NUMERO : 369

DATA : 27/09/2012

A P P U N T I

STUDENTE : Zhou

MATERIA : Fisica I

Prof. Iotti

FISICA I

DOMANDE CROCETTE:

1) Una macchina di carnot (sorgente più fredda 7°C) ha un rendimento del 40%. Di quanti gradi si deve elevare la temperatura della sorgente più calda perché il rendimento sia del 50%

$$\eta = 1 - \frac{T_1}{T_2} \qquad T_2 > T_1$$

$$0,4 = 1 - \frac{280}{T_2} \qquad \frac{280}{T_2} = 1 - 0,4$$

$$T_2 = \frac{280}{0,6} = 466,67\ K.$$

$$0,5 = 1 - \frac{280}{T_2'} \qquad T_2' = \frac{280}{0,5} = 560$$

$$\Delta T_2 = T_2' - T_2 = 560 - 466,67 = 93,33K.$$

2) L'energia interna di un gas viene fatta aumentare adiabaticamente di 2J. Quale lavoro è stato <u>eseguito</u> sul sistema?

1° PRINCIPIO TERMODINAMICA $\Delta U = Q - L$

ADIABATICO $Q = 0 \longrightarrow \Delta U = -L$

eseguito sul sistema significa che subisco lavoro ($-2J$) quindi $\Delta U = -(-2J)$ (se il sistema compie lavoro allora $\Delta U = -2J$).

3) Due masse di acqua $m_1 = 1Kg$ e $m_2 = 2Kg$ alle temperature $T_1 = 27°C$ e $T_2 = 87°C$ vengono mescolate in un recipiente adiabatico. All'equilibrio la temperatura vale?

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 3 di 166

FISICA I

DOMANDA CROCETTE:

12) Un oggetto sta muovendosi con una velocità di 7,2 km/h. All'istante $t = \emptyset$ esso viene frenato con un accelerazione $1\ m/s^2$ quanto spazio viene percorso tra l'istante 0 e il completo arresto?

$$\underbrace{v_f}_{\to \emptyset} = a \cdot t + v_{in}$$

$$x = \underbrace{\cancel{x_0}}_{\to \emptyset} + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$

$$v_0 = 7,2 \cdot \frac{1000}{3600}\ m/s$$

$$a = 1 m/s^2$$

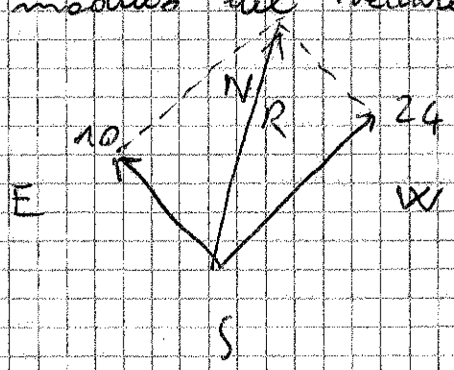
$$t = -\frac{v_0}{a}$$

$$x = v_0 \left(-\frac{v_0}{a}\right) + \frac{1}{2} \cancel{a} \frac{v_0^2}{\cancel{a^2}} = -\frac{v_0^2}{a} + \frac{v_0^2}{a}\frac{1}{2} = -\frac{\cancel{1}}{2}\frac{v_0^2}{a}$$

$$x = -\frac{\cancel{1}}{2} \cdot \frac{2^2}{1} = 2\ m$$

13) Un vettore lungo 10 unità è diretto verso nordest viene sommato ad un vettore lungo 24 unità e diretto verso nordovest. Il modulo del vettore risultante

$$R = \sqrt{10^2 + 24^2} = 26$$

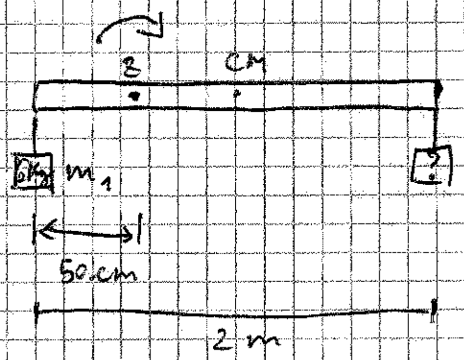


14) Un automobilista viaggia a 20 Km/h arresta bruscamente l'automobile in 3 m. In seguito, mentre si muove a 40 Km/h l'automobilista arresta di nuovo l'automobile, con la stessa decelerazione, fermandola dopo:

FISICA I

DOMANDE CROCETTE

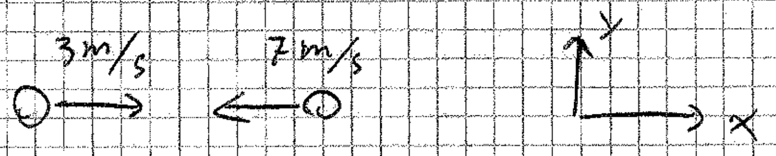
18) Una barra lunga 2m può ruotare verticalmente attorno ad un perno posto a distanza di 50cm da una estremità, su cui è fissata una massa di 6Kg. Che massa è necessaria all'altra estremità per mantenere la barra in posizione orizzontale in equilibrio?



$$m_1 \cancel{g}\, 0{,}5 = m_2 \cancel{g}\, 1{,}5$$

$$m_2 = 2\ Kg.$$

19) Due palle da biliardo di massa 50g si muovono l'una verso l'altra. La velocità di una è 3m/s e quella dell'altra 7m/s. Il CM delle 2 masse?



$$v_{cm} = \frac{m \cdot v_1 + m v_2}{2m} = \frac{v_1 - v_2}{2} = -\frac{\cancel{4}}{\cancel{2}}\ m/s$$

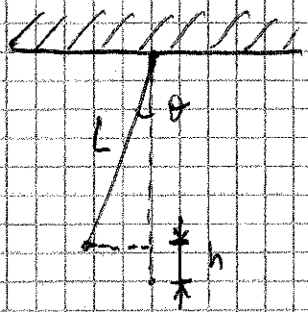
$|v_{cm}| = 2\ m/s$ si muove in modulo a 2m/s.

20) Se si rappresentano le dimensioni della massa, della lunghezza e del tempo rispettivamente con [M], [L], [T], allora le dimensioni dell'impulso sono:

$$\left[\frac{M\ L}{T}\right]$$

FISICA I

DOMANDE CROCETTE



possiamo usare il metodo energetico.

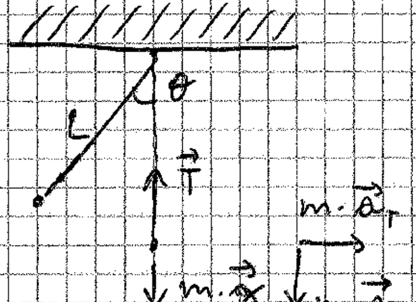
$$L - h = L \cdot \cos\theta$$

$$h = L - L \cdot \cos\theta.$$

$$\cancel{m} \cdot g h = \frac{1}{2} \cancel{m} v^2$$

$$v = \sqrt{2gh} = 4{,}43 \; m/s.$$

25) Un pendolo semplice di massa $m = 0{,}5$ Kg e lunghezza $L = 2m$ viene sollevato lateralmente di un angolo $\theta = \frac{\pi}{3}$ e poi lasciato libero di oscillare. Quanto vale il modulo della tensione della fune quando passa per il punto più basso della traiettoria?



$$\vec{a}_N = \frac{v^2}{L}$$

$$\cancel{m} \cdot g h = \frac{1}{2} \cancel{m} v^2$$

$$v = \sqrt{2gh} = 4{,}43 \; m/s.$$

$$\vec{a}_N = \frac{(4{,}43)^2}{2} = 9{,}81 \; m/s^2$$

$$\vec{T} = m \cdot \vec{g} + m \cdot \vec{a}_N = 9{,}81 \; N.$$

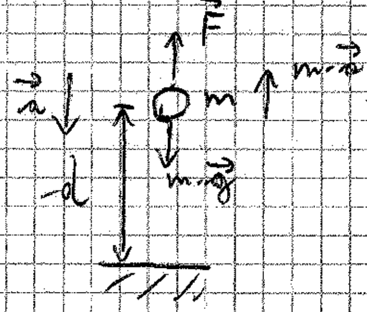
FISICA I

DOMANDE CROCETTE

29) Le dimensioni dell' E_K sono: $[L^2 M T^{-2}]$

30) Le dimensioni della potenza sono $[L^2 M T^{-3}]$

31) Un corpo di massa $m = 3\,Kg$ cade da un'altezza $d = 50\,cm$, con velocità iniziale nulla, sotto l'effetto della gravità e di una forza di attrito costante $F = 2{,}4\,N$. Quanto vale il modulo della velocità del corpo appena prima di toccare il suolo?



$$m \cdot \vec{g} = \vec{F} + m \cdot \vec{a}$$

$$\cancel{m}\, a\, d = \frac{1}{2} \cancel{m}\, v^2$$

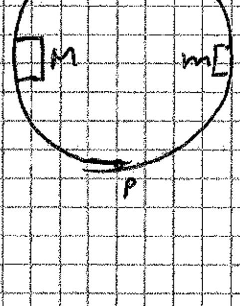
$$v = \sqrt{2\, a\, d} = 3\ m/s$$

$$\vec{a} = \vec{g} - \frac{\vec{F}}{m} = 9{,}81 - \frac{2{,}4}{3} = 9{,}01\ m/s^2$$

32) Un corpo di massa $m = 3\,Kg$ cade sotto l'effetto della gravità e di una forza di attrito costante $F = 2{,}4\,N$. Quanto vale la sua accelerazione?

Come per la 31) vale $\vec{a} = 9\ m/s^2$.

33) Due masse $m = 2\,Kg$ e $M = 10\,Kg$ cadono lungo la guida circolare di raggio R, senza attrito, partendo dalle posizioni indicate. Quale arriva per prima in P



Arrivano allo stesso istante.

FISICA I

DOMANDE CROCETTE

38) Un motore consuma 10kg di combustibile in 1h. Sapendo che il rendimento del motore è del 60% e che il calore generato dalla combustione è pari a 12000 $\frac{Kcal}{hKg}$ Calcolare il numero di Kcal dissipate in 1h.

$$Q_U = 12000 \frac{Kcal}{h \cdot Kg} \cdot 10kg \cdot 1h \cdot 0,6 = 72000\ Kcal$$ calore utile

$$Q_D = Q - Q_u = 48000\ Kcal$$ calore dissipato

39) Un cilindro chiuso da un pistone mobile ha un volume iniziale di 22l e contiene un gas ideale a $T_1 = 20°C$ e $P_1 = 15$ atm. Se il volume viene ridotto a 16 l e contemporaneamente la temperatura cresce fino a 25°C trovare P_2:

$$\frac{P_1 \cdot V_1}{T_1} = \frac{P_2 \cdot V_2}{T_2}$$

$$P_2 = P_1 \cdot \frac{V_1}{V_2} \cdot \frac{T_2}{T_1} = 15 \cdot \frac{22}{16} \cdot \frac{298}{293} = \frac{98340}{4688} = 21\ atm$$

40) Un impulso di 20N·s è applicato orizzontalmente ad una massa di 0,2 Kg ferma su un piano senza attrito. Al termine dell'impulso, la massa:

$$\frac{20 \left[Kg \frac{m}{s^{\cancel{2}}} \cdot \cancel{s}\right]}{0,2\ Kg} = 100\ m/s$$

La massa si muove di moto rettilineo uniforme alla velocità di 100 m/s

41) L'equipaggio di 3 astronauti dell'apollo 11 compì il viaggio di $3,8 \cdot 10^5$ Km da terra a luna in 3 giorni a velocità media di ?

$$\frac{3,8 \cdot 10^5}{72} = 5,3 \cdot 10^3\ Km/h$$

FISICA I

DOMANDE CROCETTE

45) L'equipaggio di tre astronauti dell'apollo 11 compì il viaggio di $3{,}8 \cdot 10^5$ Km dalla terra alla luna in esattamente 3 giorni alla velocità media di:

$$v = \frac{s}{t} = \frac{3{,}8 \cdot 10^5}{24 \cdot 3} = 5{,}3 \cdot 10^3 \text{ Km/h}$$

46) L'energia elastica per unità di volume (W) di un corpo soggetto ad una pressione p è data da:

$$W = p^2 / 2K$$

Quali sono le dimensioni fisiche di K?

L'energia è $[J] = \left[Kg \cdot \frac{m^2}{s^2}\right] / [m^3]$

La pressione è $\left[\frac{N}{m^2}\right] = \left[\frac{Kg \cdot \cancel{m}/s^2}{m^{\cancel{2}}}\right] = \left[\frac{Kg}{m \cdot s^2}\right]$

$$p^2 = \left[\frac{Kg^2}{m^2 \cdot s^4}\right]$$

$$K = \frac{p^2}{2W} = \frac{\left[\frac{Kg^{\cancel{2}} \cdot \cancel{m}}{s^{\cancel{4}2}}\right]}{\left[\cancel{Kg} \cdot \frac{m^{\cancel{2}}}{\cancel{s^2}}\right]} = \frac{Kg}{m \cdot s^2}$$

$$[M] \cdot [L]^{-1} \cdot [T]^{-2}$$

47) Sapendo che l'angolo ϕ di scorrimento è legato allo sforzo di taglio τ (forza per unità di superficie) dalla relazione $\phi = \tau / G$, quali sono le dimensioni fisiche della costante G?

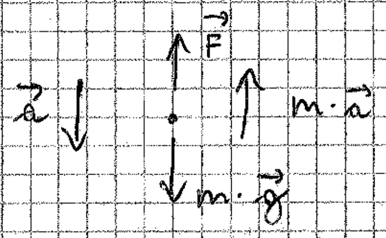
$$\tau = \left[\frac{N}{m^2}\right] = \left[\frac{Kg \cdot \frac{\cancel{m}}{s^2}}{m^{\cancel{2}}}\right] = \left[Kg / m \cdot s^2\right]$$

ϕ angolo adimensionale.

FISICA I

DOMANDE CROCETTE:

50) Un corpo di massa $m = 3\,Kg$ cade sotto l'effetto della gravità e di una forza di attrito costante $F = 2{,}4\,N$. Quanto vale la sua accelerazione?



$$\vec{F} + m \cdot \vec{a} - m \cdot \vec{g} = 0.$$

$$\vec{a} = \vec{g} - \frac{\vec{F}}{m} = 9\ m/s^2.$$

51) Qual'è la velocità angolare (in rad/s) della lancetta dei minuti di orologio?

$$v = \frac{s}{t}$$

un giro completo è 2π e si compie in un'ora quindi 3600 s.

$$\omega = \frac{2\pi}{60^2}$$

52) L'energia di gravitazione W per una sfera omogenea è data da:

$$W = -\frac{15}{16} \cdot \pi^2 \cdot k \cdot m_v^2 \cdot r^5$$

m_v = massa volumica

r = raggio

Quali sono le dimensioni fisiche della costante K?

$$W = [J] = \left[Kg \cdot \frac{m^2}{s^2}\right]$$

$$m_v^2 = \left[\frac{Kg^2}{m^2}\right]$$

$$r^5 = [m^5]$$

$$\rightarrow K = \left[\frac{m^3}{Kg \cdot s^2}\right]$$

$$[M]^{-1} \cdot [T]^{-2} \cdot [L]^3$$

N.B

massa volumica = densità $\left[\frac{Kg}{m^3}\right]$

FISICA I

DOMANDE CROCETTE:

55) Sapendo che l'angolo ϕ di scorrimento è legato allo sforzo di taglio τ (forza per unità di superficie) dalla relazione $\phi = \frac{\tau}{G}$, quali sono le dimensioni fisiche della costante G?

ϕ è adimensionale quindi:

$\frac{\tau}{G}$ deve essere adimensionale

$$\tau = \left[\frac{N}{m^2}\right] = \left[Kg \frac{m}{s^2} / m^2\right] = \left[Kg / m \cdot s^2\right]$$

affinché sia adimensionale G deve avere le stesse unità di misura di τ.

$$[L]^{-1}[M] \cdot [T]^{-2}$$

56) Il momento d'inerzia I di un cilindro è dato dalla relazione $I = \frac{\pi}{2} m_v h r^4$ dove h è l'altezza del cilindro, r il suo raggio e m_v la sua massa volumica. Quali sono le dimensioni fische di I?

$$I = \left[\frac{Kg}{\cancel{m}}\right]\left[\cancel{m}\right] \cdot \left[m^4\right] = \left[Kg \cdot m^4\right]$$

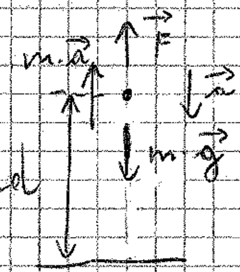
$$[M] \cdot [L]^4$$

57) La relazione $C_p = C_v + R$ fra i calori specifici molari a pressione costante e a volume costante vale solo: se il gas è perfetto.

FISICA I

DOMANDE CROCETTE:

61) Un corpo di massa $m = 3\,kg$ cade da un'altezza $d = 50\,cm$ sotto l'effetto della gravità e di una forza di attrito costante F, passando da $v_0 = 0$ a $v = 3\,m/s$. Quanto vale il lavoro compiuto dalla forza F durante il tratto d?



$$\underbrace{\cancel{x}}_{\to 0} = x_0 + \underbrace{\cancel{v_0 t}}_{\to 0} + \frac{1}{2} a t^2$$

$$v = \underbrace{\cancel{v_0}}_{\to 0} + a \cdot t$$

$$t = \frac{v}{a}$$

$$x_0 = -\frac{1}{2} a \left(\frac{v}{a}\right)^2 = -\frac{1}{2} \frac{v^2}{a}$$

$$a = -\frac{1}{2} \cdot \frac{v^2}{x_0} = -9\ m/s^2$$

$$\vec{F} = m \cdot \vec{g} - m \cdot \vec{a} = 3(9{,}81 - 9) = 2{,}4\ N$$

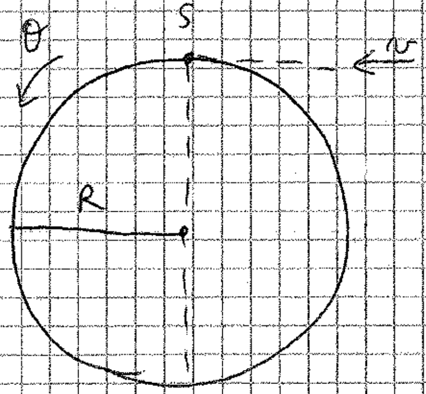
Il lavoro è forza × spostamento:

$$L = F\,d = 1{,}2\ J$$

62) Un corpo della capacità termica di $100\ cal/K$ si trova a $T_1 = 10\,°C$. Viene messo a contatto con un corpo di capacità termica di $0{,}9\ Kcal/K$ a $T_2 = 50\,°C$. Il sistema è termicamente isolato. Che temperatura raggiunge all'equilibrio?

$$T_e = \frac{T_1 \cdot C_1 + T_2 \cdot C_2}{C_1 + C_2} = 46\,°C$$

20 LUGLIO 2009



$M = 10\ Kg$

$M_s = 2\ Kg$

$m = 10\ g$

$R = 1\ m$

$v = 250\ m/s$

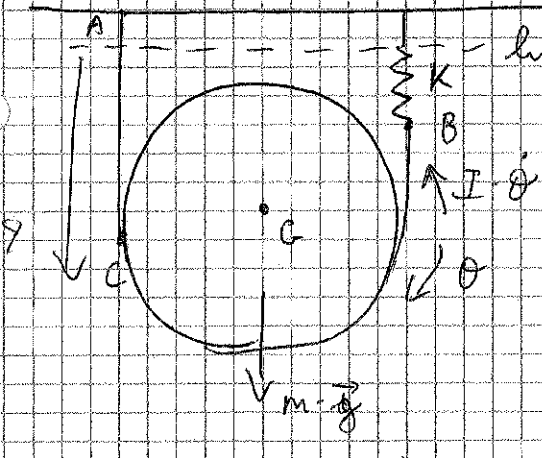
S è un sacco di sabbia di massa M_s

$m \cdot v \cdot R = I \cdot \dot{\theta}$ cons. mom. angolare

$I = \frac{1}{2} M R^2 + M_s \cdot R^2$

$\dot{\theta} = \frac{m v R}{I}$ velocità angolare

$\frac{1}{2} m v^2 - \frac{1}{2} I \omega^2 = W_{NC}$ energia dissipata



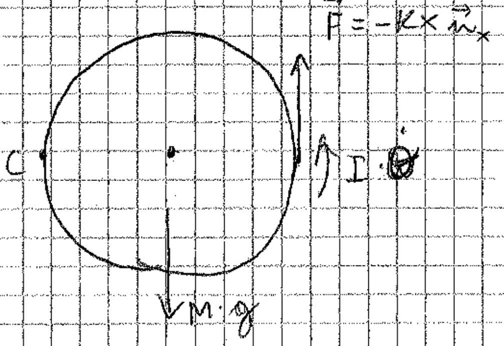
$m = 1\ Kg$

$K = 2\ N/m$

$R = 0,2\ m$

$I = \frac{1}{2} M R^2 + M R^2$

$= \frac{3}{2} M R^2$



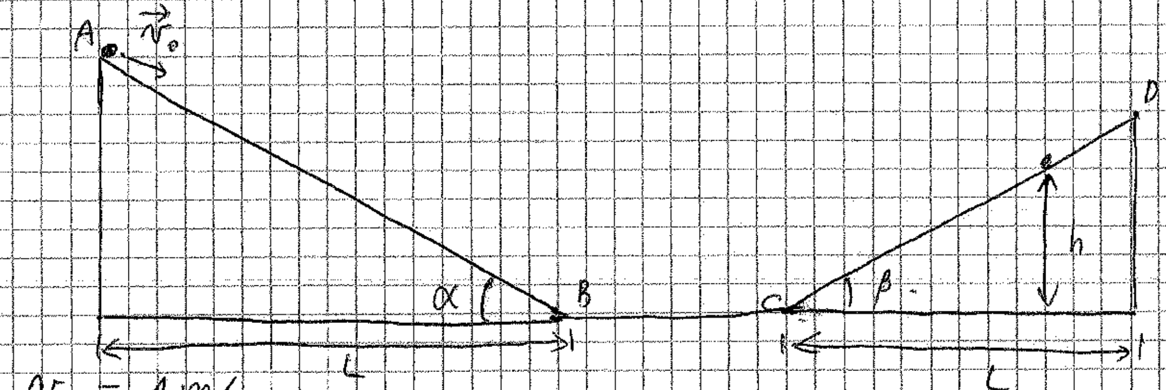
$m \cdot g R - K \Delta y_B \cdot 2R = I \cdot \ddot{\theta}$

$\Delta y_B = 2R\theta \qquad \Delta y_G = R \cdot \theta$

$y_B = 2 y_G$

$m \cdot g R - 4K \Delta y_G R = I \cdot \ddot{\theta}$

ESERCIZIO



$v_0 = 1\,m/s$

$\mu_d = 0{,}47$

$\alpha = 45°$

$L = 50\,cm$

$\beta = 30°$.

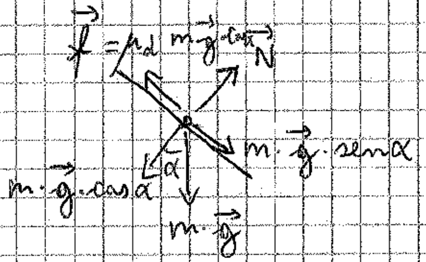
Un punto materiale parte con velocità $\vec{v}_0$ da A.

1) Calcolare v_1 con cui il punto giunge in B

2) Calcolare l'altezza massima h a cui giunge sul secondo piano.

3) Calcolare la v_0' iniziale affinché raggiunga la sommità del secondo piano.

DIAGRAMMA CORPO LIBERO m:



$\boxed{A - B}$

STATO INIZIALE

$\frac{1}{2}mv_0^2 + m\cdot g z$

STATO FINALE:

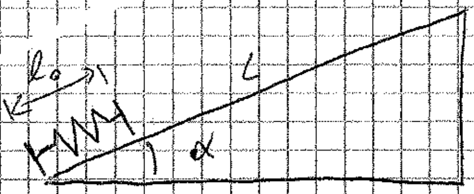
$\frac{1}{2}mv_1^2$

Uso la conservazione dell'energia meccanica:

$$\frac{1}{2}mv_1^2 - \left(m\cdot g z + \frac{1}{2}m v_0^2\right) = W_{NC}.$$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 25 di 166

ESERCIZIO



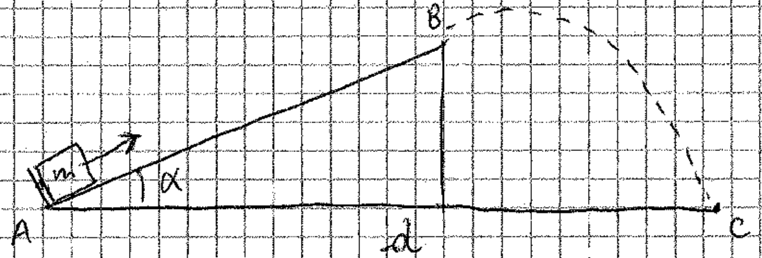
$K = 500 \, N/m$

$L = 2m$

$\alpha = 30°$

$m = 100 g$

$l_0 = 10 \, cm$



1) Calcolare la velocità con cui il corpo arriva in B.
2) Calcolare la distanza d di caduta (A-C).

Siccome non ci sono attriti:

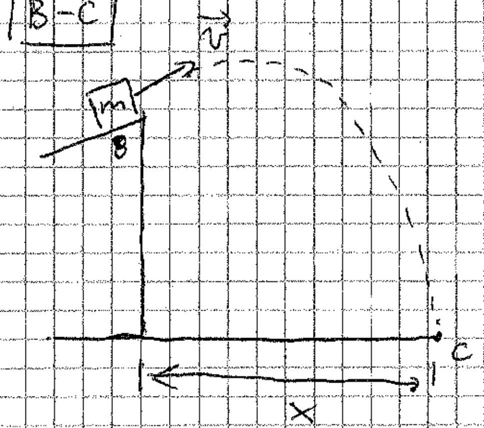
$\boxed{A-B}$ STATO INIZIALE   STATO FINALE:

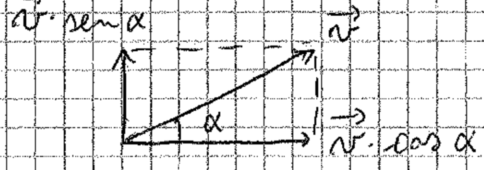
$$\frac{1}{2} K l_0^2 \qquad\qquad m \cdot g \cdot L \cdot sen\,\alpha + \frac{1}{2} m v^2$$

$$\frac{1}{2} K l_0^2 = m g \, sen\,\alpha + \frac{1}{2} m v^2$$

$$v = \sqrt{\frac{K}{m} l_0^2 - 2 g L \cdot sen\,\alpha}$$

$\boxed{B-C}$





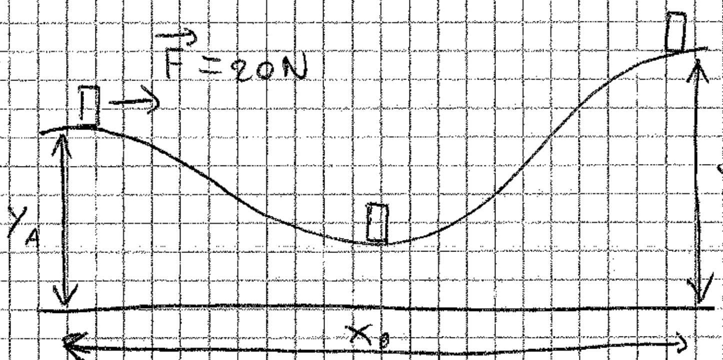
$$y = v \cdot sen\,\alpha \cdot t - \frac{1}{2} g t^2 = \emptyset.$$

$$X = v \cdot \cos\alpha \cdot t$$

$$v \cdot sen\,\alpha = \frac{1}{2} g t^2$$

$$t = \sqrt{\frac{2 v \, sen\,\alpha}{g}}$$

MAZZOLDI 2.10



$m = 5Kg$

$Y_A = 0,5m$

$Y_B = 0,8m$

$X_B = 8m$

1) Calcolare il lavoro da A a B.

2) Se v_0 è nulla, quanto vale la velocità finale?

Il lavoro è $F \cdot ds$

$$W = \Delta E_K - \Delta E_p$$

contributo cinetico — contributo potenziale

$$W = F \cdot X_B + m \cdot g (Y_A - Y_B)$$

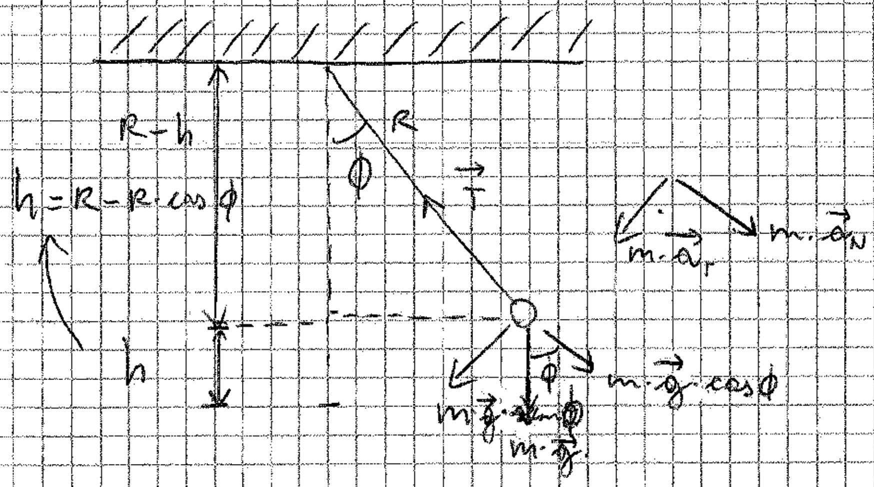
La velocità finale si calcola dalle seguenti relazioni.

$$\cancel{m} g Y_A = \cancel{m} g Y_B + \frac{1}{2} \cancel{m} v^2$$

$$v = \sqrt{2g(Y_A - Y_B)}$$

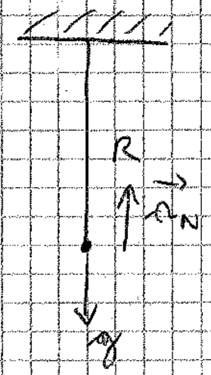
MAZZOLDI 2.35

$m = 0{,}86\ kg \qquad \theta = 0{,}085\ \mathrm{sen}\ 4{,}95\,t$



$\omega = 4{,}97\ rad/s$.

La lunghezza R del filo è incognita. Sapendo che a riposo



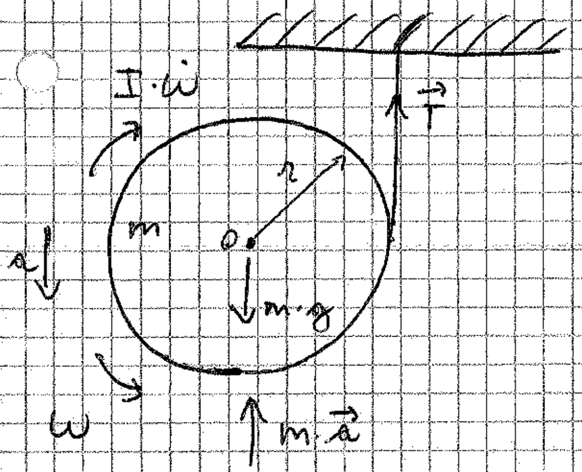
$$\vec{a}_N = \vec{g} = \omega^2 \cdot R$$

$$R = \frac{\vec{g}}{\vec{\omega}^2}$$

L'energia potenziale può essere scritta come:

$$E_{p_{max}} = m \cdot g \cdot h = m \cdot g\,(R - R\cos\phi) = m \cdot g \cdot R\,(1 - \cos\phi)$$

MAZZOLDI ESEMPIO 6.18



DATI:

r, m

Determinare $\vec{a}_{CM}$ e $\vec{T}$

$$\circlearrowleft O \quad I\cdot\dot{\omega} - T\cdot r = 0.$$

$$\oplus\uparrow \quad m\cdot\vec{a} + \vec{T} - m\cdot\vec{g} = 0.$$

$$\vec{T} = m(\vec{g} - \vec{a})$$ è la tensione del filo ($\vec{a}$ incognita).

$$I\cdot\frac{\vec{a}}{r} - m\vec{g}r + m\vec{a}r = 0.$$

$$\vec{a}\left(\frac{I}{r} + mr\right) = m\vec{g}r$$

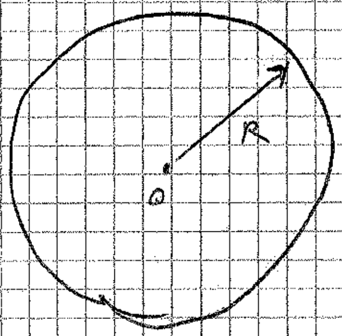
$$\vec{a} = \frac{m\vec{g}}{\frac{I}{r^2} + m}$$ è l'accelerazione del CM

$$I = \frac{1}{2}mr^2.$$

$$\boxed{\vec{a}} = \frac{m\cdot\vec{g}}{\frac{\frac{1}{2}m\cancel{r^2}}{\cancel{r^2}} + m} = \frac{\cancel{m}\cdot\vec{g}}{\frac{3}{2}\cancel{m}} = \boxed{\frac{2\vec{g}}{3}}$$

$$\boxed{\vec{T}} = m\cdot\vec{g} - m\cdot\frac{2}{3}\cdot\vec{g} = \frac{3m\vec{g} - 2m\vec{g}}{3} = \boxed{\frac{1}{3}m\vec{g}}$$

MAZZOLDI 2.33



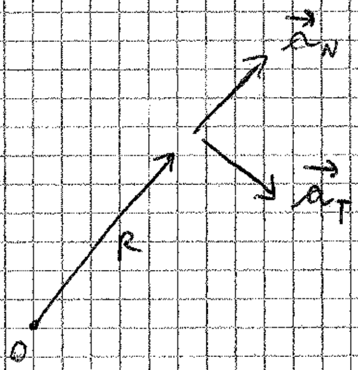
$R = 40\,cm$

$v_0 = 2\,m/s$

$v_1 = 0{,}3\,m/s$

$\vec{a}_N$ dopo mezzo giro?

t impiegato per fare un giro?



$\vec{a}_N = \omega^2 \cdot R$

$\omega_0 = \frac{v_0}{R}$

$\omega_1 = \frac{v_1}{R}$

$\theta_1 = 2\pi$

$\theta_2 = \pi$

$\omega_1 = \omega_0 + \alpha \cdot t$

$\theta_1 = \cancel{\theta_0} + \omega_0 \cdot t + \frac{1}{2}\alpha t^2$ ($\theta_0 \to 0$)

$\frac{\omega_1 - \omega_0}{\alpha} = t$ tempo impiegato per fare un giro.

$$\theta_1 = \omega_0 \left(\frac{\omega_1 - \omega_0}{\alpha}\right) + \frac{1}{2}\alpha\left(\frac{\omega_1 - \omega_0}{\alpha}\right)^2$$

$$\theta_1 = \omega_0 \left(\frac{\omega_1 - \omega_0}{\alpha}\right) + \frac{1}{2}\frac{(\omega_1 - \omega_0)^2}{\alpha} = \frac{\omega_1 - \omega_0}{\alpha}\left(\omega_0 + \frac{1}{2}\omega_1 - \frac{1}{2}\omega_0\right)$$

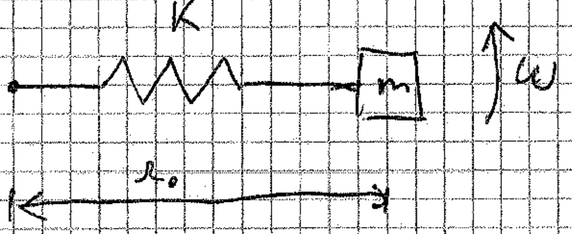
$$\theta_1 = \frac{\omega_1 - \omega_0}{2\alpha}(\omega_0 + \omega_1)$$

$$\alpha = \frac{\omega_1 - \omega_0}{2\theta_1}(\omega_0 + \omega_1)$$

dopo mezzo ~~di~~ giro: $(\theta_2 = \pi)$

$\omega_2 = \omega_0 + \alpha t' \rightsquigarrow t' = \frac{\omega_2 - \omega_0}{\alpha}$

MAZZOLDI 2.32



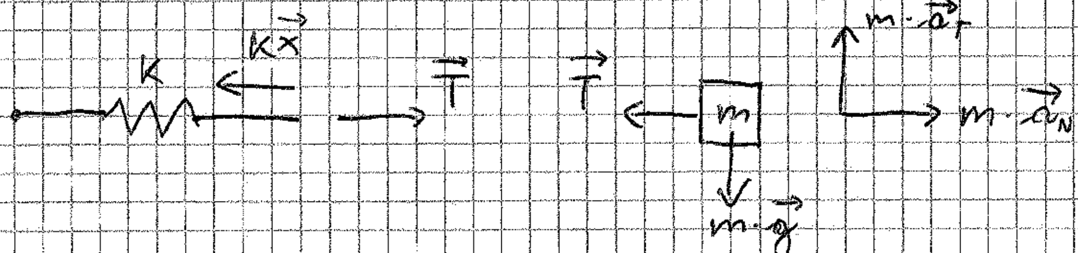
$m = 2{,}5\ kg$

$K = 120\ N/m$

$r_0 = 30\ cm$

$\omega = 4\ rad/s$

$r = ?$

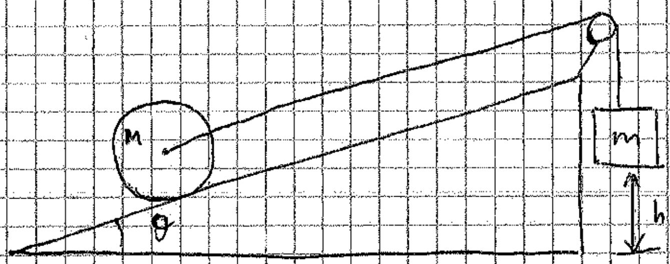


$$\vec{T} = m \cdot \vec{a}_N = m \cdot \vec{\omega}^2 r = K \underbrace{(r - r_0)}_{x}$$

$$r\left(K - m\vec{\omega}^2\right) = K r_0$$

$$r = \frac{K r_0}{K - m\vec{\omega}^2}$$

MAZZOLDI 6.21

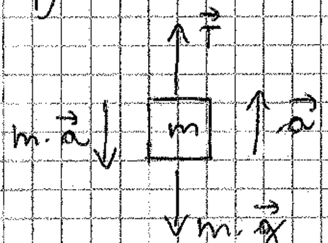


$M = 8\ Kg$
$\theta = 30°$
$m = 6\ Kg$
$h = 1{,}5\ m.$

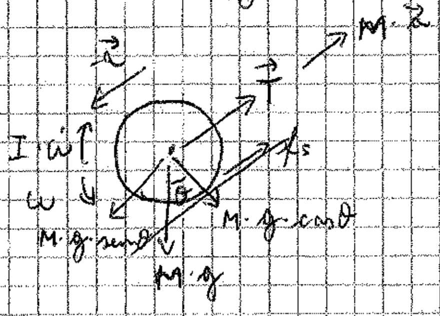
1) L'accelerazione con cui scende la massa m.
2) La velocità con cui m tocca il suolo.
3) La quota massima raggiunta dal centro del disco rispetto a $t=\emptyset$.

SVOLGIMENTO

1)



$$\vec{T} = m \cdot \vec{a} + m \cdot \vec{g}$$



$$M \cdot \vec{g} \cdot sen\theta = \vec{T} + M \cdot \vec{a} + \vec{f}_s$$

$$I \cdot \dot{\omega} - f_s \cdot R = \emptyset$$

$$\frac{\vec{a}}{R} = \frac{\vec{f}_s \cdot R}{I}$$

$$I = \frac{1}{2} M R^2$$

$$\vec{a} = \frac{\vec{f}_s \cdot \cancel{R^2}}{\frac{1}{2} M \cancel{R^2}} = \frac{2 \vec{f}_s}{M}$$

$$\vec{f}_s = M \vec{g}\, sen\theta - \vec{T} - M \cdot \vec{a}$$

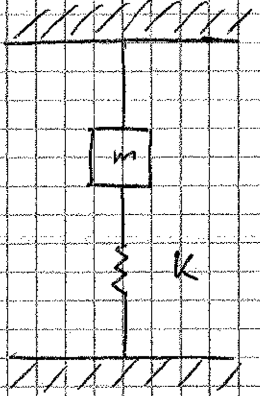
$$\vec{a} \cdot M = 2 \left(M \cdot \vec{g}\, sen\theta - \vec{T} - M \cdot \vec{a} \right)$$

$$M \cdot \vec{a} = 2 M \cdot \vec{g} \cdot sen\theta - 2 m \cdot \vec{a} - 2 m \cdot \vec{g} - M \cdot \vec{a}$$

$$M \cdot \vec{a} + m \cdot \vec{a} = M \vec{g}\, sen\theta - m \cdot \vec{g}$$

$$\vec{a} = \frac{M\, sen\theta - m}{M + m} \cdot \vec{g}$$

MAZZOLDI 2.6

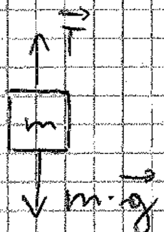


$K = 70\ N/m$

$T = 4{,}9\ N$

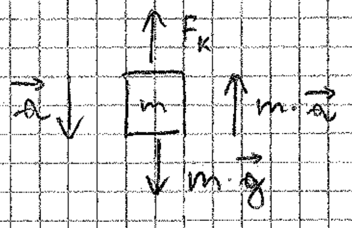
1) La massima distanza percorsa dal punto.
2) La posizione in cui la velocità del punto è massima.
3) Il valore massimo della velocità.

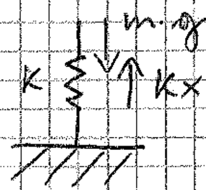
In condizioni di riposo ho che:



$$\vec{T} = m \cdot \vec{g}$$

Dopo aver tagliato il filo:





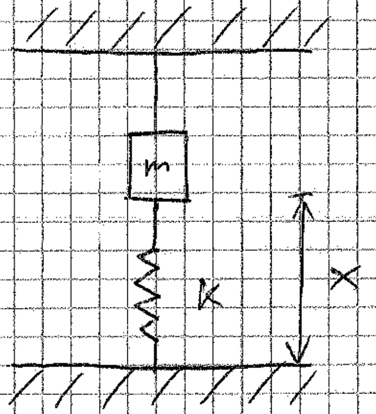
$$\cancel{\vec{F}_K + m \cdot \vec{a} - m \cdot \vec{g} = 0}$$

uso il metodo energetico:

$$m \cdot g \cdot \cancel{x} = \frac{1}{2} K x^{\cancel{2}}$$

$$x = \frac{2 m g}{K} \quad \text{massima distanza.}$$

MAZZOLDI 2.6



$K = 70$ N/m.
$T = 4{,}9$ N

1) massima distanza percorsa da m.
2) la posizione in cui v è massima.
3) v_{MAX}.

a riposo $\vec{T} = m \cdot \vec{g} \rightsquigarrow m = \frac{\vec{T}}{\vec{g}}$

La posizione in cui la velocità è massima è per $\frac{x}{2}$. Usando le energie

ricavo x.

STATO INIZIALE: $[m \cdot g\, x]$

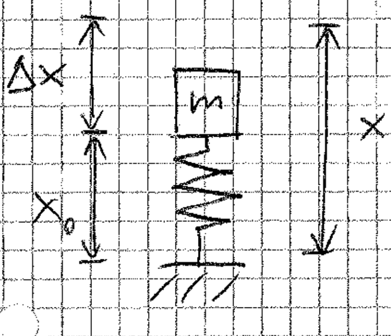
$(x - \Delta x)$

STATO FINALE: $\cancel{\frac{1}{2} m v^2} \left[\frac{1}{2} K (\Delta x)^2 + \cancel{\frac{1}{2}}\, m \cdot g \cdot x_0\right]$

per $\Delta x = \frac{x}{2}$

c'è anche la componente cinetica.

$$m \cdot g\, x = \frac{1}{2} m v^2 + \frac{1}{2} K \left(\frac{x}{2}\right)^2 + m\, g \frac{x}{2}.$$

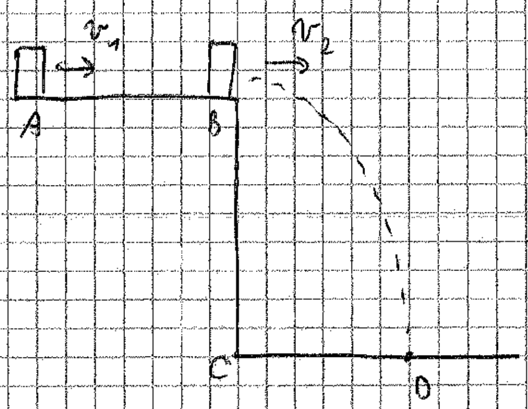


$$m\, g\, x - m\, g \frac{x}{2} - \frac{1}{2} K \frac{x^2}{4} = \frac{1}{2} m v^2.$$

$$\cancel{\frac{1}{2}} m\, g\, x - \frac{1}{\cancel{8}_4} K x^2 = \cancel{\frac{1}{2}} m v^2.$$

$$v_{MAX} = \sqrt{g x - \frac{1}{4} \cdot \frac{K x^2}{m}}$$

MAZZOLDI 1.16



$v_2 > v_1$

$-Kv$ tra A e B.

$K = 2{,}3\ \frac{1}{s}$

$AB = l = 2{,}14\ m.$

$BC = h = 1{,}5\ m$

$CD = d = 1{,}35\ m.$

Calcolare il valore di v_1.

Sappiamo che:

$$v = \frac{s}{t} \qquad v = a \cdot t$$

$$v_2 - v_1 = v = \frac{l}{t} \qquad v = v_2 - v_1 = -Kv \cdot t$$

$$t = \frac{l}{v} \qquad t = \frac{\cancel{v}}{-K\cancel{v}}$$

$$\frac{l}{v} = -\frac{1}{K} \qquad \boxed{v = -Kl}$$

Quando il corpo cade compie una traiettoria:

$$d = v_2 \cdot t$$

$$h - \frac{1}{2} g t^2 = 0.$$

$$t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

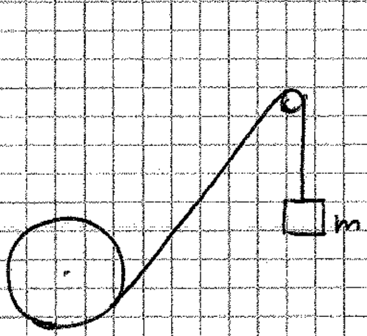
$$v_2 = \frac{d}{t} = \frac{d}{\sqrt{\frac{2h}{g}}}$$

$$\boxed{v_1 = v_2 + Kl}$$

MAZZOLDI 6.9

$v = 0{,}5 \ m/s$

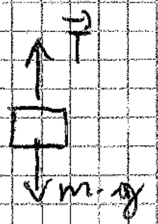
$m = 100 \ kg$



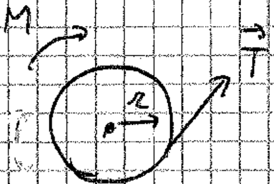
Calcolare:
1) La tensione della fune.
2) La potenza fornita dal motore.

SVOLGIMENTO.

1)



$$\vec{T} = m \cdot \vec{g}$$

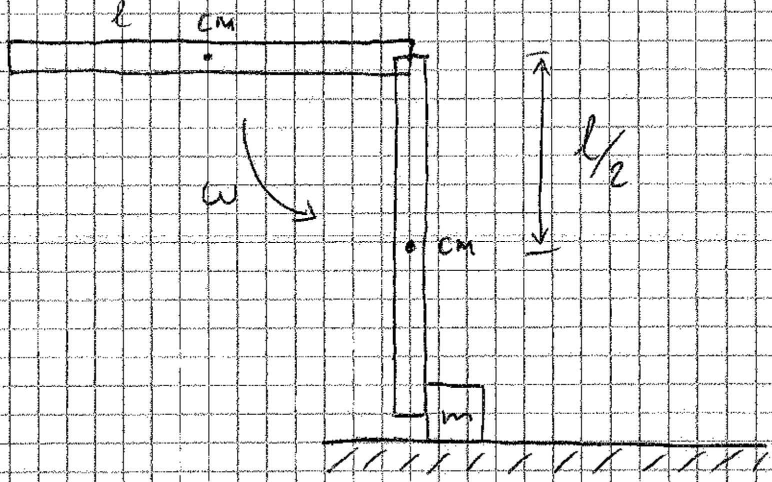


$$M - T \cdot r = 0$$
$$M = T \cdot r$$

2) La potenza fornita dal motore si calcola come:

$$P = M \cdot \omega = T \cdot \underbrace{r \cdot \omega}_{v} = T \cdot v$$

MAZZOLDI 6.33



$M = 0{,}5\ Kg$

$l = 1{,}2\ m$

$m = 0{,}25\ Kg.$

1) Velocità angolare dell'asta prima dell'urto.
2) La velocità v_0 di m dopo l'urto.
3) L' E_K dissipata nell'urto.
4) L'impulso durante l'urto.

SVOLGIMENTO

1) Calcolo l'energia cinetica prima dell'urto:

$$M \cdot g\, l = M \cdot g \frac{l}{2} + E_K$$

iniziale ← finale.

$$E_K = \frac{1}{2} M g\, l = 2{,}94\ J$$

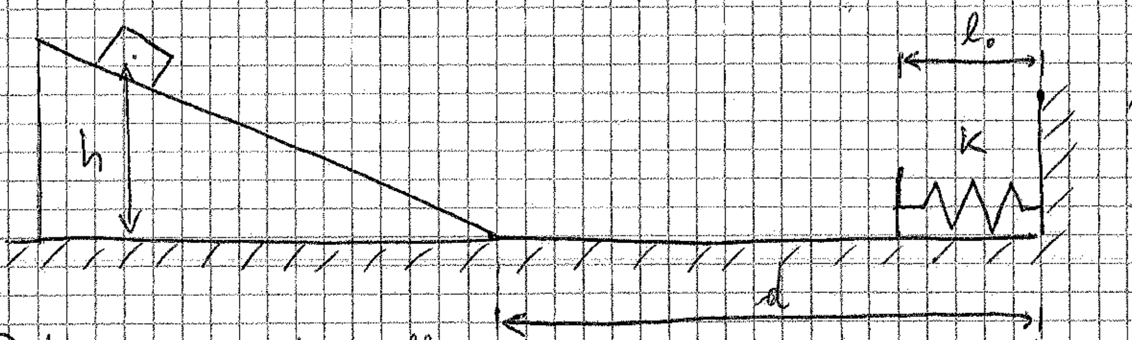
sapendo che:

$$E_K = \frac{1}{2} m v_{cm}^2 = \frac{1}{2} I \cdot \omega^2$$

$$I = \frac{1}{12} M l^2 + M\left(\frac{l}{2}\right)^2 = \frac{1}{3} M l^2 = 0{,}24\ Kg \cdot m^2$$

$$\omega = \sqrt{\frac{2E_K}{I}} = 4{,}95\ rad/s.$$

MAZZOLDI 2.23



$m = 0{,}02\ Kg$
$\mu = 0{,}1$
$K = 2\ N/m$
$d = 40\ cm$

Determinare h affinché la massa possa toccare la parete del vincolo dopo aver urtato la molla.

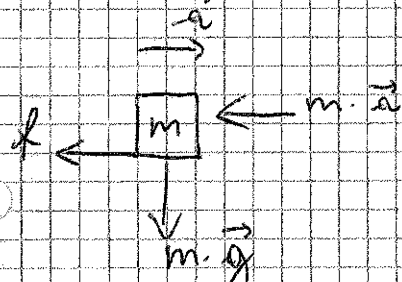
Allo stato iniziale abbiamo solo E_p, raggiunto il fondo ci sarà solo E_K, quindi:

$$\cancel{m} \cdot g\, h = \frac{1}{2} \cancel{m}\, v^2$$

$v = \sqrt{2gh}$ è la velocità al fondo

Siccome sul piano orizzontale vi è attrito allora l E_M non si conserva:

$\Delta E_M = E_M^f - E_M^i = W_{NC}$ lavoro delle forze non conservative.



$$\vec{f} = \mu \cdot m \cdot \vec{g}$$

$$\cancel{m} \cdot \vec{a} = -\mu_d \cdot \cancel{m} \cdot \vec{g}$$

$E_M^i = \frac{1}{2} m v^2 + \emptyset$ solo E_K

$E_M^f = \emptyset + \frac{1}{2} K l_0^2$ solo E_p elastica.

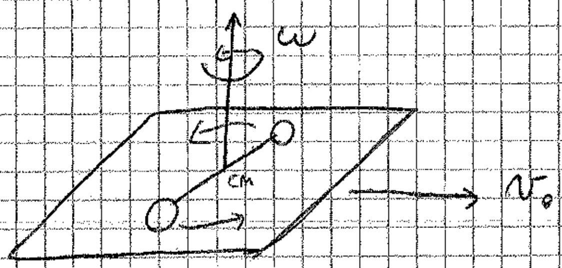
$W = F \cdot ds$

$W_{NC} = m \cdot a \cdot d = -\mu_d \cdot m \cdot g \cdot d$

$$\Delta E_M = \frac{1}{2} K l_0^2 - \frac{1}{2} m \underbrace{v^2}_{\sqrt{2gh}} = m \cdot a \cdot d = -\mu_d \cdot m \cdot g \cdot d$$

$$h = \frac{K l_0^2}{2 m \cdot g} + \mu_d \cdot d$$

TRATTO DAL MAZZOLDI



$m = 0{,}5\,kg$

$2R = 40\,cm$ lung. asta

$v_0 = 0{,}8\ m/s$

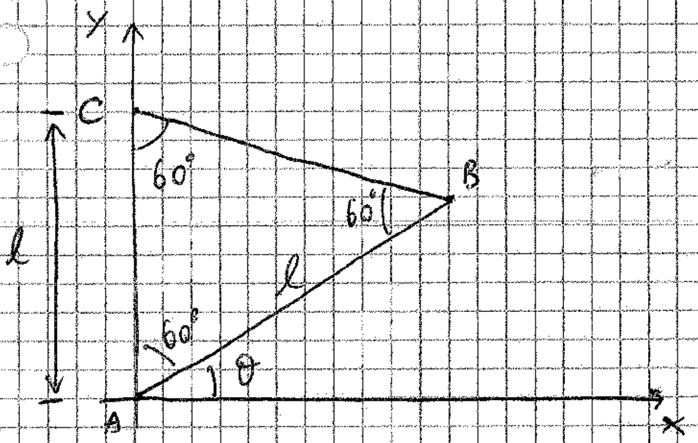
$\omega = 10\ \frac{1}{s}$

1) E_K dei 2 punti
2) L_{cm}

$$E_K = \frac{1}{2} M v_{cm}^2 + \left(\frac{1}{2} m v_1^2 + \frac{1}{2} m v_2^2\right) = \frac{1}{\cancel{2}} \cancel{2} m\, v_{cm}^2 + \frac{1}{2} m \left(v_1^2 + v_2^2\right)$$

$$L = \underbrace{L_1}_{R \times m \cdot v_1} + \underbrace{L_2}_{R \times m v_2} = 2mR^2 (\omega)$$

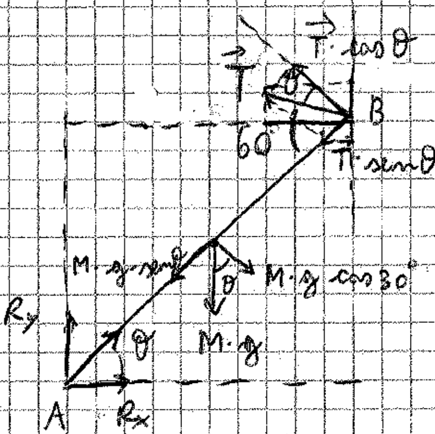
MAZZOLDI 6.29



$M = 600\,kg$

$l = 4\,m$

$\theta = 30°$



$\cancel{\vec{T}\cdot\cos 30° = M\cdot\vec{g}\cdot\cos 30°}$

$\cancel{\vec{T}\cdot sen\,30° + M\cdot\vec{g}\cdot sen\,30°}$

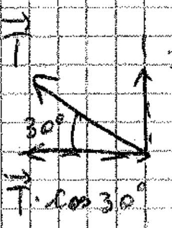
1) Calcolare la tensione della fune per $\theta = 30°$.
2) Calcolare R in A.

Faccio l'equilibrio dei momenti in A.

$$(+)\quad M\cdot\vec{g}\cdot\cancel{\cos 30°}\,\frac{\cancel{l}}{2} - \vec{T}\cdot\cancel{\cos 30°}\,\cancel{l} = 0$$

$$\vec{T} = \frac{1}{2}M\cdot\vec{g}$$

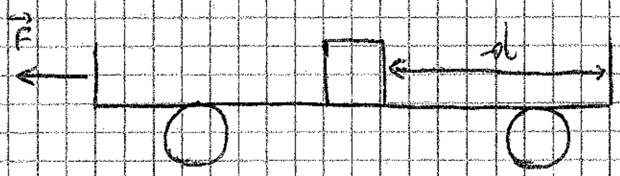
La reazione in A:



$$\vec{R}_x = \vec{T}\cdot\cos 30°$$

$$\vec{R}_y = M\cdot\vec{g} - \vec{T}\cdot sen\,30°$$

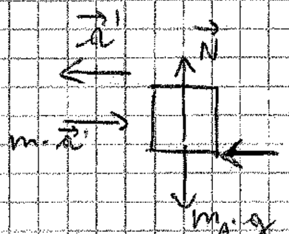
MAZZOLDI 3.4



$m_A = 2Kg$
$m_B = 8 Kg$
$\mu_d = 0,2$
$d = 1 m$
$F = 30 N$
$t = ?$

$\vec{a}$ = accelerazione carrello
$\vec{a}'$ = // massa rispetto al suolo
$\vec{a}''$ = // relativa della massa rispetto al carrello.

$$\vec{a} - \vec{a}' = \vec{a}''$$



$f = \mu_d N$

$$\mu_d \cdot \cancel{m_A} \cdot \vec{g} + \cancel{m_A} \cdot \vec{a}' = 0.$$

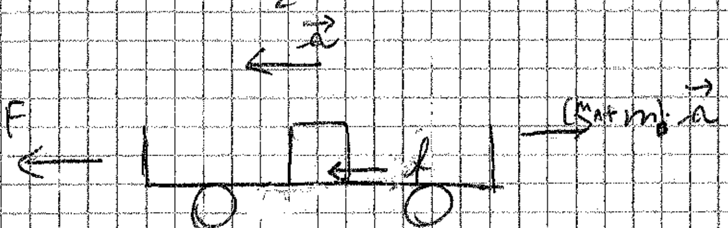
$$\vec{a}' = -\mu_d \cdot \vec{g} = -1,96 \ m/s^2.$$

$$\vec{a}'' = \vec{a} - \vec{a}$$

Sapendo che:

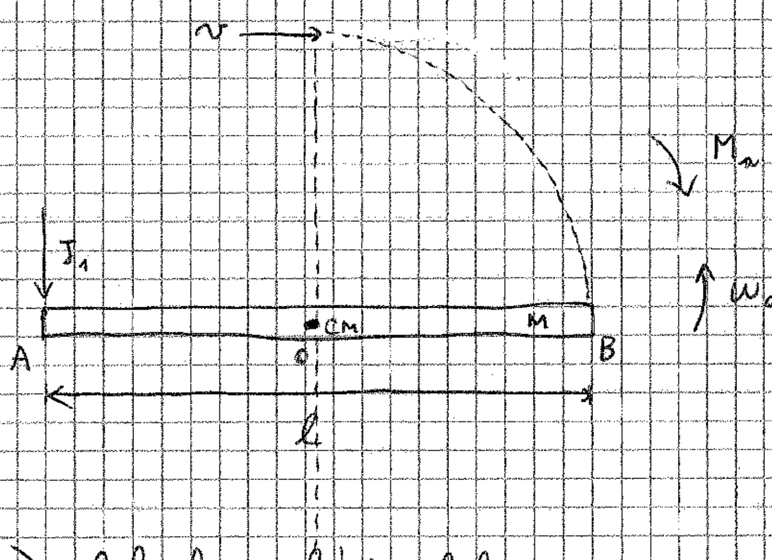
$$X = \underbrace{\cancel{X_0}}_{0} + \underbrace{\cancel{v_0 t}}_{0} + \frac{1}{2} a t$$

$$d = \frac{1}{2} a'' t \qquad t = \sqrt{\frac{2d}{a''}}$$



$$\vec{a} = \frac{\vec{F} - \mu_d \cdot m_A \cdot \vec{g}}{m_B} = 3,26 \ m/s^2.$$

MAZZOLDI 6.43



$M = 3\,Kg$

$l = 0{,}5\,m$

$M_a = 0{,}4\,N \cdot m$

$\omega_0 = 8\,rad/s$

$m = 0{,}2\,Kg$

$v = 15\,m/s$

1) Calcolare l'impulso J_1 communicato dal martello.
2) Calcolare la velocità angolare dell'asta subito prima dell'urto con la sferetta.
3) Calcolare la velocità angolare del sistema dopo l'urto.
4) Calcolare l'impulso J_2 rispetto all'asse dell'asta.

SVOLGIMENTO

1) L'impulso J_1 dovuto al martello è:

$$J_1 \frac{l}{2} = I \cdot \omega_0 \quad \leftarrow \cancel{Kg} \cdot m^2 \cdot \frac{1}{s}$$

momento

$N \cdot m \cdot s$

$Kg \frac{m}{s^{\cancel{2}}} \cdot m \cdot \cancel{s}$

$$J_1 = I \cdot \omega_0 \cdot \frac{2}{l} = \frac{1}{\cancel{12}_6} M l^{\cancel{2}} \cdot \omega_0 \cdot \frac{\cancel{2}^1}{\cancel{l}} = \frac{1}{6} M \, l \, \omega_0$$

$$I = \frac{1}{12} M l^2$$

2) L'asta si muove con velocità ω_0 ma nel perno c'è un attrito M_a. Usando le energie cinetiche

$\frac{1}{4}$ di cerchio.

$$\frac{1}{2} I \omega_0^2 = \frac{1}{2} I \omega_1^2 + M_a \cdot \frac{\pi}{2}$$

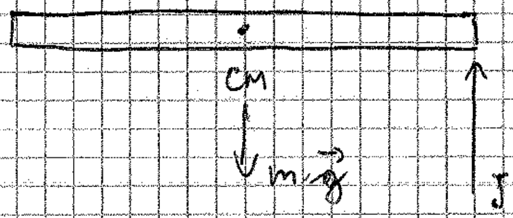
$$\frac{1}{2} I \omega_1^2 = \frac{1}{2} I \omega_0^2 - M_a \cdot \frac{\pi}{2}$$

MAZZOLDI 6.44

$m = 3\,Kg$

$J = 5\,N \cdot s$

$l = 1\,m$



1) La velocità del CM della sbarra.
2) La velocità angolare della sbarra.
3) L'energia cinetica della sbarra.

SVOLGIMENTO:

1)

$$\vec{J}\ [N \cdot s] \rightarrow \left[Kg \cdot \frac{m}{s^{\cancel{2}}} \cdot \cancel{s}\right]$$

$$\vec{J} = m \cdot \vec{v}_{CM} \qquad \vec{v}_{CM} = \frac{\vec{J}}{m} = \frac{5}{3}$$

2) La velocità angolare della sbarretta può essere calcolata con l'equilibrio dei momenti angolari.

$$m v_{CM} \cdot \frac{l}{2} = I \cdot \omega$$

$$I = \frac{1}{12} m \left(\frac{l}{2}\right)^2$$

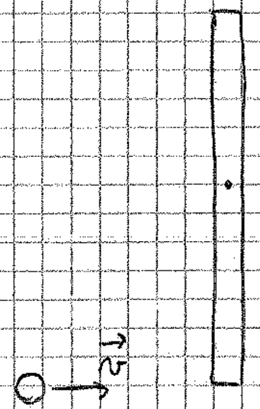
$$\cancel{m} v_{CM} \frac{\cancel{l}}{2} = \frac{1}{12} \cancel{m}\, l^{\cancel{2}}\, \omega$$

$$\omega = 6\, v_{CM} = 10\, rad/s$$

3) L'E_K è:

$$E_K = \frac{1}{2} m v_{CM}^2 + \frac{1}{2} I \cdot \omega^2 = 16,7\,J$$

MAZZOLDI 6.46



$l = 1 m$

$M = 12 Kg$

$m = 1 Kg$

$\vec{v} = 2 \vec{u}_x \ m/s$

$\vec{v}' = -0{,}5 \vec{u}_x \ m/s$

1) $\vec{\omega}$ sbarra dopo l'urto.
2) $\vec{J}$
3) si supponga che l'urto avvenga elasticamente, calcolare ω' e J'.

L'urto è anelastico quindi l'E_K non si conserva. Il momento angolare ASTA + PUNTO si conserva durante l'urto.

$$\vec{L}_{prima} = \vec{L}_{dopo}$$

$$m v \frac{l}{2} = m v' \frac{l}{2} + I \cdot \omega$$

$$I = \frac{1}{12} M l^2$$

$$\omega = m \frac{l}{2} \frac{(v - v')}{I}$$

L'impulso è:

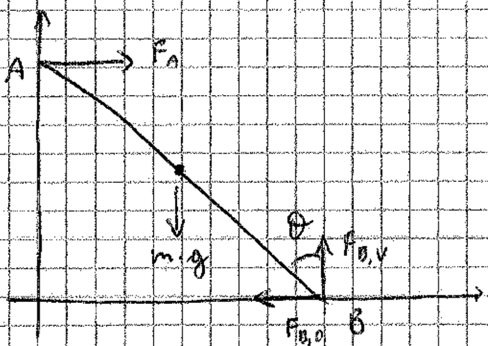
$$\vec{J} = \Delta \vec{P} = \vec{P}_f - \vec{P}_i = m\vec{v}' - m\vec{v}$$

Se l'impulso avviene elasticamente allora l'energia cinetica si conserva, valgono:

$$m v \frac{l}{2} = m v'' \frac{l}{2} + I \cdot \omega \qquad \text{conservazione m. angol.}$$

$$\frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} m v''^2 + \frac{1}{2} I \omega^2. \qquad \text{conservazione } E_K$$

MAZZOLDI ESEMPIO 6.34



m

l

μ_s

θ?

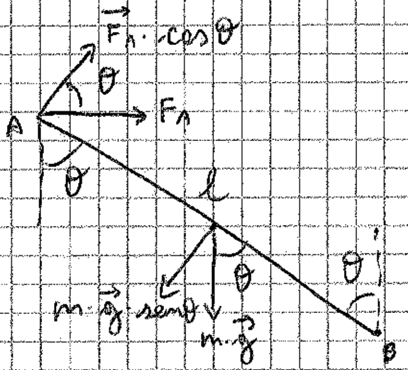
R_B?

determinare la reazione in B.

Sappiamo che:

$\oplus \uparrow$ $\boxed{\vec{F}_{B,V}} = m \cdot \vec{g}$

$\overset{\oplus}{\rightarrow}$ $\vec{F}_A = \vec{F}_{B,O} = \mu_s \cdot \vec{F}_{B,V} = \mu_s \cdot m \cdot \vec{g}$



(B) $\vec{F}_A \cdot \cos\theta \, l - m \cdot \vec{g} \cdot \text{sen}\theta \cdot \frac{l}{2} = 0$.

$\mu_s \cancel{m} \cancel{\vec{g}} \cdot \cos\theta \, \cancel{l} - \cancel{m \vec{g}} \, \text{sen}\theta \cdot \frac{\cancel{l}}{2} = 0$

$\mu_s = \frac{1}{2} \, tg\,\theta$

$\theta = \text{arctg}(2\mu)$

$\boxed{\vec{F}_{B,O}} = \vec{F}_A = \frac{1}{2} m \vec{g} \, tg\,\theta$

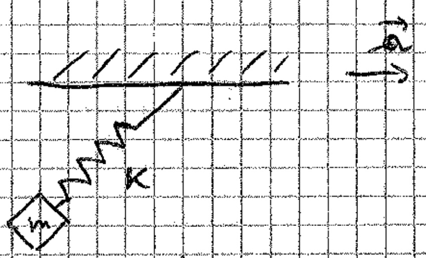
$R_B = \sqrt{F_{B,O}^2 + F_{B,V}^2} = \sqrt{\frac{1}{4} m^2 \vec{g}^2 tg^2\theta + m^2 \vec{g}^2} = m \cdot g \sqrt{\frac{1}{4} tg^2\theta + 1}$

Il corpo scivola se:

$\frac{1}{2} m \vec{g} \, tg\,\theta > \mu_s \cdot m \cdot \vec{g}$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 65 di 166

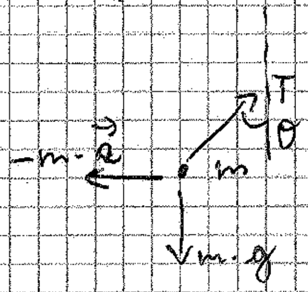
MAZZOLDI 3.5.



$m = 0{,}2\ kg$

$K = 25\ N/m$

$a = 4\ m/s^2$



$$\vec{T}\cdot\cos\theta = m\cdot\vec{a}$$

$$T\cdot \operatorname{sen}\theta = m\cdot\vec{g}$$

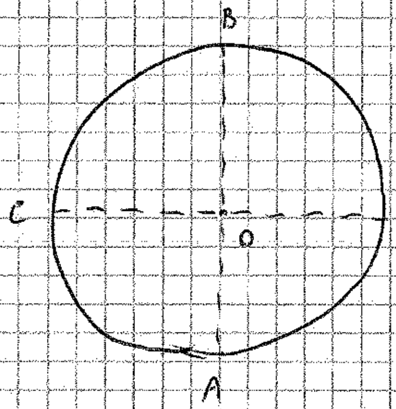
$$\frac{\cancel{m}\cdot\vec{a}}{\cos\theta} = \frac{\cancel{m}\cdot\vec{g}}{\operatorname{sen}\theta}$$

$$\theta = \operatorname{arctg}\left(\frac{\vec{a}}{\vec{g}}\right) = 22{,}2^\circ$$

$$\vec{T} = \frac{m\cdot\vec{a}}{\cos\theta} = \frac{m\cdot\vec{g}}{\operatorname{sen}\theta} = 2{,}1\ N$$

$$T = Kx \qquad x = \frac{T}{K} = 0{,}085\ m$$

MAZZOLDI 2.43



$m = 2\,kg$

$R =$ raggio

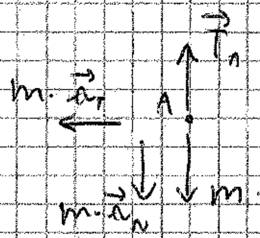
in A $T_A = 137,2\,N$

$v_B = 4,73\,m/s$

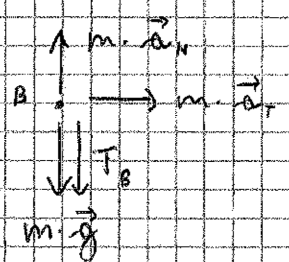
Calcolare:

1) R

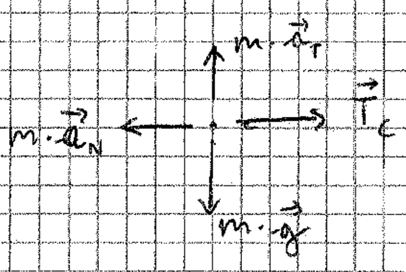
2) T_C



$$\vec{T}_A = m \cdot \vec{a}_N + m \cdot \vec{g} = m \frac{\vec{v}_A^{\,2}}{R} + m \cdot \vec{g}$$



$$\vec{T}_B = m \cdot \frac{\vec{v}_B^{\,2}}{R} - m \cdot \vec{g}$$



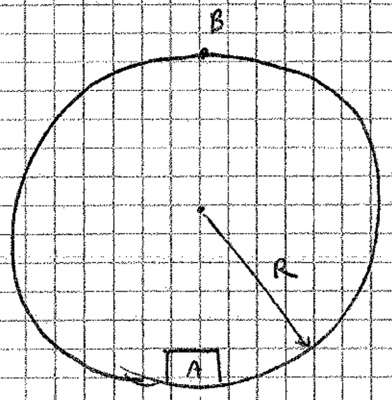
$$T_C = m \cdot \vec{a}_N = m \cdot \frac{v_C^2}{R}$$

$$\frac{1}{2} \cancel{m} v_A^2 = \frac{1}{2} \cancel{m} v_B^2 + \cancel{m} g (2R)$$

$$\frac{1}{4} \frac{\left(v_A^2 - v_B^2\right)}{g} = R$$

$$\vec{v}_A = \sqrt{\left(\vec{T}_A - m \cdot \vec{g}\right) \frac{R}{m}}$$

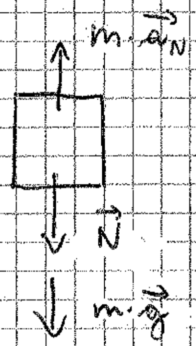
MAZZOLDI 2.41



$R = 10\ m$

$v_A = ?$ tale che ~~M~~ la massa resta in contatto con B.

$$\frac{1}{2} m v_A^2 = 2 m g R + \frac{1}{2} m v_B^2$$



$$N = m \cdot \vec{a}_N - m \cdot \vec{g}$$

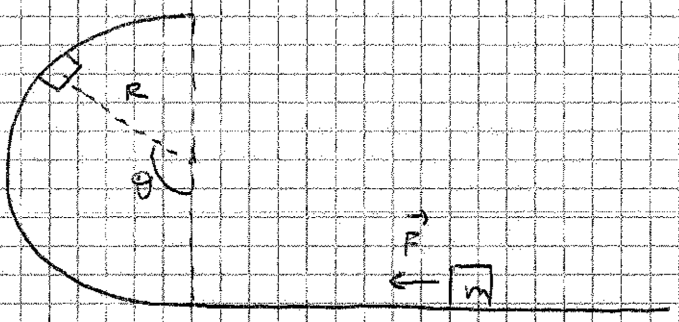
$$\vec{a}_N = + \vec{g}$$

$$\vec{a}_N = \frac{\vec{v}_B^{\,2}}{R} = + \vec{g}.$$

$$v_B^2 = R \cdot \vec{g}$$

$$v_A = \sqrt{5 R g}.$$

MAZZOLDI 2.39



$m = 0{,}5\,Kg$

$F = 470\,N$

$t = 10^{-2}\,s$

$R = 1{,}6\,m$

$\theta = 120°$

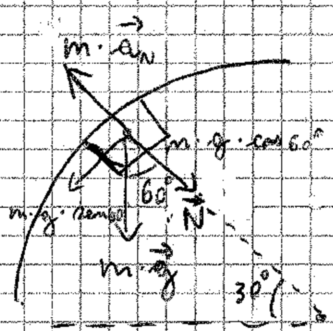
$N = ?$

Calcolo l'accelerazione:

$$\vec{F} = m \cdot \vec{a}$$

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}$$

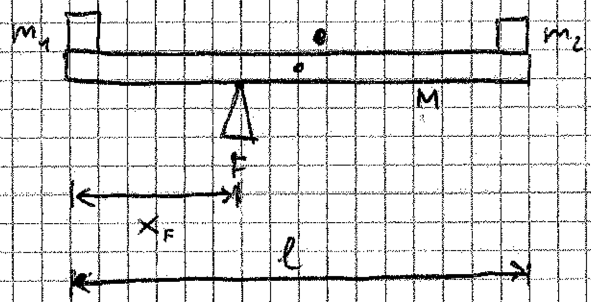
$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} \longrightarrow \vec{v} = \vec{a} \cdot t.$$



$$\vec{N} = -m \cdot \vec{g} \cdot \cos 60° + m\vec{a}_N$$

$$\vec{N} = -m \cdot \vec{g} \cdot \cos 60° + m \cdot \frac{v^2}{R}$$

MAZZOLDI 6.27

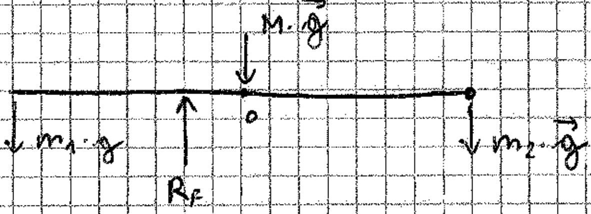


DATI

l, m_1, m_2, M

RICHIESTA

x_F, R_F



$$\vec{R}_F = (M + m_1 + m_2)\vec{g}$$

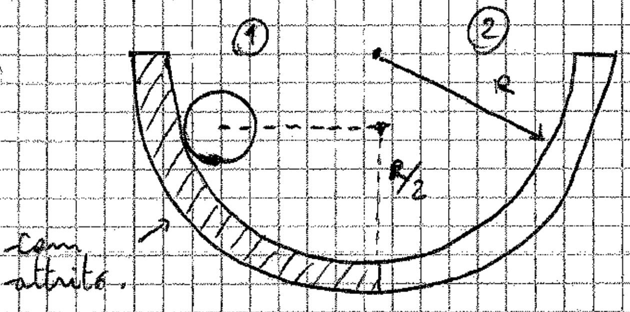
Per calcolare x_F calcolo l'equilibrio dei momenti attorno ad F:

$$M\cdot\vec{g}\cdot\left(\frac{l}{2} - x_F\right) + m_2\cdot\vec{g}\,(l - x_F) - m_1\cdot\vec{g}\,x_F = 0.$$

$$M\vec{g}\,\frac{l}{2} - M\vec{g}\,x_F + m_2\vec{g}\,l - m_2\vec{g}\,x_F - m_1\vec{g}\,x_F = 0.$$

$$x_F = \frac{\cancel{\vec{g}}\,l\left(m_2 + \frac{M}{2}\right)}{\cancel{\vec{g}}\,(m_1 + m_2 + M)}$$

MAZZOLDI 6.19 (ESEMPIO)



Cilindro di raggio $\frac{R}{4}$

Determinare la posizione di arrivo del cilindro e la velocità angolare ω.

① Sapendo che lo stato iniziale ha altezza $\frac{R}{2}$ e lo stato finale (della zona con attrito) vale $\frac{R}{4}$ (riferito al CM) allora $h = \frac{R}{2} - \frac{R}{4} = \frac{R}{4}$

$$\underbrace{m g \frac{R}{4}}_{\text{STATO INIZIALE}} = \underbrace{\frac{1}{2} m v_{cm}^2 + \frac{1}{2} I \omega^2}_{\text{STATO FINALE}}$$

$$I = \frac{1}{2} m \left(\frac{R}{4}\right)^2 \qquad \omega = \frac{v_{cm}}{R/4}$$

$$\omega \frac{R}{4} = v_{cm}$$

$$m \cdot g \frac{R}{4} = \frac{1}{2} m \omega^2 \cdot \frac{R^2}{16} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} m \frac{R^2}{16} \omega^2$$

$$m \cdot g \cdot \frac{R}{4} = \frac{1}{32} m \omega^2 R^2 + \frac{1}{64} m R^2 \cdot \omega^2 .$$

$$\cancel{m} \cdot g \frac{\cancel{R}}{4} = \frac{3}{64} \cancel{m} \omega^2 R^{\cancel{2}}$$

$$g = \frac{3}{16} \omega^2 R \quad \Rightarrow \quad \omega = \sqrt{\frac{16}{3} \frac{g}{R}}$$ è la velocità angolare.

② Nello stato ② non vi è attrito quindi il cilindro non ruota quindi ω rimane costante

$$v_{cm} = \frac{R}{4} \sqrt{\frac{16}{3} \cdot \frac{g}{R}} = \sqrt{\frac{gR}{3}}$$

MAZZOLDI 6.20

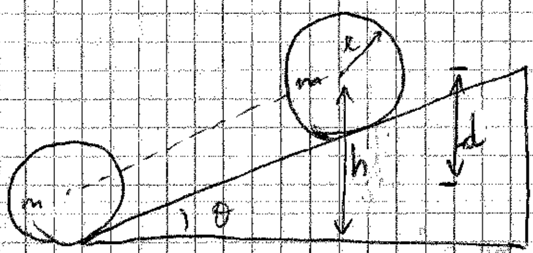
$\theta = ?$ $\omega_{fin} = ?$

$m = 6\ kg$ $h = 0{,}98\ m$

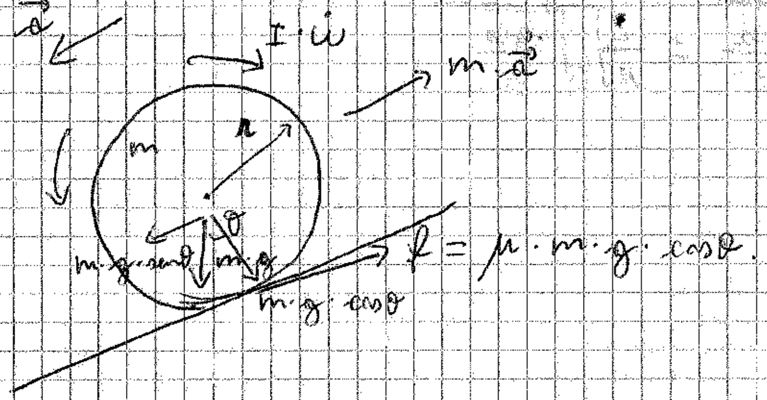
$r = 0{,}12\ m$

$\mu = 0{,}22$

puro rotolamento



θ)



$I \cdot \dot{\omega} - \mu_s m \vec{g} \cos\theta \cdot r = 0$

$\cancel{m} \cdot \vec{a} = \cancel{m} \cdot g \cdot \text{sen}\,\theta - \mu_s \cancel{m}\, g \cdot \cos\theta$

$\vec{a} = \vec{g}\,(\text{sen}\,\theta - \mu_s \cos\theta)$

$I \cdot \dfrac{\vec{g}\,(\text{sen}\,\theta - \mu_s \cdot \cos\theta)}{r}$ $\mu_s m \vec{g} \cos\theta \cdot r = 0$

$tg\,\theta = \mu_s \left(1 + \dfrac{\cancel{m \cdot r^2}}{\cancel{m r^2}}\right) = 2\mu_s$

$\theta = \text{arctg}\,(2\mu_s)$

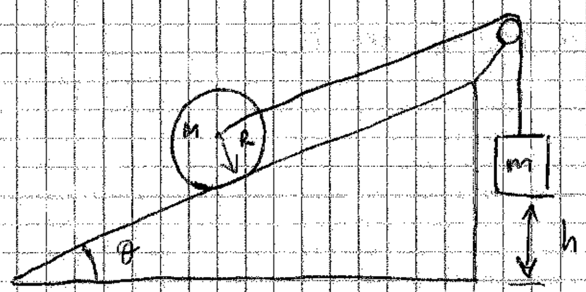
ω_f)

$d = h - r$

$\cancel{m \vec{a} h = \frac{1}{2} m v^2}$

$\cancel{v = \sqrt{2ah}}$ $\cancel{\omega = \frac{v}{r}}$

MAZZOLDI 6.21



$M = 8\ Kg$

$\theta = 30°$

$m = 6\ Kg$

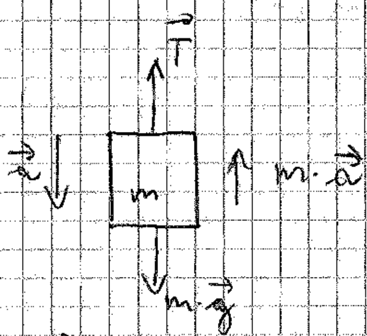
$h = 1{,}5\ m$

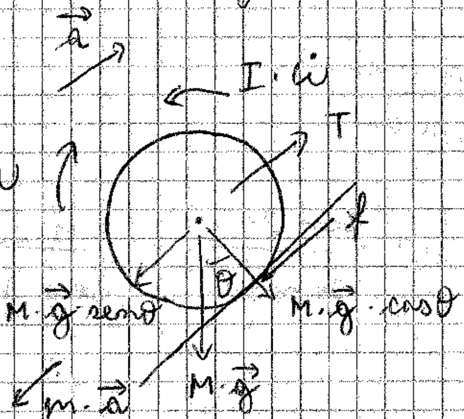
1) L'accelerazione con cui scende m.

2) La velocità con cui la massa m tocca il suolo.

3) Quota massima raggiunta dal centro del disco rispetto a quella iniziale.

1)





$f = \mu_s M \vec{g} \cos\theta$

(+)↑ $\vec{T} = m\vec{g} - m\cdot\vec{a}$

(↺) $\mu_s M\vec{g}\cdot\cos\theta\cdot R - I\cdot\dot{\omega} = 0$

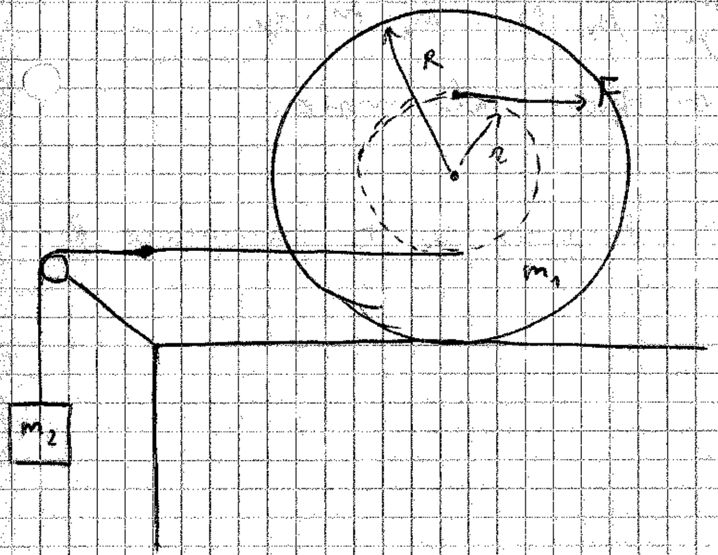
(+)→ $\vec{T} = \mu_s\cdot M\cdot\vec{g}\cdot\cos\theta + M\cdot\vec{g}\cdot\text{sen}\theta + m\cdot\vec{a}$

$$\mu_s = \frac{I\cdot\frac{\vec{a}}{R}}{M\cdot\vec{g}\cdot\cos\theta\cdot R} = \frac{\frac{1}{2}\cancel{M}R^{\cancel{2}}\cdot\frac{\vec{a}}{\cancel{R}}}{\cancel{M}\vec{g}\cdot\cos\theta\cdot\cancel{R}} = \frac{1}{2}\cdot\frac{\vec{a}}{\vec{g}\cdot\cos\theta}$$

$$m\cdot\vec{g} - m\cdot\vec{a} = \mu_s M\cdot\vec{g}\cdot\cos\theta + M\cdot\vec{g}\cdot\text{sen}\theta + m\cdot\vec{a}$$

$$\frac{\vec{a}}{2\cancel{\vec{g}}\cdot\cancel{\cos\theta}}\cdot M\cdot\cancel{\vec{g}}\cdot\cancel{\cos\theta} + M\cdot\vec{g}\cdot\text{sen}\theta - m\cdot\vec{g} + 2m\cdot\vec{a} = 0$$

6.18



F = ?

m_2 massimo ?

Una sfera di raggio $R = 15$ cm e massa $m_1 = 24$ kg è poggiata sopra un piano, il coefficiente di attrito statico è $\mu_s = 0,2$. Nella sfera è praticata una scanalatura di $r = 6$ cm trascurabile. Nella scanalatura è avvolto un filo inestensibile che sostiene m_2. Tramite la forza orizzontale F è possibile mantenere il sistema in equilibrio statico.

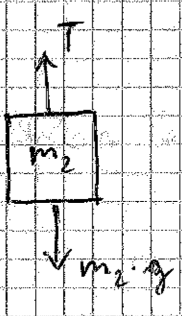
1) Calcolare il valore massimo di m_2 che consente l'equilibrio del sistema e il corrispondente valore di F.

Si recide il legame con m_2, la sfera avanza sotto l'azione di F.

2) Determinare se il moto è puro rotolamento.

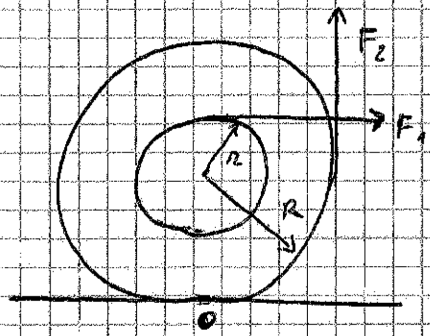
SVOLGIMENTO

1)



$$T = m_2 \cdot g.$$

MAZZOLDI 6.19



DATI:

$R = 10\ cm$

$m = 5\ Kg$

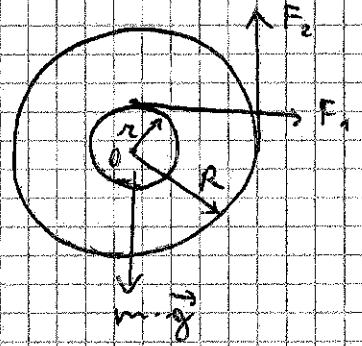
$\mu = 0,3$

$r = 6,6\ cm$

$F_1 = 9,5\ N$

1) F_2 per avere equilibrio?
2) puro rotolamento per $F_2 = 0$?

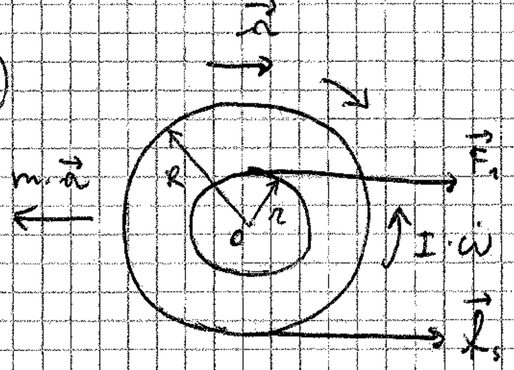
1)



$$\circlearrowleft O \quad F_2 \cdot R - F_1 \cdot r = 0.$$

$$F_2 = \frac{F_1 \cdot r}{R}$$

2)



$$\vec{F}_1 + \vec{f}_s - m \cdot \vec{a} = 0.$$

$$\circlearrowleft O \quad \vec{F}_1 \cdot r - \vec{f}_s \cdot R - I \cdot \dot{\omega} = 0.$$

$$\vec{f}_s = \frac{F_1 \cdot r - I \cdot \dot{\omega}}{R}$$

$$I = \frac{1}{2} m R^2$$

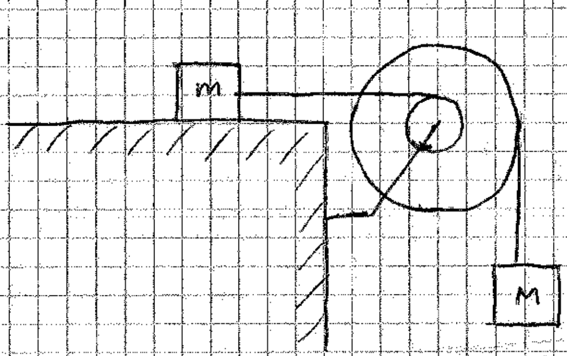
$$\vec{f}_s = \frac{F_1 \cdot r - \frac{1}{2} m R^{\cancel{2}} \frac{\vec{a}}{\cancel{R}}}{R} = \vec{F}_1 \cdot \frac{r}{R} - \frac{1}{2} m \vec{a}$$

$$\vec{F}_1 + \left(F_1 \cdot \frac{r}{R} - \frac{1}{2} m \vec{a}\right) - m \cdot \vec{a} = 0.$$

$$\vec{F}_1 \left(1 + \frac{r}{R}\right) = \frac{3}{2} m \cdot \vec{a}$$

$$\vec{a} = \frac{2}{3} \frac{\vec{F}_1}{m} \left(1 + \frac{r}{R}\right)$$

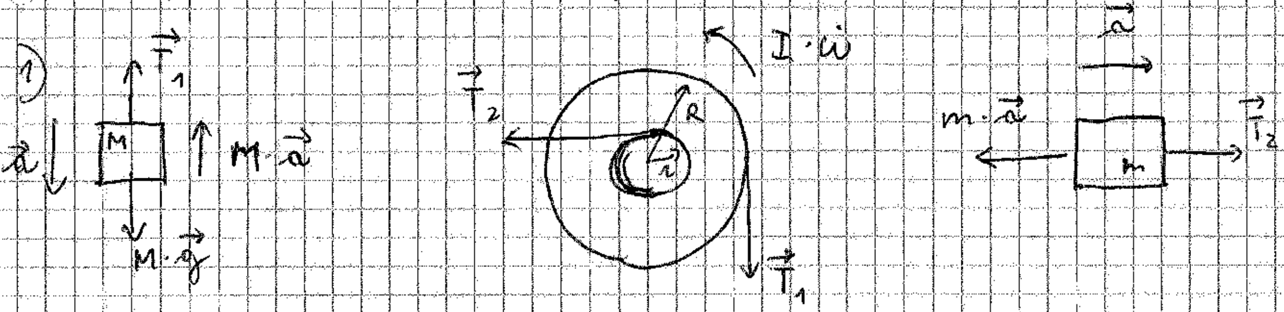
MAZZOLDI 6.8



$m = 10\,kg$
$M = 4\,kg$
$r = 20\,cm$
$R = 50\,cm$
$I = 6\,Kg\,m^2$

1) La velocità di M dopo che è scesa di $h = 1\,m$
2) La tensione dei due fili durante il movimento
3) Il valore di v se tra m e piano ci fosse un coefficiente di attrito $\mu = 0{,}25$

1)



$$\vec{T}_1 = M\cdot\vec{g} - M\cdot\vec{a} = M\cdot\vec{g} - M\cdot\dot{\omega}\cdot R$$

$$\vec{T}_1\cdot R - \vec{T}_2\cdot r - I\cdot\dot{\omega} = 0$$

$$\vec{T}_2 = m\cdot\vec{a} = m\cdot\dot{\omega}\cdot r$$

$$M\cdot\vec{g}R - M\cdot\dot{\omega}R^2 - m\cdot\dot{\omega}\cdot r^2 - I\cdot\dot{\omega} = 0$$

$$\dot{\omega}\left(M\cdot R^2 + m\cdot r^2 + I\right) = M\cdot\vec{g}\cdot R$$

$$\dot{\omega}_1 = \frac{M\,g\,R}{MR^2 + mr^2 + I}$$

2)

$$\underbrace{\cancel{M}\cdot\vec{a}_1 h}_{\text{INIZIALE}} = \underbrace{\frac{1}{2}\cancel{M}\vec{v}^2}_{\text{FINALE}} \qquad \vec{v}_1 = \sqrt{2\,\vec{a}_1 h} = \sqrt{2\,\dot{\omega}_1 R h}$$

MAZZOLDI 6.19

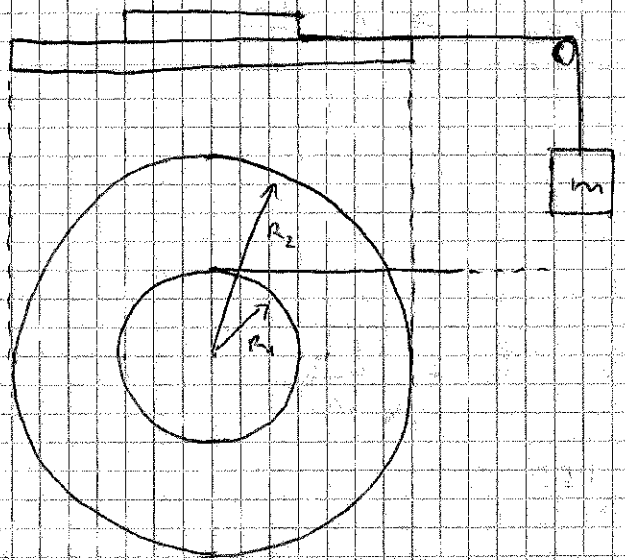
$R_1 = 0,1 m$

$R_2 = 2R_1$

$M_1 = 2 Kg$

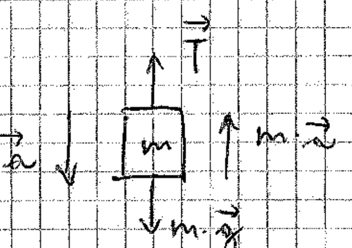
$M_2 = 1,5 M_1$

$m = 1 kg.$

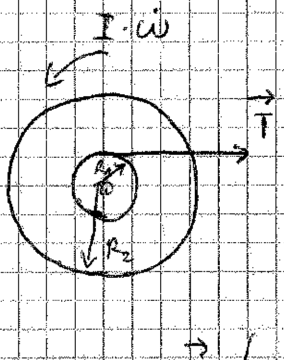


Calcolare il tempo necessario perché essa percorra $h = 10 m$.

$$I = \frac{1}{2} M_1 \cdot R_1^2 + \frac{1}{2} M_2 \cdot R_2^2$$



$$\vec{T} = m \cdot \vec{g} - m \cdot \vec{a}$$



@ $\vec{T} \cdot R_1 - I \cdot \dot{\omega} = \emptyset.$

$$m \cdot \vec{g} R_1 - m \cdot \vec{a} \cdot R_1 - I \cdot \frac{\vec{a}}{R_1} = \emptyset.$$

$$\vec{a} \left(m R_1 + \frac{I}{R_1} \right) = m \cdot \vec{g}\, R_1$$

$$\vec{a} = \frac{m \cdot \vec{g}}{m + \frac{I}{R_1^2}}$$

sapendo che:

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} \qquad \int_{\emptyset}^{t_0} \vec{a} \cdot dt = \int_{v_0}^{v} d\vec{v} \rightarrow \vec{a} \cdot t_0 = v - v_0$$

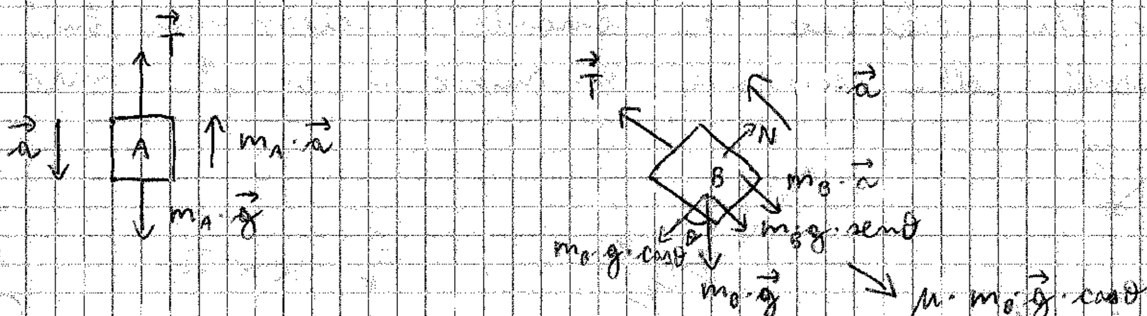
MAZZOLDI 2.19

$\theta = 30°$

$h = 1\,m$

$\mu = 0{,}4$

Calcola la distanza d percorsa da B.



(A) $\vec{T} = m_A \vec{g} - m_A \cdot \vec{a}$

(B) $\vec{T} = m_B \vec{a} + m_B \cdot g \cdot sen\theta + \mu \cdot m_B \cdot \vec{g} \cdot cos\theta$

$$m_A \cdot \vec{g} - m_A \cdot \vec{a} = m_B \vec{a} + m_B \cdot \vec{g} \cdot sen\theta + \mu \cdot m_B \cdot \vec{g} \cdot cos\theta.$$

$$(m_A + m_B)\, \vec{a} = (m_A - m_B \cdot sen\theta - \mu \cdot m_B\, cos\theta)\, \vec{g}.$$

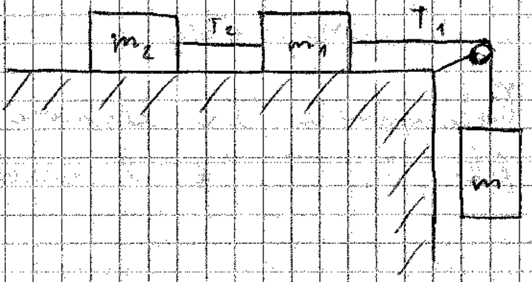
$$\vec{a} = \frac{m_A - m_B \cdot sen\theta - \mu \cdot m_B\, cos\theta}{m_A + m_B}\, \vec{g}$$

Calcolo la distanza:

$$\frac{h}{sen\theta} = \frac{d}{sen 90°}$$

$$\boxed{d = h \cdot \frac{sen 30°}{sen 90°}}$$

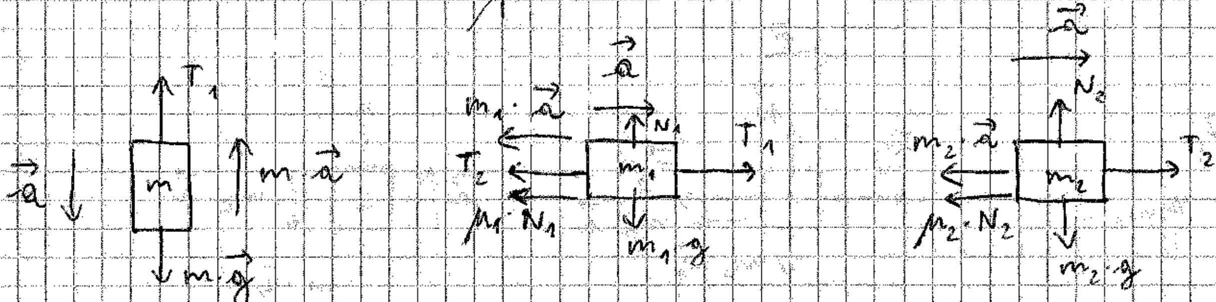
MAZZOLDI 2.16



$m_1 = 8\,kg$, $m_2 = 6\,kg$.

$\mu_1 = 0{,}3$ $\mu_2 = 0{,}5$

Calcolare la tensione dei fili T_1 e T_2.



$$\vec{T}_1 = m\cdot\vec{g} - m\cdot\vec{a}$$

$$\vec{T}_1 = m_1\cdot\vec{a} + \vec{T}_2 + \mu_1\cdot\vec{N}_1 = m_1\cdot\vec{a} + m_2\cdot\vec{a} + \mu_2\cdot\vec{N}_2 + \mu_1\cdot\vec{N}_1$$

$$\vec{T}_1 = (m_1 + m_2)\,\vec{a} + \mu_2\, m_2\cdot\vec{g} + \mu_1\, m_1\cdot\vec{g}$$

$$m\cdot\vec{g} - m\cdot\vec{a} = (m_1 + m_2)\,\vec{a} + (\mu_2\, m_2 + \mu_1\cdot m_1)\,\vec{g}$$

$$(m_1 + m_2 + m)\,\vec{a} = (m + \mu_2 m_2 + \mu_1\cdot m_1)\,\vec{g}$$

$$\vec{a} = \frac{m + \mu_2\cdot m_2 + \mu_1\cdot m_1}{m_1 + m_2 + m}\cdot\vec{g}$$

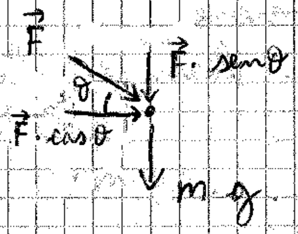
$$\vec{T}_2 = m_2\cdot\vec{a} + \mu_2\cdot m_2\cdot\vec{g}$$

$$\vec{T}_1 = m\cdot\vec{g} - m\cdot\vec{a}$$

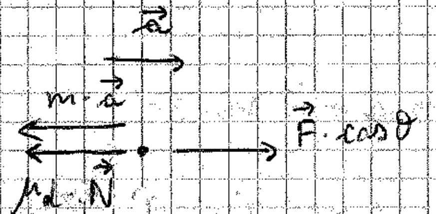
4-1 esercitazione.

$m = 0{,}5 Kg$
$F = 6 N$
$\theta = 30°$
$\mu_d = 0{,}2$
$a = ?$

Determinare l'accelerazione e la reazione vincolare normale.



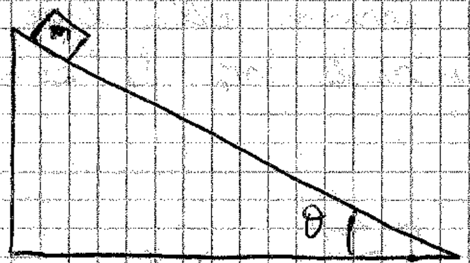
$\uparrow \quad \vec{N} = \vec{F} \cdot sen\theta + m \cdot g$ è la reazione vincolare



$\rightarrow \quad \vec{F} \cdot cos\theta - m \cdot \vec{a} - \mu_d \cdot N = 0$

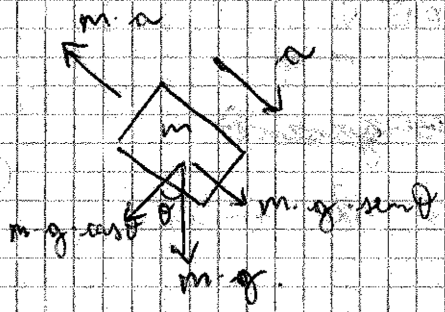
$$\vec{a} = \frac{F \cdot cos\theta - \mu_d \cdot N}{m}$$

4-4 eserciziario



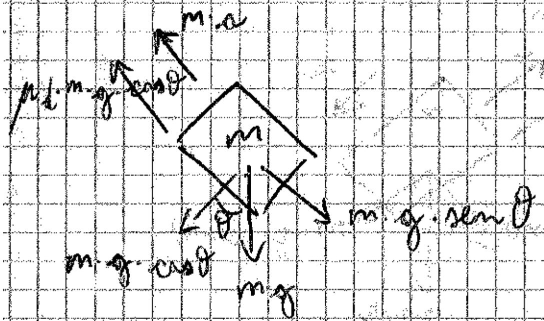
Sia dato il piano inclinato determinare l'accelerazione del cubetto trascurando l'attrito. Come cambia il risultato se vi è attrito μ_d?

DIAGRAMMA CORPO LIBERO:



$$\cancel{m}\cdot g\cdot \text{sen}\,\theta = \cancel{m}\cdot a$$

$\boxed{a = g\cdot \text{sen}\,\theta}$ senza attrito.



$$\cancel{m}\cdot g\cdot \text{sen}\,\theta = \cancel{m}\cdot a + \mu_d\cdot \cancel{m}\cdot g\cos\theta$$

$$\boxed{a = g\cdot \text{sen}\,\theta - \mu_d\cdot g\cdot \cos\theta}$$

con attrito.