NUMERO : 444

DATA : 18/01/2013

A P P U N T I

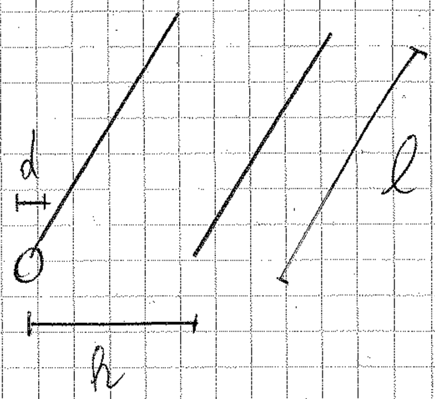
STUDENTE : Piccoli

MATERIA : Elettromagnetismo Applicato esercizi
Prof. Tartaglia

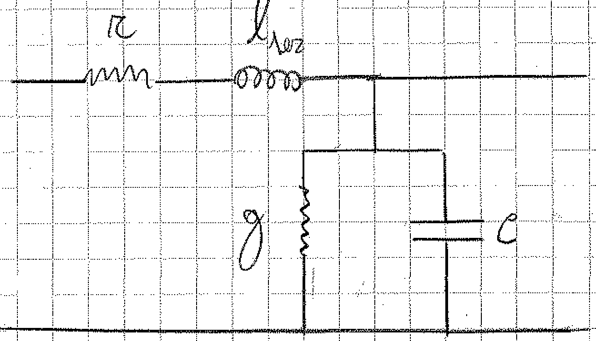
Esercitazione n. 1

Consideriamo linea bifilare:

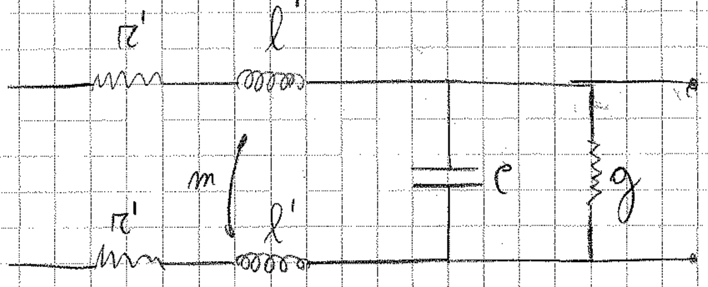
$h >> d$



$\Downarrow$



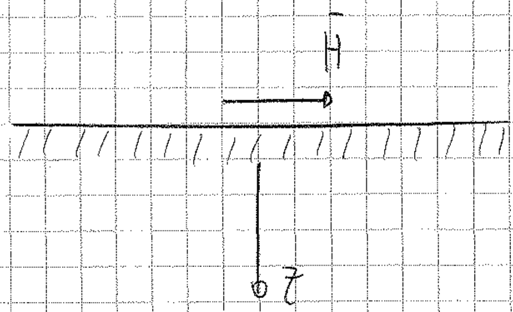
$\Downarrow$ in realtà



Abbiamo che:

Ricordiamo che l'effetto Pelle è definito dallo spessore di penetrazione:

$$\delta = \sqrt{\frac{2}{\omega\mu\sigma}}$$



$J = J_0 e^{-z/\delta}$ ⇒ la densità di corrente si concentra sullo strato esterno del conduttore (dopo 4÷5 δ non ho più densità di corrente)

x Densità uniforme di corrente

$$R = \rho \frac{l}{S_{int}} + \rho \frac{l}{S_{ext}}$$

$$L_{ser} = \frac{\mu l}{2\pi}\left[\ln\frac{r_i}{r_0} + \frac{1}{4} + \frac{1}{r_e^2 - r_i^2}\left(\frac{r_e^4}{r_e^2 - r_i^2}\ln\frac{r_e}{r_i} - \frac{3r_e^2 - r_i^2}{4}\right)\right]$$

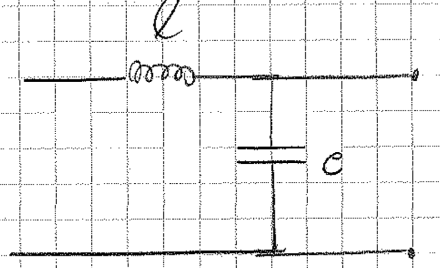
x Densità non uniforme di corrente

Si pone:

$r_i \simeq r_e$

e si ha:

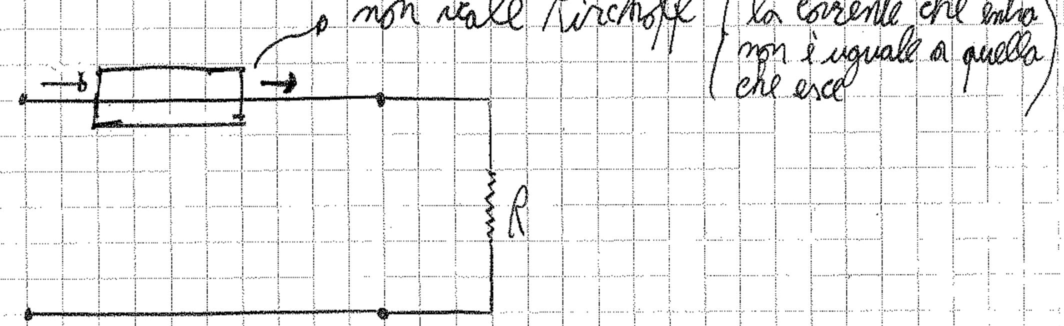
Linea senza perdite



$$Z_\infty = \sqrt{\frac{l}{c}}$$ impedenza caratteristica

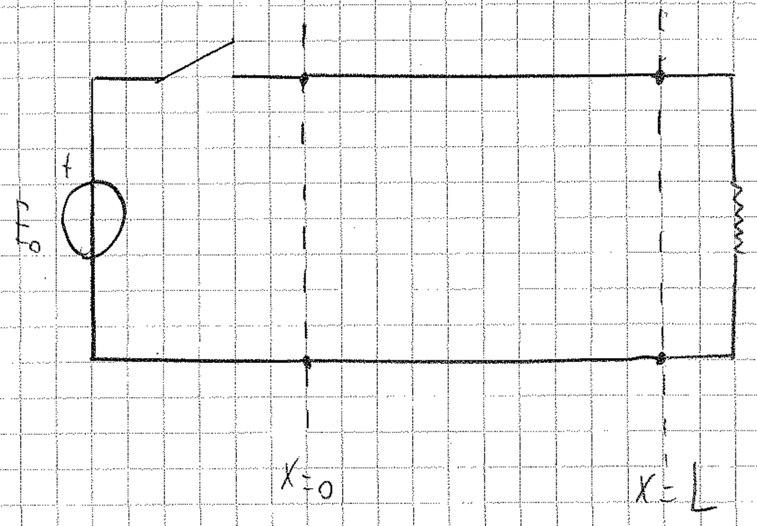
$$a = \frac{1}{\sqrt{lc}}$$ ($\leq$ velocità luce) velocità di propagazione

Consideriamo una linea con un carico



Tutte le variabili sono in funzione del tempo e dello spazio. Ora ho parametri distribuiti e non più concentrati ⇒ non vale più la legge di Kirchoff (la legge di Kirchoff vale solo per parametri concentrati e non distribuiti)

Esercizio n 1 Clayton Paul (Introduzione alla compatibilità elettromagn)



Dati
$E_0 = 30V$
$R_L = 100\,\Omega$
$Z_\infty = 50\,\Omega$
$L = 400\,m$
$a = 200\,\frac{m}{\mu s}$

Risoluzione

Calcoliamo il tempo di ritardo:

$$T_d = \frac{L}{a} = 2\,\mu s$$

• <u>fine linea</u>

$$K = \frac{R_L}{Z_\infty} = 2$$

Allora:

$$\Gamma = \frac{K-1}{K+1} = \frac{1}{3}$$

L'onda riflessa ritorna ad inizio linea ed "incontra" E_0 ⇒ devo fare la sovrapposizione degli effetti

• <u>Inizio linea</u>

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 9 di 226

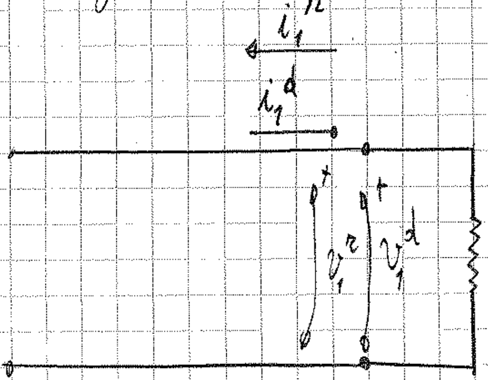
- $T_d \leq t < 2T_d$

$$v_1^r = \Gamma_L v_1^d = 10\,V$$

$$i_1^r = \Gamma_L i_1^d = 0{,}2\,A$$

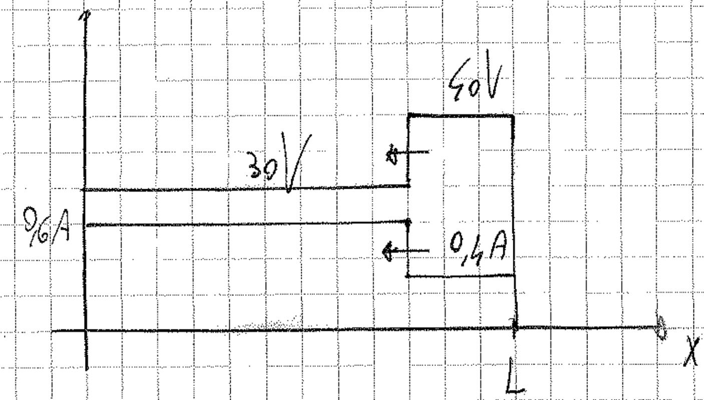
tensioni si "sommano"

Ho un onda di tensione che arriva, rimbalza e poi torna indietro e le 2
Per la corrente: rimbalza contro il carico e poi torna indietro e le 2 correnti si "sommano" (col segno corretto)

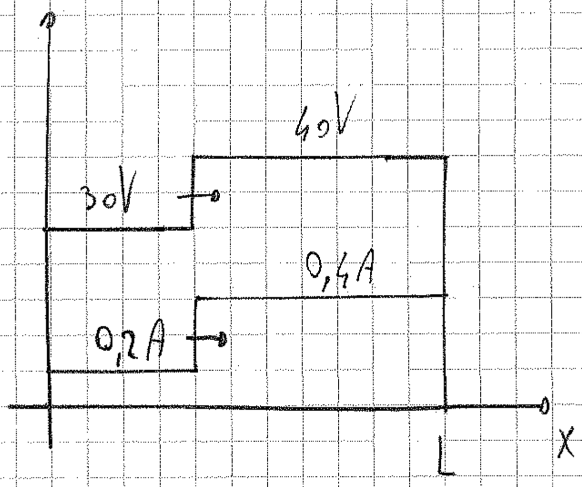


Otteniamo che la v è la somma delle 2 tensioni:

$$v = v_1^d + v_1^r = 40\,V$$



© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 11 di 226



Il generatore impone $E_0 = 30V$ quindi la linea si riporterà a 30V (cioè il generatore annulla il surplus di tensione)

In questo caso di esercizio esiste una situazione di regime ed essa si ha quando la tensione è pari a 30V e la corrente è il rapporto tra tensione E_0 e il carico R_1. Questa è la condizione di regime, cioè quando la linea ha un comportamento da certo e non ci sono più perturbazioni.

• $3T_d < t \leq 4T_d$

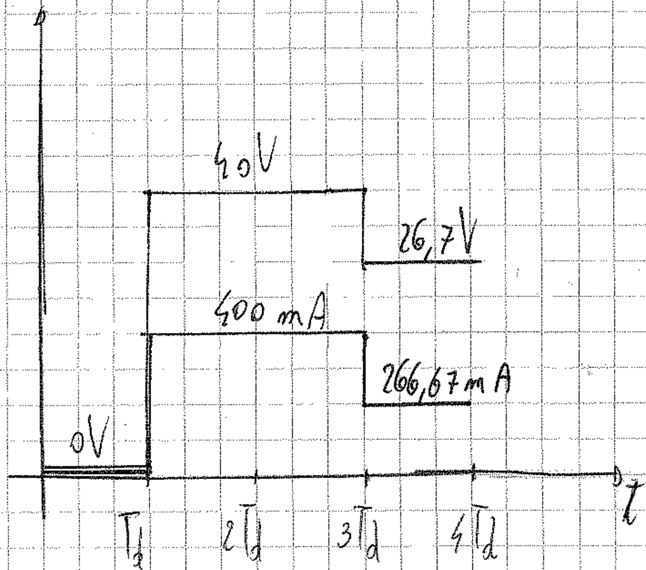
$$v_2^r = \Gamma_L v_2^d = -3,333 \ V$$

$$i_2^r = \Gamma_L i_2^d = -66,667 \ mA$$

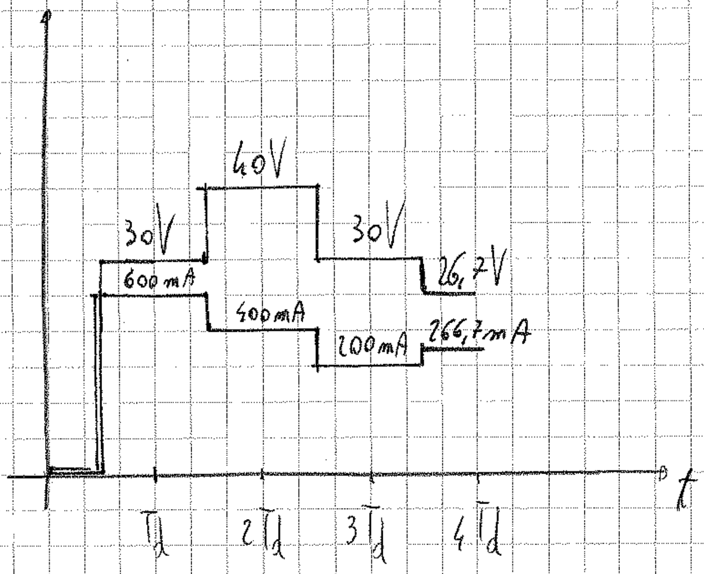
$$v = v_1^d + v_1^r + v_2^d + v_2^r = 26,667 \ V$$

$$i = i_1^d - i_1^r + i_2^d - i_2^r = 266,667 \ mA$$

- $x = L$



- $x = \frac{L}{2}$



© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 15 di 226

x linea 2

$Z_{\infty_2} = 66,33\ \Omega$

$a_2 = 150,756 \cdot 10^6\ \frac{m}{s}$

$T_{d_2} = 3,3166\ \mu s$

Chiudo l'interruttore e parte un'onda in 1, arriva alla fine di 1 e accade che una onda viene riflessa e torna indietro mentre un'altra prosegue e poi ritorna indietro in l_e quando e arriva in C.

Analizziamo la sezione B

• l_e

$$K_{1l_e} = \frac{Z_{\infty_2}}{Z_{\infty_1}} = 0,1415 \qquad K_{2l_e} = \frac{Z_{\infty_1}}{Z_{\infty_2}} = 7,067$$

$$\Gamma_{1l_e} = \frac{K_{1l_e} - 1}{K_{1l_e} + 1} = -0,7522 \qquad \Gamma_{2l_e} = 0,752$$

• C

$$K_C = \frac{R}{Z_{\infty_2}} = 0,7538$$

$$\Gamma_C = -0,1404$$

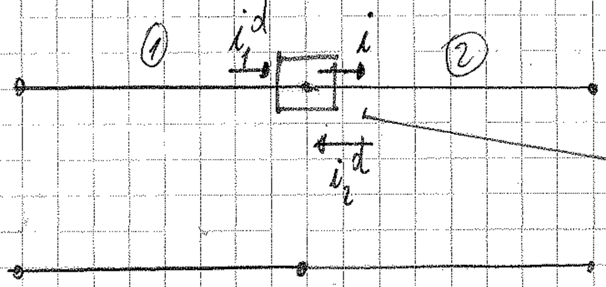
Vediamo la corrente:

$$i = i_1^d - i_2^d = 37,374\ A$$

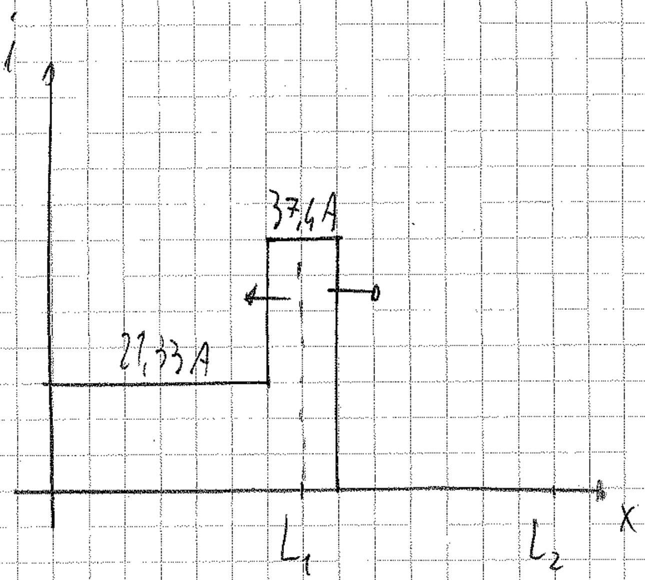
$$\left(i = i_1^d - \underbrace{i_2^d}_{= i_1^r} = 27,33 - (-16) = 37,374\ A \right)$$

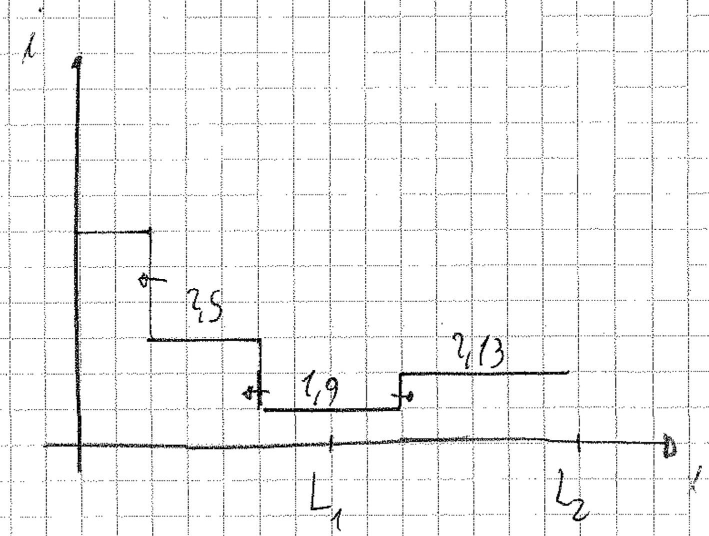
La corrente si comporta come la tensione (cioè stesso comportamento sia a sx che a dx).

Per vedere il comportamento della corrente osservo che:

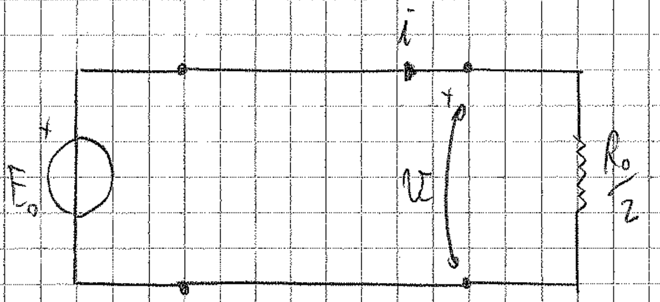


Suppongo di essere parametri concentrati in questo punto e quindi applico Kirchoff





© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 21 di 226



$$\begin{cases} v = V_0 + v_1^r \\ i = I_0 - i_1^r \end{cases}$$ (2 eq e 4 incognite)

ci mancano altre 2 equazioni

$$\begin{cases} \dfrac{v}{i} = \dfrac{R_0}{2} & \text{(lo impone il carico)} \\ \dfrac{v_1^r}{i_1^r} = Z_\infty & \text{(lo impone la linea)} \end{cases}$$

adesso ho 4 eq in 4 incognite:

$$v = \frac{R_0}{2}\, i = \frac{R_0}{2}\left(I_0 - i_1^r\right)$$

$$v = V_0 + Z_\infty i_1^r = \frac{R_0}{2}\left(I_0 - i_1^r\right) = \frac{R_0}{2}\left(\frac{V_0}{R_0} - i_1^r\right)$$

$$i_1^r\left(Z_\infty + \frac{R_0}{2}\right) = -\frac{V_0}{2} \Rightarrow i_1^r = -\frac{E_0}{R_0 + 2Z_\infty} = -0{,}043\ A$$

$$v_1^r = -\frac{Z_\infty}{R_0 + 2Z_\infty} E_0 = -33{,}333\ V$$

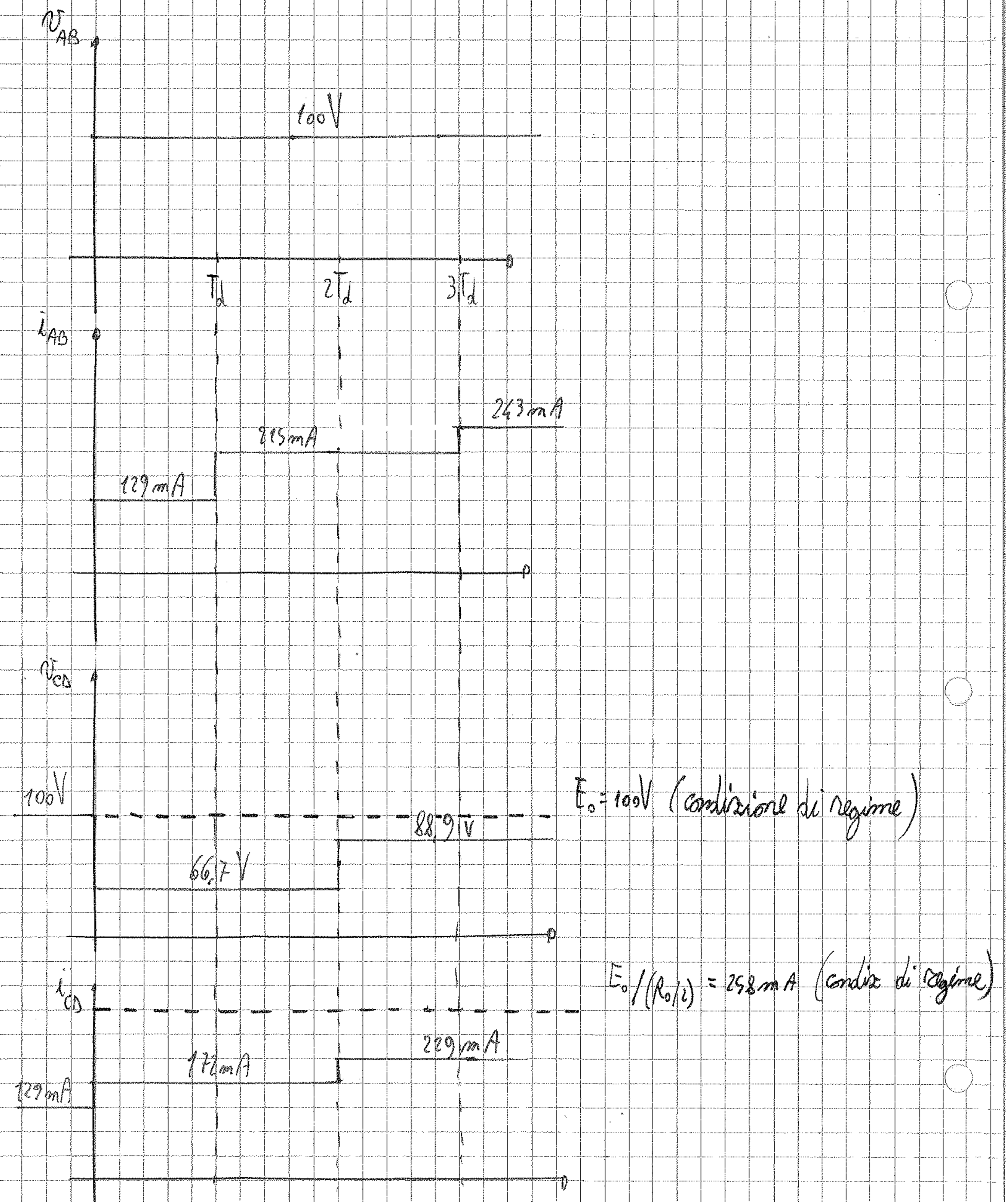
$$v = 66{,}667\ V$$

$$i = 0{,}1721\ A$$

x $t = 3T_d$

$v_3^d = \Gamma_s v_2^r = 11{,}111\,V$

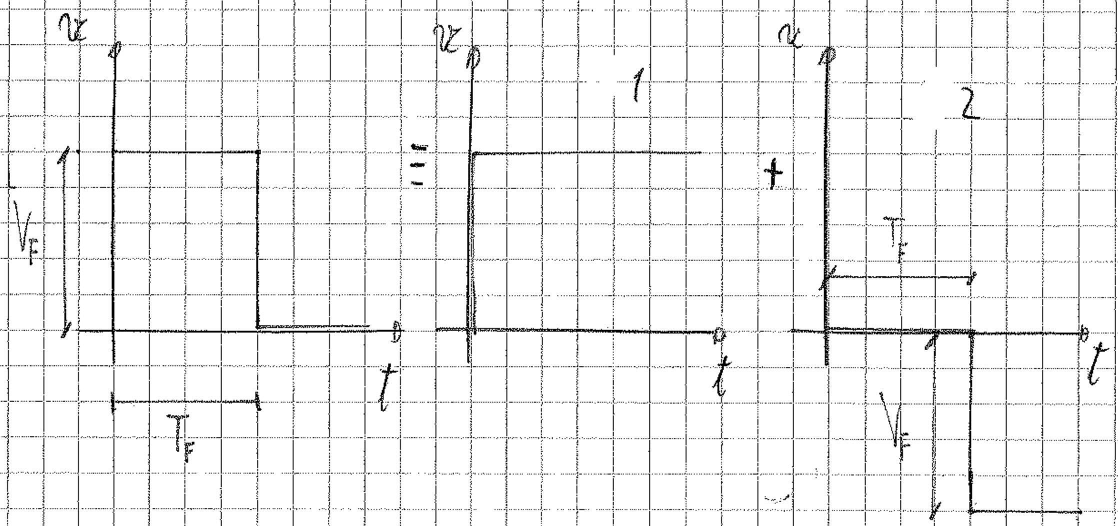
$i_3^d = \Gamma_s i_2^r = 0{,}0143\,A$



$$\Gamma = \frac{k-1}{k+1} = -0{,}848$$

$$T'_{d_1} = \frac{L_1/2}{a_1} = 33{,}33\,\mu s$$

Vediamo come si studia l'impulso rettangolare:



Caso ①: ciò che parte verso dx

x $0 \le t < T'_{d_1}$

$$v = v_1^d = V_F = 100\,kV$$

$$i = i_1^d = \frac{v_1^d}{Z_{1\infty}} = 400\,A$$

x $T'_{d_1} \le t < 2\,T'_{d_1}$

$$v_1^r = \Gamma v_1^d = -84{,}782\,kV$$

$$i_1^r = \Gamma i_1^d = -339{,}13\,A$$

$$v = v_1^d + v_1^r = 15{,}217\,kV$$

$$i = i_1^d - i_1^r = 739{,}13\,A$$

Linee a regime sinusoidale

$$\bar{Z}_\infty = \sqrt{\frac{r + j\omega l}{g + j\omega c}}$$

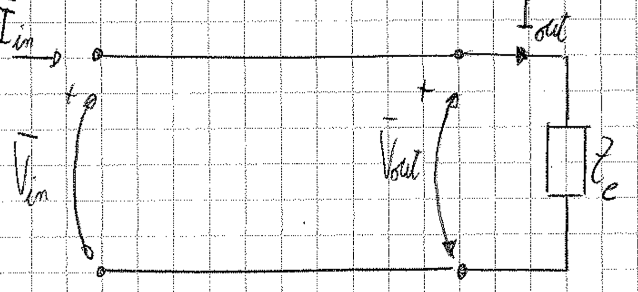
$$\gamma = \sqrt{(r + j\omega l)(g + j\omega c)} = \alpha + j\beta$$

α: costante di attenuazione

β: " " fase

Linea senza perdite: $r = 0$, $g = 0$ $\Rightarrow \alpha = 0$

Linea di lunghezza finita



Definiamo:

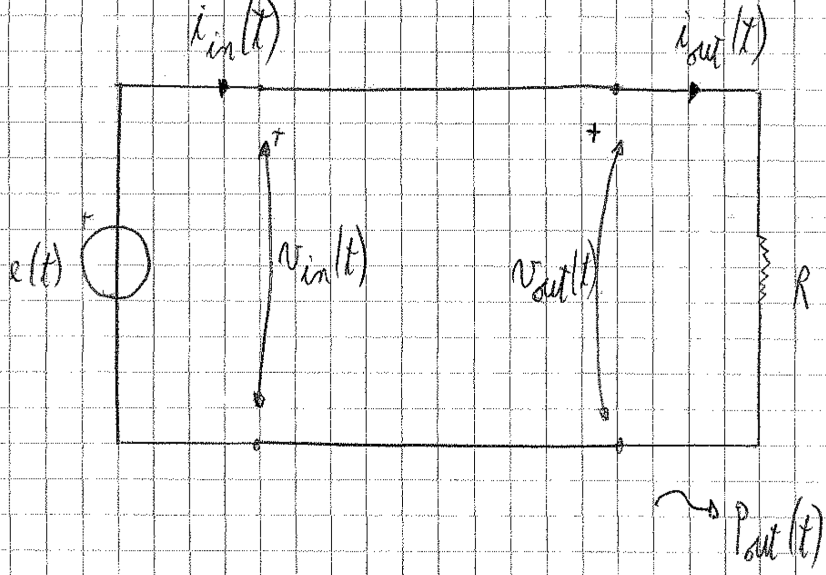
$$\boxed{\bar{Z}_{in} = \frac{\bar{V}_{in}}{\bar{I}_{in}} = \bar{Z}_\infty \frac{\bar{Z}_c \cosh \bar{\gamma} d + \bar{Z}_\infty \sinh \bar{\gamma} d}{\bar{Z}_c \sinh \bar{\gamma} d + \bar{Z}_\infty \cosh \bar{\gamma} d}}$$

adesso stiamo studiando una situazione di regime, ecco perché $\bar{Z}_{in}(\bar{Z}_c)$, prima studiavamo i transitori e ciò non accadeva.

$$\boxed{\frac{\bar{V}_{out}}{\bar{V}_{in}} = \frac{\bar{Z}_c}{\bar{Z}_c \cosh \bar{\gamma} d + \bar{Z}_\infty \sinh \bar{\gamma} d}}$$

Esercitazione n.3

Es n1



Dati

$d = 500\,m$

$e(t) = 10\sin(\omega t) + 2\cos(5\omega t)$

$R = 100\,\Omega$

$f = 100\,kHz$

$\rho = 18 \cdot 10^{-3}\ \frac{\Omega\,mm^2}{m}$

$r_1 = 1\,cm$

$r_2 = 1{,}5\,cm$

$r_3 = 2\,cm$

$\varepsilon = \varepsilon_0$

$\mu = \mu_0$

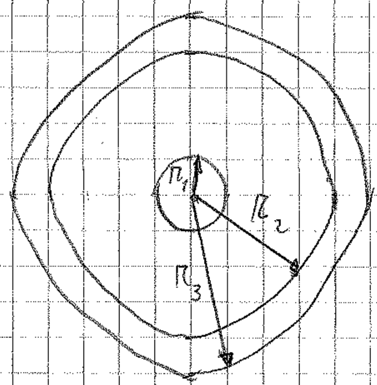
$i_{in}(t) = ?$

$i_{out}(t) = ?$

$v_{in}(t) = ?$

$v_{out}(t) = ?$

$P_{out}(t) = ?$



Risoluzione

Abbiamo 2 differenti frequenze dovute a:

ω e 5ω

Faremo allora la sovrapposizione degli effetti.

Abbiamo che:

$$\omega' = \omega = 2\pi f = 628{,}32 \cdot 10^3\ \frac{rad}{s}$$

$$\omega'' = 5\omega = 10\pi f = 3{,}142 \cdot 10^6\ \frac{rad}{s}$$

$$\gamma' = j\omega'\sqrt{l_s C} = j\underbrace{2{,}095 \cdot 10^{-3}}_{\beta}\ m^{-1}$$

$$Z'_\infty = \sqrt{\frac{l_s}{C}} = 41{,}57\ \Omega$$

Calcoliamo ora $\cosh\gamma' d$ e $\sinh\gamma' d$:

$$\cosh\gamma' d = \cosh j\beta' d = \cos\beta' d = 0{,}4996$$

$$\sinh\gamma' d = \sinh j\beta' d = j\sin\beta' d = j\,0{,}866$$

Allora si ha che:

$$Z'_{in} = Z_\infty \frac{Z_c \cosh\gamma' d + Z_\infty \sinh\gamma' d}{Z_c \sinh\gamma' d + Z_\infty \cosh\gamma' d} = 23{,}69 - j\,22{,}115\ \Omega$$

$$V'_{in} = E'$$

Da cui calcolo la corrente in ingresso:

$$I'_{in} = \frac{E'}{Z'_{in}} = 225{,}554 + j\,210{,}563\ mA$$

Posso ora calcolare V'_{out} tramite il guadagno in tensione:

$$V'_{out} = V'_{in} \frac{Z_c}{Z_c \cosh\gamma' d + Z'_\infty \sinh\gamma' d} = 14{,}766 - j\,8{,}805\ V$$

$V''_{in} = E''$

$I''_{in} = 45{,}317 + j\,58{,}449 \text{ mA}$

$V''_{out} = -1{,}886 + j\,2{,}633 \text{ V}$

$I''_{out} = -18{,}886 + j\,26{,}333 \text{ mA}$

$P''_{out} = 0{,}053 \text{ W}$

e poi ricavo:

$v''_{out}(t)$

$i''_{out}(t)$

Quindi si ottiene:

$i_{out}(t) = i'_{out}(t) + i''_{out}(t)$

$v_{out}(t) = v'_{out}(t) + v''_{out}(t)$

Allora:

$$p_{out}(t) = v_{out}(t)\, i_{out}(t) = \left(v'_{out}(t) + v''_{out}(t)\right) \cdot \left(i'_{out}(t) + i''_{out}(t)\right) =$$

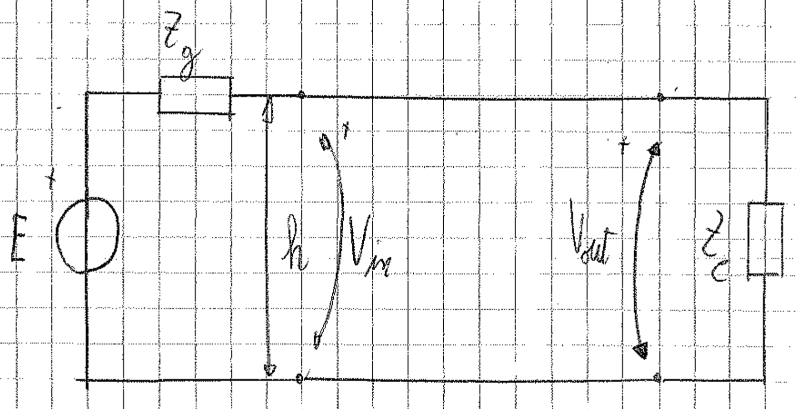
$$= v'_{out}(t)\, i'_{out}(t) + v''_{out}(t)\, i''_{out} + \underbrace{\cancel{v''_{out}(t)\, i'_{out}(t)}}_{=0} + \underbrace{\cancel{v'_{out}\, i''_{out}(t)}}_{=0}$$

perché il loro prodotto è pari a zero

La potenza attiva è il valor medio della potenza istantanea

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 35 di 226

Es n 2



Dati

$E = 20\,V$

$Z_g = j\,10\,\Omega$

$f = 2\cdot 10^5\,Hz$

$\rho = 18\cdot 10^{-3}\,\frac{\Omega\,mm^2}{m}$

$S = 4\,mm^2$

$l = 300\,m$

$h = 10\,cm$

ε_0, μ_0

$g = 0$

$Z_c = \begin{cases} \infty & (\text{a vuoto}) \\ Z_\infty & (\text{adattato}) \\ \frac{Z_\infty}{2} \end{cases}$

$V_{out} = ?$

Risoluzione

Calcoliamo i parametri della linea

$$d = 2\sqrt{\frac{S}{\pi}} = 2{,}2568\ mm$$

$$r = 2\,\frac{\rho}{S} = 9\cdot 10^{-3}\ \frac{\Omega}{m}$$

$$l_s = \frac{\mu_0}{\pi}\left[\ln\frac{2h}{d} + \frac{1}{4}\right] = 1{,}8938\cdot 10^{-6}\ \frac{H}{m}$$

$$C = \frac{\pi\varepsilon_0}{\ln\frac{2h}{d}} = 6{,}2\cdot 10^{-12}\ \frac{F}{m}$$

Abbiamo:

$$\omega = 2\pi f = 1{,}2566\cdot 10^6\ \frac{rad}{s}$$

$$\omega l_s = 2{,}4\ \frac{\Omega}{m} \gg r = 9\cdot 10^{-3}\ \frac{\Omega}{m}$$

Quindi abbiamo una linea senza perdite.

Si ha che:

$$V_{out} = \frac{V_{in}}{\cosh \gamma d + \sinh \gamma d} = 20\, e^{-j74,01} \; V$$

In caso di linea adattata la V_{out} e la V_{in} hanno stesso modulo ma differente fase

x $\underline{Z_c \to \infty}$ (a vuoto)

$$Z_{in} = Z_\infty \frac{\cosh \gamma d}{\sinh \gamma d} = j158,33 \; \Omega$$

$$V_{in} = \frac{Z_{in}}{Z_{in} + Z_g} E = 18,812 \; V$$

$$V_{out} = \frac{V_{in}}{\cosh \gamma d} = 68,31 \; V$$

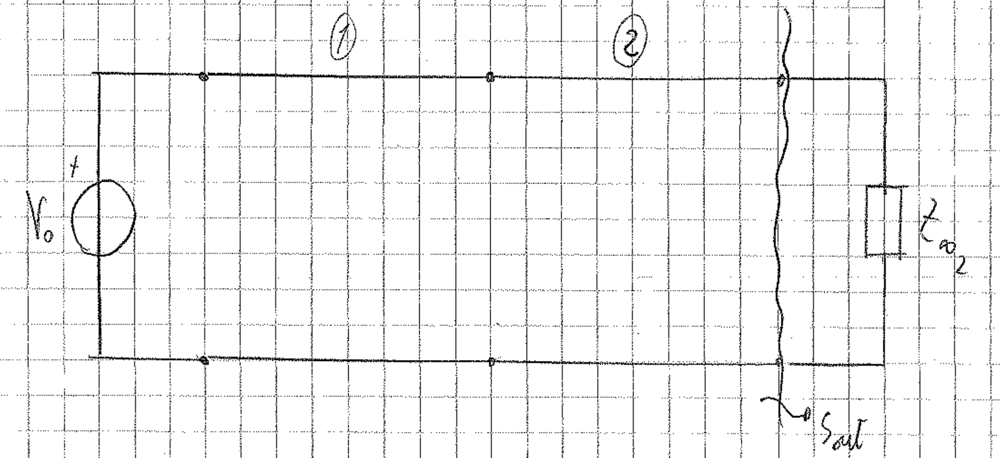
Calcoliamo la lunghezza d'onda della linea:

$$\lambda = \frac{2\pi}{\beta} = 1459,2 \; m$$

$$\frac{\lambda}{4} = 364,8 \; m \simeq l$$

Quando ho che la linea è lunga circa un quarto d'onda si ha che la linea

Es n3



Dati
$S_{out} = ?$
$V_0 = 10\ kV$
$f = 50\ Hz$

	r	l	c	g	d
linea 1	60 $\mu\Omega/m$	1,5 $\mu H/m$	7,6 pF/m	0 S/m	20 Km
linea 2	60 $\mu\Omega/m$	0,4 $\mu H/m$	27,7 pF/m	0 S/m	2 Km

• <u>linea 1</u>

$\gamma_1 = \sqrt{(r_1 + j\omega l_1)(g + j\omega c_1)} = 66,5 \cdot 10^{-9} + j\,1,049 \cdot 10^{-6}\ m^{-1}$

$\gamma_1 d = 1,33 \cdot 10^{-3} + j\,20,976 \cdot 10^{-3} \Rightarrow$ approssimazione linea corta

perché $\gamma_1 d$ piccolo

Usando la linea corta si ha che:

$\cosh \gamma_1 d \cong 1$ (in realtà è pari a: $0,999 + j\,27,9 \cdot 10^{-6}$)

$\sinh \gamma_1 d \cong \gamma_1 d = 1,33 \cdot 10^{-3} + j\,20,976 \cdot 10^{-3}$ (in realtà è pari a: $1,33 \cdot 10^{-3} + j\,20,974 \cdot 10^{-3}$)

$Z_{\infty_1} = 451,133 - j\,28,605\ \Omega$

$$Z_{in_1} = Z_{\infty_1} \frac{\overset{Z_{in_2} = Z_{c_1}}{Z_{\infty_2}} \cosh \gamma_1 d + Z_{\infty_1} \sinh \gamma_1 d}{\underset{Z_{in_2} = Z_{c_1}}{Z_{\infty_2}} \sinh \gamma_1 d + Z_{\infty_1} \cosh \gamma_1 d} = 124{,}3 - j19{,}2 \ \Omega$$

Allora:

$$I_{in_1} = \frac{V_0}{Z_{in_1}} = 48{,}57 j\, 12{,}14 \ A$$

Quindi:

$$V_{out_1} = \underset{\substack{\text{guadagno in} \\ \text{tensione}}}{G_{V_1}} V_{in_1} = 10{,}044\, e^{-j0{,}0752} \ kV$$

$$I_{out_1} = G_{I_1} I_{in_1} = 79{,}401\, e^{j0{,}1476} \ A$$

Si osserva che:

$$V_{in_2} = V_{out_1}$$

$$I_{in_2} = I_{in_1}$$

Allora:

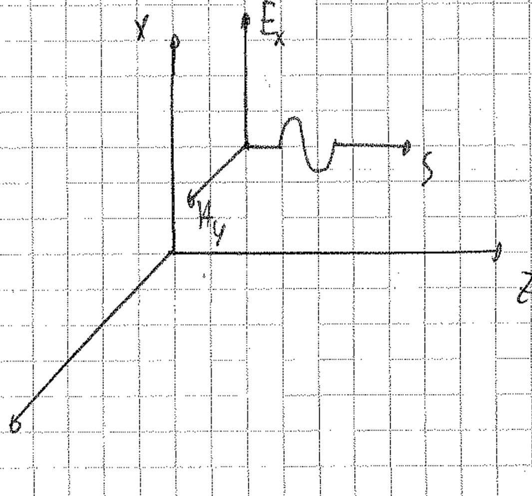
$$V_{out_2} = G_{V_2} V_{in_2} = \frac{1}{\cosh \gamma_2 d + \sinh \gamma_2 d} V_{out_1} = 10{,}039\, e^{-j0{,}0773} \ kV$$

$$I_{out_2} = G_{I_2} I_{out_1} = 79{,}362\, e^{j0{,}1484} \ A$$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 43 di 226

Esercitazione n. 4

Onde piane uniformi



S: vettore di Pointing

$$\begin{cases} \dfrac{d\bar{E}_x(z)}{dz} = -j\omega\mu \bar{H}_y(z) \\ \\ \dfrac{d\bar{H}_y(z)}{dz} = -(\sigma + j\omega\varepsilon)\bar{E}_x(z) \end{cases}$$

oppure:

$$\frac{d^2 E_x(z)}{dz^2} = \gamma^2 \bar{E}_x(z)$$

$$\frac{d^2 \bar{H}_y(z)}{dz^2} = \gamma^2 \bar{H}_y(z)$$

queste due eq non le metto a sistema perché non dipendono una dall'altra

$$\gamma = \sqrt{j\omega\mu(\sigma + j\omega\varepsilon)} = \alpha + j\beta$$

cost propagaz — cost atten — cost fase

$$\underbrace{\vec{S}_{ave}}_{\text{average: medio}} = \frac{1}{2}\,\mathrm{Re}\left\{\vec{\bar{E}} \times \vec{\bar{H}}^*\right\} \underbrace{=}_{\text{nel nostro sistema di riferimento}} \frac{1}{2}\,\mathrm{Re}\left\{\bar{E}_x \vec{u}_x \times \bar{H}_y^* \vec{u}_y\right\} = \frac{1}{2}\,\mathrm{Re}\left\{\bar{E}_x \cdot \bar{H}_y^*\right\}\vec{u}_z$$

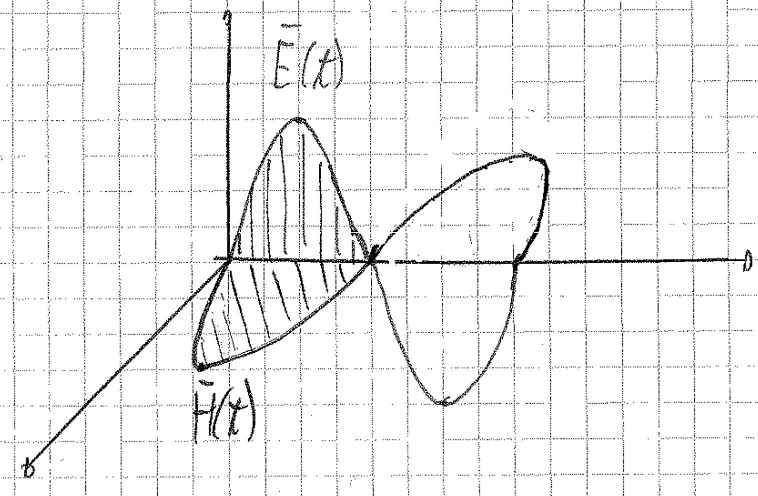
Nel caso di onda solo progressiva

$$\vec{S}_{ave} = \frac{{E^+}^2}{2\eta}\, e^{-2\alpha z} \cos\theta_\eta\, \vec{u}_z$$

Mezzi senza perdite ($\sigma = 0$)

$$\begin{cases} \alpha = 0 \\ \underbrace{\beta}_{\text{numero d'onda}} = \omega\sqrt{\mu\varepsilon} = \dfrac{\omega}{v} \end{cases} \qquad v = \frac{1}{\sqrt{\mu\varepsilon}} \quad \text{velocità della luce}$$

$$\begin{cases} \eta = \sqrt{\dfrac{\mu}{\varepsilon}} \\ \theta_\eta = 0 \end{cases}$$



© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 47 di 226

Esercizio n. 1

Dati

$E = 10 \frac{V}{m}$

$f = 10 \; MHz$

$\mu_r = 10$

$\varepsilon_r = 1$

$\sigma = 100 \frac{S}{m}$

Calcolare:

1) Costante di propagazione γ
2) Velocità di "
3) Spessore di penetrazione

Svolgimento

$$\gamma = \sqrt{j\omega\mu_r\mu_0(\sigma + j\omega\varepsilon_r\varepsilon_0)} = \underbrace{198{,}6912}_{\alpha} + j\underbrace{198{,}6923}_{\beta} \; m^{-1}$$

dove:

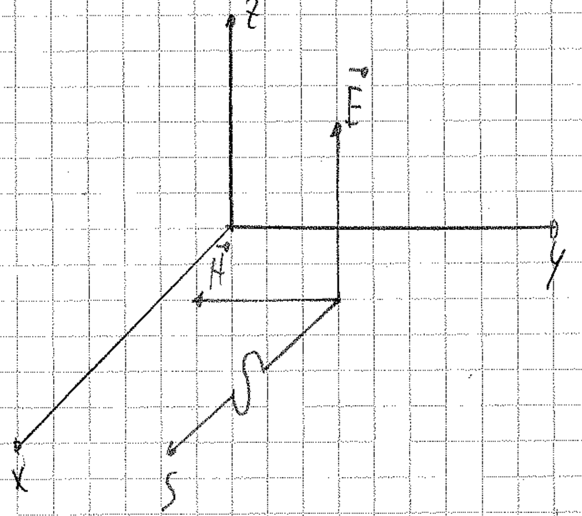
$\omega = 2\pi f$

$$V = \frac{\omega}{\beta} = \frac{2\pi f}{\beta} = 3{,}1623 \cdot 10^5 \; \frac{m}{s}$$

$$\delta = \sqrt{\frac{2}{\omega\mu\sigma}} = 5{,}033 \; mm$$

Allora:

$$\vec{E}(x,t) = E_z^+ \cos(\omega t - \beta x)\, \vec{u}_z$$



Senza perdite $\rightarrow$ E, H in fase

dalla direzione di $\vec{E}$ e $\vec{S}$ $\Rightarrow$ $\vec{H}$ lungo y negativa

$$H^+ = \frac{E^+}{\eta_0}$$

dove:

$$\eta_0 = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0 \varepsilon_r}} = 251{,}16\ \Omega$$

allora:

$$\vec{H}(x,t) = -\frac{E^+}{\eta_0} \cos(\omega t - \beta x)\, \vec{u}_y$$

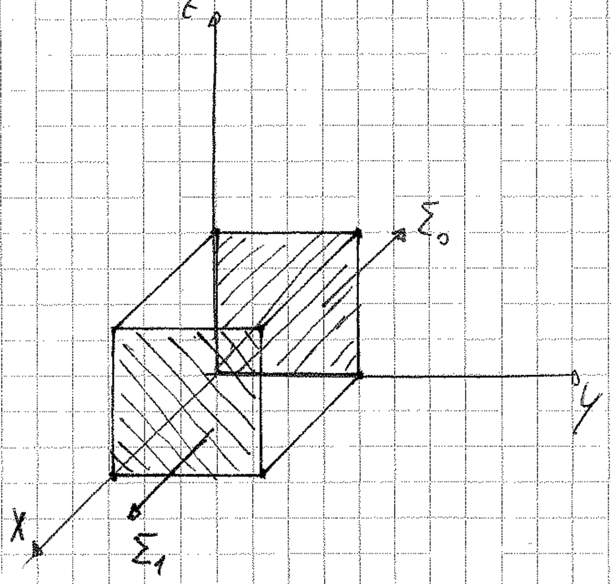
allora avendo $-\vec{u}_x$ si ha che:

$$\vec{S} = 5e^{-400x} e^{j\frac{\pi}{4}} \vec{u}_x \quad \frac{W}{m^2}$$

da cui:

$$\vec{S} = 5e^{-400x}\left(\cos\frac{\pi}{4} + j\sin\frac{\pi}{4}\right)\vec{u}_x \quad \frac{W}{m^2}$$

Calcolare la potenza media dissipata in una regione cubica di lato 1cm

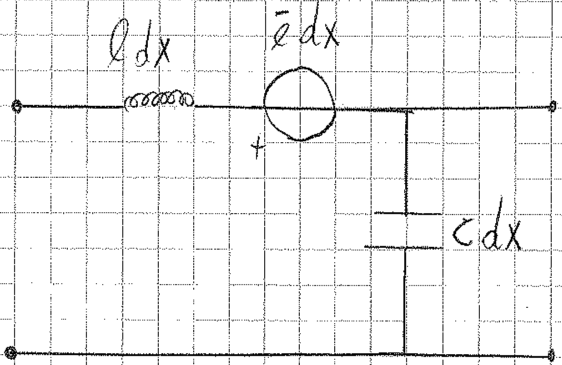


$$\vec{S}_{ave} = \frac{1}{2}\,\mathrm{Re}\left\{\vec{S}\right\} = \frac{1}{2}5e^{-400x}\cos\frac{\pi}{4} = 5\frac{\sqrt{2}}{4}e^{-400x}$$

Faccio l'integrale

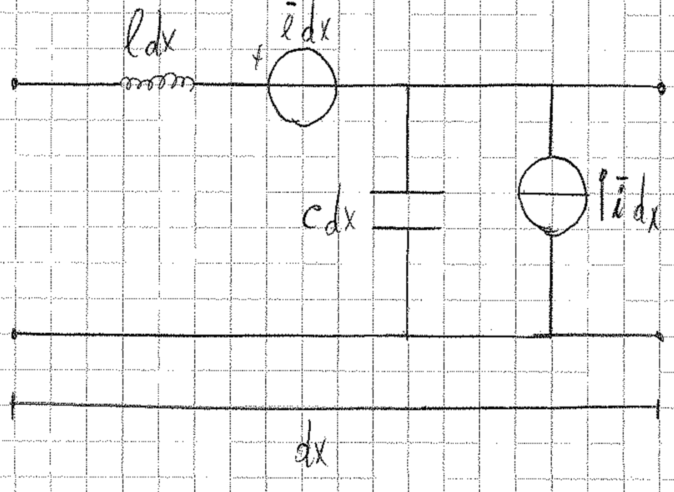
$$-\oint_{cubo}\vec{S}_{ave}\,d\vec{\Sigma} = -\int_{\Sigma_0}\vec{S}_{ave}\,d\vec{\Sigma} - \int_{\Sigma_1}\vec{S}_{ave}\,d\vec{\Sigma} = +\int_{\Sigma_0}S_{ave}\,d\Sigma - \int_{\Sigma_1}S_{ave}\,d\Sigma =$$

$$= S_{ave}(x=0)\cdot\Sigma_0 - S_{ave}(x=1e^{-2})\cdot\Sigma_1 = 5\cdot\frac{\sqrt{2}}{4}\left(1-e^{-4}\right)\cdot 10^{-4} = 173{,}54\,\mu W$$



$$\bar{i} = j\omega \cdot c \underbrace{\underbrace{\underbrace{\int_{y=0}^{y=s} E_t \, dy}_{\text{tensione}}}_{\text{carica per unità di lunghezza indotta da } E}}_{\text{corrente di spostamento per unità di lunghezza}}$$

↳ tangente = verticale

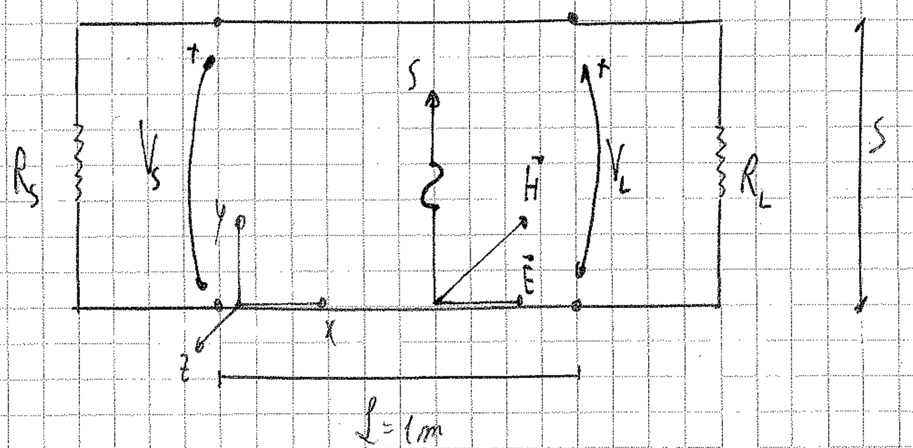


modello della linea a parametri concentrati

Allora:

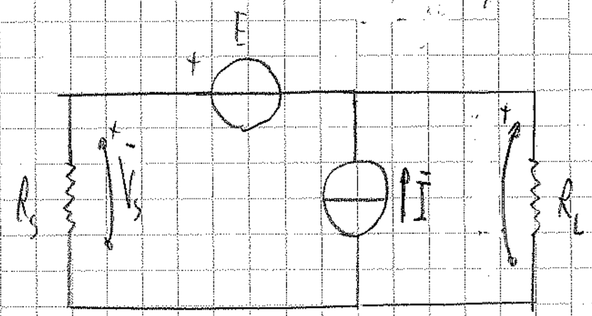
© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 55 di 226

Esercizio n. 4



Dati
AWG 28
$r = 7{,}5$ mil
$R_S = 50\,\Omega$
$R_L = 150\,\Omega$
$S = 50$ mil
$f = 100$ MHz
$E = 10 \frac{V}{m}$

Calcolare: (considerando il circuito a parametri concentrati)



Svolgimento

$1\,mil = 10^{-3}\,in$

$1\,in = 2{,}54\,cm$

allora:

$r = 7{,}5 \cdot 2{,}54 \cdot 10^{-5} = 0{,}1905\,mm$

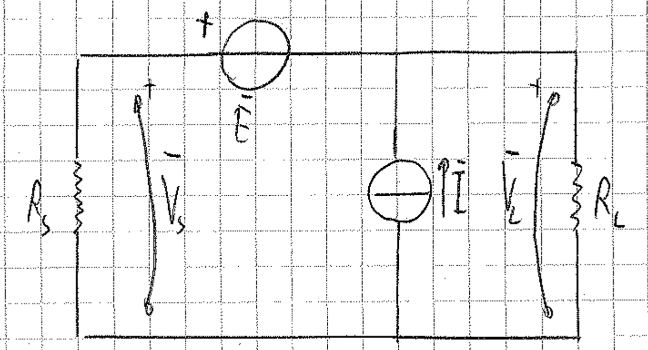
$S = 50 \cdot 2{,}54 \cdot 10^{-5} = 1{,}27\,mm$

$c = \frac{\lambda}{T} = \lambda f \Rightarrow \lambda = \frac{c}{f} = \frac{3 \cdot 10^8}{1 \cdot 10^8} = 3\,m$

Linea corta, trascuro l, c $\Rightarrow$ penso la linea come corto circuito

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 57 di 226

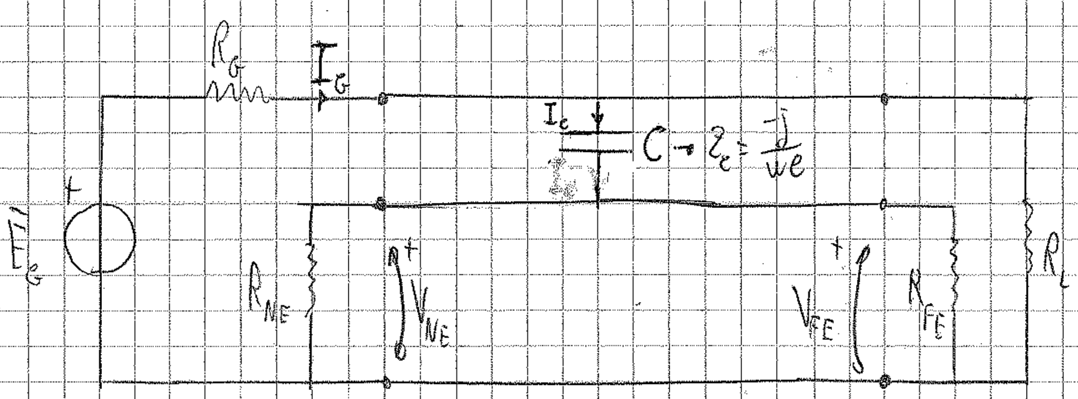
Circuito equivalente:



$$\bar{V}_s = \frac{R_s}{R_s+R_L}\bar{E} + \frac{R_L R_s}{R_L+R_s}\bar{I} = -j\,11{,}03\ mV$$

$$\bar{V}_L = -\frac{R_L}{R_L+R_s}\bar{E} + \frac{R_s R_L}{R_L+R_s}\bar{I} = j\,15{,}62\ mV$$

2) Accoppiamento capacitivo



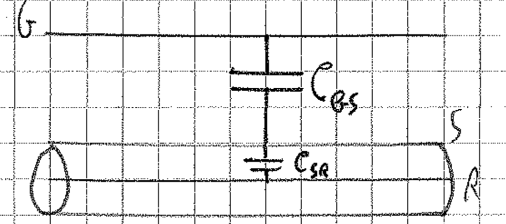
$$\bar{I}_G = \frac{\bar{E}_G}{R_G + \bar{Z}_{eq} \parallel R_L}$$

$$\bar{Z}_{eq} = \bar{Z}_c + R_{NE} \parallel R_{FE}$$

$$\bar{I}_c = \frac{R_L}{R_L + \bar{Z}_{eq}} I_G$$

$$V_{NE} = V_{FE} = I_c \, R_{NE} \parallel R_{FE}$$

Vediamo cosa accade se mettiamo lo schermo



$$C' = \frac{C_{GS} C_{SR}}{C_{GS} + C_{SR}} \simeq C_{GS} \simeq C \qquad (C_{SR} \gg C_{GS})$$

Dato che $C_{GS} \ll C_{SR}$ allora $C' \simeq C$ quindi mettere uno schermo non collegato a

$$\bar{I}_R = \frac{j\omega L_{GR}\,\bar{E}_G}{(R_G + R_L + j\omega L_G)(R_{NE} + R_{FE} + j\omega L_R) + \omega^2 L_{GR}^2}$$

Se: $L_{GR} \to 0 \Rightarrow \bar{I}_R \to 0$

$\omega \to 0 \Rightarrow \bar{I}_R \to 0$

$\omega \to \infty \Rightarrow \bar{I}_R \to \frac{j}{\omega L_{GR}} \bar{E}_G$

Lo schermo è utile solo se colleghiamo lo schermo a terra da entrambe le estremità (dobbiamo far passare una corrente)

Se inseriamo lo schermo si ottengono le seguenti relazioni:

$$\begin{array}{l} \text{gen.} \\ \text{ricev.} \\ \text{scher.} \end{array} \begin{bmatrix} R_G + R_L + j\omega L_G & j\omega L_{GR} & j\omega L_{GS} \\ j\omega L_{GR} & R_{NE} + R_{FE} + j\omega L_R & j\omega L_{RS} \\ j\omega L_{GS} & j\omega L_{RS} & R_S + j\omega L_S \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{I}_G \\ \bar{I}_R \\ \bar{I}_S \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_G \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

4) Accoppiamento induttivo - capacitivo

Ipotesi: × linea corta $L \ll \lambda$

× circuiti debolmente accoppiati: • $l_m \ll \sqrt{l_R l_G}$

• $c_m \ll \sqrt{(c_G + c_m)(c_R + c_m)}$

× frequenza "non troppo" elevata

Se $R_c \uparrow \Rightarrow \bar{V}_G \uparrow \Rightarrow$ prevale l'accoppiamento capacitivo

Vediamo l'effetto dello schermo non collegato a terra

Γ resistenza schermo

$$\bar{V}_{NE}^{S,ind} = \underbrace{\bar{V}_{NE}^{UNS,ind}}_{\text{senza schermo (parte induttiva)}} \frac{R_{sh}}{R_{sh}+j\omega L_{sh}}$$

$$\bar{V}_{FE}^{S,ind} = \bar{V}_{FE}^{UNS,ind} \frac{R_{sh}}{R_{sh}+j\omega L_{sh}}$$

componente induttiva

$$V_{NE}^{S,cap} = V_{FE}^{S,cap} = \frac{R_{FE} R_{NE}}{R_{FE}+R_{NE}} j\omega C' \bar{V}_G^{DE}$$

$$C' = \frac{C_{GS} C_{SR}}{C_{GS}+C_{SR}}$$

componente capacitiva

Se vogliamo le capacità si ha che:

$$[C] = [P]^{-1}$$

cioè:

$$\begin{bmatrix} \bar{q}_G \\ \bar{q}_R \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} & C & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{V}_G \\ \bar{V}_R \end{bmatrix}$$

e inoltre:

$$\begin{bmatrix} C_G + C_m & -C_m \\ -C_m & C_R + C_m \end{bmatrix} = [C] \quad \text{matrice capacità}$$

(rispetto a Elettro 2 poniamo come riferimento non più il potenziale 0 per ∞, ma poniamo a zero il conduttore ∅ che è ad una certa distanza).

Questo serve per determinare la matrice [C].

Ora determiniamo la matrice [L] (delle induttanze)

$$\begin{bmatrix} \bar{\Phi}_G \\ \bar{\Phi}_R \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} & L & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{I}_G \\ \bar{I}_R \end{bmatrix}$$

Come calcolo [L]?

Si ha che:

$l_G = \frac{\mu_0}{\pi} \ln \frac{2d}{r_G}$ (compare il 2 perché è rispetto al conduttore di riferimento)

$l_R = \frac{\mu_0}{\pi} \ln \frac{d}{r_R}$ (non compare il 2 perché è rispetto al conduttore di riferimento)

$l_m = \frac{\mu_0}{2\pi} \ln \frac{2d}{r_0} = \frac{\mu_0}{2\pi} \ln \frac{d_{G0}}{d_{GR}} + \frac{\mu_0}{2\pi} \ln \frac{d_{R0}}{r_0}$

i valori sono:

$l_G = 921,0 \ \frac{nH}{m}$

$l_R = 643,8 \ \frac{nH}{m}$

$l_m = 460,5 \ \frac{nH}{m}$

Otteniamo:

$$\begin{bmatrix} R_G + R_l + j\omega L_G & j\omega L_m \\ j\omega L_m & R_{NE} + R_{FE} + j\omega L_R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_G \\ I_R \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_G \\ 0 \end{bmatrix}$$

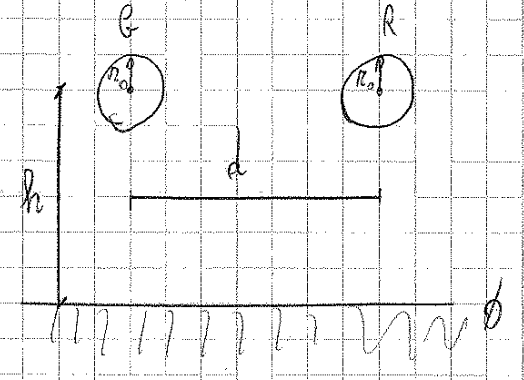
da cui:

$\bar{I}_G = 1,81 \angle 3° \ A$

$\bar{I}_R = 26,26 \angle -94° \ mA$

e allora:

Esercizio n. 2



Dati

$d = 5\,mm$

$r_0 = 1\,mm$

$h = 5\,cm$

$L = 100\,m$

$\bar{E}_G = 20\,V$

$R_G = 1\,\Omega$

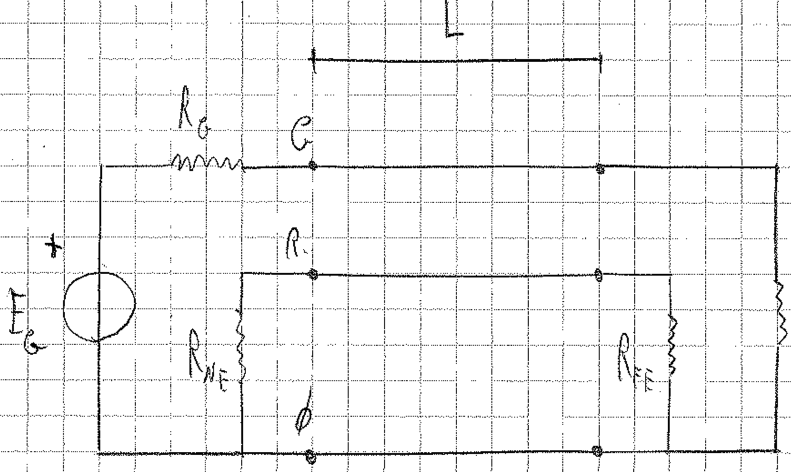
$R_L = 50\,\Omega$

$R_{NE} = R_{FE} = 100\,\Omega$

$f = 100\,kHz$

$R_{NE} = R_{FE}$

$V_{NE} = ?\ ;\ V_{FE} = ?$



Si è detto, in Elettro 2, che non essendo attraversato il terreno da correnti, esso è amagnetico ⇒ non uso le immagini.

In questo caso ho che il terreno è attraversato da corrente ⇒ uso le immagini

Succede che nelle mutue induttanze comparirà l'altezza h.

Assumiamo che l'accoppiamento sia principalmente capacitivo

Per poter determinare la matrice delle capacità invece di utilizzare i potenziali e quindi le immagini, calcoliamo prima le induttanze ed essendo le capacità legate alle induttanze ricavo le capacità:

Ho che:

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 71 di 226

$$\bar{Z}_e = \frac{-j}{\omega C_m} = -j1{,}167\ k\Omega$$

$$\bar{Z}_{eq} = \bar{Z}_e + R_{NE} // R_{FE} = 50 - j1{,}167 \cdot 10^3\ \Omega$$

$$\bar{I}_G = \frac{E_G}{R_G + R_L // \bar{Z}_{eq}} = 0{,}393 + j0{,}016\ A$$

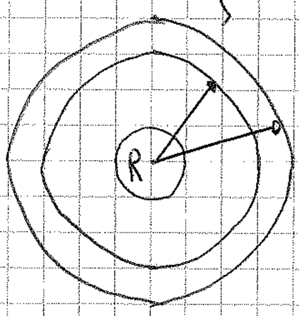
$$\bar{I}_C = \frac{R_L}{R_L + \bar{Z}_{eq}} \bar{I}_G = 0{,}733 + j16{,}77\ mA$$

$$\bar{V}_{NE} = \bar{V}_{FE} = (R_{NE} // R_{FE}) \bar{I}_C = 36{,}63 + j838{,}45\ mV$$

Vediamo ora quanto valgono $\bar{V}_{NE} = \bar{V}_{FE}$ con Paul:

$$\bar{V}_{NE} = \bar{V}_{FE} = (R_{NE} // R_{FE})\, j\omega C_m \frac{R_L}{R_L + R_G} \bar{E}_G = j840{,}58\ mV$$

Vediamo ora cosa succede se inseriamo uno schermo non collegato a terra sul conduttore ricevente R.



$r_{s_i} = 2\ mm$

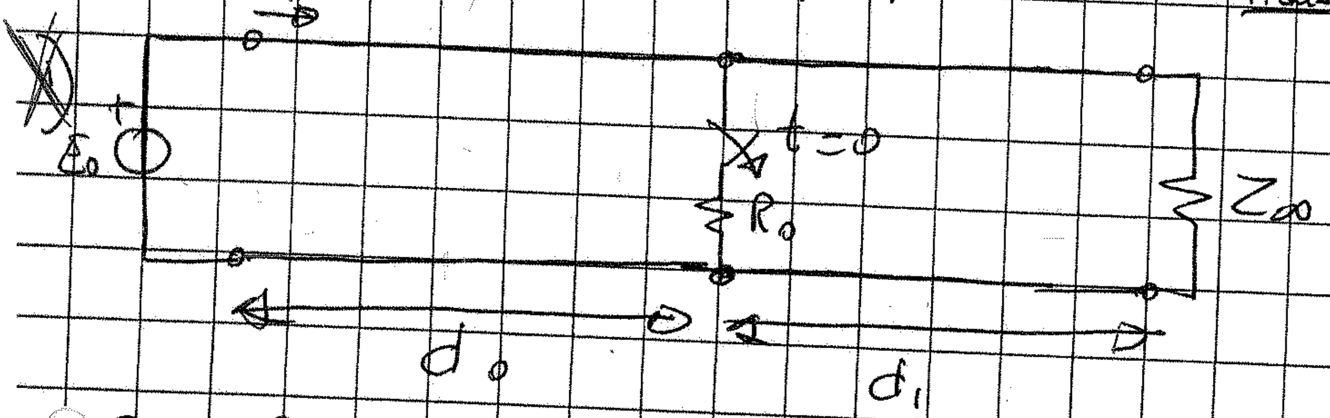
$r_{s_e} = 3{,}5\ mm$

$$r_s = \frac{r_{si} + r_{se}}{2} = 2{,}75\ mm$$

Sì

Prova di
Propagazione e Compatibilità Elettromagnetica
del 07/03/07

Tras



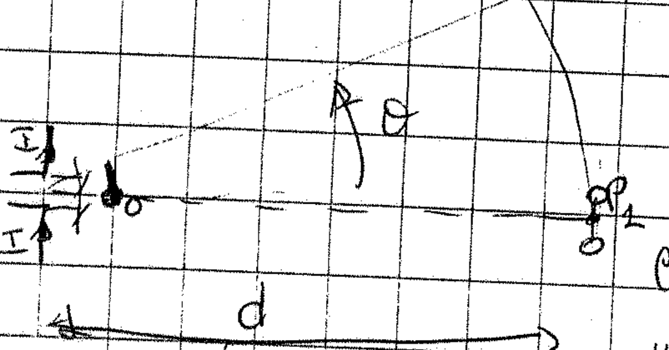
$a = 94 \cdot 10^6$ m/s; $Z_\infty = 1500\ \Omega$
$d_0 = 1000$ m; $d_1 = 100$ m; $R_0 = 150\ \Omega$

Calcolare $v(t), i(t)$ in $x_1 = d_0$; $x_2 = d_0/2$; $x_3 = d_0 + \frac{d_1}{2}$
per una durata pari a $3\frac{d_0}{a}$

In $t = 0$; l'interruttore si apre. $e_0 = 100$ kV

NO antenna

Campo elettromagnetico generato da un dipolo hertziano. $I = 5A$;
$d_0 = 2$cm; $f = 200$ MHz; $d = 10^3 d_0$; $\theta_1 = 0$ e $\theta_2 = \pi/6$

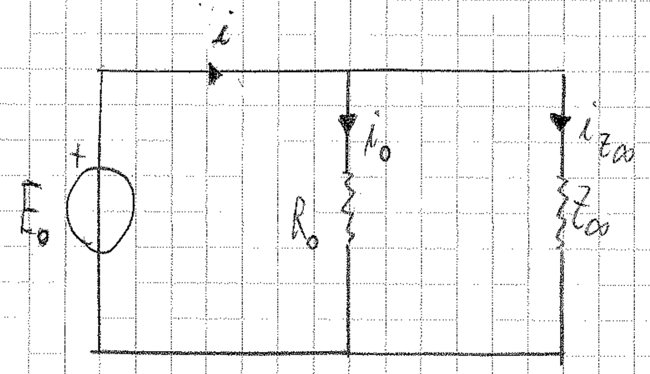


Calcolare il campo elettrico alla distanza $d = 10^3 d_0$ per i due valori di θ indicati (θ_1, θ_2).
Calcolare la tensione indotta in una linea bifilare di lunghezza pari a 50 cm con due conduttori paralleli distanti 5 cm

(linea bifilare con conduttori ortogonali al piano di figura)

ppo L.u.m)

Assumendo il campo uniforme e pari al campo in P_1. (Resistenza carico/segnale 50Ω)



$$i_0 = \frac{E_0}{R_0} = \frac{100 \cdot 10^3}{150} = 666{,}67\ A$$

$$i_{Z\infty} = \frac{E_0}{R_0} = 66{,}67\ A$$

allora:

$$i_{in} = i_0 + i_{Z\infty} = 666{,}67 + 66{,}67 = 733{,}33\ A$$

da cui:

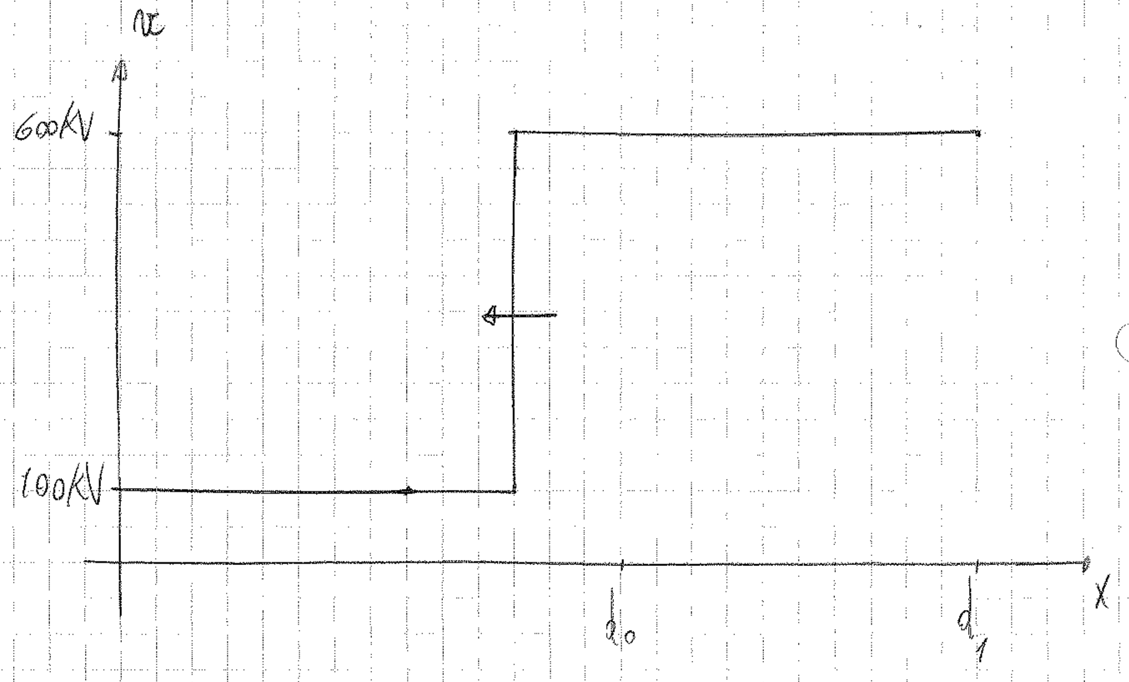
$$\begin{cases} v = v_0 + v_{1d}^- \Rightarrow Z_\infty i_0 + Z_\infty i_{1d}^- = v_0 + Z_\infty i_{1d}^- \\ \dots \\ \dots \\ \dots \end{cases}$$

allora:

$$i_{1d}^- = \frac{Z_\infty i_0 - v_0}{2 Z_\infty} = \frac{1500 \cdot 400 - 600 \cdot 10^3}{2 \cdot 1500} = 0 \Rightarrow v_{1d}^- = 0$$

allora la linea d_1 si porta tutta a:

$v = 600 kV$
$i = 400 A$ condizione di regime



• $t = \frac{d_0}{a}$

A questo punto l'onda v_{1s}^- arriva ad inizio linea, ma essendoci il generatore E_0 c'è riflessione totale, cioè:

$$\Gamma = \frac{0-1}{0+1} = -1$$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 79 di 226

x lato destro

$$\begin{cases} v_d = v_{in} + v_{1d}^+ \\ i_d = i_{Z\infty} + i_{1d}^+ \\ v_{1d}^+ = Z_\infty \, i_{1d}^+ \\ i_d = i_{Z\infty} + \frac{i_o}{2} \end{cases}$$

<u>vincolo carico</u> (R_o si apre)

allora:

$$i_d = i_{Z\infty} + \frac{i_o}{2} = 66{,}67 + \frac{666{,}67}{2} = 400\ A$$

quindi:

$$i_{1d}^+ = i_d - i_{Z\infty} = 400 - 66{,}67 = 333{,}33\ A$$

allora:

$$v_{1d}^+ = Z_\infty \, i_{1d}^+ = 1500 \cdot 333{,}33 = 500\ kV$$

quindi:

$$v_d = v_{in} + v_{1d}^+ = 100 + 500 = 600\ kV$$

Osservo che:

$$v_1 = v_d = 600\ kV$$

$$i_1 = i_d = 400\ A$$

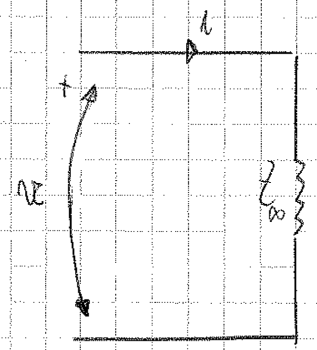
$\boxed{t = \frac{2d_0}{a}}$

A questo tempo l'onda v_2^+ arriva al fondo della linea d_0 e vede un'altra linea, allora:

$$\Gamma = \frac{\frac{Z_\infty}{Z_\infty} - 1}{\frac{Z_\infty}{Z_\infty} + 1} = 0$$

oppure:

$$\begin{cases} v = v_0 + v_{21}^- \Rightarrow Z_\infty i_0 - Z_\infty i_{21}^- = v_0 + Z_\infty i_{21}^- \\ i = i_0 - i_{21}^- \\ v_{21}^- = Z_\infty i_{21}^- \\ v = Z_\infty i \end{cases}$$



allora:

$$i_{21}^- = \frac{-v_0 + Z_\infty i_0}{2 Z_\infty} = \frac{-100 \cdot 10^3 + 1500 \cdot 66{,}67}{2 \cdot 1500} = 0$$

oppure:

$$v_{21}^- = \Gamma v_{21}^+ = 0$$

$$i_{21}^- = \Gamma i_{21}^+ = 0$$

quindi si ha che:

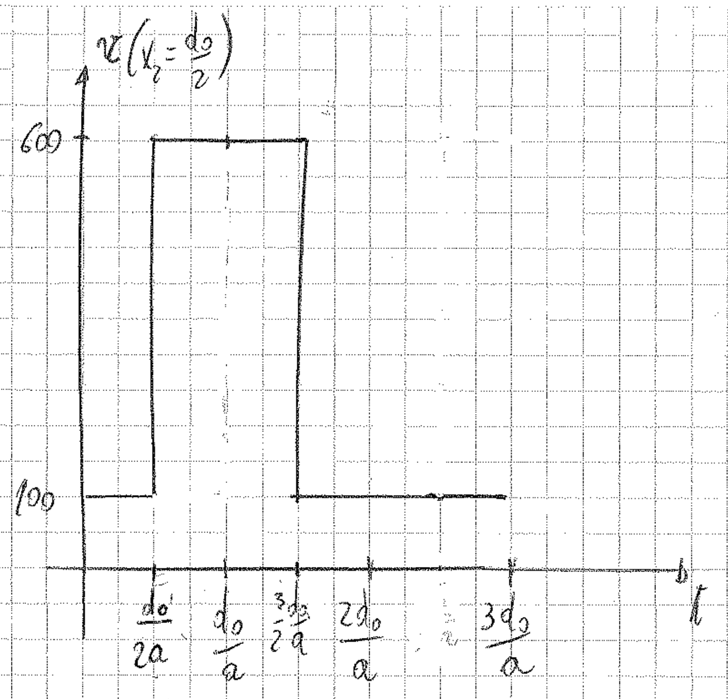
$$v = E_0 + v_{11}^- + v_{21}^+ + v_{21}^- = 100 + 500 - 500 + 0 = 100 \text{ kV}$$

$$i = i_{in} - i_{11}^- + i_{21}^+ - i_{21}^- = 733{,}33 - 333{,}33 - 333{,}33 + 0 = 66{,}67 \text{ A}$$

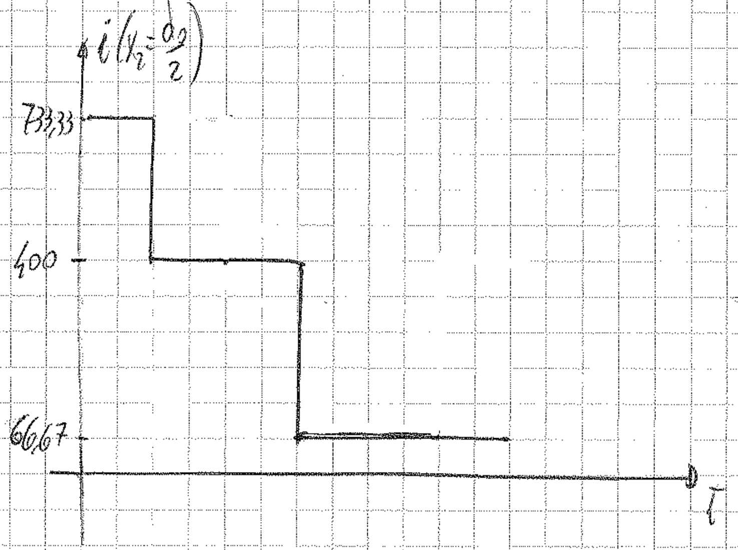
$$v(x_1 = d_0) = \begin{cases} 600\ kV & 0 < t < \frac{2d_0}{a} \\ 100\ kV & t \geq \frac{2d_0}{a} \end{cases} \qquad i(x_1 = d_0) = \begin{cases} 400\ A & 0 < t < \frac{2d_0}{a} \\ 66{,}67\ A & t \geq \frac{2d_0}{a} \end{cases}$$

$$v\left(x_2 = \frac{d_0}{2}\right) = \begin{cases} 100\ kV & 0 < t < \frac{d_0}{2a} \\ 600\ kV & \frac{d_0}{2a} \leq t < \frac{3}{2}\frac{d_0}{a} \\ 100\ kV & t \geq \frac{3}{2}\frac{d_0}{a} \end{cases} \qquad i\left(x_2 = \frac{d_0}{2}\right) = \begin{cases} 73{,}33\ A & 0 < t < \frac{d_0}{2a} \\ 400\ A & \frac{d_0}{2a} \leq t < \frac{3}{2}\frac{d_0}{a} \\ 66{,}67\ A & t \geq \frac{3}{2}\frac{d_0}{a} \end{cases}$$

$$v\left(x_3 = d_0 + \frac{d_1}{2}\right) = \begin{cases} 100\ kV & 0 < t < \frac{d_1}{2a} \\ 600\ kV & \frac{d_1}{2a} \leq t < \frac{2d_0}{a} + \frac{d_1}{2a} \\ 100\ kV & t \geq \frac{2d_0}{a} + \frac{d_1}{2a} \end{cases} \qquad i\left(x_3 = d_0 + \frac{d_1}{2}\right) = \begin{cases} 66{,}67\ A \\ 400\ A \\ 66{,}67\ A \end{cases}$$



v(x₂ = d₀/2)
600
100
t
d₀/2a
d₀/a
3d₀/2a
2d₀/a
3d₀/a



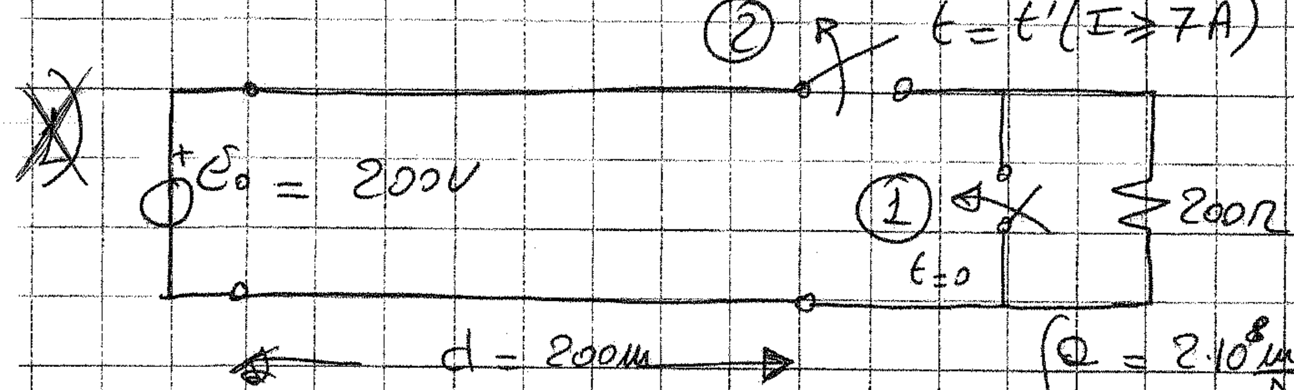
i(x₂ = d₀/2)
733,33
400
66,67
t

Prova di Propagazione, Compatibilità EM del 07/02/07

SI

Trans

1)



$a = 2 \cdot 10^8 \frac{m}{s}$

$Z_{\infty} = 100\Omega$

Linea senza perdite

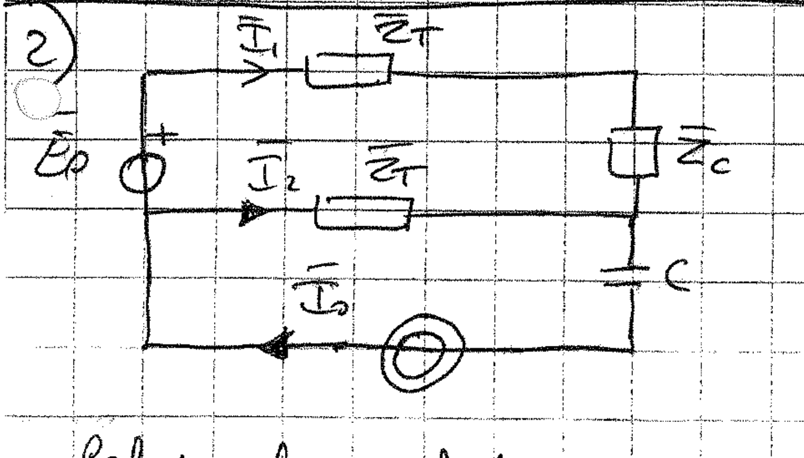
Stato iniziale con tensione in tutta la linea pari ad E_0 ed interruttori (1) aperto e (2) chiuso

In $t = 0$ (1) si chiude (corto circuito del carico) ed inizia un transitorio — Quando la corrente in uscita dalla linea supera il valore indicato di 7A si apre l'interruttore (2) —

Calcolare l'andamento nel tempo di tensione e corrente a fine linea per un tempo di durata pari a $t' + \frac{1}{2}\frac{d}{a}$

---

2)



$\bar{E}_0 = 20V$;

$\bar{Z}_T = 1\Omega$

$\bar{Z}_c = 50\Omega$

$C = 0,1\mu F$

$f = 10^5 Hz$ (Regime sinusoidale)

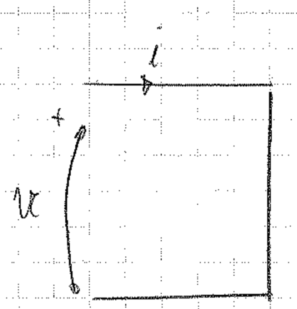
NO

Calcolare la corrente di modo comune e differenziale senza e con una bobina di blocco così costituita:

$l_{Fe} \simeq 3\,cm$; $S_{Fe} = 0,5\,cm^2$; $\mu_r = 10^3$; $N_{spire} = 10$

$\boxed{\cdot\ t = 0}$

accade che si chiude l'interruttore 1 ⇒ corto circuito



lato carico

$$\begin{cases} v = v_0 + v_1^- \\ i = i_0 - i_1^- \\ v_1^- = Z_\infty\, i_1^- \\ v = 0 \end{cases}$$

<u>vincolo carico</u>

allora:

$$\begin{cases} v_1^- = -v_0 = -E_0 = -200\,V \\ i = i_0 - i_1^- = 1+2 = 3\,A \\ i_1^- = \dfrac{v_1^-}{Z_\infty} = \dfrac{-200}{100} = -2\,A \\ v = 0 \end{cases}$$

allora:

$i = i_0 - i_1^- = 3\,A$ $\qquad$ $i_1^- = -2\,A$

$v = 0\,V$ $\qquad$ $v_1^- = -200\,V$

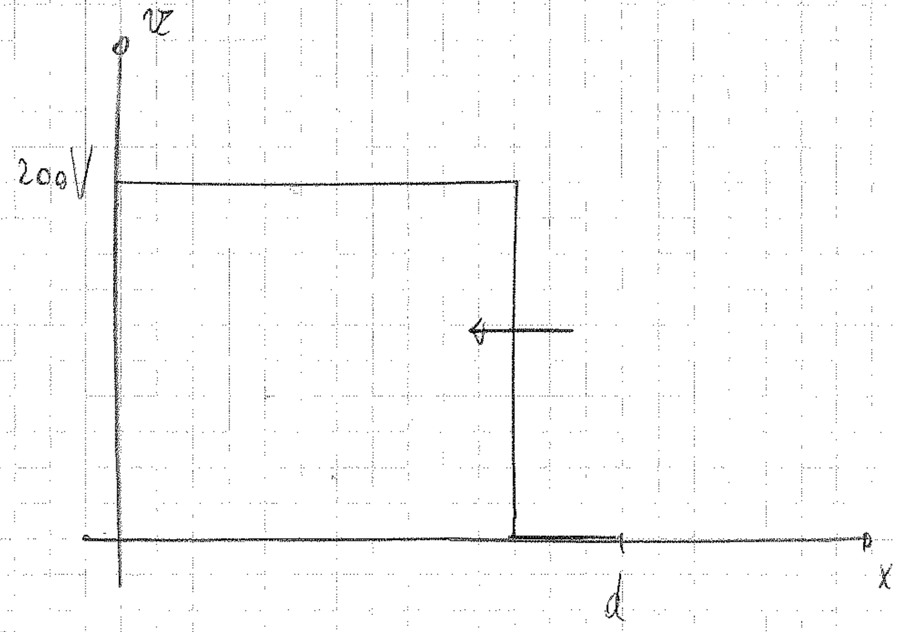
oppure:

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 91 di 226

$\boxed{\cdot\ 0 < t < \frac{d}{a}}$

$v = v_0 + v_1^- = 0V = v_0$

$i = i_0 + i_1^- = 3A = i_0$



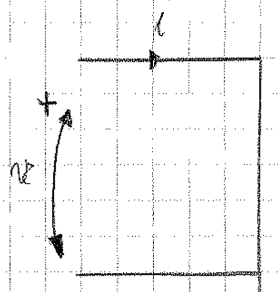
$\boxed{\cdot\ t = \frac{d}{a}}$

L'onda arrivata ad inizio linea e vede il generatore E_0, allora

$$\Gamma = \frac{\frac{0}{Z_\infty} - 1}{\frac{0}{Z_\infty} + 1} = -1$$

oppure

$$\begin{cases} v = v_0 + v_2^+ & \Rightarrow v_2^+ = v - v_0 = E_0 - 0 = 200V \\ i = i_0 + i_2^+ & \Rightarrow i = 3 + 2 = 5A \\ v_2^+ = Z_\infty i_2^+ & \Rightarrow i_2^+ = \frac{v_2^+}{Z_\infty} = \frac{200}{100} = 2A \\ v = E_0 \end{cases}$$



lato carico

$$\begin{cases} v = v_0 + v_2^- & \Rightarrow v_2^- = -v_0 = -200\,V \\ i = i_0 - i_2^- & \Rightarrow i = 5+2 = 7\,A \\ v_2^- = Z_\infty i_2^- & \Rightarrow i_2^- = \dfrac{v_2^-}{Z_\infty} = -\dfrac{200}{100} = -2\,A \\ v = 0 & \Rightarrow v = 0 \end{cases}$$

2) metodo

Calcolo il coefficiente di riflessione

$$\Gamma = \frac{\frac{0}{Z_\infty} - 1}{\frac{0}{Z_\infty} + 1} = -1$$

allora:

$$v_2^- = \Gamma v_2^+ = -1 \cdot 200 = -200\,V$$

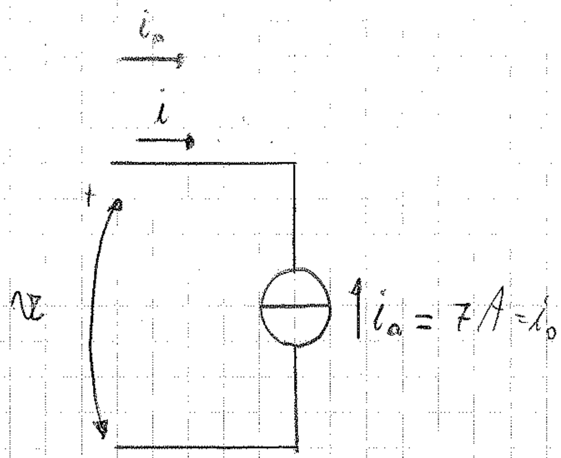
$$i_2^- = \Gamma i_2^+ = -1 \cdot 2 = -2\,A$$

Ne consegue che:

$$v = v_0 + v_2^- = 0 = v_0$$

$$i = i_0 - i_2^- = 7\,A = i_0$$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 95 di 226



$$\begin{cases} v = v_0 + v_3^- \Rightarrow v = 0 + 700 = 700V \\ i = i_0 - i_3^- \Rightarrow i_3^- = i_0 - i = 7 - 0 = 7A \\ v_3^- = Z_a i_3^- \Rightarrow v_3^- = 100 \cdot 7 = 700V \\ i = i_0 - i_a \Rightarrow i = 7 - 7 = 0A \end{cases}$$

allora:

$v = 700V$ $\qquad$ $v_3^- = 700V$

$i = 0A$ $\qquad$ $i_3^- = 7A$

- $t' < t < \frac{d}{a}$

$v = v_0 + v_3^- = 700V$

$i = i_0 - i_3^- = 0A$