



Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino

Appunti universitari

Tesi di laurea

Cartoleria e cancelleria

Stampa file e fotocopie

Print on demand

Rilegature

NUMERO : 372

DATA : 17/10/2012

A P P U N T I

STUDENTE : Luca xyz

MATERIA : Termodinamica Applicata

Prof. Torchio

Il presente lavoro nasce dall'impegno dell'autore ed è distribuito in accordo con il Centro Appunti.

Tutti i diritti sono riservati. È vietata qualsiasi riproduzione, copia totale o parziale, dei contenuti inseriti nel presente volume, ivi inclusa la memorizzazione, rielaborazione, diffusione o distribuzione dei contenuti stessi mediante qualunque supporto magnetico o cartaceo, piattaforma tecnologica o rete telematica, senza previa autorizzazione scritta dell'autore.

**ATTENZIONE: QUESTI APPUNTI SONO FATTI DA STUDENTIE NON SONO STATI VISIONATI DAL DOCENTE.
IL NOME DEL PROFESSORE, SERVE SOLO PER IDENTIFICARE IL CORSO.**



APPUNTI DI

TERMODINAMICA APPLICATA

versione **SETTEMBRE 2012**

Prof. Marco Filippo **TORCHIO**

Autore **Luca XYZ**

IMPORTANTE 1 Questi appunti **non** sono stati controllati dal docente del corso \Rightarrow pertanto non sono esclusi errori (anzi ci sono di sicuro).

Per favore segnalate gli **errori** (anche di italiano) inviandomi una mail all'indirizzo di posta elettronica **luca.xyz@outlook.com**

In questo modo alla pagina <http://exactly.altervista.org/polito/> troverete l'elenco di tutte le correzioni e integrazioni. (Così le stampate ed eventualmente le sostituite o fate un collage)

IMPORTANTE 2 Lì metterò anche l'elenco dei miei appunti che potrete trovare al centro stampa del poli.

OSSERVAZIONE Il titolo è "Appunti di termodinamica applicata" \Rightarrow quindi di "Trasmissione del calore" manca un po' di roba. Prossimamente (non so quando) metterò anche quella parte dipende se chiederete in **molti** questi appunti. Sennò chi me lo fa fare?

INTRODUZIONE ALLA TERMODINAMICA

La termodinamica è la parte della termologia che studia le relazioni tra le proprietà macroscopiche dei corpi e le loro manifestazioni energetiche, prescindendo dalla costituzione intima della materia.

È una scienza che ha per oggetto il trasferimento dell'energia, le trasformazioni di questa da una forma all'altra e i risultati di queste trasformazioni.

Alla base di ogni considerazione vi è il concetto di sistema termodinamico.

Def Sistema termodinamico

Quantità di materia o porzione di spazio separata del resto dell'universo, che si chiamerà ambiente esterno, mediante un determinato contorno costituito da una superficie reale o immaginaria, rigida o deformabile.

UNIVERSO



La superficie che delimita il sistema è detta *superficie di controllo*, mentre ciò che essa racchiude al suo interno è detto *volume di controllo*.

In base alle proprietà del sistema, si può effettuare una classificazione:

- sistema chiuso (se attraverso il contorno non vi è flusso di materia in entrata o in uscita);
- sistema aperto (se vi è passaggio di materia);
- sistema isolato o adiabatico (quando non vi sono scambi di calore con l'ambiente esterno);
- sistema diabatico (è permesso lo scambio termico).

L'EQUAZIONE DI STATO



La descrizione del comportamento di un corpo è fatta elencando tutte le grandezze fisiche che si ritiene lo descrivano in modo completo e riportando l'evoluzione nel tempo dei valori che esse assumono. Per fare ciò, si studiano le *proprietà termodinamiche* del sistema. Quest'ultime se dipendono dalla quantità di materia sono dette *estensive* (es. volume, lavoro, capacità termica), viceversa sono dette *intensive* (es. tempo, velocità, costante elastica). Tuttavia se Z rappresenta un grandezza estensiva, dividendola per la massa m , non dipenderà più dalla quantità di materia, divenendo quindi intensiva e pertanto viene a essere denominata *specificata* e si indica con la lettera minuscola z . Un'ulteriore classificazione è relativa al riferimento di analisi di studio; infatti, se si dicono *proprietà interne* se sono inerenti al sistema, altrimenti se si riferiscono all'ambiente circostante sono denominate *proprietà esterne*.

La descrizione di un sistema attraverso le sue proprietà termodinamiche che lo caratterizzano in un determinato istante prende il nome di *stato termodinamico* a cui vengono quindi associate delle coordinate termodinamiche dette *grandezze di stato* (es. pressione, volume, entalpia, entropia).

La relazione matematica che correla tra di loro n coordinate termodinamiche indipendenti x_i a una coordinata termodinamica dipendente o derivata y si chiama *equazione di stato* e può essere espressa in forma *implicita* $f(y, x_1, \dots, x_n) = 0$ o in forma *esplicita* $y = f(x_1, \dots, x_n)$.

mentre T è la temperatura assoluta del gas.

Dividendo entrambi i membri per la massa m si ottiene: $p v = R^* T$, dove $v = V/m$ è il volume specifico e R^* è la costante di elasticità del gas ideale.

Qualora le ipotesi precedenti non siano rispettate vi è un'altra equazione per lo studio dei gas: *equazione di Van der Waals*:

$$\left(p + \frac{a}{v^2}\right)(v - b) = R^* T$$

dove il coefficiente b è il covolume, mentre il coefficiente correttivo a è dovuto alle attrazioni intermolecolari del sistema. In particolare:

$$a = \frac{27R^{*2} \cdot T_{cr}^2}{64p_{cr}}$$

$$b = \frac{R^* \cdot T_{cr}}{8p_{cr}}$$

Vi sono altre equazioni dei gas ideali caratterizzati da 2 o più coefficienti dalla formulazione più complessa, un esempio è l'*equazione del viriale* (a N coefficienti):

$$p = \frac{R^* \cdot T}{v} + \frac{a(v)}{v^2} + \frac{b(v)}{v^3} + \frac{c(v)}{v^4} + \frac{d(v)}{v^5} + \frac{e(v)}{v^6} + \dots$$

EQUAZIONI DI STATO PER LIQUIDI (E SOLIDI)

Per lo studio termodinamico dei liquidi e dei solidi si ricorre all'equazione di stato generalizzata in forma differenziale. Se si pone il volume in funzione della temperatura e della pressione $V = V(T, p)$, il suo differenziale allora sarà:

$$dV = \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p dT + \left(\frac{\partial V}{\partial p}\right)_T dp$$

Dato che la derivata della pressione rispetto al volume a temperatura costante è sempre minore zero – condizione di stabilità – è opportuno definire il *coefficiente di compressibilità* isoterma come:

$$\kappa = -\frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial p}\right)_T$$

Mentre si definisce coefficiente di dilatazione cubica:

$$\beta = \frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p$$

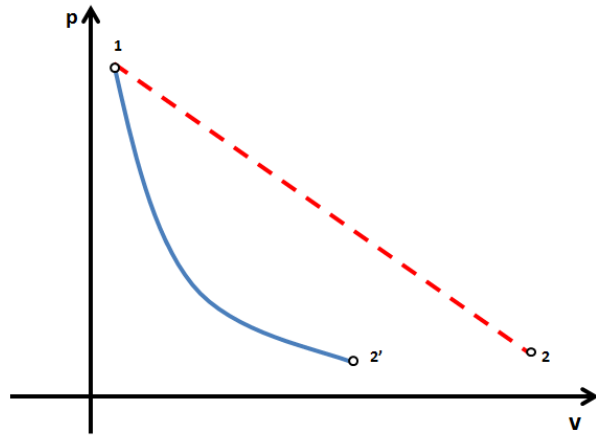
Il coefficiente κ si misura in $1/\text{bar}$ mentre β in $1/K$. Sostituendo questi parametri nell'equazione differenziale precedente si ottiene:

$$dV = \beta V dT - \kappa V dp$$

$$\frac{dV}{V} = \beta dT - \kappa dp$$

Un ruolo fondamentale per la comprensione dell'evoluzione dei fenomeni fisici è rappresentato dal concetto di reversibilità. Un processo P si dice *reversibile* quando esiste almeno un altro processo P_r , che è inverso di P , e che in aggiunta ha la proprietà che il valore che assume una generica azione è uguale in valore assoluto e opposto a quello del processo diretto. In formule si ha:

$$a(P_r) = -a(P)$$



Dunque le trasformazioni reversibili sono quelle che possono essere ripercorse in senso inverso riportando l'universo, cioè il sistema e l'ambiente circostante, nelle medesime condizioni iniziali.

Osservazione

Nella rappresentazione grafica nei diagrammi termodinamici solo le trasformazioni quasi statiche reversibili possono essere rappresentate da una linea continua (successione di stati di equilibrio). Nel caso di irreversibilità si deve (o si dovrebbe) rappresentare la trasformazione mediante un segmento a tratteggio che congiunge il punto iniziale con quello finale.

Questo poiché nel processo irreversibile le azioni non sono più esprimibili mediante il solo utilizzo delle variabili di stato del sistema (es. forze di attrito).

CALORE E FLUSSO TERMICO



Da sempre agli studiosi di fenomeni naturali è noto che quando due corpi a temperatura diversa vengono messi in condizioni di interagire, ad esempio ponendoli a contatto, anche se si evita che si scambino mutuamente forze e massa, si determina un'influenza reciproca che provoca in generale in tutti e due una modificazione dello stato termodinamico. Questa interazione è spiegata dicendo che è dovuta a un flusso di calore dal corpo più caldo a quello più freddo. Dall'analisi di esperimenti di questo tipo si possono dedurre due importanti osservazioni:

- il calore può fluire da un corpo a temperatura maggiore ad uno a temperatura minore o, all'interno di un corpo a temperatura non uniforme, dai punti a temperatura più elevata a quelli a temperatura più bassa e mai viceversa;
- quando due corpi sono in equilibrio termico (cioè si trovano alla stessa temperatura, tra di essi non c'è alcuno scambio netto di calore.

Lo scambio di calore è espresso in forma quantitativa associando al fenomeno due grandezze fisiche, il *calore* Q e il *flusso termico* (detto anche potenza termica o tasso di riscaldamento) ϕ .

Dal punto di vista matematico il calore è una grandezza scalare, che deve essere associata all'intero processo lungo il quale si evolve il corpo e non a un singolo stato occupato ad un determinato istante. In quanto tale il calore è un'azione.

Il flusso termico è invece una funzione del tempo definita nell'intervallo di tempo al quale si riferisce il processo studiato. Si consideri un processo P e si indichi con t un istante di tempo intermedio nell'intervallo di tempo T nel quale il processo si svolge; si consideri ancora quella parte di processo P^*

$$\delta Q = \Lambda_V dV + C_V dT$$

$$\delta Q = \Lambda_p dp + C_p dT$$

Si può osservare che la capacità termica descrive la sua *attitudine* ad accumulare calore.

Osservazione 1

Il calore latente rispetto al volume Λ_V si misura in J/m^3 e dato che è una grandezza intensiva si ha che: $\lambda_V \equiv \Lambda_V$. Il calore latente rispetto alla pressione Λ_p è invece una grandezza estensiva e si misura in m^3 . Grandezze estensive sono anche le capacità termiche C_V e C_p che si misurano in J/K a cui corrispondono le relative grandezze specifiche c_V e c_p . Inoltre c_V e c_p sono sempre > 0 .

Un'equazione particolarmente importante perché permette di calcolare il calore latente rispetto al volume a partire dall'equazione di stato della pressione, fu dedotta per la prima volta da Clapeyron e prende il nome di **Teorema di Carnot - Clapeyron**, ovvero:

$$\Lambda_V(V, T) = T \left(\frac{\partial p(V, T)}{\partial T} \right)_V$$

Si può dimostrare inoltre che

$$c_p - c_V = -\Lambda_V \left(\frac{\partial p}{\partial T} \right)_V \left(\frac{\partial v}{\partial p} \right)_T$$

Utilizzando il teorema di Carnot-Clapeyron e tenendo conto della condizione di stabilità si deduce che: $c_p \geq c_V$.

Osservazione 2

Per i *gas ideali* data l'equazione $pv = R^* T$ si può dedurre che $\Lambda_V = p$ mentre $\Lambda_p = -V$. Inoltre si può ricavare la **relazione di Meyer** $c_p - c_V = R^*$.

Osservazione 3

Per le sostanze incompressibili si ha che $dv = 0$ in che implica $c_p = c_V$. Dunque per i solidi e i liquidi si può assumere la seguente *approssimazione*: $c_p \approx c_V$

LAVORO E POTENZA MECCANICA



Se due corpi si trovano nella condizione di interagire tra di loro, esercitando l'uno sull'altro una forza e se per effetto dell'interazione si hanno spostamenti dalla loro posizione e deformazioni della forma originaria, la grandezza fisica con la quale si esprime in termini quantitativi l'intensità dell'interazione e che quindi ne costituisce una misura, prende il nome di *lavoro*.

Se la forza e lo spostamento sono di per sé grandezze ben definite e misurabili con procedure ben stabilite, al fenomeno che si determina per l'effetto combinato forza-

ASSIOMA COSTITUTIVO DEL LAVORO PER UN FLUIDO OMOGENEO

Un fluido che evolve nel tempo seguendo un processo P , individuato parametricamente dalle coordinate termodinamiche $V(t)$ e $T(t)$, in un intervallo di tempo finito $T(t_1, t_2)$ durante il quale interagisce con l'ambiente esterno, scambia con esso una potenza meccanica che in ogni istante è:

$$W_i^{lin}(t) = p(t) \frac{dV(t)}{dt}$$

Il lavoro corrispondente è:

$$L_i^{lin}(\mathbf{P}) = \int W_i^{lin}(t) dt = \int \left[p(t) \frac{dV(t)}{dt} \right] dt$$

dove $p(t)$ si chiama pressione interna o pressione idrostatica ed è una grandezza costitutiva del corpo perché ne caratterizza il comportamento termodinamico.

Osservazione

Se la funzione $V(t)$ è sufficientemente regolare, l'integrale svolto nel dominio del tempo si può trasformare in un integrale di linea nello spazio degli stati, esteso alla trasformazione Γ corrispondente al processo \mathbf{P} :

$$L_i^{lin}(\mathbf{P}) = \int p dV$$

TEOREMA DELL'ENERGIA CINETICA

La relazione che esprime questo teorema correla il lavoro fatto da tutte le forze che agiscono sul sistema (esterne, a distanza, interne) alla variazione di energia cinetica del sistema stesso:

$$L_{es}(\mathbf{P}) + L_i(\mathbf{P}) = \Delta E_C$$

In base alle relazioni precedenti si ha che:

$L_{es}(\mathbf{P}) = L_{es}^d(\mathbf{P}) + L_{es}^S(\mathbf{P})$ e quindi $L_{es}(\mathbf{P}) = -L_{se}^d(\mathbf{P}) - L_{se}^S(\mathbf{P}) - L_{ae}(\mathbf{P}) = -L_{se}(\mathbf{P}) - L_{ae}(\mathbf{P})$ sostituendola all'equazione precedente si ottiene $L_{se}(\mathbf{P}) = L_i(\mathbf{P}) - L_{ae}(\mathbf{P}) - \Delta E_C$.

Inoltre dato che $L_{se}^d(\mathbf{P}) = \Delta E_p$ si ha: $L_{se}^S(\mathbf{P}) - L_i(\mathbf{P}) + L_{ae}(\mathbf{P}) + \Delta E_C + \Delta E_p = 0$

Usando $L_i(\mathbf{P}) = L_i^{lin}(\mathbf{P}) - L_{ai}(\mathbf{P})$ si ha:

$$L_{se}^S(\mathbf{P}) - L_i^{lin}(\mathbf{P}) + L_{ai}(\mathbf{P}) + L_{ae}(\mathbf{P}) + \Delta E_C + \Delta E_p = 0$$

Nello studio delle macchine termiche piuttosto che calcolare tutto il lavoro fatto dal sistema sull'esterno, si preferisce depurarlo da quello che il sistema scambia con l'ambiente nel quale è immerso, normalmente l'atmosfera, quando esso cambia di volume e che non ha valore economico. Il lavoro così ottenuto si chiama lavoro tecnico o utile. In formule $L_{se}^S(\mathbf{P}) = L_t(\mathbf{P}) + L_0(\mathbf{P})$. In definitiva si ha quindi:

$$L_t(\mathbf{P}) + L_0(\mathbf{P}) + L_{ai}(\mathbf{P}) + L_{ae}(\mathbf{P}) + \Delta E_C + \Delta E_p - L_i^{lin}(\mathbf{P}) = 0$$

e in termini di potenza:

$$W_t(t) + W_0(t) + W_{ai}(t) + W_{ae}(t) + \frac{dE_p}{dt} + \frac{dE_C}{dt} - W_i^{lin}(t) = 0.$$

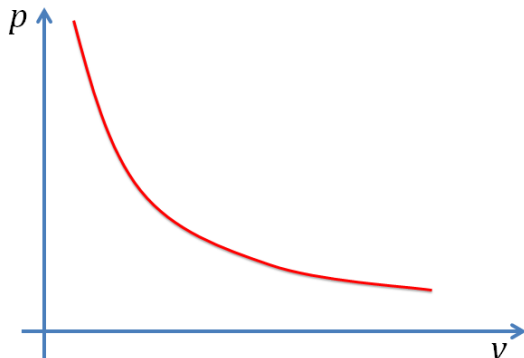
Osservazione

Per i *gas ideali* con il calore specifico c_p sensibilmente costante al variare della temperatura, si ha:

$$q(\mathbf{P}) = \int (\lambda_p dp + c_p dT) = \int c_p dT = c_p(T_2 - T_1) = \frac{c_v p}{R^*} (v_2 - v_1)$$

ISOTERMA

Si dice isoterma ogni processo durante il quale il fluido evolve mantenendo la temperatura costante.



$$T(t) = \text{costante} \Rightarrow dT = 0$$

$$l_i^{lin}(\mathbf{P}) = \int p(v, T) dv$$

$$q(\mathbf{P}) = \int (\lambda_v dv + c_p dT) = \int \lambda_v dv$$

$$q(\mathbf{P}) = \int (\lambda_p dp + c_p dT) = \int \lambda_p dp$$

Osservazione

Per i *gas ideali* si ha che:

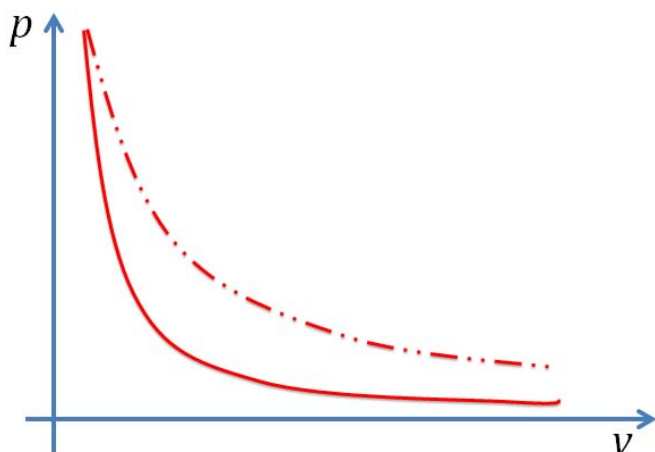
$$l_i^{lin}(\mathbf{P}) = \int p(v, T) dv = R^* T \int \frac{dv}{v} = R^* T \log v_2/v_1$$

Dato che $\lambda_v \equiv \Lambda_v = p$ e $\lambda_p = -v$ si ha:

$$q(\mathbf{P}) = \int \lambda_v dv = R^* T \log v_2/v_1$$

$$q(\mathbf{P}) = \int \lambda_p dp = R^* T \log p_1/p_2$$

ADIABATICA REVERSIBILE



Il processo adiabatico è quello lungo il quale il flusso termico scambiato è sempre nullo in ognuno degli istanti di tempo lungo i quali evolve il sistema. In conseguenza di questo fatto il calore scambiato globalmente lungo tutto il percorso è nullo e si possono ricavare agevolmente le espressioni della linea di trasformazione nello stato degli stati.

$$\phi(t) = 0 \Rightarrow q(\mathbf{P}) = 0$$

$$dq(\mathbf{P}) = \lambda_v dv + c_v dT = 0$$

$$dq(\mathbf{P}) = \lambda_p dp + c_p dT = 0$$

Osservazione

Per i *gas ideali* dato che $\lambda_v \equiv \Lambda_v = p$ e $\lambda_p = -v$ si ha:

$$dq(\mathbf{P}) = p dv + c_v dT = 0 \Rightarrow dT = -\frac{1}{c_v} p dv$$

$$pv^\gamma = \text{costante}$$

$$Tv^{\gamma-1} = \text{costante}$$

$$Tp^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = \text{costante}$$

$$l_i^{lin}(\mathbf{P}) = \int p(v, T) dv = \frac{p_1 v_1}{n-1} \left[1 - \left(\frac{v_1}{v_2} \right)^{n-1} \right]$$

Si può notare che è possibile esprimere tutte le trasformazioni esaminate come casi particolari di una trasformazione politropica percorsi da un gas ideale.

Trasformazione	Caratteristica	n	c
Isobara	$p = \text{cost}$	0	c_p
Isocora	$v = \text{cost}$	∞	c_v
Isoterma	$pv = \text{cost}$	1	∞
Adiabatica reversibile	$pv^\gamma = \text{cost}$	γ	0

REGOLA DEI PRODOTTI IN CROCE

Nel caso di cicli percorsi da un gas ideale formati da 4 politropiche a due a due opposte si ha che:

$$v_A v_C = v_B v_D$$

$$p_A p_C = p_B p_D$$

$$T_A T_C = T_B T_D$$

1° PRINCIPIO DELLA TERMODINAMICA PER I SISTEMI CHIUSI

In un processo ciclico C di un sistema termodinamico, il lavoro scambiato con l'esterno L_{se} è uguale al calore scambiato Q :

$$L_{se}(C) = Q(C)$$

Osservazione

Dato che $L_{se}(C) = L_i(C) - L_{ae}(C) - \Delta E_C$, visto che $L_{ae}(C) = 0$ nei fluidi omogenei poiché è nulla la velocità relativa che essi hanno rispetto le pareti che li contengono, se sono trascurabili $L_{ai}(C)$ e la variazione di energia cinetica allora:

$$L_{se}(C) = L_i^{lin}(C) = L(C) = \oint p dV$$

In forma differenziale di ha:

$$dL_{se}(C) = dQ(C)$$

$$dQ(C) - dL_{se}(C) = 0$$

$$d(Q(C) - L_{se}(C)) = 0$$

Si può quindi introdurre una funzione potenziale a cui si dà il nome di *energia totale del sistema* E_{TOTALE} , tale per cui vale la relazione:

$$d(Q(\mathbf{P}) - L_{se}(\mathbf{P})) = dE_{TOTALE}$$

Integrando quindi ambi i membri si ottiene:

$$\left(\frac{\partial U(T, V)}{\partial T}\right)_V = C_V$$

Osservazione

Per i gas ideali $\Lambda_V = p$ quindi: $dU = C_V dT$, ovvero:

$$\Delta U = \int C_V dT$$

L'energia interna dipende solo dalla temperatura $U = U(T)$

Esistono applicazioni della termodinamica per le quali è comodo ed utile introdurre altre variabili di stato. Naturalmente le nuove grandezze devono essere definite assegnando un legame funzionale con le coordinate indipendenti e, all'occorrenza potrebbero esse stesse essere adottate come coordinate indipendenti. Una grandezza di stato particolarmente rilevante è l'entalpia H . Essa si definisce nel seguente modo:

$$H = U + pV$$

che in forma differenziale diventa $dH = dU + d(pV)$:

mentre in forma specifica: $dh = du + d(pv)$

Osservazione

Sia l'energia interna U che l'entalpia H hanno in comune le seguenti proprietà:

- a) sono grandezze di stato estensive;
- b) hanno le dimensioni in un'energia, misurata nel S.I. in J , o di una energia per unità di massa, misurata nel S.I. J/kg ;
- c) possono essere calcolate a meno di una costante perché sono funzioni potenziali.

Se si esprime l'entalpia in funzione della pressione e della temperatura si ha che il suo differenziale si può esprimere come:

$$dH = \left(\frac{\partial H(T, p)}{\partial T}\right)_p dT + \left(\frac{\partial H(T, p)}{\partial p}\right)_T dp$$

Dato che $dH = dU + d(pV) \Leftrightarrow dU = dH - d(pV) = d(Q(P) - L_i^{lin}(P)) = \Lambda_p dp + C_p dT - p dV$, allora si ha che:

$$dH = (\Lambda_p + V)dp + C_p dT$$

Quindi:

$$\left(\frac{\partial H(T, p)}{\partial p}\right)_T = \Lambda_p + V$$

$$\left(\frac{\partial H(T, p)}{\partial T}\right)_p = C_p$$

Osservazione

Per i gas ideali $\Lambda_p = -V$ quindi: $dH = C_p dT$, ovvero:

$$\Delta H = \int C_p dT$$

L'entalpia dipende solo dalla temperatura $H = H(T)$

tura fra due punti del sistema o un fenomeno di attrito nel deflusso di un fluido danno luogo ad un processo *internamente irreversibile*.

Osservazione

A causa di una visione antropologica, il concetto di irreversibilità è associato al concetto di dissipazione, infatti si fa riferimento ad effetti utili che non potranno più essere riprodotti nella loro completezza.

LE MACCHINE TERMICHE

Def Macchina termica

Le macchine termiche sono i dispositivi artificiali o naturali che consentono di interconvertire tra di loro flussi di energia termica e di altre forme di energia con l'obiettivo di utilizzare uno o più di questi flussi.

Le macchine termiche, in base al loro principio di funzionamento si possono distinguere in macchine motrici e in macchine operatrici.

Si dicono **macchine motrici** o più semplicemente **motori** quelle che, operando ciclicamente, scambiano con l'ambiente esterno complessivamente quantità di calore e di lavoro nette positive, anche se ripartite tra diverse trasformazioni con quantità negative e positive.

Analogamente, si dicono **macchine operatrici** quelle che operando ciclicamente scambiano con l'ambiente esterno una quantità di lavoro netto negativa e una quantità di calore netta negativa, anche se ripartita tra diverse trasformazioni con quantità positive e negative.

Le macchine operatrici a loro volta vengono chiamate, a seconda delle modalità di utilizzazione, **frigoriferi** se l'effetto utile per conseguire il quale vengono costruite è il calore sottratto al sistema esterno a temperatura più bassa, e **pompe di calore** se l'effetto utile è invece il calore fornito al sistema esterno a temperatura più alta.

Un criterio molto importante per valutare le validità delle scelte progettuali del ciclo di una macchina termica è il calcolo della efficienza definito in modo assolutamente generale dalla relazione:

$$\text{efficienza} = \frac{\text{effetto energetico utile}}{\text{energia spesa}}$$

È utile anche definire il concetto di termostato, in modo da poter esaminare meglio la macchine termica in esame.

Def Termostato

È la rappresentazione ideale dell'ambiente esterno con cui la macchina scambia calore e lavoro, il cui stato termodinamico è invariante per tutta la durata dell'interazione e caratterizzata da una temperatura costante nel tempo ed uniforme in ogni punto.

Per caratterizzare meglio le macchine termiche è spesso comodo valutare separatamente le quantità di calore e lavoro che entrano o escono dal sistema durante un processo P che si svolge in un intervallo di tempo T . Per identificare queste quantità con una procedura matematicamente precisa si danno alcune definizioni.

Def Calore assorbito

$$Q^+(P) = \frac{1}{2} \int [\Phi(t) + |\Phi(t)|] dt$$

$$Q^+(C) - Q^-(C) = -|L(C)| = -(L^+(C) - L^-(C)) < 0$$

$$\Rightarrow L^-(C) > L^+(C)$$

Se si sostituiscono queste relazioni nelle espressioni del rendimento e delle efficienze delle macchine operatrici, si ottiene:

$$\eta \leq 1$$

$$\varepsilon \geq 1$$

$$\hat{\varepsilon} \geq 1$$

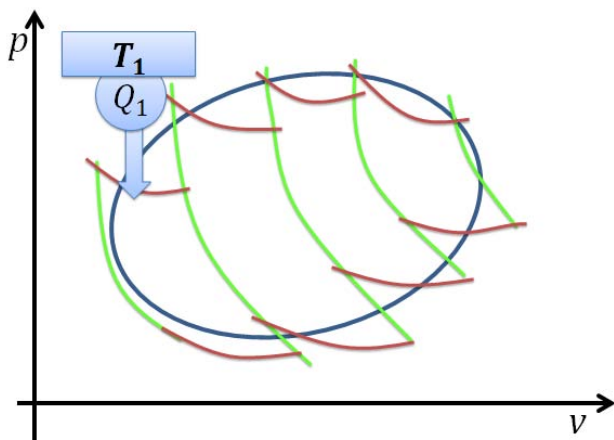
TEOREMA DI CARNOT

“Il rendimento massimo si ottiene con un ciclo il cui le trasformazioni siano reversibili e questo rendimento è indipendente della sostanza che percorre il ciclo, e dipende solo dalle temperature delle due sorgenti.”

In un ciclo di Carnot percorso da un fluido omogeneo, il rendimento è:

$$\eta = \frac{L(C)}{Q^+(C)} = 1 - \frac{T^-}{T^+}$$

TEOREMA DI CLAUSIUS. ENTROPIA



Si consideri il caso generale di un ciclo reversibile, come quello rappresentato in figura, che si può immaginare in senso diretto che in senso inverso. Si tracci un certo numero di adiabatiche che dividono l'area del ciclo in più strisce e si consideri il ciclo rappresentato dalla spezzata formata dai segmenti di **adiabatica** e di **isoterma** (scelti quest'ultimi in modo che il calore scambiato in ogni tratto di isoterma sia il medesimo di quello scambiato dal tratto di ciclo reale compreso tra le medesime adiabatiche).

Allora ogni ciclo è il ciclo di Carnot e per essi si può scrivere:

$$\frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2} = 0; \frac{Q_3}{T_3} + \frac{Q_4}{T_4} = 0; \dots$$

Sommando membro a membro si ottiene:

$$\sum \frac{Q_i}{T_i} = 0$$

Facendo tendere all'infinito il numero di strisce in cui si divide il ciclo e quindi divenendo infinitesimi i processi isotermici fra due adiabatiche, ogni termine $dQ(P^*)/T$ per ogni segmento di isoterma si ap-

$$\oint \frac{\delta Q}{T} \leq 0$$

Questa disuguaglianza prende il nome di *disuguaglianza di Clausius*.

Nello scopo di introdurre nuovamente la funzione potenziale S entropia si aggiunge un termine S_{IRR} , maggiore di zero tale per cui:

$$\oint \frac{\delta Q}{T} + S_{IRR}(\mathbf{C}) = 0$$

Si ha quindi che:

$$\oint \frac{\delta Q}{T} + S_{IRR}(\mathbf{C}) = \oint dS$$

E in generale:

$$\Delta S = \int \frac{\delta Q(\mathbf{P})}{T} + S_{IRR}(\mathbf{P})$$

oppure

$$\Delta S \geq \int \frac{\delta Q(\mathbf{P})}{T}$$

Alternativamente in termini di potenza si ha:

$$\frac{dS(t)}{dt} \geq \frac{\phi(t)}{T}$$

oppure

$$\frac{dS(t)}{dt} = \frac{\phi(t)}{T} + \Sigma_{IRR}$$

Osservazione 1

I termini S_{IRR} e Σ_{IRR} sono generati per effetto delle irreversibilità. Tutte e due dipendono dal processo P e sono nulle nei processi reversibili. Dal modo con cui sono state introdotte nelle equazioni si deduce inoltre che sono sempre *positivi*.

Osservazione 2

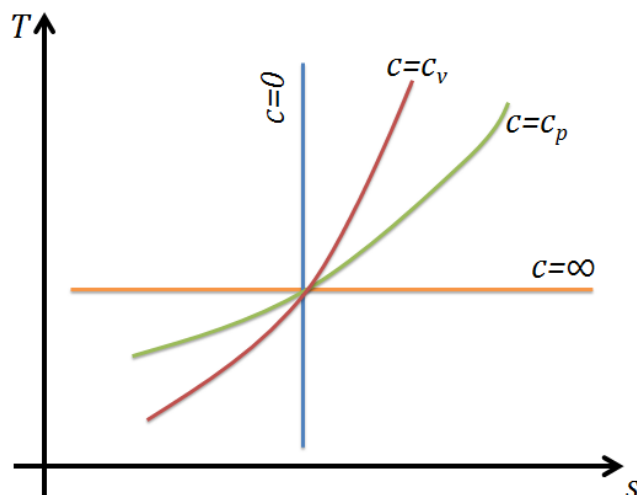
Poiché l'universo è, almeno fino a prova contraria, il sistema isolato per eccellenza e poiché le trasformazioni reali attraverso le quali si evolve sono tutte irreversibili, la sua entropia non può che crescere. Infatti $\phi(t) = 0$, quindi partente dalla disuguaglianza di Clausius-Plank:

$$\frac{dS(t)}{dt} \geq \frac{\phi(t)}{T} = 0$$

Poiché tutte le trasformazioni sono irreversibili:

$$\frac{dS(t)}{dt} > 0$$

Integrando rispetto al tempo si ha che: $\Delta S > 0$.



Osservazione

Dato che $\delta q = \lambda_v dv + c_v dT$ per un gas ideale si ha $\lambda_v = p$, allora:

$$ds = \frac{p dv}{T} + \frac{c_v dT}{T}$$

$$ds = \frac{R^* dv}{v} + \frac{c_v dT}{T}$$

E quindi la variazione di entropia, nell'ipotesi che c_v sia costante, è uguale a:

$$(1) \Delta s = R^* \ln \frac{v_B}{v_A} + c_v \ln \frac{T_B}{T_A}$$

Oppure usando $\delta q = \lambda_p dp + c_p dT$ si arriva a:

$$(2) \Delta s = -R^* \ln \frac{p_B}{p_A} + c_p \ln \frac{T_B}{T_A}$$

Alternativamente dato che:

$$dT = \frac{p dv + v dp}{R^*}$$

allora:

$$\frac{dT}{T} = \frac{p dv + v dp}{pv} = \frac{dv}{v} + \frac{dp}{p}$$

quindi:

$$ds = \frac{R^* dv}{v} + \frac{c_v dT}{T} = \frac{R^* dv}{v} + c_v \left(\frac{dv}{v} + \frac{dp}{p} \right) = (R^* + c_v) \frac{dv}{v} + c_v \frac{dp}{p}$$

Per la relazione di Meyer si ha: $R^* = c_p - c_v$ si giunge a:

$$ds = c_p \frac{dv}{v} + c_v \frac{dp}{p}$$

$$(3) \Delta s = c_p \ln \frac{v_B}{v_A} + c_v \ln \frac{p_B}{p_A}$$

SISTEMI APERTI

Tutti i sistemi, naturali o artificiali che siano, il cui funzionamento è basato sulle trasformazioni termodinamiche di uno o più fluidi che attraversano la superficie di contorno e sugli scambi di calore e di lavoro con l'ambiente esterno, si dicono anche a *sistemi a deflusso* o *sistemi aperti*.

Nei sistemi aperti la superficie di controllo che ne delimita ad ogni istante il volume è attraversata con una velocità finita da un flusso di materia, per cui, per poter dare ad ogni istante del loro funzionamento la descrizione completa dello stato termodinamico, occorre anche descrivere il moto di tutto il sistema. Ne consegue che, come è noto dalla meccanica, è necessario scegliere un sistema di riferimento

Nel caso di sistemi in *regime stazionario*, le condizioni del sistema si mantengono costanti nel tempo, anche se il sistema continua ad essere attraversato da materia. Le relazioni si modificano nella forma:

$$\left[\frac{dZ(t)}{dt} \right]_{VC} = 0$$

$$\Rightarrow \frac{dZ(t)}{dt} = \sum_{i=1}^{NC} \pm G_i \cdot z_i$$

LEGGE DI CONSERVAZIONE DELLA MASSA

La massa è un grandezza estensiva che misura la quantità di materia. Se si guarda al problema da un punto di vista fisico la legge con cui varia la massa di un corpo a uno degli assiomi fondamentali della fisica classica (non relativistica) che enuncia il fatto che la massa complessiva di un corpo deve rimanere costante o, in altre parole, che la sua variazione nel tempo deve essere nulla. In formule, se si indica con $M(t)$ la massa totale del sistema all'istante t , l'assioma fondamentale si scrive:

$$\frac{dM(t)}{dt} = 0$$

Oppure, per quanto detto precedentemente:

$$\left[\frac{dM(t)}{dt} \right]_{VC} + \sum_{i=1}^{NC} \pm G_i = 0$$

Se il sistema è in regime stazionario, la massa nel volume di controllo è sempre la stessa, per cui:

$$\sum_{i=1}^{NC} \pm G_i = 0$$

che nel caso di un condotto con una entrata e una uscita l'equazione diventa:

$$G_{OUT} - G_{IN} = 0$$

IL LAVORO TECNICO E IL LAVORO DI SPOSTAMENTO

Nella maggior parte delle macchine motrici e operatrici a fluido il lavoro esterno è scambiato come lavoro di forze superficiali attraverso il movimento di opportuni organi mobili i quali, sotto l'azione delle forze di pressione interne, trasformano lo spostamento che ne consegue in movimento traslatorio o rotatorio.

Per il modo con cui viene scambiato tra il sistema² e l'ambiente esterno, il lavoro è di tipo "superficiale"; quest'ultimo a sua volta si divide in due parti, una impiegata per *introdurre* il fluido nel sistema (l'ambiente esterno fa lavoro sul sistema) e per farlo *fuoriuscire* (il sistema fa lavoro sull'ambiente esterno) ed un'altra che produce l'effetto utile vero e proprio, azionando organi mobili, come pistoni o rotor palettati rotanti.

Il lavoro delle forze superficiali, se si trascurano gli attriti esterni L_{ae} consiste di una parte a cui si dà il nome di *lavoro tecnico* (o lavoro motore all'albero) L_t , che è il lavoro effettivamente utilizzato dall'ambiente esterno o dal sistema, e di un'altra a cui si dà in nome di lavoro di spostamento L_{sp} , che è invece la quota che deve essere messa in gioco per l'introduzione e l'espulsione del fluido dalla macchina.

² Dato che si ipotizza che la superficie di controllo sia rigida il termine $W_0(t)$ è sempre nullo.

$$\frac{dE_C(t)}{dt} = \left[\frac{dE_C(t)}{dt} \right]_{VC} + \sum_{i=1}^{NC} \pm G_i \cdot e_{C_i}$$

$$\frac{dE_p(t)}{dt} = \left[\frac{dE_p(t)}{dt} \right]_{VC} + \sum_{i=1}^{NC} \pm G_i \cdot e_{p_i}$$

Si ottiene quindi:

$$W_t(t) + W_a(t) + \left[\frac{dE_C(t)}{dt} \right]_{VC} + \left[\frac{dE_p(t)}{dt} \right]_{VC} + \sum_{i=1}^{NC} \pm G_i \cdot e_{C_i} + \sum_{i=1}^{NC} \pm G_i \cdot e_{p_i} + V \frac{dp(t)}{dt} = 0$$

che nel caso stazionario con baricentro del sistema fermo nello spazio:

$$W_t(t) + W_a(t) + \sum_{i=1}^{NC} \pm G_i \cdot (e_{C_i} + e_{p_i}) + V \frac{dp(t)}{dt} = 0$$

nel caso di un condotto con una uscita e un entrata si ha:

$$W_t(t) + W_a(t) + G_i \cdot (\Delta e_C + \Delta e_p) + V \frac{dp(t)}{dt} = 0$$

da cui dividendo per la portata di massa del sistema in un certo istante, si ottiene la relazione:

$$l_t(\mathbf{P}) + \int_{\Gamma} v dp + l_a(\mathbf{P}) + \Delta e_C + \Delta e_p = 0$$

Qualora non ci siano attriti e si possano ritenere trascurabili le variazioni di energia cinetica e potenziale, quest'ultima espressione assume una forma molto usata per il calcolo del lavoro tecnico:

$$l_t(\mathbf{P}) = - \int_{\Gamma} v dp$$

Osservazione

Nel caso in cui il sistema rigido ($W_0(t) = 0$) è costituito da uno o più fluidi incompressibili si ha che:

$$\frac{dV(t)}{dt} = \left[\frac{dV(t)}{dt} \right]_{VC} + \sum_{i=1}^{NC} \pm G_i \cdot v_i = 0$$

Si consideri ora la potenza di spostamento:

$$W_{sp} = \frac{d(pV)}{dt} = p \frac{dV}{dt} + V \frac{dp}{dt} = V \frac{dp}{dt}$$

Nel caso inoltre di un condotto con un solo ingresso e una sola uscita in regime stazionario si ha che:

$$W_{sp} = G[(pv)_{OUT} - (pv)_{IN}]$$

Ovvero:

$$V \frac{dp}{dt} = G[(pv)_{OUT} - (pv)_{IN}]$$

Dalla formula ricavata in precedenza:

$$W_t(t) + W_a(t) + G_i \cdot (\Delta e_C + \Delta e_p) + V \frac{dp(t)}{dt} = 0$$

eseguendo la sostituzione si arriva alla relazione:

Si ottiene:

$$\phi(t) - W_t(t) = \frac{d}{dt} [U(t) + E_p(t) + E_p(t)] + \sum_{i=1}^{NC} \pm G_i \cdot [u + pv + e_p + e_c]_i$$

Poiché per definizione l'entalpia specifica è per definizione $h = u + pv$ si ha in definitiva:

$$\phi(t) - W_t(t) = \frac{d}{dt} [U(t) + E_p(t) + E_p(t)] + \sum_{i=1}^{NC} \pm G_i \cdot [h + e_p + e_c]_i$$

Osservazione

Nel caso semplice in cui il sistema ha il volume di controllo rigido o, il che è lo stesso, il fluido è incompressibile, si trova inoltre in condizioni di funzionamento stazionarie ed ha solo due porte, una di ingresso e una di uscita, la portata in ingresso è uguale a quella in uscita:

$$G_{OUT} = G_{IN} = G$$

L'equazione precedente si semplifica e diventa:

$$\phi(t) - W_t(t) = G(\Delta h + \Delta e_p + \Delta e_c)$$

se si divide il tutto per la portata in massa si ottiene:

$$q(\mathbf{P}) - l_t(\mathbf{P}) = \Delta h + \Delta e_p + \Delta e_c$$

IL 2° PRINCIPIO DELLA TERMODINAMICA PER I SISTEMI APERTI

Il 2° principio della termodinamica scritto in forma di potenza, e utilizzando la disuguaglianza di Clausius-Planck, è rappresentato dall'espressione:

$$\frac{dS(t)}{dt} \geq \frac{\phi(t)}{T}$$

La stessa relazione si può scrivere anche come:

$$\frac{dS(t)}{dt} = \frac{\phi(t)}{T} + \Sigma_{IRR}$$

dove il termine Σ_{IRR} rappresenta il flusso di entropia prodotto per effetto delle irreversibilità.

Lo stesso 2° principio si può enunciare nella forma $\Sigma_{IRR} \geq 0$, il cui segno di uguaglianza vale per le trasformazioni reversibili, mentre quello di disuguaglianza per quelle irreversibili.

Dato che l'entropia è una grandezza estensiva si può scrivere:

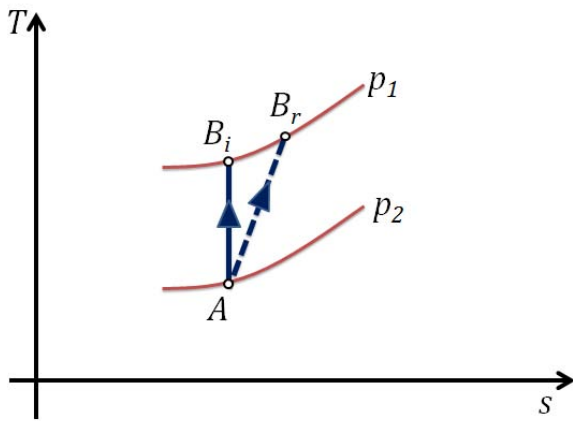
$$\frac{dS(t)}{dt} = \left[\frac{dS(t)}{dt} \right]_{VC} + \sum_{i=1}^{NC} \pm G_i \cdot s_i$$

Per cui l'equazione diventa:

$$\left[\frac{dS(t)}{dt} \right]_{VC} + \sum_{i=1}^{NC} \pm G_i \cdot s_i = \frac{\phi(t)}{T} + \Sigma_{IRR}$$

Osservazione

Nel caso semplice in cui il sistema ha il volume di controllo rigido o, il che è lo stesso, il fluido è incompressibile, si trova inoltre in condizioni di funzionamento stazionarie ed ha solo due porte, una di ingresso e una di uscita si ha che:



Allo stesso modo si può considerare nel diagramma $\langle T, s \rangle$ un processo di compressione adiabatica reale. Il rendimento isoentropico rappresenta il rapporto tra il lavoro minimo che si spenderebbe nel caso ideale e il lavoro realmente speso:

$$\eta_{ic} = \frac{l_{t \text{ IDEALE}}}{l_{t \text{ REALE}}} = \frac{h_A - h_{Bi}}{h_A - h_{Br}}$$

Osservazione

Dato che $dH = (\Lambda_p + V)dp + C_p dT$ nel caso di gas ideali $\Lambda_p = -V$ si ha quindi che:

$$dH = C_p dT$$

$$dh = c_p dT$$

Se si assume c_p costante allora l'entalpia si può esprimere come:

$$h = c_p \Delta T$$

I rendimenti isoentropici allora si possono scrivere come:

$$\eta_{ie} = \frac{l_{t \text{ REALE}}}{l_{t \text{ IDEALE}}} = \frac{h_A - h_{Br}}{h_A - h_{Bi}} = \frac{c_p(T_A - T_{Br})}{c_p(T_A - T_{Bi})} = \frac{T_A - T_{Br}}{T_A - T_{Bi}}$$

$$\eta_{ic} = \frac{l_{t \text{ IDEALE}}}{l_{t \text{ REALE}}} = \frac{h_A - h_{Bi}}{h_A - h_{Br}} = \frac{c_p(T_A - T_{Bi})}{c_p(T_A - T_{Br})} = \frac{T_A - T_{Bi}}{T_A - T_{Br}}$$

Ovvero:

$$\eta_{ie} = \frac{T_A - T_{Br}}{T_A - T_{Bi}}$$

$$\eta_{ic} = \frac{T_A - T_{Bi}}{T_A - T_{Br}}$$

Sia nelle macchine alternativa (monocomponente) che in quelle a flusso continuo, se si prende in considerazione separatamente dalle altre una delle trasformazioni del ciclo, la macchina si può quindi considerare un sistema aperto.

Se si introduce ancora l'ipotesi che il sistema sia stazionario e che si possano trascurare le variazioni di energia cinetica e potenziale tra l'ingresso e l'uscita, l'espressione:

$$l_t(\mathbf{P}) + \int_{\Gamma} v dp + l_a(\mathbf{P}) + \Delta e_c + \Delta e_p = 0$$

si può semplificare in:

$$l_t(\mathbf{P}) = - \int_{\Gamma} v dp - l_a(\mathbf{P})$$

Per definizione il lavoro interno (specifico) si ricava dalla relazione:

$$l_i(\mathbf{P}) = \int_{\Gamma} p dv - l_a(\mathbf{P})$$

Se si considera quindi un processo ciclico per ragioni puramente matematiche di ha che:

$$\oint d(pv) = 0$$

Da questo risultato si dimostra che il lavoro tecnico netto scambiato in tutto il ciclo coincide con il lavoro interno netto:

$$\oint d(pv) = \oint [vdp + pdv] = 0$$

$$\oint p dv = - \oint v dp$$

$$\oint p dv - l_a(\mathbf{C}) = - \oint v dp - l_a(\mathbf{C})$$

$$l_i(\mathbf{C}) = l_t(\mathbf{C})$$

Se ancora si scrive il 1° principio della termodinamica per i sistemi aperti per una singola trasformazione con le medesime ipotesi precedenti, ha:

$$q(\mathbf{P}) - l_t(\mathbf{P}) = \Delta h + \Delta e_p + \Delta e_c$$

che si semplifica in:

$$q(\mathbf{P}) - l_t(\mathbf{P}) = \Delta h$$

Per una trasformazione adiabatica si ha quindi che:

$$l_t(\mathbf{P}) = -\Delta h$$

Si conclude che il salto di entalpia tra gli estremi di una trasformazione adiabatica misura, a meno del segno, il lavoro tecnico sviluppato o assorbito dalla macchina. In termini di potenza, facendo riferimento alla portata circolante, si ha ancora:

$$W_t(t) = -G \Delta h$$

Allora il rendimento si può scrivere come:

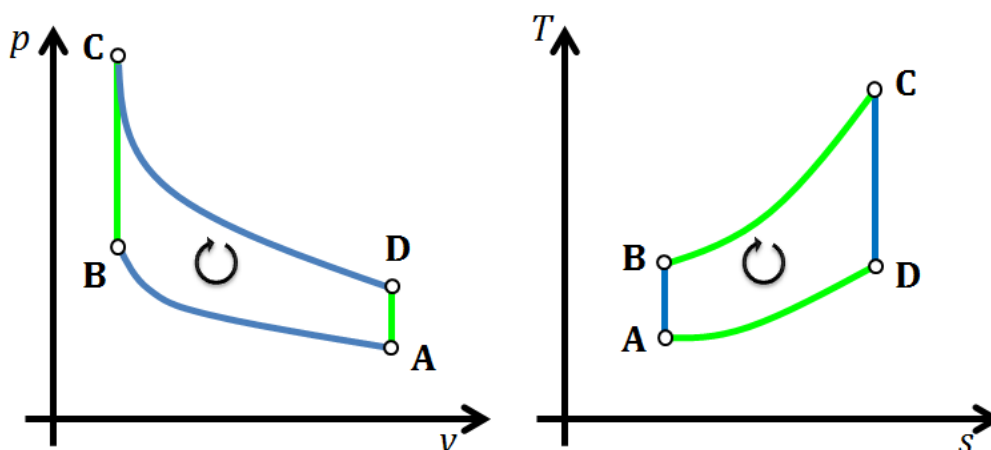
$$\eta = 1 - \frac{1}{r_v^{\gamma-1}}$$

Cenni tecnici

È importante osservare che nel ciclo di Carnot ad aria standard l'aumento della quantità di calore trasferita al fluido motore ad ogni ciclo, a parità di temperatura massima, determina un aumento del volume massimo durante l'esecuzione del ciclo stesso, tale aumento comporta una diminuzione della pressione media effettiva che è così bassa da superare a stento le resistenze di attrito.

Un'altra difficoltà pratica a realizzare questo motore è legata alla complessità di realizzare lo scambio termico durante i processi di compressione ed espansione a temperatura costante; infatti, è praticamente impossibile conciliare tale procedura di scambio termico con una accettabile velocità di funzionamento delle macchine.

CICLO OTTO IDEALE (2 ISOCORE - 2 ADIABATICHE)



Calcolo del rendimento

$$\eta = \frac{l_t(\mathcal{C})}{q_1(\mathcal{C})} = \frac{l_i(\mathcal{C})}{q^+(\mathcal{C})} = 1 - \frac{q^-(\mathcal{C})}{q^+(\mathcal{C})}$$

Il calore viene assorbito durante l'isocora $B \rightarrow C$, quindi assumendo c_v costante:

$$q^+(\mathcal{C}) = \int (\lambda_v dv + c_v dT) = \int c_v dT = c_v(T_C - T_B)$$

mentre il calore viene ceduto durante l'isocora $D \rightarrow A$

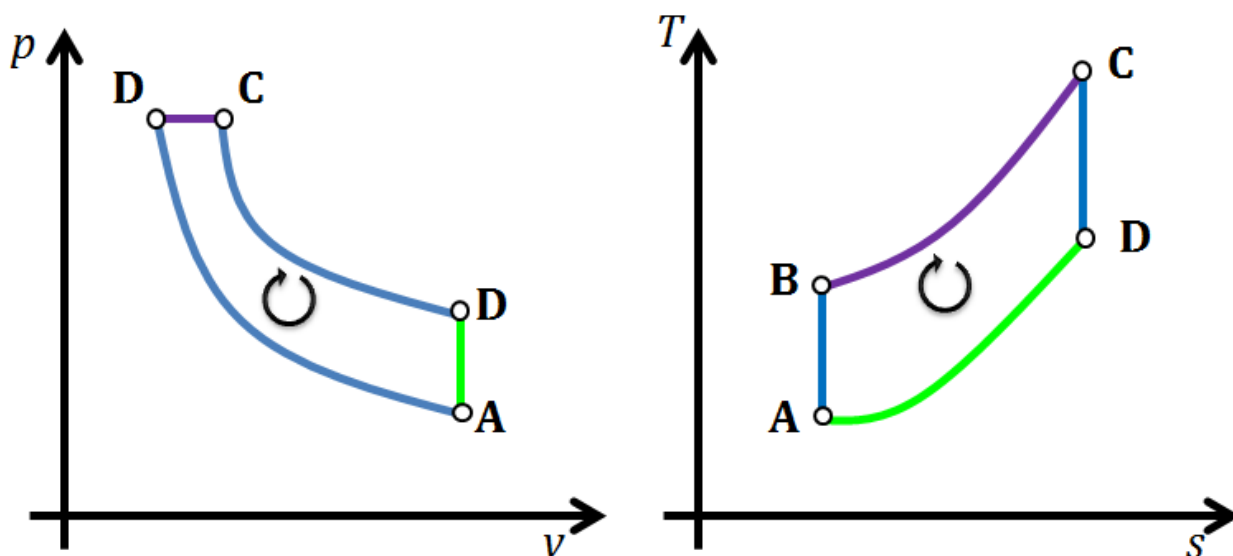
$$q^-(\mathcal{C}) = -q_2(\mathcal{C}) = -\int c_v dT = -c_v(T_A - T_D) = c_v(T_D - T_A)$$

$$\eta = 1 - \frac{q^-(\mathcal{C})}{q^+(\mathcal{C})} = 1 - \frac{T_D - T_A}{T_C - T_B} = 1 - \frac{T_A}{T_B} \cdot \frac{\frac{T_D}{T_A} - 1}{\frac{T_C}{T_B} - 1}$$

Per la regola del prodotto in croce:

L'evoluzione nel tempo motoristico ha portato alla costruzione di macchine con un più alto rapporto di compressione, grazie alle migliori caratteristiche antidetonanti dei moderni combustibili, caratteristiche a base di piombo; purtroppo gli additivi al piombo sono inquinanti mentre le attuali benzine verdi non contengono più, pur mantenendo delle buone proprietà antidetonanti, ma tali comunque da non consentire ulteriori aumenti del rapporto di compressione. Ultimamente si stanno prendendo in seria considerazione anche gli effetti inquinanti degli additivi di questi nuovi combustibili.

CICLO DIESEL IDEALE (1 ISOCORA - 1 ISOBARA - 2 ADIABATICHE)



Calcolo del rendimento

$$\eta = \frac{l_t(C)}{q_1(C)} = \frac{l_i(C)}{q^+(C)} = 1 - \frac{q^-(C)}{q^+(C)}$$

Il calore viene assorbito durante l'isobara $B \rightarrow C$, quindi assumendo c_p costante:

$$q^+(C) = \int (\lambda_p dp + c_p dT) = \int c_p dT = c_p(T_C - T_B)$$

mentre il calore viene ceduto durante l'isocora $D \rightarrow A$

$$q^-(C) = -q_2(C) = - \int c_v dT = -c_v(T_A - T_D) = c_v(T_D - T_A)$$

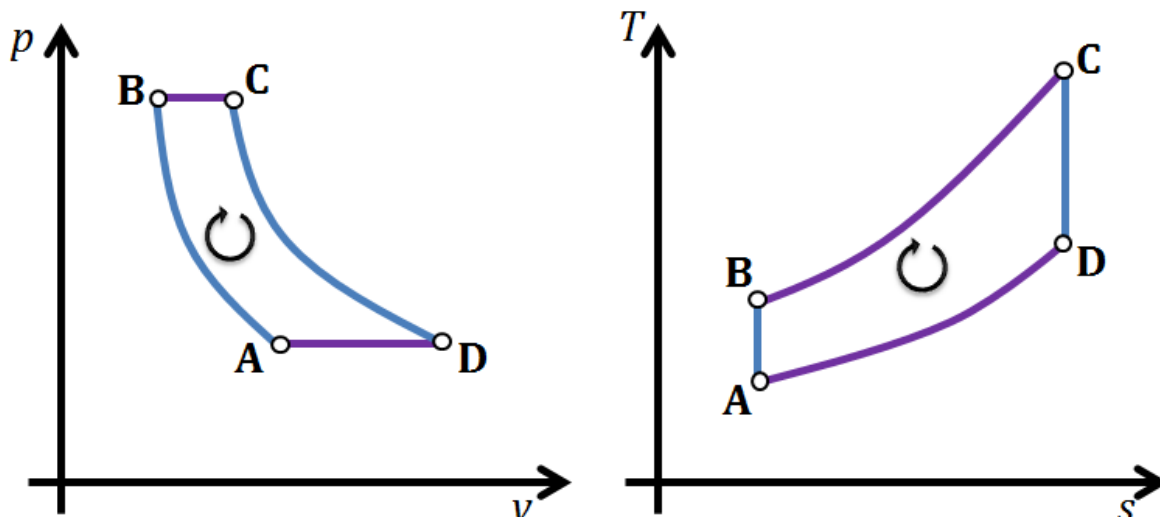
$$\eta = 1 - \frac{q^-(C)}{q^+(C)} = 1 - \frac{c_v(T_D - T_A)}{c_p(T_C - T_B)} = 1 - \frac{1}{\gamma} \frac{T_A}{T_B} \cdot \frac{\frac{T_D}{T_A} - 1}{\frac{T_C}{T_B} - 1}$$

Si ha inoltre che:

$$\frac{T_D}{T_A} = \frac{T_D}{T_C} \frac{T_C}{T_B} \frac{T_B}{T_A}$$

Sfruttando il fatto che per una trasformazione adiabatica vale: $Tv^{\gamma-1} = costante$

CICLO **JOULE** (2 ISOBARE - 2 ADIABATICHE)



Calcolo del rendimento

$$\eta = \frac{l_t(\mathcal{C})}{q_1(\mathcal{C})} = \frac{l_i(\mathcal{C})}{q^+(\mathcal{C})} = 1 - \frac{q^-(\mathcal{C})}{q^+(\mathcal{C})}$$

Il calore viene assorbito durante l'isobara $B \rightarrow C$, quindi assumendo c_p costante:

$$q^+(\mathcal{C}) = \int (\lambda_p dp + c_p dT) = \int c_p dT = c_p(T_C - T_B)$$

mentre il calore viene ceduto durante l'isobara $D \rightarrow A$

$$q^-(\mathcal{C}) = -q_2(\mathcal{C}) = - \int c_p dT = -c_p(T_A - T_D) = c_p(T_D - T_A)$$

$$\eta = 1 - \frac{q^-(\mathcal{C})}{q^+(\mathcal{C})} = 1 - \frac{c_p(T_D - T_A)}{c_p(T_C - T_B)} = 1 - \frac{T_A}{T_B} \cdot \frac{\frac{T_D}{T_A} - 1}{\frac{T_C}{T_B} - 1}$$

Per la regola del prodotto in croce si può scrivere che:

$$T_A T_C = T_B T_D$$

$$\frac{T_D}{T_A} = \frac{T_C}{T_B}$$

Il rendimento assume quindi l'espressione particolarmente semplice:

$$\eta = 1 - \frac{T_A}{T_B}$$

Sfruttando il fatto che per una trasformazione adiabatica vale: $Tv^{\gamma-1} = costante$

$$\frac{T_A}{T_B} = \left(\frac{v_B}{v_A} \right)^{\gamma-1}$$

$$= \frac{\eta_{ie}(T_C - T_{Di}) - \eta_{ic}(T_{Bi} - T_A)}{T_C - T_{Br}}$$

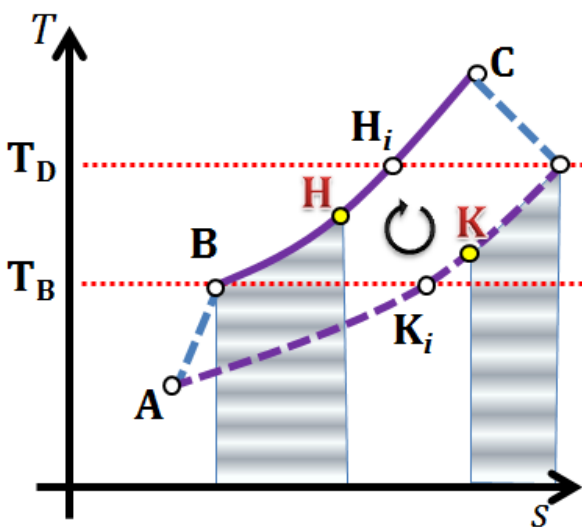
Ma T_{Br} si può ricavare dal rendimento isoentropico di compressione quindi:

$$T_{Br} = T_A + \frac{T_{Bi} - T_A}{\eta_{ic}}$$

si ha quindi in definitiva che:

$$\eta = \frac{\eta_{ie}(T_C - T_{Di}) - \eta_{ic}(T_{Bi} - T_A)}{T_C - T_A + \frac{T_A - T_{Bi}}{\eta_{ic}}}$$

Nelle normali condizioni operative per un turbomotore a gas la temperatura di scarico del gas motore della turbina T_D risulta più elevata della temperatura del gas compresso in uscita dal compressore T_B . In molte circostanze può essere conveniente, con maggior complessità e costo d'impianto, migliorare il rendimento termico utilizzando uno scambiatore di calore rigenerativo per preriscaldare il gas prima del suo ingresso nella camera di combustione (o nello scambiatore caldo, per gli impianti a circuito chiuso), a spese del raffreddamento del gas all'uscita dalla turbina.



Per calcolare il rendimento del ciclo si ha che:

$$\eta = 1 - \frac{q^-(C)}{q^+(C)}$$

Dato che:

$$q^+(C) = c_p(T_C - T_H)$$

$$q^-(C) = c_p(T_K - T_A)$$

$$\eta = 1 - \frac{q^-(C)}{q^+(C)} = 1 - \frac{T_C - T_H}{T_K - T_A}$$

Qualora il ciclo rigenerativo fosse ideale allora la temperatura T_H coincide con la temperatura nel punto D (T_{Hi}) e la temperatura T_K

coincide con la temperatura nel punto B (T_{Ki}). Il ciclo quindi è caratterizzato dal seguente rendimento:

$$\eta = 1 - \frac{q^-(C)}{q^+(C)} = 1 - \frac{T_C - T_D}{T_B - T_A}$$

Risulta comunque utile definire un coefficiente che misura quanto la temperatura in H si discosta da quella in D. Questo parametro prende il nome di efficienza del rigeneratore e risulta essere uguale a:

$$\epsilon_{RIG} = \frac{\Delta h_{REALE}}{\Delta h_{IDEALE}}$$

che nel gas il fluido motore si possa idealizzare come un gas perfetto, prende la forma di:

$$\epsilon_{RIG} = \frac{T_H - T_B}{T_D - T_B}$$

SISTEMI MULTIFASE

Se si osservano i corpi materiali da un punto di vista macroscopico, tipico della termodinamica elementare, si vede che in molti casi essi possono essere descritti suddividendone il volume in una o più parti, geometricamente ben distinte tra loro, ma ognuna con caratteristiche morfologiche e fisiche e omogenee, che si chiamano fasi.

Def Fase

È una quantità di materia che, all'esame *macroscopico*, ha una composizione omogenea ed è separata dai corpi che la circondano da una superficie di controllo ben definita ed identificabile.

Osservazione 1

Occorre fare attenzione a *non confondere l'omogeneità*, che si presuppone per una fase, con le *sostanze chimiche* che lo costituiscono; ad esempio sale da cucina disciolto in un bicchiere d'acqua e l'acqua stessa costituiscono una sola fase mentre le specie chimiche sono più di due ed ognuna distinta con le sue proprietà. Al contrario, se all'acqua nel bicchiere si aggiunge lentamente olio, si ottengono due fasi distinte perché l'olio non si diluisce, ma va ad occupare una porzione chiaramente identificabile del volume a disposizione nel bicchiere.

Osservazione 2

La materia che costituisce ogni fase, a sua volta, si trova sempre in uno (e uno solo) *stato di aggregazione*.

Gli stati di aggregazione caratterizzano la forma con cui la materia occupa lo spazio tridimensionale, tenendo conto dei corpi che la circondano.

Nei differenti stati di aggregazione le proprietà fisiche di una sostanza cambiano, e in particolare cambia la sua densità ρ : questa variazione è riconducibile alla natura delle interazioni intermolecolari. Infatti, si può notare che durante il cambiamento di stato, ad esempio dalla fase di liquido a quella di vapore, la quantità di calore assorbita dall'esterno e connessa alla transizione di fase è spesa in parte per far vincere le forze di attrazione intermolecolare e quindi per distruggere i complessi molecolari; il fenomeno è accompagnato da una diminuzione della densità della sostanza. Quando il cambiamento di stato è relativo alla fusione o alla sublimazione, la quantità di calore assorbita dall'esterno è spesa anche per la distruzione del reticolo cristallino.

I punti in corrispondenza dei quali si hanno le transizioni di fase vengono solitamente classificati nel modo seguente: il punto di transizione liquido-vapore prende il nome di **punto di ebollizione** (o **punto di condensazione**, a seconda del verso del processo), il punto di transizione solido-liquido prende il nome di **punto di fusione** (o **punto di solidificazione**) ed infine il punto di transizione solido-vapore prende il nome di **punto di sublimazione** (indipendentemente del verso del processo).

Nell'analisi dell'equilibrio delle fasi e dei processi di cambiamento di fase, ha un'importanza fondamentale la regola delle fasi o **regola di Gibbs**. Essa stabilisce la relazione esistente tra il numero di variabili intensive che possono essere cambiate in modo tra loro indipendente V , le variabili determinano lo stato del sistema termodinamico in equilibrio con il numero delle fasi F ed il numero dei componenti chimici distinti:

$$V = C - F + 2$$

Osservazione

Per una sostanza comprimibile semplice si può enunciare che:

“Gli stati di equilibrio di un sostanza comprimibile semplice sono specificati in modo completo quando sono date due proprietà intensive indipendenti.”

Tale regola però non specifica quali siano le proprietà che possono essere assunte come tali: la scelta deve essere fatta sulla base delle esigenze dei calcoli da svolgere, delle applicazioni da studiare e dei

il **vapor saturo secco** (in assenza di liquido) e si chiama *curva limite superiore*. Come si vede dal diagramma nella zona del vapor saturo secco le linee isobare e le linee isoterme coincidono. Questo rappresenta la proprietà fondamentale del vapor saturo che si esprime: "la pressione del vapor saturo dipende solo dalla temperatura": $p_s = f(T)$. Si parla quindi di *pressione di saturazione* p_s , pressione di equilibrio, pressione di vaporizzazione, per ogni temperatura.

Inoltre, si chiama **vapore surriscaldato** un vapore che si trova a temperatura più elevata del vapore saturo avente la stessa pressione; si può anche dire surriscaldato un vapore che si trova a pressione più bassa di un vapore saturo avente la stessa temperatura.

Si dice invece **liquido sottoraffreddato** un liquido che si trova a temperatura più bassa del liquido saturo alla stessa pressione; si può anche definire sotto raffreddato quel liquido che si trova a pressione più elevata del liquido saturo avente la stessa temperatura.

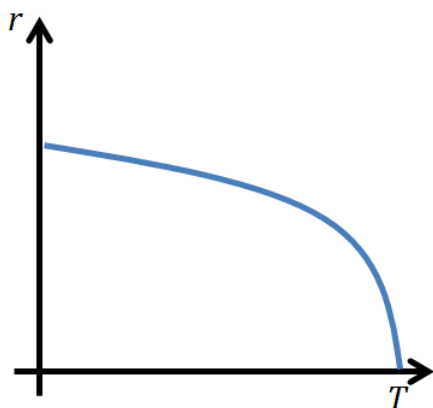
Osservazione

Il diagramma $\langle p, v \rangle$ non è molto usato nella tecnica. Fra gli svantaggi presenta il fatto che il volume specifico del liquido lungo la curva limite inferiore è (appena ci si allontana dal punto critico) di molto inferiore del volume specifico del vapore secco lungo la curva limite superiore. Per esempio l'acqua a temperatura di 20°C si ha $v_l = 0,001 \text{ m}^3/\text{kg}$ e $v_v = 57,84 \text{ m}^3/\text{kg}$.

Si preferisce in termodinamica applicata far uso di altri diagrammi, primo di tutti il diagramma entropico, avente la temperatura assoluta in ordinata e l'entropia in ascissa.

CALORE LATENTE DI VAPORIZZAZIONE

Si definisce calore latente di vaporizzazione (condensazione) e si indica con r , il calore scambiato per vaporizzare (condensare) l'unità di massa di liquido (vapore), in condizioni iniziale e finale di saturazione. Il processo è quindi isobaro e isoterma.



Per ogni sostanza vi è un caratteristico calore di vaporizzazione, variabile con la temperatura:

$$r = r(T)$$

In figura è rappresentato quello dell'acqua e come si può notare presenta un massimo e si annulla alla temperatura critica.

È possibile quindi esprimere analiticamente, per una certa sostanza, la funzione $r = r(T)$.

Si consideri sul piano $\langle p, v \rangle$ un ciclo di Carnot infinitesimo, nella zona del vapore saturo, tra le temperature T e $T - dT$. Per

un ciclo di Carnot si ha dunque che:

$$\eta = \frac{q_1(\mathbf{P}) - q_2(\mathbf{P})}{q_1(\mathbf{P})} = \frac{T_1 - T_2}{T_1}$$

E quindi nel caso presente:

$$\frac{\delta q(\mathbf{C}^*)}{q(\mathbf{C})} = \frac{dT}{T}$$

dove quindi $\delta q(\mathbf{C}^*)$ è il calore trasformato in lavoro durante il ciclo e $Q(\mathbf{C})$. Il lavoro di può esprimere, a meno di infinitesimi di ordine superiore come $\delta l(\mathbf{C}^*) = \delta l_t(\mathbf{C}^*) = dp (v_v - v_l)$ mentre il calore $q(\mathbf{C})$ coincide con r alla temperatura T . Si ottiene perciò:

$$\frac{dp (v_v - v_l)}{r} = \frac{dT}{T}$$

Ed alla fine, esplicitando rispetto a r , si ricava la **relazione di Clausius-Clapeyron**:

$$r = \left(\frac{dp}{dT} \right)_{SAT} T (v_v - v_l)$$

DIAGRAMMA DI MOLLIER

Il diagramma che riporta in ascissa l'entropia specifica s e in ordinata l'entalpia specifica h è molto usato soprattutto per il vapor acqueo. Viene chiamato diagramma di Mollier.

La curva limite si presenta come in figura. Il punto critico non si trova nel punto di massimo della curva limite come invece necessariamente avveniva nei diagrammi $\langle p, v \rangle$ e $\langle T, s \rangle$. Si può dimostrare anzi che il punto critico costituisce un punto di flesso per la curva limite.

Si consideri ora la coordinata di stato entalpia che vale:

$$dH = (\Lambda_p + V)dp + C_p dT$$

per una trasformazione **isobara** si ha sempre che $\delta Q(\mathbf{P}) = dH$

CICLI DIRETTI A VAPORE

Tutti i cicli diretti che possono costituire riferimento ideale di installazioni motrici a vapore sono detti cicli diretti a vapore: il fluido motore nel ciclo è sottoposto a cambiamenti di fase. Impianti di questo tipo sono ormai quasi esclusivamente riservati alla produzione di potenze meccaniche rilevanti (dal migliaio di kW in su), e sono strutturati con differenti componenti (**multicomponente**), ciascuno operante con deflusso a regime permanente (in compressori od espansori volumetrici); ogni singolo componente è preposto allo svolgimento di una determinata trasformazione del processo ciclico globale.

Osservazione

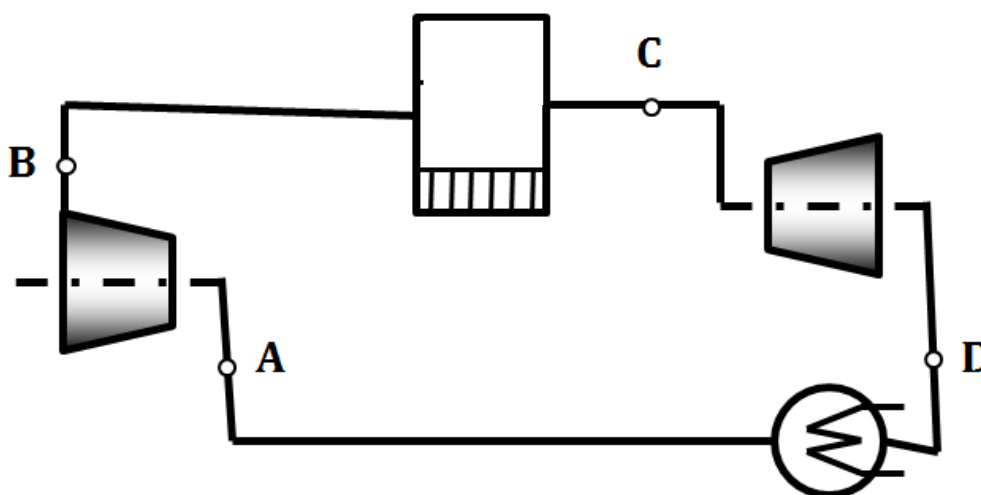
In quest'ambito di tipologia impiantistica le trasformazioni ideali di riferimento dei processi reali di scambio di calore e di lavoro restano praticamente condizionate dal fatto che nella realtà tecnologica attuale non esistono componenti di impianto che, in termini pratici, siano in grado di realizzare contemporaneamente in maniera efficace scambi con l'esterno di calore e lavoro.

Considerando trascurabili le variazioni di energia potenziale e cinetica, i processi di scambio termico (in *scambiatori di calore* di opportuna tipologia) assumono come trasformazioni ideali di riferimento (internamente reversibili) i **processi isobari**, mentre i processi con scambio di lavoro (in *pompe o compressori* per il lavoro negativo di ciclo; in *turbine o motrici volumetriche* per il lavoro positivo di ciclo), assumono come trasformazioni ideali di riferimento i **processi isoentropici**.

CICLO DI CARNOT A VAPORE (2 ISOTERME - 2 ADIABATICHE)

Poiché il ciclo che ha rendimento massimo a parità di temperature estreme, indipendentemente dalla sostanza utilizzata, è quello di Carnot, è naturale che si prenda in esame la possibilità di realizzazione in un impianto reale di potenza che lo utilizzi.

Lo schema semplificato di un impianto di questo tipo nel quale le trasformazioni del fluido si svolgono sempre nella zona del vapore umido, è mostrato nella figura, nel quale si suppone che il fluido e quindi le sue trasformazioni siano sempre reversibili.



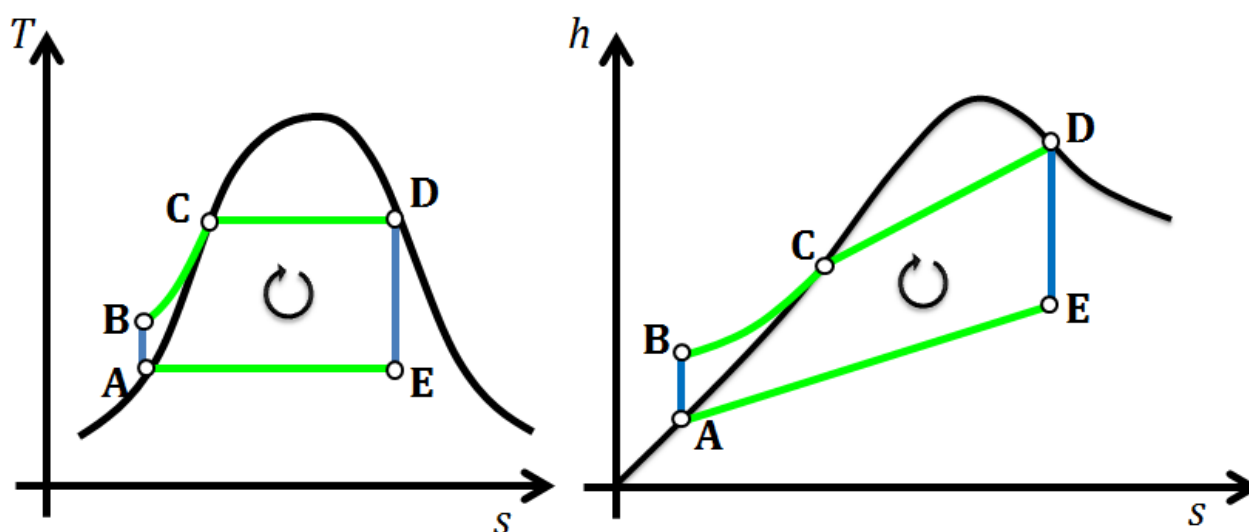
La rappresentazione del ciclo dei diagrammi di Gibbs $\langle T, s \rangle$ e Mollier $\langle h, s \rangle$ è la seguente:

CICLO DI RANKINE

Gli aspetti negativi evidenziati per il ciclo di Carnot a vapore in quanto possibile riferimento per installazioni motrici termiche inducono a considerare le seguenti modifiche:

- a) nel condensatore si procede alla condensazione completa (isobara/isoterma) del fluido motore, fino allo stadio di liquido saturo;
- b) l'organo di compressione che segue il condensatore è allora una pompa, e la trasformazione di compressione coinvolge quindi un fluido monofase sottoraffreddato
- c) conseguentemente nel successivo generatore di vapore la trasformazione isobara è adesso costituita dal riscaldamento isobaro e successivamente dalla sua vaporizzazione completa fino allo stato di vapore saturo secco.

Con queste modifiche il ciclo ottenuto non è più il ciclo di Carnot, in quanto la trasformazione di scambio del calore positivo di ciclo non è più isoterma; questo ciclo ideale internamente reversibile, composto da due isoentropiche e due isobare è chiamato **ciclo di Rankine a vapore saturo**.



Calcolo del rendimento

$$\eta = \frac{l_t(\mathbf{C})}{q^+(\mathbf{C})}$$

Il lavoro tecnico, trascurando le variazioni di energia cinetica e potenziale e successivamente gli attriti diviene:

$$l_t(\mathbf{P}) = - \int v dp + l_a(\mathbf{P})$$

$$l_t(\mathbf{P}) = - \int v dp$$

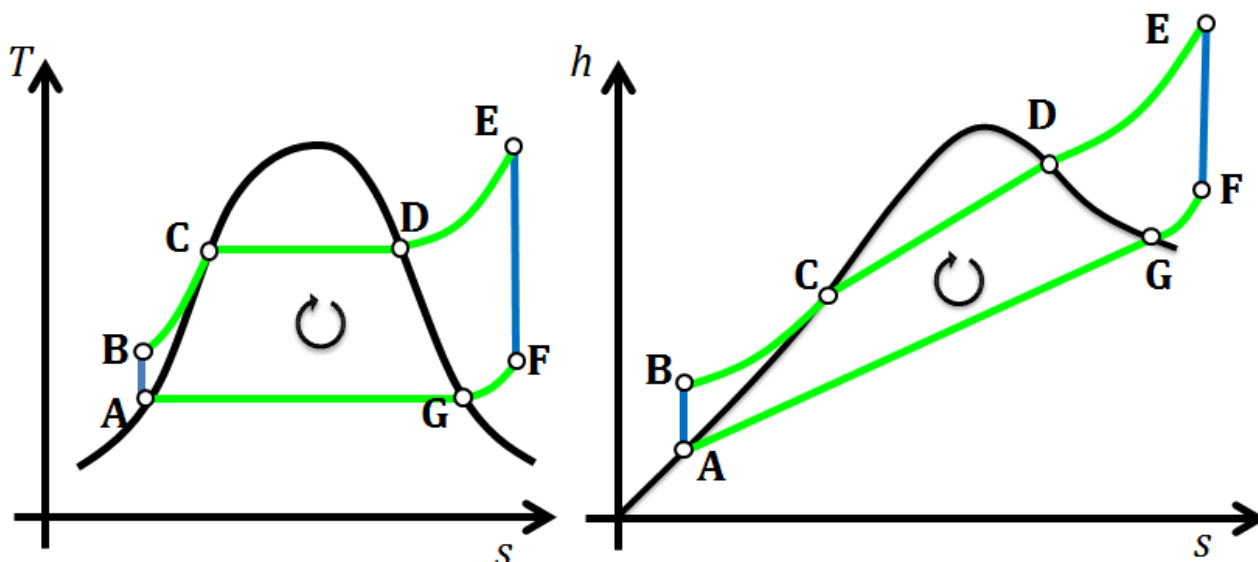
Lavoro tecnico netto del ciclo sarà quindi $l_t(\mathbf{C}) = l_t^+(\mathbf{P}) - l_t^-(\mathbf{P})$, dove $l_t^+(\mathbf{P})$ è dovuto alla presenza della turbina ($D \rightarrow E$) e quindi vale: $l_t^+(\mathbf{P}) = h_D - h_E$; mentre il lavoro $l_t^-(\mathbf{P})$ della pompa ($A \rightarrow B$) vale: $l_t^-(\mathbf{P}) = h_B - h_A$. Il calore assorbito durante tutto il ciclo ($B \rightarrow D$) vale: $q^+(\mathbf{C}) = h_D - h_B$. Il rendimento del ciclo vale quindi:

$$\eta = \frac{l_t(\mathbf{C})}{q^+(\mathbf{C})} = \frac{l_t^+(\mathbf{P}) - l_t^-(\mathbf{P})}{q^+(\mathbf{C})} = \frac{(h_D - h_E) - (h_B - h_A)}{h_D - h_B}$$

CICLO DI HIRN (CICLO DI RANKINE A VAPORE SURRISCALDATO)

La differenza rispetto a quello di Rankine a vapore saturo sta nel fatto che il generatore di vapore produce vapore surriscaldato anziché saturo secco, il che avviene prevedendo nel generatore stesso un'ulteriore sezione di scambio termico chiamata surriscaldatore. La trasformazione isobara di scambio del calore calore positivo di ciclo si compone quindi delle fasi di:

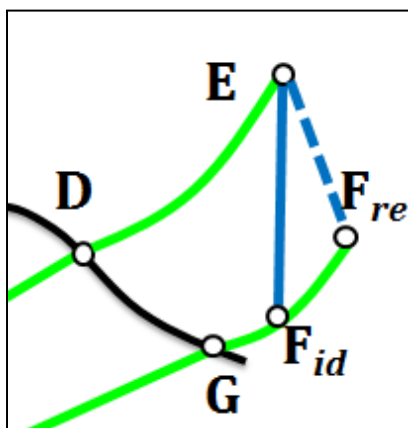
- riscaldamento del liquido;
- vaporizzazione completa;
- surriscaldamento del vapore.



Calcolo del rendimento

$$\eta = \frac{l_t(C)}{q^+(C)} = \frac{l_t^+(P) - l_t^-(P)}{q^+(C)} = \frac{l_t^+(E \rightarrow F) - l_t^-(A \rightarrow B)}{q^+(B \rightarrow E)}$$

Oltre all'aumento del rendimento, la pratica del surriscaldamento porta ad un aumento del titolo termodinamico del vapore corrispondente allo stato finale di espansione, con una conseguente diminuzione dell'umidità negli stadi a bassa pressione della turbina.



Volendo tener conto dell'irreversibilità nel processo adiabatico di espansione, come rappresentato della linea tratteggiata nel diagramma, risulta che il rendimento isoentropico di espansione è uguale a:

$$\eta_{ie} = \frac{l_{t\text{REALE}}(P)}{l_{t\text{IDEALE}}(P)} = \frac{h_E - h_{Fre}}{h_E - h_{Fid}}$$

Calcolo del rendimento

$$\eta = \frac{q^+(\mathcal{C}) - q^-(\mathcal{C})}{q^+(\mathcal{C})} = \frac{T_C(s_D - s_C) - T_A(s_F - s_A)}{T_C(s_D - s_C)}$$

Se il ciclo è compie una rigenerazione ideale completa si ha che:

$$s_C - s_A = s_D - s_F$$

$$s_D - s_C = s_F - s_A$$

Quindi il rendimento del ciclo è:

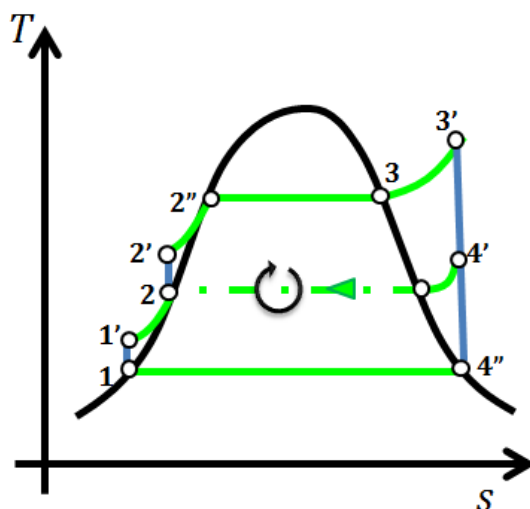
$$\begin{aligned} \eta &= \frac{T_C(s_D - s_C) - T_A(s_F - s_A)}{T_C(s_D - s_C)} = \\ &= 1 - \frac{T_A(s_F - s_A)}{T_C(s_D - s_C)} = \\ &= 1 - \frac{T_A}{T_C} \end{aligned}$$

RIGENERAZIONE FRAZIONATA

Il principio di riscaldare l'acqua per rigenerazione può tuttavia essere realizzato in modo conveniente mediante il processo di estrazione o *rigenerazione frazionata*. Secondo questa procedura, una piccola percentuale del vapore che si sta espandendo in una turbina viene estratto ("spillato") dalla turbina stessa, in corrispondenza di vari stadi di pressione intermedi, ed è usato per riscaldare l'acqua di alimento in scambiatori di calori a miscela (aperti) o a superficie (chiusi).

Il vapore prelevato in corrispondenza delle spillamento (che si suppone venga effettuato alla fine dell'espansione nella turbina di alta pressione) viene mescolato con l'acqua di alimento che una opportuna pompa ha portato (idealmente in modo isoentropico) alla stessa pressione del vapore. La quantità del vapore estratta deve essere quella necessaria e sufficiente a portare l'acqua di alimento alla temperatura di saturazione corrispondente alla pressione di estrazione.

Si può seguire il processo, sempre supposto ideale, nel diagramma entropico riportato nella figura:

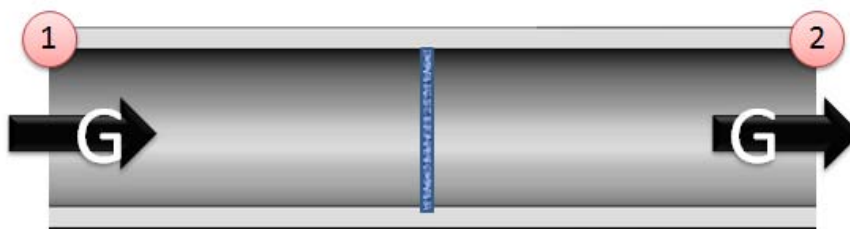


PREMESSA AI CICLI INVERSI A VAPORE

L'EFFETTO JOULE-THOMSON O ESPANSIONE ISOENTALPICA

Quando un fluido si muove in un condotto di sezione costante nel quale si inducono dissipazioni in attrito dell'energia trasportata dal fluido, si determina una trasformazione termodinamica particolare.

Si consideri un sistema come quello indicato dalla figura che consiste in un condotto di lunghezza finita, per comodità ma non obbligatoriamente a sezione costante. Al centro del condotto è segnata una struttura del tipo di una matrice porosa.



L'esperimento che si vuole studiare consiste nel far attraversare in condizioni stazionarie il condotto da un fluido che entra dalla sezione 1 nello stato 1 ed esce dalla sezione 2 in uno stato 2 che può essere o non essere differente dallo stato 1. La matrice porosa centrale mette in evidenza che ci può essere dissipazione di lavoro in attrito, se il fluido che la attraversa è viscoso.

Osservazione

Naturalmente lo stesso risultato si potrebbe ottenere con altri mezzi, ad esempio collegando le due parti di destra e di sinistra del condotto con un diaframma forato o con un tubo capillare di diametro molto inferiore o, più semplicemente, confidando sull'attrito distribuito che si ha lungo tutto il condotto; in tutti i casi l'attrito si ha se il fluido è viscoso.

Scopo dello studio è quello di analizzare le condizioni per cui lo stato 2 è diverso dallo stato 1 ed in particolare la temperatura in 2 è maggiore o minore di quella in 1.

Poiché il sistema si può considerare aperto, si possono scrivere l'equazione dell'energia cinetica il primo e il secondo principio della termodinamica, valide per il moto stazionario nel quale la portata di massa G è costante:

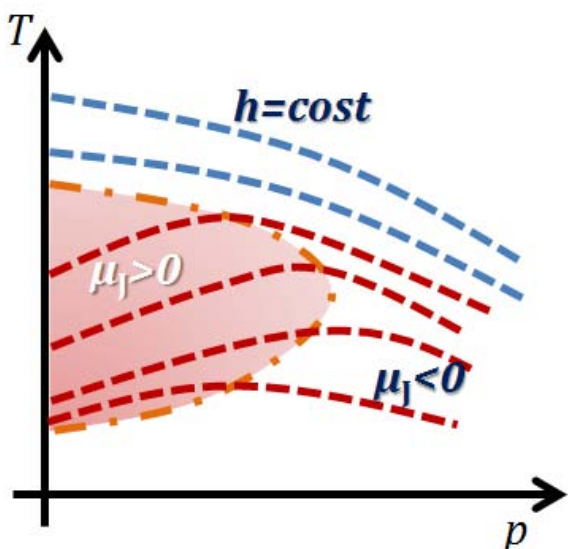
$$l_t(\mathbf{P}) + \int v dp + l_a(\mathbf{P}) + \Delta e_c + \Delta e_p = 0$$

$$q(\mathbf{P}) - l_t(\mathbf{P}) = \Delta h + \Delta e_c + \Delta e_p$$

$$\Delta s = \int \frac{\delta q(\mathbf{P})}{T} + s_{IRR}$$

Le ipotesi semplificative che si introducono sono:

1. il condotto è termicamente isolato per cui le trasformazioni del fluido sono adiabatiche;
2. il condotto è orizzontale in modo da poter trascurare nelle equazioni fondamentali i termini relativi alla forza di gravità;
3. le variazioni di energia cinetica tra le sezioni di ingresso e di uscita sono trascurabili;
4. il moto si svolge in condizione di regime permanente.



L'andamento segnato dal diagramma è tipico per un gran numero di gas a partire da pressioni elevate a temperatura ambiente. Vi può essere durante l'espansione di Joule-Thomson un abbassamento come un aumento di temperatura.

Il valore del rapporto:

$$\mu_J = \left(\frac{\partial T}{\partial p} \right)_h$$

viene detto *coefficiente di Joule-Thomson*. Il luogo dei punti delle linee isoentalpiche per cui $\mu_J = 0$ (punti di massimo delle curve) costituisce la *curva di inversione* e separa la zona ove $\mu_J < 0$ (l'espansione produce un innalzamento della temperatura del gas) dalle zone $\mu_J > 0$ (l'espansione produce un abbassamento della temperatura).

La zona segnata per cui $\mu_J > 0$ si dice zona di raffreddamento. Si vede che per temperature elevate, qualunque siano le pressioni, il gas espandendosi isoentalpicamente non si abbassa di temperatura.

MACCHINE TERMICHE A CICLO INVERSI

Si è già fatto cenno in precedenza ai cicli termodinamici inversi bitermici, e si è definito per questi, quale parametro di valutazione, il *coefficiente di effetto utile*. Nel caso in cui il ciclo sia utilizzato per sottrarre calore alla sorgente a bassa temperatura (**ciclo frigorifero**) è definito come efficienza il rapporto tra calore sottratto ed il lavoro corrispondentemente speso:

$$\varepsilon = \frac{Q^+(\mathbf{C})}{|L_t(\mathbf{P})|}$$

Nel caso in cui invece il ciclo inverso sia impiegato per cedere calore ad un sistema utilizzatore a temperatura più elevata (**ciclo a pompa di calore**), l'efficienza è definito come rapporto tra la quantità di calore ceduta a questo serbatoio termico ed il lavoro corrispondentemente speso:

$$\hat{\varepsilon} = \frac{Q^-(\mathbf{C})}{|L_t(\mathbf{P})|}$$

Nel caso di un ciclo di Carnot inverso operante tra le temperature T^- e T^+ , si ha che:

$$\varepsilon = \frac{T^-}{T^+ - T^-}$$

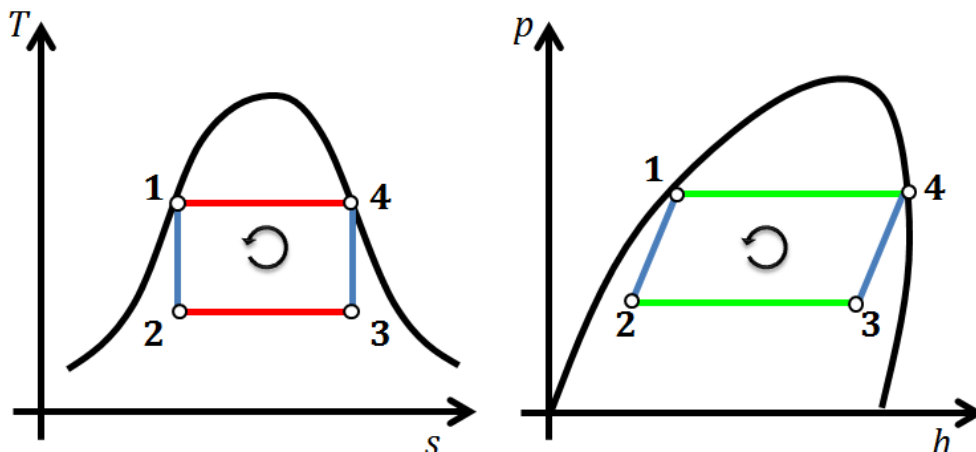
$$\hat{\varepsilon} = \frac{T^+}{T^+ - T^-}$$

IL DIAGRAMMA PRESSIONE-ENTALPIA

Questo diagramma $\langle p, h \rangle$ che porta in ascisse l'entalpia h e in ordinata la pressione p , è molto impiegata per la rappresentazione dei cicli frigoriferi. Anche qui si distinguono una curva limite inferiore e una curva limite superiore (il punto critico è il massimo della curva) e il campo è diviso dalla zona del liquido, del vapor saturo e del vapore surriscaldato.

CICLO FRIGORIFERO A SEMPLICE COMPRESSIONE DI VAPORE

Il tipo più diffuso di impianti frigoriferi impiega fluidi che operano nella zona del vapor saturo e del vapore surriscaldato. Si immagini dapprima che il fluido operatore di ciclo resti sempre nello stato di vapor saturo, e che il ciclo ideale di riferimento percorso sia il **ciclo di Carnot inverso**.

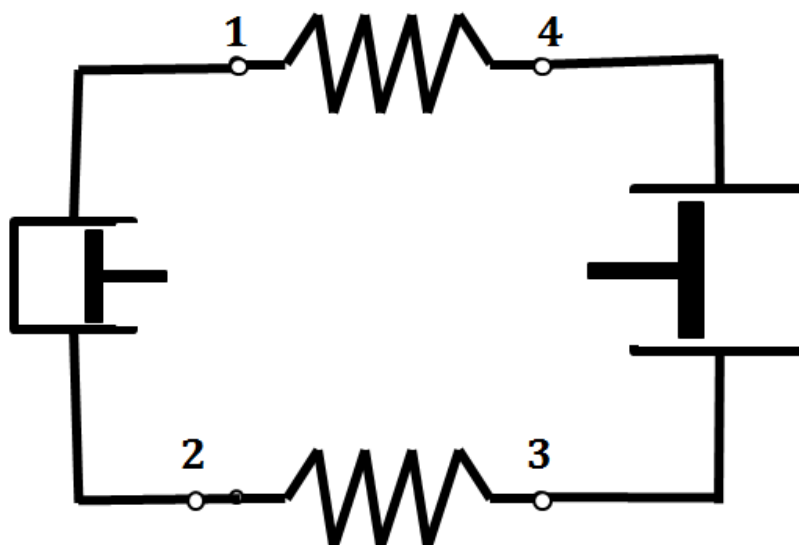


Calcolo dell'efficienza

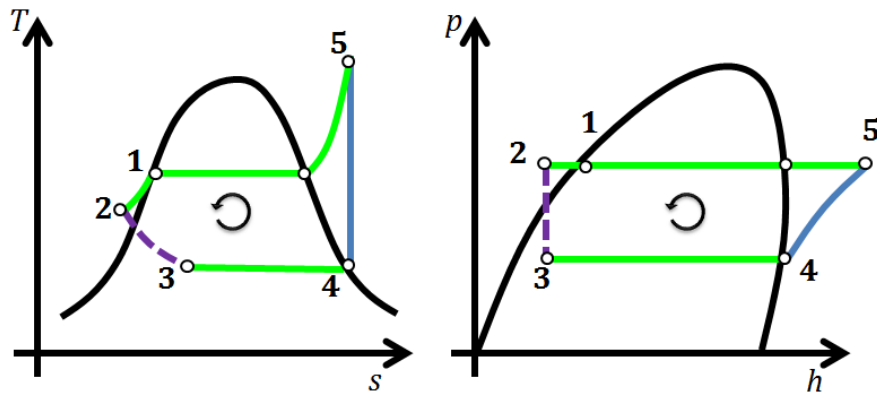
$$\varepsilon = \frac{Q^+(C)}{|L_t(C)|} = \frac{h_3 - h_2}{(h_4 - h_3) - (h_2 - h_1)}$$

Cenni tecnici

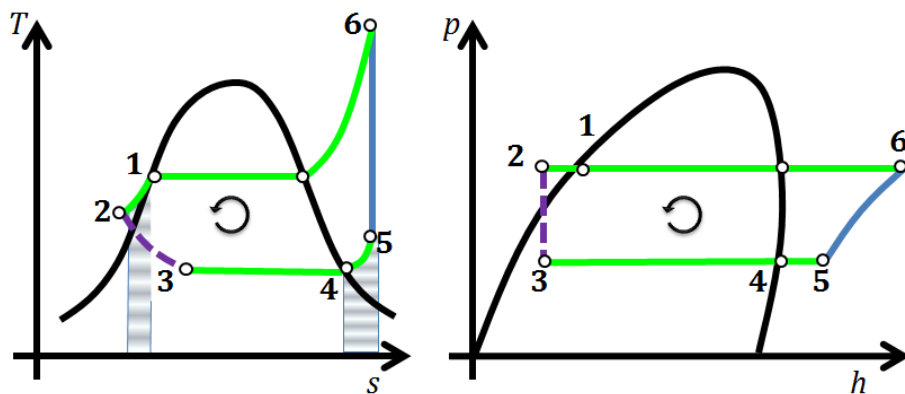
Il ciclo di Carnot inverso però non può essere assunto quale riferimento di impianti frigoriferi realizzabili nella pratica. L'espansore, organo comunque costoso e che anche idealmente recupererebbe una modesta frazione del lavoro necessario nella compressione, non trova possibilità di realizzazione dovendo trattare un fluido bifase ad elevato contenuto di liquido. Si preferisce nella pratica sostituire l'espansore con un semplice **organo di laminazione**, rinunciando alla possibilità di recupero esterno di lavoro; si usano valvole o, a volte, tubi capillari. Il processo di riferimento è dunque irreversibile e, in quanto adiabatico, ha luogo con aumento di entropia del fluido (si tratta di un **processo isoentalpico**). L'impianto può essere così schematizzato.



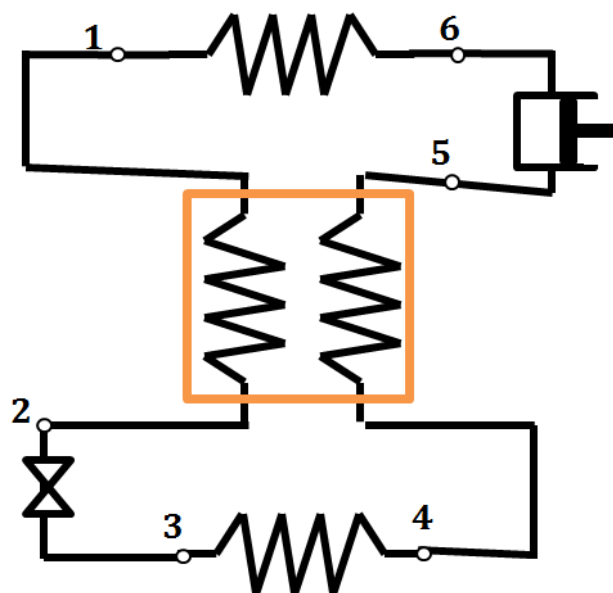
Nella figura sottostante il tratto 1 → 2 rappresenta il sottoraffreddamento (si noti che in genere questo segmento nel diagramma T, s non si distingue dalla curva limite inferiore). È chiaro che il sottoraffreddamento del liquido aumenta il coefficiente di performance.



Talvolta però il sottoriscaldamento del liquido viene realizzato a spese di un surriscaldamento del vapore all'aspirazione del compressore, in uno scambiatore di calore rigenerativo come indicato in figura.



Lo schema dell'impianto può essere così rappresentato:



LE LEGGI PER LE MISCELE IDEALI DI GAS IDEALI

Def Mole

Si definisce mole (*mol*) di una sostanza una quantità di materia che contiene un numero di particelle elementari, siano esse atomi, ioni, molecole, ecc. pari a quelle contenute in 0,012 *kg* di carbonio ($C - 12$) e uguali al numero di Avogadro $N_A = 6,022 \cdot 10^{23}$.

La massa di una mole o massa molare \mathcal{M} si misura nel S.I. in $kg/kmol$ e cambia a seconda del tipo di particelle della loro specie chimica. Data quindi una certa quantità di una sostanza, la cui massa è M , se la si vuole misurare in moli, il numero di moli che la costituiscono n , si ottiene dal rapporto tra la massa e la massa molare (o massa di una mole):

$$n = \frac{M}{\mathcal{M}}$$

Per l'analisi delle miscele gassose si adottano le seguenti condizioni:

1. ogni componente della miscela ha una composizione chimica invariante e non reagisce con gli altri componenti;
2. tutte le proprietà della miscela possono essere dedotte a partire dalla proprietà dei componenti;
3. la miscela è composta unicamente da gas ed il comportamento termodinamico di ognuno di essi è descritto dalle equazioni di stato dei gas ideali.

Si consideri una miscela di questo tipo costituita da N componenti. Se si indicano con n_i il numero di moli del componente i -esimo e con n il numero totale di moli della miscela, si dice **frazione molare** y_i la grandezza definita dalla relazione:

$$y_i = \frac{n_i}{n}$$

In modo del tutto analogo, se M_i è la massa del componente i -esimo si definisce la **frazione in massa** z_i con la relazione:

$$z_i = \frac{M_i}{M}$$

Si fa ora riferimento a miscele di gas ideali, nell'ipotesi che ogni componente non sia influenzato dalla presenza degli altri componenti e che ognuno possa essere trattato come un gas ideale; questa ipotesi verrebbe probabilmente a cadere per valori molto alti della pressione, a causa delle interazioni intermolecolari tra i diversi componenti.

Lo studio di queste miscele può essere fatto seguendo due approcci diversi, ai quali si dà il nome di modello di **Gibbs-Dalton** e modello di **Amagat-Leduc**.

MODELLO DI GIBBS-DALTON

Secondo questo modello, le proprietà di ciascun componente sono valutate come se ogni componente esistesse separatamente allo stesso volume ed alla stessa temperatura della miscela, o anche, come se esso occupasse l'intero volume della miscela alla temperatura della miscela stessa.

Nel caso di due componenti, per l'intera miscela si ha:

$$n = n_A + n_B$$

$$pV = nRT$$

mentre per ciascun componente:

$$p_A V = n_A RT$$

La frazione molare coincide con la frazione in volume e col rapporto di pressioni.

Inoltre è valida anche la seguente relazione:

$$z_i = y_i \frac{\mathcal{M}_i}{\mathcal{M}}$$

Ora si considerino le **grandezze estensive**, esse possono essere scritte in questo modo:

$$U = \sum U_i = \sum M_i \cdot u_i$$

$$H = \sum H_i = \sum M_i \cdot h_i$$

$$S = \sum S_i = \sum M_i \cdot s_i$$

Mentre le **grandezze intensive** si possono scrivere:

$$u = \frac{U}{M} = \frac{1}{M} \sum U_i = \frac{1}{M} \sum M_i \cdot u_i = \sum z_i \cdot u_i$$

$$h = \sum z_i \cdot h_i$$

$$s = \sum z_i \cdot s_i$$

MISCELA DI GAS IDEALE E DI UN VAPORE CONDENSABILE

Una miscela gassosa multicomponente, per la quale eventualmente possa essere assunto un comportamento di miscela ideale di gas ideali, può contenere una specie molecolare che, nel corso delle trasformazioni considerate, si separa dalla fase aeriforme in forma condensata; si parla allora **di miscela di gas e di un vapore condensabile**. Quando la solubilità della fase aeriforme nella fase condensata è modesta, è ipotesi realistica e adeguata alla gran maggioranza dei calcoli tecnici assumere che, per il componente considerato, si stabilisca l'equilibrio di fase indipendente dalla presenza degli altri gas, per cui non si ha separazione di fase condensata fintantoché la pressione parziale del vapore nella fase aeriforme è inferiore al valore della pressione di saturazione (di equilibrio solido-vapore o liquido vapore) alla temperatura della miscela; **la massima quantità di componente vapore che può essere contenuta in fase aeriforme nella miscela gassosa è quella corrispondente al valore di pressione parziale coincidente col valore della pressione di saturazione alla temperatura considerata**: eventuale eccesso del componente considerato si separa sotto forma di liquido, oppure di solido; in presenza di fase condensata all'equilibrio, la miscela gassosa si dice satura del componente vapore.

In definitiva quindi il componente condensabile si può considerare nello stato di vapore surriscaldato quando nella fase aeriforme la sua pressione parziale è inferiore alla pressione di saturazione corrispondente alla temperatura della miscela; è nello stato di vapore saturo secco in presenza di fase condensata separata, ed in tal caso si può considerare realizzato l'equilibrio di fase per il componente condensabile (anche se in realtà la fase condensata è "sotto raffreddata", in quanto sottoposta alla pressione totale della miscela aeriforme).

Secondo questo schema in può trattare, con ottima approssimazione, l'aria atmosferica nelle comuni condizioni ambientali, e nelle trasformazioni che interessano importanti ambiti tecnici, quali il condizionamento ambientale, numerosi processi di essiccazione o di raffreddamento evaporativo; il campo degli stati termodinamici interessati in questo contesto è tale da permettere di considerare l'aria, con ottima approssimazione, come miscela ideale di gas ideali con un componente condensabile, il vapor

$$x = \frac{R_a^* p_v}{R_v^* p_a} = \frac{R_a^*}{R_v^*} \frac{p_v}{p - p_v} = \frac{287}{461,5} \frac{p_v}{p - p_v}$$

$$x = 0,622 \frac{p_v}{p - p_v} \quad \left(\frac{kg_a}{kg_v} \right)$$

ove p_v è la pressione parziale del vapor d'acqua nell'aria umida.

Def Umidità relativa φ

È definita come il rapporto tra la massa di vapor d'acqua M_v presente in un certo volume V di aria umida, e la massa M_{vs} di vapore contenibile in condizioni di saturazione alla stessa temperatura nello stesso volume di aria umida:

$$\varphi = \frac{M_v}{M_{vs}} \Big|_T = \frac{p_v V / (R_v^* T)}{p_{vs} V / (R_v^* T)}$$

$$\varphi = \frac{p_v}{p_{vs}} \Big|_T$$

Osservazione

Data quest'ultima relazione il titolo dell'aria umida di può esprimere anche come:

$$x = 0,622 \frac{\varphi \cdot p_{vs}}{p - \varphi \cdot p_{vs}}$$

ENTALPIA DELL'ARIA UMIDA

Nell'ipotesi posta di miscela ideale, l'entalpia dell'aria umida può essere espressa immediatamente come somma dell'entalpia parziale dell'aria secca e del vapore che ad essa si accompagna.

Poiché nei processi tecnici che coinvolgono umidificazione e deumidificazione dell'aria la portata d'aria secca rimane inalterata, mentre varia appunto il suo contenuto di vapor d'acqua, è comodo esprimere l'entalpia specifica dell'aria umida non con riferimento all'unità di massa totale di miscela, ma piuttosto con riferimento ad una massa totale di miscela che contiene l'unità di massa d'aria secca: tale massa totale è quindi $(1 + x)$ unità di massa, stante la definizione di titolo di aria umida, risulta che:

$$H = H_a + xH_v$$

$$\frac{H}{M_a} = \frac{H_a + xH_v}{M_a}$$

$$h = h_a + xh_v \quad \left(\frac{kJ}{kg_a} \right)$$

ove:

h_a : entalpia specifica dell'aria secca. Assumendo come stato convenzionale a valore nullo di entalpia il gas ideale a $T_0 = 273,15 \text{ K}$ (ovvero 0°C), risulta $h_a = c_{p_a} \cdot (T - T_0)$; il calore specifico c_{p_a} dell'aria secca viene considerato costante in prima approssimazione;

h_v : entalpia specifica del vapor d'acqua. Si assume per l'acqua quale stato convenzionale ad entalpia nulla lo stato di liquido saturo a $T_0 = 273,15 \text{ K}$. L'entalpia specifica del vapor d'acqua, dipendendo solo dal valore della temperatura in quanto considerato gas ideale, può essere calcolata con la relazione:

TEMPERATURA DI SATURAZIONE ADIABATICA

Essa è quel particolare valore di temperatura alla quale l'acqua, evaporando nell'aria in modo adiabatico, porta l'aria stessa a saturazione allo stesso valore di temperatura; si dimostra come tale valore di temperatura è univocamente determinato dallo stato termodinamico iniziale dell'aria.

L'apparecchiatura implicata nella definizione della temperatura di saturazione adiabatica è illustrata nella seguente figura.



Una portata di aria umida, espressa come corrispondente portata in aria secca G_a (e ciò per evidente questione di convenienza, in quanto rimane inalterata nei processi di umidificazione e deumidificazione), viene portata a condizioni di saturazione per iniezione, attraverso opportuni ugelli nebulizzatori, della portata d'acqua G_l (di entità esattamente necessaria e

sufficiente allo scopo): il processo a regime permanente è adiabatico e isobaro, è l'apparecchiatura pertanto viene chiamato saturatore adiabatico. Si imponga per l'acqua di alimentazione lo stesso valore di temperatura dell'aria umida satura in uscita dell'apparecchio: questo valore è la temperatura di saturazione adiabatica T_{1s} dell'aria nello stato di ingresso 1.

Trattandosi di un processo con deflusso a regime permanente, adiabatico e senza scambio di lavoro, il 1° principio della termodinamica impone che:

$$G_a h_1 + G_l h_l = G_a h_2 = G_a h_{1s}$$

ma dato che:

$$h_l = c_{p_l} \circ t_l = c_{p_l} \circ t_{1s}$$

$$G_l = G_a (x_{1s} - x_1)$$

Si può scrivere:

$$h_1 + (x_{1s} - x_1) c_{p_l} \circ t_{1s} = h_{1s}$$

Un'analisi comparativa dell'entità dei singoli termini che compaiono in quest'ultima relazione permette di concludere che, nella maggioranza dei calcoli tecnici di interesse pratico, non si commette grande errore nel considerare la temperatura di saturazione adiabatica coincidente con la temperatura dell'aria satura allo stesso valore di entalpia specifica dell'aria umida nelle condizioni iniziali (assumendo cioè $h_1 = h_{1s}$).

TEMPERATURA A BULBO UMIDO (O TEMPERATURA A BULBO BAGNATO)

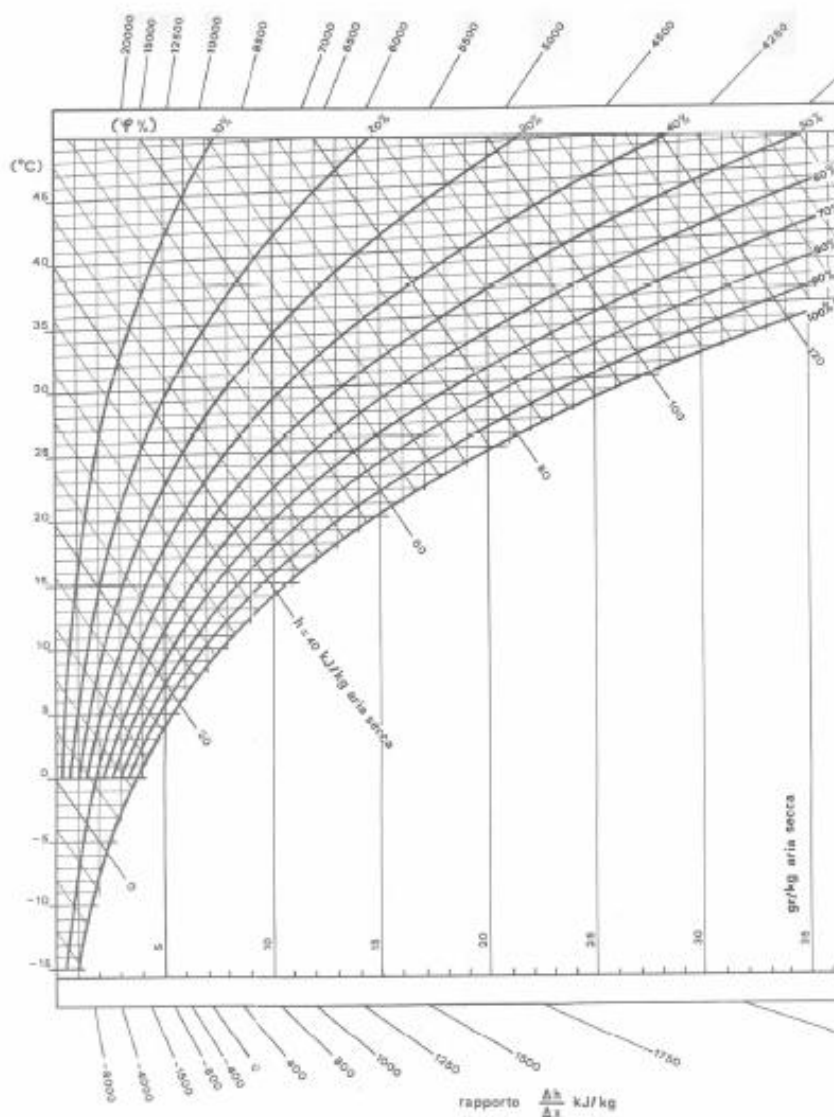
È definita come la temperatura cui si porta l'acqua in condizioni di equilibrio di scambio convettivo e di massa con aria in moto fortemente turbolento: si può misurare con un termometro, schermato da ogni rilevante effetto radiante, il cui elemento sensibile (bulbo) venga costantemente mantenuto bagnato d'acqua liquida, ad esempio per effetto di capillarità realizzato con una guaina di garza immersa in un piccolo serbatoio.

DIAGRAMMI PSICROMETRICI

Si è visto che il sistema “aria umida”, nella pratica delle trasformazioni correnti, può essere riguardato come un sistema gassoso bi componente; come tale quindi necessita di tre parametri intensivi di stato per poter essere individuato compiutamente.

Poiché i processi tecnici correnti che interessano il condizionamento dell’aria o l’essiccamento hanno luogo sostanzialmente a pressione costante, è utile rappresentare le proprietà termodinamiche dell’aria umida in diagrammi coordinati tracciati a pressione totale costante, e poter così considerare graficamente le differenti trasformazioni.

Il diagramma psicrometrico più utilizzato è quello cosiddetto di Mollier: è un diagramma cartesiano ad assi coordinati obliqui: l’asse verticale riporta l’entalpia specifica h dell’aria umida, mentre l’asse obliquo sub-orizzontale riporta come grandezza il titolo dell’aria umida x ; come linee parametriche sono usualmente tracciate nel diagramma di Mollier, oltre alle grandezze coordinate, le isoterme, le linee ad umidità relativa costante (con la linea di saturazione $\varphi = 1$), e le linee a volume specifico v costante; comunemente il diagramma è relativo al valore di pressione totale $p = 101\,325\text{ kPa}$ (1 atm).



dividendolo in due segmenti le cui lunghezze stanno nello stesso rapporto delle due portate miscelate (al solito espresse in aria secca):

$$\frac{\overline{13}}{\overline{32}} = \frac{G_2}{G_1}$$

Si può osservare che in particolari situazioni il punto rappresentativo della miscela possa cadere al di fuori del campo della fase omogenea aria secca - vapore: si ha allora separazione di fase condensata (zona di nebbia).

RISCALDAMENTO/RAFFREDDAMENTO SENSIBILE DI UNA PORTATA

Si può elevare la temperatura di una portata G d'aria umida per solo scambio termico, ad esempio a mezzo di una batteria di resistenze elettriche, o in uno scambiatore di calore a superficie. Il processo chiaramente non modifica il contenuto di vapor d'acqua nell'aria, ed ha luogo quindi a titolo costante.

Il flusso termico scambiato è calcolabile con la relazione:

$$\phi = G(h_2 - h_1) = G(c_{p_a} + x \cdot c_{p_v})(t_2 - t_1)$$

Con operazione analoga alla precedente, una portata di aria umida può essere raffreddata ad umidità costante, in uno scambiatore a superficie (con refrigerante costituito ad esempio da acqua refrigerata oppure da un fluido frigorifero evaporante), qualora in ogni punto la temperatura della superficie dell'apparecchio sia superiore alla temperatura di rugiada dell'aria stessa.

RAFFREDDAMENTO CON DEUMIDIFICAZIONE (CASO IDEALE)

Nella stessa situazione considerata precedente (portata d'aria umida che passa attraverso uno scambiatore di calore a superficie alimentato da un agente refrigerante), quando la superficie dell'apparecchio scambiatore è a temperatura inferiore della temperatura di rugiada dell'aria stessa, sia ha la separazione per condensazione di acqua sulla superficie stessa (supponendo che la temperatura della superficie sia maggiore di 0°C), che verrà scambiata con continuità; l'aria subisce quindi un processo concomitante raffreddamento e deumidificazione. In condizioni di regime permanente il 1° principio della termodinamica permette di scrivere:

$$\phi + G_a h_1 = G_a h_2 + G_l h_l$$

ed essendo la portata d'acqua condensata G_l esprimibile come:

$$G_l = G_a(x_1 - x_2)$$

risulta in definitiva:

$$\phi = G_a[(h_2 - h_1) - (x_2 - x_1)h_l]$$

ove h_l è l'entalpia specifica dell'acqua liquida alla temperatura di scarico. Il flusso di entalpia associato alla portata d'acqua di condensa scaricata è quasi sempre trascurabile rispetto alla variazione di flusso di entalpia dell'aria umida, per cui la relazione precedente può essere scritta con approssimazione nel seguente modo:

$$\phi \cong G_a(h_2 - h_1)$$

MECCANISMI DI SCAMBIO TERMICO

Il calore è quella forma di energia che si manifesta nel passaggio da un corpo ad un altro quando fra i due vi è differenza di temperatura.

Il 1° principio della termodinamica stabilisce l'equivalenza delle varie forme di energia; il 2° fissa il senso del trasferimento spontaneo del calore: da corpo a temperatura più elevata a corpo a temperatura più bassa. Questo del trasferimento del calore è un fenomeno fra i più generali del mondo fisico e interessa sia gli esseri viventi sia i vari settori della tecnica.

Si distinguono tre modi di trasmissione del calore: conduzione, convezione, irraggiamento. Il più delle volte questi tre sono concomitanti. Il flusso termico attraverso una parete che separa due fluidi avviene per convezione e irraggiamento sulle due superfici e per conduzione all'interno della parete. Il passaggio del calore attraverso un materiale poroso, non omogeneo, è dovuto ai fenomeni di conduzione attraverso il gas e la struttura solida, di convezione nel gas racchiuso nelle celle e di radiazione fra le facce opposte delle celle stesse.

Può succedere che uno dei tre modi sia prevalente e che gli altri due possano essere trascurati. Ad esempio fra un liquido che scorre entro un tubo e la superficie stessa del tubo è da considerare la convezione, non l'irraggiamento. Se il tubo è immerso in aria tranquilla, lo scambio termico sulla superficie esterna avviene pressoché in egual misura per convezione e per irraggiamento. Se il tubo è ad elevata temperatura l'irraggiamento prevale, ecc...

Giova definire più precisamente questi tre modi:

Def Conduzione termica

Da un punto di vista macroscopico si manifesta come scambio di calore nell'interno di corpi solidi, liquidi, gassosi, senza movimento apparente di materia, è dovuta alla cessione di energia cinetica da parte delle molecole, in zona a più alta temperatura, verso altre molecole in zona adiacente a più bassa temperatura. A questa componente di scambio termico nei metalli si aggiunge la componente elettronica dovuta al movimento degli elettroni.

Def Convezione termica

Consiste nel trasporto del calore che si attua in presenza di movimento macroscopico relativo di particelle del fluido.

Generalmente si deve considerare il fenomeno dello scambio termico fra una superficie A e il fluido che la lambisce; esso è governato dalle leggi della dinamica dei fluidi e della conduzione. Detta T_S la temperatura della superficie e T_{FLUIDO} la temperatura, definita in modo appropriato, del fluido che la lambisce, la relazione che esprime il flusso termico, è:

$$\phi = \alpha A (T_{FLUIDO} - T_{SUPERFICIE})$$

$$\varphi_S = \alpha (T_{FLUIDO} - T_{SUPERFICIE})$$

Def Irraggiamento

Avviene per propagazione di onde elettromagnetiche nello stesso modo della propagazione della luce. Si ha trasmissione per irraggiamento nel vuoto o attraverso sostanze almeno parzialmente trasparenti.

La quantità di calore entrante nel volume V si esprime come:

$$\delta Q_e = -dt \int_A \vec{\varphi} \cdot \vec{dA}$$

che per il teorema di Gauss si può esprimere come il seguente integrale di volume:

$$\delta Q_e = -dt \int_V \vec{\nabla} \cdot \vec{\varphi} dV$$

Si consideri ora il termine δQ_g . Per ogni punto P del volume considerato si definisce la grandezza φ_V , detta comunemente **intensità di generazione interna**:

$$\varphi_V = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{\phi_g}{\Delta V}$$

ove ϕ_g è la totale potenza generata all'interno del volume ΔV contenente P .

Si ha quindi che δQ_g si può esprimere come:

$$\delta Q_g = dt \int_V \varphi_V dV$$

Mentre il termine dU si può esprimere invece con la seguente relazione:

$$dU = (\Lambda_V - p)dV + C_V dT$$

trattandosi di corpi solidi: $dV=0$ e $C_V = C_p = C$

$$dU = C dT = dt \int_V c \rho \frac{\partial T}{\partial t} dV$$

In conclusione dato che $\delta Q_{entrante} + \delta Q_{generato} = dU$ si ha:

$$-dt \int_V \vec{\nabla} \cdot \vec{\varphi} dV + dt \int_V \varphi_V dV = dt \int_V c \rho \frac{\partial T}{\partial t} dV$$

che diventa, dopo qualche passaggio matematico:

$$-\vec{\nabla} \cdot \vec{\varphi} + \varphi_V = c \rho \frac{\partial T}{\partial t}$$

dato che $\vec{\varphi} = -\lambda \vec{\nabla} T$ allora:

$$\vec{\nabla}(\lambda \vec{\nabla} T) + \varphi_V = c \rho \frac{\partial T}{\partial t}$$

Osservazione 1

Qualora la conduttività termica λ si uniforme si può scrivere:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\lambda}{c \rho} \nabla^2(T) + \frac{\varphi_V}{c \rho}$$

Dove $\frac{\lambda}{c \rho} = a$ prende il nome di diffusività termica e caratterizza la velocità con cui i corpi nel loro interno trasmettono una variazione di temperatura.

che risolta porta a:

$$T(x) = T_1 - \frac{T_1 - T_2}{l} x$$

Per la legge di Fourier si ha che:

$$\phi(t) = -\lambda A \frac{\partial T}{\partial n}$$

che nel caso monodimensionale in regime stazionario diventa:

$$\begin{aligned} \phi &= -\lambda A \frac{dT(x)}{dx} \Rightarrow \\ \Rightarrow \phi &= \frac{\lambda A}{l} (T_1 - T_2) \end{aligned}$$

che si può riscrivere nel seguente modo:

$$\phi = \frac{T_1 - T_2}{\left(\frac{l}{\lambda A}\right)}$$

Osservazione

Si può adottare il modello monodimensionale qualora il rapporto tra lo spessore l rispetto alle altre dimensioni è inferiore a $1/10$.

PARETE PIANA BISTRATO

Si abbia uno strato piano composto di due strati di materiali diversi di spessori rispettivamente l_1 e l_2 e conduttività termica λ_1 e λ_2 e siano ancora T_1 e T_2 le temperature sulle facce estreme.

Detta T' la temperatura nella superficie di separazione si può scrivere:

$$\phi = \frac{\lambda_1 A}{l_1} (T_1 - T') = \frac{\lambda_2 A}{l_2} (T' - T_2)$$

E quindi:

$$T_1 - T_2 = (T_1 - T') + (T' - T_2) = \phi \left[\frac{l_1}{\lambda_1 A} + \frac{l_2}{\lambda_2 A} \right]$$

$$\phi = \frac{T_1 - T_2}{\left[\frac{l_1}{\lambda_1 A} + \frac{l_2}{\lambda_2 A} \right]}$$

Osservazione

Si nota l'analogia con il caso elettrico del passaggio di corrente attraverso due resistenze in serie. La resistenza totale è la somma delle singole resistenze:

$$R_T = R_1 + R_2 = \frac{l_1}{\lambda_1 A} + \frac{l_2}{\lambda_2 A}$$

Osservazione

Si può ammettere valida l'ipotesi di monodimensionalità quando il rapporto tra il diametro e la lunghezza è inferiore a $1/10$.

CONDUZIONE TERMICA STAZIONARIA, MONODIMENSIONALE CON GENERAZIONE INTERNA DI CALORE

PARETE PIANA MONOSTRATO CON GENERAZIONE

Nel caso di conduttività termica costante l'equazione generale è:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\lambda}{c \rho} \nabla^2(T) + \frac{\varphi_V}{c \rho}$$

Che con le condizioni imposte si semplifica in:

$$\frac{d^2 T}{dx^2} + \frac{\varphi_V}{\lambda} = 0$$

Che risolta diventa:

$$T(x) = -\frac{\varphi_V}{2\lambda} x^2 + C_1 x + C_2$$

Imponendo le seguenti condizioni al contorno:

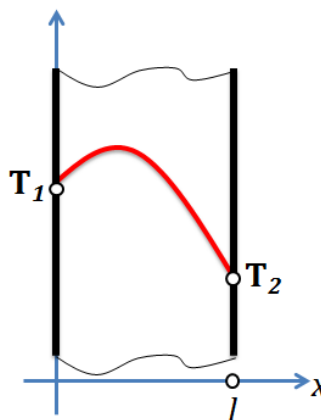
$$\begin{cases} T(x=0) = T_1 \\ T(x=l) = T_2 \end{cases}$$

Si ottiene che:

$$\begin{aligned} C_2 &= T_1 \\ C_1 &= \frac{T_2 - T_1}{l} + \frac{\varphi_V}{2\lambda} l \end{aligned}$$

Per Fourier:

$$\phi = -\lambda A \left[-\frac{\varphi_V}{\lambda l} x + C_1 \right]$$



PARETE CILINDRICA MONOSTRATO CON GENERAZIONE

Mentre nel caso precedente del caso cilindrico l'equazione risultava essere:

$$r \frac{d^2 T}{dr^2} + \frac{dT}{dr} = \frac{d}{dr} \left(r \frac{dT}{dr} \right) = 0$$

Ora bisogna aggiungere il termine della generazione interna di calore

Si ha quindi che:

$$T(\mathbf{r}) = \frac{\varphi_V}{4\lambda} (R^2 - \mathbf{r}^2) + T_2$$

Osservazione

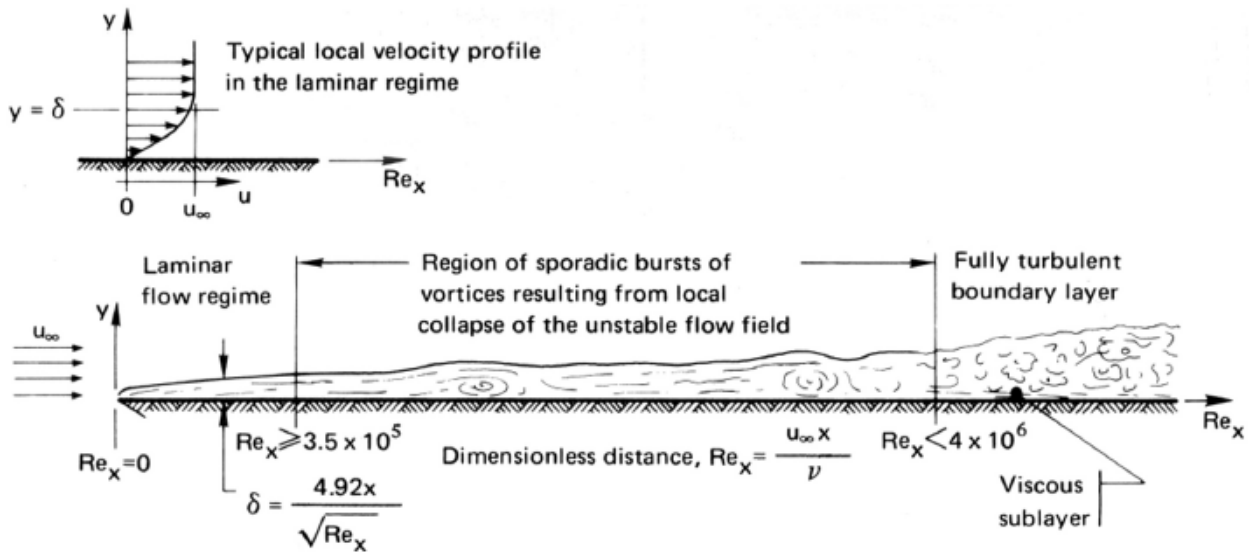
La temperatura massima si ha quando $r = 0$:

$$T_{MAX} = \frac{\varphi_V}{4\lambda} R^2 + T_2$$

Il rapporto tra le forze d'inerzia e forze viscosi è perciò il fattore primario della stabilità del moto laminare: se è contenuto entro valori modesti le perturbazioni si smorzano ed il deflusso procede laminare in ogni punto, se invece supera un certo valore caratteristico (detto **valore critico**) le perturbazioni si amplificano e, sovrapponendosi al moto laminare iniziale, determinano alla fine le configurazioni proprie del regime turbolento.

Il numero che caratterizza tale rapporto è il **numero di Reynolds**; esso è adimensionale, si indica con il simbolo **Re** ed è uguale a:

$$Re = \frac{\rho v L}{\mu}$$

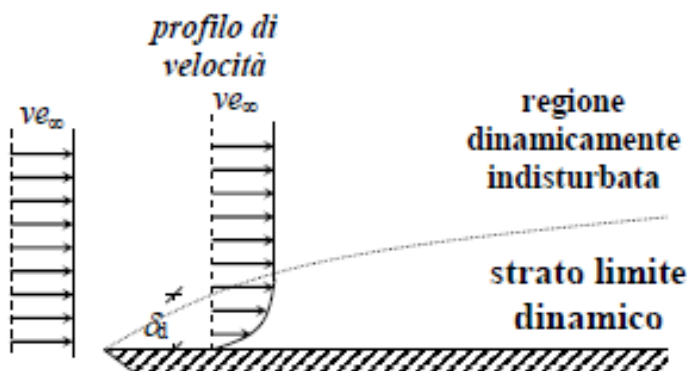


Def Reynolds critico

È il valore al di sotto del quale il moto si presenta sempre stabilmente laminare. Esso dipende solo dalla scelta di L e ν .

DISTINZIONE DEL TIPO DI DEFLUSSO IN BASE AL CONFINE

Deflussi Esterni



CONCETTI GENERALI DI CONVEZIONE TERMICA

La convezione termica costituisce uno dei meccanismi fondamentali di scambio di calore tra due sistemi a temperature diverse e posti in contatto tra di loro. Essa presuppone che almeno uno dei sistemi sia fluido (liquido, gas, sistema bifase liquido + vapore) ed è localizzata in seno al fluido (od ai fluidi) all'interfaccia di separazione tra le fasi e nelle immediate vicinanze. **Condizione indispensabile** alla realizzazione della convezione termica è che il fluido sia in moto relativo rispetto alla superficie del corpo solido, altrimenti si manifesta solo per conduzione termica tra i sistemi a contatto (ovviamente vi deve essere una differenza di temperatura).

Si consideri un fluido che lambisce una parete caratterizzata da una temperatura inferiore rispetto ad essa. Se si analizza il fenomeno convettivo da vicino, si nota che lo strato a diretto contatto con la parete riceve da essa un'energia termica e che esso, a sua volta, la cede agli strati attigui più esterni. In quest'ultimi l'energia interna rimane localmente costante in condizione di regime stazionario poiché il flusso energetico entrante è bilanciato dal flusso energetico uscente generalmente per effetto contemporaneo di:

- **un meccanismo a livello molecolare** di conduzione termica, legato ai gradienti della temperatura ed alla conduttività termica del fluido;
- **un meccanismo a livello macroscopico** strettamente connesso al moto disordinato del fluido.

Osservazione

In regime laminare il 1° meccanismo è l'unico responsabile del trasporto energetico. Gli strati di fluido sono però in moto relativo, quindi tale trasporto dipenderà anche dal moto del fluido. La situazione è completamente diversa da quella di conduzione termica entro un fluido in quiete.

Alla parete con la normale orientata verso il fluido si ha:

$$\phi = \alpha A (T_{PARETE} - T_{FLUIDO}) = -\lambda_{FLUIDO} A \left(\frac{\partial T}{\partial n} \right)_p$$

ove λ è la conduttività termica del fluido e $\left(\frac{\partial T}{\partial n} \right)_p$ è funzione della configurazione del campo di moto e quindi di grandezze fisiche del fluido quali ρ , μ , c_p , λ , ecc.

La relazione mantiene la sua validità anche con un regime turbolento perché è individuabile sempre uno strato di fluido a contatto con la parete a velocità nulla rispetto ad essa, sede di un meccanismo di pura conduzione termica.

Osservazione

È logico comunque attendersi che la convezione sia influenzata non solo dalle proprietà termiche del fluido quali la conduttività, il calore specifico, e dalle temperature della parete del fluido, bensì anche dal campo di moto realizzato, cioè dalla distribuzione delle velocità in direzione, verso e modulo e quindi dalle grandezze fisiche, geometriche, dinamiche che concorrono a realizzarlo, quali la densità, la viscosità del fluido, le caratteristiche di forma della parete, la distribuzione delle pressioni, la presenza di campi di forze di volume, ecc...

L'analisi dimensionale porta a tre numeri adimensionali: **Nu**, **Re** e **Pr**.

$$\mathbf{Nu} = \frac{\alpha D}{\lambda}$$

$$\mathbf{Re} = \frac{\rho v D}{\mu}$$

$$\mathbf{Pr} = \frac{c_p \mu}{\lambda}$$

CONVEZIONE NATURALE

La convezione naturale (o libera) è causata da moti presenti nella massa fluida per effetto di squilibri di forze provocati dallo stesso processo di trasmissione termica. Condizioni necessarie affinché ciò si verifichi sono la presenza di un campo di forze di volume e la dipendenza della densità del fluido dalla temperatura.

Si consideri la porzione di parete piana lambita da un fluido in quiete in presenza del campo di gravità di accelerazione \vec{g} . Se il fluido è in equilibrio termico con la parete in ogni punto è verificato l'equilibrio idrostatico tra forze peso e forze di pressione.

In particolare se l'asse x è verticale verso l'alto:

$$\frac{\partial p}{\partial x} = -\rho_\infty |\vec{g}|$$

Si supponga ora che la parete sia portata a temperatura diversa (per esempio maggiore) di quella del fluido. Gli strati prossimi alla superficie si riscaldano per conduzione e modificano la densità, che di norma diverrà minore di quella a sufficienza distanza dalla parete, ove il fluido conserva la primitiva densità ρ_∞ . Dallo studio delle forze agenti si ricava che l'accelerazione convettiva è data da:

$$a_{CV} = |\vec{g}| \beta (T - T_\infty)$$

Per compiere l'analisi dimensionale di pone che il coefficiente di scambio termico sia dipendente dai seguenti parametri:

$$\alpha = f(l, |\vec{g}| \beta (T - T_\infty), \rho, \mu, \lambda, c_p)$$

Che portano ai numeri adimensionali di Nusselt, Prandtl e Grashof.

$$\mathbf{Nu} = \frac{\alpha l}{\lambda}$$

$$\mathbf{Pr} = \frac{c_p \mu}{\lambda}$$

$$\mathbf{Gr} = \frac{|\vec{g}| \beta (T - T_\infty) \rho^2 l^3}{\mu^2}$$

Osservazione

Spesso **Pr** e **Gr** nelle formulazioni tecniche sono moltiplicati tra loro ed elevati per lo stesso esponente. È utile pertanto introdurre in numero di Rayleigh **Ra**:

$$\mathbf{Ra} = \mathbf{Pr} \cdot \mathbf{Gr}$$

REGIME TRANSITORIO DI UN CORPO A RESISTENZA TRASCURABILE

Si consideri un corpo avente conduttività termica molto elevata e di forma tale che almeno una delle tre dimensioni sia sufficientemente piccola, in modo che la differenza di temperatura fra due punti interni, per qualsiasi pur rapida, uniforme variazione della temperatura superficiale, possa essere trascurata. Sia T_i la temperatura iniziale del corpo di volume V e di superficie A ed il corpo stesso venga posto all'istante $t = 0$ in un fluido a temperatura T_f con il quale scambia calore per convezione e irraggiamento. Si ha cioè una "variazione a gradino" nella condizione al contorno. Si tratta di determinare la temperatura T del corpo variabile nel tempo.

Indicando con α, c, ρ rispettivamente il coefficiente di trasmissione superficiale, il calore specifico e la densità del corpo, si ha:

$$\alpha A (T_f - T) dt = c \rho V dT$$

$$\frac{dT}{T_f - T} = \frac{\alpha A}{c \rho V} dt$$

Integrando e tenendo conto della condizione $T(t = 0) = T_i$ si ottiene:

$$T_f - T = (T_f - T_i) e^{-\frac{\alpha A}{c \rho V} t}$$

$$\frac{\alpha A}{c \rho V} = \frac{1}{\frac{1}{\alpha A}} \frac{1}{c \rho V} = \frac{1}{R C} = \frac{1}{t_0}$$

Osservazione

La costante t_0 rappresenta il tempo che sarebbe necessario affinché la temperatura raggiungesse il valore finale se la velocità di variazione rimanesse quella iniziale.

Si constata che per $t = t_0$ si ha:

$$T = T_i + 0,632 (T_f - T_i)$$

La costante di tempo rappresenta il tempo necessario affinché la temperatura del corpo vari del 63,2% della totale escursione finale.

Ritornando alla formula:

$$T_f - T = (T_f - T_i) e^{-\frac{\alpha A}{c \rho V} t}$$

Si osserva che può essere riscritta introducendo i gruppi adimensionali. In effetti è:

$$\frac{T_f - T}{T_f - T_i} = \Theta$$

e indicando con l il rapporto tra volume e area (metà spessore o metà raggio), risulta:

$$\frac{\alpha A}{c \rho V} t = \frac{\alpha l}{\lambda} \frac{a t}{l^2} = \mathbf{Bi} * \mathbf{Fo}$$

dove a è la diffusività termica. Pertanto si può riscrivere come:

$$\Theta = e^{-\mathbf{Bi} * \mathbf{Fo}}$$