NUMERO : 396

DATA : 17/10/2012

A P P U N T I

STUDENTE : Cetani

MATERIA : Fisica I

Prof. Zecchina

Fisica I

14.III.2011

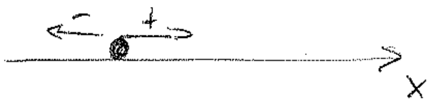
Libro: Tipler - Mosca / Slide

Meccanica classica:

meccanica: dinamica e termodinamica dei corpi
classica: velocità e dimensione normali.

CINEMATICA:

Moto in 1 dimensione:



Se il moto avviene concord. con l'asse x, il verso è +. Se viceversa, il verso è −. Con $x(t)$ individuiamo la posizione della particella all'istante t.

Velocità $\left(\frac{m}{s}\right)$

v → variazione della posizione rispetto ad un tempo.

$$\Delta t = t_2 - t_1$$

posiz ⇒ $\Delta x = x(t_2) - x(t_1)$ $\quad \left\| \; V_{AV} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x(t_2) - x(t_1)}{t_2 - t_1} \; \right\|$

"AVERAGE" → media

v (velocità istantanea)

$$\left\| \; v(t) = \frac{dx(t)}{d(t)} \; \right\|$$

Per $\Delta t \to 0$, ho la v media che costituisce anche la retta tangente al grafico della traiettoria.

Accelerazione $\left(\frac{m}{s^2}\right)$

a → ~~variazione~~ misura come varia la velocità rispetto al tempo.

$a_{AV} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$ acc. media

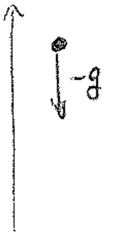
$a = \frac{dv}{dt}$ acc. istantanea $\Rightarrow a(t) = \frac{dv(t)}{dt}$

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{dx(t)}{dt}\right) = \frac{d^2(x(t))}{dt^2}$$

l'accelerazione è la derivata II della posizione rispetto al tempo.

Caduta libera in 1-D.
Moto accelerato dovuto alla acc. di gravità $g = 9,81 \frac{m}{s^2}$

$a = -g$



$a = -g$
$v = v_0 + (-gt)$
$x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2}(-gt^2)$

Probl.
Mattone fatto cadere da un elicottero a 1000 m di altezza. Quanto impiega a toccare terra? e con quale velocità?

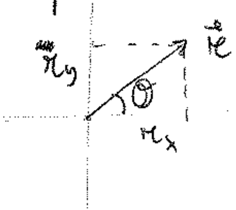
$v = \underset{0}{v_0} - gt \qquad v_f = -gt \qquad t = -\frac{v_f}{g}$

$\underset{0}{y} = y_0 + \underset{0}{v_0} t - \frac{1}{2} g t^2 \qquad y_0 = \frac{1}{2} g t^2$

$t^2 = 2\frac{y_0}{g} \rightarrow t = \sqrt{2\frac{y_0 = 1000}{g}}$

$v = -gt$

Vettori: freccia definita da direzione, modulo e verso.
Componenti di vettori:



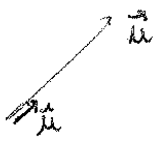
$|\vec{r}| \rightarrow$ modulo / lunghezza del vettore

$r_x = |\vec{r}| \cdot \cos\theta$
$r_y = |\vec{r}| \cdot \sin\theta \qquad \theta = \arctan\frac{r_y}{r_x}$

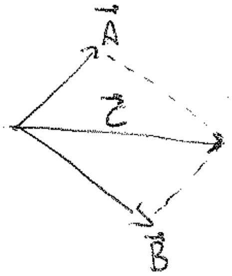
$|\vec{r}|$ si trova con il teo di Pitagora

Lo stesso vale anche in 3-D, ma i vettori sono definiti da 3 coord. x, y, z.

Versore o vettore unitario $\rightarrow$ vettore di modulo 1 e si usa per specificare un verso. Si indica con un cappello.



Somma di vettori:



$\vec{C} = \vec{A} + \vec{B}$ (Regola del Parallelogramma).

Una somma di vettori è data dalla somma delle componenti

$\vec{A} = (A_x, A_y) = A_x\hat{i} + A_y\hat{j}$
$\vec{B} = (B_x, B_y) = B_x\hat{i} + B_y\hat{j}$
$\vec{A}+\vec{B} = (A_x+B_x\,;\,A_y+B_y) = (A_x+B_x)\hat{i} + (A_y+B_y)\hat{j}$

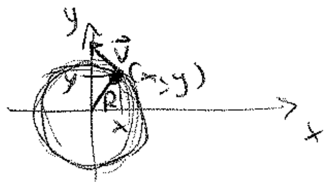
LEZIONE 2

sistemi di riferimento inerziali:

un sistema di riferimento INERZIALE, non è accelerato. ed è definito dove sono definiti gli assi.

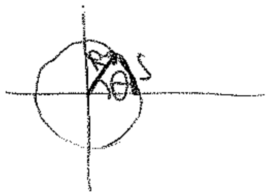
MOTO CIRCOLARE UNIFORME: M.C.U.

Moto lungo una circonferenza



- raggio R costante
- modulo della velocità costante $v = |\vec{v}|$

è bene usare le coord. polari dove un punto viene identificato dalla distanza dal centro (R) e da un angolo (θ).



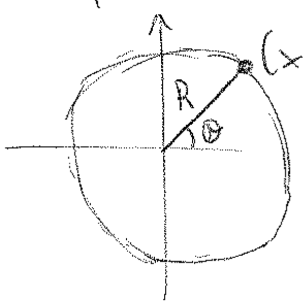
V_R (velocità radiale) $= \dfrac{dR}{dt} = 0$ (costante, R non cambia)

ω (velocità angolare) $= \dfrac{d\theta}{dt} \neq 0$ misura le variazioni dell'angolo nell'unità di tempo.

l'arco "S" è dato da $\boxed{S = R \cdot \theta}$ θ si misura in RADIANTI.

22. III. 2011

Coord. polari e cartesiane:



$(x = R\cos\theta \,;\; y = R\sin\theta)$

$\Rightarrow$ Bisogna riformare le formule, adattandole alle coord. polari.

$v = \dfrac{dx}{dt}$ $\quad x = vt$ (v cost.)

$\downarrow$

$\omega = \dfrac{d\theta}{dt}$ $\quad \theta = \omega t$ (ω cost.) $\quad [\omega] = \dfrac{rad}{s}$

$\theta(t) = \theta_0 + \omega t$

spostamento: $S = v \cdot t$

$S = R\theta = R\omega t$

"$S = R\theta = R(\theta_0 + \omega t) = \boxed{\underbrace{R \cdot \theta_0}_{S_0 \text{ (punto di part.)}} + R\omega t}$"

$|\vec{v}| = \omega R$

LEGGE 1:

"sist. di rif. inerziale" (SRI)

- sist. di riferim. che non accelera (es. non ruota) rispetto alle "stelle fisse"
- Se esiste un SRI, ne esistono infiniti che si muovono uno rispetto all'altro con un'arbitraria velocità costante.

. Se si potessero eliminare tutte le forze, un SRI è un sistema di riferimento in cui una massa si muove con v costante. (def. altern.)

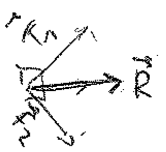
LEGGE 2:

$$\vec{R} = \sum \vec{F} = m \cdot \vec{a} \qquad [M] \times [L]/[T^2] = Kg \cdot \frac{m}{s^2} = N \text{ (newton)}$$

> l'accelerazione $\vec{a}$ è prop. alla risultante $\vec{R}$ delle forze che agiscono su di un c.
> la costante di prop., si chiama "massa" (massa inerziale)

la massa è una prop. costante dell'oggetto (intrinseco) che non dip. da influenze esterne $\left(m = \frac{F}{a}\right)$

. la Forza è un ‖vettore‖ la cui direzione e il cui verso sono dati dal fatto se si tira o si spinge.



$\vec{R} = m\vec{a}$

- Componenti di $\vec{F} = m\vec{a}$

$$\begin{cases} F_x = m a_x \\ F_y = m a_y \\ F_z = m a_z \end{cases}$$

supponiamo di conoscere m e F_x, possiamo risolvere per a_x applicare la cinematica per risolvere a V_x e x, se la forza è costante allora:

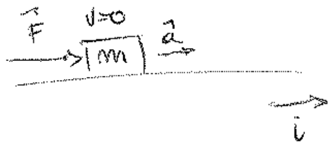
$$\begin{cases} x = x_0 + V_{0x} t + \frac{1}{2} a_x t^2 \\ V_x = V_{0x} + a_x t \end{cases} \qquad a_x = \frac{F_x}{m}$$

$$r(t) = x(t) \cdot \hat{i} + y(t) \cdot \hat{j} + z(t)\, \hat{k}$$

Posizione della particella al tempo t: somma delle componenti.

ES. spingere cassa sul ghiaccio;

$m = 100\ Kg$ $|\vec{F}| = 50N$, no attrito $\quad$ V cassa dopo $10\ m$ = ?

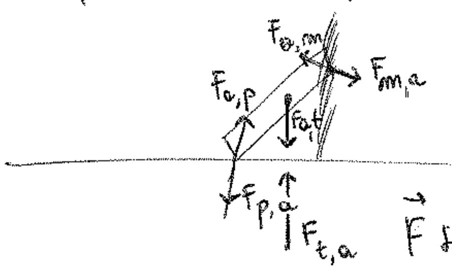


$a_x = \frac{F}{m}$, applico $\underset{10}{X} = \underset{0}{X_0} + \underset{0}{V_{0x}} t + \frac{1}{2} a_x t^2$

$$10 = \frac{1}{2}\left(\frac{F}{m}\right) t^2 = \frac{1}{4} t^2 \qquad t^2 = 40 \qquad t = \pm\sqrt{40}$$

diagramma delle forze su corpo libero. 1 - 28/03/2011
isolare le forze che agiscono su di un corpo per poi applicare la II legge di Newton.

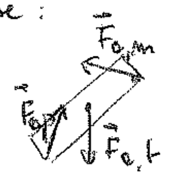
S. Asse appoggiato alla parete.



a = asse
p = pavimento
m = muro
t = terra

$\vec{F}$ sono tutti vettori.

Isoliamo l'asse:



Visto che l'asse non si muove, $a = 0$
dunque $\vec{R} = m\vec{a} = 0$

ma $\vec{R}$ è = alla somma vett. delle forze

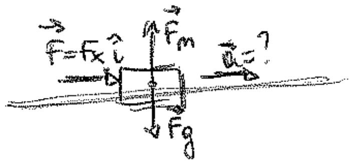
$$\boxed{\vec{R} = \vec{F}_{a,m} + \vec{F}_{a,p} + \vec{F}_{a,t} = 0.}$$ eq. STATICA.

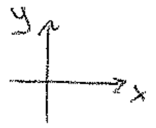
Dal punto di vista scalare, $\vec{R} = 0 \iff \begin{cases} R_x = 0 \\ R_y = 0 \end{cases}$ sono 2 equazioni. (perché siamo in 2-D)

$(x) \to F_{a,m_x} + F_{a,p_x} + F_{a,t_x} = 0$

$(y) \to F_{a,m_y} + F_{a,p_y} + F_{a,t_y} = 0.$

S.
$m = 2\ \text{Kg}$
$F_x = 10\ \text{N}$
$a = ?$





$\vec{R} = \vec{F}_x i + \vec{F}_g + \vec{F}_n$

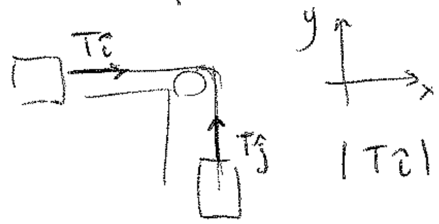
Visto che $\vec{F}_g = -\vec{F}_n$, $\vec{F}_g + \vec{F}_n = 0$.
$\Downarrow$
$\vec{R} = \vec{F}_x \hat{i}$

$\vec{R} = m \cdot a \Rightarrow F_x \hat{i} = m \cdot \vec{a}$

$$\vec{a} = \frac{F_x \hat{i}}{m} = 5\hat{i}\ \frac{m}{s^2}$$

S. Tensione di una fune
Tensione: grandezza della forza misurata in un certo punto della fune.

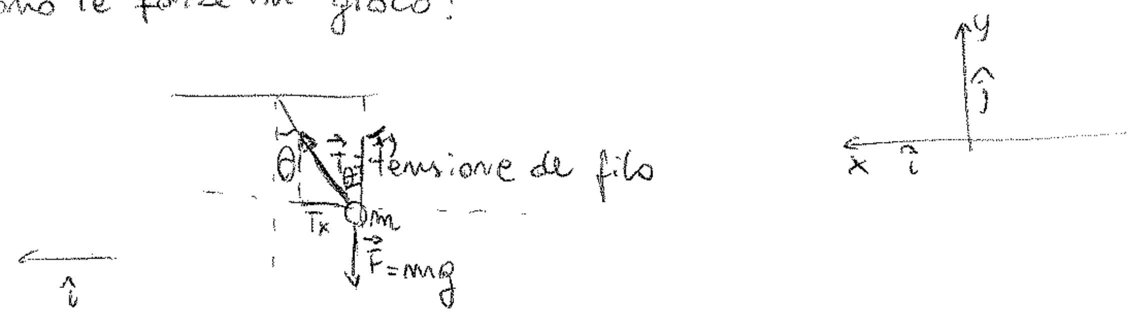
- Utilizzate per cambiare direzione e verso di una forza, NON RIDUCO!!



$$|T\hat{i}| = |T\hat{j}|$$

Problema: accelerometro a pendolo.
Un peso di massa m è appeso al soffitto di un'auto tramite un filo ideale. L'auto ha un accelerazione a

Quali sono le forze in gioco?



$$\boxed{\vec{R} = m \cdot \vec{a}} \Rightarrow -m\vec{g}(\hat{j}) + \vec{T} = m \cdot \vec{a}$$

Componenti

$(y)\ -mg + T_{(y)} = m\, \overset{0}{a_y} \Rightarrow -mg + T_y = 0$

$(x)\ T_{(x)} = m \cdot a_{(x)}$

$T_{(x)} = |\vec{T}| \cdot \cos(90 - \theta) = (\sin\theta)$

$T_{(y)} = |\vec{T}| \cos\theta$

$(y) = T\cos\theta = mg$

$(x) = T\sin\theta = m a_{(x)}$

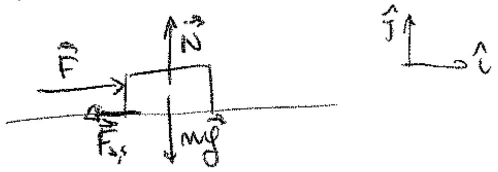
$$\frac{\cancel{T}\sin\theta}{\cancel{T}\cos\theta} = \frac{\cancel{m}\, a_{(x)}}{\cancel{m}\, g} \Rightarrow \tan\theta = \frac{a_{(x)}}{g}$$

$$\boxed{a(x) = \tan(\theta)\, g}$$

... STATICO   STATICO

In questo caso l'attrito non ha un valore noto a priori: la sua presenza dip. dalle altre forze presenti. (vi è un attr. statico massimo dopo di che si ha attr. dinamico).

Pone eq. dell'attr. dinamico ma con $a=0$.



$\hat{i})\ F - F_{a,s} = 0$

$\hat{j})\ N = mg$

Se la cassa è ferma $\vec{F}_{a,s} > 0$ (altr. la scatola si muoverebbe).

$F_{a,s\,max} = \mu_s N$ $\mu_s < \mu_d$

$F_{a,s} \le F_{a,s\,max} = \mu_s N$ (Att! → $\mu_s N$ è il valore massimo: non è sempre richiesto.

Solo se $F > F_{a,s\,max}$ allora il corpo si muove.

Es. Come posso dedurre μ_s?

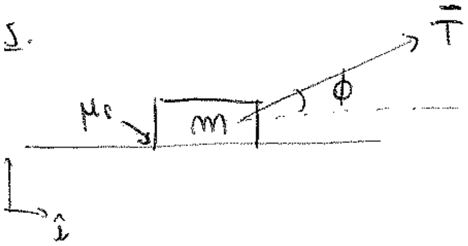
Aumentando F fino a quando il corpo si muove.

$(\hat{i})\quad F_{max} - \cancel{mg}\ \mu_s N = 0$

$(\hat{j})\quad N = mg$ $\Rightarrow \boxed{\mu_s = \dfrac{F_{max}}{mg}}$

O anche aumentando l'incl. di un piano inclinato sul quale ho i materiali che mi interessano.

Es.

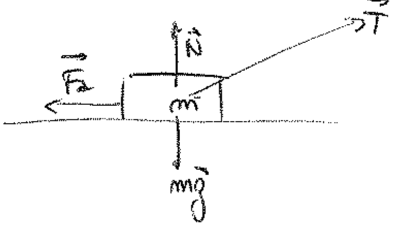


$\phi = 30°$ $m = 10\ kg$

$T = 40\ N$ m si muove o no?

$\mu_s = 0,4$

Se T_x è $> \mu_s N$ allora m si muove.



$\hat{j})\ N + T\sin\phi - mg = ma_y = 0$

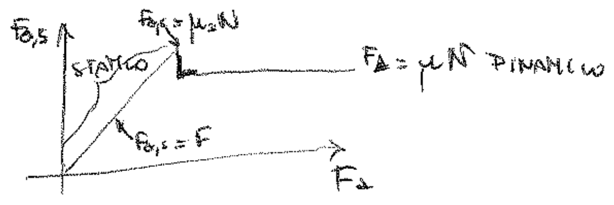
$N = mg - T\sin\phi$ $N = 32N = (0,4)(80N)$

$\hat{i})\ T\cos\phi - F_a = m a_x$ $T\cos\phi = 34,6\ N$

Dato che $T\cos\phi = F_{a,s,x} > N \Rightarrow$ m si muove.

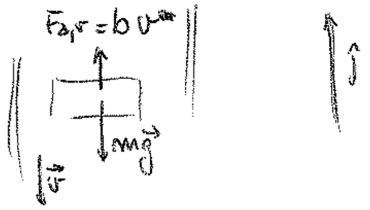
Oss.

- Dato che $F_a = \mu N$, l'attrito non dipende dall'estensione della sup. di contatto.
- $\mu_s > \mu_d$ altrimenti il corpo non potrebbe accelerare:



Quando un oggetto più denso si muove in un mezzo meno denso, il mezzo esercita un attrito viscoso ("deriva") che si oppone al moto dell'oggetto.
- Dip. dalla velocità → non vi sono più a cost o v cost → eq. differenziale.
- velocità limite terminale.

Corpo che cade nel vuoto:



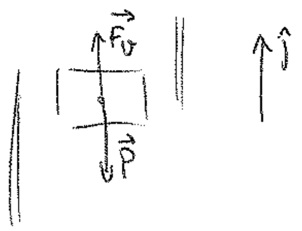
b dipende dal mezzo in cui mi muovo (analogo di μ).

Quando $mg = bv$ si è raggiunta la velocità massima (o "di regime").

Velocità di regime:

$F_v = mg \Rightarrow bv = mg \quad v_L = \frac{mg}{b}$ il tempo in cui si raggiunge v_L dip. solo da v che da a.

Eq. del moto viscoso:



1) Applico 2° Newton $\vec{R} = m\vec{a}$

$\hat{j}) \; \vec{F_v} - \vec{P} = ma \Rightarrow bv - mg = ma$ EQ. DIFF

$a = \frac{dv}{dt}$

$$bv - mg = m\frac{dv}{dt} \Rightarrow bv - mg + m\frac{dv}{dt} = 0$$

2) Divido per m:

$$\gamma\left(\frac{b}{m}\right) v - g + \frac{dv}{dt} = 0 \qquad \boxed{\frac{dv}{dt} + \gamma v = g}$$

EQ. DIFF. LINEARE A COEFF. COST NON OMOG (t. moto) VAR. SEP.

Le variabili sono v e t: le separo:

$$\frac{dv}{dt} = g - \gamma v \Rightarrow \frac{dv}{g - \gamma v} = dt \quad \text{integro:}$$

$$\int_{v_0}^{v(t)} \frac{dv}{g - \gamma v} = \int_0^t dt \quad (v_0 = 0) \quad \int_0^t dt = t$$

$$\int_0^{v(t)} \frac{dv}{g - \gamma v} = -\frac{1}{\gamma}\ln(g - \gamma v)\Big|_0^{v(t)} = -\frac{1}{\gamma}\ln(g - \gamma v(t)) + \frac{1}{\gamma}\ln(g) = -\frac{1}{\gamma}\ln\frac{g - \gamma v(t)}{g}$$

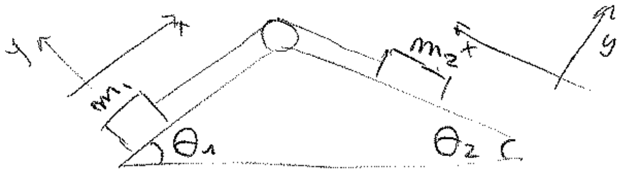
$$-\frac{1}{\gamma}\ln\frac{g - \gamma v(t)}{g} = t \Rightarrow \ln\frac{g - \gamma v(t)}{g} = -\gamma t \Rightarrow \ln\left(1 - \frac{\gamma v(t)}{g}\right) = -\gamma t$$

$$\Rightarrow 1 - \frac{\gamma}{g} v(t) = e^{-\gamma t} \Rightarrow \frac{\gamma}{g} v(t) = 1 - e^{-\gamma t}$$

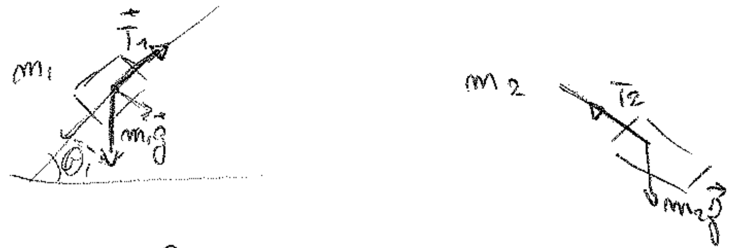
$$\boxed{v(t) = \frac{g}{\gamma}\left(1 - e^{-\gamma t}\right)}$$

$$\begin{cases} T - m_1 g = -m_1 a \\ T - m_2 g = m_2 a \end{cases} \quad \dots \Rightarrow \quad \boxed{\begin{aligned} a &= \frac{(m_1 - m_2)}{(m_1 + m_2)} \cdot g \\ T &= \frac{2 m_1 m_2}{(m_1 + m_2)} \cdot g \end{aligned}}$$

sit. simile: due corpi connessi su diversi piani inclinati:

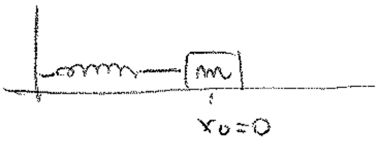


DCL:



$$\begin{cases} m_1) \; -m_1 g \sin\theta_1 + T_1 = m_1 a_1 \\ m_2) \; T_2 - m_2 g \sin\theta_2 = m_2 a_2 \\ T_1 = T_2 \\ a_2 = a = -a_1 \end{cases} \quad \dots \Rightarrow \quad a = \frac{m_1 \sin\theta_1 - m_2 \sin\theta_2}{m_1 + m_2} \cdot g$$

Moto armonico: sist. in cui la forza dipende dalla posizione.



$$F(x,t) = m \frac{d^2 x}{dt^2}$$

$x(t) = ?$

$F = -k\Delta x = -k(x - x_0) = -kx$ $\quad \dot{x} = \frac{dx}{dt} = ? \quad \left(\ddot{x} = \frac{d^2 x}{dt^2} \right).$

Dato che x è funzione del tempo ($x(t)$), F è funzione di $x(t)$.

$$F = ma \rightarrow -kx = m \frac{d^2 x}{dt^2} = m\ddot{x}$$

$$\frac{d^2 x}{dt^2} = -\frac{k}{m} x \qquad \sqrt{+\frac{k}{m}} := \omega \quad \Rightarrow \frac{d^2 x}{dt^2} = -\omega^2 x$$

$x(t) = A\cos(\omega t)$ "?" $\Rightarrow$ cos è autofunzione della derivata II.

$$\frac{d^2 \cos(\omega t)}{dt^2} = \frac{d}{dt}(-\omega \sin\omega t) = -\omega^2 \cos\omega t$$

$$\left[x(t) = \underbrace{A}_{\text{amp. oscillazioni}} \cos\omega t \qquad \omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \right]$$

FREQUENZA DI RISONANZA.

1) $-k\Delta x = m \frac{d^2x}{dt^2} \Rightarrow x(t) = A\cos(\omega t + \phi)$

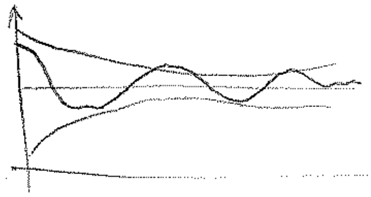
$\begin{cases} x_0 = \underline{A}\cos\underline{\phi} \to \text{incogn.} \\ \left.\frac{dx}{dt}\right|_{t=0} = -\omega \underline{A}\sin(\omega t + \underline{\phi}) = v \end{cases}$

2) MOTO ARMONICO SMORZATO:

$\to$ liquido $\Rightarrow$ ATTR. VISCOSO $\vec{F_a} = -b\vec{v}$

$\left(v = \frac{dx}{dt}\right)$

$$\boxed{-kx - b\frac{dx}{dt} = m\frac{d^2x}{dt^2}}$$



3) OSCILLATORE FORZATO DA UNA FORZA ESTERNA:

$$m\frac{d^2x}{dt^2} + b\frac{dx}{dt} + kx = \underbrace{F_0\cos\omega t}_{\text{elemento forzante.}}$$

ω_0 = freq. della molla senza l'elemento forzante $= \sqrt{\frac{k}{m}} \neq \omega$

1) Risolvo l'omogenea associata

$$m\frac{d^2x}{dt^2} + b\frac{dx}{dt} + kx = 0$$

2) Trovo una sol. particolare.

$\Rightarrow$ Per tempi piccoli, il sistema ha frequenza ω_0. Per tempi lunghi, prende la frequenza della forzante. Se $\omega_0 \cong \omega$ si producono grandi oscillazioni (risonanza); se $\omega_0 << \omega$ si hanno piccole oscillazioni.

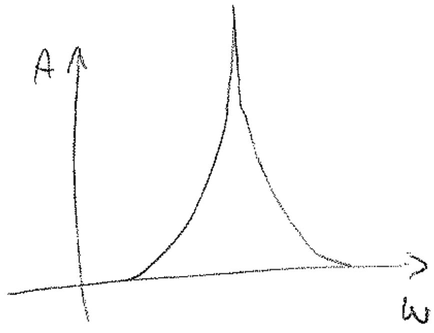
- Caso del "Tacoma Bridge"
- Per tempi lunghi $(t >> \tau)$: $\tau \to$ tempo caratt. del sistema.

parte transitoria $x(t) = g(t) + A\cos(\omega t + \delta)$ $\delta \to$ fase

$$t >> \tau \quad g(t) \to 0 \quad \Rightarrow x(t) = A\cos(\omega t - \delta)$$

$$A = \frac{F_0}{\sqrt{m^2(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + b^2\omega^2}}$$

$$\tan\delta = \frac{b\omega}{m(\omega_0^2 - \omega^2)}$$



$\vec{F}_{TOT} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$ con spost. $\Delta\vec{r}$

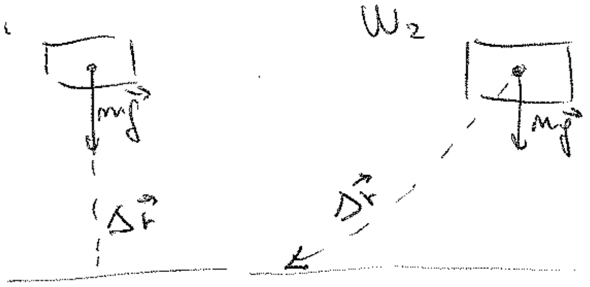
lavoro fatto da F_1 : $W_1 = \vec{F}_1 \cdot \Delta\vec{r}$

" da F_2 : $W_2 = \vec{F}_2 \cdot \Delta\vec{r}$

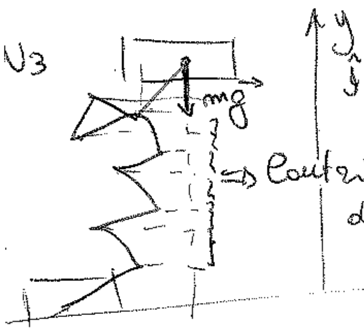
$$W_{TOT} = W_1 + W_2 = \vec{F}_1 \cdot \Delta\vec{r} + \vec{F}_2 \cdot \Delta\vec{r}$$

Applico prop. del prod. scalare. $\Rightarrow \Delta\vec{r} \cdot \underbrace{(\vec{F}_1 + \vec{F}_2)}_{\vec{F}_{TOT}} = \boxed{\Delta\vec{r} \cdot \vec{F}_{TOT}} \Rightarrow$ ove W_{TOT} dipende dalla F_{TOT}.

Per via delle prop. del prodotto scalare, il lavoro fatto da questi due sist. è uguale



Ciò che importa è la componente del moto lungo la direzione della forza.

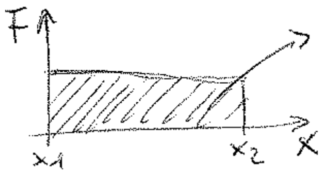


$\Rightarrow$ Contributi del moto lungo la direzione della forza. $\Rightarrow \boxed{mg\,\Delta y}$

$\boxed{\text{W3 dipende solo dal lavoro eseguito lungo la direzione } \hat{j}\text{; non dal percorso seguito.}}$

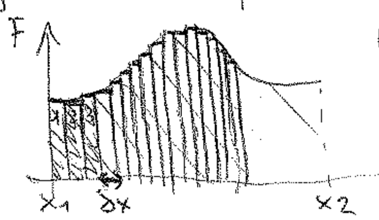
CASO CON FORZA NON COSTANTE (variabile)

In un piano F e spost. una forza costante ha questo grafico:



$\rightarrow$ l'area sottesa a questo grafico (area del rett.) è il lavoro compiuto dalla forza F per andare da x_1 a x_2.

Si generalizza per una forza non costante:



Attraverso l'integrazione, sono in grado di calcolare l'area sottesa.

$W_1 = F(x_1)\delta x$ $\qquad W_3 = F(x_1 + 2\delta x)\,\delta x$

$W_2 = F(x_1 + \delta x)\,\delta x$ $\qquad$ - - - -

$$\boxed{W_{TOT} \cong \sum_{i=0}^{m-1} F(x_i + i\delta x)\,\delta x}$$

Tanto più piccoli saranno questi intervalli, tanto più sarà precisa l'appross.

(40 ± 5) e (42 ± 8)

$42-40=2 \Rightarrow$ discrepanza | sono consistenti perché si intersecano in un punto della loro incertezza

incertezza o errore relativo:

valore misurato di $x = \bar{x}_{best} + \delta x$

$\bar{x}_{best}$ = miglior approssimazione.
δx = errore

errore relativo $= \dfrac{\delta x}{|x_{best}|} \Rightarrow$ ind. approssimata della qualità di una misura

PROP. DELLE INCERTEZZE:

$f(x_1 \dots w_1)$ $\quad f \pm \delta f = ?$ (prop. nelle funzioni).

$x_1 \pm \delta x \quad w_1 \pm \delta w$

misurabili

ES. $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{l}{g}} \Rightarrow g = \dfrac{4\pi^2 l}{T^2} \Rightarrow g$ è funz. di l e T. Noti l e T con che prec. trovo g?

ES.

$q = x + y \qquad x = x_{best} \pm \delta x \qquad y = y_{best} \pm \delta y \qquad q(x,y)$

$\delta q = ?$

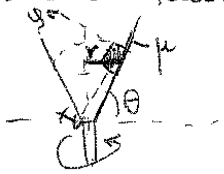
$q = x_b + y_b + (\delta x + \delta y) \Rightarrow$ valore <u>max</u> possibile. $\quad \delta q = (\delta x + \delta y) \Rightarrow q = q_{best} \pm \delta x$

$q = \underbrace{x_b + y_b}_{q(x_b, y_b)} \underbrace{- (\delta x + \delta y)}_{\delta q} \Rightarrow$ " <u>min.</u> "

quando x e y sono correlate il δq det. in questa maniera può essere eccessivo.

) FORZE APPARENTI (sist. di rif. non inerziali)

mbuto che ruota attorno al suo asse.



corpo ha massa m e si muove con v angolare ω.
Analizziamo l'eq. in questo sistema, vogliamo che la massa m sia in equilibrio.

isso un sist. di rif. solidale con l'imbuto $(x\,y)$

$m\omega^2 r$ (forza app. centrifuga)

dipende dal senso di f che dip. dalla prevalenza $m\omega^2 r$ o di mg.

$\underline{x}$: $mg\sin\theta - m\omega^2 r\cos\theta \pm f_s = 0$

f_s: $(-)$ se $mg\sin\theta > m\omega^2 r\cos\theta$; $(+)$ se " < "

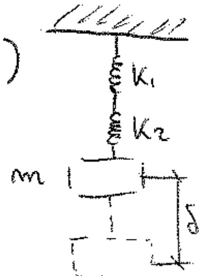
$\underline{y}$: $mg\cos\theta + m\omega^2 r\sin\theta = N$

$|f_s| = \mu N = \mu(mg\cos\theta + m\omega^2 r\sin\theta)$

IT. DI EQ:

$$\left[mg\sin\theta - m\omega^2 r\cos\theta \pm \mu(mg\cos\theta + m\omega^2 r\sin\theta) = 0. \right]$$

Considero solo x che è la direz. lungo cui avviene il moto.

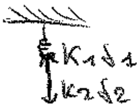


) quanto vale la molla equivalente?

Considero la 2° molla

$k_2\delta_2 = mg$ EQ.

Considero la 1° molla:



$k_1\delta_1 = k_2\delta_2$ EQ.

$$\delta_1 + \delta_2 = \delta = \frac{k_2}{k_1}\delta_2 + \delta_2 = \frac{\cancel{k_2}}{k_1}\left(\frac{mg}{\cancel{k_2}}\right) + \frac{mg}{k_2} = \left(\frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2}\right) mg$$

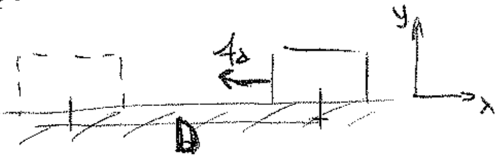
$mg = k_{eff} \cdot \delta$ $\quad \boxed{k_{eff} = \frac{mg}{\delta} = \frac{1}{\frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2}}}$

) CONSERVAZ. ENERGIA MECC.

ORZE NON CONSERVATIVE:

forze il cui lavoro dipende dalla scelta del cammino.
l'attrito per es. è una forza non conservativa: si dissipa energia che è pari a lavoro fatto dalla f_a contro il suo effetto.

ES.



$\vec{f_a} = -\mu m\vec{g}$

$W_{fa} = \vec{F_a} \cdot \vec{D} = -\mu mg \cdot D \cdot \cos 0 = -\mu mg \frac{D}{I}$

W dipende da D.

EO W/E GENERALIZZATO:
supponiamo $R = F_C + F_{NC}$ ($F_C \to F$ cons, $F_{NC} \to F$ non cons)

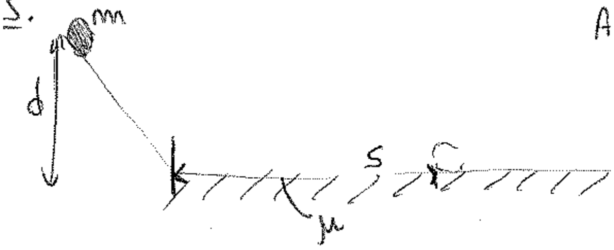
$W_{TOT} = W_{FC} + W_{FNC}$

$W_{TOT} = \Delta K \Rightarrow W_C + W_{NC} = \Delta K \Rightarrow W_{NC} = \Delta K - W_C$ (lo so che $W_C = -\Delta U$)

$$\boxed{W_{NC} = \Delta K + \Delta U = \Delta E}$$

la variazione di E meccanica è uguale al lavoro fatto dalle forze non conservative.
$E = K + U$ non è conservata

ES.



A che distanza arriva la palla m?

$W_{NC} = F_a \cdot s = \mu mg \cdot s$

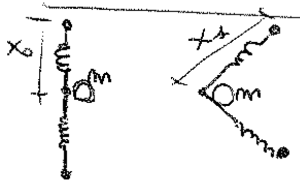
$k_i = 0$ $\qquad U_i = mgd$

$k_f = 0$ (è fermo) $\qquad U_f = 0$

$W_{NC} = \Delta K + \Delta U = 0 - mgd = \Delta E$

$\Rightarrow \mu mg \cdot s = -mgd \Rightarrow s = \frac{d}{\mu}$

ES. $\boxed{\text{lancio con la fionda!}}$



x_0 = lungh. a riposo
x_1 = lungh. sotto tensione.
v sasso di massa m?

inizio: ELONGAZ.

$K_i = 0 \quad U_i = 2 \frac{1}{2} k (x_1 - x_0)^2$

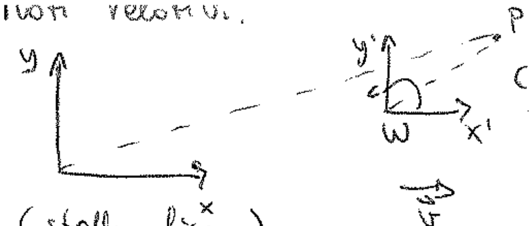
Fine:

$K_f = \frac{1}{2} m v^2 \quad U_f = 0$

$\Delta E = 0$ (no F_{NC}) $\Rightarrow K_i + U_i = K_f + U_f \Rightarrow k (x_1 - x_0)^2 = \frac{1}{2} m v^2$

$v^2 = \frac{2k}{m} (x_1 - x_0)^2 \qquad v = \sqrt{\frac{2k}{m} (x_1 - x_0)^2} = \sqrt{\frac{2k}{m}} (x_1 - x_0)$

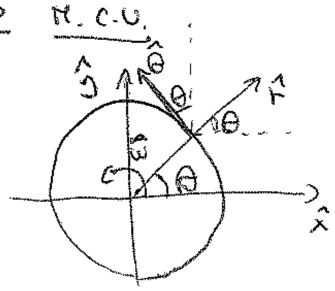
Moti relativi. 3. V. '01



(Terra che ruota e si trasla)

Quali diff. si notano se osservo lo stesso punto P dai due sist. di rif. diversi.

RIPASSO M.C.U.



$$\begin{cases} \hat{r} = \cos\theta\,\hat{i} + \sin\theta\,\hat{j} \\ \hat{\theta} = -\sin\theta\,\hat{i} + \cos\theta\,\hat{j} \end{cases}$$

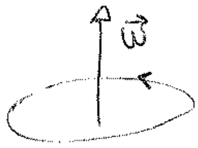
$$\frac{d\cos\theta}{dt} = -\sin\theta\,\frac{d\theta}{dt} = -\sin\theta\,\omega$$

$$\frac{d\sin\theta}{dt} = \cos\theta\,\frac{d\theta}{dt} = \cos\theta\,\omega$$

$$\frac{d\hat{r}}{dt} = -\sin\theta\,\omega\,\hat{i} + \cos\theta\,\omega\,\hat{j} = \omega\,\hat{\theta}.$$

$$\frac{d\hat{\theta}}{dt} = -\cos\omega\,\hat{i} - \sin\theta\,\omega\,\hat{j} = -\omega\,\hat{r}.$$

$$\vec{v}(t) = \frac{d\vec{r}(t)}{dt} = R\,\frac{d\hat{r}(t)}{dt} = R\,\omega\,\hat{\theta}$$

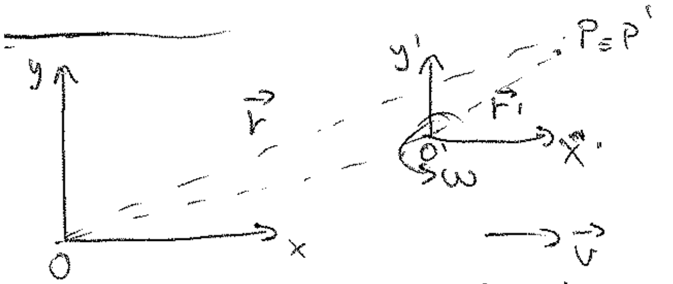


$|\vec{\omega}| = \omega$ (MOD.)

$\vec{\omega} \perp$ PIANO ROTAZ. (DIREZ.)

REGOLA MANO DX (VERSO)

$$\frac{d\hat{r}}{dt} = \omega\,\hat{\theta}$$



$$\vec{r} = \vec{OO'} + \vec{r'}$$

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{d}{dt}\left(OO' + \vec{r'}\right) = \frac{dOO'}{dt} + \frac{d\vec{r'}}{dt}$$

$$\frac{dOO'}{dt} = \vec{v}_{OO'} \qquad \frac{d\vec{r'}}{dt} = \vec{v'} + \vec{\omega} \times \vec{r'}$$

traslaz. del sist. di rif. xOy'.

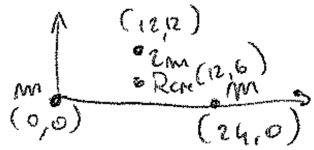
esterno

PROD. EST.

$$\vec{A} \times \vec{B} = |A||B| \sin\hat{AB} \cdot \hat{u}$$

versore con reg. mano destra.

E).

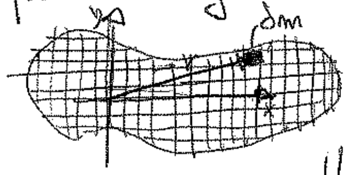


$$x_{CM} = \frac{\sum_i m_i x_i}{M} = \frac{m\cdot 0 + (2m)12 + m24}{4m} = 12$$

$$y_{CM} = \frac{\sum_i m_i y_i}{M} = \frac{m\cdot 0 + (2m)12 + m\cdot 0}{4m} = 6$$

$$R_{CM} = (12, 6)$$

Per quanto riguarda un solido continuo, dobbiamo fare un integrale:

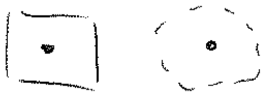


$$\vec R_{CM} = \frac{\sum_i^m m_i \vec r_i}{\sum m_i}$$

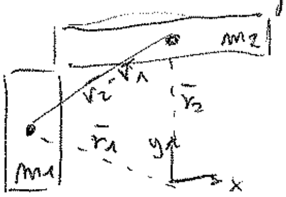
|| $n \to +\infty$, $m_i \to dm$, $\sum_i \to \int$ ||

$$\boxed{\vec R_{CM} = \frac{\int dm\, \vec r(m)}{\int dm}}$$

Quando la densità del corpo è uniforme, il CM rispetta le simmetrie geometriche del corpo:



Nei sistemi di corpi estesi, si considera la massa di ogni corpo pos. nel c.m. di quel corpo:



$$\bar R_{CM} = \frac{\sum_{i=1}^{m} m_i \bar R_i}{\sum_{i=1}^{m} m_i}$$; nel caso di due oggetti ho che:

$$\vec R_{CM} = \frac{\vec R_{CM1} m_1 + \vec R_{MC2} m_2}{m_1 + m_2}$$

VELOCITÀ ~~...~~ E ACC. DEL CENTRO DI MASSA:

$$\vec R_{CM} = \frac{1}{M}\sum_i m_i \vec r_i \qquad (M = \sum_i m_i)$$

$$\vec v_{CM} = \frac{d\vec R_{CM}}{dt} = \frac{1}{M}\sum_i m_i \left(\frac{d\vec r_i}{dt}\right) = \vec v_i$$

$$\vec a_{CM} = \frac{d\vec v_{CM}}{dt} = \frac{1}{M}\sum_i m_i \left(\frac{d\vec v_{i}}{dt}\right) = \vec a_i$$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 33 di 52

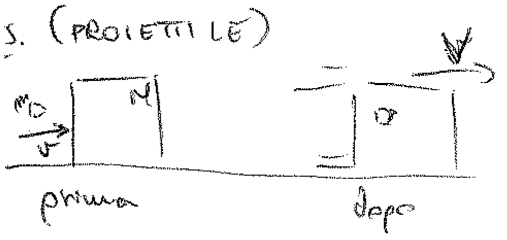
$$F_{ext} = \frac{dP}{dt} = m\frac{dv}{dt} = m \cdot a$$

$P = mv \rightarrow$ se $\frac{dP}{dt} = 0 \Rightarrow P_x = cost$

Collis. ELASTICA: E prima e dopo l'urto si CONSERVA.
($K_{prima} = K_{dopo}$)

Collis. ANELASTICA: E non si conserva, ma si conserva $\vec{P}$.

s. (PROIETTILE)



$F_{ext} = 0 \Rightarrow P_x = cost.$

prima: $P_x = mv + M\cancel{V_0} = mv$

dopo: $P_x = (m+M)V$

$$v = \left(\frac{m+M}{m}\right)V \Rightarrow v\left(\frac{m}{m+M}\right) = V$$

En. spesa per foramento:

$$K_i = \frac{1}{2}mv^2$$

$$K_f = \frac{1}{2}(m+M)V^2 = \frac{1}{2}(m+M)\left(\frac{vm}{m+M}\right)^2 = \cancel{\frac{1}{2}(m+M)\frac{v^2m^2}{(m+M)^2}}$$

$$= \frac{1}{2}\frac{m^2v^2}{(m+M)} = \frac{1}{2}mv^2\left(\frac{m}{m+M}\right)$$

$$\Delta K = K_f - K_i = \frac{1}{2}mv^2\left(\frac{m}{m+M}\right) - \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}mv^2\left(\frac{m}{m+M} - 1\right) \neq 0.$$

CALCOLO DEI MOMENTI DI INERZIA: 16.05.20

Per un insieme di punti materiali si ha che:

$$\boxed{I_0 = \sum_{i=1}^{N} m_i r_i^2} \quad \text{(CASO DISCRETO)}$$

Per un oggetto solido (continuo) si dovrà sommare il contributo mr^2 per ogni elemento di massa infinitesimo dm.

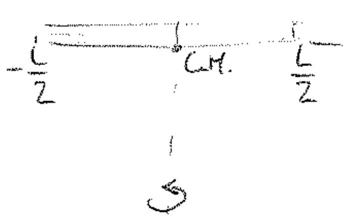
$$\boxed{I = \int r^2 dm} \quad \text{(CASO CONTINUO)}$$

Densità media si definisce $\rho = \frac{M}{V}$, densità locale si definisce $\rho = \frac{dm}{dV}$

da ciò si deriva che $dm = \rho dV \Rightarrow I_0 = \int r^2 \rho dV$

$$I_0 = \begin{cases} \int r^2 \rho dV & \text{SOLIDO 3D} \quad \text{INT. di Volume} \\ \int r^2 \rho dS & \text{" 2-D} \quad \text{INT. di sup.} \\ \int r^2 \rho dx & \text{" 1-D} \quad \text{INT. lineare.} \end{cases}$$

1. Momento di inerzia di una sbarretta omogenea (ρ costante).



$\rho = \text{cost} = \frac{M}{L}$

$$I_{CM} = \rho \int_{-L/2}^{L/2} x^2 dx = \rho \frac{x^3}{3}\Big|_{-L/2}^{L/2} = \frac{\rho}{3}\left(\frac{L^3}{8} + \frac{L^3}{8}\right) = \frac{M}{3\cancel{L}} \cdot \frac{1}{4} L^{\cancel{3}2} =$$

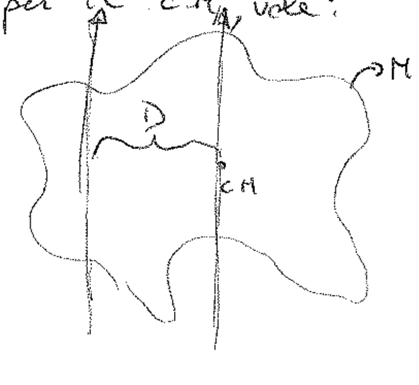
$$\boxed{= \frac{1}{12} M L^2}$$

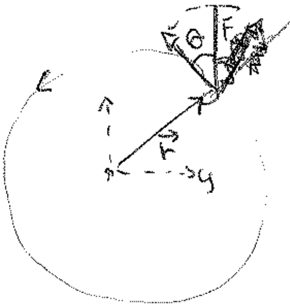
TEO. DEGLI ASSI PARALLELI:

supponiamo che il momento di inerzia di un oggetto solido di massa M rispetto ad un asse passante per il C.M., sia noto e valga $I_{C.M.}$.

Il momento di inerzia rispetto ad un altro asse parallelo posto a distanza D da quello passante per il C.M., vale:

$$I = I_{CM} + MD^2$$





α è uscente (reg. mano destra)
$\alpha = \alpha \hat{k}$.

$\vec{\tau} = \underbrace{\vec{r}}_{\text{p. est.}} \times \vec{F} \Rightarrow \vec{\tau} = \underbrace{(\ldots)}_{\text{mod.}} \hat{k}$

$|\tau| = |\vec{r}|\,|\vec{F}| \cdot \sin\phi$. $\quad \phi = 90 - \theta$

$\sin(90-\theta) = \cos\theta$

$|\vec{F}| \cdot \cos\theta = F_\theta \Rightarrow$ proiez. di F lungo la direz. del moto.

$\vec{\tau} = \vec{r}\, \underbrace{F_\theta}_{m \cdot \vec{a}} \Rightarrow \boxed{\vec{\tau} = I \vec{\alpha}}$

Molto simile alla II legge di Newton, solo che $\vec{\tau}$ è definito come prodotto esterno.

Prodotto esterno (vettoriale) 19. 05. 2011

$\vec{A} \times \vec{B} = \vec{C} \qquad |\vec{C}| = |A|\,|B| \sin\phi$

direz. $\vec{C}$ = dir. data dalla mano destra

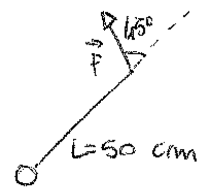
$|\vec{C}|$ è anche dato dal det $\begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix}$

Abbiamo definito il momento della forza come:

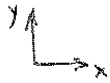
$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F} = rF\sin\phi$

Spesso però si usa la formula scalare $\tau = I\alpha$, dove si considera τ lungo la direzione dell'asse di rotazione.

Es



F = 200 N



$\alpha = ?$

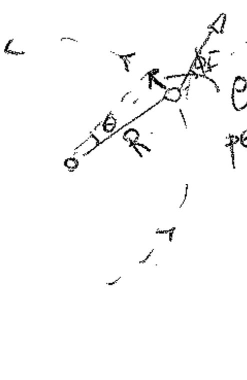
$\vec{\tau} = I\vec{\alpha} \Rightarrow \begin{cases} \tau_x = I\alpha_x \\ \tau_y = I\alpha_y \\ \tau_z = I\alpha_z \end{cases}$ $\rightarrow$ Considero solo questo perché la rotaz. avviene lungo l'asse z.

$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$

$\tau = r \cdot F \sin\phi = 0{,}5 \cdot 200\,N \cdot \sin 45 = 70.7\ N/m$

$\alpha = \dfrac{\tau}{I} \quad \ldots$

LAVORO ELEMENTARE ASSOCIATO AD UNA ROTAZIONE:



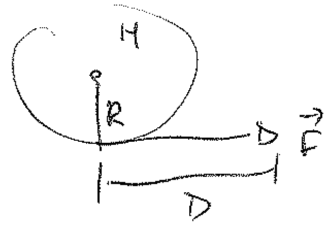
Calcolo questo pezzettino di lavoro infinitesimo dW. (lavoro fatto per uno spost. infinitesimo $d\theta$)

$dW = \vec{F} d\vec{r} = \vec{F} \cdot R d\theta \cdot \cos(\beta) = \vec{F} R d\theta \cos(90-\phi) =$

$= \underbrace{\vec{F}R\sin\phi}_{\tau}\, d\theta = \tau\, d\theta \qquad dW = \tau\, d\theta \Rightarrow \boxed{W = \tau\theta}$

[illegible]

...une è avvolta attorno a un disco di massa M e raggio R. Il disco è ini... riposo su un piano orizzontale. La fune è tirata con forza F. Quante lunghezza L della fune si è srotolata se il disco ha percorso una dist. pari a D?



1) Il C.M. si muove con $F = m \cdot A$

$$A = \frac{F}{M}$$

$$D = \underset{0}{D_0} + \underset{0}{V_0 t} + \frac{1}{2} a t^2 = \frac{1}{2} A t^2 \Rightarrow \frac{F}{2M} t^2$$

$$t = \sqrt{\frac{D2M}{F}}$$ tempo che serve al centro di massa per spostarsi di un tratto D.

2) ROTAZ. ATTORNO AL C.M.

$$\tau = I\alpha$$

$$\tau = RF \sin \overset{1}{90} = RF$$

$$I_{disco} = \frac{1}{2} M R^2$$

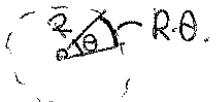
$$\Rightarrow RF = \frac{1}{2} M R^2 \alpha \Rightarrow \alpha = \frac{2F}{MR}$$

$$\theta = \underset{0}{\theta_0} + \underset{0}{W_0 t} + \frac{1}{2} \alpha t^2 = \frac{F}{MR} t^2$$

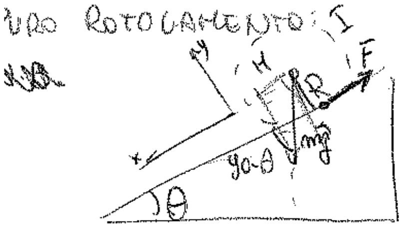
Ora sostituisco il $t = \sqrt{\frac{2DM}{F}}$ del centro di massa. Dopo aver ott. l'angolo θ, posso ricavare L di corda srotolata dopo aver percorso il tratto D.

$$\theta = \frac{2D\cancel{M}}{\cancel{M}R} = \frac{2D}{R} \Rightarrow R\theta = 2D$$

lunghezza della corda svolta



...URO ROTOLAMENTO: I



Att. statico, i punti di cont. hanno velocità nulla!

A = ?

1) Studio il C.M.

x: $Mg \sin\theta - F = M A_{CM}$

2) Rotaz. intorno al C.M.

$\tau = I\alpha$

$$\tau = RF = I \frac{A}{R} \Rightarrow F = I \frac{A}{R^2}$$

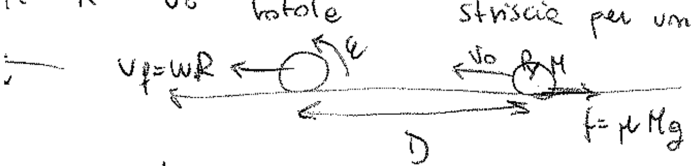
$A = R\alpha$

$$Mg \sin\theta - I \frac{A}{R^2} = MA$$

(da qui poi ricavo A)

...A SCIVOLAMENTO A ROTOLAMENTO: (bowling)

M R V_0 rotola striscia per un tratto D



$V_f = ?$

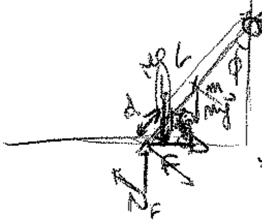
: $F_{ext} = M A_{CM}$ per il CM

1) C.M.

$$-\mu M g = M A \Rightarrow A = -\mu g$$ (decelerazione dovuta all'attrito dinamico)

$$\begin{cases} F_x = -T\cos\phi \\ T\sin\phi - Mg - mg + F_y = 0 \\ -\frac{L}{2}mg + LF_y = 0 \end{cases}$$ $\Rightarrow$ 3 eq. in 3 inc. : sist. risolto.

3. Scala su parete liscia.



F impedisce alla scala di scivolare
Quanto deve valere F al variare della posizione dell'uomo? ($F(d)$ = ?)

$F_{NET} = 0$

x: $-N_W + F = 0 \Rightarrow F = N_W$ (1)

y: $N_F = mg + Mg$ (2)

$\tau_{NET} = 0$: scelgo O (N_W non entra più in gioco)

Considero solo le comp. ⊥ ~~alla~~ al braccio:

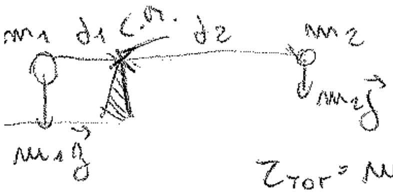
$\tau_O = mg\sin\phi\frac{L}{2} + (L-d)Mg\sin\phi - LN_F\sin\phi + LF\cos\phi = 0$ (3)

Combinando (1) (2) (3), trovo F, N_W e N_F.

30. V. 2011

Statica e C.M. :

$D = d_1 + d_2$



Dove posiziono il sostegno?

$\tau_{TOT} = m_1 g d_1 \ominus m_2 g d_2 \Rightarrow \frac{d_1}{d_2} = \frac{m_2}{m_1}$

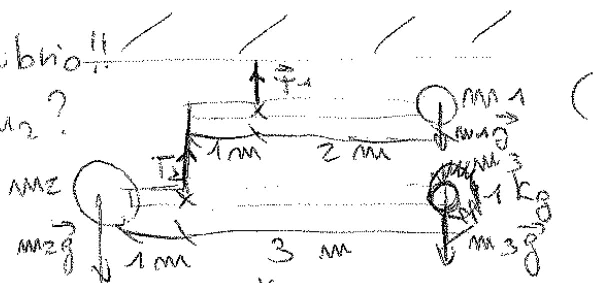
reg. mano dx

Imponendo l'assenza di rotazione, trovo che il sostegno va applicato proprio nel C.M. del sistema.

Es. "Semovente":

Se sist. è in equilibrio!!
Quanto valgono m_1 e m_2?

(Decomp.)



Asta 2:

τ : $\underbrace{(1m)}_{r} \times \underbrace{(m_2 g)}_{F} = (3m)(\overset{1kg}{m_3} g) \Rightarrow m_2 = 3$ kg

Sull'asta 2 vi sono 4 kg di massa. Quindi T_2 deve essere ug. e contr. = 4 kg · g

Asta 1:

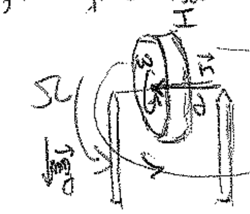
τ : $\underbrace{(1m)}_{\vec{r}} \times \underbrace{(4 \overset{m}{kg} \cdot g)}_{\vec{F}} = (2m)(m_1 g)$

$\Rightarrow m_1 = \frac{4}{2}kg = 2$ kg.

Complessivamente la struttura peserà $\boxed{6\text{ kg}}$

Giroscopio:

giroscopio in rotazione. Cosa succ. rimuovendo il supp. di sinistra?



Se non fosse in rotazione, il disco cadrebbe (dopo aver tolto il supp. sinistro).

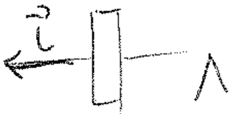
Se ruota, si ha un <u>moto di precessione</u>.

$\vec{L}_i = I\vec{\omega}$ (diretto verso sx, secondo reg. m. dx.)

$\vec{\tau} = \dfrac{d\vec{L}}{dt}$ $\qquad \vec{\tau}_{est} = \vec{r} \times \vec{F} = \vec{r} \times m\vec{g} = |r|\,|m\vec{g}| \cdot \sin\phi = d\,mg \cdot \sin(90) =$

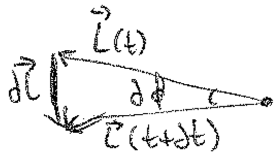
$= dmg$ (uscente dal piano per r. m. d.)

$\dfrac{d\vec{L}}{dt}$



profilo

$\Rightarrow$



(1)

visto dall'alto.

$\dfrac{d\vec{L}}{dt} = \lim_{dt \to 0} \dfrac{\vec{L}(t+dt) - \vec{L}(t)}{dt}$ $\quad$ vettore / numero $\Rightarrow$ mant. direz. del vettore.

$\dfrac{d\vec{L}}{dt} = \vec{\tau} \Rightarrow d\vec{L} \parallel \vec{\tau}$ $\qquad$ Da (1) si ha che:

$|d\vec{L}| = L\,d\phi$

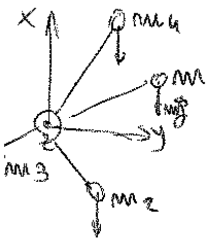
$\Rightarrow \dfrac{dL}{dt} = L\dfrac{d\phi}{dt}$ $\quad \underset{\text{vel. di precessione.}}{\overset{= \Omega}{}}$ v. con cui l'asse di rotaz. si sposta nella dir. di $\vec{\tau}$ ($\perp \omega$).

$= L\Omega\,\hat{\tau}$ (nella stessa direzione di $\vec{\tau}$)

$\vec{\tau} = \dfrac{d\vec{L}}{dt}$; per la comp. uscente si ha: $dmg = L\Omega$ $\qquad (L = I\omega)$

$dmg = I\omega\Omega \Rightarrow \boxed{\Omega = \dfrac{dmg}{I\omega}}$

MOMENTO DELLA FORZA PESO:



$\vec{\tau}_1 = \vec{r} \times \vec{F}$ $\qquad \vec{\tau} = I\alpha$ $\qquad \tau_{TOT} = \sum_i \tau_i = \sum \vec{r}_i \times \vec{F}_i$

$\vec{\tau}_2 =$ "

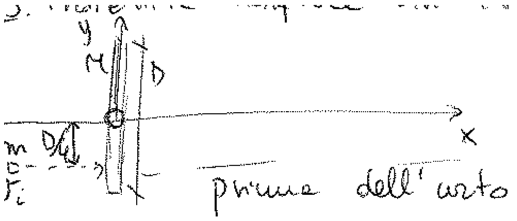
$\vdots$

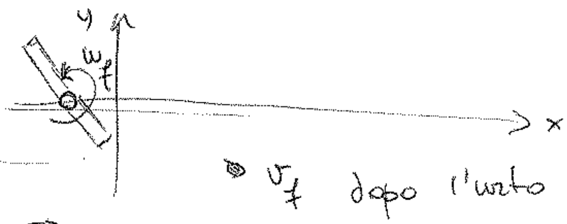
$\vec{\tau}_4 =$ "

$\vec{r} \times \vec{F} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ r_x & r_y & 0 \\ 0 & F_y & 0 \end{vmatrix} = \hat{k}\begin{vmatrix} r_x & r_y \\ 0 & F_y \end{vmatrix} = r_x F_y \hat{k}$.

$= r_{xi} = x_i \Rightarrow \sum_i \vec{\tau}_i = -\sum_i x_i m_i g = -g \underbrace{\sum_i x_i m_i}_{= M X_{CM}}$.

$= -gMX_{CM} = I\alpha_{CM}$





Visto che non ci sono forze esterne $\Rightarrow \vec{L} = cost.$

$L_i = L_f$

$L_i = \frac{D}{4} \cdot P_i = \frac{D}{4} m v_i \qquad L_f = I\omega + \frac{D}{4} m v_f$ || $\Rightarrow$ comp. z del mom. angolare

$I = \frac{1}{2} M D^2$

$$\frac{D}{4} m v_1 = \frac{1}{12} M D^2 \omega + \frac{D}{4} m v_f$$

$\frac{D}{4}(m v_1 - m v_f) = \frac{1}{12} M D^2 \omega \qquad \omega = \frac{12}{M D^2} \frac{D}{4}(m v_1 - m v_f) = \frac{3}{MD}(m v_i - m$

24.05.2011

RECISAZ.

Il momento di Inerzia totale è dato dalla somma dei mom. di Inerzia parziali, calcolati rispetto allo stesso asse.

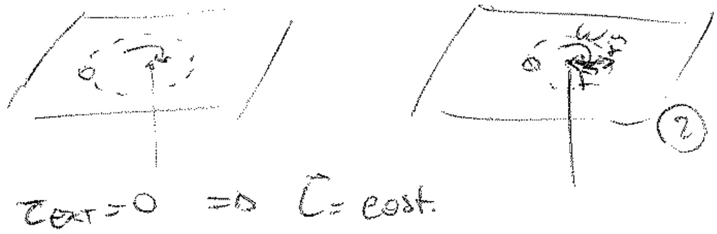
Com'è che $\vec{\tau} = I\vec{\alpha}$ non funziona?

[Per sempl. consid. solo la comp. z, perp. al piano di rotazione. Ciò permette di non scrivere sempre il segno di vettore].

(z) $L = I\omega \qquad \frac{dL}{dt} = \frac{d}{dt}(I\omega) = I\frac{d\omega}{dt} + \omega\frac{dI}{dt} = I\alpha + \omega\frac{dI}{dt}$ quando I cambia!

I può camb. abb. facilmente perché dipende anche dalla geom. dell'oggetto e non solo dalla sua massa.

S. Disco da Hockey.

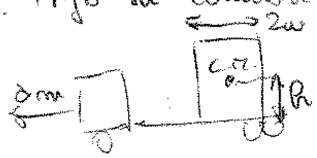


$\tau_{EXT} = 0 \Rightarrow \vec{L} = cost.$

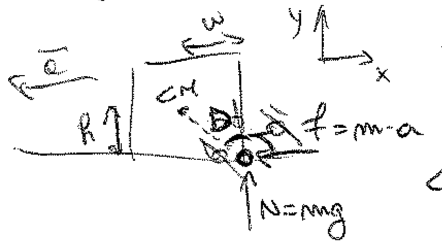
Se io accorcio la lung. del filo (2), il disco accelera perché ho cambiato il suo mom. di Inerzia ($\vec{r} \times \vec{F} = |r| \cdot |F| \sin\phi = 0$) quindi il fatto che io stia tirando non influisca sul τ.

Stabilità di una strutt. statica:

1. Frigo su camion:



Se un camion è su una strada piana, quale è la a_{max} per non far ribaltare il frigo?



Appena prima di iniziare a ruotare, questa è la situazione:

$$\begin{cases} N = mg \\ f = m\cdot a \end{cases}$$

$\tau_{TOT} = 0$! (rispetto al c.m.)

$$\tau_N = \vec{r} \times m\vec{g} = D\,mg \sin\phi\,(\hat{k}) = N w = mg w$$

$$\tau_f = f \cdot h \quad (h = D\sin\phi')$$

$$\Rightarrow \tau_{TOT} = \tau_N + \tau_f = 0$$

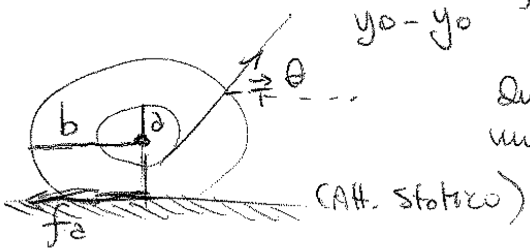
$$mgw - fh = 0$$

$$gw = ah \Rightarrow a = \frac{gw}{h} \Leftarrow mgw - mah = 0$$

$$a_{max} = \frac{gw}{h}$$

31.V.2011

yo-yo



Quanto vale θ tale che il rocchetto non si muova?

(Att. statico)

$$\boxed{F_{NET} = 0}$$
$$\boxed{\tau_{NET} = 0}$$

$F_{NET} = 0$

x: $T\cos\theta - f_a = 0 \Rightarrow f_a = T\cos\theta$

$\tau_{NET} = 0$ (scelgo come asse di rotaz. quello passante per il c.m.)

$$\tau_{NET} = \tau_T - \tau_{f_a} = 0 \Rightarrow T\cdot a - f_a\cdot b = 0 \Rightarrow Ta = f_a \cdot b$$

$$\begin{cases} f_a = T\cos\theta \\ Ta = f_a b \end{cases} \Rightarrow \boxed{\cos\theta = \frac{a}{b}}$$

A che x arriva la palla m?

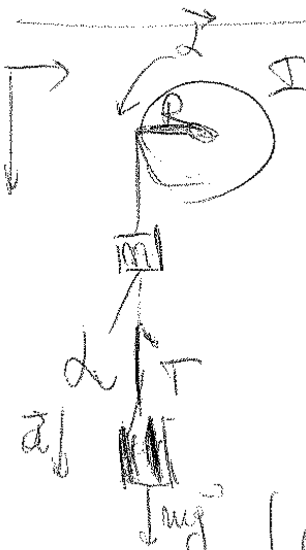
$W_{NC} = f_a \cdot s = -\mu m g s$

$K_i = 0 \qquad U_i = mgd$

$K_f = 0 \qquad U_f = 0$

$W_{NC} = f_a \cdot s = \Delta K + \Delta U = 0 - mgd$

$-\mu m g s = -mgd \qquad s = \dfrac{d}{\mu}$



Quanto ci mette la massa a cadere di un tratto L?

Per m:

$m\vec{g} - \vec{T} = m \cdot \vec{a}$

Per la carrucola:

$a = \alpha R$

$\alpha = \dfrac{a}{R}$

$\vec{\tau} = I\vec{\alpha} \Rightarrow RT = I\alpha$

$$\begin{cases} mg - T = m \cdot a \\ RT = \dfrac{I a}{R} \end{cases}$$

$mg - Ia = m a$

$mg = m \cdot a + I a = a(m + I)$

$S = S_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$

$L = 0 + 0 + \frac{1}{2}\left(\quad \right) t^2$

$\left(\dfrac{mg}{m+I}\right) = a$

$t = \sqrt{\dfrac{2L}{a}}$