$

$x_{50} = 0.9975$ (mediana)

$x_{84} = 1.02$



y = assemblato $= x_1 - x_2$

$\mu_y = \mu_1 - \mu_2 = 20 - 19.6 = 0.4$

$\sigma_y^2 = \sigma_1^2 + \sigma_2^2 = 0.09 + 0.16 = 0.25$

$\sigma_y = 0.5$

$P[y<0.9] - P[y<0.1] =$

$= P\left[Z < \frac{0.9-0.4}{0.5}\right] - P\left[Z < \frac{0.1-0.4}{0.5}\right] =$

$= P[Z<1] - P[Z<-0.6] =$

$= P[Z<1] - 1 + P[Z<0.6] =$

$= 0.84134 - 1 + 0.72575 = 0.56709$

% prodotti fuori specifica $= (1-0.56709)\% = (0.433)\% = 43.3\%$

Esercizio n°7-25

Un blocco rettangolare di metallo di larghezza W e lunghezza L viene tagliato da una lamina di spessore T. Se W, L e T sono variabili casuali indipendenti con media e deviazione standard date di seguito e la densità del metallo è $0.08\ g/cm^3$, quali sono le stime della media e della deviazione standard dei pesi dei pezzi prodotti dal processo?

Variabile	Media	Dev. std
W	10 cm	0.2 cm
L	20 cm	0.3 cm
T	3 cm	0.1 cm

$H = W \cdot L \cdot T \cdot \rho$

$\hat{\mu}_H = \rho \mu_W \mu_L \mu_T = 48\,g$

$$\hat{\sigma}_H^2 = \left(\frac{\partial H}{\partial W}\bigg|_{\mu_i}\right)^2 \sigma_W^2 + \left(\frac{\partial H}{\partial L}\bigg|_{\mu_i}\right)^2 \sigma_L^2 + \left(\frac{\partial H}{\partial T}\bigg|_{\mu_i}\right)^2 \sigma_T^2 =$$

$$= (\rho L T|_{\mu_i})^2 \sigma_W^2 + (\rho W T|_{\mu_i})^2 \sigma_L^2 + (\rho W L|_{\mu_i})^2 \sigma_T^2 =$$

$$= (20 \cdot 3 \cdot 0.08)^2 \cdot (0.2)^2 + (0.08 \cdot 10 \cdot 3)^2 (0.3)^2 + (0.08 \cdot 10 \cdot 20)^2 (0.1)^2 =$$

$= 4\,g$

$\hat{\sigma}_H = 2\,g$

Esercizio n°7-27

Due resistori sono connessi ad una batteria come mostrato in figura. Trovare espressioni approssimate per la media e la varianza della corrente risultante (I). ε, R_1 ed R_2 sono variabili casuali con medie μ_ε, μ_{R_1}, μ_{R_2}, e varianze σ_ε^2, $\sigma_{R_1}^2$, $\sigma_{R_2}^2$, rispettivamente.

di sotto di questo valore.

Devo trovare UTL, Upper Tolerance Limit.

$\gamma = 0.95 \quad 1-\alpha = 0.9 \Rightarrow \alpha = 0.1$

$UTL = \bar{x} + KS = 300 + 2.355 \cdot 10 = 323.55$

dove K viene preso dall'Appendice Tavola VIII del Montgomery

$K = 2.355$

Esercizio n° 7-33

Un campione di 80 elementi su una caratteristica della qualità distribuita normalmente aveva $\bar{x} = 350$ ed $S = 10$. Trovare un limite superiore della tolleranza naturale che abbia una probabilità dello 0.90 di contenere il 95% della distribuzione di questa caratteristica.

$\gamma = 0.90 \quad 1-\alpha = 0.95 \Rightarrow K = 2.208$

$UTL = \bar{x} + KS = 350 + 2.208 \cdot 10 = 372.08$

Esercizio n° 7-35

Un campione casuale di $n=40$ elementi ha dato uno spessore medio delle pareti di 0.1264 in e una deviazione standard di 0.0003 in. Assumiamo che lo spessore sia distribuito normalmente.

a) Tra quali limiti possiamo dire con livello di fiducia del 95% che è compreso il 95% della distribuzione?

$\gamma = 0.95 \quad 1-\alpha = 0.95 \quad n = 40 \Rightarrow K = 2.445$

K viene preso dall'appendice Tavola VII del Montgomery.

$\bar{x} \pm KS = \begin{cases} \bar{x} + KS = 0.1264 + 2.445 \cdot 0.0003 = 0.1271 \\ \bar{x} - KS = 0.1264 - 2.445 \cdot 0.0003 = 0.1257 \end{cases}$

$0.1257 \leq x \leq 0.1271$

b) Costruire un intervallo di fiducia al 95% sulla vera media dello spessore. Spiegare la differenza fra questo intervallo e quello trovato nel punto a).

$$\bar{x} - Z_{0.975}\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \bar{x} + Z_{0.975}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

$$0.1264 - 1.96\frac{0.0003}{\sqrt{40}} \leq \mu \leq 0.1264 + 1.96\frac{0.0003}{\sqrt{40}}$$

$$0.1263 \leq \mu \leq 0.1265$$

Questo intervallo viene usato per fornire una stima intervallare del parametro della distribuzione, mentre quello nel punto a) viene usato per dire i limiti tra i quali possiamo aspettarci di trovare una particolare percentuale della popolazione.

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 67 di 154

b) Disegnare la curva operativa di tipo B e confrontarla con quella di tipo A.

$$P_a = \sum_{d=0}^{c} \frac{n!}{d!\,(n-d)!}\, p^d (1-p)^{n-d}$$

$p = 0.007 \Rightarrow P_a = 0.9519$

$p = 0.075 \Rightarrow P_a = 0.1025$

Non c'è molta differenza fra le due curve.

c) Quale delle due curve è appropriata per la situazione?

Entrambe possono essere usate.

Esercizio n° 16-5

Trovare un piano di campionamento singolo per il quale $p_1 = 0.05$, $\alpha = 0.05$, $p_2 = 0.15$ e $\beta = 0.1$.

$$\begin{cases} 1-\alpha = \sum_{d=0}^{c} \binom{n}{d} p_1^d (1-p_1)^{n-d} \\ \beta = \sum_{d=0}^{c} \binom{n}{d} p_2^d (1-p_2)^{n-d} \end{cases}$$

Uso il nomogramma unendo i punti $1-\alpha = 0.95$ e $p_1 = 0.05$ con una retta ed i punti $\beta = 0.1$ e $p_2 = 0.15$ con un'altra. Ottengo

$n = 80$ $\quad c = 7$

Esercizio n° 16-7

Un'azienda usa la seguente procedura di campionamento. Viene preso un campione pari al 10% del lotto. Se una percentuale pari o inferiore al 2% degli elementi del campione è difettosa il lotto è accettato; altrimenti viene rifiutato. Se i lotti variano di numerosità fra 5'000 e 10'000, cosa si può dire circa la protezione da parte di questo piano? Se 0.05 è il valore dell'LTPD desiderato, questo schema offre una protezione ragionevole al consumatore?

Diverse dimensioni del campione danno diversi livelli di protezione.

Il consumatore è protetto da un LTPD = 0.05 con probabilità

$P_a = 0.00046$ se $N = 5'000$ ($n = 10\% \cdot 5000 = 500$)

$c = 2\% \cdot 500 = 10$

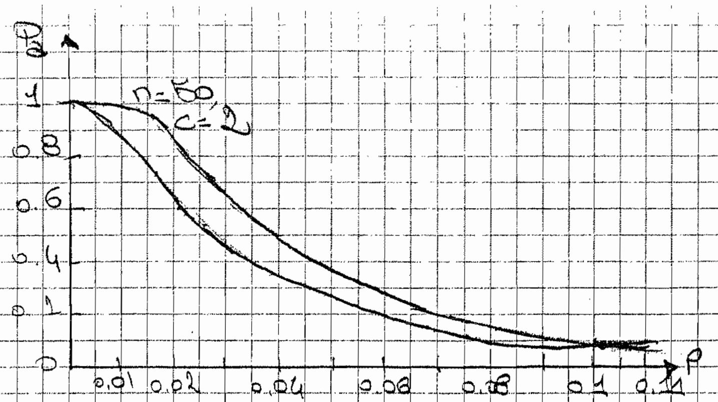
$P_a = 0.000$ se $N = 10'000$ ($n = 10\% \cdot 10'000 = 1000$)

Ma ha un' alta $\quad c = 2\% \cdot 1000 = 20$

Ma ha un' alta probabilità di non accettare un lotto con $p = 0.025$:

$P_a = 0.794$ se $N = 5'000$

$P_a = 0.182$ se $N = 10'000$



b) Trovare il livello di qualità del lotto che sarà rifiutato il 90% delle volte.

$p / P_a = 0.1$?

$p \simeq 0.1$ il libro dà 0.103

c) Il management ha obiettato all'uso di questo procedimento e vuole usare un piano con numero d'accettazione c=0, sostenendo che è più coerente con il programma "zero difetti" adottato. Cosa ne pensi?

(v. pag. 687-688 del Montgomery). In genere, i piani di campionamento con c=0 hanno curve OC convesse. Come conseguenza di ciò, la P_a diminuisce molto rapidamente anche per piccoli valori di p. Questo fatto può essere molto sconveniente dal punto di vista dell'azienda.

d) Progettare un piano di campionamento singolo con c=0 che dia il 90% di probabilità di rifiutare lotti che hanno il livello di qualità trovato in b). Nota che i due piani si intersecano al punto LTPD. Disegna la curva OC per questo piano e paragonala con quella per n=50 e c=2 del punto a).

$c=0 \quad p_2 = 0.1 \text{ e } \beta = 0.1 \Rightarrow n = 20$

$p = 0.016 \Rightarrow P_a = 0.72$

$p = 0.10 \Rightarrow P_a = 0.1$

La nuova curva OC è molto più ripida

e) Supponi che i lotti in ingresso siano difettosi allo 0.5%. Qual è la probabilità di rifiutare questi lotti usando i 2 piani? Calcolare l'ATI a questo punto per entrambi i piani. Quale piano preferisci? Perché?

$n=50, c=2: \quad p = 0.005 \quad P_a = 0.998 \Rightarrow P[\text{rifiuto}] = 2 \cdot 10^{-3}$

$n=20, c=0: \quad p = 0.005 \quad P_a = 0.905 \Rightarrow P[\text{rifiuto}] = 0.095$

$$ATI = n + (1 - P_a)(N - n)$$

$n=50: \quad ATI = 59.9 \simeq 60$

$n=20: \quad ATI = 493.1 \simeq 494$

Preferisco il piano di campionamento con n=50 e c=2 per i motivi detti al punto c) e l'ATI è più basso (ATI = Average Total Inspection).

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 71 di 154

Esercizi tratti dal libro di Franceschini e Galetto
"Esercizi di gestione industriale della qualità"

CAPITOLO 1: Metodi statistici per il controllo qualità

Esercizio 1 pag. 4

$\lambda = 6 \rightarrow$ in un giorno mediamente 6 prodotti difettosi

i) $P[x=4]=?$

$$P[x=4] = \frac{e^{-\lambda}\lambda^{x}}{x!} = \frac{e^{-6}6^{4}}{4!} = 0.13$$

ii) $P[x_i + x_{i+1} = 10] = ?$

$$P[x_i + x_{i+1} = 10] = \sum_{x=0}^{10} p_i(x)\, p_{i+1}(10-x) =$$

$$= p_i(0)\, p_{i+1}(10) + \dots + p_i(10)\, p_{i+1}(0) =$$

$$= 2\left[p_i(0)\, p_{i+1}(10) + \dots + p_i(5)\, p_{i+1}(5)\right] =$$

$$= 2\left[\frac{e^{-6}6^{0}}{0!}\cdot\frac{e^{-6}6^{10}}{10!} + \dots + \left(\frac{e^{-6}6^{5}}{5!}\right)^2\right] =$$

$$= 2[0.0001 + 0.001024 + 0.004607 + 0.012286 + 0.0214998 + 0.0257998] = 0.1306$$

Esercizio 2 pag. 5

$p = 0.1 \quad n = 4$

$P[x=4]=?\quad P[x=3]=?\quad P[x=2]=?\quad P[x=1]=?\quad P[x=0]=?$

Fare istogramma della distribuzione delle probabilità.

$$P[x=4] = \binom{n}{x} p^{x}(1-p)^{n-x} = \binom{4}{4} p^{4}(1-p)^{0} = 0.0001$$

$$P[x=3] = \binom{4}{3} 0.1^{3}(1-0.1)^{1} = 0.0036$$

$$P[x=2] = \binom{4}{2} 0.1^{2}(1-0.1)^{2} = 0.0486$$

$$P[x=1] = \binom{4}{1} 0.1\,(1-0.1)^{3} = 0.2916$$

$$P[x=0] = \binom{4}{0} 0.1^{0}(1-0.1)^{4} = 0.6561$$

$\mu_M = \rho \mu_\omega \mu_L \mu_T = 48g$

$$\sigma_M^2 = \left(\frac{\partial M}{\partial x_\omega}\right)^2\Bigg|_{\mu_i} \sigma_\omega^2 + \left(\frac{\partial M}{\partial x_L}\right)^2\Bigg|_{\mu_i} \sigma_L^2 + \left(\frac{\partial M}{\partial x_T}\right)^2\Bigg|_{\mu_i} \sigma_T^2$$

$$\frac{\partial M}{\partial x_\omega} = \rho L T \qquad \frac{\partial M}{\partial x_L} = \rho \omega T \qquad \frac{\partial M}{\partial x_T} = \rho \omega L$$

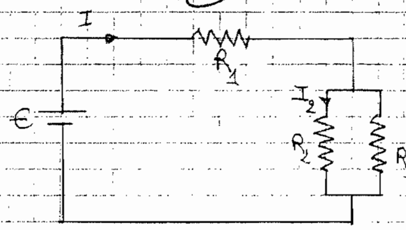
$$\sigma_M^2 = (\rho \mu_L \mu_T)^2 \sigma_\omega^2 + (\rho \mu_\omega \mu_T)^2 \sigma_L^2 + (\rho \mu_\omega \mu_L)^2 \sigma_T^2 =$$

$$= (0.08 \cdot 20 \cdot 3)^2 (0.2)^2 + (0.08 \cdot 10 \cdot 3)^2 (0.3)^2 + (0.08 \cdot 10 \cdot 20)^2 (0.1)^2 =$$

$$= 4g^2$$

$\sigma_M = 2g$

Esercizio 5 pag. 10



$\varepsilon = 100 \pm 3V$

$R_1 = 10 \pm 1.5\Omega$

$R_2 = 20 \pm 0.9\Omega$

$R_3 = 20 \pm 0.9\Omega$

$I_2: \mu_{I_2}? \ \sigma_{I_2}?$

$$\frac{1}{R_p} = \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} = \frac{R_3 + R_2}{R_2 R_3}$$

$$R_p = \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} \qquad R_{eq} = R_1 + \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} = \frac{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3}{R_2 + R_3}$$

$$I = \frac{\varepsilon}{R_{eq}} = \frac{\varepsilon (R_2 + R_3)}{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3}$$

Applico il partitore di corrente:

$$I_2 = I \cdot \frac{R_3}{R_2 + R_3} = \frac{\varepsilon \cancel{(R_2 + R_3)}}{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3} \cdot \frac{R_3}{\cancel{R_2 + R_3}} = \frac{\varepsilon \cdot R_3}{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3}$$

$$\mu_{I_2} = \frac{\mu_\varepsilon \mu_{R_3}}{\mu_{R_1}\mu_{R_2} + \mu_{R_1}\mu_{R_3} + \mu_{R_2}\mu_{R_3}} = \frac{100 \cdot 20}{10 \cdot 20 + 10 \cdot 20 + 20 \cdot 20} = 2.5A$$

$$\sigma_{I_2}^2 = \left(\frac{\partial I_1}{\partial \varepsilon}\right)^2\Bigg|_{\mu_i} \sigma_\varepsilon^2 + \left(\frac{\partial I_2}{\partial R_1}\right)^2\Bigg|_{\mu_i} \sigma_{R_1}^2 + \left(\frac{\partial I_2}{\partial R_2}\right)^2\Bigg|_{\mu_i} + \left(\frac{\partial I_2}{\partial R_3}\right)^2\Bigg|_{\mu_i}$$

$$\frac{\partial I_2}{\partial \varepsilon} = \frac{R_3}{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3}$$

$$\frac{\partial I_2}{\partial R_1} = \varepsilon \cdot R_3 \cdot \frac{-(R_2 + R_3)}{(R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3)^2}$$

$$\frac{\partial I_2}{\partial R_2} = \varepsilon \cdot R_3 \cdot \frac{-(R_1 + R_3)}{(R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3)^2}$$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 75 di 154

dell'albero (X_2):

$Y = X_1 - X_2 < 0$ $\quad \mu_Y = \mu_{X_1} - \mu_{X_2} = \mu_1 - \mu_2 = 16 - 15.8 = 0.2\,mm$

$\sigma_Y^2 = \sigma_1^2 + \sigma_2^2 = (0.025)^2 + (0.04)^2 = 0.0022\,mm^2$

$$P[\text{interferenza}] = P[Y<0] = P\left[Z < \frac{0-0.2}{\sqrt{0.0022}}\right] = P[Z < -4.26] =$$

$$= 1 - P[Z < 4.26] = 0.000011$$

ii) minimo gioco G accettando 1 elemento su 5000 con gioco < G.

$$P[Y<G] = \frac{1}{5000} = 0.0002$$

$$P[Y<G] = P\left[Z < \frac{G-\mu_Y}{\sigma_Y}\right] = P\left[Z < \frac{G-0.2}{\sqrt{0.0022}}\right] = 0.0002$$

$$\frac{G-0.2}{\sqrt{0.0022}} = -3.54 \rightarrow 0.0002 < 0.5 \Rightarrow \text{corrisponde ad uno } z \text{ negativo;}$$

sulle tavole non ci sono z negativi allora cerco il valore positivo di z che lascia alla sinistra un'area di $1-0.0002$; lo z che cerco è questo cambiato di segno.

$$G = 0.2 - 3.54\sqrt{0.0022} = 0.0339\,mm$$

Esercizio 8 pag. 19.

colata 1	8260	8130	8350	8070	8340	7341
colata 2	7950	7890	7900	8140	7920	7840

$\alpha = 0.01$ $\quad \exists$ una differenza fra i due processi di lavorazione?

$H_0: \mu_1 - \mu_2 = 0$

$H_1: \mu_1 - \mu_2 \neq 0$

Rifiuto H_0 se $|t| > t_{1-\alpha/2,\, n_1+n_2-2}$ (questo se ammetto che $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$)

$$t = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - 0}{S_{pool}\sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}} \qquad S_{pool} = \sqrt{\frac{(n_1-1)S_1^2 + (n_2-1)S_2^2}{n_1+n_2-2}}$$

$$\bar{x}_1 = \frac{8260 + 8130 + \dots + 7341}{6} = 8081.83 \sim 8082\,g$$

$$S_1 = \sqrt{\frac{(8260-8081.83)^2 + \dots + (7341-8081.83)^2}{6-1}} = 379.894 \sim 379\,g$$

$$\bar{x}_2 = \frac{7950 + 7890 + \dots + 7840}{6} = 7940\,g$$

$$S = \sqrt{\frac{(7950-7940)^2 + \dots + (7840-7940)^2}{6-1}} = 104.5 \sim 104\,g$$

$$= \frac{\epsilon_2 R_1 R_3 + \epsilon_2 R_2 R_3 + \epsilon_2 R_1 R_2 - \epsilon_1 R_2 R_3 - \epsilon_1 R_2^2 - \cancel{\epsilon_2 R_1 R_3} - \cancel{\epsilon_2 R_1 R_2}}{(R_1 R_3 + R_2 R_3 + R_1 R_2)^2} =$$

$$= \frac{50 \cdot 10 \cdot 20 - 100 \cdot 10 \cdot 20 - 100 \cdot 100}{(10 \cdot 20 + 10 \cdot 20 + 10 \cdot 10)^2} = -0.08$$

$$\left.\frac{\partial I_3}{\partial R_2}\right|_{\mu_i} = \frac{\epsilon_1 (R_1 R_3 + R_2 R_3 + R_1 R_2) - (\epsilon_1 R_2 + \epsilon_2 R_1)(R_1 + R_3)}{(R_1 R_3 + R_2 R_3 + R_1 R_2)^2} =$$

$$= \frac{\epsilon_1 R_1 R_3 + \cancel{\epsilon_1 R_2 R_3} + \cancel{\epsilon_1 R_1 R_2} - \cancel{\epsilon_1 R_1 R_2} - \cancel{\epsilon_1 R_2 R_3} - \epsilon_2 R_1^2 - \epsilon_2 R_1 R_3}{(R_1 R_3 + R_2 R_3 + R_1 R_2)^2} =$$

$$= \frac{100 \cdot 10 \cdot 20 - 50 \cdot 10^2 - 50 \cdot 10 \cdot 20}{(10 \cdot 20 + 10 \cdot 20 + 10 \cdot 10)^2} = 0.02$$

$$\left.\frac{\partial I_3}{\partial R_3}\right|_{\mu_i} = \frac{-(\epsilon_1 R_2 + \epsilon_2 R_1) \cdot (R_1 + R_2)}{(R_1 R_3 + R_2 R_3 + R_1 R_2)^2} = \frac{-(100 \cdot 10 + 50 \cdot 10)(10 + 10)}{(10 \cdot 10 + 10 \cdot 20 + 10 \cdot 20)^2} =$$

$$= -0.12$$

$$\sigma_{\epsilon_1} = \frac{3}{3} = 1 \quad \sigma_{\epsilon_2} = \frac{3}{3} = 1 \quad \sigma_{R_1} = \frac{1.5}{3} = 0.5 \quad \sigma_{R_2} = \frac{1.5}{3} = 0.5$$

$$\sigma_{R_3} = \frac{0.9}{3} = 0.3$$

$$\sigma_{I_3}^2 = (0.02)^2 \cdot 1^2 + (0.02)^2 \cdot 1^2 + (-0.08)^2 \cdot (0.5)^2 + (0.02)^2 \cdot (0.5)^2 + (-0.12)^2 \cdot (0.3)^2 =$$

$$= 0.0038\,A^2$$

$$\sigma_{I_3} = 0.06\,A \Rightarrow I_3 = 3 \pm 3 \cdot 0.06 = 3 \pm 0.18\,A$$

Esercizio 1 pag. 27.

1 guasto ogni 3 mesi; distribuzione esponenziale negativa → non l'ho trovata né sul Montgomery né sul libro della prof. Vicario!

i) $P[$no incidenti per almeno 8 mesi$] = ?$

Uso la distribuzione esponenziale

$$f(x) = \lambda e^{-\lambda x}$$

$$\mu = \frac{1}{\lambda} = 3 \quad \lambda = \frac{1}{3} = 0.333$$

$$P[x \geq 8] = 1 - P[x \leq 8] = 1 - \int_0^8 \lambda e^{-\lambda t}\, dt = 1 + \left[e^{-\lambda t}\right]_0^8 =$$

$$= 1 + \left[e^{-0.333 \cdot 8} - e^{-0}\right] = 0.069$$

ii) $P[x_1 \geq 1 / x \geq 8] = P[x \geq 1] = 1 - P[x \leq 1] =$

perché l'esponenziale è "senza memoria"

$$= 1 - \int_0^1 \lambda e^{-\lambda t}\, dt = 1 + \left[e^{-\lambda t}\right]_0^1 = 1 + \left[e^{-0.333} - e^{-0}\right] = 0.72$$

7

sbagliato

Rigetto H_0 se $F < F_{\alpha/2, n_1-1, n_2-1}$ o se $F > F_{1-\alpha/2, n_1-1, n_2-1}$

$$F = \frac{S_1^2}{S_2^2} = \frac{12.5}{6.4} = 1.953$$

$F_{\alpha/2, n_1-1, n_2-1} = F_{0.01, 19, 39} = 2.37$ $\quad F_{1-\alpha/2, n_1-1, n_2-1} = 1/2.76 = 0.362$

~~Non posso rifiutare l'ipotesi nulla~~

RIFIUTO L'IPOTESI NULLA

sbagliato

Esercizio 5 pag. 28

i)

11.0	1
11.7	5
11.8	2
11.9	6
12.0	3
12.1	2
12.2	3
12.4	2
12.5	2
12.6	2
12.7	2

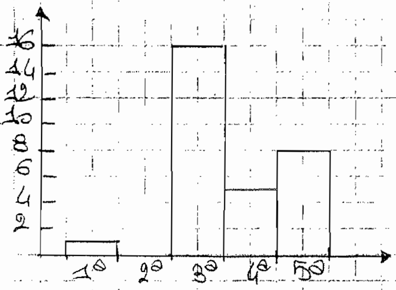
$n = 30$

$N°$ classi $= 1 + \frac{10}{3} \log_{10} n = 5.9$

opp $\sqrt{n} = 5.4$

Considero 5 classi di ampiezza 0.34

1ª classe:	11 - 11.34	1
2ª classe:	11.34 - 11.68	0
3ª classe:	11.68 - 12.02	16
4ª classe:	12.02 - 12.36	5
5ª classe:	12.36 - 12.7	8



ii) Dati distribuiti secondo una normale?

Test χ^2 $\quad \chi^2_{\alpha, c-p-1} = \chi^2_{\alpha, c-3} = 15.51$

$$\chi_0^2 = \sum \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}$$

$E_1 = 0.0792$ (0.0264) $\quad E_2 = 5.13 \quad E_3 = 2.24 \quad E_4 = 2.78 \quad E_5 = 2.98 \quad E_6 = 3.22$

$E_7 = 3.01 \quad E_8 = 5.12 \quad E_9 = 1.81 \quad E_{10} = 1.38 \quad E_{11} = 0.91$

Ho provato a standardizz. i valori osservati (usando $\bar{x} = 12.056$ ed $S = 0.378$) cercato la cumulata della normale std e moltipl $\times 30$

$\chi_0^2 = 18.63$

Rifiuto H_0

iii) Stime intervallari dei parametri

$\bar{x} = 12.056 \quad S = 0.378$

$$\bar{x} - z_{1-\alpha/2} \frac{S}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \bar{x} + z_{1-\alpha/2} \frac{S}{\sqrt{n}} \qquad \sqrt{\frac{(n-1)S^2}{\chi^2_{\alpha/2, n-1}}} \leq \sigma \leq \sqrt{\frac{(n-1)S^2}{\chi^2_{1-\alpha/2, n-1}}}$$

sbagliato: deve usare $t_{n-1, 1-\frac{\alpha}{2}}$

9

Carta $\bar{x}$:

$$UCL = \bar{\bar{x}} + A_2 \bar{R} = 53.26 + 0.729 \cdot 0.58 = 53.68$$

$$CL = \bar{\bar{x}} = 53.26$$

$$LCL = \bar{\bar{x}} - A_2 \bar{R} = 53.26 - 0.729 \cdot 0.58 = 52.84$$

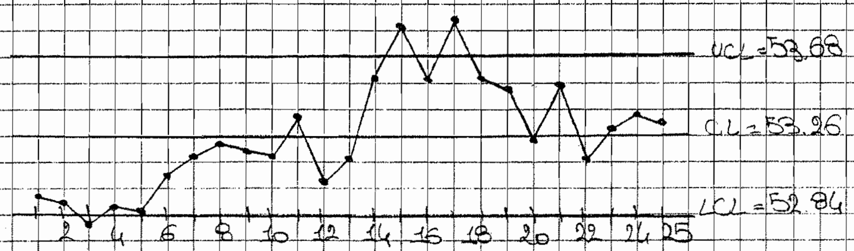
Carta R:

$$UCL = D_4 \bar{R} = 2.282 \cdot 0.58 = 1.32$$

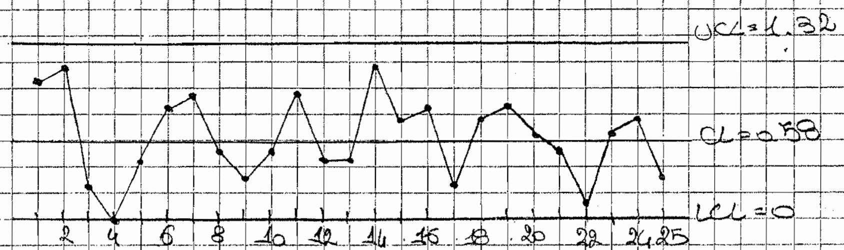
$$CL = \bar{R} = 0.58$$

$$LCL = D_3 \bar{R} = 0$$

Carta $\bar{x}$:



Carta R:



Il processo è fuori controllo: nella carta $\bar{x}$ i punti 3, 15 e 17 superano i limiti di controllo.

ii) Hp: il processo è in controllo.

$$\hat{\sigma} = \frac{\bar{R}}{d_2} = \frac{0.58}{2.059} = 0.282$$

$$TN = 6\hat{\sigma} = 6 \cdot 0.282 = 1.69$$

Poiché il processo non è in controllo, prima del calcolo di $\hat{\sigma}$ dovrei ricalcolare $\bar{R}$ dopo aver eliminato i punti 3, 15 e 17. L'ipotesi fatta non è legittima.

iii) $\mu_1 = 60.0$ P[deriva vista al 1° sottogruppo prelevato] = ?

$$\beta = \Phi(3 - 24\sqrt{4}) - \Phi(-3 - 24\sqrt{4}) = \Phi(-45) - \Phi(-51) \simeq 0$$

$$k = \frac{60 - 53.26}{0.282} = 24$$

$\Rightarrow$ P[deriva vista al 1° sottogruppo] $= 1 - \beta \simeq 1$

oppure

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 83 di 154

$LCL = \bar{\bar{x}} - A_2\bar{R} = 1143 - 0.577 \cdot 11 = 1136.6\,\mu m$

Carta R: $UCL = D_4\bar{R} = 2.115 \cdot 11 = 23.27\,\mu m$

$CL = \bar{R} = 11\,\mu m$

$LCL = D_3\bar{R} = 0\,\mu m$

ii) Stima di μ e σ?

$$\hat{\mu} = \bar{\bar{x}} = 1143\,\mu m$$

$$\hat{\sigma} = \frac{\bar{R}}{d_2} = \frac{11}{2.326} = 4.73\,\mu m$$

iii) Limiti della tolleranza naturale?

$UNTL = \hat{\mu} + 3\hat{\sigma} = 1143 + 3 \cdot 4.73 = 1157.2\,\mu m$

$LNTL = \hat{\mu} - 3\hat{\sigma} = 1143 - 3 \cdot 4.73 = 1128.8\,\mu m$

Esercizio 4 pag. 30

i) Carte di controllo $\bar{x}$ ed R

n = 5

	$\bar{x}$	R
1	0.26	0.07
2	0.33	0.05
3	0.38	0.05
4	0.43	0.08
5	0.51	0.08

$$\bar{\bar{x}} = \frac{\sum_{i=1}^{5} \bar{x}_i}{5} = 0.38\,\mu m \qquad \bar{R} = \frac{\sum_{i=1}^{5} R_i}{5} = 0.066\,\mu m$$

Carta $\bar{x}$:

$UCL = \bar{\bar{x}} + A_2\bar{R} = 0.38 + 0.577 \cdot 0.066 = 0.42\,\mu m$

$CL = \bar{\bar{x}} = 0.38\,\mu m$

$LCL = \bar{\bar{x}} - A_2\bar{R} = 0.38 - 0.577 \cdot 0.066 = 0.34\,\mu m$

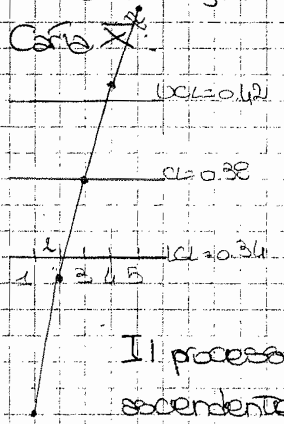
Carta R:

$UCL = D_4\bar{R} = 2.115 \cdot 0.066 = 0.14\,\mu m$

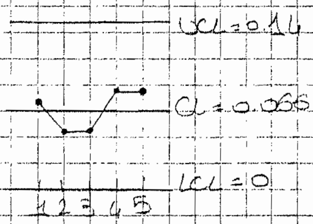
$CL = \bar{R} = 0.066\,\mu m$

$LCL = D_3\bar{R} = 0\,\mu m$

Carta $\bar{x}$:



Carta R:



Il processo non è in controllo a causa della presenza di un Trend ascendente nella carta $\bar{x}$ (aumento della rugosità nel Tempo).

ii) Intervallo di tempo fra 2 successive sostituzioni delle mole di rettifica?

L'andamento della rugosità nel Tempo può essere espresso come

$$\bar{x} = aT + b$$

N°	$\bar{X}$	R
1	0.53	0.04
2	0.53	0.04
3	0.54	0.04
4	0.54	0.05
5	0.53	0.04
6	0.54	0.02
7	0.53	0.05
8	0.55	0.03
9	0.54	0.04
10	0.53	0.05
11	0.55	0.03
12	0.53	0.04
13	0.54	0.04
14	0.54	0.01
15	0.53	0.04
16	0.53	0.04
17	0.54	0.05
18	0.53	0.04
19	0.53	0.03
20	0.54	0.02

Carta $\bar{X}$:

$UCL = \bar{\bar{X}} + A_2\bar{R} = 0.536 + 0.577 \cdot 0.0375 = 0.558\ mm$

$CL = \bar{\bar{X}} = 0.536\ mm$

$LCL = \bar{\bar{X}} - A_2\bar{R} = 0.536 - 0.577 \cdot 0.0375 = 0.514\ mm$

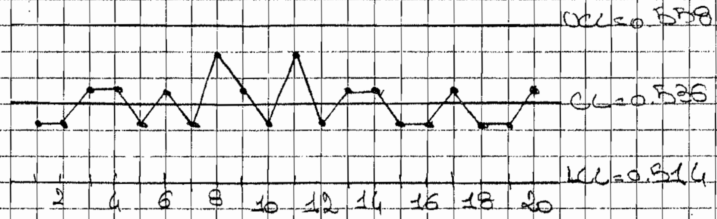
Carta R:

$UCL = D_4\bar{R} = 2.115 \cdot 0.0375 = 0.079\ mm$

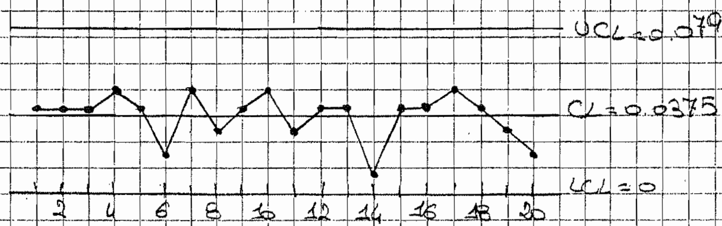
$CL = \bar{R} = 0.0375\ mm$

$LCL = D_3\bar{R} = 0\ mm$

Carta $\bar{X}$:



Carta R:



Il processo sembra essere in contrallo.

ii) $\hat{\sigma}$? TN?

$$\hat{\sigma} = \frac{\bar{R}}{d_2} = \frac{0.0375}{2.326} = 0.0161\ mm$$

$$TN = 6\hat{\sigma} = 0.0966\ mm$$

iii) % di prodotti che non soddisfa le specifiche?

Specifiche: $0.5 \pm 0.05\ mm$

$$P[X \geq 0.55] + P[X \leq 0.45] =$$

$$= P\left[Z \geq \frac{0.55 - 0.536}{0.0161}\right] + P\left[Z \leq \frac{0.45 - 0.536}{0.0161}\right] =$$

$$= 1 - P[Z \leq 0.87] + 1 - P[Z \leq 5.34] =$$

$$= 1 - 0.80785 + 1 - 1 = 0.19215$$

% prodotti $= 19.21\%$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 87 di 154

$P[X \geq 22] + P[X \leq 18] =$

$= P\left[Z \geq \frac{22-19.871}{0.699}\right] + P\left[Z \leq \frac{18-19.871}{0.699}\right] =$

$= 1 - P[Z \leq 3.05] + P[Z \leq -2.68] =$

$= 1 - P[Z \leq 3.05] + 1 - P[Z \leq 2.68] =$

$= 1 - 0.99886 + 1 - 0.99632 = 0.00482$

% valori fuori dai limiti $= 0.482\%$

ii) Valutare la curva caratteristica della carta di controllo per almeno 3 punti significativi.

$\beta = \phi(L - k\sqrt{n}) - \phi(-L - k\sqrt{n})$

$k=1$: $\beta = \phi(0.76) - \phi(-5.23) = \phi(0.76) = 0.77637$

$k=3$: $\beta = \phi(-3.7) - \phi(-9.7) = 1 - \phi(3.7) = 1 - 0.99989 = 0.00011$

$k=4$: $\beta = \phi(-5.9) - \phi(-11.9) \simeq 0$

$k=2$: $\beta = \phi(-1.47) - \phi(-7.47) = 1 - \phi(1.47) = 1 - 0.92922 = 0.07078$

Esercizio 3 pag. 57

i) La carta di controllo adeguata è la x - MR (Moving Range)

N^o	R	N^o	R
1	–	12	1.77
2	6.51	13	1.69
3	3.14	14	0.53
4	1.47	15	2.57
5	1.82	16	0.30
6	2.79	17	0.81
7	0.46	18	1.37
8	0.55	19	2.9
9	5.11	20	4.33
10	1.52		
11	2.72		

$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{20} x_i}{20} = 74.93\,cp$ $\bar{R} = 2.23\,cp$

Carta $\bar{x}$

$UCL = \bar{x} + \frac{3}{d_2}\bar{R} = 74.93 + \frac{3}{1.128} \cdot 2.23 = 80.86\,cp$

$CL = \bar{x} = 74.93\,cp$

$LCL = \bar{x} - \frac{3}{d_2}\bar{R} = 74.93 - \frac{3}{1.128} \cdot 2.23 = 69\,cp$

Carta MR:

$UCL = D_4\bar{R} = 3.267 \cdot 2.23 = 7.28\,cp$

$CL = \bar{R} = 2.23\,cp$ $LCL = D_3\bar{R} = 0\,cp$

Carta per valori singoli

N°	N° difetti	R
1	0	–
2	0	0
3	2	2
4	3	1
5	2	1
6	0	2
7	1	1
8	0	1
9	1	1
10	1	0
11	2	1
12	1	1
13	4	3
14	3	1
15	2	1
16	0	2
17	1	1
18	4	3
19	2	2
20	0	2
21	1	1

$$\overline{x} = \frac{\sum_i x_i}{21} = 1.43$$

$$\overline{R} = \frac{\sum_i R}{20} = 1.35$$

Limiti di controllo per la carta X:

$$UCL = \overline{x} + \frac{3}{d_2}\overline{R} = 1.43 + \frac{3}{1.128} \cdot 1.35 = 5.02$$

$$CL = \overline{x} = 1.43$$

$$LCL = \overline{x} - \frac{3}{d_2}\overline{R} = 1.43 - \frac{3}{1.128} \cdot 1.35 = -2.16$$

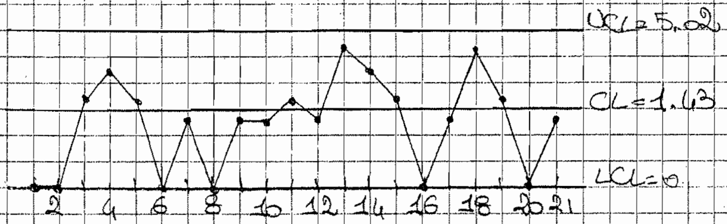
Limiti di controllo per la carta MR:

$$UCL = D_4\overline{R} = 3.267 \cdot 1.35 = 4.41$$

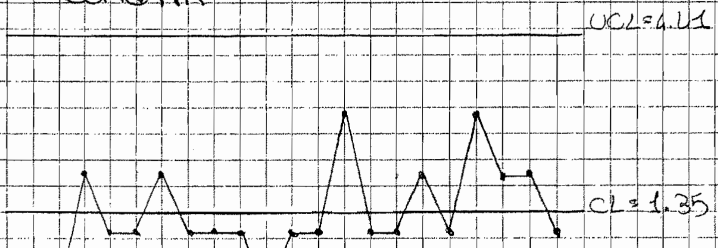
$$CL = \overline{R} = 1.35$$

$$LCL = D_3\overline{R} = 0$$

Carta X



Carta MR



Esercizio 2 pag. 71

Vedi esercizio n° 6-9 del Montgomery (pag. 46)

Esercizio 3 pag. 73

Vedi esercizio n° 6-27 del Montgomery (pag. 50)

iii) $$LSL = 0.05 - L\sqrt{\frac{0.05(1-0.05)}{n}} = 0.02 \qquad L = 2.83$$

$$n = \frac{L^2 \cdot 0.05(1-0.05)}{(0.03)^2} = 422.7$$

$\beta = P[k\bar{u} \leq 6.745 / 7.6] - P[k\bar{u} \leq 2.455 / 7.6] =$

Posso usare l'approssimazione con la normale

$$= P\left[Z \leq \frac{6.745 - 7.6}{\sigma_{k\bar{u}}}\right] - P\left[Z \leq \frac{2.455 - 7.6}{\sigma_{k\bar{u}}}\right] =$$

$$\sigma_{k\bar{u}} = \sqrt{\frac{7.6}{9}} = 0.92 = \sqrt{\frac{k\bar{u}}{n/k}}$$

$$= P\left[Z \leq \frac{6.745 - 7.6}{0.92}\right] - P\left[Z \leq \frac{2.455 - 7.6}{0.92}\right] =$$

$$= P[Z \leq -0.93] - P[Z \leq -5.59] =$$

$$= 1 - P[Z \leq 0.93] - 0 = 1 - 0.82381 = 0.17619$$

$P[\text{deriva} \ldots] = 1 - \beta = 0.82381$

v) $P[\text{deriva} \ldots]$ se $n = 1500$?

$$UCL = k\bar{u} + 3\sqrt{\frac{k\bar{u}}{n/k}} = 4.6 + 3\sqrt{\frac{4.6}{15}} = 6.3$$

$$\frac{n}{k} = \frac{1500}{100} = 15$$

$$LCL = k\bar{u} - 3\sqrt{\frac{k\bar{u}}{n/k}} = 4.6 - 3\sqrt{\frac{4.6}{15}} = 2.9$$

$\beta = P[k\bar{u} \leq 6.3 / 7.6] - P[k\bar{u} \leq 2.9 / 7.6] =$

$$= P\left[Z \leq \frac{6.3 - 7.6}{0.71}\right] - P\left[Z \leq \frac{2.9 - 7.6}{0.71}\right] =$$

$$\sigma_{k\bar{u}} = \sqrt{\frac{7.6}{15}} = 0.71$$

$$= P[Z \leq -1.83] - P[Z \leq -6.62] =$$

$$= 1 - 0.96637 - 0 = 0.03363$$

$P[\text{deriva}] = 1 - \beta = 0.96637$

Essendo aumentato n e di conseguenza n/k, i limiti di controllo sono diventati più stretti quindi una maggior % della distribuzione fuoriesce dai limiti stessi e questo si traduce in un'aumentata probabilità di individuare la deriva al primo campionamento.

Esercizio 5 pag. 81.

Vedi esercizio n° 6-15 del Montgomery (pag. 45)

ii) $LCL = 0 \Rightarrow n$?

$$LCL = n\bar{p} - 3\sqrt{n\bar{p}(1-\bar{p})} = 0$$

$$\frac{n\bar{p}}{3} = \sqrt{n\bar{p}(1-\bar{p})}$$

ii) $\mathbb{P}$[deriva individuata al 1° campionamento] = ?

Deriva a 0.3

$\mathbb{P}[\text{deriva...}] = 1 - \beta$

$\beta = P[p < 0.1 / 0.3] - \mathbb{P}[p < 0.005 / 0.3] =$

$= \mathbb{P}[D < 200 \cdot 0.1 / 0.3] - \mathbb{P}[D < 200 \cdot 0.005 / 0.3] =$

$= \mathbb{P}[D < 20 / 0.3] - \mathbb{P}[D < 1 / 0.3] =$

Posso approssimare con la normale (~~solo se~~ $\frac{1}{n+1} < p < \frac{n}{n+1}$, $np > 5$)

$$\beta = \phi\left(\frac{0.1 - 0.3}{0.032}\right) - \phi\left(\frac{0.005 - 0.3}{0.032}\right) = \phi(-6.5) - \phi(-9.22) \simeq 0$$

$$\sigma_p = \sqrt{\frac{0.3(1-0.3)}{200}} = 0.032$$

$\mathbb{P}[\text{deriva...}] \simeq 1$

~~Per controllare approssimo anche con la Poisson:~~

~~$\beta = \mathbb{P}[D < 20 / 0.3] - \mathbb{P}[D < 1 / 0.3]$~~

~~$\lambda = 200 \cdot 0.3 = 60$~~

~~Le Tabelle non danno i valori per $\lambda > 25$~~

Non puoi approssimare ad una Poisson perché p' (che è il valore della deriva) non è inferiore di 0,1 ma è 0,3

Esercizio 2 pag. 88

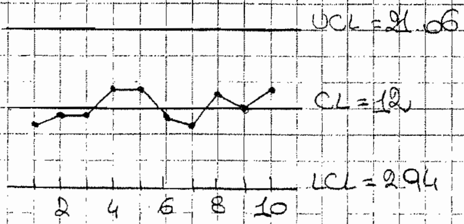
i) Uso una carta np

$$UCL = n\bar{p} + 3\sqrt{n\bar{p}(1-\bar{p})} = 12 + 3\sqrt{12(1-0.24)} = 21.06$$

$$CL = n\bar{p} = 12$$

$$LCL = n\bar{p} - 3\sqrt{n\bar{p}(1-\bar{p})} = 12 - 3\sqrt{12(1-0.24)} = 2.94$$

$$\bar{p} = \frac{\Sigma_i D_i}{n \cdot m} = 0.24$$



Non sono evidenti fuori controllo.

ii) $n / LCL = 0$?

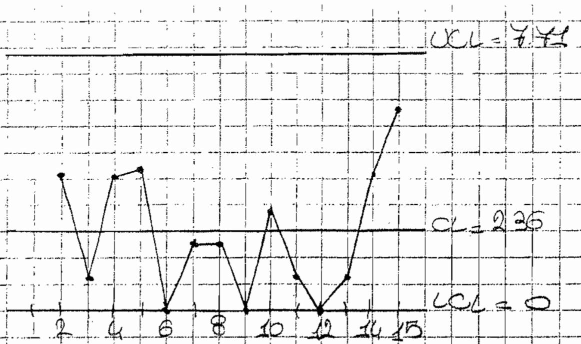
$$LCL = n\bar{p} - 3\sqrt{n\bar{p}(1-\bar{p})} = 0$$

$$n^2\bar{p}^2 = 9(n\bar{p}(1-\bar{p}))$$

$$\bar{p}n^2 - 9(1-\bar{p})n = 0$$

$$n(\bar{p}n - 9(1-\bar{p})) = 0$$

$$n = \frac{9(1-\bar{p})}{\bar{p}} = 28.5 \simeq 29$$



Il processo è in controllo statistico.

ii) Tolleranza naturale?

$$\hat{\sigma} = \frac{\bar{R}}{d_2} = \frac{2.36}{1.128} = 2.092$$

$$TN = 6\hat{\sigma} = 6 \cdot 2.092 = 12.552$$

iii) C_{pl}?

$$C_{pl} = \frac{\bar{x} - LSL}{3\hat{\sigma}} = \frac{38.3 - 25}{3 \cdot 2.092} = 2.12 > 1.25$$

Il processo è capace.

iv) $\bar{x}$ se $C_{pl} = 1.33$?

$$C_{pl} = \frac{\bar{x} - LSL}{3\hat{\sigma}} = \frac{\bar{x} - 25}{3 \cdot 2.092} = 1.33$$

$$\bar{x} = 25 + 1.33 \cdot 3 \cdot 2.092 = 33.35$$

Esercizio 2 pag. 97

Limiti di specifica $= 15.9 \pm 0.15$ mm

$$\left.\begin{array}{l} \text{Media} = 15.8864 \text{ mm} \\ \bar{R} = 0.0225 \text{ mm} \end{array}\right\} \quad X \sim N(\mu, \sigma^2)$$

$n = 4$

i) $\hat{\sigma}$? TN?

$$\hat{\sigma} = \frac{\bar{R}}{d_2} = \frac{0.0225}{2.059} = 0.0109 \text{ mm}$$

$$TN = 6\hat{\sigma} = 6 \cdot 0.0109 = 0.0656 \text{ mm} \Rightarrow UTL = 15.9192 \text{ mm} \quad LTL = 15.8536 \text{ mm}$$

ii) C_p? C_{pk}?

$$C_p = \frac{USL - LSL}{TN} = \frac{15.9 + 0.15 - 15.9 + 0.15}{0.0656} = 4.57$$

$$C_{pk} = \min\left(\frac{USL - \bar{x}}{3\hat{\sigma}}, \frac{\bar{x} - LSL}{3\hat{\sigma}}\right) = \min\left(\frac{16.05 - 15.8864}{3 \cdot 0.0109}, \frac{15.8864 - 15.75}{3 \cdot 0.0109}\right) =$$

$$= \min(5, 4.17) = 4.17$$