NUMERO : 371

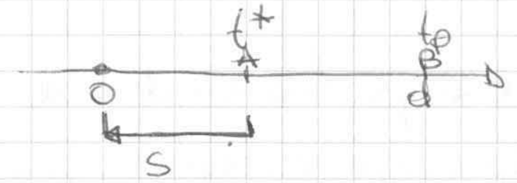
DATA : 03/10/2011

A P P U N T I

STUDENTE : Caruso

MATERIA : Fisica I - esercizi
Prof. Barbero

1.8.
In un rally automobilistico, un pilota deve percorrere nel tempo minimo un tratto $d = 1km$, partendo e arrivando da fermo. L'acc. max è $a_1 = 2,5\ m/s^2$, mentre il sistema di freni permette una deceler max $= -3,8\ m/s^2$. Supponendo che il moto sia rettilineo, calcolare il tempo ottenuto dalla formula.



$a_1 =$ accelerazione
$a_2 =$ decelerazione

in S accelera sempre
in tp si ferma.

O → A M.U.A. $\begin{cases} x(t) = \frac{1}{2} a_1 t^2 \\ v(t) = a_1 \cdot t \end{cases}$

$$\begin{cases} S = \frac{1}{2} a_1 t^{*2} \\ V_1 = a_1 t^* \end{cases}$$

A → B

$$\begin{cases} x(t) = S + V_1(t - t^*) - \frac{1}{2} a_2 (t - t^*)^2 \\ V(t) = V_1 - a_2 (t - t^*) \end{cases}$$

$$V(t_p) = V_1 - a_2 (t_p - t^*) = 0$$
$$a_1 t^* - a_2 (t_p - t^*) = 0$$
$$a_1 t^* - a_2 t_p + a_2 t^* = 0$$
$$(a_1 + a_2) t^* = a_2 t_p$$
$$t^* = \frac{a_2}{a_1 + a_2} t_p \quad \to \quad t_p - t^* = t_p - \frac{a_2}{a_1 + a_2} t_p = \left(1 - \frac{a_2}{a_1 + a_2}\right) t_p = \frac{a_1 + \cancel{a_2} - \cancel{a_2}}{a_1 + a_2} t_p = \frac{a_1}{a_1 + a_2} t_p$$

$$d = S + V_1 (t_p - t^*) - \frac{1}{2} a_2 (t_p - t^*)$$
$$d = \frac{1}{2} a_1 t^{*2} + a_1 t^* (t_p - t^*) - \frac{1}{2} a_2 (t_p - t^*)^2$$

$$d = \frac{1}{2} a_1 \left(\frac{a_2}{a_1 + a_2}\right)^2 t_p^2 + a_1 \frac{a_2}{a_1 + a_2} t_p \cdot \frac{a_1}{a_1 + a_2} t_p - \frac{1}{2} a_2 \left(\frac{a_1}{a_1 + a_2}\right)^2 t_p^2$$

$$d = \left\{ \frac{1}{2} \frac{a_1 a_2^2}{(a_1 + a_2)^2} + \frac{a_1^2 a_2}{(a_1 + a_2)^2} - \frac{a_1^2 a_2}{2 (a_1 + a_2)^2} \right\} t_p^2$$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 3 di 212

$\sqrt{H} = y$

$$y^2 + 2\left(\frac{U_s}{\sqrt{2g}}\right)y - U_s \cdot \Delta t = 0$$

$$y = \frac{U_s}{\sqrt{2g}} \pm \sqrt{\frac{U_s^2}{2g} + U_s \Delta t}$$

$$\sqrt{H} = \frac{U_s}{\sqrt{2g}} + \sqrt{\frac{U_s^2}{2g} + U_s \Delta t} \quad \text{SOLUZIONE}$$

1.13

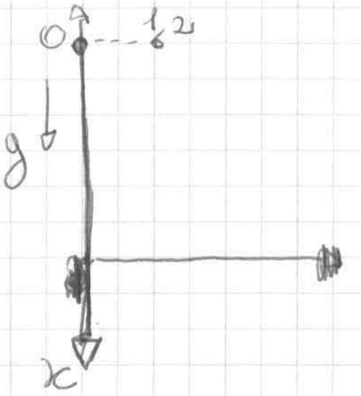
Due p.ti cadono dalla stessa posizione $t_0 = 0$ con $V_0 = 0$

t_2 lanciato verso il basso con V_0 all'istante $t_0 \geq 0$.

Determinare

a) P_2 ragg. P_1?

b) Il tempo t^* al quale avverrà il raggiungimento.



① Parte a tempo zero con $V_0 = 0$

② Parte a $t_0 > 0$ con $V_0 \neq 0$

$$\begin{cases} x_1(t) = \frac{1}{2} g t^2 \\ v_1(t) = g t \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_2(t) = V_0(t - t_0) + \frac{1}{2} g (t - t_0)^2 \\ V_2(t) = V_0 + g(t - t_0) \end{cases}$$

Se è possibile che i corpi si toccano allora a $t^* > 0$ $x_1(t^*) = x_2(t^*)$

$$\frac{1}{2} g t^{*2} = v_0(t^* - t_0) + \frac{1}{2} g (t^* - t_0)^2$$

$$\cancel{\frac{1}{2} g t^{*2}} = V_0 t^* - V_0 t_0 + \cancel{\frac{1}{2} g t^{*2}} - g t^* t_0 + \frac{1}{2} g t_0^2$$

$$(V_0 - g t_0) t^* - (V_0 - \frac{1}{2} g t_0) t_0 = 0$$

$$t^* = \frac{V_0 - \frac{1}{2} g t_0}{V_0 - g t_0} \cdot t_0 \qquad V_0 - \frac{1}{2} g t_0 > V_0 - g t_0 \quad 0 > -\frac{1}{2} g t_0$$

Moto rettilineo e l'acc di un punto è dato ~~dalla~~ da ~~a=kt^4~~

$a = \frac{k}{t^4}$, sapendo che, per $t = t_0$, $x = x_0$ e $V = V_0$, trovare

come la velocità e posizione dipendono da t.

$\cancel{a = \frac{m}{s^2}}$

$$[a] = \frac{L}{T^2}$$

$$k = a \cdot T^4$$

$$[k] = [a] \cdot [t^4] = \frac{L}{T^2} \cdot T^4 = L \cdot T^2$$

$$\begin{cases} t = t_0 \\ x = x_0 \\ V = V_0 \end{cases}$$

$$a = \frac{k}{t^4}$$

$$\frac{dv}{dt} = \frac{k}{t^4} \qquad \int_{V_0}^{V} dv = \int_{t_0}^{t} k \frac{dt}{t^4}$$

$$V - V_0 = k \left\{ \frac{+1}{-4+1} t^{-4+1} \right\}_0^t$$

$$V(t) - V_0 = -\frac{1}{3} k \left(\frac{1}{t^3} \right)_{t_0}^{t}$$

$$V(t) - V_0 = -\frac{1}{3} k \left(\frac{1}{t^3} - \frac{1}{t_0^3} \right) \quad ; \quad V(t) = V_0 - \frac{k}{3} \left(\frac{1}{t^3} - \frac{1}{t_0^3} \right)$$

- $\frac{dx}{dt} = V$

$$\frac{dx}{dt} = V_0 + \frac{k}{3t_0^3} - \frac{k}{3t^3}$$

$$dx = \left\{ V_0 + \frac{k}{3t_0^3} - \frac{k}{3t^3} \right\} dt$$

$$\int_{x_0}^{x} dx = \int_{t_0}^{t} \left(\left(V_0 + \frac{k}{3t_0^3} \right) - \frac{k}{3} t^{-3} \right) dt$$

$$x(t) - x_0 = \left(V_0 + \frac{k}{3t_0^3} \right)(t - t_0) - \frac{k}{3} \int_{t_0}^{t} t^{-3} dt$$

$$x(t) - x_0 = \left(V_0 + \frac{k}{3t_0^3} \right)(t - t_0) - \frac{k}{3} \left(\frac{1}{-3+1} \cdot t^{-3+1} \right)_{t_0}^{t}$$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 7 di 212

B) $\frac{dx}{dt} = \frac{V_0}{1+kV_0t}$

$\int_0^x dx = \int_0^t \frac{V_0}{1+kV_0t} \cdot dt$ $\qquad 1+kV_0t = u$

$kV_0\,dt = du$

$x = \int_0^t \frac{V_0}{u} \cdot \frac{du}{kV_0}$ $\qquad dt = \frac{du}{kV_0}$

$x = \frac{1}{k} \cdot \int_0^t \frac{du}{u}$

$x = \frac{1}{k} \log \frac{u(t)}{u(0)}$

$x = \frac{1}{k} \ln(1+kV_0t)$ N.B. Qui lo spostamento non è più limitato.

Com'è $v(x)$?

$\ln(1+kV_0t) = kx$ $\qquad V = \frac{V_0}{1+kV_0t}$ $\qquad V_0 = V(1+kV_0t)$

$1+kV_0t = e^{kx}$?

$V = \frac{V_0}{e^{kx}}$ $\qquad V(x) = V_0 \cdot e^{-kx}$

1.7

Un pto si muove di moto armonico con $T = 9{,}9\,s$ e al tempo $t_0 = 0$ si trova in $x_0 = 0{,}28\,m$ con $V_0 = -2{,}5\,m/s$. Scrivere l'eq. del moto e calcolare A) valore max di V

B) " " " di a.

$x(t) = A\sin(\omega t + \phi)$

$v(t) = \omega A \cos(\omega t + \phi)$

$\omega = \frac{2\pi}{T}$

$\begin{cases} x_0 = A\sin\phi \\ V_0 = \omega A\cos\phi \end{cases}$

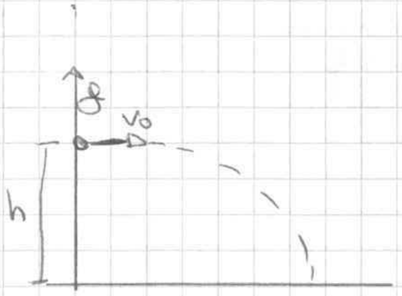
$x_0 = A\sin\phi$

$\frac{V_0}{\omega} = A\cos\phi$ $\qquad A = \sqrt{x_0^2 + \left(\frac{V_0}{\omega}\right)^2}$

$\operatorname{tg}\phi = \frac{x_0}{V_0} \cdot \omega$

A) $V_m = \omega \cdot A = \omega \cdot \sqrt{x_0^2 + \left(\frac{V_0}{\omega}\right)^2} = \sqrt{\omega^2 x_0^2 + V_0^2}$

Un cannone spara in orizz. un proiettile con V_0 orizzontale



$$\vec{g} = -g\vec{u}_y$$

$$\begin{cases} x(0) = 0 \\ y(0) \end{cases}$$

$$\begin{cases} V_x(0) = V_0 \\ V_y(0) = 0 \end{cases}$$

$$\frac{dv}{dt} = \vec{g}$$

$$\frac{dV_x}{dt}\vec{u}_x + \frac{dV_y}{dt}\vec{u}_y = -g\vec{u}_y$$

$$\begin{cases} \frac{dV_x}{dt}\vec{u}_x = 0 \\ \frac{dV_y}{dt}\vec{u}_y = -g\vec{u}_y \end{cases} \qquad \begin{aligned} & V_x = V_x(0) = V_0 \\ & \int_0^{V(t)} dV_y = \int_0^t -g\,dt \end{aligned}$$

$$\begin{cases} V_y(t) = -gt & \text{M.U.A} \\ V_x(t) = 0 & \text{M.U.} \end{cases} \qquad \begin{cases} \frac{dy}{dt} = -gt \\ \frac{dx}{dt} = V_0 \end{cases} \qquad \begin{aligned} & \int_h^{y(t)} dy = \int_0^t -gt\,dt \quad y(t) = h - \frac{1}{2}gt^2 \\ & \int_0^{x(t)} dx = \int_0^t V_0\,dt \Rightarrow x(t) = V_0t \end{aligned}$$

t^* $\quad y(t^*) = 0$

$$h - \frac{1}{2}gt^{*2} = 0 \qquad t^* = \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

$$x(t^*) = V_0t^* = V_0\sqrt{\frac{2h}{g}}$$

Con quale inclinazione?

$$V_y(t^*) = -gt^*$$

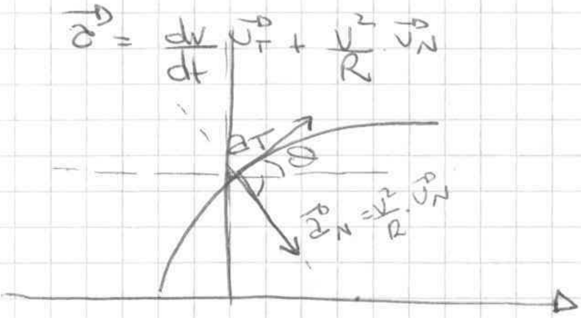
$$\operatorname{tg}\phi = \frac{V_y}{V_x} = \frac{gt^*}{V_0} = \frac{g}{V_0}\sqrt{\frac{2h}{g}} = \frac{\sqrt{2gh}}{V_0}$$

$V_x = V_0 \cos\theta$

$V_y = V_0 \sin\theta - gt$

$V = \sqrt{(V_x)^2 + (V_y)^2}$

$\vec{a} = \frac{dv}{dt}\vec{u}_T + \frac{v^2}{R}\vec{u}_N$



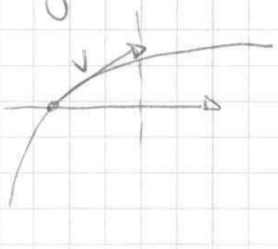
Calcolo componenti cartesiane

$$\begin{cases} a_x = a_T \cos\theta + a_N \sin\theta \\ a_y = a_T \sin\theta - a_N \cos\theta \end{cases}$$

$\vec{a} = \vec{g} = -g\,\vec{u}_y$ $\quad \begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = -g \end{cases} = \begin{cases} a_T \cos\theta + a_N \sin\theta = 0 \\ a_T \sin\theta - a_N \cos\theta = -g \end{cases}$

$$\begin{cases} a_T = -g\sin\theta \\ a_N = g\cos\theta \end{cases}$$

in ogni momento v è tangente



$V_x = V\cos\theta$

$V_y = V\sin\theta \qquad tg\theta = \frac{V_y}{V_x}$

$\sin\theta = \frac{tg\theta}{\sqrt{1+tg^2\theta}} = \frac{V_y}{V}$

$\cos\theta = \frac{1}{\sqrt{1+tg^2\theta}} = \frac{V_x}{V}$

Raggio di curvatura

θ conosc. posso ricavare a_T e a_N

$a_n = \frac{v^2}{R} \qquad \frac{v^2}{R} = g\cos\theta \qquad \frac{v^2}{R} = g\,\frac{V_x}{V} \qquad \boxed{R = \frac{V^3(t)}{g \cdot V_x(t)}} \rightarrow$

Il sistema può anche essere visto come soluzione, rispetto a una traiettoria generica, di un R.
Essendo le 2 derivate, quelle della traiettoria, sono le soluzioni della 1ª eq.

$$y_0 - y_c = \frac{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)_0}{\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)_0}$$

$$x_0 - x_c = -(y_0 - y_c)\left(\frac{dy}{dx}\right)_0$$

$$x_0 - x_c = -\frac{\left(\frac{dy}{dx}\right)_0 \left\{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)_0^2\right\}}{\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)_0}$$

$$R^2 = (x_0 - x_c)^2 + (y_0 - y_c)^2 =$$

$$= \frac{\left(\frac{dy}{dx}\right)_0^2 \left\{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)_0^2\right\}}{\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)_0^2} + \frac{\left\{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)_0^2\right\}^2}{\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)_0^2}$$

$$R = \frac{\left\{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right\}^{\frac{3}{2}}}{\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)_0^2}$$

Nel problema precedente.

$$y = x \operatorname{tg}\theta_0 - \frac{g}{2v_0^2\cos^2\theta}x^2$$

$$\frac{dy}{dx} = \operatorname{tg}\theta_0 - \frac{g}{v_0^2\cos^2\theta_0}x$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} = -\frac{g}{v_0^2\cos^2\theta_0}$$

$$R(x) = \frac{\left\{1 + \left(\operatorname{tg}\theta_0 - \frac{g}{v_0^2\cos^2\theta_0}x\right)^2\right\}^{\frac{3}{2}}}{\frac{g}{v^2\cos^2\theta_0}}$$

$$\frac{\partial y}{\partial K} = x - 2Ax^2K = 0 \qquad K = \frac{1}{2Ax}$$

La curva di sicurezza è:

$$y = \frac{1}{2Ax}x - A\left\{1 + \frac{1}{4A^2x^2}\right\}x^2$$

$$y = \frac{1}{2A} - Ax^2 - \frac{1}{4A}$$

$$\boxed{y = \frac{1}{4A} - Ax^2} = \frac{v_0^2\cos^2\theta_0}{2g} - \frac{g}{2v_0^2\cos^2\theta_0}\cdot x^2$$

Fisica Esercitazione 29/03/11.

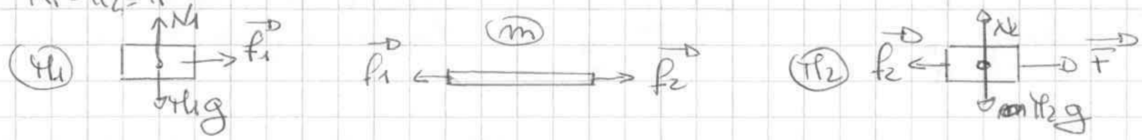
Due vagoni ferroviari, collegati con uno scambio.

La fune sopporta una forza max, F_0.

F_0 = carico di rottura.

Qual è la forza massima? L'accelerazione?

$M_1 = M_2 = M$



Lungo y, tutte le forze sono equilibrate.

$N_1 = M_1 g$

$N_2 = M_2 g$

$f_1 = M_1 a_1$

$f_2 - f_1 = m a$

$F - f_2 = M_2 a_2$

$a_1 = a_2 = a = A$ {quando non si muove}

$$\begin{cases} f_1 = M_1 A \\ f_2 - f_1 = mA \\ F - f_2 = M_2 A \end{cases}$$

Supponendo $m \to 0$ obteniamo una "fune ideale".

$f_2 = f_1 = f$

$$\begin{cases} f = M_1 A \\ F - f = M_2 A \end{cases}$$

$F = (M_1 + M_2) A$ $\qquad A = \frac{F}{M_1 + M_2}$

$f = M_1 A = \frac{M_1}{M_1 + M_2} \cdot F$ $\longrightarrow$ Forza Massima.

Se $f \leq F_0$ $\qquad \frac{M_1}{M_1 + M_2} \cdot F \leq F_0$

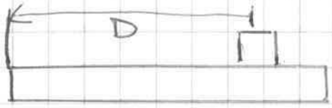
se $F > \mu_s (m+M) g$?

Non c'è movimento solidale $a \neq A$

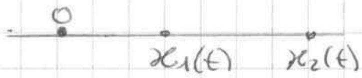
$$f = f_D = \mu_D N = \mu_D mg$$

$$\begin{cases} F - f_D = MA \\ f_D = ma \end{cases} \qquad \begin{matrix} F - \mu_D mg = MA \\ \mu_D mg = ma \end{matrix} \qquad \begin{matrix} A = \dfrac{F - \mu_D g}{M} \\ a = \mu_D \cdot g \end{matrix}$$

Ci sarà un movimento relativo.



Quanto tempo impiega m a cadere?



$$x_{21}(t) = x_2(t) - x_1(t)$$

$$v_{21}(t) = \frac{dx_{21}}{dt} = v_2(t) - v_1(t)$$

$$a_{21} = \frac{dv_{21}}{dt} = a_2(t) - a_1(t) = a - A$$

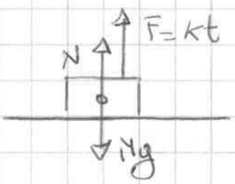
$$a_{21} = a_r = \mu_D g - \frac{F - \mu_D mg}{M} = \frac{\mu_D (M+m) g - F}{M}$$

L'"a_r" sarà negativo.

$$x_{21} = D + \frac{1}{2} a t^2$$

$x_{21}(t^*) = 0 \qquad t^* = \sqrt{\dfrac{2D}{a_r}}$ N.B. Non c'è (-) perché $a_r < 0$

Un corpo M, è appoggiato ad un piano orizzontale ed è sottoposto ad una forza diretta verso l'alto, $F = kt$. Determinare come cambia nel tempo la reazione del piano e il tempo in cui si stacca dal piano



$$\begin{cases} t < t^* \\ t > t^* \end{cases}$$

$$F + N - Mg = MA. \begin{cases} A = 0 \\ A \neq 0 \end{cases}$$

$a_1 = a_2 = A$ se M_1 spinge su M_2

$f_{D1} = \mu_{D1} \overbrace{M_1 g \cos\theta}^{N_1}$

$f_{D2} = \mu_{D2} \underbrace{M_2 g \cos\theta}_{N_2}$

$$\begin{cases} M_1 g \sin\theta - \mu_{D1} M_1 g \cos\theta - T = M_1 a \\ M_2 g \sin\theta - \mu_{D2} M_2 g \cos\theta + T = M_2 a \end{cases}$$

$$(M_1+M_2) g \sin\theta - (\mu_{D1} M_1 + \mu_{D2} M_2) g \cos\theta = (M_1+M_2) a$$

$$a = g \sin\theta - \frac{\mu_{D1} M_1 + \mu_{D2} M_2}{M_1+M_2} g \cos\theta$$

$$T = (\mu_{D2} - \mu_{D1}) \frac{M_1 M_2}{M_1+M_2} \cdot g \cos\theta$$

T è la forza scambiata. Quindi il movimento descritto deve essere positivo e $T>0 \Leftrightarrow (\mu_{D2} > \mu_{D1})$

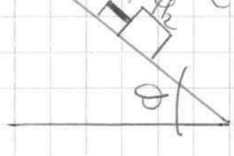
→ Se $\mu_{D2} < \mu_{D1}$, $T<0$: M_1 non spinge su M_2, non c'è forza scambiata, $a_1 \neq a_2$

$$y) \begin{cases} N_1 = m_1 g \cos\theta \\ M_1 g \sin\theta - f_{D1} = M_1 a_1 \end{cases} \quad x)$$

$$y) \begin{cases} N_2 = m_2 g \cos\theta \\ M_2 g \sin\theta - f_{D2} = M_2 a_2 \end{cases} \quad x)$$

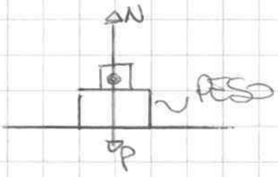
Problema. se sbaglio $\begin{cases} T>0 \\ T<0 \end{cases}$ erano equivalenti

se fosse { quello che accetto sarebbe l'inverso di quello di prima, perché non permette

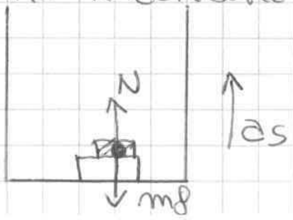


RIFLETTERE.

Problema sul SENSO DI PESO.



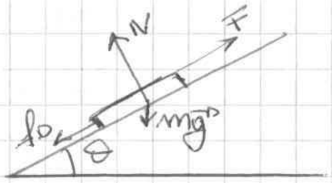
ESEMPIO ASCENSORE



$N - mg = m \cdot a_s$ $\quad N = m(g + a_s)$

Il nostro peso è maggiore quando a_s va verso l'alto.

Problema 4.2



$V_0 = cost.$

Dati

$m = 300kg$

$\theta = 0{,}3$

$\mu_D = 0{,}15$

$P = 3kW$

a) $V_{MAX} = ?$

b) Potenza dissipata e la sua percentuale

c) P per compiere lavoro contro la gravità.

Newton

y) $N = mg\cos\theta$

x) $-mg\sin\theta + F - \mu_D mg\cos\theta = 0$

$F = mg(\sin\theta + \mu_D\cos\theta)$

$P = F v_0$

a) $V_0 = \frac{P}{F} = \frac{P}{mg(\sin\theta + \mu_D\cos\theta)}$

b) $P_{att.} = -f_D \cdot V_0 = -\mu_D \cancel{mg}\cos\theta \cdot \frac{P}{\cancel{mg}(\sin\theta + \mu_D\cos\theta)}$

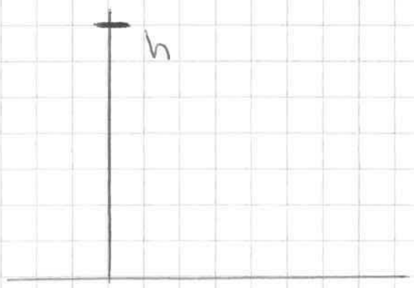
$P_{attr} = -\frac{\mu_D\cos\theta}{\sin\theta + \mu_D\cos\theta} \cdot P$

~~Rigua~~

c) $P_G = -mg\sin\theta \cdot V_0 = -\cancel{mg}\sin\theta \cdot \frac{P}{\cancel{mg}(\sin\theta + \mu_D\cos\theta)} =$

$P_G = -\frac{\sin\theta}{\sin\theta + \mu_D\cos\theta} \cdot P$

4.4.



$V = \frac{h}{\Delta t}$

Dati

$m = 80kg$

$h = 100\,m.$

$t = 2\,min.$

con $V = cost$ $\vec{a} = 0$

a) $P = ?$

$F - mg = 0$

b) V di ascensione.

$F = mg$

$P = mg \cdot V = mg \cdot \frac{h}{\Delta t}$

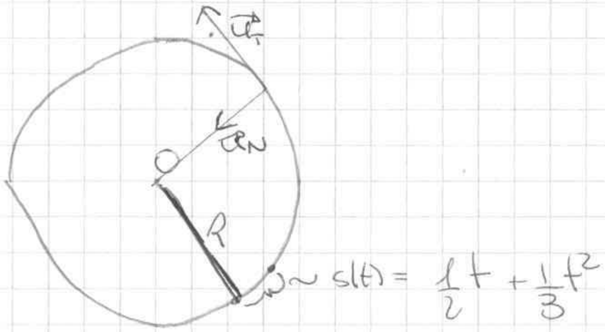
$$\int_D^C (3y^2 \underset{0}{dx} + 2x^2y\,dy)_{y\equiv 3} = 27\int_0^2 dx = 54$$

$$\int_C^B (3y^2 \underset{0}{dx} + 2x^2y\,dy)_{x\equiv 2} = 8\int_3^0 y\,dy = 8\cdot\frac{1}{2}\left[y^2\right]_3^0 = 4(0-9) = -3$$

$$\int_B^A (3y^2 dx + 2x^2y\,dy)_{y\equiv 0} = 0$$

$$W = 54J - 36J = 18J$$

4.13



Dati

$m = 100\,g$

$s(t) = \frac{t}{2} + \frac{t^2}{3}$

con $t^* = 2\,s$, $a = 1{,}8\,\frac{m}{s^2}$

a) R?

b) $W = ?$

$$V = \frac{ds}{dt} = \frac{1}{2} + \frac{2}{3}t$$

$$\vec{a} = \frac{dv}{dt}\vec{u}_T + \frac{v^2}{R}\vec{u}_N$$

$$\frac{dv}{dt} = \frac{2}{3}$$

$$\vec{a} = \frac{dv}{dt}\vec{u}_\theta - \frac{v^2}{R}\vec{u}_R$$

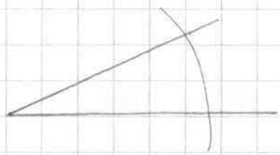
$$= \frac{2}{3}\vec{u}_\theta - \frac{1}{R}\left(1 + \frac{2}{3}t\right)^2\vec{u}_R \quad \frac{1}{2}?$$

$$\frac{1}{2} + \frac{2}{3}$$

$$|a| = a = \sqrt{\left(\frac{2}{3}\right)^2 + \frac{1}{R^2}\left(1 + \frac{2}{3}t\right)^4}$$

$$a^* = \sqrt{\left(\frac{2}{3}\right)^2 + \frac{1}{R^2}\left(1 + \frac{2}{3}t^*\right)^4}$$

b)



$$d\vec{r} = dr\,\vec{u}_R + r\,d\theta\,\vec{u}_\theta$$

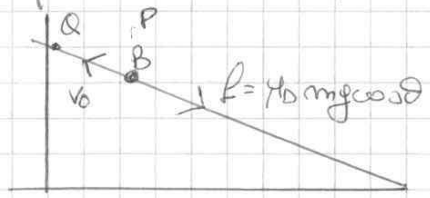
su una circonferenza

$r = R = cost$

$dr = 0 \qquad d\vec{r} = R\,d\theta\,\vec{u}_\theta$

$$W_{A\to B} = \int_A^B \vec{F}\cdot d\vec{r} = \int_A^B m\vec{a}\cdot d\vec{r} = m\int_A^B \left\{\frac{2}{3}\vec{u}_\theta - \frac{1}{R}\left(1+\frac{2}{3}t^2\right)\vec{u}_R\right\}\cdot R\,d\theta\,\vec{u}_\theta$$

~~2~~. Di quanto sale il corpo?



$$E(Q) - E(P) = W_{P \to Q}$$

$$E(Q) = E_K(Q) + E_P(Q) = m_B g h_Q$$

$$E(P) = E_K(P) + E_P(P) = \frac{1}{2} m_B V_0^2 + m_B g h_P$$

$$W_{P \to Q} = -\mu_D m_B g \cos\theta \cdot d$$ $d =$ spost. tra P e Q

$$m_B g h_Q - \frac{1}{2} m_B V_0^2 - m_B g h_P = -\mu_D m_B g \cos\theta \, d$$

$$\cancel{m_B} g (h_Q - h_P) - \frac{1}{2} \cancel{m_B} V_0^2 = -\mu_D \cancel{m_B} g \cos\theta \, d$$

$h_Q - h_P =$ (vedi grafico tra $h_{Bf} - h_{Bi}$) $= d \sin\theta$

$$g d \sin\theta + \mu_D g \cos\theta \, d = \frac{1}{2} V_0^2$$

$$d = \frac{V_0^2}{2g(\sin\theta + \mu_D \cos\theta)}$$

4.7

Dati:

$m_a = 15 kg$

$v_0 = 1,2 m/s$

$\vec{F} = 10 N$

a) $\mu_D = ?$

b) $W = ?$ $t = 30 s$

c) $W_{att} = ?$

in un istante t_0, con vi è più attrito

d) $v = ?$

$\vec{a} = 0$

$\vec{F} = \mu_D m g$

a) $\mu_D = \frac{\vec{F}}{m\vec{g}}$

$x = \vec{v}_0 t$

$W = \vec{F} \cdot \vec{v}_0 t$

$W_{att} = \mu_D m g \vec{v}_0 t$

d) $\vec{F} - 2\mu_D m g = m\vec{a}$

$+\mu_D m\vec{g} - 2\mu_D m\vec{g} = m\vec{a}$

$-\mu_D g = \vec{a}$

$\vec{v} = v_0 + a(t - t_0)$

$\vec{v} = 1,2 m/s \cdot -\mu_D g(30 s - t_0)$

4.5

Dati

$m = 300 g$

$v_0 = 2 m/s$

$v = \frac{2}{3} v_0$ dopo 30 cm.

a) $\mu_D = ?$

b) $s = ?$ primo di fermar.

c) $W_{tot} = ?$

$v^2 = v_0^2 - 2a(x - x_0)$

$\left(\frac{2}{3}v_0\right)^2 - v_0^2 = 2ax_0$

$-\frac{5}{9}\frac{v_0^2}{2x_0} = \vec{a}$

$-\mu_D m g = m\vec{a}$

$\mu_D = -\frac{\vec{a}}{g} = \frac{5}{9}\frac{v_0^2}{2x_0 g}$

b) $\mu_D m g x = \frac{1}{2} m \frac{4}{9} v^2$

$x = \frac{1}{2}\frac{v^2}{\mu_D g}$

$W = \mu_D m g (S_T) \simeq 0,6 J$

c) $\Delta x = x_1 - x_2$

b) $\mu_2 (m_1 + m_2) g = (m_1 + m_2) a$

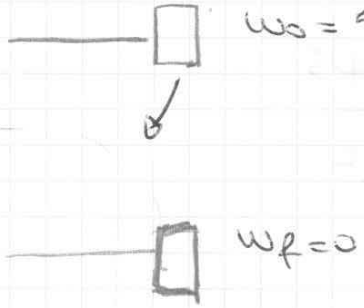
$v^* + at = 0$

$t = -\frac{v^*}{a}$

$x = v^* t + \frac{1}{2} a t^2$

$\Delta x + x = 0{,}082\ m$

4.16



Dati
$m = 0{,}25\ kg$
$R = 0{,}4\ m$
$\omega_0 = 5{,}4\ rad/s$
Decelera e $\omega_f = 0$ dopo un giro.
$\vec{F} = ?$ (R)
$\vec{\omega} = ?$

In un giro:

$$\begin{cases} \omega_f \overset{0}{=} \omega_0 + \alpha t \\ 2\pi = \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2 \end{cases} \qquad \begin{cases} t = -\omega_0/\alpha \\ 2\pi = -\frac{\omega_0^2}{\alpha} + \frac{1}{2}\alpha\frac{\omega_0^2}{\alpha^2} \end{cases}$$

$\Rightarrow \alpha 4\pi = -2\omega_0^2 + \omega_0^2$

$\alpha = -\frac{\omega_0^2}{4\pi} = -2{,}32\ rad/s^2$

In mezzo giro $\alpha = cost.$

$\pi = \omega_0 t^* + \frac{1}{2}\alpha t^{*2}$

$\omega = \omega_0 + \alpha t^*$

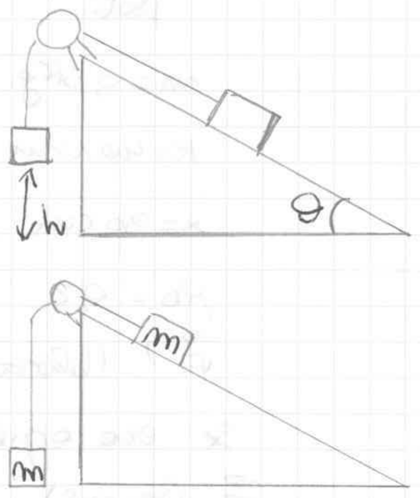
$t^* = \frac{\omega - \omega_0}{\alpha}$

$\pi = \omega_0 \left(\frac{\omega - \omega_0}{\alpha}\right) + \frac{1}{2}\alpha\left(\frac{\omega - \omega_0}{\alpha}\right)^2$

$\pi = \frac{\omega_0\omega - \omega_0^2}{\alpha} + \frac{1}{2}\alpha\left(\frac{\omega^2 - 2\omega\omega_0 + \omega_0^2}{\alpha^2}\right)$

$2\pi\alpha = \cancel{2\omega_0\omega} - 2\omega_0^2 + \omega_0^2 - \cancel{2\omega_0\omega} + \omega^2$

4.24



Dati

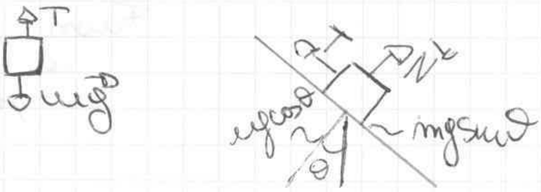
$m_1 = m_2 = m$

$\theta = 30°$

$h = 1\ m$

$\mu = 0,4$

$t=0$, sistema libero



1) $T - mg = m\vec{a}$ $\quad T = m\vec{g} + m\vec{a}$

2) $-T - mg\sin\theta - \mu_D N = ma$

$N - mg\cos\theta = 0$

$-T + mg\sin\theta + \mu_D mg\cos\theta = m\vec{a}$

$-m\vec{g} - m\vec{a} + m\vec{g}\sin\theta + \mu_D mg\cos\theta = m\vec{a}$

$$\vec{a} = +g\,\frac{(1 - \sin\theta - \mu_D\cos\theta)}{2}$$

$v^2 = v_0^2 + 2a(h - h_0)$

$v_A = v_B$

$v_B^2 = 2ah \qquad v_B = \sqrt{2ah}$

$W_{N.C.} = \frac{1}{2} m v_B^2$

$\mu_D mg\cos\theta\,\Delta x + mg\sin\theta\,\Delta x = \frac{1}{2} m\, 2ah$

$$\Delta x = \frac{ah}{\mu_D\cos\theta g + g\sin\theta} = \frac{g(1 - \sin\theta - \mu\cos\theta)}{2g(\cos\theta\,\mu_D + \sin\theta)}$$

$[\, d + \Delta x$

$\vec{F_1} = m_1 \vec{a}$

c) $h = 0{,}6\,m$

$W = Fh$

d) $\Delta E p_2 = m_2 g \Delta h$

e) $h = \frac{1}{2} a t^2$

$t = \sqrt{\frac{2h}{a}} = \sqrt{\frac{2hm_1}{F_1}}$

$E_K = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} \cdot m_2 v_2^2 = \frac{1}{2} v^2 (m_1 + m_2)$

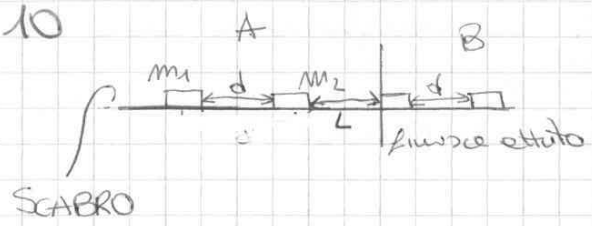
$v^2 = v_0^2 + at^2$

$v^2 = at^2$

$E_K = \frac{1}{2} at^2 (m_1 + m_2)$

ESERCIZIO

4.10



$$P_f - P_i = \vec{J}$$

$$P(0^+) - P(0^-) = \int_0^{\tau} F_0 \, dt = F_0 \tau$$

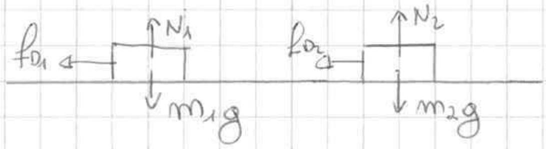
$$(m_1 + m_2) V_0 - 0 = F_0 \tau$$

$$V_0 = \frac{F_0 \tau}{m_1 + m_2}$$

$$E_K(A) = \frac{1}{2}(m_1 + m_2) V_0^2$$

$$E_K(B) = 0$$

$$E_K(B) - E_K(A) = -\frac{1}{2}(m_1 + m_2) V_0^2$$



$$f_{D1} = \mu_{D1} N_1 = \mu_{D1} m_1 g$$

$$f_{D2} = \mu_{D2} m_2 g$$

$$W_1 = -f_{D1}(L+d) = -\mu_{D1} m_1 g (L+d)$$

$$W_2 = -f_{D2} L = -\mu_{D2} m_2 g L$$

$$W_{A \to B} = -(\mu_{D1} m_1 (L+d) + \mu_{D2} m_2 L) g$$

$$-\frac{1}{2}(m_1 + m_2) V_0^2 = -\{\mu_{D1} m_1 (L+d) + \mu_{D2} m_2 L\} \cdot g$$

$$V_0 = \ldots$$

$$E = E_K + E_P = \frac{1}{2} m v^2 + \frac{1}{2} K x^2$$

$$E(A) = \frac{1}{2} m v_0^2$$

$$E(B) = \frac{1}{2} K \Delta^2$$

$$W_{A \to B}^{(NC)} = -\mu_D m g \Delta$$

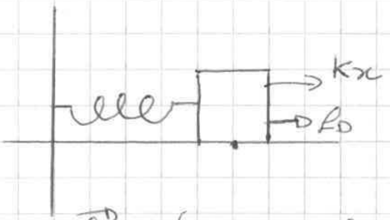
$$E(B) - E(A) = W_{A \to B}^{(NC)}$$

$$\frac{1}{2} K \Delta^2 - \frac{1}{2} m v_0^2 = -\mu_D m g \Delta$$

$$\frac{1}{2} m v_0^2 = \frac{1}{2} K \Delta^2 + \mu_D m g \Delta$$

$$v = \sqrt{\frac{2}{m} \cdot \left\{ \frac{1}{2} K \Delta^2 + \mu_D m g \Delta \right\}}$$

2°) metodo



$$\vec{f} = (-Kx - f_D)\, \vec{u}_x$$

$$f = -Kx - \mu_D m g$$

$$ma = f$$

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = -K\left(x + \frac{\mu_D m g}{K}\right) \qquad X = x + \frac{\mu_D m g}{K}$$

$$\frac{d^2X}{dt^2} = \frac{d^2x}{dt^2}$$

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = -KX$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{K}{m} X \qquad X = A\sin(\omega_0 t + \phi) \qquad \omega_0 = \sqrt{\frac{K}{m}}$$

$$\begin{cases} x = -\dfrac{\mu_D m g}{K} + A \sin(\omega_0 t + \phi) \\ v = A \omega_0 \cos(\omega_0 t + \phi) \end{cases}$$

$\longrightarrow$

$E(A)=0$

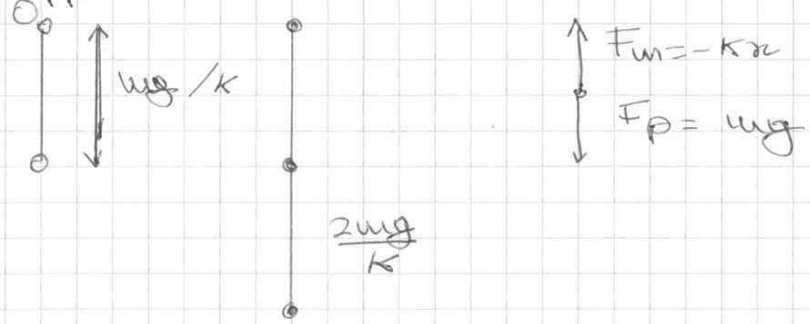
$E(B)=\frac{1}{2}k\Delta^2-mg\Delta$

$E(A)=E(B)$

$0=\frac{1}{2}k\Delta^2-mg\Delta \qquad \Delta\left(\frac{1}{2}k\Delta-mg\right)=0 \begin{cases}\Delta=0\\ \Delta=\frac{2mg}{k}\end{cases}$

$f=f_p+f_m=mg-kx$

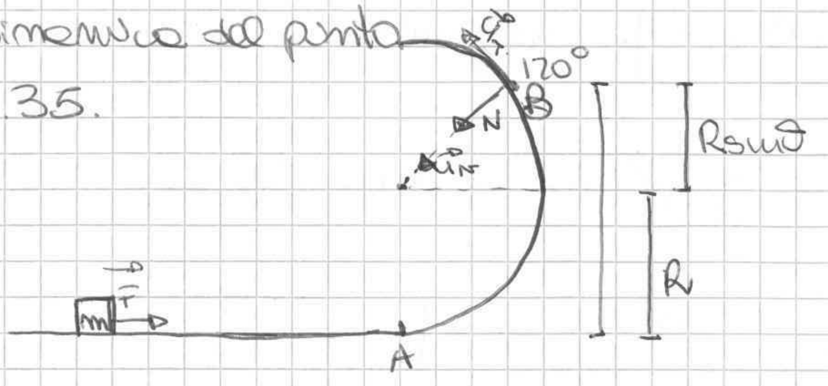
$f=0$ quando $mg=kx$ $\quad x=\frac{mg}{k}$ Noi abbiamo trovato il doppio.



4.35/36/38/39.

Dinamica del punto

4.35.



Dati

$m = 0{,}5\ kg$

$F = 470\ N$

$t = 10^{-2}\ s$

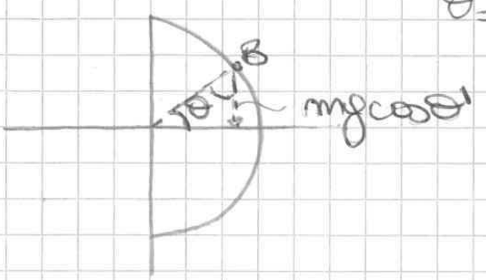
$R = 1{,}6\ m$

$N = ?$

$\theta^* = 120°$

$\theta' = 60°$

$\theta = 30°$



Sino in A, ho una $\vec{F}$

$$\Rightarrow \quad \frac{d\vec{P}}{dt} = \vec{F}$$

$$\vec{F}\,dt = d\vec{P}$$

$$P_f = \vec{F}t$$

$$mV_A = \vec{F}t$$

$$V_A = \frac{\vec{F}t}{m}$$

Per calcolare la reazione in B,

$$N + mg\cos\theta' = m\frac{V_B^2}{R}$$

Per trovare VB, applico la ~~teoria~~ conservazione dell'energia meccanica.

$$E_K(A) + E_P(A) = \frac{1}{2}mV_A^2$$

$$E_K(B) + E_P(B) = \frac{1}{2}mV_B^2 + mgh \qquad h = R + R\sin\theta$$

$$E(A) = E(B)$$

$$\frac{1}{2}mV_A^2 = \frac{1}{2}mV_B^2 + mg(R + R\sin\theta)$$

$$V_B^2 = mV_A^2 - mg(R + R\sin\theta)$$

$$\Rightarrow N = \frac{m}{R}\left[mV_A^2 - mg(R + R\sin\theta)\right] - mg\cos\theta' =$$

$$= \frac{m}{R}\left[m \cdot \frac{F^2t^2}{m^2} - mg(R + R\sin\theta)\right] - mg\cos\theta' .$$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 45 di 212

$\Rightarrow$ Sostituendo nella (o)

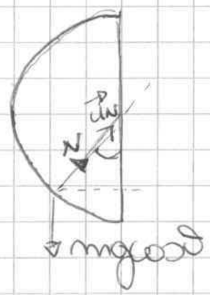
$$E(A) = E(C) - W_{NC}$$

$$\frac{1}{2}\cancel{m}V_0^2 + 2\cancel{m}gR = \cancel{m}gR(1-\cos 30^\circ) + \frac{1}{2}mV_C^2 + \frac{F}{m}R\frac{\pi}{2}$$

$$\frac{1}{2}V_C^2 = gR(\cos 30^\circ - 1) - \frac{F}{m}R\frac{\pi}{2} + \frac{1}{2}V_0^2 + 2gR$$

$$V_C^2 = 2gR\cos 30^\circ - \cancel{2gR} - \frac{F}{m}R\pi + V_0^2 + \cancel{2gR}$$

In C, $R_N \Rightarrow$ $N - mg\cos 30^\circ = \frac{mV_C^2}{R}$



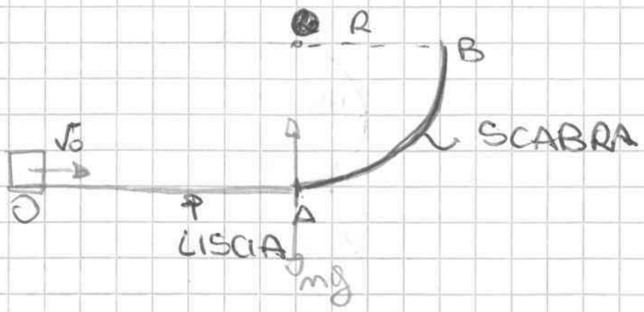
$mg\cos 30^\circ$

$$N = \frac{m}{R}\left[2gR\cos\theta - \frac{F}{m}R\pi + V_0^2\right] + mg\cos\theta$$

$$N = 2gm\cos\theta - F\pi + V_0^2 + mg\cos\theta$$

$$N = 3mg\cos\theta + V_0^2 - F\pi$$

4.38



Dati

$m = 0{,}67\ kg$

$\Delta t = 10^{-2} s$

$V_0 = 3{,}5\ m/s$

$\langle F \rangle = ?$

$R = 0{,}3\ m$

$W_{ATT} = 1{,}56\ J$

$V_B = ?$

$R_N(A) = ?$

$$\int_0^T F = P$$

$$F_m \Delta t = mV$$

$$F_m = \frac{mV}{\Delta t}$$

$V_B = ?$ Poiché non si conserva l'energia.

$$U_B - U_A = W_{NC}$$

$$U_B = \frac{1}{2} m V_B^2 + mgR$$

$$U_A = \frac{1}{2} m V_0^2$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} m V_B^2 + mgR - \frac{1}{2} m V_0^2 = W_{ATT}$$

$$\frac{1}{2} m V_B^2 = \frac{1}{2} m V_0^2 + W_{ATT} - mgR$$

$$V_B^2 = V_0^2 + \frac{2W}{m} - 2gR$$

$12{,}25 + 4{,}65 - 5{,}880$

R_N)

$$N - mg = \frac{mV_0^2}{R}$$

$$N = mg + \frac{mV_0^2}{R} = 33{,}9\ N$$

ESERCIZI PERSONALI di FISICA. 03/05/11.

~~CORPO RIGIDO~~

5.1. MOTI RELATIVI.

Dati

$m = 1,38\ kg$

$a = 4\ m/s^2$

$T_1 = ?$ (quiete)

$T_2 = ?$ (moto)

① 

$\vec{T_1} - m\vec{g} = 0 \quad \vec{T_1} = m\vec{g}$

② 

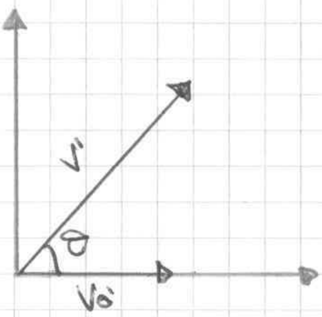
$\uparrow \vec{a}$

$\vec{T} - m\vec{g} = m\vec{a}$

$\vec{T} = m\vec{g} + m\vec{a}$

③ Risultante delle forze applicate per un osservatore solidale al gancio, è nullo.

5.7



$V_0' = 25 km/h$

$V' = 45 km/h$

$\theta = 60°$

a) $V = ?$

b) ϕ (quest.)

a) $V_x = V_{0x}' + V_x' = 25 km/h + V' \cos 60° = 47,5 km/h$

$V_y = 0 + V_y' = V' \sin 60° = 38,97$

$V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2} = 61,5 km/h$

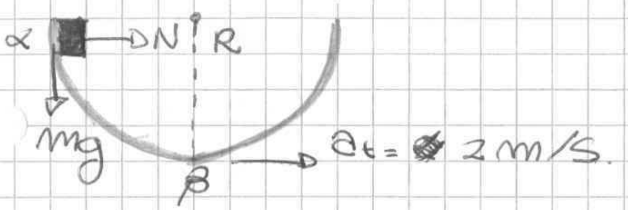
b) VEDERE

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 51 di 212

Infatti quando un corpo si muove di moto unif. accelerato,

$x(t) = V_{in} + \frac{1}{2} a t^2 \Rightarrow$ (Risultato ottenuto).

5.10



Dati:
$R = 9{,}4\,m.$
Si muove la guida
$V_0 = ?$ in β
V_0 se ferma

$\vec{a} = \vec{a}_{o'} + \vec{a}'$

$N + mg = m\vec{a}$

$N + mg = m(\vec{a}_{o'} + \vec{a}')$ $\quad m a' = \vec{N} + m\vec{g} - m\vec{A}$

N non compie lavoro, poiché ⊥.

$f = m\vec{g} - m\vec{a}$

$f = -mg\,u_y - mA\,u_x$

$f_x = -\frac{\partial E_p}{\partial x}$ $\quad f_y = -\frac{\partial E_p}{\partial y}$

$\frac{\partial E_p}{\partial x} = mA \Rightarrow E_p = mA\,x$

$\frac{\partial E_p}{\partial y} = mg \Rightarrow E_p = mg\,y$

Applicando la conservazione dell'energia

$E(\alpha) = E_p(\alpha) + E_k(\alpha) = m(A\,x + g\,y) + 0 = mgR$

$E(\beta) = E_p(\beta) + E_k(\beta) = m(A\,x + g\underbrace{y}_{0}) + \frac{1}{2}mV_\beta^2 = \frac{1}{2}mV_\beta'^2 + mA\underbrace{x}_{R}$

$E(\alpha) = E(\beta)$

$\cancel{m}gR = \frac{1}{2}\cancel{m}V_\beta'^2 + \cancel{m}AR$ $\quad V_B^2 = 2gR - 2AR \Rightarrow V_B^2 = 2R(g-A)$

Se fermo. $\quad E(\alpha) = mgR \quad E(\beta) = \frac{1}{2}mV_\beta'^2$

$V_\beta'^2 = 2gR$

5.7

Dati

$m_A = 2$ kg.

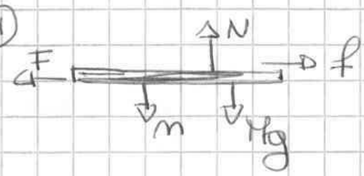
$d = 1$ m

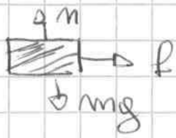
$m_B = 8$ kg.

$\mu_D = 0{,}2$

$F = 30$ N

$t = ?$ Per coprire "d".





I)

x) $f - F = -M_B a_B$

II) $-f = m_a a_a$

$n - m_B g = 0 \qquad f = \mu_D n = \mu_D m_B g$

$a_a = -\mu_D g$

$\Rightarrow \quad a_B = -\frac{F}{m_B} + \mu_D \frac{m_A}{m_B} g$

$a_r = a_A - a_B = -\mu_D g - \frac{F}{m_B} + \mu_D \frac{m_A}{m_B} g$

$a_r = \mu_D g \left(\frac{m_A}{m_B} - 1 \right) - \frac{F}{m_B}$

$d = \frac{1}{2} a_r t^2 \qquad t = \sqrt{\frac{2d}{a_r}}$

Poiché $v' = \ell \frac{d(\delta\theta)}{dt}$

$\Rightarrow \cancel{m}\ell \frac{d^2(\delta\theta)}{dt^2} = -\cancel{m}g_E \sin(\delta\theta)$

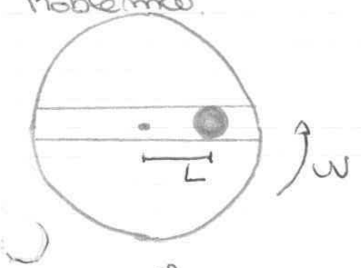
$\ell \frac{d^2(\delta\theta)}{dt^2} = -g_E(\delta\theta)$ (Per intervalli molto piccoli)

$\frac{d^2(\delta\theta)}{dt^2} = -\frac{g_E}{\ell}(\delta\theta)$

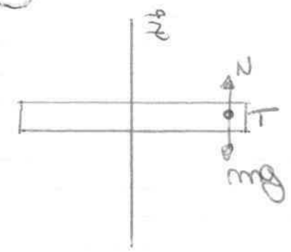
$\frac{d^2(\delta\theta)}{dt^2} + \frac{g_E}{\ell}(\delta\theta) = 0$ Eq. del moto armonico.

$\omega_0^2 = \frac{g_E}{\ell} = \frac{\sqrt{g^2+A_0^2}}{\ell}$ N.B. g_E = risultante g e a_0'

Problema.



Una pallina in una guida di una piattaforma rotante.
Quale forza ha la guida sulla pallina?



$\vec N + \vec T + m\vec g = m\vec a = m\left\{\vec a' + 2\vec\omega\times\vec v' + \vec\omega\times(\vec\omega\times\vec r)\right\}$

$\vec\omega = \omega \vec u_z$

$\vec r = x'\vec u_{x'}$

$\vec v' = \frac{dx'}{dt}\vec u_{x'}$

$\vec a' = \frac{d^2x'}{dt^2}\vec u_{x'}$

$2\vec\omega\times\vec v' = 2(\omega\vec u_z)\times\left(\frac{dx'}{dt}\vec u_{x'}\right) = 2\omega\frac{dx'}{dt}\vec u_{y'}$

$\vec\omega\times(\vec\omega\times\vec r) = \omega\vec u_z\times\left(\underbrace{\vec\omega}_{u_z}\times x'\vec u_{x'}\right) = \omega\vec u_z\times(\omega x'\vec u_{y'}) = -\omega^2x'\vec u_{x'}$

$\Rightarrow (N-mg)\vec u_z + T\vec u_y = m\left\{\frac{d^2x'}{dt^2}\vec u_{x'} + 2\omega\frac{dx'}{dt}u_{y'} - \omega^2x'\vec u_{x'}\right\}$

$\vec u_{z'}$) $N - mg = 0$

$\vec u_{y'}$) $T = 2\omega\frac{dx'}{dt}\cdot m$

$\vec u_{x'}$) $0 = m\frac{d^2x'}{dt^2} - \omega^2 x \Rightarrow x'(0) = L \quad \left(\frac{dx'}{dt}\right)_0 = 0$

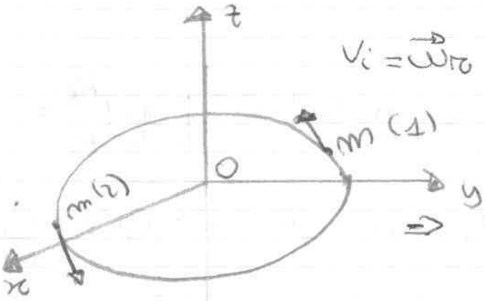
$\Rightarrow x' = L\cdot ch(\omega t)$

Cap. 6

Problema

Un'asta rigida, ruota su di un piano liscio con velocità angolare ω_i, attorno al suo centro. All'estremità dell'asta, lunga $2R_i$ sono attaccate due masse puntiformi di massa m.
Durante il moto, la lunghezza dell'asta, con forze interne, viene portata a $2R_f$. Determinare la velocità angolare finale dell'asta ω_f.

$$\frac{dL_0}{dt} = M_0^{(e)} = 0$$



$V_i = \vec{\omega} r$

$\Rightarrow M_0 = \vec{R} \times \vec{F} = R_1 \times m\vec{g} + R_2 \times m\vec{g} = 0$

Perchè si controbilanciano.

$\vec{L}_0 = 0$ si conserva. $L_0(i) = L_0(f)$

$\vec{L}_0 = \vec{L}_0(1) + \vec{L}_0(2)$ $\quad \vec{L}_0 = \vec{r} \times \vec{P} = \vec{r} \times (m\vec{v}) = \vec{r} \times [m \times \vec{\omega} \times r]$

$\vec{L}_0(1) = r m V_1 \vec{u}_z = m r^2 \omega \vec{u}_z$

$\vec{L}_0(2) = r m V_2 \vec{u}_z = m r^2 \omega \vec{u}_z$

$L_0 = 2 m r^2 \omega \vec{u}_z$

$L_0(i) = 2m R_i^2 \omega_i \qquad L_0(f) = 2m R_f^2 \omega_f$

$\Rightarrow L_0(i) = L_0(f) \qquad \omega_i R_i^2 = \omega_f R_f^2$

$\Rightarrow \omega_f = \omega_i \left(\frac{R_i}{R_f}\right)^2 \; (*)$

Energia cinetica iniziale

$E_K(i) = \frac{1}{2} m V_1^2(i) + \frac{1}{2} m V_2^2(i) \qquad V_1(i) = V_2(i) = \omega_i R_i$

$E_K(i) = m(\omega_i R_i)^2$

$E_K(f) = m(\omega_f R_f)^2$

$\Delta E_K = m\{\omega_f^2 R_f^2 - \omega_i^2 R_i^2\} = m\left\{\overset{(*)}{\left(\omega_i \left(\frac{R_i}{R_f}\right)^2\right)^2} R_f^2 - \omega_i^2 R_i^2\right\} = m\left\{\omega_i^2 \frac{R_i^4}{R_f^4} R_f^2 - \omega_i^2 R_i^2\right\}$

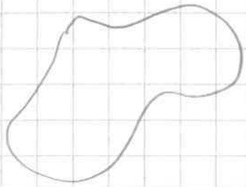
$\Delta E_K = m R_i^2 \omega_i^2 \left(\frac{R_i^2}{R_f^2} - 1\right)$ Poichè $R_f > R_i$, abbiamo perso energia, perchè le forze compiono lavoro.

Lavoro forze interne.

$F = m \cdot \frac{V^2}{r} = m\omega^2 r$ [diretta verso il centro]

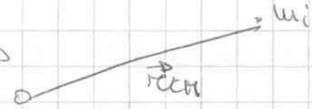
ESERCITAZIONE 19/04.

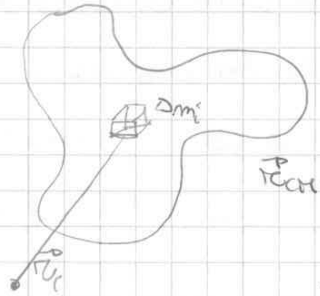
FISICA



$$\vec{r}_{CM} = \frac{M_1 \vec{r}_{CM_1} + M_2 \vec{r}_{CM_2}}{M_1 + M_2}$$

$$\vec{r}_{CM} = \sum_{i=1}^{N} m_i \vec{r}_i$$





$$\vec{r}_{CM} = \frac{1}{M} \lim_{N \to \infty} \sum_{i=1}^{N} \vec{r}_i \Delta m_i = \frac{1}{M} \int_{corpo} \vec{r}\, dm.$$

$$\rho = \frac{dm}{dV} \qquad dm = \rho\, dV$$

$\vec{r}_{CM} = \frac{1}{M} \int \rho \vec{r}\, dV \rightarrow$ quando il tutto è distribuito nel volume.

$\vec{r}_{CM} = \frac{1}{M} \int \sigma \vec{r}\, dS \rightarrow$ per corpi distribuiti su superficie

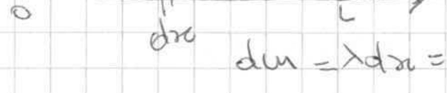
$\vec{r}_{CM} = \frac{1}{M} \int \lambda \vec{r}\, dl \rightarrow$ corpi distribuiti su filo di lunghezza l.

- Un corpo si dice omogeneo quando la sua densità (ρ, σ, λ) costante. e quindi si portano fuori dall'integrale.

- Dato un'asta, lunga l, per la quale $\lambda = k \cdot x$. Sapendo che la massa vale M, determinare la posizione del centro di massa.

Se l'asta è omogenea, il CM è in mezzo.

$$\lambda = \frac{dm}{dx} \qquad dm = \lambda dx$$



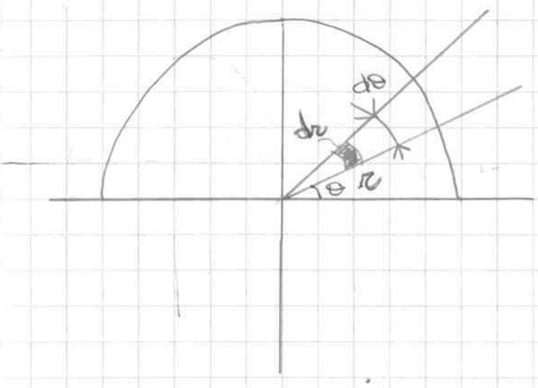
$$dm = \lambda dx = kx\, dx$$

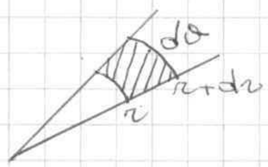
$$M = \int dm = \int \lambda dx = \int_0^L kx\, dx = k\left[\frac{1}{2} x\right]_0^L$$

$$M = \frac{1}{2} k L^2 \qquad k = \frac{2M}{L^2} \qquad x_{CM} = \frac{1}{M} \int x\, dm = \frac{1}{M} \int_0^L x \lambda dx =$$

$$\vec{y}_{CM} = \frac{2\lambda R^2}{M} = 2\frac{M}{\pi R}\cdot\frac{R^2}{M} = \frac{2R}{\pi}$$

E SE AVESSIMO UN MEZZO DISCO?





$$dm = \sigma\, ds = \sigma\,(r\,d\theta)\,dr = \sigma\cdot r\,dr\,d\theta$$

DISCO OMOGENEO $\Rightarrow \sigma = \text{cost} = \dfrac{M}{\frac{\pi R^2}{2}}$

$$\sigma = \frac{2M}{\pi R^2}$$

$$\vec{r} = r\cos\theta\,\vec{u}_x + r\sin\theta\,\vec{u}_y$$

$$\vec{r}_{CM} = \frac{1}{M}\int_{corpo}\vec{r}\,dm = \frac{1}{M}\int_0^\pi\int_0^R (r\cos\theta\,\vec{u}_x + r\sin\theta\,\vec{u}_y)\,\sigma\, r\,dr\,d\theta$$

sono due integrali $\int_0^\pi\int_0^R$

$$\vec{x}_{CM} = \frac{1}{M}\int_0^\pi\int_0^R r\cos\theta\,\sigma\, r\,dr\,d\theta =$$

$$\vec{y}_{CM} = \frac{1}{M}\int_0^\pi\int_0^R r\sin\theta\,\sigma\,dr\,d\theta$$

$$x_{CM} = \frac{1}{M}\cdot\sigma\int_0^R r^2\,dr\int_0^\pi \cos\theta\,d\theta = \frac{\sigma}{M}\,\frac{1}{3}R^3\cdot\Big[\sin\theta\Big]_0^\pi = 0$$

$$y_{CM} = \frac{1}{M}\sigma\int_0^R r^2\,dr\int_0^\pi \sin\theta\,d\theta = \frac{\sigma}{M}\,\frac{1}{3}R^3\cdot\Big[-\cos\theta\Big]_0^\pi = \frac{\sigma}{M}\cdot\frac{1}{3}R^3\cdot 2$$

$$\sigma = \frac{2M}{\pi R^2}$$

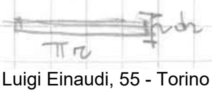
$$y_{CM} = \frac{2M}{\pi R^2}\cdot\frac{1}{M}\cdot\frac{1}{3}R^3\cdot 2 = \frac{4}{3\pi}\cdot R$$

SENZA INTEGRALI DOPPI.

$y = \frac{2}{\pi}\cdot R$

$dm = \sigma\,dA = \sigma\cdot \pi r\cdot dr$

come fosse un rettangolo



$$= \frac{1}{2} m_1 \left\{ \frac{\cancel{m_1\vec{v}_1} + m_2\vec{v}_1 - \cancel{m_1\vec{v}_1} - m_2\vec{v}_2}{m_1+m_2} \right\}^2 + \frac{1}{2} m_2 \left\{ \frac{m_1\vec{v}_1 + \cancel{m_2\vec{v}_2} - m_1\vec{v}_2 - \cancel{m_2\vec{v}_2}}{m_1+m_2} \right\}^2$$

$$= \frac{1}{2} m_1 \cdot \frac{m_2^2 (\vec{v}_1 - \vec{v}_2)^2}{(m_1+m_2)^2} + \frac{1}{2} m_2 \frac{m_1^2 (\vec{v}_1 - \vec{v}_2)^2}{(m_1+m_2)^2} = \frac{1}{2} m_1 m_2 \cancel{(m_2+m_1)} \frac{(v_1-v_2)^2}{(m_1+m_2)^2} =$$

$$= \frac{1}{2} \frac{m_1 m_2}{m_1+m_2} (\vec{v}_1 - \vec{v}_2)^2 =$$

$$E_k' = \frac{1}{2} \mu \vec{v}_{21}^{\,2}$$

- Su un piano orizz. liscio è appoggiato un corpo di massa M, che nella parte posteriore porta una molla.

Un altro corpo m, si muove verso M con una velocità v_0. Determinare la massima compressione della molla.

Quando m tocca M, agiscono $F^{(I)}$.

$$\frac{d\vec{P}}{dt} = R^{(E)} \qquad \frac{dP_x}{dt} = 0$$

$P_x = \text{cost.} = P_x(0) = m v_0$ (si muove solo il piccolo).

$$\vec{P}_x(t) = m v_0 \quad \forall t$$

$$E = \text{cost.} = E(0) = \frac{1}{2} m v_0^2$$

$$P_x(t) = mv + MV$$

$$E(t) = \frac{1}{2} m v^2 + \frac{1}{2} M V^2 + \frac{1}{2} k x^2$$

$$\begin{cases} mv + MV = m v_0 \\ \frac{1}{2} m v^2 + \frac{1}{2} M V^2 + \frac{1}{2} k x^2 = \frac{1}{2} m v_0^2 \end{cases}$$

Non posso mai trovare v, V e x con due eq. ma a me interessa solo x.

t^* = max compressione molla e i corpi avranno lo stesso velocità.

$v = V$

Δ = max compressione.

6.5

Dati:

$m_1 = 600g$

$\vec{r}_1 = (4\vec{u}_x + 2\vec{u}_y) m$

$m_2 = 300g$

$\vec{r}_2 = (-3\vec{u}_x) m$

$m_3 = 400g$

$\vec{r}_3 = (2\vec{u}_x - 2\vec{u}_y)$

$\vec{r}_{CM} = ?$

$$\vec{x}_{CM} = \frac{m_1(4\vec{u}_x) + m_2(-3\vec{u}_x) + m_3(2\vec{u}_x)}{m_1+m_2+m_3} = \frac{2,4-0,9+0,8}{1,3} = (1,77\vec{u}_x)\,m$$

$$\vec{y}_{CM} = \frac{m_1(2\vec{u}_y) + m_3(-2\vec{u}_y)}{m_1+m_2+m_3} = \frac{(1,2\vec{u}_y - 0,8\vec{u}_y)}{1,3\vec{u}_y} = (0,3\vec{u}_y)\,m$$

$$\Rightarrow \quad r_{CM} = (1,77\vec{u}_x + 0,3\vec{u}_y)\,m$$

6.7

Dati

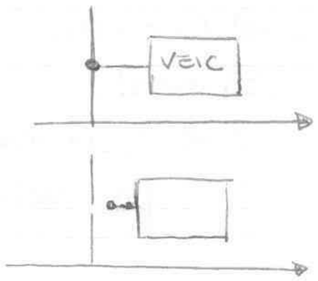
$d = 12m$

$M = 2800\,Kg$

$m = 120\,Kg$

a) $x_i = ?$ Punto d'incontro

b) $\Delta x_V = ?$ Porzione del veicolo



Poiché non vi è momento di forze esterne $\Rightarrow \frac{dP}{dt} = 0$ si conserva la quantità di moto. Il centro di massa non si muove e questo, sarà il punto d'incontro.

i) $\begin{cases} x(A) = 0 \\ x(B) = Md \end{cases}$ f) $\begin{cases} X(A) = x_i \\ X(B) = x_i \end{cases}$

$$\Rightarrow \quad x_{CM}(0) = x_{CM}(f)$$

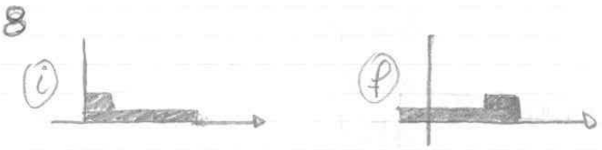
$$Md = m x_i + M x_i$$

$$x_i = \frac{Md}{m+M}$$

b) Il veicolo si muove di $\rightarrow d - x_i$

$$\Rightarrow \Delta x_V = d - x_i = \frac{md + \cancel{Md} - \cancel{Md}}{m+M}$$

6.8



Dati

$m_1 = 2 \cdot 10^{-3}\,Kg$

$m_2 = 10^{-2}\,Kg$

$l = 27\,cm$

$V = 5\,cm/s$

$t = ?$ Per raggiungere l'estremo

Non agiscono forze esterne.

$\frac{dP}{dt} = 0 \quad \Rightarrow \quad m_1 V_1 + m_2 V_2 = 0$

Poiché V_1 si muove verso $\vec{u}_x$ e V_2 verso $(-\vec{u}_x)$

$\Rightarrow \quad m_1 V_1 \vec{u}_x = m_2 V_2 \vec{u}_x$

Con $t = t_0 = 0{,}1\,s$

$$\vec{v}_{CM}(t_0) = 3\hat{u}_x + \left(\frac{1}{2} - g t_0\right)\vec{u}_y$$

$$|v_{CM}(t_0)| = \sqrt{9 + \left(\frac{1}{2} - g t_0\right)^2}$$

$$\vec{a}_{CM} = \frac{d\vec{v}_{CM}}{dt} = \vec{g} = -g\vec{u}_y$$

$$|\vec{a}_{CM}| = g$$

6.11

$$\vec{v}_{CM} = \frac{P}{M} = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2 + m_3 v_3}{m_1 + m_2 + m_3}$$

$m_1 = m_2 = m_3 = m$

$v_{CM} = 0$

$m_1 = v_1 \hat{u}_x$

$m_2 = v_2 \vec{u}_y$

$v_1 = v_2 = v$

$\alpha = ?$

$|v| = ?$

$$\Rightarrow \frac{m(v_1 + v_2 + v_3)}{3m} = v_{CM}$$

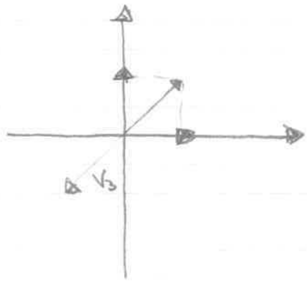
Ma se il centro di massa è fermo

$$\Rightarrow v_1 + v_2 + v_3 = 0$$

$$v_3 = -v_1 - v_2$$

$$v_3 = -(v_1 + v_2) = -v(\vec{u}_x + \vec{u}_y)$$

$$|v_3| = v\sqrt{2}$$



$$\alpha = \frac{3}{2}\pi$$

6.12

Dati

$m_1 = m_2 = m$

$v_1(i) = v_2(i) = v$

μ_1

μ_2

a) Verificare che quando fermi, il centro di massa è

$$x_{CM} = \frac{v^2(\mu_1 - \mu_2)}{4\mu_1\mu_2}$$

i) 

f) 

$$\begin{cases} v_1(i) = v - a_1 t \\ v_2(i) = -v + a_2 t \end{cases}$$

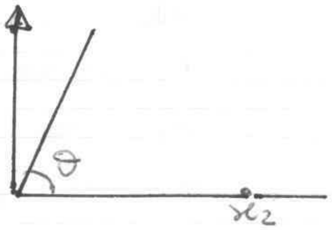
$$x_1(t) = vt - \frac{1}{2}a_1 t^2$$

$$x_2(t) = -vt + \frac{1}{2}a_2 t^2$$

1) $m_1 a_1 = f_1 \Rightarrow a_1 = \dfrac{f_1}{m_1} = \dfrac{\mu_1 m g}{m} = -\mu_1 g$

2) $m_2 a_2 = f_2 \Rightarrow a_2 = \dfrac{f_2}{m_2} = \dfrac{\mu_2 m g}{m} = -\mu_2 g$

6.16



Dati

$V_0 = 12\, m/s$

$\theta = 60^\circ$

$m_1 = 900\, g$

$m_2 = 600\, g$

Arrivano contemporaneamente.

$x_2 = 15\, m$.

a) $a_{CM} = ?$

b) $V(t) = ?$

c) $r_{CM}(t) = ?$

d) traiettoria?

e) r_{CM} a terra.

a) componente dell'accelerazione del centro di massa

$\vec{a_x} = 0$

$\vec{a_y} = -g\vec{u}_y$

b) $V_{CM}(t)$

$V_x = V_{0_x} + a_x(t - t_0) = V_x = V_0 \cos\theta$

$V_y = V_{0_y} + a_y(t - t_0) = V_y = V_0 \sin\theta - gt$

c) $x_{CM}(t) = ?$

$y_{CM}(t) = ?$

① $x = x_0 + V_{0_x}t + \frac{1}{2}\overset{0}{a_x}t^2 = V_0\cos\theta\, t$

$y = y_0 + V_{0_y}t + \frac{1}{2}a_y t^2 = V_0 \sin\theta\, t - \frac{1}{2}gt^2$

d) Traiettoria

da ① $\quad t = \frac{x}{V_0\cos\theta}$

$y = \cancel{V_0}\sin\theta \cdot \frac{x}{\cancel{V_0}\cos\theta} - \frac{1}{2}g\left(\frac{x}{V_0\cos\theta}\right)^2$

$y = tg\theta \cdot x - \frac{1}{2}g\left(\frac{x}{V_0\cos\theta}\right)^2$

e) CM, quando tocca terra.

$tg\theta\, x - \frac{1}{2}g\left(\frac{x}{V_0\cos\theta}\right)^2 = 0$

$x\left(\frac{1}{2}g\frac{x}{V_0^2\cos^2\theta} - tg\theta\right) = 0$

(·) $x_{CM} = \frac{2\, tg\theta \cdot V_0^2\cos^2\theta}{g}$

h) $E_{K CM} = \frac{1}{2}MV_0^2 = \frac{1}{2}M(V_0\cos\theta)^2$

$E_K' =$ del centro di massa $= 0$

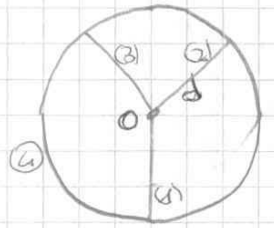
f) ascisse del CM

$x_{CM} = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2}{m_1 + m_2}$

g) $x_1 = ?$ $\quad x_{CM} = (\cdot)$ sostituisco nella f e trovo x_1.

ESERCITAZIONE FISICA 3/05/2011

7.1
Un corpo rigido composto



a) $I_O = \sum_{i=1}^{N} m_i r_i^2 = \sum_{i=1}^{N_1} m_1 r_i^2 + \sum_{N_1+1}^{N_2} m_i r_i^2 + \sum_{N_2+1}^{N_3} m_i r_i^2 + \sum_{N_3+1}^{N_4} m_i r_i^2 =$

$= I_{S_{1,O}} + I_{S_{2,O}} + I_{S_{3,O}} + I_A$

$I_A = m_A R^2 = m_A d^2$

Se  $I_S = \frac{1}{3} m\ell^2 \quad \left[\frac{1}{12} m\ell^2 + m\left(\frac{1}{2}\ell\right)^2 \right]$

nel nostro caso $I_{S_{1,O}} = I_{S_{2,O}} + I_{S_{3,O}} = \frac{1}{3} md^2$

$I_O = 3 \cdot \frac{1}{3} md^2 + m_A d^2 = (m + m_A) d^2$ momento d'inerzia complessivo

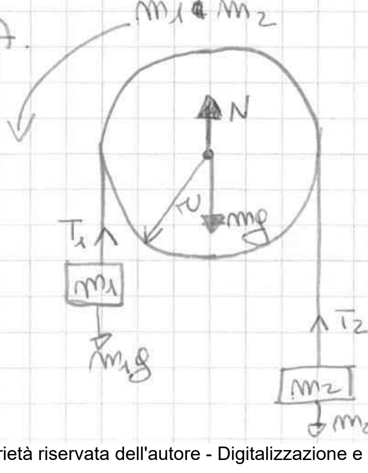
b) Quando un corpo gira, $dW = M d\theta$

/* $\theta_A \rightarrow \theta_B$  */

$W_{A\to B} = \int_{\theta_A}^{\theta_B} M d\theta = M \int_{\theta_A}^{\theta_B} d\theta = M(\theta_B - \theta_A)$

$\underbrace{W_{A\to B}}_{800\,J} = M \underbrace{(\theta_B - \theta_A)}_{100 \times 2\pi}$ $\qquad M = \frac{W_{A\to B}}{\theta_B - \theta_A}$

7.7. $m_1 > m_2$



Dati
R
m
I
$m_1 > m_2$

a) $a = ?$

b) T_1 e T_2 ?

c) reazione sull'asse della carrucola

d) caso in cui $m \neq 0$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 75 di 212

$$m\frac{d\vec{V}_{CM}}{dt} = \vec{R}^{(E)}$$

$$I_{CM}\frac{dW}{dt} = M_{CM}^{(E)}$$

y) $m\frac{dV_{CM}}{dt} = F + f_s - mg$

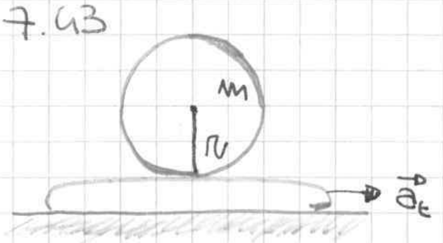
ep. della rotazione

$$I_{CM}\frac{dw}{dt} = (F - f_s)R$$

mR^2 $\quad V_{CM} = wR$

$$\begin{cases} mR\frac{dw}{dt} = F + f_s - mg \\ mR^2\frac{dw}{dt} = (F - f_s)R \end{cases}$$

7.43



Dati

$\vec{a}_t = 3\ m/s^2$

a) = ?

a) = ? (rispetto piattaforma)

μ_s) = ?

Poiché il cilindro rotola verso sinistra,

$a_r = -\alpha r \qquad a = a_t + a_r$

$\vec{f} = m\vec{a}$

$$fr = I\frac{a_r}{r} = -I\frac{(a - a_t)}{r} = I\frac{(a_t - a)}{r}$$

$$m\vec{a} = I\frac{(a_t - a)}{r^2} \qquad \vec{a} = \frac{1}{2}(a_t - a) \qquad a = \frac{a_t}{3}$$

$$f = ma \leq \mu_s mg \qquad \mu_s \geq \frac{\vec{a}}{g}$$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 77 di 212

ESERCIZI FISICA

CORPO RIGIDO

7.25

* OPPURE

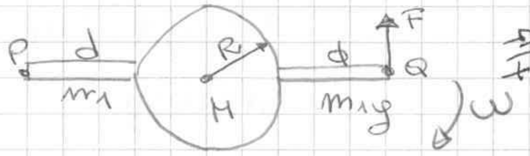
$$x_{CM} = \frac{m_2 d/2 + m_1(R+d) + m_2(\frac{d}{2}+d+2R)}{2m_2+m_1}$$

$m_2 = 2\,kg$

$d = 0{,}15\,m$

$m_1 = 6\,kg$

$R = 0{,}1\,m$



$\vec{F}(d+d+2R) = x_{CM}\, g M$

a) $F = ?$ $R_N = ?$

b) $\omega = ?$

$F = ?$

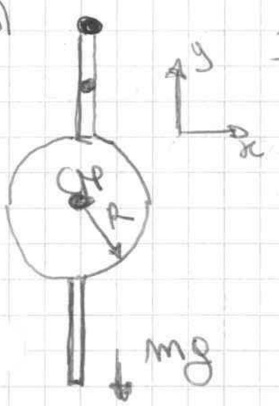
$F(d+d+R\cdot 2) = m_1 g d + m_1 g d + 2M g R$ *

$F = \frac{2mgd + 2MgR}{2d+2R} = 49\,N$

$R_N = ?$ perché la $\vec{F}$ è rivolta verso l'alto.

$R_N = m_1 g + 2m_2 g - F = 49\,N$

b)



$I = \frac{1}{3} m \frac{d^2}{2} + \underbrace{\frac{1}{2} m_1 R^2 + m_1(R+d)^2}_{disco} + \frac{1}{12} m_2 d^2 + m(d+2R+\frac{d}{2})^2 = 0{,}785\,kgm^2$

$\omega = ?$

$E_i = E_{Ki} + E_{pi} = E_{Kf} + E_{pf}$

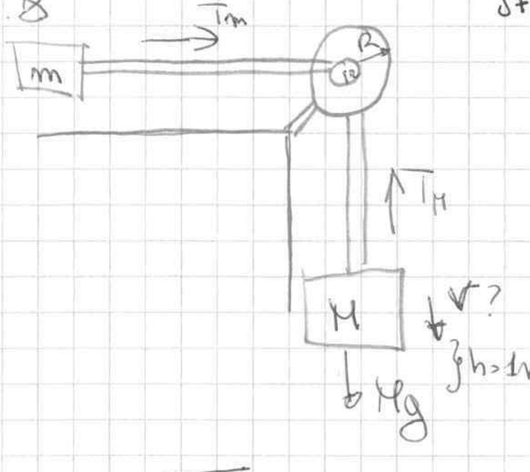
$\bullet\ z = d+R$

$(m_1 + 2m_2) g h + \frac{1}{2} I \omega^2 = 0$

$-(m_1 g z + 2m_2 g z_{CM}) + \frac{1}{2} I\omega^2 = 0$

$\omega = \sqrt{\frac{m_1 g z + 2m_2 g z}{\frac{1}{2} I}}$

7.8



$T_M R - T_m r = I\frac{d\omega}{dt}$

$-T_M + Mg = Ma = M\alpha R$

$T_m = m\alpha R$

$T_M R - T_m r = I\alpha$

$\alpha = \frac{MgR}{I + MR^2 + mr^2} = 7{,}65\,rad/s^2$

$v = \sqrt{2ha_M} = \sqrt{2h\alpha R} = 1{,}03\,m/s$

$T_M = 33{,}9\,N$ $T_m = 5{,}3\,N$

"Corpo rigido"

7.44

Dati

$m = 5\,kg$

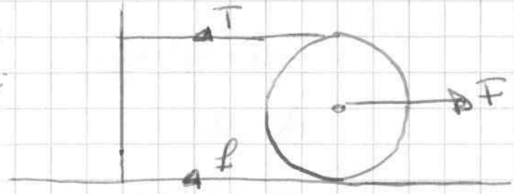
$F = 14N$

a) $\begin{cases} T = ? \\ f = ? \end{cases}$

$\mu_s = 0,15$

b) Può esserci di rotolamento?

i)



$-T - f + F = 0$

$N = mg$

$I\frac{d\omega}{dt} = M - fR$

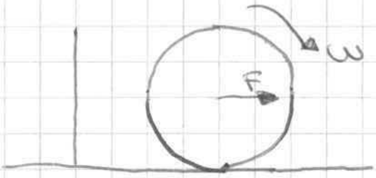
$M - fR = 0 \qquad TR = fR$

TR

$T = f \qquad T = \frac{F}{2} = 7N$

$f \leq \mu_s mg = 7,35N$

ii)



$F - f = ma_{cm}$

$I\frac{d\omega}{dt} = F_R - fR$

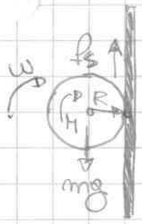
$I\alpha = \cancel{} + fR \Rightarrow I\frac{a_{cm}}{R} = \cancel{} + fR \Rightarrow fR = \frac{2}{5}mR^2 \cdot \frac{a_{cm}}{R}$

$\Rightarrow a_{cm} = 1,1\,m/s^2 \qquad f = F - ma_{cm} = 4N < 7,35\,N$. quindi può avvenire un moto di Rotolamento Puro.

ESERCITAZIONE FISICA

17/05/11

7.46



$v = \omega R$; $a = r\alpha$

Dati
$m = 5\ kg$
$r = 0,1\ m$
$\mu_s = 0,7$
$M = 6\ Nm$
R = forza
tale puro rotolamento
a) $a = ?$
b) $R = ?$

$$\begin{cases} f_s - mg = ma \\ M_{app} - f_s r = I_{CM}\alpha \end{cases} \qquad f_s = mg + ma$$

$f_s \le \mu_s N$

$J_{CM} = \frac{2}{5} mR^2$

$$\begin{cases} f_s - mg = ma \\ M - f_s r = \frac{2}{5} mr^2 \frac{a}{r} \end{cases} = \begin{cases} f_s = mg + ma \\ M - (mg + ma)r = \frac{2}{5} mra \end{cases}$$

$$= M - mgr = \frac{7}{5} mra \qquad a = \frac{5}{7} \frac{M - mgr}{mr} m$$

$$f_s = mg + \frac{5}{7} \frac{M - mgr}{mr} m = \frac{7m^2gr + 5mM - 5m^2rg}{7mr} = \frac{2m^2gr + 5mM}{7mr} =$$

$$f_s = \frac{2}{7} mg + \frac{5}{7}\frac{M}{r}$$

$$f_s \le \mu_s R \qquad R \ge \frac{f_s}{\mu_s}$$

7.48

Dati

a) v_{CM} , ω (quando sceso di h)
b) piano liscio v_{CM} e ω sceso di h.

A → B piano scabro, puro rotolamento,
ATTRITO STATICO ⇒ Non c'è dissipazione
⇓
Si conserva l'energia.

$\forall P \in AB$, $\omega = \frac{v}{R}$ $\quad E_K = E_{K\,CM} + E'_{K\,CM} = \frac{1}{2} m v_{CM}^2 + \frac{1}{2} I \omega_{CM}^2 =$

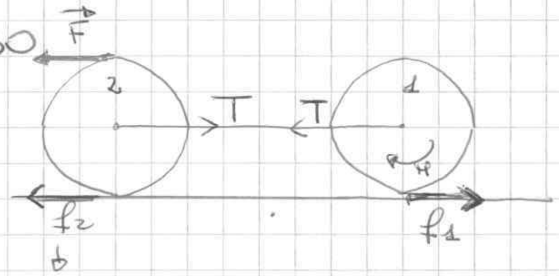
$E(B) = E(C)$

$$\frac{1}{2} m V_B^2 + \cancel{\frac{1}{2} I_{CM} \omega_B^2} + mg z_B = \frac{1}{2} m V_{CM\,C}^2 + \cancel{\frac{1}{2} I_{CM} \omega_C^2} + mg z_C$$

$$\frac{1}{2} m V_0^2 + mg \overbrace{(z_B - z_C)}^{h} = \frac{1}{2} m V_{CM(C)}^2$$

$$V_{CM(C)} = \sqrt{V_0^2 + 2gh} = \sqrt{\frac{10}{7} gh + 2gh} = \sqrt{\frac{24}{7} gh}$$

7.50



perché il momento di F sarebbe $\circlearrowleft$ e f_2 si oppone

Dati
$m_1 = m_2 = 60$ Kg
$R_1 = R_2 = 0{,}25$ m
1. da un momento $M = 16$ Nm
2. Forza F

a) $F = ?$

b) $f_1 = ?$

c) $f_1 = ?$

d) $T = ?$

e) $\mu_s = ?$

② $\begin{cases} F + f_2 - T = 0 \\ f_2 \cancel{R} - F \cancel{R} = 0 \end{cases}$ $\quad F = \frac{T}{2} = f_2$ $\quad f_2 = F$

① $\begin{cases} T - f_1 = 0 \\ M - f_1 R = 0 \end{cases}$ $\quad \begin{cases} f_1 = T = \frac{M}{R} \\ \cancel{M = TR} \quad f_1 = \frac{M}{R} \end{cases}$

$$F = f_2 = \frac{M}{2R}$$

$$f_s \leq \mu_s N$$

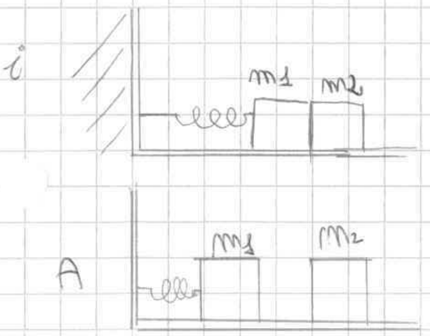
① $f_1 \leq \mu_s mg \qquad \frac{M}{R} \leq \mu_s mg \qquad M \leq \mu_s mg R$

② $f_2 \leq \mu_s mg \qquad \frac{M}{2R} \leq \mu_s mg \qquad M \leq 2 \mu_s mg R$

Se slittasse, inizierebbe prima su 1 e poi su 2

URTI

8.9



Dati
$m_1 = 0{,}15$ Kg
$m_2 = 0{,}37$ Kg
K
m_1 compresso di $x_0 = 12$ cm
m_2 resta fermo.
Spostamento massimo?

D) Se abbiamo un disco $I_0 = \frac{1}{2} m r^2$ e

$$\lim_{m \to \infty} I_0 = 0$$

$$\lim_{m \to \infty} a = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} g$$

B) $T_1 = m_1(g-a)$

$T_2 = m_2(g+a)$

c) $N = mg + T_1 + T_2 = mg + m_1(g-a) + m_2(g+a) = (m + m_1 + m_2) g - (m_1 - m_2) a$

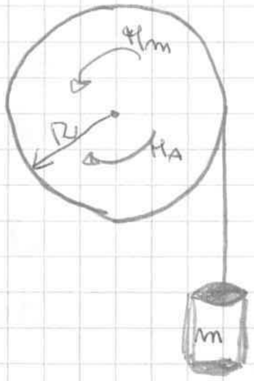
$$N = (m + m_1 + m_2) g - \frac{(m_1 - m_2)^2}{m_1 + m_2 + \frac{I_0}{R^2}} \cdot g$$

Se $m \to \infty$

$$N = (m_1 + m_2) g - \frac{(m_1 - m_2)^2}{m_1 + m_2} g = \frac{(m_1 + m_2)^2 - (m_1 - m_2)^2}{m_1 + m_2} \cdot g$$

Non c'è I_0 perchè $\lim_{m \to \infty} I_0 = 0$ (vedi sopra).

7.10



Dat.

$R = 0,25$ m.

$m = 15$ Kg

$M_m = 40$ N.m

m sale con V costante.

a) M_A

b) $W_{M_m} = ?$ $W_{M_A} = ?$ $W_P = ?$

a)

$T - mg = ma = 0$

$T = mg$

$$I_0 \frac{d\omega}{dt} = M_m - M_A - TR \qquad R \frac{d\omega}{dt} = a = 0$$

$M_m - M_A - TR = 0$

$M_A = M_m - TR = M_m - mgR$

b) $W_{A \to B} = E_K(B) - E_K(A)$

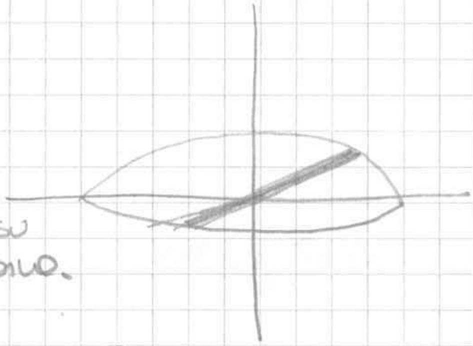
$\frac{d\vec{L}_O}{dt} = \vec{M}_O^{(E)}$ ~~ma~~ non c'è nessun fatto esterno, che compie un momento rispetto all'asse di rotazione.

$\frac{d\vec{L}_{O,z}}{dt} = M_{O,z}^{(E)} = 0$

$L_{O,z} = cost. = L_{O,i} = I_i \cdot \omega_1$

$I_i = \frac{1}{2} m R^2$ → dovuto solo al disco.

$\cdot\, L_{O,z} = L_f = I_f \omega_2$



$I_f = I_i + \frac{1}{2} m (2R)^2 =$

per un asta su una piattaforma.

$= \frac{1}{2} mR^2 + \frac{1}{12} m 4R^2 = \frac{5}{6} mR^2$

$L_i = \frac{1}{2} mR^2 \omega_1$

$L_f = \frac{5}{6} mR^2 \omega_2$

$L_i = L_f$ → $\frac{1}{2} mR^2 \omega_1 = \frac{5}{6} mR^2 \omega_2$

$\omega_2 = \frac{3}{5} \omega_1 < \omega_1$ quindi il sistema rallenta.

b)

$W_{i \to f} = E_{k(f)} - E_{k(i)} = \frac{1}{2} I_f \omega_2^2 - \frac{1}{2} I_i \omega_1^2 = \frac{(I_f \omega_2)^2}{2 I_f} - \frac{(I_i \omega_1)^2}{2 I_i} =$

$= \frac{L^2}{2} \left(\frac{1}{I_f} - \frac{1}{I_i} \right) = \frac{1}{2} L \frac{I_i - I_f}{I_i \cdot I_f}$ (è negativo)

c) $\omega_1 \to \omega_2 < \omega_1$

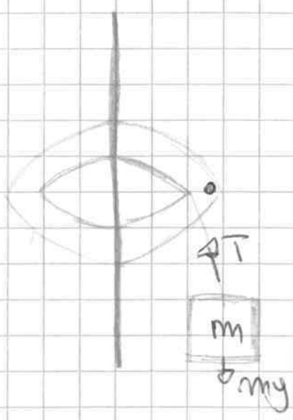
$t^* = 3,8\ s$

$\alpha_D = \frac{(\omega_2 - \omega_1)}{t^*}$

$I_D \frac{d\omega_D}{dt} = M_D$

$I_i \frac{\omega_2 - \omega_1}{t^*} = M_D$

7.11



Dati:

$R_1 = 0,1\,m$

$R_2 = 2R_1$

$M_1 = 2\,kg$

$M_2 = 1,5\,M_1$

$m = 1\,kg$

$t=0$ fermo. ($V_0 = 0$)

$t_0 = ?$ $h = 10\,m$

$m_0 = 10^{-2}\,kg$

$\vec{F} = 15\,N$

Al tempo t_0 è fermo il magnete?

$$I = \frac{1}{2} M_1 R_1^2 + \frac{1}{2} 1,5 M_1 4 R_1^2 = \frac{7}{2} M_1 R^2$$

$$m\vec{g} - \vec{T} = m\vec{a}$$

$$\vec{a} = \vec{g} - \frac{\vec{T}}{m}$$

$$\vec{T} R_1 = I \frac{\vec{a}}{R_1}$$

$$\vec{T} = I \frac{\vec{a}}{R_1^2}$$

$$\vec{a} = g - \frac{7}{2} \frac{M R^2 \vec{a}}{m R^2} \Rightarrow$$

$$\vec{a} = \frac{\vec{g}}{\frac{7}{2}\frac{M}{m} + 1}$$

$$h = \underset{0}{h_0} + \underset{0}{\vec{V_0} t} + \frac{1}{2} \vec{a} t_0^2$$

$$t_0 = \sqrt{\frac{2h}{a}} = \sqrt{\frac{2h}{g - \frac{7}{2}\frac{Ma}{m}}}$$

* Per vedere se il magnete appoggiato sul secondo disco al tempo t_0, starà ancora sul disco, occorre confrontare la forza centripeta con la forza magnetica.

$$\Rightarrow m_0 \frac{V^2}{R} = \vec{F_1} \Rightarrow \vec{F_1} = m \frac{a^2 t^2}{R}$$

$$\vec{V} = \vec{a} t$$

$F_1 < m \frac{a^2 t^2}{R}$

$\Rightarrow$ si stacca.

la distanza $OB = 1{,}6\,m$

$$X = 1{,}6\,m - \underset{X_{CM}}{0{,}95} = 0{,}65\,m$$

$$V_{CM} = \cancel{0{,}5}\ 5\,\frac{rad}{s} \cdot 0{,}65\,m$$

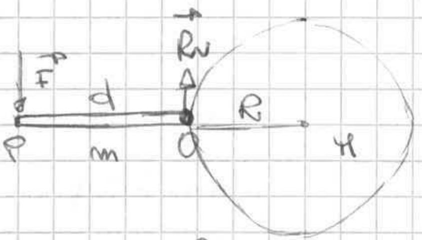
D) $\vec{P}_{TOT} = (m_1 + m_2 + m_3)\,V_{CM}$

E) $\vec{L} = I\,\vec{\omega}$

F) $\vec{E}_K = \frac{1}{2} I \omega^2$ (TOTALE) $= 119\,J$

$$E_{K,CM} = \frac{1}{2}(m_1 + m_2 + m_3)\,V_{CM}^2$$

7.24



Dati
$m = 8\,kg$
$d = 0{,}5\,m$
$M = 3m$
$R = \frac{d}{4}$

a) $\vec{F} = ?$ $\vec{R}_N = ?$

b) $\alpha = ?$

c) $\omega = ?$ quando pass. verticale.

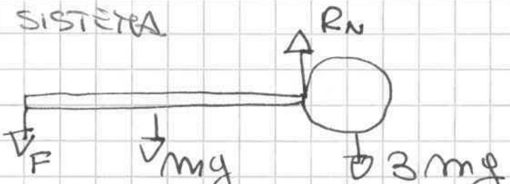
Inizialmente fermo, grazie a $\vec{F}$.

$$\vec{F}\cancel{d} + \frac{1}{2} mg\cancel{d} = \frac{3}{4} mg\cancel{d}$$

$$\Rightarrow \vec{F} = \frac{1}{4} mg$$

Per calcolare la reazione del perno, occorre la reazione che bilancia $\vec{F}$ e la forza peso del SISTEMA

$$\Rightarrow R_N = F + 4mg = \frac{17}{4} mg$$



$\alpha = ?$ Inizia a ruotare rispetto ad O.

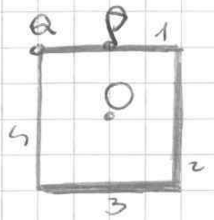
Uso: $I\vec{\alpha} = \vec{M}$ $\quad I = ?$ $\quad M = ?$

$$I = \frac{1}{12} md^2 + m\frac{d^2}{4} + \frac{2}{5} \cdot 3m\frac{d^2}{16} + 3m\frac{d^2}{16} = \frac{143}{240} md^2$$

$$\vec{M} = \frac{3}{4} dmg - \frac{d}{2} mg = \frac{1}{4} mgd \Rightarrow$$

$$\vec{\alpha} = \frac{\vec{M}}{I} = \frac{60}{143}\frac{g}{d}$$

7.18



Dati:

$m = 1,5\,kg$

$d = 0,8\,m.$

a) $I_O = ?$

b) $I_P = ?$

c) $I_Q = ?$

d) T in b)

a) $I_1 = \frac{1}{12} md^2 + m\frac{d^2}{4}$

$I_1 = I_2 = I_3 = I_4$

b) 1) $I_1 = \frac{1}{12} md^2$

$I_2 = \frac{1}{12} md^2 + m\frac{d^2}{2}$

$I_3 = I_2$

$I_4 = \frac{1}{12} md^2 + md^2$

c) $I_1 = \frac{1}{2} md^2 + m\frac{d^2}{4}$

$I_2 = \frac{1}{12} md^2 + m \cdot \frac{5}{4} d^2$

$I_3 = I_2$

$I_4 = I_1$

d) $\cancel{\frac{dL}{dt} = mgh}$

il centro di massa è O

$\cancel{I\omega = mg\left(\frac{d}{2}\right)}$

$\cancel{I\frac{2\pi}{T} = mg\frac{d}{2}}$

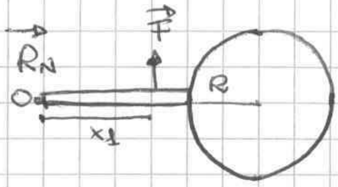
$\cancel{T = \frac{I 2\pi}{mg\frac{d}{2}}}$

$I\omega^2 = mgh$

$I\frac{4\pi^2}{T^2} = mgh$

$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{mgh}}$

7.27



* OPPURE

$$x_{cm} = \frac{\frac{3md}{4} - \frac{md}{2}}{4m} = \frac{1}{16} d$$

$F(d \quad \vec{F}_d = 4mg \cdot \frac{1}{164} d$

Dati

$m_1 = 2\,kg$
$d = 0{,}8\,m$

$m_2 = 1{,}4\,kg$
$R = 0{,}3\,m$

a) $\vec{F} = ?$ $\vec{R}_N = ?$ (Fermo)

b) $\vec{V}_{cm} = ?$ (rilasciato)

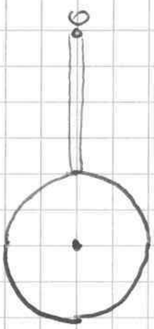
a) $\vec{F} x_f = m_1 \vec{g} d/2 + m_2 \vec{g}(R+d)$

* $\vec{F} = \frac{1}{4} m \vec{g}$

$$\vec{F} = \frac{m_1 g d/2 + m_2 g (R+d)}{x_f} = 38{,}2\,N$$

$\vec{R}_N = m_1\vec{g} + m_2\vec{g} - \vec{F} = -4{,}85\,N$ Rivolto verso il basso.

b)



$\vec{V}_{cm} = \vec{\omega}\, x_{cm}$

$$x_{cm} = \frac{m_1 \frac{d}{2} + m_2 (R+d)}{m_1 + m_2}$$

$\frac{1}{2} I \omega^2 = (m_1 + m_2) g x_{cm}$

$$\vec{\omega} = \sqrt{\frac{m_1 g d + m_2 g (R+d)}{I}}$$

$I = ?$

$$I = \frac{1}{12} m_1 d^2 + m_1 \frac{d^2}{4} + m_2 R^2 + m_2 (R+d)^2 = 2{,}25\,kg\,m^2$$

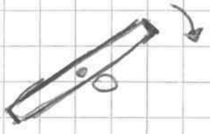
$\vec{\omega} = 4{,}5\,rad/s$
$\vec{V}_{cm} = 3{,}1\,m/s$

7.28

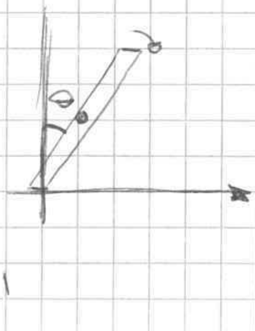
Dati

$m = 200\,g$
$\omega = 2\,rad/s$
$\vec{V}_{cm} = 5\,m/s$
$\theta = 30°$

a) $h_{max} = ?$
b) $\vec{\omega} = ?$
c) $\theta = ?$



Ruota intorno al centro O.



Viene lanciato con una $\vec{V}_{cm}$ nota.