NUMERO : 40

DATA : 24/03/2011

# A P P U N T I

STUDENTE :

MATERIA : Fisica I - Appunti

# FISICA I

A.A. 2007-2008

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 3 di 132

## PUNTO MATERIALE

Si trascurano le dimensioni reali dei corpi e si considerano come PUNTI GEOMETRICI cioè entità prive di dimensioni.

ad essi, per studiarne la dinamica, si associa una proprietà caratteristica che è la MASSA

L'approssimazione è accettabile quando:
- dimensioni lineari dei corpi trascurabili rispetto alle distanze

Uno stesso corpo può essere assimilato ad un pto materiale in certi casi e no in altri (nave in mezzo all'oceano sì, nave che entra in porto no).

Studiando la dinamica dei sistemi è possibile individuare un punto geometrico : IL CENTRO DI MASSA.

## CINEMATICA DEL PUNTO MATERIALE

- Moti rettilinei
- Moti circolari

⋮

Il moto di un pto materiale è determinato se è nota la sua posizione in funzione del tempo in un SISTEMA DI RIFERIMENTO
Possiamo allora specificarne le coordinate $x(t)$, $y(t)$, $z(t)$ in un sistema di coordinate cartesiane
oppure $\overset{RO}{\rho}(t)$, $\overset{TETA}{\theta}(t)$, $\overset{FI}{\phi}(t)$ in un sistema di coordin. polari sferiche

oppure $\rho(t)$, $\overset{PSI}{\psi}(t)$, $z(t)$ in un sist di coordinate polari cilindriche

La scelta è legata alle caratt. geom. del probl. che si sta esaminando.

Si dice che un corpo è in moto quando la sua posizione cambia nel tempo, rispetto ad un sist. di riferimento

- Ipotesi di continuità del tempo
- Ipotesi di continuità del moto

VELOCITÀ MEDIA

$(t_1, x_1) \to (t_2, x_2)$

$\Delta x = x_2 - x_1$ spostamento complessivo, compiuto in $\Delta t = t_2 - t_1$

VELOCITÀ MEDIA: $\bar{v} = v_m = \dfrac{\Delta x}{\Delta t}$ $\qquad [v_m] = [L \cdot T^{-1}]$

Assumendo $\Delta t > 0$, il segno di $v_m$ è determinato dal segno di $\Delta x$

$v_m$ dà un'informazione complessiva sul moto.
$\Delta x$ è lo spostamento complessivo, non lo spazio percorso.
$(\Delta x = 0 \Rightarrow v_m = 0)$

$\Delta x = (\Delta x)_1 + (\Delta x)_2 + \dots + (\Delta x)_n$
$\Delta t = (\Delta t)_1 + (\Delta t)_2 + \dots + (\Delta t)_n$
$v_{m1} \neq v_{m2} \neq \dots \neq v_m$

la velocità è lo spostamento complessivo rapportato al tempo

VELOCITÀ ISTANTANEA

$$v(t) = \lim_{\Delta t \to 0} v_m = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt}$$

La velocità istantanea $v(t)$ rappresenta la rapidità di variazione temporale della posizione nell'istante $t$ considerato. Il suo SEGNO fornisce il VERSO del moto.

- nota la funzione $x(t)$ (LEGGE ORARIA), si ottiene $v(t)$ con un'operazione di derivazione
- nota $v(t)$, si ottiene $x(t)$ con un'operazione di integrazione

$$dx = v(t)\,dt$$

$$\Delta x = \int_{x_0}^{x} dx' = \int_{t_0}^{t} v(t')\,dt' \Rightarrow \underline{x(t) = x_0 + \int_{t_0}^{t} v(t')\,dt'}$$

- nota la funzione $v(t)$, si ottiene $a(t)$ con un'operaz. di derivaz.
- nota $a(t)$, si ottiene $v(t)$ con un'operaz. di integrazione

$dv = a(t)\,dt$

$$\Delta v = \int_{v_0}^{v} dv' = \int_{t_0}^{t} a(t')dt' \Rightarrow \underline{v(t) = v_0 + \int_{t_0}^{t} a(t')\,dt'}$$

questa è la RELAZIONE GENERALE per il calcolo di $v(t)$ nota $a(t)$.

- se $a(t) = 0 \Rightarrow$ MOTO RETTILINEO UNIFORME
- se $a(t) > 0 \Rightarrow v(t)$ CRESCE NEL TEMPO
- se $a(t) < 0 \Rightarrow v(t)$ DIMINUISCE NEL TEMPO
- se $a(t) \neq$ COSTANTE, IL MOTO È DETTO VARIO

Se è nota $a(x)$, è possibile ricavare $v(x)$ utilizzando il concetto di funzione di funzione:

$$a(t) = a[x(t)]$$
$$v(t) = v[x(t)]$$

Quindi $a = \dfrac{dv}{dt} = \dfrac{dv[x(t)]}{dt} = \dfrac{dv}{dx} \cdot \dfrac{dx}{dt} = v(t)\dfrac{dv}{dx} \Rightarrow a\,dx = v\,dv$

da cui ponendo $v_0 = v(x_0)$

$$\underline{\int_{x_0}^{x} a(x')\,dx' = \int_{v_0}^{v} v'dv' = \frac{1}{2}v^2 - \frac{1}{2}v_0^2}$$

Il segno di $v$ si ricava considerando i segni di $v_0$ e di $a$.

In un sistema con origine al suolo e asse y rivolto verso l'alto

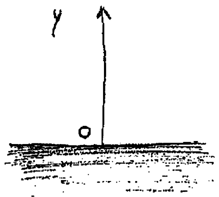
$$a = -g = -9,8\ ms^{-2}$$

e valgono le seguenti relazioni fondamentali del moto di caduta dei gravi:

$v(t) = v_0 - gt$

$y(t) = y_0 + v_0 t - \frac{1}{2} g t^2$

$v^2(y) = v_0^2 - 2g(y - y_0)$




* Caduta da altezza $h$ con velocità iniziale nulla

per $t = t_0 = 0$ ; $y_0 = h$ ; $v_0 = 0$

$v(t) = -gt$

$y(t) = h - \frac{1}{2} g t^2 \Rightarrow t(y) = \sqrt{\frac{2(h-y)}{g}}$

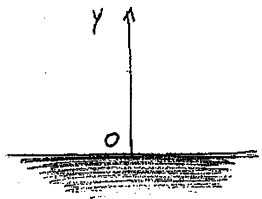
$v(y) = \sqrt{2g(h-y)}$

TEMPO DI CADUTA $\quad t_c = \sqrt{\frac{2h}{g}}$

VELOCITÀ AL SUOLO $\quad V_c = \sqrt{2gh}$

↓

velocità del corpo nell'istante prima di toccare il suolo




* Caduta da altezza $h$ con velocità iniziale non nulla verso il basso

per $t = t_0 = 0$ ; $y_0 = h$ , $v_0 = -v_1$

$v(t) = -v_1 - gt$

$y(t) = h - v_1 t - \frac{1}{2} g t^2 \Rightarrow t(y) = -\frac{v_1}{g} + \sqrt{\frac{v_1^2}{g^2} + \frac{2(h-y)}{g}}$

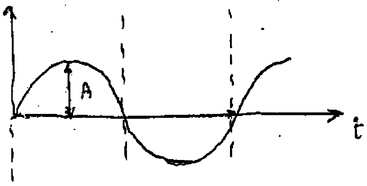
$v(y) = \sqrt{v_1^2 + 2g(h-y)}$

$t_c = -\frac{v_1}{g} + \sqrt{\frac{v_1^2}{g^2} + \frac{2h}{g}}$ $\qquad v_c = \sqrt{v_1^2 + 2gh}$

se $v_1 = 0 \rightarrow$ CASO PRECEDENTE

se $v_1 \neq 0 \rightarrow t_c$ minore e $V_c$ maggiore rispetto al caso precedente

Il moto armonico è PERIODICO: dopo un intervallo di tempo caratteristico (PERIODO), il punto ripassa nella stessa posizione con la stessa velocità




↓

$t' = t + T$

$x(t') = x(t)$

$A \sin(\omega t' + \phi) = A \sin(\omega t + \phi)$

$\omega t' + \phi = \omega t + \phi + 2\pi$

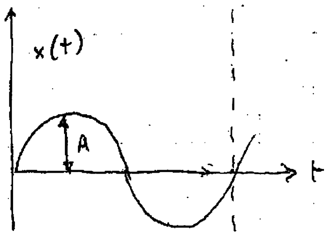
$\omega (t' - t) = 2\pi$

PERIODO: $T \equiv t' - t = \frac{2\pi}{\omega}$ , $\omega = \frac{2\pi}{T}$

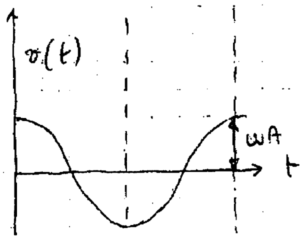
FREQUENZA: $\nu \equiv \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi}$ $[\nu] = [T^{-1}]$, (hertz, Hz)

NI

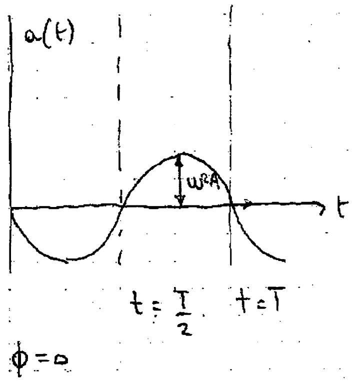
- - -




$x(t) = A \sin(\omega t + \phi)$




$v(t) = \frac{dx}{dt} = \omega A \cos(\omega t + \phi)$




$a(t) = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2} = -\omega^2 A \sin(\omega t + \phi)$

$dt \cdot dt$

$a(t) = -\omega^2 x(t)$

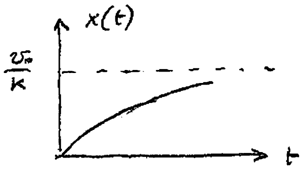



DIAGRAMMA ORARIO

↓

la velocità diminuisce fino ad annullarsi e il pto si ferma

CINEMATICA NEL PIANO E NELLO SPAZIO

le caratteristiche del moto di un punto materiale nello spazio sono fornite dalla conoscenza del VETTORE POSIZIONE del punto in funzione del tempo:

EQUAZIONE VETTORIALE DEL MOTO: $r = r(t)$

può essere rappresentata, in coordinate cartesiane, per mezzo delle 3 equazioni scalari

$$x = x(t) \quad , \quad y = y(t) \quad , \quad z = z(t)$$

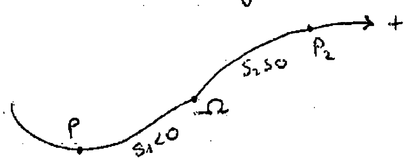
che riuniscono le caratteristiche GEOMETRICHE e CINEMATICHE del moto

relative alla traiettoria

riguardano il modo in cui la traiettoria viene percorsa dal pto materiale

LA RAPPRESENTAZIONE INTRINSECA DELLA TRAIETTORIA

Permette di separare l'aspetto geometrico da quello cinematico




Il moto è completamente descritto da 4 equazioni scalari:

- EQUAZIONE (PARAMETRICA) DELLA TRAIETTORIA $r = r(s)$ $\quad x = x(s),\ y = y(s),\ z = z(s)$
- EQUAZIONE (o LEGGE) ORARIA: $s = s(t)$

$$d\bar{r} = ds\,\bar{u}_T \Rightarrow \bar{v} = \frac{d\bar{r}}{dt} = \frac{ds}{dt}\,\bar{u}_T = v_s\,\bar{u}_T = \dot{s}\,\bar{u}_T$$

$$|ds| = |v|\,dt = |v_s|\,dt$$

$$\text{SPAZIO PERCORSO} = \int_{t_1}^{t_2} |\bar{v}(t)|\,dt = \int_{t_1}^{t_2} |v_s(t)|\,dt$$

$$\text{SPOSTAMENTO COMPLESSIVO}: \Delta s = s_2 - s_1 = \int_{t_1}^{t_2} v_s(t)\,dt = \int_{t_1}^{t_2} \frac{ds}{dt}\,dt = \int_{s_1}^{s_2} d$$

Infine: $\bar{v} = \frac{dr}{dt} \Rightarrow \bar{r}(t) = \bar{r}(t_0) + \int_{t_0}^{t} \bar{v}(t')\,dt'$

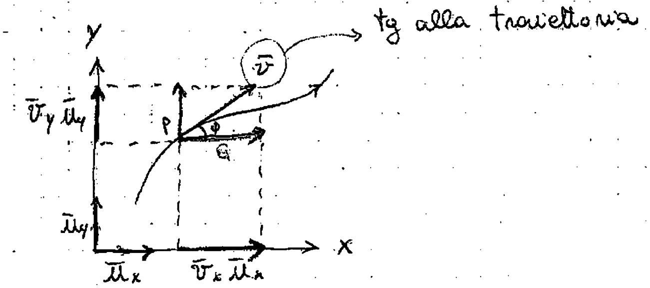
MOTO NEL PIANO: VELOCITA' IN COMPONENTI CARTESIANE

Oltre che nella forma intrinseca, la velocità può essere rappresent in altri modi, a seconda del sistema di coordinate scelte per

In coordinate cartesiane:

$$\bar{r} = x\bar{u}_x + y\bar{u}_y$$

$$\bar{v} = \frac{d\bar{r}}{dt} = \frac{dx}{dt}\,\bar{u}_x + \frac{dy}{dt}\,\bar{u}_y = \underline{v_x\bar{u}_x + v_y\bar{u}_y}$$




La rappresentazione del vettore dipende dal sistema di assi scelti e dalla loro orientazione.

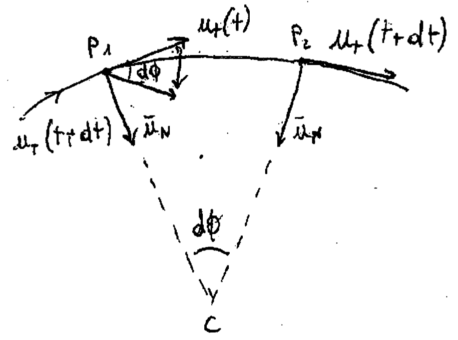
DERIVATA DI UN VERSORE

Il versore $\bar{u}$ ha modulo unitario, l'unica cosa che può cambiare nel tempo è la direzione: il verso può compiere solamente una rotazione di un angolo $\Delta\theta$.

$$\bar{v} = v_s \bar{u}_T = \dot{s}\,\bar{u}_T$$

$$\bar{a} = \frac{d\bar{v}}{dt} = \frac{d}{dt}\left(v_s \bar{u}_T\right) = \frac{dv_s}{dt}\bar{u}_T + v_s \frac{d\bar{u}_T}{dt} = \frac{d\dot{s}}{dt}\bar{u}_T + \dot{s}\frac{d\phi}{dt}\bar{u}_N =$$

$$= \ddot{s}\,\bar{u}_T + \dot{s}\,\frac{d\phi}{ds}\cdot\frac{ds}{dt}\,\bar{u}_N = \ddot{s}\,\bar{u}_T + \dot{s}\,\frac{1}{R}\,\dot{s}\,\bar{u}_N = \ddot{s}\,\bar{u}_T + \frac{\dot{s}^2}{R}\bar{u}_N = \bar{a}_T + \bar{a}_N$$



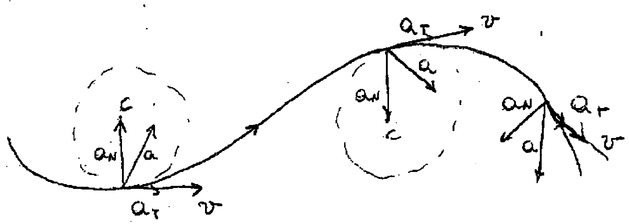

$$ds = R\,d\phi$$

$$\left(\ddot{s} = \frac{d^2}{dt^2}s \quad / \quad \dot{s} = \frac{d}{dt}s\right)$$

...

$\bar{a}_T \rightarrow$ ACCELERAZIONE TANGENZIALE : diretta lungo $\bar{u}_T$, e' parallela alla velocita' ed esprime la variazione del modulo della velocita'.

$\bar{a}_N \rightarrow$ ACCELERAZIONE NORMALE O CENTRIPETA : diretta sempre verso il centro di curvatura della traiettoria.




CLASSIFICAZIONE DEI MOTI ELEMENTARI

$a_T \neq 0$ e $a_N \neq 0 \rightarrow$ MOTO CURVILINEO VARIO

$a_T \neq 0$ e $a_N = 0 \rightarrow$ MOTO RETTILINEO VARIO

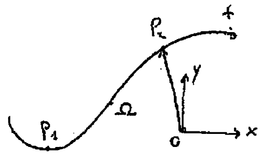
$a_T = 0$ e $a_N = 0 \rightarrow$ MOTO RETTILINEO UNIFORME

Inoltre: $a = \dfrac{d\bar{v}}{dt} \Rightarrow \bar{v}(t) = \bar{v}(t_0) + \int_{t_0}^{t} a(t')\,dt'$

6-03-2008

RIEPILOGO

La rappresentazione intrinseca della traiettoria permette di separare l'aspetto geometrico da qll cinematico




$$d\bar{r} = ds\,\bar{u}_T$$

$$\bar{v} = \frac{d\bar{r}}{dt} = \frac{ds}{dt}\bar{u}_T = v_s\bar{u}_T = \dot{s}\,\bar{u}_T$$

$$\bar{a} = \frac{d\bar{v}}{dt} = \ddot{s}\,\bar{u}_T + \frac{\dot{s}^2}{R}\bar{u}_N = \bar{a}_T + \bar{a}_N$$

## MOTO PARABOLICO DEI GRAVI

E' l'esempio più comune di moto uniformemente accelerato, almeno **IDEALMENTE**.

"Tutti i corpi in caduta libera si muovono con accelerazione costante $g$, diretta verticalmente verso il basso e di modulo $g = 9,8\ m/s^2$"

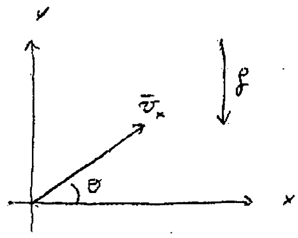
$$\bar{v}(t) = \bar{v}(t_0) + \bar{g}(t-t_0) = \bar{v}_0 + \bar{g}(t-t_0)$$

$$\bar{r}(t) = \bar{r}(t_0) + \int_{t_0}^{t}\bar{v}(t')\,dt' = \bar{r}_0 + \bar{v}_0(t-t_0) + \frac{1}{2}\bar{g}(t-t_0)^2$$

è un moto che avviene nel piano individuato da $\bar{v}_0$ e $\bar{g}$.

Nel sistema di coordinate cartesiane $(x, y)$ si scrive

$$\bar{a} = \bar{g} = -g\,\bar{u}_y$$




Ponendo poi $t_0 = 0$ e $x_0 = y_0 = 0$ si ha:

$$\bar{v}(t) = (v_0\cos\theta)\,\bar{u}_x + (v_0\sin\theta - gt)\,\bar{u}_y$$

$$\bar{r}(t) = (v_0\cos\theta)\,t\,\bar{u}_x + \left[(v_0\sin\theta)\,t - \frac{1}{2}gt^2\right]\bar{u}_y$$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 21 di 132

VALORE MASSIMO (gittata) quando $\theta = 45°$

## MOTO CIRCOLARE

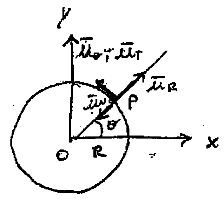
É un moto PIANO la cui traiettoria è una CIRCONFERENZA

$\Rightarrow$ la velocità varia continuamente in DIREZIONE $\Rightarrow \bar{a}_N \neq \bar{0}$

COORDINATA INTRINSECA: ARCO PERCORSO SULLA CIRCONF $= s(t)$

COORDINATE POLARI PIANE: $r(t) = R$ (costante) $\quad \theta(t) = \frac{1}{R} s(t)$

Orientando la traiettoria nel verso di $\theta$ crescente, i versori intrinseci e quelli polari sono legati dalla relazione $\bar{u}_T = u_\theta$, $\bar{u}_N = -\bar{u}_R$




Accelerazione trasversa $\equiv \bar{a}_\theta = \bar{a}_T \equiv$ accelerazione tangenziale
Accelerazione radiale $\equiv \bar{a}_r = -\bar{a}_N \equiv -$ accelerazione centripeta

## MOTO CIRCOLARE UNIFORME

$\dot{s} \equiv v_s =$ costanti $\quad$ archi uguali in tempi uguali

$\Downarrow$

$s(t) = s_0 + \dot{s}(t - t_0)$

$\dot{s} \neq 0 \Rightarrow \bar{a}_N = \frac{\dot{s}^2}{R} \bar{u}_N \neq 0$

$\ddot{s} = 0 \Rightarrow \bar{a}_T = \bar{0}$

$\ddot{\theta}(t) = \frac{1}{R} a(t)$

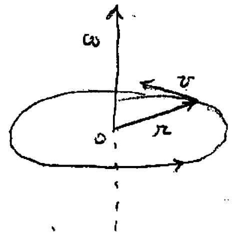
RAPPRESENTAZIONE IN COORDINATE POLARI PIANE

$\dot{\theta} = \frac{v_s}{R}$ costante $\Rightarrow \theta(t) = \theta_0 + \dot{\theta}(t - t_0)$ $\quad$ ($\dot{\theta}$ VELOCITÀ ANGOLARE

$\dot{\theta} \neq 0 \Rightarrow \bar{a}_r = -R\dot{\theta}^2 \bar{u}_r \neq \bar{0}$

$\ddot{\theta} = 0 \Rightarrow \bar{a}_\theta = \bar{0}$

- MODULO: $\omega = \left|\frac{d\theta(t)}{dt}\right| = \frac{|v_s|}{R}$




- DIREZIONE: $\perp$ piano della traiettoria

- VERSO: regola della mano destra

$$\bar{v} = \omega \times \bar{r}$$

POLLICE R
INDICE V
MEDIO ω

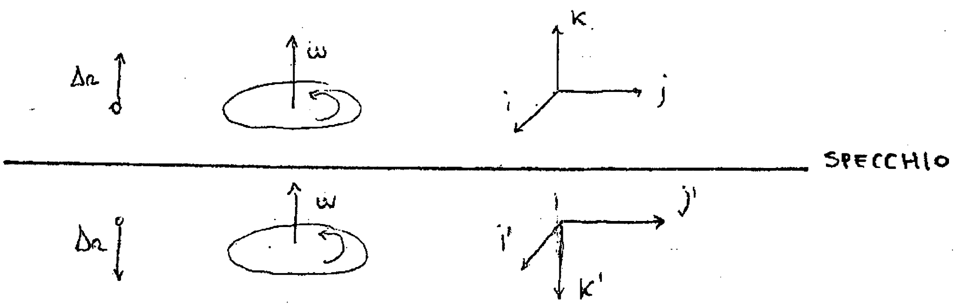
GRANDEZZE ANGOLARI $\bar{v} = \omega \times \bar{r}$

$$|\bar{v}| = \omega |\bar{r}| \sin\phi = \omega R$$

$$\bar{v} = \omega \times \bar{r} \rightarrow \frac{d\bar{r}}{dt} = \omega \times \bar{r}$$

In generale, dato un vettore A di modulo costante che descrive un moto di precessione con velocità angolare ω, la sua derivata temporale può sempre essere scritta:

$$\underline{\frac{d\bar{A}}{dt} = \bar{\omega} \times \bar{A}}$$




- LO SPOSTAMENTO (la velocità, la forza ...) è UN VETTORE (polare)
- LA VELOCITÀ ANGOLARE (il momento angolare, il campo magnetico, ...) è un vettore assiale o PSEUDOVETTORE.

7-03-2008

# DINAMICA

## DINAMICA DEL PUNTO MATERIALE

I principi della dinamica, lavoro, energia e momenti, Moti relativi

## DINAMICA CLASSICA

La Dinamica studia il moto dei corpi in relazione alle CAUSE FISICHE (interazioni) che lo determinano.

I principi della Dinamica CLASSICA sono stati introdotti da Galileo e Newton.
Essi descrivono correttamente il moto dei corpi macroscopici quando, rispetto all'osservatore, si muovono con velocità piccola rispetto a quella della luce nel vuoto ($c = 3 \cdot 10^8$ m/s); altrimenti si ricorre alla MECCANICA RELATIVISTICA sviluppata da Einstein all'inizio del '900.
Per la descrizione del comportamento di corpi microscopici, in generale è necessario utilizzare la MECCANICA QUANTISTICA.

## INTERAZIONI e AMBIENTE

Si osserva che lo stato di moto di un corpo dipende dalla presenza di altri corpi, cioè dalle interazioni con l'AMBIENTE in cui si trova.
Tali interazioni sono in genere molto complesse. Si cerca allora di individuare quelle IMPORTANTI e quelle TRASCURABILI.
Le interazioni tra corpi diminuiscono di importanza quando essi vengono allontanati tra di loro

$\Rightarrow$ contano le interazioni con l'ambiente circostante

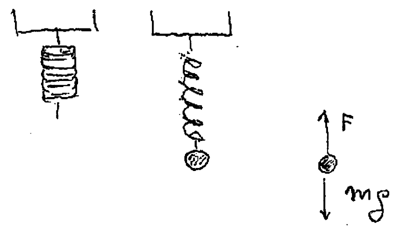
Queste interazioni vengono espresse e misurate attraverso la grandezza fisica FORZA.

La forza può essere misurata staticamente tramite un DINAMOMETRO.

Le molle elicoidali si deformano facilmente se sottoposte a trazioni o compressioni, possono quindi essere TARATE in unità di forza

$$\frac{F}{F_c} = \frac{x}{x_c}$$

allungamento ottenuto con il corpo campione




## PRINCIPIO DI INERZIA

Fu formulato già da Galileo (1632-1638), con un ESPERIMENTO IDEALE, immaginando il caso limite di un corpo che si muove su un piano orizzontale senza attriti.

La prima enunciazione formale si deve a Newton (1687).

PRINCIPIO DI INERZIA: Quando un punto materiale non è soggetto a forze (non equilibrate) si muove con velocità costante (eventualmente nulla).

Ma... traiettoria, $\bar{r}, \bar{v}, \bar{a}$ dipendono dal sistema di riferimento!

Le leggi della M.C. sono valide solamente nei sistemi di riferimento in cui tutti gli osservatori misurano la medesima accelerazione per un corpo in movimento

### PRIMO PRINCIPIO DELLA DINAMICA

Esiste una classe di sistemi di riferimento (detti INERZIALI) rispetto ai quali un corpo non soggetto a forze, o soggetto a forze con risultante nulla, si muove con velocità costante, i.e. la sua accelerazione è nulla.

Poiché la massa risulta sperimentalmente caratteristica di ciascun corpo, è conveniente assumerla come grandezza fondamentale, con dimensione [M]. Nel SI l'unità di misura è il Kilogrammo (kg) minuscola k

Nel SI la forza è una grandezza DERIVATA. Sulla base della legge di Newton, le sue dimensioni sono

$$[F] = [M L T^{-2}]$$

l'unità di misura è $kg\,m\,s^{-2}$, e prende il nome di Newton (N):

Una forza di 1 N, agendo su un corpo la cui massa è 1 kg, gli imprime un'accelerazione di 1 $m/s^2$.

Nel sistema CGS l'unità di misura della forza è la DINA (dyn).

È anche possibile definire la forza come GRANDEZZA FONDAMENTALE. Questo è ciò che si fa nel SISTEMA PRATICO o DEGLI INGEGNERI. La relativa unità è il KILOGRAMMO-PESO (kgf) definito come il peso del campione di massa conservato a Sèvres in un luogo della Terra in cui $g = 9{,}80665$ $m/s^2$.

OSSERVAZIONI SULLA SECONDA LEGGE

$$\vec{F} = m \cdot \vec{a} = m \cdot \frac{d\vec{v}}{dt} = m \frac{d^2\vec{r}}{dt^2}$$

- è una legge SPERIMENTALE
- introduce la massa, rendendo quantitativo il concetto di inerzia
- definisce la grandezza fisica FORZA
- è una legge VETTORIALE
- apparentemente è una relazione algebrica tra $\vec{F}$ ed $\vec{a}$: in realtà è una complessa equazione differenziale tra $\vec{F}$ e $\vec{v}$, o tra $\vec{F}$ e $\vec{r}$.
- note le leggi della forza, ricavo le leggi del moto.
- e viceversa (misurazione dinamica della forza)
- vale solo nei sistemi di riferimento inerziali e solo se $\vec{v} \ll \vec{c}$

13-03-2008.

QUANTITÀ DI MOTO

Una formulazione moderna dei principi della Dinamica, richiede di introdurre la grandezza

QUANTITÀ DI MOTO $\bar{p} = m\bar{v}$ $[M L T^{-1}]$, ($Kg\, m\, s^{-1}$; $N \cdot s$)

- PRIMO PRINCIPIO DELLA DINAMICA

Esiste una classe di sistemi di riferimento (detti INERZIALI) rispetto ai quali un corpo non soggetto a forze, o soggetto a forze con risultante nulla ha quantità di moto costante.

infatti se $\bar{F} = 0 \rightarrow \Delta p = 0 \rightarrow p = cost$

Se sul punto materiale agiscono forze con risultante NON nulla:

$$\frac{d\bar{p}}{dt} = \frac{d}{dt}(m\bar{v}) = m\bar{a} + \frac{dm}{dt}\bar{v}$$

- SECONDO PRINCIPIO DELLA DINAMICA

In un sistema di riferimento inerziale, ogni volta che un corpo cambia la propria quantità di moto esiste (almeno) una forza responsabile di tale cambiamento. Tra forza risultante e quantità di moto, esiste in ogni istante la relazione:

$$\bar{F}(t) = \frac{d\bar{p}}{dt}$$

$\left(p = m \cdot v = \frac{F}{a} \cdot v = F \cdot \frac{t}{v} \cdot v = F \cdot t\right)$

IMPULSO DI UNA FORZA

L'azione della forza durante un tempo dt provoca una variazione infinitesima della quantità di moto:

$$\bar{F}(t)\, dt = d\bar{p}$$

In termini finiti,

TEOREMA DELL'IMPULSO $\int_0^t \bar{F}(t')\,dt' = \int_{\bar{p}_0}^{\bar{p}} d\bar{p}' = \bar{p} - \bar{p}_0 = \Delta\bar{p}$

Questa è la forma integrale della Seconda Legge.

IMPULSO DI UNA FORZA $\bar{J} = \int_0^t \bar{F}(t')\,dt'$ $(N \cdot s)$

Tuttavia osserviamo che:

1) la FORZA PESO risulta dall'interazione gravitazionale di un corpo con la Terra. L'interazione gravitazionale è l'unica ad avere rilevanza diretta in Meccanica, ne approfondiremo alcuni aspetti in seguito.

2) gli ATTRITI, le TENSIONI DEI FILI, LE FORZE DI CONTATTO in genere, sono dovute dall'interazione elettromagnetica che avviene a livello microscopico, a livello dei costituenti elementari (atomi e molecole)

Inoltre,

1) alcune forze, come il peso, agiscono in modo ATTIVO, mettendo il corpo in movimento o cambiandone la direzione di moto;

2) altre forze limitano il moto o impediscono di accedere a particolari regioni dello spazio; traducono la presenza di VINCOLI e vengono dette REAZIONI VINCOLARI.

APPLICAZIONE DEI PRINCIPI DELLA DINAMICA

La legge $\bar{F} = m\bar{a}$

- permette la misurazione dinamica della forza / della massa;
- permette di ricavare le leggi del moto / le leggi delle forze

In coordinate cartesiane, equivale al sistema di tre equazioni differenziali:

$$F_x(x, y, z; \dot{x}, \dot{y}, \dot{z}; t) = m\ddot{x}$$

$$F_y(x, y, z; \dot{x}, \dot{y}, \dot{z}; t) = m\ddot{y}$$

$$F_z(x, y, z; \dot{x}, \dot{y}, \dot{z}; t) = m\ddot{z}$$

AZIONE DINAMICA DELLE FORZE

In Cinematica abbiamo esaminato alcuni tipi di moto, vediamo ora quali forze li possono produrre.

MOTO RETTILINEO UNIFORME $\bar{v} = \text{costante} \Rightarrow \bar{a} = 0 \Rightarrow \bar{F} = 0$

[N.B. F intesa nel senso di risultante]

## EQUILIBRIO STATICO DEL PUNTO

Se $\bar{F} = \bar{0}$ e il pto ha inizialm. velocità nulla, esso rimane in QUIETE. Sono realizzate le condizioni di EQUILIBRIO STATICO.

$$\bar{F} = \sum_i \bar{F}_i = 0$$

$$\Rightarrow \quad F_x = F_y = F_z = 0$$

$$\Rightarrow \quad \sum_i F_{ix} = 0, \quad \sum_i F_{iy} = 0, \quad \sum_i F_{iz} = 0$$

- FORZA PESO
- REAZIONI VINCOLARI
  - ATTRITO RADENTE
  - TENSIONE DEI FILI
  - PIANO INCLINATO, PENDOLO SEMPLICE
- FORZA DI ATTRITO VISCOSO
- FORZA ELASTICA
- FORZE CENTRIPETE

## LA FORZA PESO

La forza peso, P,

- è la forza responsabile del fatto che tutti i corpi, qualunque sia la loro massa inerziale $m$, assumono la stessa accelerazione, detta ACCELERAZIONE DI GRAVITÀ, diretta verticalmente verso il suolo, il cui modulo vale in media

$$g = 9{,}8 \ m/s^2 \ ;$$

- è un caso di forza COSTANTE, i.e. indipendente da $\bar{r}, \bar{v}, t$.

Essendo $\bar{a} = \bar{g}$, si ha $\bar{F} = m\bar{a} = m\bar{g}$. La forza peso è dunque proporzionale alla massa

$$\bar{P} = m\bar{g}$$

chiama FORZA DI ATTRITO (RADENTE) e il vincolo è detto SCABRO.

## FORZA DI ATTRITO RADENTE

L'esperienza ci mostra che un corpo, una volta messo in movimento su un piano orizzontale, non si muove di moto rettilineo uniforme, ma rallenta, più o meno rapidam., fino ad arrestarsi.

Ciò avviene per una forza che ha la prerogativa di FRENARE I CORPI IN MOVIMENTO. Chiamiamo questa forza ATTRITO (RADENTE)

L'esistenza della forza d'attrito è FONDAMENTALE.

È il componente parallelo al vincolo della reaz. vincolare:

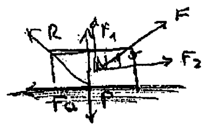
L'attrito radente può essere
- STATICO quando non c'è scorrimento tra il corpo e la superficie su cui è appoggiato
- DINAMICO in tutti gli altri casi

## ATTRITO RADENTE STATICO

Consideriamo un corpo soggetto ad $\bar{F}$ e posto su un piano scabro:

$$\bar{F} = \bar{F}_{\perp} + \bar{F}_{\parallel} = \bar{F}_1 + \bar{F}_2$$

$$F_1 = F \sin\theta \quad , \quad F_2 = F\cos\theta$$




Sperimentalm. si nota che esso non inizia a muoversi fino a che $F_2 > \mu_s N$

dove

$\mu_s$ coeff. di attrito statico

$N$ = modulo del componente NORMALE al piano di appoggio della reazione vincolare.

In condiz. di eq. statico è

$$\bar{R} + \bar{P} + \bar{F} = \bar{0}$$

Scegliendo un riferimento cartesiano t.c.

$$\bar{F} = F_2 \bar{u}_x + F_1 \bar{u}_y \quad , \quad \bar{R} = F_{as} \bar{u}_x + N \bar{u}_y$$

14-03-2008

## ATTRITO (RADENTE) DINAMICO

Quando $F_2 > \mu_s N$, il corpo entra in movimento lungo il piano e si osserva che si oppone al moto la

FORZA DI ATTRITO RADENTE DINAMICO (forza che si oppone al moto)

$F_{ad} = \mu_d N$

dove $\mu_d$ = coeff. di attrito dinamico ($\mu_d < \mu_s$)
$N$ = modulo del componente NORMALE al piano di appoggio della reazione vincolare.

L'equazione del moto, proiettata sugli assi cartesiani, è

$$N = P - F_1 = P - F \sin\theta$$
$$F_2 - F_{ad} = F\cos\theta - \mu_d N = m a$$

La forza di AD ha verso contrario alla direzione del moto e quindi al versore della velocità. Vettorialmente

FORZA DI ATTRITO RADENTE DINAMICO $\underline{\overline{F}_{ad} = -\mu_d N \overline{u}_v}$ $\quad \overline{u}_v = \frac{\overline{v}}{|v|}$

### COEFFICIENTI DI ATTRITO

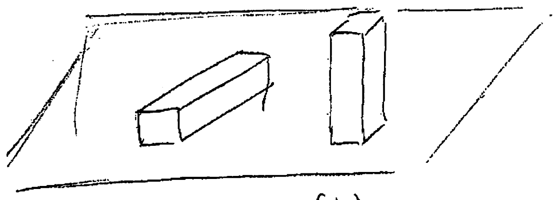
- COEFFICIENTE DI ATTRITO STATICO
$\mu_s$, per una data coppia di superfici, è il rapporto tra la massima intensità della forza di attrito statico e l'intensità della forza normale.

- COEFFICIENTE DI ATTRITO DINAMICO
$\mu_d$, per una data coppia di superfici, è il rapporto tra la massima intensità della forza di attrito dinamico e l'intensità della forza normale.

Sia $\mu_s$ che $\mu_d$ sono costanti ADIMENSIONALI

La superficie totale di contatto effettivo è dunque indipendente da S e dipendente da N

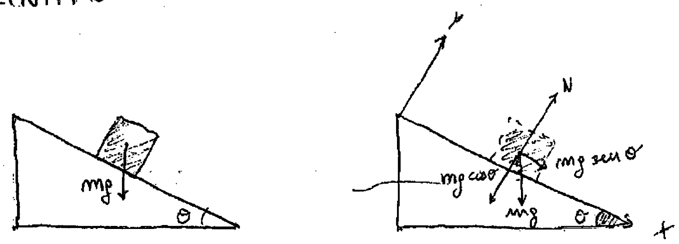
In questi due casi, l'area di contatto effettivo è la stessa perché è la stessa la forza premente N:




(a) molti punti di contatto, poco deformati,
(b) pochi punti di contatto, molto deformati

Le forze di attrito radente sono sempre presenti, per quanto si possa pensare di ridurle.
Quello di superficie di scorrimento liscia è un caso limite semplificato.

PIANO INCLINATO




PIANO INCLINATO LISCIO

$\bar{P} + \bar{R} = m\bar{a}$

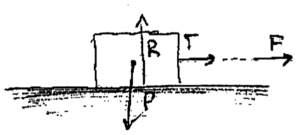
$N - mg\cos\theta = 0 \implies N = mg\cos\theta$

$mg\sin\theta = ma \implies a = g\sin\theta < g$

ESEMPIO p. 54

## TENSIONE DEI FILI

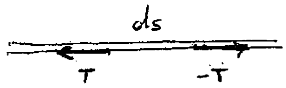
Una forza applicata può agire su un corpo direttamente, oppure tramite un filo.




Il filo risulta allora teso e la forza, con direzione lungo il filo teso, che esso esercita sul punto materiale è detta TENSIONE DEL FILO.

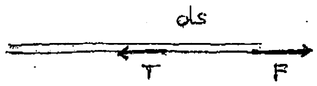
Supponiamo che il filo sia:
- INESTENSIBILE (sempre)
- DI MASSA TRASCURABILE (per il momento)

Consideriamo un elemento infinitesimo di un filo teso, in quiete:



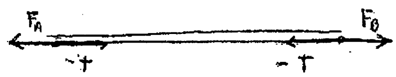

(a)

(a) la condizione di equilibrio statico impone che $\bar{T} = \bar{T}_1 = -\bar{T}_2$




(b)

(b) ad un estremo $\bar{T} = -\bar{F}$

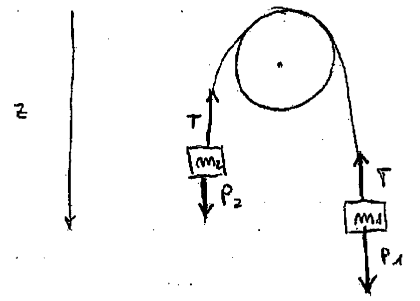



(c)

(c) per il filo nel suo insieme $\bar{F}_A = \bar{F}_B$

[ Un filo ideale si limita a trasmettere la forza applicata da un estremo all'altro.

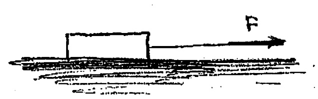
$$a = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} g \qquad T = \frac{2 m_1 m_2}{m_1 + m_2} g$$

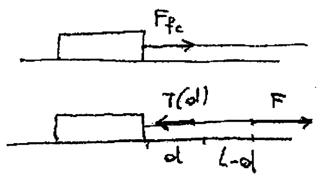



FILI INESTENSIBILI CON MASSA NON TRASCURABILE

$m_f$ non trascurabile $\Rightarrow \bar{T}_1 + \bar{T}_2 = m_f \bar{a} \neq \bar{0} \Rightarrow \bar{T}_1 \neq -\bar{T}_2$

filo omogeneo $\Rightarrow \lambda = \frac{m_f}{L}$




Sistema corpo + filo : $M = m + m_f$

$$\bar{F} = M\bar{a} = (m + m_f)\bar{a} \Rightarrow a = \frac{F}{m + m_f}$$

Corpo soggetto a $F_{fc}$ applicato dal filo

$$\bar{F}_{fc} = m\bar{a} \Rightarrow F_{fc} = ma = m \cdot \frac{F}{m + m_f}$$

Tratto L-d di filo a distanza d dal punto di attacco al corpo:

$$\bar{F} + \bar{T} = \lambda(L-d)\bar{a} \Rightarrow F - T(d) = \lambda(L-d)a = \lambda(L-d)\frac{F}{m + m_f}$$

$$\Rightarrow T(d) = F - \lambda(L-d)\frac{F}{m + m_f} = a(m + m_f) - \lambda(L-d)a =$$

$$= a\left[m + m_f - \frac{m_f}{L}(L-d)\right] = a\left(m + m_f\frac{d}{L}\right)$$

La tensione T cresce linearmente con la coordinata d:

$T(d) = a\left(m + m_f\frac{d}{L}\right)$

$T(0) = ma = m\frac{F}{m + m_f}$

$T(L) = (m + m_f)a = F$

- EQUAZIONE DIFFERENZIALE DEL MOTO DEL PENDOLO

$$R_T = -mg \sin\vartheta = m a_T \quad \Rightarrow \quad \frac{d^2\vartheta}{dt^2} = -\frac{g}{l} \sin\vartheta$$

- EQUAZIONE DEL MOTO PROIETTATA SULLA NORMALE ALLA TRAIETTORIA

$$R_N = T_F - mg \cos\vartheta = m a_N \quad \Rightarrow \quad m\frac{v^2}{l} = T_F - mg \cos\vartheta$$

Per risolvere la

EQUAZIONE DIFFERENZIALE DEL MOTO DEL PENDOLO $\frac{d^2\vartheta}{dt^2} = -\frac{g}{l} \sin\vartheta$

conviene considerare piccoli valori di $\vartheta$

$$\sin\vartheta = \vartheta - \frac{\vartheta^3}{3!} + \dots$$

ottenendo

EQUAZIONE DIFFERENZIALE NEL LIMITE DI PICCOLE OSCILLAZIONI:

$$\frac{d^2\vartheta}{dt^2} = -\frac{g}{l}\vartheta \longrightarrow \frac{d^2\vartheta}{dt^2} + \frac{g}{l}\vartheta = 0$$

LEGGE ORARIA NEL LIMITE DI PICCOLE OSCILLAZIONI

$$\vartheta(t) = \vartheta_0 \sin(\omega t + \phi), \qquad \omega^2 = \frac{g}{l}$$

$$\Downarrow$$

$$s = L\vartheta = L\vartheta_0 \sin(\omega t + \phi)$$

VELOCITÀ ANGOLARE $\quad \frac{d\vartheta}{dt} = \omega\vartheta_0 \cos(\omega t + \phi)$

VELOCITÀ SCALARE $\quad v_s = \frac{ds}{dt} = L\frac{d\vartheta}{dt} = L\omega\vartheta_0 \cos(\omega t + \phi)$

La velocità è massima quando il punto passa per la verticale ($\vartheta = 0$); è nulla agli estremi delle oscillazioni ($\vartheta = \vartheta_0$), dove il verso del moto si inverte.

In conclusione,

- il moto del pendolo semplice è oscillatorio ARMONICO quando l'ampiezza delle oscillazioni è tale che

$$\sin\vartheta \approx \vartheta \qquad (\vartheta \lesssim 10°),$$

## FORZA DI ATTRITO VISCOSO

In casi particolari, con il corpo di FORMA SEMPLICE, con BASSA VELOCITÀ, e in assenza di turbolenze (MOTO LAMINARE), la RdM è ben approssimata dalla

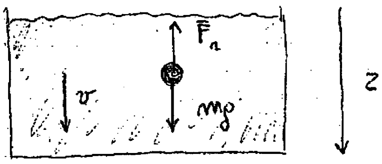
LEGGE DI STOKES $\bar{F}_R = -b\bar{v}$

$$\bar{F}_R = -b\bar{v} \Rightarrow \bar{a} = -\frac{b}{m}\bar{v}$$

La costante b dipende dalla FORMA del corpo e dalle caratteristiche del mezzo fluido (coefficiente di VISCOSITÀ $\mu$). Nel caso di una SFERA DI RAGGIO R.

$$b = 6\pi R \eta$$ eta

## CADUTA DI UN GRAVE IN PRESENZA DI ATTRITO VISCOSO




$$\bar{P} + \bar{F}_{av} = m\bar{a}$$

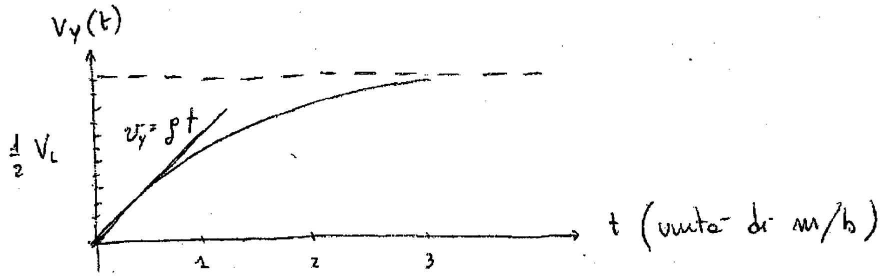
$$m\bar{g} - b\bar{v} = m\frac{d\bar{v}}{dt}$$

per $t = t_0 = 0 \qquad z = 0 \qquad v_0 = 0$

$$\frac{dv}{dt} = g - \frac{b}{m}v \longrightarrow \frac{dv}{g - \frac{b}{m}v} = dt$$

$$\int_0^v \frac{dv'}{g - \frac{b}{m}v'} = \int_0^t dt' \longrightarrow -\frac{m}{b}\left[\log\left(g - \frac{b}{m}v'\right)\right]_0^v = t$$

$$\log\frac{g - \frac{b}{m}v}{g} = -\frac{b}{m}t \longrightarrow v(t) = \frac{mg}{b}\left[1 - \exp\left(-\frac{b}{m}t\right)\right]$$

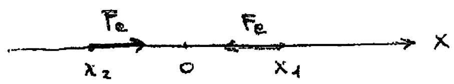



La forza di attrito viscoso si oppone all'aumento di velocità, rendendo, PER GRANDI VALORI DI t, il moto uniforme:

la velocità tende al valore limite $v_L = \frac{mg}{b}$

## FORZA ELASTICA

Si definisce FE (unidimensionale) una forza
- di direzione costante,
- un verso rivolto sempre ad un pto O, chiamato centro
- di modulo proporzionale alla distanza da O




LEGGE DI HOOKE $\quad \bar{F}_e = -Kx\,\bar{u}_x$

dove $\bar{u}_x$ : versore dell'asse lungo cui agisce la forza
$k\,(>0)$ : costante elastica o costante di rigidità $\quad (N/m)$

Consideriamo il moto di un punto materiale avente $\bar{v}_0 \parallel \bar{u}_x$ e soggetto ad $F_e$. La sua accelerazione è

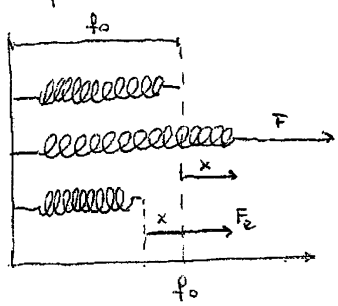
$$a = \frac{F_e}{m} = -\frac{k}{m}x$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} = a = \frac{F_e}{m} = -\frac{k}{m}x \equiv -\omega^2 x$$

il moto è armonico semplice, con pulsazione $\omega$ e periodo T:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \qquad T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

Una forza elastica viene praticamente applicata tramite una molla:




$l_0$ : lunghezza a riposo

$x = (l - l_0)$ : deformazione

LEGGE DI HOOKE PER UNA MOLLA IDEALE

$\bar{F}_e = -k(l - l_0)\,\bar{u}_x = -Kx\,\bar{u}_x$

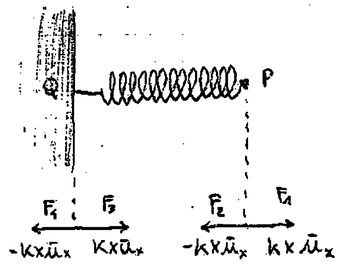
28-03-2008

Analisi delle forze in una molla tesa:

$\bar{F}_1$ = forza esterna

$\bar{F}_2, \bar{F}_3$ : forze elastiche dovute alla deformazione della molla

$\bar{F}_4$ : reazione vincolare nel punto di aggancio




Analisi delle forze in una molla tesa:
i punti P e Q sono fermi (equilibrio) => il risultato delle forze applicate a ciascun punto è nullo:

in P: $\bar{F}_1 = -\bar{F}_2$ in Q: $\bar{F}_4 = -\bar{F}_3$.

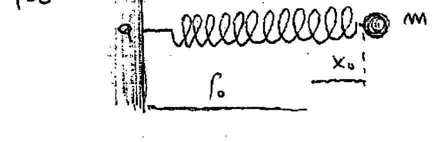
La molla è ferma => è nullo il risultante delle forze applicate:

$\underline{F_1 = -F_4}$

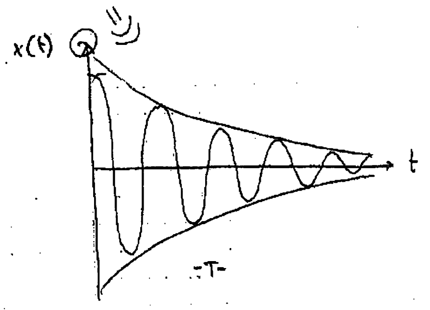
Da cui segue $\bar{F}_2 = -\bar{F}_3$

<u>Osservaz</u>: per deformare di una quantità x una molla LIBERA ad entrambi gli estremi, dobbiamo applicare due forze uguali e contrarie di modulo pari a $kx$.

CASO DINAMICO: molla vincolata in Q, punto materiale di massa m fissato all'estremità libera:




$$m \frac{d^2x}{dt^2} = -kx \Rightarrow \quad x = A \sin(\omega t + \phi), \qquad \omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$



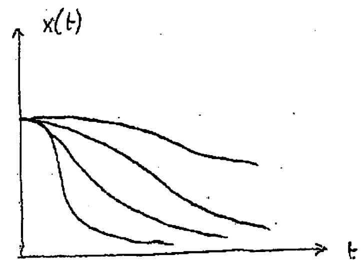

La soluzione trovata non rappresenta un moto periodico: tuttavia è possibile definire uno PSEUDOPERIODO T e una pulsazione $\omega$:

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \frac{b^2}{4m^2}}$$

$b^2 - 4mk > 0$ : moto supercritico o sovrasmorzato

$\lambda_{1,2}$ reali e negative

$$x(t) = C_1 e^{\lambda_1 t} + C_2 e^{\lambda_2 t}$$




OSSERVAZ: nelle tre soluzioni il modulo dello spostamento dalla posizione di equilibrio diminuisce con legge esponenziale e si annulla dopo alcuni multipli del tempo caratteristico $T = \frac{2m}{b}$

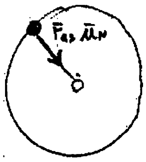
$b^2 - 4mk = 0$ : smorzamento critico

$\lambda_{1,2} = \lambda = -\frac{b}{2m}$ reali, negative e coincidenti

$$x(t) = (C_1 + C_2)\, t \cdot e^{\lambda t}$$

$$\bar{R} = \bar{R}_N + \bar{R}_\tau = F_{as}\,\bar{u}_N + N\,\bar{u}_z$$

N.B. $\bar{R}_N$ è una forza di attrito statico (perché non cambia il raggio)




$$F_{as} = m\frac{v_s^2}{\rho}$$

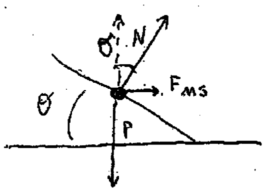
$$F_{as}^{max} = \mu_s N = \mu_s m g \quad \Rightarrow \quad \mu_s m g = m\frac{v_{max}^2}{\rho}$$

$$v_{max} = \sqrt{\mu_s g \rho}$$

$\mu_s = 0.5$, $\rho = 30$ m $\Rightarrow$ $v_{max} \simeq 12$ m/s $\simeq 44$ Km/h

CURVA SU STRADA SOPRAELEVATA

Determinare le condizioni in cui un'auto con velocità orizzontale $\bar{v}$ può affrontare una curva soprelevata in modo da percorrerla con moto circolare uniforme.




$$N\cos\theta = mg$$
$$N\sin\theta = m\frac{v^2}{\rho}$$

$$N = \frac{mg}{\cos\theta}$$
$$\tan\theta = \frac{v^2}{g\rho}$$

$\theta$ è l'angolo di inclinazione trasversale che elimina la necessità di attrito.

Per $\theta = 30°$ e $\rho = 30$ m, il punto resta a QUOTA FISSA entrando in curva con $v \simeq 13$ m/s $\simeq 47$ Km/h.

La reazione N ha valore maggiore di quello ($mg\cos\theta$) trovato per il piano inclinato.

Torniamo sul concetto di

EQUILIBRIO DINAMICO

Si ha ED nei casi in cui, in presenza di forze, il moto avviene con velocità costante IN MODULO.

- se si tratta di moto rettilineo, ciò è possibile solo se $\vec{F}_{ris} = 0$
- se il moto è curvilineo, basta che sia $\vec{F}_T = \vec{0}$, cioè che la forza risultante sia CENTRIPETA (moto circolare uniforme).

$Oxyz$ : $S_A$ sistema ASSOLUTO o FISSO $\Rightarrow \bar{u} \neq \bar{u}(t)$

$O'x'y'z'$ : $S_R$ sitema RELATIVO o MOBILE $\Rightarrow \bar{u}' = \bar{u}'(t)$

OBIETTIVO: ricavare la relazione tra $\bar{r}, \bar{v}$ ed $\bar{a}$ del punto materiale P, misurate da un osservatore solidale con $S_A$ e le corrispondenti grandezze misurate da un osservatore solidale con $S_R$.

In generale, il moto relativo tra i 2 sistemi è riconducibile ad una ROTOTRASLAZIONE:

$$\frac{d\bar{u}_i}{dt} = \bar{\omega} \times \bar{u}_i \qquad i = x, y, z$$

NEL SISTEMA FISSO:

$$\bar{r}(t) \equiv \overline{OP}(t) = x\bar{u}_x + y\bar{u}_y + z\bar{u}_z$$

$$\bar{v}_A \equiv \frac{d\bar{r}}{dt} = \frac{dx}{dt}\bar{u}_x + \frac{dy}{dt}\bar{u}_y + \frac{dz}{dt}\bar{u}_z$$

NEL SISTEMA MOBILE:

$$\bar{r}'(t) \equiv \overrightarrow{O'P}(t) = x'\bar{u}_{x'} + y'\bar{u}_{y'} + z'\bar{u}_{z'}$$

$$\bar{v}_R \equiv \frac{d\bar{r}'}{dt} = \frac{dx'}{dt}\bar{u}_{x'} + \frac{dy'}{dt}\bar{u}_{y'} + \frac{dz'}{dt}\bar{u}_{z'}$$

MOTO RELATIVO DEI DUE SISTEMI DI RIFERIMENTO

$$\overline{OO'}(t) = x_{O'}\bar{u}_x + y_{O'}\bar{u}_y + z_{O'}\bar{u}_z$$

$$\bar{v}_{O'} \equiv \frac{d\overline{OO'}}{dt} = \frac{dx_{O'}}{dt}\bar{u}_x + \frac{dy_{O'}}{dt}\bar{u}_y + \frac{dz_{O'}}{dt}\bar{u}_z$$

...

$$\bar{r} = \overline{OO'} + \bar{r}'$$

$$\bar{v}_A \equiv \frac{d\bar{r}}{dt} = \frac{d\overline{OO'}}{dt} + \frac{d\bar{r}'}{dt} = \bar{v}_{O'} + \frac{d}{dt}\left(x'\bar{u}_{x'} + y'\bar{u}_{y'} + z'\bar{u}_{z'}\right) =$$

$$= \bar{v}_{O'} + \bar{v}_R + x'\frac{d\bar{u}_{x'}}{dt} + y'\frac{d\bar{u}_{y'}}{dt} + z'\frac{d\bar{u}_{z'}}{dt} =$$

$$= \bar{v}_{O'} + \bar{v}_R + x'(\bar{\omega} \times \bar{u}_{x'}) + y'(\omega \times \bar{u}_{y'}) + z'(\omega \times \bar{u}_{z'}) =$$

$$= \bar{v}_{O'} + \bar{v}_R + \omega \times \left(x'\bar{u}_{x'} + y'\bar{u}_{y'} + z'\bar{u}_{z'}\right) =$$

$$= \bar{v}_{O'} + \bar{v}_R + \omega \times \bar{r}'$$

Tutti i punti solidali con $S_R$ si muovono rispetto ad $S_A$ di moto circolare con la medesima velocità angolare $\omega(t)$, descrivendo circonferenze, di asse eventualmente variabile nel tempo, ma PASSANTE PER O',
$\bar{v}_t$ dipende dalla posizione $\bar{r}'$.

In generale si ha un moto di ROTOTRASLAZIONE, caratterizzato dai due vettori $\bar{v}_{O'}$ e $\omega$:

L'ASSE ISTANTANEO di rotazione è il ~~loro~~ luogo dei punti solidali con $S_R$ la cui velocità (di trascinamento) è uguale a $\bar{v}_{O'}$.

- Nel sistema fisso

$$\bar{r}(t) \equiv \overline{OP}(t) = x\,\bar{u}_x + y\,\bar{u}_y + z\,\bar{u}_z$$

$$\bar{a}_A \equiv \frac{d\bar{v}_A}{dt} = \frac{d^2\bar{r}}{dt^2}$$

- Nel sistema mobile

$$\bar{r}'(t) \equiv \overline{O'P}(t) = x'\bar{u}_{x'} + y'\bar{u}_{y'} + z'\bar{u}_{z'}$$

$$\bar{a}_R \equiv \frac{d\bar{v}_R}{dt} = \frac{d^2\bar{r}'}{dt^2}$$

- Nel moto relativo dei due sistemi di riferimento

$$\overline{OO'}(t) = x_{O'}\bar{u}_x + y_{O'}\bar{u}_y + z_{O'}\bar{u}_z$$

$$\bar{a}_{O'} \equiv \frac{d\bar{v}_{O'}}{dt} = \frac{d^2\overline{OO'}}{dt^2}$$

TEOREMA DELLE VELOCITÀ RELATIVE: $\bar{v}_A = \bar{v}_{O'} + \bar{v}_R + \omega \times \bar{r}'$

$$\frac{d\bar{r}'}{dt} = \bar{v}_R + \omega \times \bar{r}'$$

$$\bar{a}_A = \frac{d\bar{v}_A}{dt} = \frac{d\bar{v}_{O'}}{dt} + \frac{d\bar{v}_R}{dt} + \frac{d}{dt}\omega \times \bar{r}' + \omega \times \frac{d\bar{r}'}{dt} =$$

$$= \bar{a}_{O'} + \frac{d}{dt}\left(x'\bar{u}_{x'} + y'\bar{u}_{y'} + z'\bar{u}_{z'}\right) + \frac{d}{dt}\omega \times \bar{r}' + \omega \times \frac{d\bar{r}'}{dt} =$$

$$= \bar{a}_{O'} + \bar{a}_{R'} + \omega \times \bar{v}_R + \alpha \times \bar{r}' + \omega \times \bar{v}_R + \omega \times (\omega \times \bar{r}') =$$

$$= \bar{a}_{O'} + \bar{a}_R + \omega \times (\omega \times \bar{r}') + \alpha \times \bar{r}' + 2\omega \times \bar{v}_R$$

EQUAZIONI DI TRASFORMAZIONE DI GALILEO

$$\bar{r}' = \bar{r} - \overline{OO'} = \bar{r} - \bar{v}_{O'} t \implies \begin{cases} x' = x - v_{O'} t \\ y' = y \\ z' = z \\ t' = t \end{cases}$$

LEGGE DI COMPOSIZIONE CLASSICA DELLA VELOCITÀ

$$\bar{v}_A = \bar{v}_R + \bar{v}_O \implies \begin{cases} v_{Ax} = v_{Rx} + v_{O'} \\ v_{Ay} = v_{Ry} \\ v_{Az} = v_{Rz} \end{cases}$$

$$\bar{a}_A = \bar{a}_R$$

l'ACCELERAZIONE è INVARIANTE per TRASFORMAZIONI DI GALILEO.

DINAMICA DEI MOTI RELATIVI

- la forza è un vettore (o meglio, un campo vettoriale), che descrive l'azione fisica che l'ambiente esercita su un corpo.
- L'idea di forza è associata all'idea di una causa che determina una variazione dello stato di moto del corpo
- Il concetto dinamico di forza è strettam. associato al concetto cinematico di accelerazione
- legge di Newton = $\bar{F} = m \cdot \bar{a}$

L'acceleraz. è invariante per trasformazioni di Galileo: Allora anche la legge di Newton è invariante per TdG

$$\bar{F}_A = m\bar{a}_A = m\bar{a}_R$$

In particolare, in $S_A$ vale il principio d'inerzia $\bar{a}_A = \bar{0} \implies \bar{F}_A = \bar{0}$

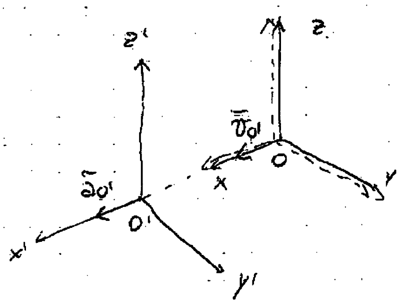
Definito quindi il SISTEMA INERZIALE $S_A$, tutti quelli in moto rettilineo uniforme rispetto ad esso sono INERZIALI.

meccanismi fisici di base

- in un SNI la descrizione è più complicata e richiede di introdurre pseudoforze
- a volte è utile riferirsi ad un SNI (e.g., sistemi di punti).

MOTO DI TRASCINAMENTO RETTILINEO UNIFORMEMENTE ACCELERATO

- $\bar{a}_t = \bar{a}_{O'} =$ costante
- $\bar{v}_{O'} = \bar{v}_{O'\,iniz} + \bar{a}_t t$

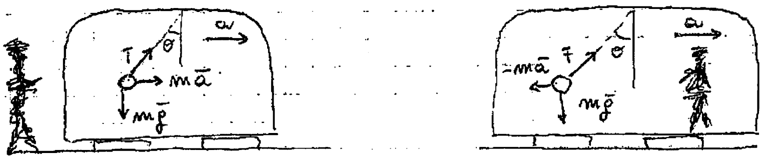



$\bar{r}' = \bar{r} - \overline{OO'}$

$\bar{v}_R = \bar{v}_A - \bar{v}_{O'}$

$\bar{a}_R = \bar{a}_A - \bar{a}_{O'} \neq \bar{a}_A$

la dinamica di un treno accelerato




(a) $\bar{T} + m\bar{g} = m\bar{a}$ $\qquad$ $\bar{T} + m\bar{g} = m\bar{a} = 0$ (b)

(a) NEL SISTEMA INERZIALE DEL BINARIO:

- il punto si muove con accelerazione $\bar{a}$,
- $\bar{T} + m\bar{g} = m\bar{a} \Rightarrow T\sin\theta = ma$, $T\cos\theta = mg$, $\tan\theta = \frac{a}{g}$
- l'accelerazione è fornita dalla componente orizzontale di $\bar{T}$

(b) NEL SISTEMA NON INERZIALE DEL VAGONE:

- il punto è fermo
- $\bar{T} + m\bar{g} + \bar{F}_t = \bar{0} \Rightarrow \bar{F}_t = -m\bar{a}$, $a = g\tan\theta$
- le forze vere sono equilibrate dalla forza apparente
- se $\bar{a} \propto -\bar{u}_x \Rightarrow \theta < 0$; se $\bar{a} = \bar{0} \Rightarrow \theta = 0$

NEL SISTEMA NON INERZIALE DELLA PIATTAFORMA

- il punto è fermo
- $\bar{T} + \bar{F}_{centr} = \bar{0} \Rightarrow \bar{F}_{centr} = m\omega^2 r \bar{u}_r$
- la forza centrifuga è una forza APPARENTE
- Se taglio il filo $\Rightarrow$ moto curvilineo "dovuto" a $\bar{F}_{centr}$ e a $\bar{F}_{co}$

IL MOTO RISPETTO ALLA TERRA

Un sistema di riferimento con
- ORIGINE nel centro di massa del Sistema Solare
- ASSI diretti verso determinate stelle fisse

è, con ottima approssimazione, un sistema inerziale, come lo sono tutti quelli in moto rettilineo uniforme rispetto ad esso.

LA TERRA NON È UN SISTEMA DI RIFERIMENTO INERZIALE COME NON LO È NESSUN SISTEMA AD ESSA SOLIDALE.

MOTO RISPETTO ALLA TERRA

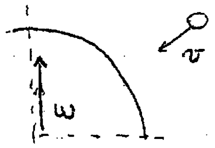
- Moto di rotazione: in senso antiorario (da Ovest verso Est), attorno ad un asse inclinato di 23,5° e passante per i poli Nord e Sud. Dura circa 24 ore.
- Moto di rivoluzione: il moto orbitale ... ?

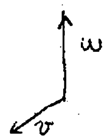
Un SdR solidale alla Terra ha un moto di ROTOTRASLAZIONE rispetto ad un sistema inerziale.

- Nelle misure terrestri (sistema di laboratorio) compaiono allora termini correttivi dovuti alle forze apparenti
- le correzioni hanno un'importanza che è in relazione con le misure e la precisione voluta.

APPROSSIMIAMO LA TERRA CON UNA SFERA DI RAGGIO $R = 6.37 \cdot 10^6\, m$

$\omega_{rotazione} = 7.29 \cdot 10^{-5}\, rad/s$



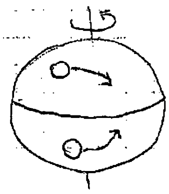




$\bar F_{co} \propto -\omega \times v$ $\otimes \longrightarrow$ significa che il vettore NON appartiene al piano (la $F_{co}$ e' entrante)

$\bar\rho_0 = \bar\rho_T + \omega \times (\omega \times \bar R) - 2\omega \times \bar v_T$

$-\omega \times \bar v_T$ e' tangente ad un parallelo ed e' diretto verso Est in ambedue gli emisferi.

L'effetto combinato delle due pseudoforze su un corpo in caduta è di deviarlo, dalla direzione radiale, verso SUD-EST nell'emisfero settentrionale, verso NORD-EST in quello meridionale:



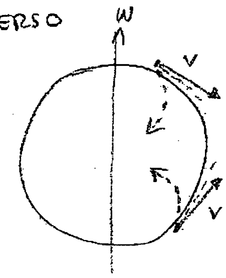
$x_{cadu} = 3,45 \cdot 10^{-3}\, h \cos\theta \sin\theta$ m

$x_{co} = 2,2 \cdot 10^{-5}\, h^{3/2} \cos\theta$ m

$h = 100$ m e $\theta = 45° \Rightarrow x_{cadu} \simeq 17,3$ cm, $x_{co} \simeq 1,6$ cm

È altrettanto interessante il caso in cui il corpo si muove lungo la superficie terrestre

- IL MOTO VIENE DEVIATO VERSO DESTRA NELL'EMISFERO NORD E VERSO SINISTRA NELL'EMISF. SUD




- LA DEVIAZIONE E' MASSIMA AI POLI e NULLA ALL'EQUATORE

Effetti:

* Artiglieria a lunga gittata
* Erosione dei fiumi
* Rotaie ferroviarie

10-04-2008

GRAVITAZIONE:

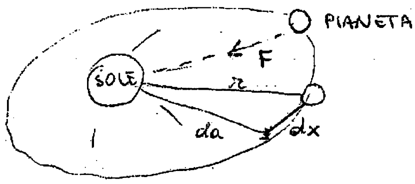
- La forza gravitazionale è la meno intensa tra quelle fondamentali. I suoi effetti diventano apprezzabili solo quando la massa di almeno uno dei corpi interagenti ha valori confrontabili con quelli delle masse delle stelle e dei pianeti.

- Gli sviluppi storici che hanno condotto alla formulazione analitica della legge di gravitazione sono un esempio di come si possa comprendere un fenomeno partendo dalle osservazioni sperimentali.

Le premesse dell'opera di Newton:
"If I have seen further it is by standing on the shoulders of giants"

LE LEGGI DI KEPLERO

Schematizzando Sole e pianeti come punti materiali;



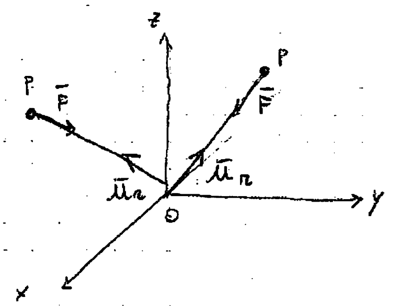

- Prima legge di Keplero
Le orbite descritte dai pianeti intorno al Sole sono ellissi di cui il Sole occupa uno dei fuochi.

- Seconda legge di Keplero
Il raggio vettore che congiunge il centro del Sole col centro di ogni pianeta spazza aree proporzionali ai tempi impiegati a descriverle

- Terza legge di Keplero
Il quadrato del periodo di rivoluzione di ogni pianeta è proporzionale al cubo del semiasse maggiore dell'orbita.

$$T^2 = Ka^3$$

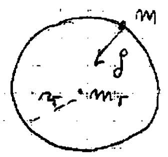
$\bar{F}(\bar{r}) = F(r)\,\bar{u}_r$




- $F(r) < 0$; FORZA ATTRATTIVA
- $F(r) > 0$; FORZA REPULSIVA

INTERAZIONE GRAVITAZIONALE E FORZA PESO

la l.d.GU. deve valere anche per un corpo di massa m posto sulla Terra




$\bar{F} = -\gamma \dfrac{m_T \cdot m}{r_T^2}\,\bar{u}_r$ $\qquad$ $\bar{P} = m \cdot \bar{g}$

MASSA GRAVITAZIONALE E MASSA INERZIALE

forza gravitazionale $\bar{F} = -\gamma \dfrac{m_{T,G}}{r_T^2}\, m_G \cdot \bar{u}_r$ $\qquad$ $m_G$ = massa gravitaz.

legge della dinamica $\bar{F} = m_I \bar{a} \Rightarrow \bar{P} = m_I \bar{g}$ $\qquad$ $m_I$ = massa inerziale

A priori non c'è nessuna ragione per cui la massa gravitazionale $m_G$ debba essere uguale alla massa inerziale $m_I$.

$$m_I g = \gamma \frac{m_{T,G}}{r_T^2}\, m_G \Rightarrow g = \gamma\left(\frac{m_{T,G}}{r_T^2}\right)\frac{m_G}{m_I}$$

Sperimentalmente, in uno stesso luogo, $g$ non dipende dal corpo
$\Rightarrow$ $m_I$ e $m_G$ sono per lo meno proporzionali

Scegliendo lo STESSO CAMPIONE sia per la $m_I$ che per $m_G$, caratterizza entrambe le proprietà con lo stesso valore m, massa.

# ENERGIA E LAVORO

Il concetto di ENERGIA è tra "i più fondamentali" esistenti in Fisica.

- Viene introdotto a partire dalla definizione di LAVORO delle forze
- si presenta, in Meccanica nelle forme di ENERGIA CINETICA e di ENERGIA POTENZIALE
- ha carattere più ampio di quello meccanico

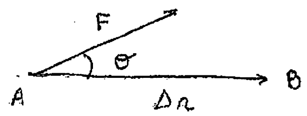
Il lavoro è uno dei modi attraverso i quali possono avvenire le trasformazioni energetiche.

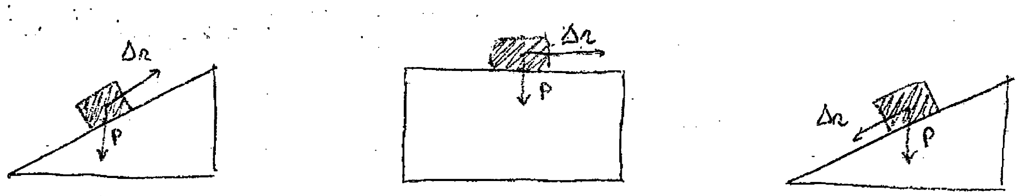
Le relazioni tra lavoro e energia e la conservazione dell'energia meccanica sono strumenti importanti per lo studio di molti problemi di Meccanica, spesso più convenienti di quelli basati sulla soluzione diretta delle equazioni della Dinamica.

## LAVORO DI UNA FORZA

Data $\bar{F}$ tale che $\bar{F} \neq \bar{F}(r)$ e $\bar{F} \neq \bar{F}(t)$, se il punto materiale su cui agisce si sposta di $\Delta \bar{r} \equiv \overline{AB}$, definiamo

LAVORO DELLA FORZA F $\quad L_{AB} = \bar{F} \cdot \overline{AB} \equiv \bar{F} \cdot \Delta \bar{r} = F \cdot \Delta r \cos\theta$




$L < 0$ $\qquad$ $L = 0$ $\qquad$ $L > 0$

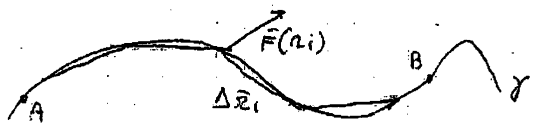
lavoro resistente $\qquad$ lavoro motore

$[L] = [M \cdot L^2 T^{-2}]$

Nel SI il lavoro si misura in Joule (J), nel CGS in erg

11-04-2008 LAVORO DI UNA FORZA

La definizione può essere estesa da $\bar{F} = \bar{F}(\bar{r})$:




$$L_{AB} \simeq \sum_i \bar{F}(\bar{r}_i) \cdot \Delta\bar{r}_i$$

Passando da spostamenti finiti $\Delta\bar{r}_i$ a spostamenti infinitesimi $d\bar{r}$ e definendo il lavoro elementare $\delta L = \bar{F}(\bar{r}) \cdot d\bar{r}$ si ha la

DEFINIZIONE DEL LAVORO DI UNA FORZA

$$L_{AB} = \int_{A\gamma}^{B} \bar{F}(\bar{r}) \cdot d\bar{r} = \int_{A\gamma}^{B} \bar{F}(\bar{r}) \cos\theta \, d\bar{r} = \int_{A\gamma}^{B} F_T \, dr$$

(definiz. che dobbiamo dare all'esame)

$$\bar{F} = \bar{F}_1 + \bar{F}_2 + \ldots + \bar{F}_N = \sum_{i=1}^{N} \bar{F}_i$$

$$L_{AB} = \int_{A\gamma}^{B} \bar{F}(\bar{r}) \cdot d\bar{r} = \int_{A\gamma}^{B} \sum_{i=1}^{N} \bar{F}_i \cdot d\bar{r} = \sum_{i=1}^{N} \int_{A\gamma}^{B} \bar{F}_i \, d\bar{r} = \sum_{i=1}^{N} L_{AB,i}$$

In componenti cartesiane $\delta L = F_x dx + F_y dy + F_z dz$

$$L_{AB} = \int_{A\gamma}^{B} (F_x dx + F_y dy + F_z dz) = \int_{x_{A\gamma}}^{x_B} F_x dx + \int_{y_{A\gamma}}^{y_B} F_y dy + \int_{z_{A\gamma}}^{z_B} F_z dz$$

N.B. $\delta L \neq dL$. $\delta L$ non è un differenziale esatto: in generale non esiste $f(x,y,z)$ t.c.

$$F_x = \frac{\partial f}{\partial x}, \quad F_y = \frac{\partial f}{\partial y}, \quad F_z = \frac{\partial f}{\partial z}$$

POTENZA

Data una forza $\bar{F}$ che compie un lavoro $L$ in un intervallo di tempo $\Delta t$, si definiscono

POTENZA MEDIA $P_{media} = \frac{L}{\Delta t}$

POTENZA ISTANTANEA: $P = \frac{\delta L}{dt} = \frac{\bar{F} \cdot d\bar{r}}{dt} = \bar{F} \cdot \bar{v}$

Riassumendo...

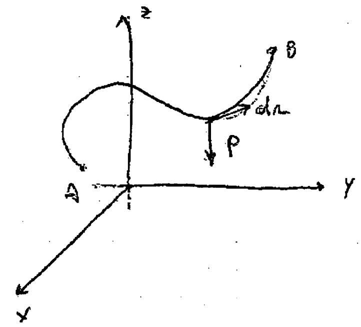
- Il lavoro è manifestazione di una forza, e conseguenza dell'interazione tra sistema e ambiente circostante. Si parla di LAVORO SCAMBIATO, mai di lavoro posseduto da un sistema.
- Abbiamo introdotto il concetto di ENERGIA cinetica. Si parla di energia posseduta da un sistema; essa misura la capacità del sistema di compiere lavoro.
- L'energia posseduta da un sistema viene modificata dall'interazione con l'ambiente esterno => variazione di energia
- Nelle leggi compaiono le variazioni di energia.

Riassumendo...

... il lavoro è un modo per trasferire da un corpo all'altro o convertire energia da una forma all'altra.

Oss. Il teorema delle forze vive vale solo per i corpi puntiformi o per i corpi estesi rigidi che in ogni loro parte sono animati da un moto di uguali caratteristiche.

LAVORO DELLA FORZA PESO




$\bar{P} = (0, 0, -mg)$

$d\bar{r} = (dx, dy, dz)$

$\bar{P} \cdot d\bar{r} = -mg\, dz$

$$L_{AB} = \int_{A\gamma}^{B} \bar{P}\, d\bar{r} = \int_{z_{A\gamma}}^{z_B} (-mg)\, dz = -mg \int_{z_{A\gamma}}^{z_{B\gamma}} dz = -mg(z_B - z_A) = -\Delta E_P$$

energia potenziale della forza peso: $E_P = mgz + c$ $\quad \bar{u}_z \parallel -\bar{P}$

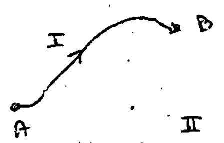
## FORZE CONSERVATIVE

I casi finora visti (FP e FE) sono accomunati dal fatto che

★ forze conservative: definizione I

Il lavoro dipende solo dalle coordinate delle posizioni iniziale e finale e non dal particolare percorso che le congiunge (traiettoria).

Forze di questo tipo vengono dette



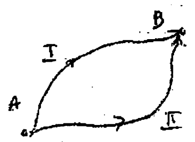
$$\int_A^B (\bar{F}\cdot d\bar{r})_I = \int_A^B (\bar{F}\cdot d\bar{r})_{II} = \int_A^B \bar{F}\cdot d\bar{r}$$

Per il calcolo, possiamo scegliere il percorso analiticamente più comodo

Nei casi visti (FP, FE) il lavoro è esprimibile come differenza dei valori che una funzione delle coordinate assume in A e in B.
Se inverto il senso di percorrenza $(B \to A)$, il lavoro cambia segno.

$$L_{AB} = \int_A^B (\bar{F}\cdot d\bar{r})_I = -\int_A^B (\bar{F}\cdot d\bar{r})_{-I} = -L_{BA}$$

$$\int_A^B (\bar{F}\cdot d\bar{r})_I + \int_A^B (\bar{F}\cdot d\bar{r})_{II} = \int_A^B (\bar{F}\cdot d\bar{r})_I - \int_A^B (\bar{F}\cdot d\bar{r})_{II} = 0$$



$$\oint_\gamma \bar{F}\cdot d\bar{r} = \int_A^B (\bar{F}\cdot d\bar{r})_I + \int_A^B (\bar{F}\cdot d\bar{r})_{-II} = 0$$

CIRCUITAZIONE DI $\bar{F}$ LUNGO LA CURVA $\gamma$

$$\oint \bar{F}\cdot d\bar{r} = \int_A^B (\bar{F}\cdot d\bar{r})_I + \int_A^B (\bar{F}\cdot d\bar{r})_{-II} = 0$$

★ FORZE CONSERVATIVE: definizione II

Il lavoro compiuto lungo un qualsiasi percorso chiuso è nullo

17-04-2008

FORZE CONSERVATIVE:

- Non esiste una formula generale per l'ENERGIA POTENZIALE; l'espressione esplicita dipende dalla particolare forza conservativa in esame $L_{AB} = -\Delta E_P$, $\partial L = -dE_P$.
- Il significato fisico è legato alla capacità della forza conservativa di fornire lavoro.
- In particolare da una forza conservativa si può ricavare lavoro se il percorso è chiuso (ciclo)
- L'energia potenziale è definita a meno di una costante additiva, ininfluente per il calcolo del lavoro.
- L'energia potenziale è associata alla configurazione di un sistema, non alle sue singole parti.

FORZE CONSERVATIVE: definizione II

$$\oint \bar{F} \cdot d\bar{s} = 0 \quad \text{per qualsiasi curva } \gamma.$$

... va verificata su tutte le traiettorie possibili!

In alcuni casi si può utilizzare una proprietà locale che FC deve possedere: se una forza è conservativa, essa ha rotore nullo:

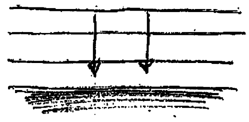
$$\nabla \times \bar{F} = \begin{vmatrix} \bar{u}_x & \bar{u}_y & \bar{u}_z \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ F_x & F_y & F_z \end{vmatrix} = \bar{0}$$

$$\underline{\nabla} = \frac{\partial}{\partial x}\underline{u}_x + \frac{\partial}{\partial y}\underline{u}_y + \frac{\partial}{\partial z}\underline{u}_z \qquad \text{grad} f(\underline{x}) = \underline{\nabla} f(\underline{x}) = \frac{\partial f}{\partial x}u_x + \frac{\partial f}{\partial y}u_y + \frac{\partial f}{\partial z}u_z$$

La condizione diventa anche sufficiente se l'insieme di definizione di $F_x, F_y, F_z$ è semplicemente connesso.

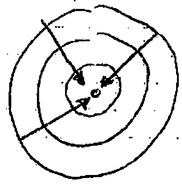
Un insieme è semplicemente connesso quando ogni linea chiusa, i cui punti appartengono tutti all'insieme, può essere contratta in un solo punto senza uscire dall'insieme.

PESO $E_P = mgz$

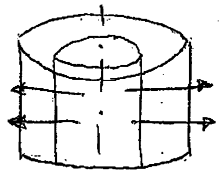


(ELASTICA) $E_P = \frac{1}{2} K x^2$

GRAVITAZIONALE. $E_P = -\gamma \frac{m_1 m_2}{r}$



CENTRIFUGA $E_P = -\frac{1}{2} m \omega^2 \rho^2$



CONSERVAZIONE DELL'ENERGIA MECCANICA

Consideriamo un

SISTEMA ISOLATO: su cui non agiscono forze esterne o, se ci sono, fanno lavoro nullo

TEOREMA DELLE FORZE VIVE: $\delta L = dE_K$ $\quad L_{AB} = \frac{1}{2} m v_B^2 - \frac{1}{2} m v_A^2 = \Delta E_K$

Se agiscono solo forze conservative

$$\delta L = -dE_P \qquad L_{AB} = E_P(\bar{r}_A) - E_P(\bar{r}_B) = -\Delta E_P$$

Possiamo allora scrivere $dE_K = -dE_P$

$$dE_K = -dE_P \qquad d(E_K + E_P) = 0 \qquad E_K + E_P = \text{costante}$$

energia meccanica: $E_M = E_K + E_P$

- principio di conservazione dell'energia meccanica

Su un sistema isolato ove agiscono solo forze conservative, l'energia meccanica (totale) si conserva.

Ricordiamo che l'energia potenziale non descrive una proprietà del singolo corpo, ma è associata al sistema dei corpi interagenti. E' un'energia di interazione.

Nel sist. isolato di 2 corpi, un cambiamento di configurazione comporta un cambiamento dell'energ. di interazione e dell'energia cinetica

$$dE_{K,1} + dE_{K,2} + dE_P = 0$$

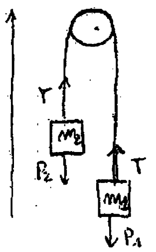
$E_M = \frac{1}{2} m v^2 + \frac{1}{2} k x^2 = \text{costante}$

$\Rightarrow \frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2} m \dot{x}^2 + \frac{1}{2} k x^2\right) = 0$

$m \dot{x} \ddot{x} + k x \dot{x} = 0$

$\dot{x} = 0$ (equilibrio) $\quad m \ddot{x} = -k x$, $(\bar{F} = m \bar{a})$

Consideriamo un sistema più complesso:




$L_1 = (\bar{P}_1 + \bar{T}) \cdot \Delta \bar{r}_1 = \Delta E_{K,1}$

$L_2 = (\bar{P}_2 + \bar{T}) \cdot \Delta \bar{r}_2 = \Delta E_{K,2}$

$(T - P_1)(-\Delta z) = \Delta E_{K,1}$

$(T - P_2)(\Delta z) = \Delta E_{K,2}$

somma

$(P_1 - P_2)\Delta z = \Delta E_{K,1} + \Delta E_{K,2} \Rightarrow -(\Delta E_{P,1} + \Delta E_{P,2}) = \Delta E_{K,1} + \Delta E_{K,2}$

$E_M = E_{M,1} + E_{M,2} = (E_{P,1} + E_{K,1}) + (E_{P,2} + E_{K,2}) \Rightarrow \Delta E_M = 0$

Si conserva l'energia meccanica dell'intero sistema
Attraverso il lavoro, l'energia di posizione è scambiata da un corpo all'altro.

In qualunque processo meccanico si osserva la presenza delle forze di attrito

$$\delta L^{(nc)} = \delta L^{diss} < 0$$

quindi l'energia meccanica diminuisce durante il processo.

CONSERVAZIONE DELL'ENERGIA

Ci sono diversi modi di generalizzare l'argomento:

- far agire forze esterne che modificano l'energia meccanica del sistema
- far agire forze non conservative (e.g. attrito)
- assumere l'esistenza di altre forme di energia
- intervenire sull'energia interna (struttura atomica/molecolare)
- Trasferire energia attraverso il CALORE

l'energia entro un sistema può trasformarsi da una forma all'altra:

PRINCIPIO DI CONSERVAZIONE DELL'ENERGIA

In un sistema isolato, la somma di tutte le energie, in qualunque forma esse compaiono, è costante.
Se sul sistema si compie lavoro esterno, questo corrisponde ad un trasferimento di energia che varia l'energia totale del sistema.

Il principio di conservazione dell'energia è tale perché non se ne è mai riscontrata contraddizione.

SISTEMI FISICI ED ENERGIA

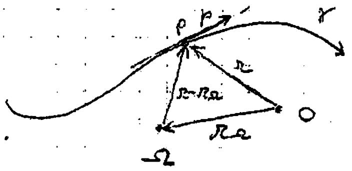
- La definizione di sistema è arbitraria e dettata da ragioni di opportunità.
- stabilito il contorno si considerano le forme di energia che possono assumere i corpi racchiusi.
- Le interazioni tra i corpi interni possono cambiare l'energia da una forma all'altra, ma non possono cambiarne la somma

$m = |\bar{m}| = r V \cdot \sin\vartheta = V h$

h: distanza del polo dalla retta di azione di $\bar{V}$ (braccio)

MOMENTO ANGOLARE

Il momento del vettore quantità di moto $\bar{p} = m\bar{v}$ rispetto al polo $\Omega$: $\bar{L}_\Omega = (\bar{r} - \bar{r}_\Omega) \times \bar{p}$




In generale, $L_\Omega = L_\Omega(t)$.

Dalla definizione e da $\bar{F} = \frac{d\bar{p}}{dt}$ si ricava che

$$\boxed{\frac{d\bar{L}_\Omega}{dt} = \bar{M}_\Omega - \bar{v}_\Omega \times \bar{p}}$$

(fai dimostrazione x conto tuo)

dove $\bar{M}_\Omega = (\bar{r} - \bar{r}_\Omega) \times \bar{F}$

N.B. $[L] = [L^2 M T^{-1}] = (N \cdot m \cdot s)$; $[M] = [L^2 \cdot M \cdot T^{-2}] = (N \cdot m)$

$$\frac{dL_\Omega}{dt} = \bar{M}_\Omega - \bar{v}_\Omega \times \bar{p}$$

se $v_\Omega = 0$

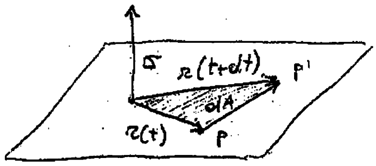
TEOREMA DEL MOMENTO ANGOLARE PER UN PUNTO MATERIALE

$$\frac{d\bar{L}_\Omega}{dt} = \bar{M}_\Omega$$

$d\bar{L}_\Omega = \bar{M}_\Omega \, dt$

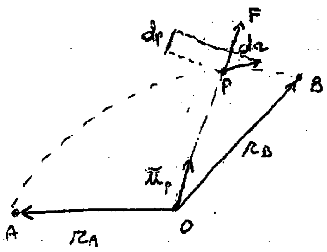
TEOREMA DEL MOMENTO DELL'IMPULSO (O DELL'IMPULSO ANGOLARE)

$$\Delta\bar{L}_\Omega = \int_{t_1}^{t_2} \bar{M}_e(t)\, dt$$




Concludiamo osservando che

*le forze centrali a simmetria sferica sono conservative.*




$P = (\rho, \theta)$

$\bar{F} = F(\rho)\,\bar{u}_\rho$

$L_{AB} = \int_A^B \bar{F}\cdot d\bar{r} = \int_A^B F(\rho)\,\bar{u}_\rho \cdot d\bar{r}$

$L_{AB} = \int_A^B \bar{F}\cdot d\bar{r} = \int_A^B F(\rho)\,\bar{u}_\rho \cdot d\bar{r}$

$L_{AB} = \int_A^B F(\rho)\,d\rho = f(\rho_B) - f(\rho_A)$

....

DINAMICA DEI SISTEMI (Introduz / Equaz. cardinali / Fenomeni d'urto / Dinamica dei corpi rigidi)

DINAMICA DEI SISTEMI DI PUNTI MATERIALI

Le limitazioni del modello di punto materiale nello studio della Dinamica si possono in parte superare considerando i corpi estesi come sistemi di punti materiali interagenti.

I corpi (e la materia) sembrano avere caratteristiche continue. La loro struttura è invece discreta (atomi e molecole)

*Dal punto di vista fisico il modello più realistico di sistema è quello DISCRETO in cui le particelle costituenti sono trattate come punti materiali. ($N_A = 10^{23}$).*

A volte conviene lo stesso far uso di un modello continuo sostituendo alle singole particelle piccole porzioni di materia.