



Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino

**Appunti universitari**

**Tesi di laurea**

**Cartoleria e cancelleria**

**Stampa file e fotocopie**

**Print on demand**

**Rilegature**

NUMERO : 364

DATA : 27/09/2012

# A P P U N T I

STUDENTE : Brigante

MATERIA : Macchine Elettriche  
Prof. Cavagnino

Il presente lavoro nasce dall'impegno dell'autore ed è distribuito in accordo con il Centro Appunti.

Tutti i diritti sono riservati. È vietata qualsiasi riproduzione, copia totale o parziale, dei contenuti inseriti nel presente volume, ivi inclusa la memorizzazione, rielaborazione, diffusione o distribuzione dei contenuti stessi mediante qualunque supporto magnetico o cartaceo, piattaforma tecnologica o rete telematica, senza previa autorizzazione scritta dell'autore.

**ATTENZIONE: QUESTI APPUNTI SONO FATTI DA STUDENTIE NON SONO STATI VISIONATI DAL DOCENTE.  
IL NOME DEL PROFESSORE, SERVE SOLO PER IDENTIFICARE IL CORSO.**

# MACCHINE ELETTRICHE

Prof. Andrea Cospino e-mail: andrea.cospino@polito.it

Prof. Redu Bojoi → (professore che ha scritto le slides)

Tel: 011-564.7126 → E-mail: redu.bojoi@polito.it

In questo corso si prefiggono di analizzare il funzionamento delle principali macchine elettriche in regime stazionario.

- Analizzare la struttura delle macchine elettriche
- Dedurre il modello (circuito equivalente)

Contenuti del corso:

- Introduzione
- Macchine a corrente continua
- Il trasformatore
- Il motore trifase ad induzione (o asincrono)
- Le macchine sincrone

In generale <sup>va bene</sup> qualsiasi testo di Macchine Elettriche per scuole superiori. Possiamo trovare anche alcuni link sul materiale didattico

Esame:

Prove scritte: ispezione elettronica alla prova scritta di Elettrotecnica

4 esercizi da svolgere su fogli consegnati (punteggio massimo (15 + 16)/32, non arrotondare a 30.

- |                                     |                  |
|-------------------------------------|------------------|
| 1. Transitorio RLC del primo ordine | } Elettrotecnica |
| 2. Trifase                          |                  |
| 3. 4. Macchine elettriche           | } 4              |
| - Motori asincroni                  |                  |
| - Trasformatori                     |                  |
| - Macchine a corrente continua      |                  |

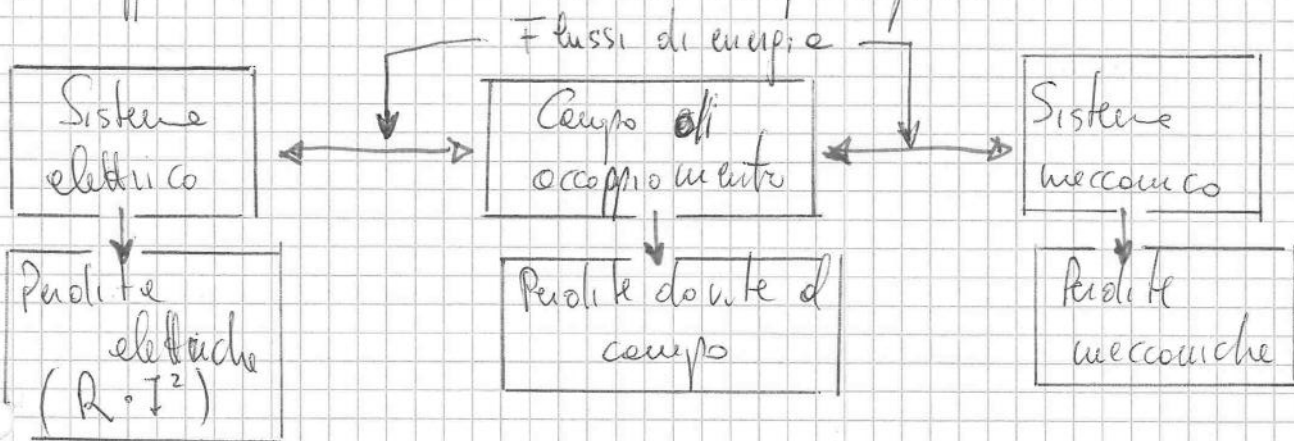
Le applicazioni di macchine elettriche:

- Industriali (macchine utensili, robot industriali, ecc)
- Produzione e distribuzione dell'energia elettrica
- Trazione elettrica (bus, filobus, tram, treno)
- Applicazioni residenziali (ascensore, condizionatore...)
- Elettrodomestici (frigorifero, televisione)
- Elettro utensili (trapano, flex)
- Automobilistici (motori di avviamento, alternatore, chiusura centralizzata...)
- Home entertainment (i-pod, videoregistratore)
- Applicazioni mediche (TAC, risonanza magnetica)
- Applicazioni aerospaziali e navali (generazione en. a bordo, sist. aerea)

La conversione dell'en. elettrica si può realizzare anche con dispositivi basati su semiconduttori (diodi, transistor)

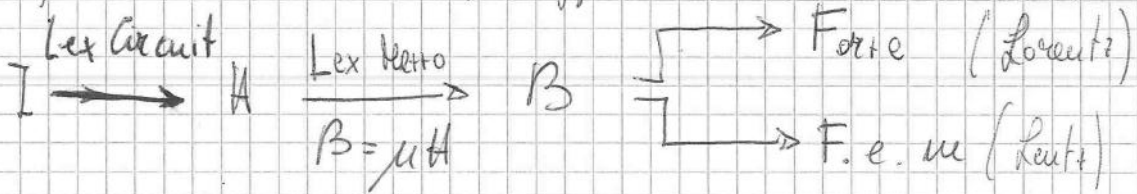
La conversione avviene con l'interposizione di campi elettrici e magnetici ma a livello microscopico => si tratta di conversione statica dell'en. con conversioni elettroniche di potenza.

La conversione elettromeccanica dell'energia comporta la trasformazione di en. elettrica in en. meccanica e viceversa. L'accoppiamento avviene tramite un campo magnetico.



Le correnti elettriche sono sorgenti di un campo magnetico, tale fenomeno si chiama **elettromagnetismo**.

- Le correnti che fluiscono in un conduttore producono un campo magnetico  $H$  (legge delle correnti e campo magnetico)
- Il campo  $H$  produce l'induzione di  $B$  (caratteristica costruttiva del mezzo)
- L'induzione magnetica di  $B$  produce effetti elettrici (termini indotte) o meccanici (forze) (Leggi di Lenz e Lorentz)



### Legge delle correnti e campo magnetico

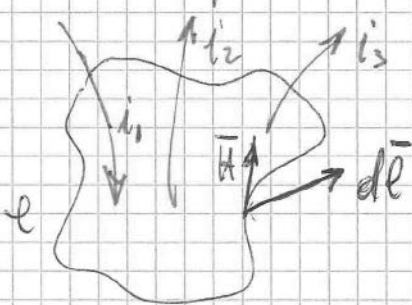
Dato un conduttore percorso da corrente e un piano che toglie il conduttore, allora la legge delle correnti e campo magnetico dice:



$$\oint_C \vec{H} \times d\vec{l} = \int_{S=\partial C} \vec{J} \times d\vec{S} = I$$

La circolazione del vettore  $H$  lungo la linea chiusa  $C$  è uguale al flusso del vettore  $J$  attraverso la superficie  $S$  delimitata dalla linea  $C$ .

Se avessimo più conduttori



$$\oint_C \vec{H} \times d\vec{l} = \sum_k i_k$$

Il campo si può calcolare con la legge delle correnti e campo magnetico, solo in casi particolari di simmetrie geometriche.

In questo caso, si possono ipotizzare le forme delle linee di campo e la costante del campo.

La relazione costitutiva del mezzo è:

$$B = \mu \cdot H = \mu_r \cdot \mu_0 H$$

$$\mu_r = \frac{\mu}{\mu_0}$$

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ [H/m]}$$

$\mu$  = permeabilità del mezzo

$\mu_r$  = permeabilità relativa del mezzo

Rappresenta il legame tra il vettore induzione magnetica e il vettore campo magnetico.

Il ferro ha delle permeabilità magnetiche molto alte e non ha un comportamento lineare.

Gli effetti dell'induzione magnetica principali sono: le f.e.m. e le forze meccaniche dovute alle leggi di Lenz e di Lorentz.

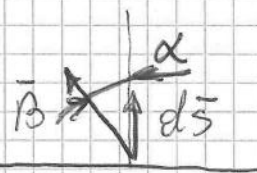
Si considero una sup.  $S$  delimitata dal contorno  $C$



$$\Phi = \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S}$$

Si definisce flusso  $\Phi$  il prodotto scalare tra  $\vec{B}$  ed  $\vec{S}$

$$\boxed{\Phi = B \cdot S \cdot \cos \alpha}$$



Se  $B \parallel S$      $\Phi = B \cdot S$

Se  $B \perp S$      $\Phi = 0$

Si definisce campo solenoideale un campo con linee di campo chiuse

Se le linee di campo sono chiuse (campo solenoideale) il flusso magnetico è nullo

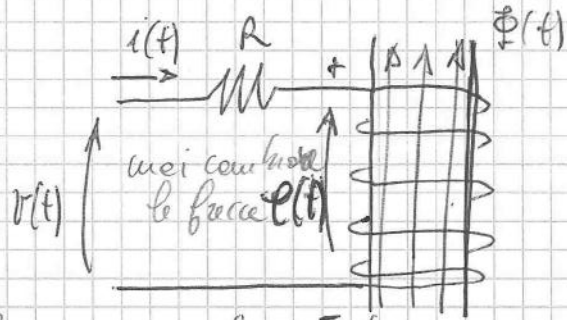
Quindi il flusso magnetico non dipende dalle forme della superficie, ma solo dalla sua estensione e quindi dal suo contorno.

Si definisce tubo di flusso la porzione di spazio delimitata dalle linee di induzione che passano per un contorno  $C$ .

## Convenzioni di segno utilizzate (Convenzione utilizzata)

$$v(t) = R \cdot i(t) + e(t)$$

$$e = + \frac{d\lambda}{dt}$$



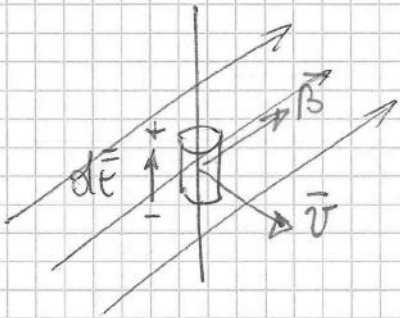
Blocciamo la convenzione del segno sul positivo e se avessimo le seguenti condizioni, otteniamo:

$\Delta i > 0 \rightarrow \Delta \lambda > 0 \rightarrow E > 0$  (rispetto alla freccia) per opporsi alle variazioni di corrente

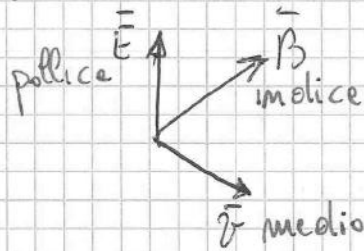
$\Delta i < 0 \rightarrow \Delta \lambda < 0 \rightarrow E < 0$  per opporsi alle variazioni di corrente.

## Forza elettromotrice indotta motrice

Se un conduttore si muove in un campo magnetico con velocità  $v$ , allora ai capi del conduttore si induce una tensione (f.e.m.)



## Regole della mano sinistra



$$dE = (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot d\vec{l} \quad \text{Legge di Lorentz - f.e.m. motrice}$$

Se volessimo minimizzare gli effetti i valori di seno e coseno dei prodotti vettoriali e scalari devono essere pari all'unità.

Per minimizzare l'effetto quindi scriviamo questa legge come:

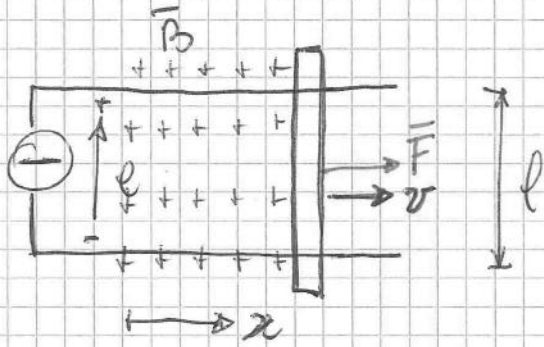
$$E = v \cdot B \cdot l$$

Se il conduttore si muove parallelamente con le linee di campo:

$$E = 0$$



### Attuatore lineare ideale



$$F = B l i$$

$$e = B l v$$

$$P_{\text{elt}} = P_{\text{mecc}} \quad r_p: \text{Resistività nulla}$$

Prendiamo una  
basetta di metallo  
che scivola su due  
filari come indicato

$$P_{\text{mecc (resa)}} = F \cdot v = B l i v$$

$$P_{\text{elt (conorbito)}} = e \cdot i = B l i v$$

$$\eta = \frac{P_{\text{mecc}}}{P_{\text{elt}}} = 1$$

### Alternativamente

Assumiamo dunque la formula di Lorentz

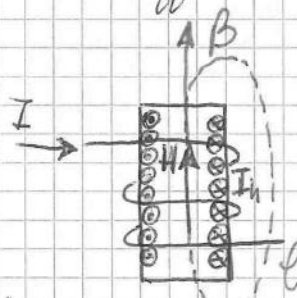
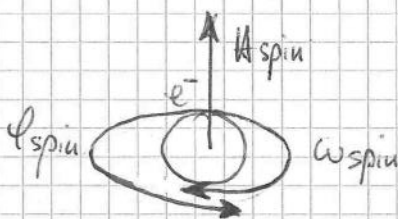
$$\lambda = B(l \cdot x)$$

flusso di B sulle superficie

$$e = \frac{d\lambda}{dt} = \frac{d}{dt} B l x = B l \frac{dx}{dt} = B l v$$

La macchina a corrente continua la studieremo come questo esempio, quindi ricordiamolo bene.

**DEFINIZIONE:** Un dominio magnetico è costituito da un insieme di atomi i cui spini elettronici sono orientati tutti nello stesso verso. Internamente al dominio, quindi esiste un campo magnetico dotato di orientamento preferenziale. A causa del disordine naturale, i domini risultano polarizzati magneticamente in modo casuale e non danno luogo ad un effetto combinato macroscopico. Sotto l'azione di un campo magnetico esterno, i domini tendono a disporsi in modo da favorire il campo eccitatore. Per campi particolarmente intensi si può arrivare al completo orientamento del materiale (fenomeno della saturazione). L'effetto magnetico prodotto in termini macroscopici equivale allo presenza nel materiale di una corrente nascosta che tende a rafforzare l'effetto della corrente di eccitazione esterna.



I: corrente di eccitazione

In: corrente equivalente di spin

Nell'applicazione delle leggi della circuitazione occorre tener conto anche di queste correnti nascoste per valutare il campo risultante:

$$I + I_n = \oint_C \frac{B}{\mu_0} \times dl$$



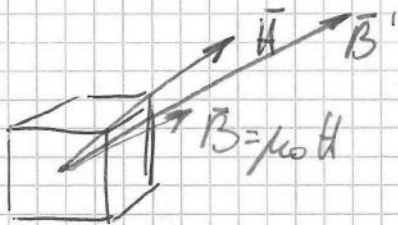
Quando tutti i domini sono orientati in direzione del campo magnetico  $H$  si parla di saturazione del campo magnetico

Nei materiali ferromagnetici possiamo trovare il contributo dei domini e il contributo di  $H$  e si può rappresentare come:

$$I = \oint_C \vec{H} \cdot d\vec{l}$$

L'induzione magnetica è l'effetto della corrente di eccitazione e del materiale magnetico

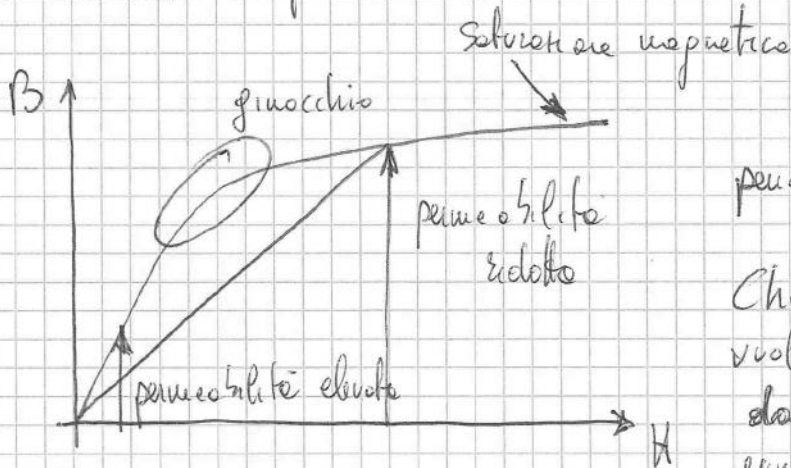
$$I + I_h = \oint_C \frac{\vec{B}}{\mu_0} \cdot d\vec{l} \Rightarrow B = f(H)$$



In conclusione per i materiali ferromagnetici deve essere fornita la caratteristica  $B = f(H)$

$\vec{B}'$  è la somma di  $\vec{H} + \mu_0 H$  dato dall'induzione.

Vediamo un esempio di caratteristica



pendenza = permeabilità

Chi produce macchine elettriche vuole far lavorare le macchine dopo ~~una~~ giocchietto in su e quindi con una permeabilità ridotta.

Diminuendo il campo  $H$  dal valore massimo e zero non si ripercorre più la caratteristica di prima magnetizzazione. Infatti annullando il campo rimane una induzione residua ( $B_{ri}$ )

Per annullare l'induzione residua bisogna applicare un campo  $H_c$  negativo chiamato campo coercitivo che porta a zero  $B_{ri}$ .

## Perdite nei circuiti magnetici

- Sono associate all'energia dissipata dall'unità di volume del materiale

$$E_i = k_i \cdot \hat{B}^2 \quad [J/m^3] \quad \mu \in (1,6, \dots, 2,2)$$

Si trasformano in potenze perse per isteresi.

$$P_i = K \hat{B}^2 f \quad \text{Potenza persa per isteresi}$$

Vediamo ora le perdite per correnti parassite

- Se il flusso magnetico è variabile nel tempo in un materiale ferromagnetico magnetico si inducono nel materiale delle f.e.m. che contrastano le variazioni di flusso.

$$E \propto \omega \cdot \hat{B}$$

$\omega$  : pulsazione del campo

$\hat{B}$  : valore di picco dell'induzione

$i$ : correnti parassite



Le f.e.m. prodotta da origine a correnti di circolazione limitate dalle resistenze ohmiche offerte dal materiale

$$e(t) = \frac{d\lambda(t)}{dt}$$

$$\lambda(t) = \Lambda \sin(\omega t)$$

$$e(t) = \frac{\Lambda}{L} \omega \cos(\omega t)$$

Se non si prendono determinati accorgimenti queste correnti esisteranno i circuiti e possono creare danni irreparabili o addirittura ucciderti.

$$E \propto \omega \hat{B}$$

Le potenze specifiche per effetto Joule

$$P_{ep} \propto \frac{\omega^2 \hat{B}^2}{R_{eq}}$$

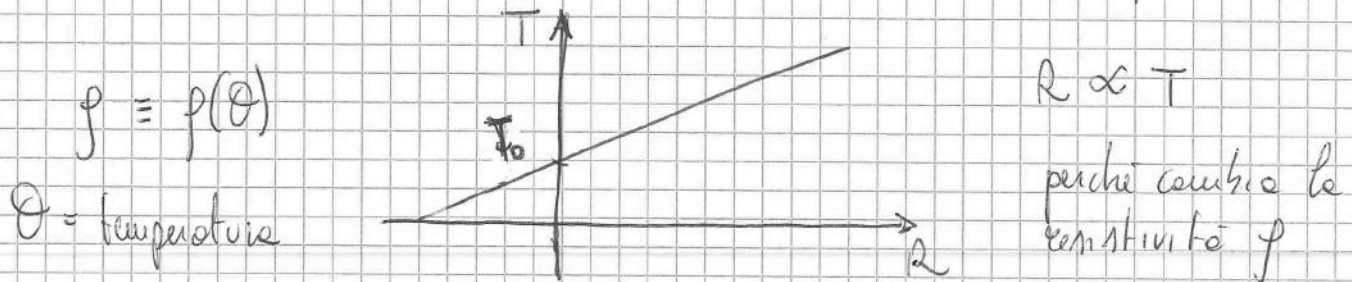
$R_{eq}$  è la resistenza equivalente del nucleo e l'isolamento delle bobine avvolte.

## Materiali conduttori

La resistenza  $[R]$  di un conduttore di lunghezza  $l$  è data da:

$$R = \rho \frac{l}{S} \quad [R]$$

La resistenza di un conduttore è funzione della temperatura:



$$\rho(\theta) = 0,026 \cdot \frac{230 + \theta}{230} = 0,026 (1 + 0,0042 \cdot \theta)$$

La dipendenza di  $\rho$  da  $\theta$  consente di utilizzare lo stesso della variazione di resistenza di un avvolgimento da  $R_1$  a  $R_2$  per valutare la corrispondente variazione di temperatura da  $\theta_1$  a  $\theta_2$

$$\theta_2 = \theta_1 + \frac{\rho_0 \delta^2 \text{Volume}}{k \cdot S} \left( 1 + \frac{\theta_2}{\alpha} \right)$$

Temperatura di Rendimento di un Conduttore

Le perdite Joule si possono esprimere in funzione dello  $\delta$  (densità di corrente)

$$P_J = R \cdot I^2 = \rho \frac{l}{S} (\delta \cdot S)^2 = \rho \delta^2 \cdot \text{volume}$$

$\delta$ : densità di corrente data dalle correnti su una superficie

Le perdite Joule specifiche sono le perdite per unità di massa

$$P_{J,sp} = \frac{P_J}{\text{massa}} = \frac{\rho \delta^2 \cdot \text{Volume}}{\gamma \cdot \text{Volume}} = \frac{\rho \delta^2}{\gamma}$$

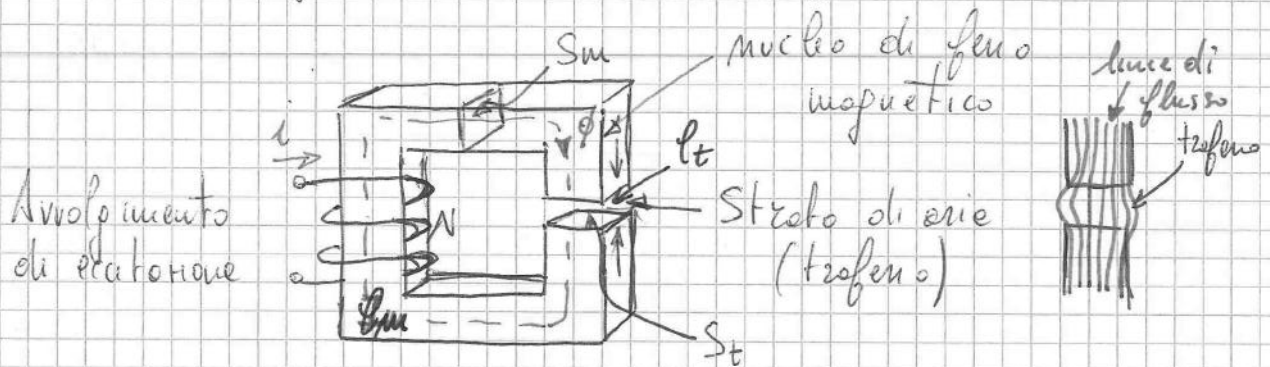
$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{234,5 + \theta_2}{234,5 + \theta_1}$$

# CIRCUITI MAGNETICI

- I circuiti magnetici sono quei circuiti di cui avviene e che fare nello studio delle macchine elettriche. Possiamo avere diversi tipi di magneti

**Elettromagnete:** struttura costituita da un nucleo di materiale ferromagnetico che concentra il flusso magnetico prodotto da un avvolgimento di eccitazione in DC oppure in AC.

È praticamente permeabile ad un tubo di flusso.



Il primo passo per risolvere l'elettromagnete (determinazione cioè della caratteristica di eccitazione corrente  $\leftrightarrow$  flusso) è:

- Si fissa il valore di flusso  $\Phi$  [Wb] nel circuito magnetico, si determinano le induzioni magnetiche nel nucleo ( $B_m$ ) e nel trou ( $B_t$ )

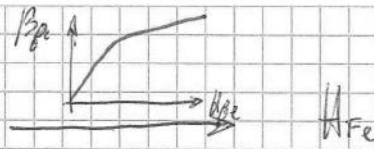
$$T = \left[ \frac{Wb}{m^2} \right] \quad B_t = \frac{\Phi}{S_t} \quad B_m = \frac{\Phi}{S_m} \quad [T]$$

- Dalla caratteristica magnetica del nucleo si ricava il campo magnetico del nucleo. E il campo del trou si calcola immediatamente come:  $H_t = B_t / \mu_0$   $H_m = B_m / \mu_m$

- Dalla legge delle circuitazioni magnetiche si ricava il prodotto  $NI$ . Grazie all'ipotesi che il circuito magnetico sia costituito da tratti a sezione costante e che in ogni tratto il campo sia uniforme ed ortogonale alla sezione, la legge delle circuitazioni assume la seguente espressione:

Riceptolando quindi:

$$\phi \rightarrow B_{Fe} = \frac{\phi}{S_{Fe}}$$



$$B = \mu H$$

$$B_{tr} = \frac{\phi}{S_{tr}}$$

$$H_{tr} = \frac{B_{tr}}{\mu_0}$$

$$NI = H_{Fe} \cdot l_{Fe} + H_{tr} \cdot l_{tr}$$

La retta che in genere troviamo all'inizio della caratteristica si chiama limite di proporzionalità, e se avessimo un elettromagnete reale (proporzionalità) avremmo delle correnti per magnetizzazione molto molto grandi, per questo motivo mettiamo il ferro nell'elettromagnete.

Se si usano i flussi, nella legge delle circuitazioni avremo

$$N \cdot I = H_m l_m + H_t l_t$$

↓

$$N \cdot I = l_m \frac{B_m}{\mu} + l_t \frac{B_t}{\mu_0}$$

↓

$$N \cdot I = \frac{l_m}{\mu \cdot S_m} \phi + \frac{l_t}{\mu_0 S_t} \phi = R_m \cdot \phi + R_t \cdot \phi$$

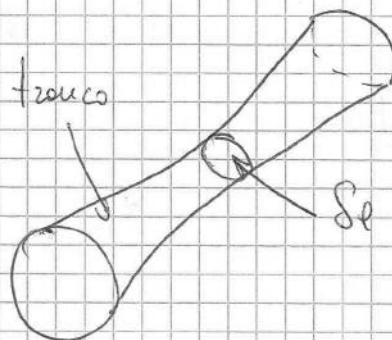
Legge di Hopkinson

$$R = \frac{l}{\mu \cdot S} [H^{-1}] \text{ riluttanza magnetica del tratto a sezione costante}$$

Questa formula è interessante perché ci fa una analogia tra mondo magnetico e mondo elettrico

$$R = \int \frac{l}{\mu S(x)} dx$$

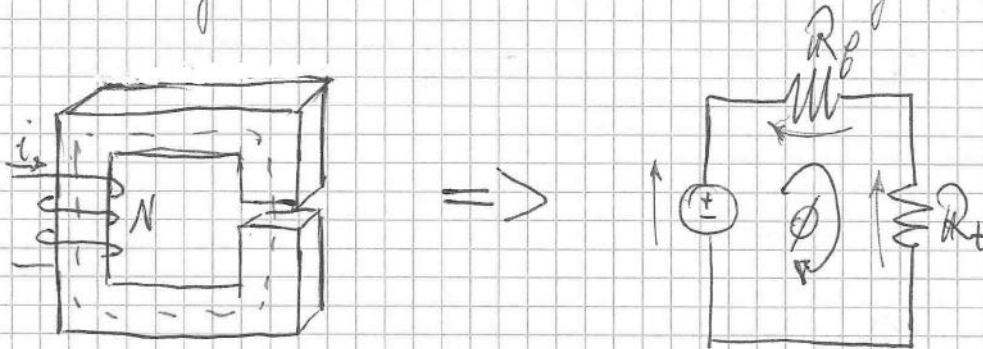
$$R = [H^{-1}]$$



Se avessimo delle sezioni non costanti bisogna fare l'integrale di tratto.

Esistono dei flussi nell'elettromagnete che si disperdono, e non sono completamente nel tubo di flusso, ma concatenano le bobine.

Vediamo l'omologia circuiti elettrici - circuiti magnetici



Si possono a questo punto applicare le tecniche di risoluzione delle reti elettriche (Kirchhoff, Millman, ecc...)

Attenzione: le bobine hanno una certa polarità che viene stabilita in base a come sono state avvolte, e viene stabilita con le regole della mano destra.

$V_L$  è quindi una certa omologia tra una rete topologica elettrica ed una rete topologica magnetica.

Si definisce **induttanza** (o autoinduttanza) di una bobina come il rapporto tra il flusso concatenato delle bobine e la corrente che lo genera

$$L = \frac{\lambda}{I} = \frac{N \cdot \Phi}{I} \quad [\text{H}] \quad \text{Henry}$$

$$\Downarrow \quad [N \cdot I = R_{ep} \cdot \Phi] \rightarrow \text{legge di Hopkinson}$$

$$L = \frac{\lambda}{I} = \frac{N \cdot \Phi}{I} = \frac{N}{I} \cdot \frac{N \cdot I}{R_{ep}} = \frac{N^2}{R_{ep}} \quad [\text{H}] \quad \Phi = \frac{N \cdot I}{R_{ep}}$$

L'induttanza di una bobina con nucleo ferromagnetico non è costante!

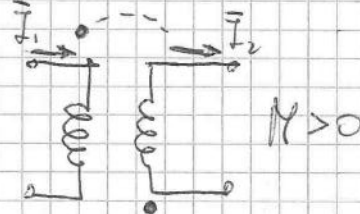
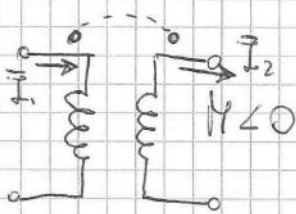
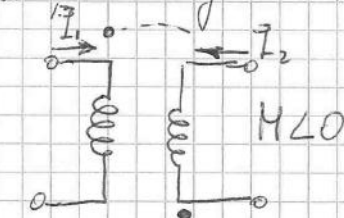
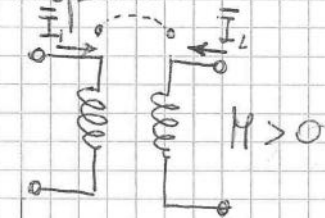
$$\lambda_{C21} = N_2 \phi_{C21} = \frac{N_1 N_2}{R_c} I_1$$

Si definisce coefficiente di mutua induttanza o il seguente rapporto:

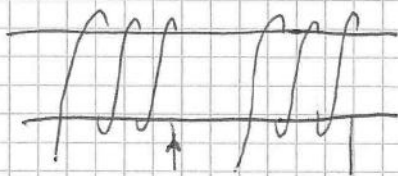
$$M_{21} = \frac{\lambda_{C21}}{I_1} = \frac{N_1 N_2}{R_c} = M_{12}$$

Se le due bobine hanno un'axe ortogonale tra di loro, il flusso mutuo concatenato è nullo.

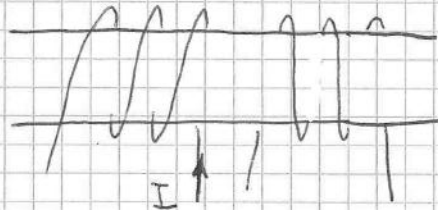
Il flusso concatenato tra due bobine mutuamente accoppiate  $M$  è positivo quando le correnti che attraversano le due indutture sono entrambe entranti in corrispondenza dei rispettivi poli.  $M$  è negativa nel caso contrario.



La mutua induttanza è negativa quando il flusso scambiato tra le bobine ha direzione opposta a quello che convenzionalmente è positivo per ogni singola bobina.



$$M_{21} = M_{12} > 0$$



$$M_{12} = M_{21} < 0$$

In base all'andamento corrente il segno

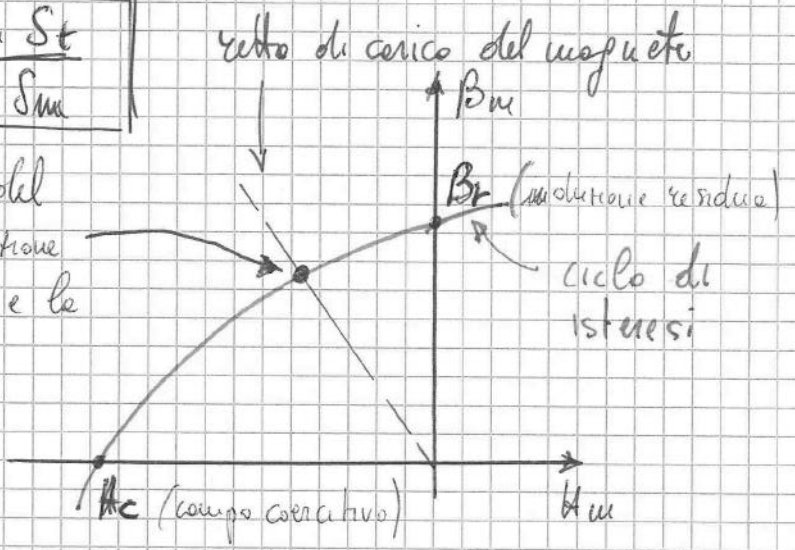
Queste convenzioni a servono per scrivere i diversi flussi concatenati

$$\lambda_1 = L_1 \cdot i_1 + M_{12} i_2 \quad \lambda_2 = M_{21} \cdot I_1 + L_2 \cdot I_2$$

Sono semplicemente degli anelli tra due bobine.

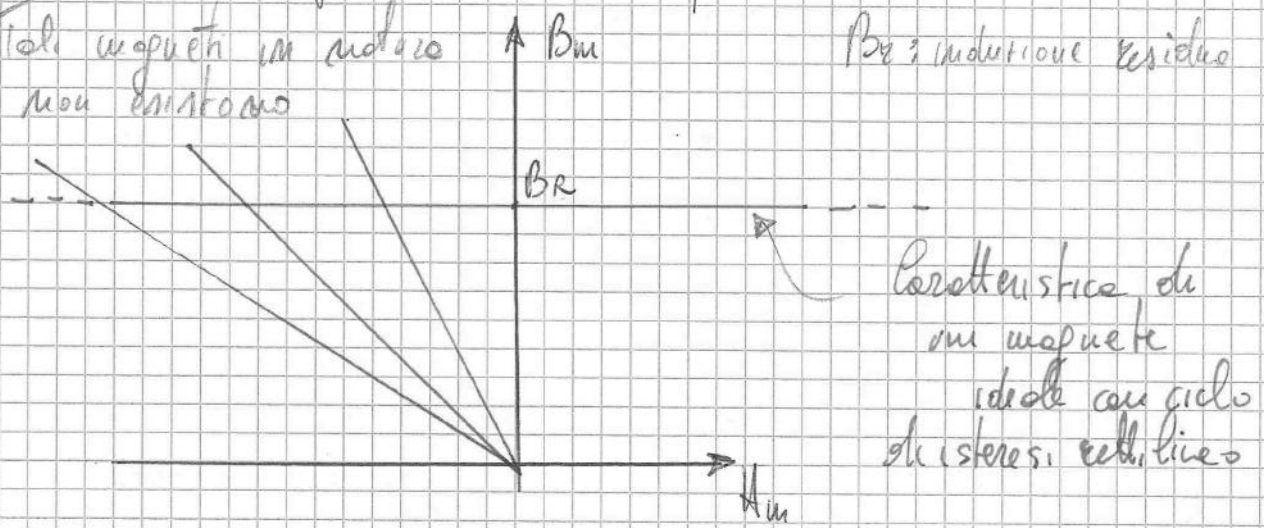
$$B_m = -\mu_0 H_m \frac{l_m S_t}{l_t S_m}$$

Il punto di lavoro del magnete è l'intersezione tra il ciclo di isteresi e la retta di carico



Noi vorremmo le caratteristiche di un magnete ideale che a qualsiasi retta di carico del magnete mi dia sempre la stessa induzione  $B_r$ .

Tali magneti in natura non esistono



Calcolo delle dimensioni del magnete:

$S_m = \frac{\Phi_t}{B_m} = \frac{B_t S_t}{B_m}$	$l_m = \frac{l_t l_t}{l_m} = \frac{B_t l_t}{\mu_0 H_m}$
--	---

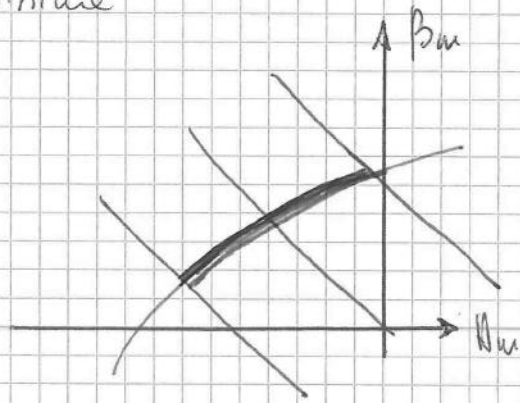
$V_m = S_m \cdot l_m = \frac{B_t S_t}{B_m} \cdot \frac{l_t l_t}{l_m} = \frac{B_t^2 l_t^2}{\mu_0 (H_m \cdot B_m)}$	Volume magnete
---	----------------

Per minimizzare il volume del magnete bisogna sfruttare al meglio il magnete e quindi usare il massimo prodotto  $H_m \cdot B_m$

$$\Phi_t = B_t \cdot S_t = \Phi_m = B_m \cdot S_m \qquad H_t = \frac{B_t}{\mu_0}$$



Se le concentrazioni delle bobine tendono ad aumentare (troppo) e quindi ad interferire con il magnete) quando si ripete il ciclo di istanze del magnete questo non andrebbe più a lavorare nel punto di funzionamento, si perde quindi punti di ~~compensazione~~ per concentri.  
 Per questo motivo i costruttori ci forniscono dei valori di concentri di passaggio normale

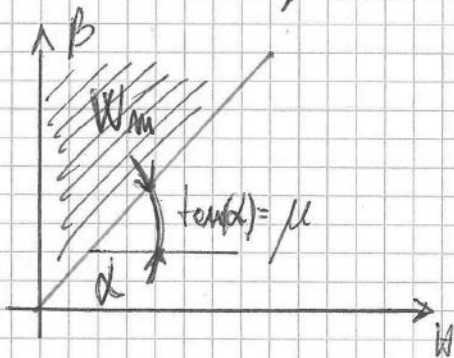


I costruttori ci forniscono un range di lavoro del magnete, oltre il quale si manifesta

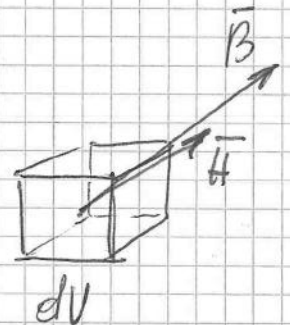
### Energia meccanica

Nel campo magnetico si può immagazzinare energia per unità di volume. L'energia immagazzinata nel campo magnetico è pari a:

$$W_m = \frac{1}{2} B \cdot H = \frac{1}{2} \frac{B^2}{\mu} = \frac{1}{2} \mu \cdot H^2 \quad [J/m^3]$$



$$\vec{B} = \mu \vec{H}$$



L'energia specifica (per unità di volume) sarà:

Vediamo dove viene immagazzinata questa energia

$$W_m = W_m / \mu_{Fe} + W_m / \mu_{aria} = \frac{1}{2} \frac{B^2}{\mu_{Fe}} + \frac{1}{2} \frac{B^2}{\mu_0} = W_m / \mu_{aria}$$

perché  $\mu_{Fe} \gg \mu_0$

l'energia è immagazzinata quindi nell'aria.

In un motore elettrico, l'energia immagazzinata sarà compresa fra lo statore e il rotore, cioè nello spazio di aria chiamato indotto.

## Riscaldamento delle macchine elettriche

Durante il loro funzionamento, una macchina elettrica dissipa una potenza totale  $P_d$  dovuta a:

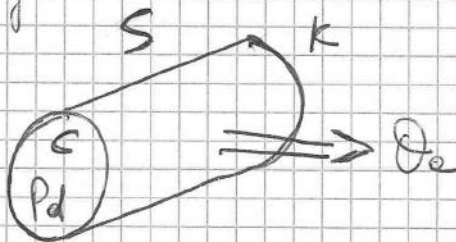
- Perdite Joule nei conduttori
- Perdite per isteresi e correnti parassite nei materiali magnetici
- Perdite per attrito e ventilazione (perdite meccaniche) per macchine a ventagli portati in movimento (motori elettrici)

L'energia dissipata dipende in colore e la macchina si riscalda.

Se il riscaldamento diventa eccessivo i materiali isolanti utilizzati perdono le loro proprietà di isolamento, e questo porta il tempo di vita del funzionamento corretto della macchina a ridursi.

Come studiamo questo problema?

Consideriamo la macchina elettrica costituita da materiale omogeneo con una temperatura uniformemente distribuita che può essere rappresentata come in figura:



- $\theta$ : temperatura macchina
- $\theta_a$ : temperatura ambiente
- $G$ : massa della macchina
- $P_d$ : potenza dissipata
- $S$ : superficie di scambio termico
- $K$ : costante convettiva di scambio

Il transitorio di riscaldamento si può descrivere mediante

$$\frac{dQ}{dt} = P_d \cdot dt = c \cdot G d\theta + K S (\theta - \theta_a) dt \quad [J]$$

$dQ$  è la quantità di calore prodotta all'interno  $dt$

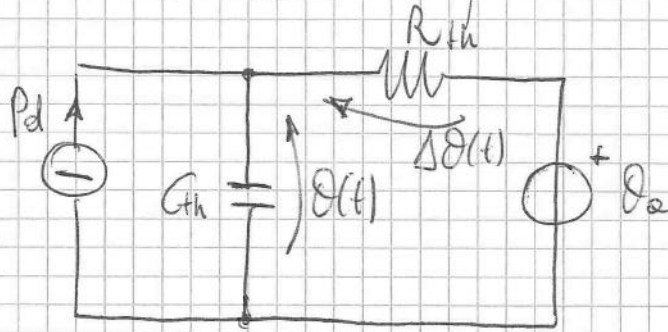
$c G d\theta$ : calore accumulato dalla macchina

$K S (\theta - \theta_a) dt$ : calore scambiato con l'esterno

$\theta_a$ : temperatura ambiente (supposta costante)

L'equazione differenziale del riscaldamento delle macchine permette di definire l'omologia tra fenomeni elettrici e termici.

Obteniamo la descrizione di questo circuito:



In termini di circuito eqv. ideale

$$R_{th} \cdot C_{th} = \frac{C \cdot G}{k \cdot S} = \tau$$

$$\tau \Rightarrow [s]$$

I nodi nelle nostre macchine elettriche sono le masse con cui si scambia calore e anche le temperature ambiente.

Il modello termico si può utilizzare per avere una stima delle temperature interne della macchina per vari tipi di servizio (continuo o non continuo)

I vari tipi di servizio per le macchine elettriche sono definiti dalle norme CEE.

Il modello termico presentato però non è in grado di descrivere ciò che avviene all'interno della macchina.

⇕

Modello termico  
semplificato

E' importante la  $\theta_{reg}$   
perché la decide  
Temperatura

Per determinare le temperature interne delle varie parti si può utilizzare un modello molto più complesso che evidenzia il flusso disperso all'interno della macchina.

Capacità termica ( $C_{th} = c \cdot G$ )  $\Rightarrow$  Capacità elettrica

$$\theta_{regime} = \theta_a + \frac{P_d}{k \cdot S} = \theta_a + \Delta \theta_{regime}$$

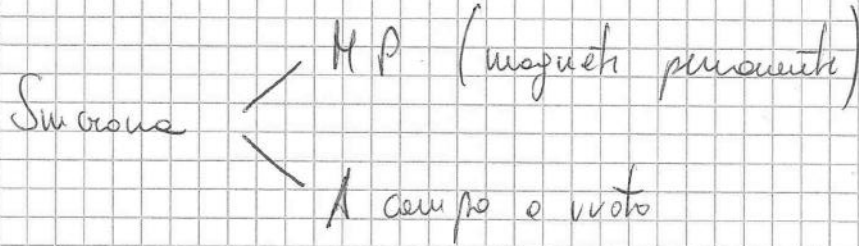
l'omologia termica  $\rightarrow$  elettrico è data da:

Potenza dissipata ( $P_d$ )  $\Rightarrow$  Corrente elettrica ( $I$ )

Temperatura ( $\theta$ )  $\Rightarrow$  Tensione ( $V$ )

Resistenza termica ( $R_{th} = \frac{1}{k \cdot S}$ )  $\Rightarrow$  Resistenza elettrica ( $R$ )

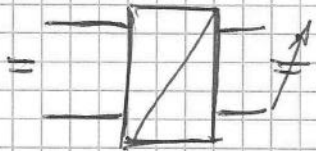
Le macchine sincrona può essere classificate anche in base al tipo di eccitazione:



### Classificazione dei convertitori elettronici:

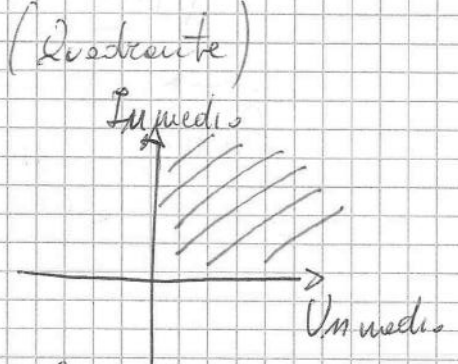
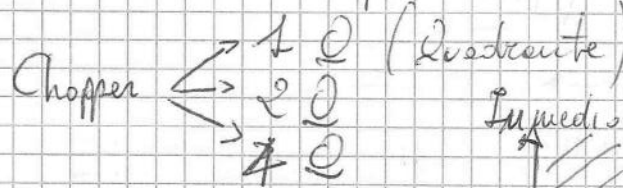
I convertitori sono delle macchine che trasformano en. elettrica e si distinguono in:

Convertitori CC/CC (Chopper)



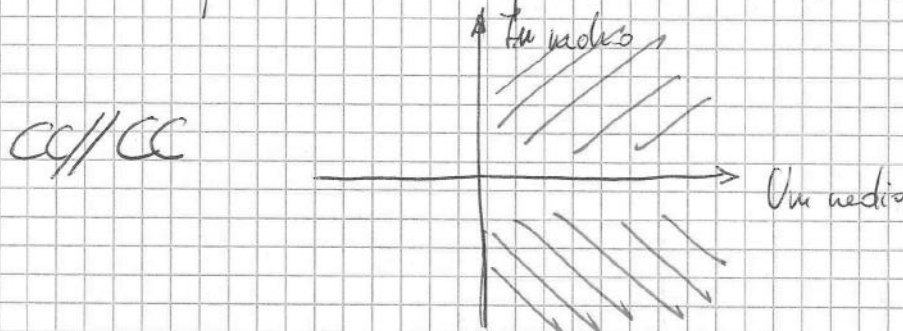
tagliare

Cambiando le durate degli impulsi, posso cambiare il valore medio dell'impulso stesso.



Il più scarso è il Chopper a 1 quadrante

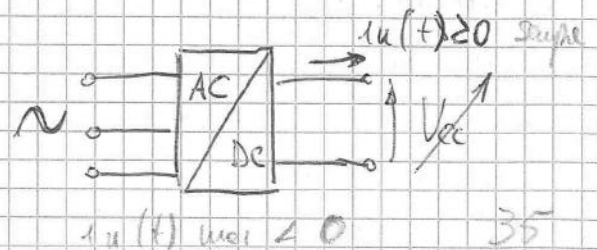
Il due quadrante mi può anche invertire la velocità



2 Q  
non controll.  $\Rightarrow V_{cc} = \text{cost}$   
semi controll.  $0 \leq V_{cc} \leq V_{max}$   
total. controll.  $-V_{max} < V_{cc} < +V_{max}$

Esistono anche i convertitori a corrente alternata:

- AC/CC ponte raddrizzatore non controllato
- ponte semi controllato
- Ponte totalmente controllato

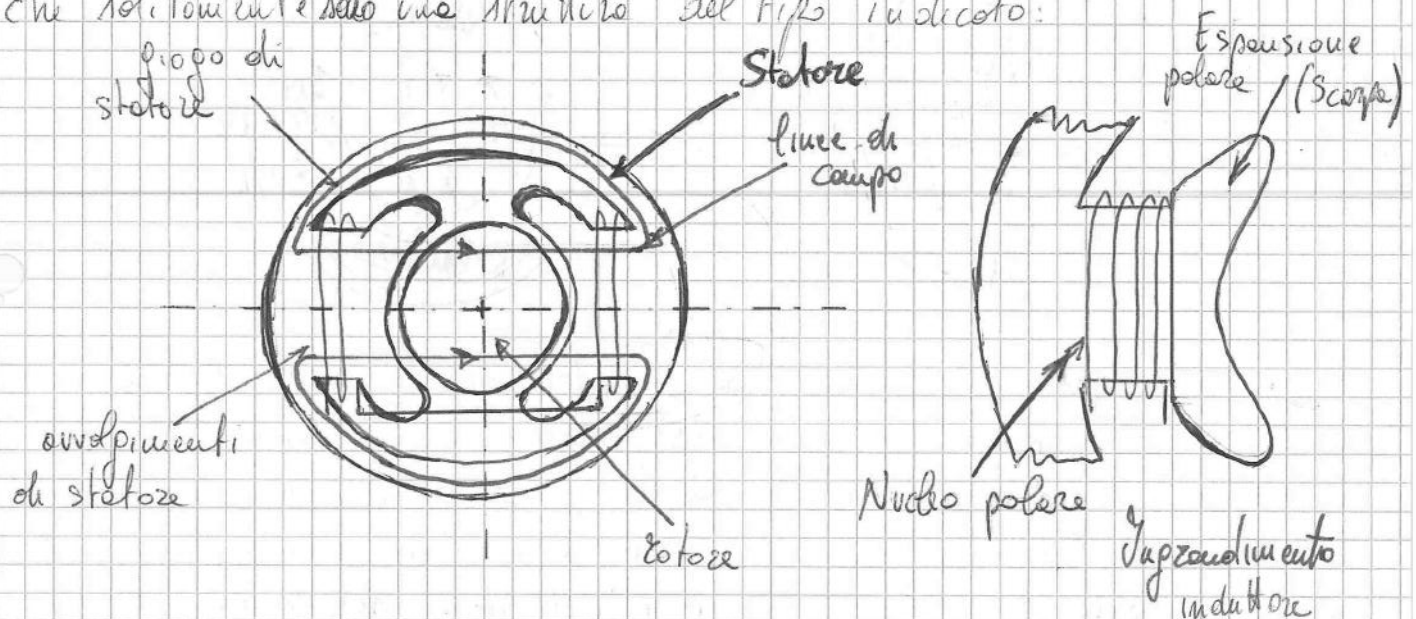


# MACCHINA A CORRENTE CONTINUA

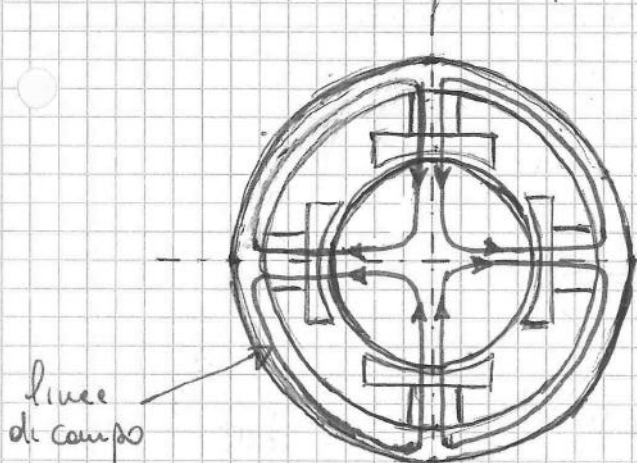
Parliamo di macchine perché le conversioni di energia sono reversibili ma poiché sono poco usate le denuncio ai riferimenti solo ad esclusivamente a motore e corrente continua.

Vediamo come può funzionare il motore a corrente continua.

Il motore a corrente continua è costituito da due circuiti coassiali, che solitamente sono una struttura del tipo indicato:



Quella sopra rappresentata è una macchina a due poli, invece una macchina a corrente continua a quattro poli è del tipo seguente:

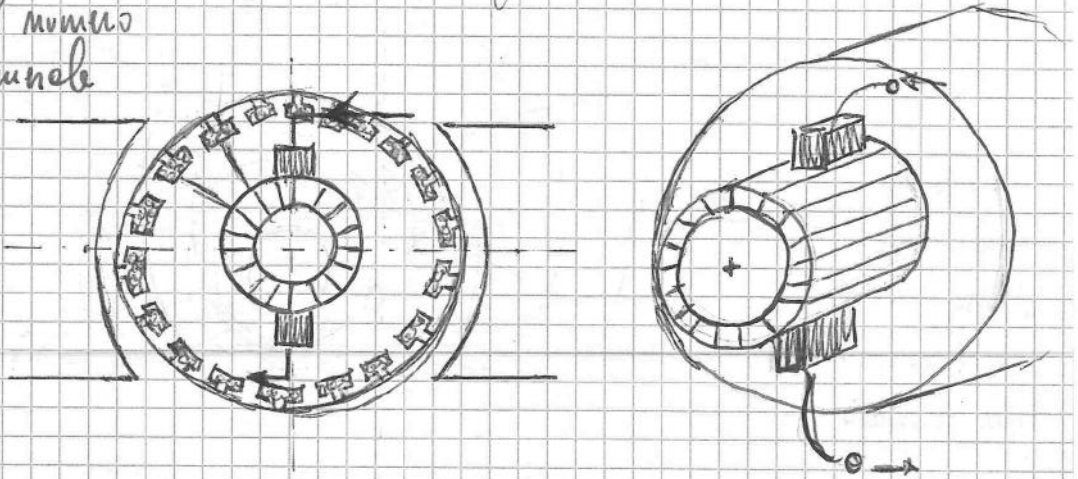


L'induttore sopra descritto nell'ingrandimento è destinato a produrre il campo magnetico necessario ad ottenere il fenomeno di conversione elettromeccanica dell'energia. Costituisce la parte fissa della macchina e viene indicato di solito con il termine di statore. Sull'induttore sono disposti a intervalli regolari

le parti magnetiche che sono costituite da nucleo polare ( attorno al quale è avvolta la bobina di eccitazione e l'espansione polare, o scorpe polare destinate a distribuire il campo magnetico in una porzione più ampia della circonferenza del rotore. I poli magnetici sono collegati tra loro attraverso le corone o piogge di statore, che fanno da strada per le chiusure delle linee di campo. Attenzione: in una macchina C.C. il numero di poli (sempre pari) non influenza soltanto la velocità di rotazione del motore.

dei due componenti. Questo fenomeno viene chiamato spinnelamento del flusso. Nel caso di magneti permanenti lo salto della geometria dell'induttore può essere dettato dalle caratteristiche dei magneti.

Si sono, ora un'occlusa e come è fatto il rotore:  
 In un motore C.C. il numero di poli corrente in generale una riduzione della sezione delle corone di statore in conseguenza del maggior frazionamento del flusso utile



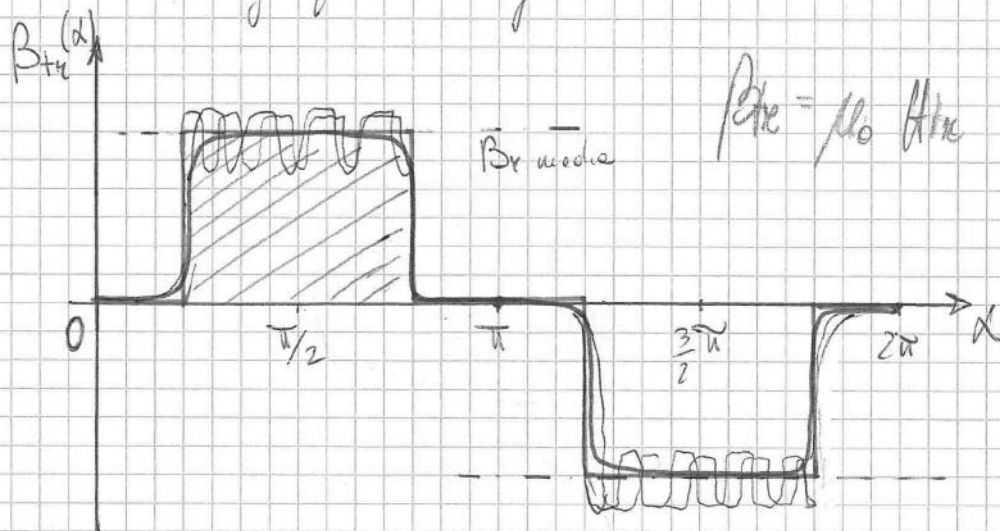
Le corse sono chiuse per cercare di uniformare ancora di più il fenomeno dello spinnellamento del flusso. Ovviamente le corse sono tutte uniformi e devono essere in numero pari. Come fanno a mettere corrente in un rotore? No bisogna di contatti striscianti che si chiamano spazzole. È questo il cosiddetto commutatore e lamelle, ovvero formato da lamelle di rame isolate l'una dall'altra, collegate ai fili degli avvolgimenti di rotore.

Anche dal punto di vista magnetico il rotore ha il cosiddetto polo. Tutto il rame che incide le chiusure del rotore viene chiamato avvolgimento di motore.

Le singole bobine possono essere formate da un'unica spira o da più spire in serie e la loro estensione angolare deve essere prossima all'estensione del polo polare dell'induttore, in modo da concatenare il maggior flusso possibile.

Ciascuna bobina possiede, su uno dei due collegamenti finali, la connessione ad una lamella del commutatore, e lamella (o colletto) che congiuntamente alle spazzole rappresenta l'organo di collegamento delle corse all'avvolgimento. Le spazzole vengono montate sopra dei portospazzole e strisciando sul commutatore permettono di addurre corrente all'avvolgimento di motore. Le spazzole sono realizzate in grafite/mat. conduttiva?

Alle fine ottenemo un grafico del genere:



Immediatamente lo spigolo vivo non esiste e quindi viene ricordato lo spigolo dell'angolo prodotto.

L'induzione è zero sull'asse e quindi nei punti  $\pi$  e  $2\pi$  che viene definito come un neutro, polo, o di commutazione. Se ad essere dimenticato è esclusivamente l' avvolgimento di eccitazione, l'andamento tipico del campo magnetico prodotto è quello illustrato.

La presenza delle scanolature di metallo produce una rivoluzione locale dell'induzione al ferro la cui entità dipende direttamente dall'apertura delle cave ed è inversamente <sup>proporzionale</sup> all'entità del ferro solo i poli.

Questo fenomeno produce anche un aumento dello reluttanza del circuito magnetico della macchina rispetto al valore che si avrebbe se le superficie di metallo fosse fisse. Nei calcoli magnetici il suo effetto viene tenuto in conto attraverso un coefficiente moltiplicativo maggiore di 1, da applicare alla lunghezza geometrica di ferro (Coefficiente di Carter).

Si osserva che la variazione della posizione degli integrali nella forma d'onda di induzione al ferro, che si ottiene prodotto il motore a piri, è responsabile del cosiddetto "fenomeno dello spemellamento del flusso, sulle espansioni polari.

Alle spazzole quindi ovvero raccolto:

$$E_a = \sum_{i \in S_x} E_{i \in S_x} = \sum_{i \in dx} E_{i \in dx}$$

che è anche uguale a:

$$E = Blv$$

$$v = R\omega$$

$$E_a = \sum_i (Bl\omega R) \rightarrow \propto \phi_u$$

Forza elettromotrice

Alle fine la tensione sulle armature sarà:

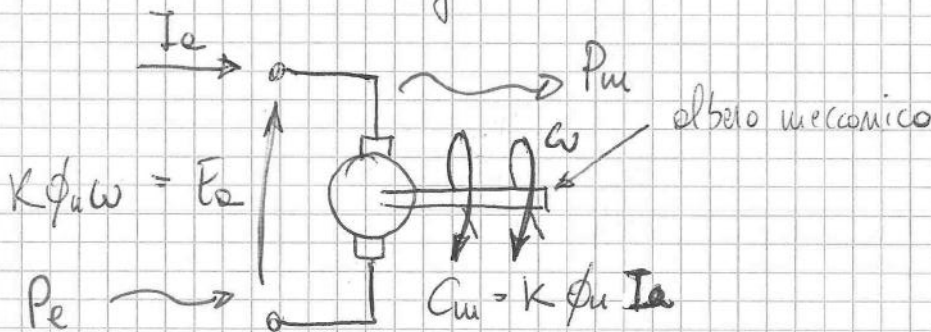
$$* | E_a = K \phi_u \cdot \omega |$$

K è una costante che tiene conto delle proporzionalità del flusso.

Perché quindi nasce una tensione sulle armature ci deve essere flusso utile e velocità di rotazione.

In un motore c'è una forza f.e.m. alle spazzole che coppia, si hanno quindi queste due grandezze simultaneamente.

Nelle reti elettriche tutto questo sistema di freno e come lo rappresentiamo nelle reti elettriche nel seguente modo:



Le potenze elettriche quindi sarà dette da:

$$| P_e = E_a \cdot I_a |$$

che si ha sempre

$$| P_m = C_m \cdot \omega |$$

$$P_e = E_a \cdot I_a = K \phi_u \omega \cdot I_a = C_m \cdot \omega = P_m$$

otteniamo  $P_e = P_m$  solo se non ci sono perdite

Questa macchina è oggi in disuso per diversi motivi, così c'è troppa trazione che non lavora, poi vi è un difficile sistema di accoppiamento delle forze sui conduttori, ed il circuito è cavo quindi non è semplice ancora un albero meccanico.



Una cosa importante da dire è che il commutatore o l'anello compie il flusso delle correnti sempre nello stesso modo anche quando il rotore sta girando.

La forza che viene generata nei fili esterni del rotore è data da:

$$F_i = B \cdot l \cdot \frac{I_a}{2}$$

Importante la forza  $F_i$  è proporzionale alle correnti  $I_a/2$  e al campo  $B$ .

Tutte le forze  $F_i$  sono concordi nel produrre la coppia finale che si ottiene durante l'excitazione.

$$C_j = B \cdot l \cdot \frac{I_a}{2} R$$

Il  $k$  viene moltiplicato il termine  $\frac{I_a}{2}$  della  $I_a/2$

Quindi la coppia totale sarà data da:

$$C_m = \sum_j (B \cdot l \cdot \frac{I_a}{2} \cdot R) = \sum_j C_j$$

Attenzione perché il termine  $B \cdot l$  è il flusso  $\Phi_u$

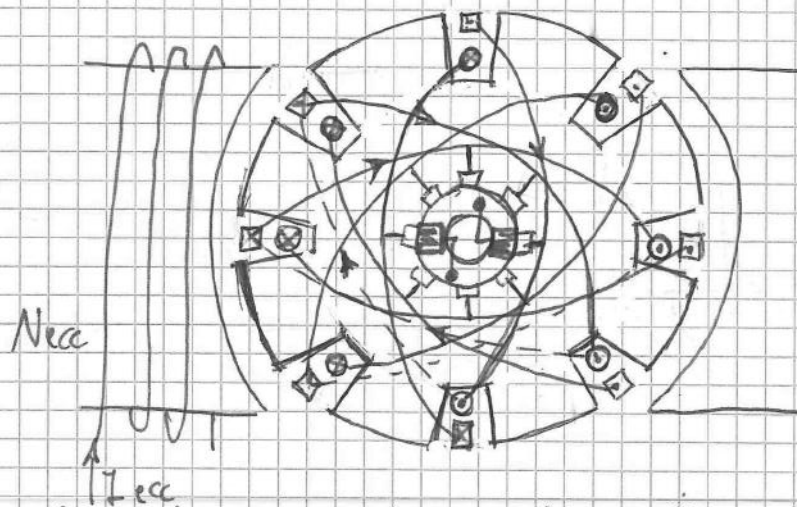
Quindi in definitiva la coppia motrice è data da:

$$\boxed{C_m = K \Phi_u \cdot I_a}$$

Questa coppia sarà sempre la stessa a qualsiasi velocità, perché il commutatore o l'anello un campo le velocità. L'insieme delle macchine costituisce la parte rotante interna (denominata rotore o armatura). È proprio un cilindro di materiale ferromagnetico formato da laminari al fine di ridurre le perdite per correnti parassite e per isteresi che in genere si verificano durante la rotazione del campo magnetico induttore.

Ciascuna bobina di avvolgimento possiede su uno dei due capi i poli finali che connettono ad una lamella del commutatore o lamelle (o collettore) che contemporaneamente alle spazzole, rappresenta l'organo di adduzione delle correnti all'avvolgimento.

Vediamo ora di altre qualcosa sulla modalità degli avvolgimenti di rotore di queste macchine.



□ : Cond. usante  
○ : Cond. entrante

Il numero di  
di lamelle di  
una macchina  
è 3

Questi avvolgimenti non entrano nell'ambito di Peanotti, ma è un avvolgimento a doppio strato che viene fatto nei moderni motori a corrente continua.

Mettiamo questi conduttori in cave perché dobbiamo aumentare il traferro e quindi avere delle correnti di eccitazione minime.

Fatta in questo modo però la macchina non funziona, perché il flusso non passa nei fili conduttori in quanto sono per i denti, questo lo vediamo solo con la legge di Lenz + la legge di Lorentz invece ci dice che la macchina funziona in quanto quando la macchina gira il flusso attraversa i conduttori e quindi quando abbiamo variazione di flussi abbiamo:

$$\Delta \phi_{spira} = v \phi_u$$

$$T = \frac{1}{\phi} = \Delta t_{rot}$$

$$E_{spira\ media} = \frac{\Delta \phi_{c\ spira}}{\Delta t} = \frac{v \phi_u}{T}$$

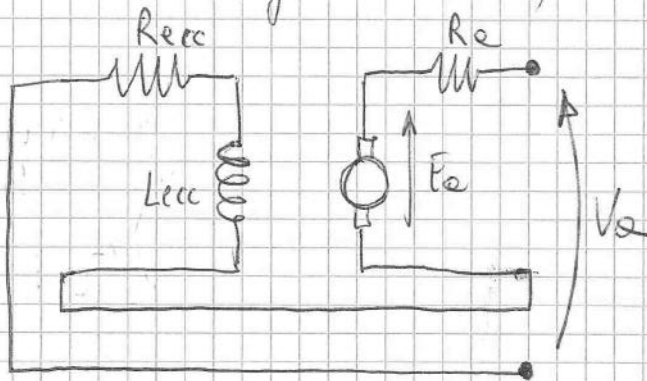
Poi avere questi spere per fare macchine con la legge di Lorentz. Si definisce polo polare  $\gamma_p$  l'estensione angolare di un polo magnetico dell'induttore. Ne consegue che il polo polare dell'induttore dipende dal numero di poli secondo la seguente relazione:

$$\gamma_p = \frac{v_p}{N_p}$$

Passo POLARE

$N_p$  = numero di poli

**Eccitazione Serie:** i due circuiti di eccitazione e di armatura sono collegati in serie, come nel modo seguente:



Nel motore ad eccitazione serie i due avvolgimenti sono collegati in serie ed alimentati attraverso un'unica sorgente; essi sono quindi percorsi dalla stessa corrente. Questo tipo di collegamento, condiziona le dimensioni dei conduttori dell'avvolgimento di eccitazione che dovranno essere adeguati a sopportare l'intera corrente di armatura. Tipicamente lo  $l$  m.m. può essere realizzato con un numero contenuto di spire di grande sezione. Al contrario, nel caso di eccitazione separata, lo stesso valore di  $l$  m.m. può essere realizzato con un numero maggiore di spire percorse da corrente più piccola e quindi lo stesso olei conduttore risulta contenuto e le bobine di eccitazione possono essere realizzate con minore difficoltà.

Una particolarità del motore ad eccitazione serie è quella di poter funzionare sia in corrente continua che in alternata. Come motore in corrente alternata, questo tipo trova una discreta diffusione nel campo delle motorizzazioni monofase per applicazioni domestiche o apparecchiature portatili, in tal caso il motore prende il nome di motore universale.

Nella modalità di eccitazione separata le tensioni e le correnti che alimentano il circuito di armatura e il circuito di eccitazione sono regolabili in modo indipendente uno dall'altro. Il motore ad eccitazione separata costituisce, oggi, la tipologia più comune di motore a corrente continua usato in ambito industriale. In questa tipologia si possono far rientrare anche i motori a magneti permanenti in cui il circuito elettrico di eccitazione è il magnete permanente. Ovviamente però in questo caso non c'è possibilità di regolare il flusso utile delle macchine.

Vediamo ora la caratteristica ( $C_m - \omega$ ) che può essere rappresentata nel modo seguente.

$$C_m = k\phi_a \cdot I_a$$

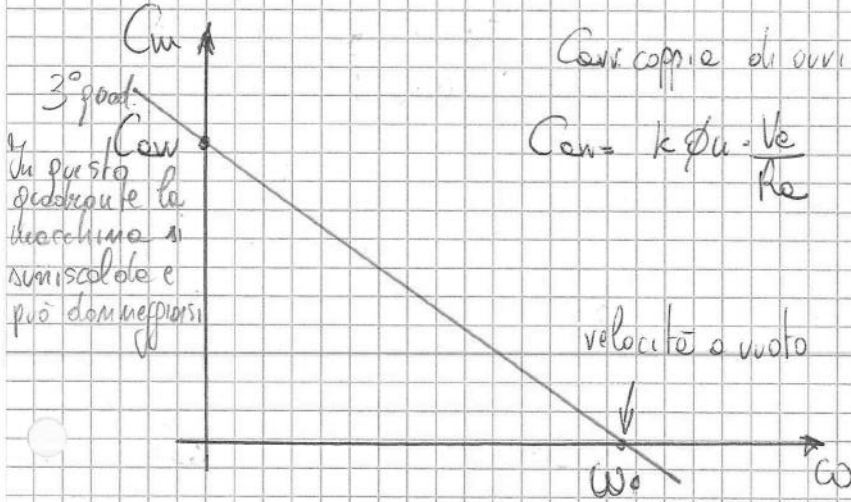
Con le convenzioni di segno usate, valori di corrente e di coppia positivi corrispondono ad un funzionamento della macchina come motore.

Resistenza motore

$$C_m = k\phi_a \cdot \frac{V_e}{R_e} - \frac{(k\phi_a)^2 \cdot \omega}{R_e}$$

Con coppia di avviamento

$$C_{m0} = k\phi_a \cdot \frac{V_e}{R_e}$$



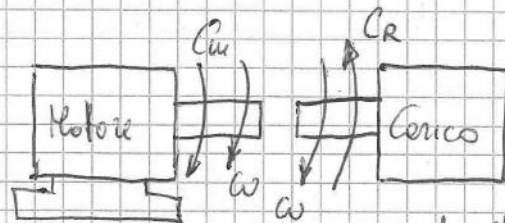
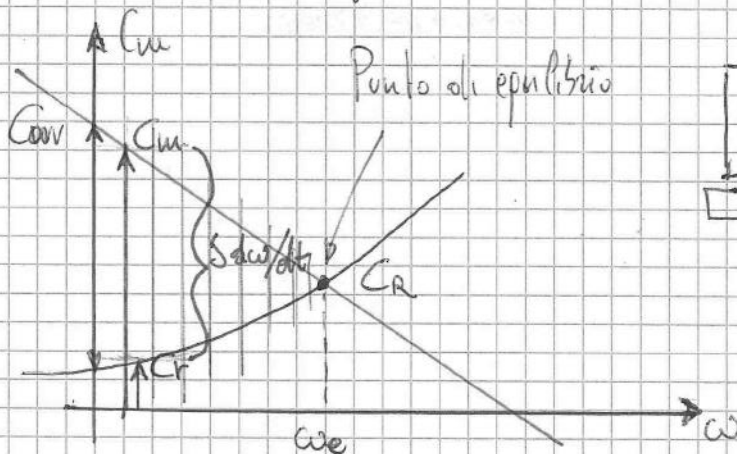
Attenzione: nel primo quadrante la macchina funziona come motore, invece nel 4° quadrante la macchina funziona come dinamo, ma si osserva anche una coppia frenante e quindi come freno regenerativo.

La condizione per cui la  $C_m = 0$  è la seguente

$$\omega_0 = \frac{V_e}{k\phi_a} \longleftrightarrow C_m = 0 \quad \text{Velocità a vuoto ideale}$$

La velocità  $\omega_0$  è la velocità a vuoto ideale perché mi dà  $C_m = 0$ , ma poiché vi sono attriti e quindi una  $C_r$  resistente, la velocità è nulla. Quindi la  $\omega_0$  è la velocità che avremmo in assenza di attriti, in quanto non ci sarebbe coppia resistente.

Queste caratteristiche le utilizziamo per vedere dove va a lavorare il nostro sistema di funzionamento.



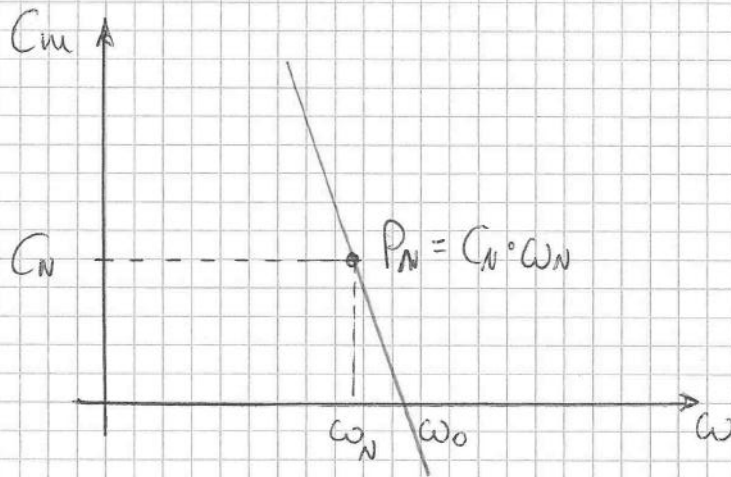
$J \frac{d\omega}{dt}$ : momento d'inerzia

$$C_m - C_r = J \frac{d\omega}{dt}$$

$\omega_e$ : velocità di equilibrio

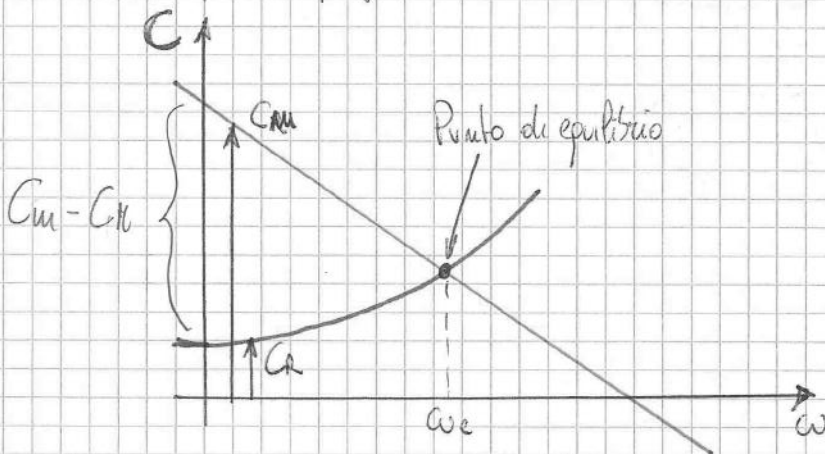
Per stadi discreti approssimiamo la velocità ottenuta approssimando il punto di equilibrio.

Dove si attesta la potenza nominale di una macchina? Vediamo:



Le  $\omega_N$  non è molto più piccola delle  $\omega_0$

Vediamo di spiegare cosa succede dal punto di vista dinamico:



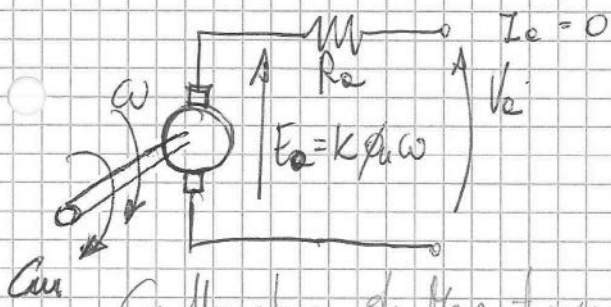
$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{C_M - C_R}{J}$$

$\frac{d\omega}{dt}$ : accelerazione angolare

Si suppone di voler studiare l'andamento del motore, quando all'albero sia applicato un carico meccanico caratterizzato da una coppia resistente ( $C_R$ ) variabile con la velocità, come sopra indicato.

Dagli andamenti delle due curve di coppia ( $C_M$  motore e  $C_R$  carico) è possibile valutare l'accelerazione angolare del sistema. Come possiamo vedere, l'accelerazione iniziale è positiva e porta il sistema (motore-carico) ad aumentare la velocità fino a quando le coppie motore e le coppie resistenti si eguagliano. Il punto di intersezione è detto punto di equilibrio dinamico (punto di lavoro). Nel punto di lavoro l'accelerazione si annulla e il sistema permane in rotazione alla velocità di equilibrio  $\omega_e$ . Qualunque deviazione del sistema, in termini di velocità, da  $\omega_e$  viene contrastata da una coppia di equilibrio ( $C_M - C_R$ ) di segno opposto che tende a ricondurre il sistema al punto di equilibrio. Questo fatto viene annotato dicendo che il punto di lavoro è un punto stabile.

Se consideriamo il circuito di un motore ~~ovvero~~:



$$V_a = E_a = k \phi_a \cdot \omega$$

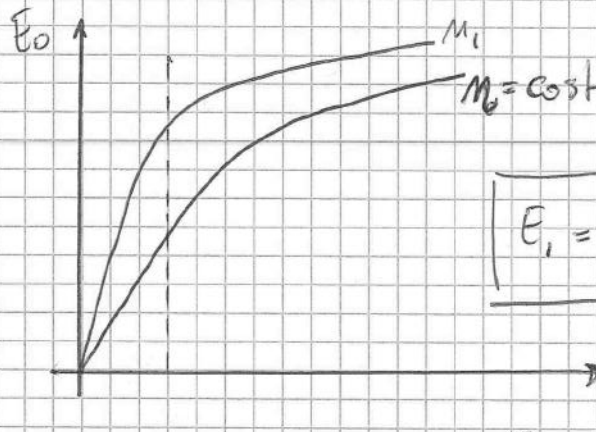
Questa equazione è sempre vera per un motore con funzionamento

condensatore di magnetizzazione e visto.

Quindi se il motore prima è a velocità costante ovvero:

$$k \phi_a = \frac{E_a}{\omega}$$

le caratteristiche di  $(E_a - I_{ecc})$  è quello di fianco.



$$E_1 = E_0 \cdot \frac{M_1}{M}$$

Una volta che conosciamo una curva di quelle indicate possiamo trovare le altre parti dell'espressione seguente:

$$E_1 = E_0 \cdot \frac{M_1}{M}$$

Quindi esiste una proporzionalità tra tensione e rapporto di velocità

Ma la macchina a magneti permanenti non possiamo eccitare la corrente di eccitazione e quindi  $k \phi_a$  <sup>muove nella macchina od</sup> <sub>eccitazione serie</sub> è costante.

Questa relazione vale

per la macchina od eccitazione serie

$$k \phi_a = \begin{cases} k_E = k \phi_a = \frac{E_a}{\omega} \\ \text{V} \rightarrow \text{magneti} \\ k_T = k \phi_a = \frac{C}{I_a} \end{cases}$$

Solo per magneti permanenti.

$$k_E > k_T$$

Importante  $k_E$  e  $k_T$  sono unitari nel seguente modo: <sup>Si usano solo per i magneti permanenti</sup>

$$\rightarrow k_E \rightarrow \omega = \text{cost} \text{ e } I_a = 0$$

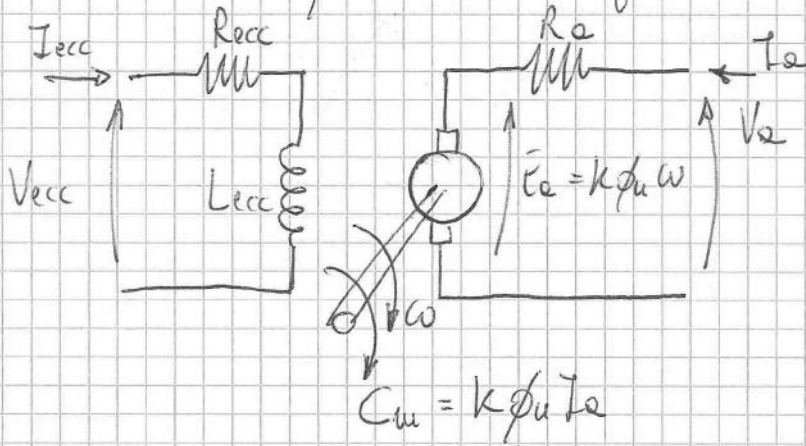
$$\rightarrow k_T \rightarrow \omega = 0 \text{ e } I_a \neq 0$$

Questa differenza non è a livello teorico, ma a livello pratico.

(Vedere le perdite)

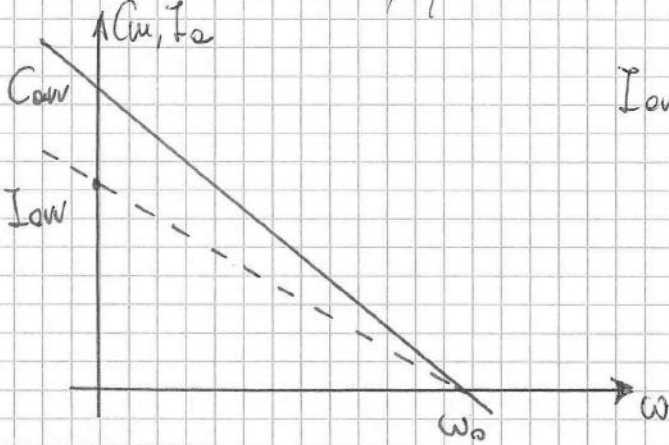
### Corrente di avviamento

Vediamo il circuito equivalente a cui facciamo riferimento:



La corrente di spunto del motore dipende dalla tensione di eccitazione. Essa è limitata esclusivamente dalla resistenza dell'ondamento indotto e dalla caduta di tensione al contatto spazzole lamelle. Il suo valore è tipicamente elevato e non è sopportabile per troppo tempo del motore.

Siamo all'arresto, quindi  $\omega = 0$



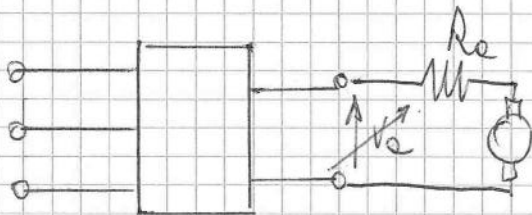
$$I_{a0} = \frac{V_a}{R_a}$$

La coppia di spunto dipende dalla corrente di spunto e dal flusso utile del motore, essa è quindi influenzata da  $V_a$  e  $V_{ecc}$ .

Ci sono espedienti specifici per limitare le correnti di avviamento, vediamo come fare.

Possiamo diminuire la tensione  $V_a$  di avviamento, quindi avremo meno coppie e metteremo più tempo a spuntare. Più abbiamo fretta conto che siamo in continuazione, quindi abbiamo bisogno dei convertitori elettronica di potenza.

Variere  $V_a$



L'altro modo è quello di aumentare la  $R_a$ , inserendo una resistenza fissa in serie o quella di  $R_a$ , aumentando cioè la resistenza sul circuito di armatura.

# PERDITE E RENDIMENTO DEL MOTORE C.C.

Le perdite che evidenziamo prima di tutto sono le perdite per effetto Joule che si dividono a loro volta in:

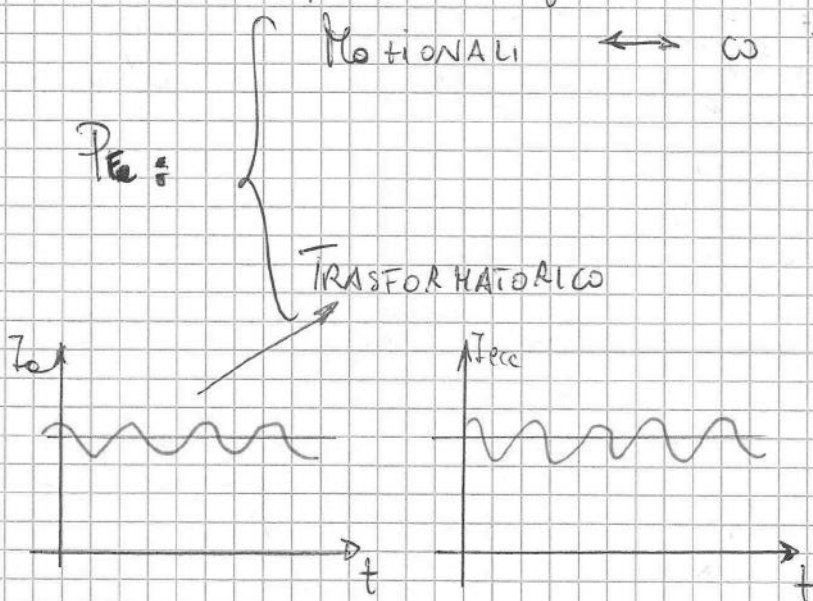
$$\left\{ \begin{aligned} P_{Je} &= R_e I_a^2 \rightarrow \text{Perdite Joule Circuito di eccitazione} \\ P_{Jecc} &= R_{ecc} I_{ecc}^2 = \frac{V_{ecc}^2}{R_{ecc}} \rightarrow \text{Perdite Joule Circuito di eccitazione} \end{aligned} \right.$$

Attenzione perché nei circuiti di magneti permanenti non abbiamo Perdite  $\rightarrow (P_{Jecc})$ .

$$I_{ecc} = \frac{V_{ecc}}{R_{ecc}}$$

Nel circuito di avviamento ora abbiamo altre tipologie di perdite:

$P_{Fe}$  chiamate perdite nel ferro che si dividono a loro volta in:



Esistono punti delle oscillazioni del flusso, e punti conetti perditivi

Per ridurre le perdite nel ferro basta solo sommare le diverse parti della macchina. (Induttore e statore)

$$P_{Fe} \text{ Rotazionale} = \frac{E^2}{R^*} \propto \frac{\omega^2 B^2}{R}$$



## Perdite Joule nel circuito di eccitazione

Le perdite nel circuito di eccitazione, qualora non comprese nelle perdite di struttura, sono determinabili semplicemente come

$$P_{ge} = R_e I_e^2$$

Perdite Joule circuito di eccitazione

Anche esse devono essere riportate alla temperatura di normale funzionamento del motore.

Queste perdite sono identicamente nulle nel caso di motori e magneti permanenti e, in generale, costituiscono una voce costante nel bilancio energetico del motore.

## Perdite nel ferro

In un motore a corrente continua le perdite nel ferro sono localizzate principalmente sul rotore a causa del suo movimento rispetto al campo magnetico. Tuttavia anche nello statore possono verificarsi delle perdite. Esse sono da considerarsi sostanzialmente di fenomeni dell'isteresi e delle correnti parassite.

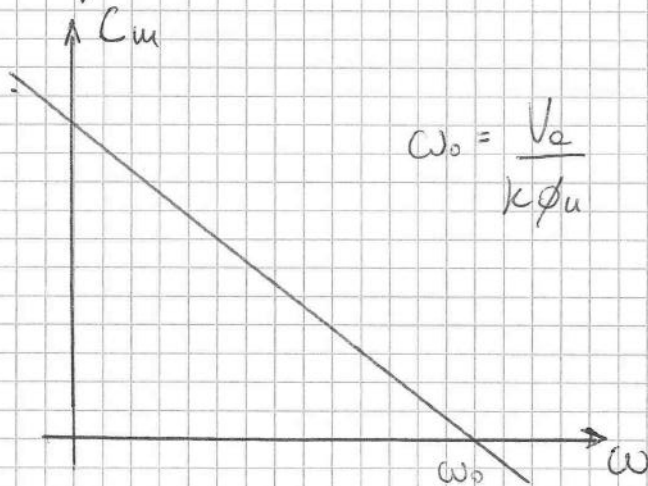
Tuttavia in questo caso viene operata una diversa classificazione in relazione alle modalità in cui i due fenomeni dissipativi (isteresi e correnti parassite) vengono originati.

Si distingue, pertanto tra:

- **Perdite rotazionali:** questa voce costituisce il termine principale delle perdite nel ferro; e comprende le perdite dovute al moto dell'indotto nel campo magnetico organizzato complessivamente dalla macchina. Questo tipo di perdite ha sede nel rotore ed è associabile a fenomeni di correnti parassite e di isteresi. Tuttavia anche nelle espansioni polari dello statore possono esistere perdite dovute alle pulsazioni locali prodotte dal moto dei denti di indotto sotto le espansioni polari. L'effetto è quello di sottrarre potenza alla rotazione attraverso la produzione di una coppia contraria al moto e proporzionale al flusso ohmeico e alla velocità di rotazione. Per ridurre queste tipologie di perdite i motori a corrente continua sono costruiti con rotore ed espansioni polari laccate.

Vediamo ora il funzionamento a vuoto Reale:

Nel funzionamento ideale otteniamo il seguente grafico:



$$\omega_0 = \frac{V_a}{k\phi_u}$$

$I_0$ : corrente a vuoto

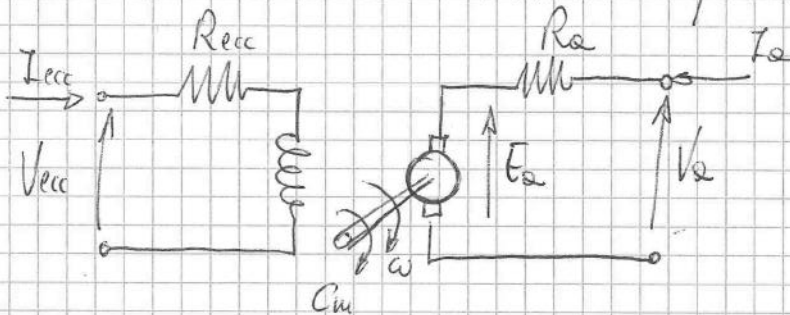
Vuoto ideale  $\Rightarrow V_a = E_a \Rightarrow I_0 = 0$

Non do alcuna coppia e non sono corrente e ho una  $\omega_0$  velocità a vuoto.

Nel vuoto reale invece otteniamo la seguente condizione

$I_a = I_0' \neq 0 \Rightarrow V_a \neq E_a$  vi è caduta di tensione

Riconsideriamo il nostro circuito equivalente perché possa contare



In realtà a causa delle perdite nel ferro e delle perdite meccaniche, il motore dovrà assorbire una corrente per mantenersi in rotazione anche quando non eroga coppia al carico.

Nel funzionamento a vuoto otteniamo:

$$P_{vuoto} = V_a \cdot I_0 = P_{SA_0} + P_{Fe} + P_{mecc} = P_{ott} + P_{int}$$

$R_a I_0^2$        $P_0$ : perdite a vuoto

Quindi la potenza di armatura a vuoto è data da

$$P_{vuoto} = P_{SA_0} + P_0$$

$I_0$ : corrente a vuoto

dove la potenza  $P_0$  a vuoto è data da

$$P_0 = C_0 \cdot \omega_0'$$

$\omega_0'$  è la velocità a vuoto reale.

Definiamo ora il rendimento che è dato da:

$$\eta = \frac{P_{asse}}{P_{orbita}} = \frac{C_m \cdot \omega}{V_A \cdot I_A + V_{ecc} \cdot I_{ecc}}$$

Attenzione perché se si tratta di macchine a magneti permanenti il termine  $V_{ecc} \cdot I_{ecc}$  è nullo e quindi la formula diventa:

$$\eta = \frac{C_m \cdot \omega}{V_A \cdot I_A} \quad \text{Rendimento per macchine a C.C. o magneti permanenti}$$

Il rendimento può però essere anche scritto come:

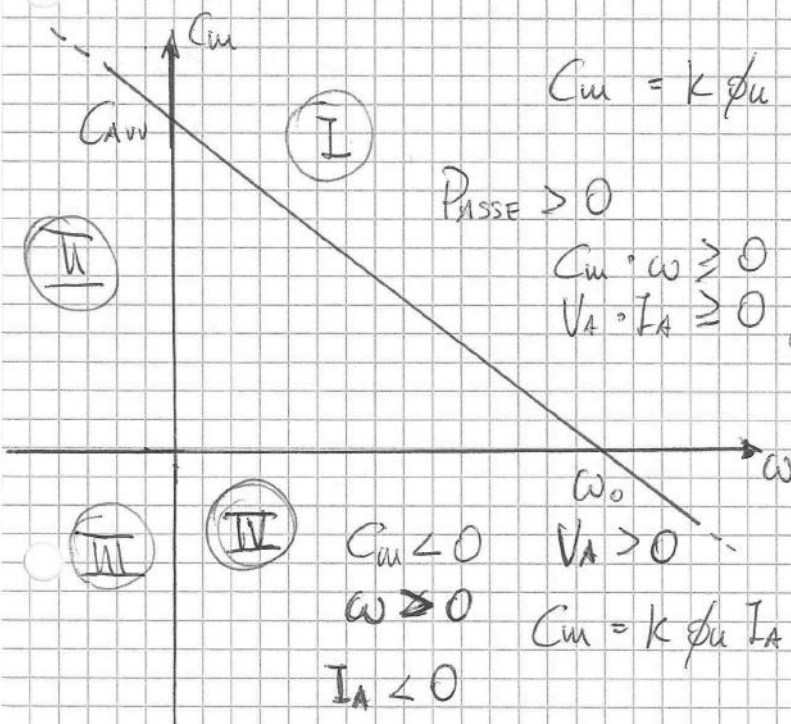
$$\eta = \frac{V_A I_A - \text{Perdite ARMATURA}}{V_A I_A + P_{ecc}}$$

Se ci sono le perdite è vuoto ovvero che la potenza nell'armatura

$$E_A \cdot I_A = C_m \cdot \omega + P_o \quad \text{Relazione importantissima}$$

Esiste anche il rendimento di una dinamo che per ora non vediamo o diciamo solo che in tal caso si invertono i termini del rendimento motore, con altre considerazioni.

Vediamo ancora le caratteristiche delle ~~se~~ dinamiche:



$$C_m = k \phi_u \frac{V_A}{R_A} - k^2 \phi_u^2 \frac{\omega}{R_A}$$

$$P_{ASSE} > 0$$

$$\left. \begin{aligned} C_m \cdot \omega &\geq 0 \\ V_A \cdot I_A &\geq 0 \end{aligned} \right\}$$

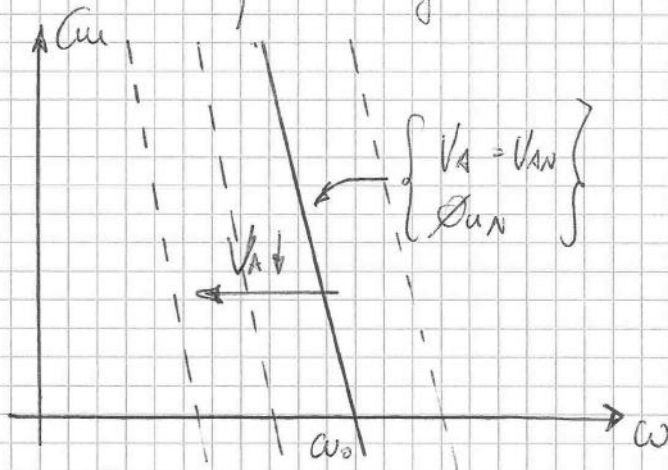
Tipico funzionamento da motore avanti

Nepl. altri quadranti invece diverso che si trova non indicato

$$C_m \propto I_A$$

Se siamo nel 4° quadrante funziona da freno in avanti 65

Le caratteristiche di queste regolazioni diventano:



$$V_{ecc} = \text{cost}$$

$V_{AN}$ : tensione di eccitazione nominale.

Supponiamo ora di voler diminuire la  $V_A$  le nuove caratteristiche sono quelle indicate:

$$C_m = k \phi_a I_A$$

$$I_A = \frac{V_A}{R_A} - \frac{k \phi_a \omega}{R_A}$$

$$C_m = k \phi_a \frac{V_A}{R_A} - k^2 \phi_a^2 \frac{\omega}{R_A}$$

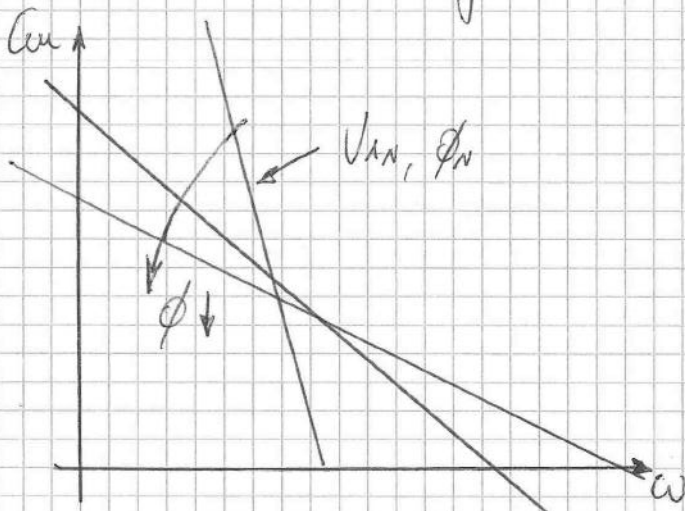
Le caratteristiche corrispondenti sono tutte parallele una rispetto all'altra, e sono anche così in cui  $V_A$  è maggiore di quella nominale per andare a vincere problemi di natura che a noi non interessano.

Vediamo ora la regolazione di  $V_{ecc}$

In tal caso la  $V_A$  sarà quella nominale e la tensione sarà costante.

Saremo nella condizione seguente:

$$\phi_a (V_{ecc}) \quad V_A = V_{AN}$$



Si parla di una rotazione delle caratteristiche

Perché ha senso diminuire il flusso?

Non si può per lo meno di diminuire di  $\phi_a$  anche perché se la  $C_m$  va a zero lo  $V_A$  si stacca

Non bisogna mai staccare la  $V_{ecc}$  altrimenti la macchina va in fuoripa, cioè va a velocità  $\omega \rightarrow \infty$ . Questo tipo di regolazione produce una rotazione delle caratteristiche di coppia ed una estensione della caratteristica di corrente. In particolare il casare del flusso di eccitazione diminuisce la velocità di sincronismo e vuoto del motore e aumenta la sua coppia  $\phi$

Tale tipo di motore ha bisogno di una regolazione a potenza costante perché viene il coppia del motore, e quindi viene la coppia.

In tal caso regola il flusso utile  $\phi_u$  in modo proporzionale a  $\frac{1}{\omega}$

$$\phi_u \propto \frac{1}{\omega}$$

↑  
V<sub>cc</sub>

La potenza all'ome sarà data da:

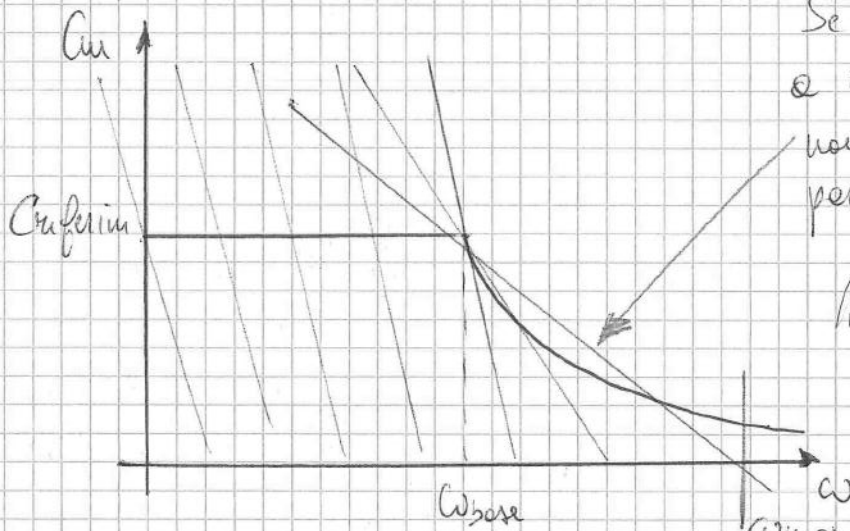
$$P_{asse} = C_m \cdot \omega = E_a \cdot I_a = \overbrace{k \phi_u \omega}^{E_a} \cdot I_a = \text{cost}$$

Devo regolare  $k \phi$  in modo che sia  $k \phi_u \propto \frac{1}{\omega}$  e allora ottengo una potenza costante.

$$I_a = \frac{V_a - \overbrace{k \phi_u \omega}^{E_a}}{R_a}$$

All'aumentare della velocità mantenendo costante  $E_a = k \phi_u \omega$  e costante anche  $I_a$ .  
il flusso utile ed  $E_a$  è costante

A questo punto deflassando la macchina per le condizioni seguenti.



Se la macchina fosse a magneti permanenti non avrei la seconda parte che va per  $\frac{1}{\omega}$ .

Non posso avere il flusso perché è ben definito per tale macchina (e magneti permanenti)

non viene modificata da queste regolazione.

In relazione al punto di lavoro e carico, la diminuzione del flusso utile di macchine provoca un aumento della velocità di rotazione ( $\omega > \omega'$ ). La diminuzione del flusso, attuata tramite la diminuzione della corrente di eccitazione, viene indicata con il termine deflusso. Il momento di coppie resistente, se il flusso venisse annullato mantenendo applicate la tensione di armatore, il motore ruoterebbe ad una velocità teoricamente infinita. Tale condizione, assolutamente da evitare, viene indicata come fuga, in velocità del motore a corrente continua. Per i motori a magneti permanenti è possibile la sola regolazione di armatura.

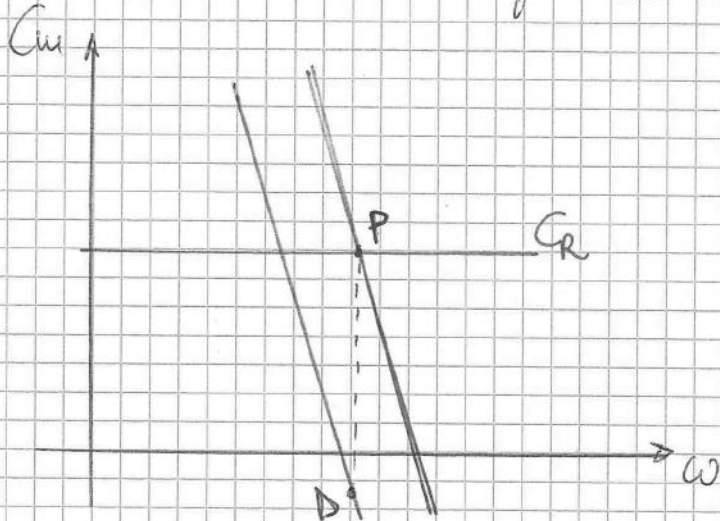
Negli azionamenti / sistema costituito da un convertitore elettronico di potenza del motore e da un sistema di controllo che aziona il motore (al fine di realizzare determinate leggi di moto) da motori a corrente continua, queste due possibilità di regolazione intrinseche delle macchine vengono pericolosamente combinate per ottenere due campi di regolazione delle velocità:

- Regolazione delle velocità a coppia costante
- Regolazione delle velocità a potenza costante

La prima regolazione, attuata controllando la tensione di armatura e mantenendo il flusso utile costante, permette di garantire la costante di una prestazione in coppia da velocità nulla fino ad una velocità denominata velocità base ( $\omega_b$ ). Questa velocità viene realizzata applicando al motore la massima tensione di armatura disponibile (saturazione in tensione dell'azionamento). Durante la regolazione a coppia costante, la corrente assorbita dal motore è anch'esse costante, in quanto il flusso utile è costante.

Per aumentare le velocità oltre le velocità base, si ammette una diminuzione della prestazione di coppia desiderata attuando un deflusso delle macchine. Diminuendo il flusso utile e mantenendo la tensione di armatura costante è possibile ottenere un campo di regolazione a potenza costante tra le  $\omega_b$  e le

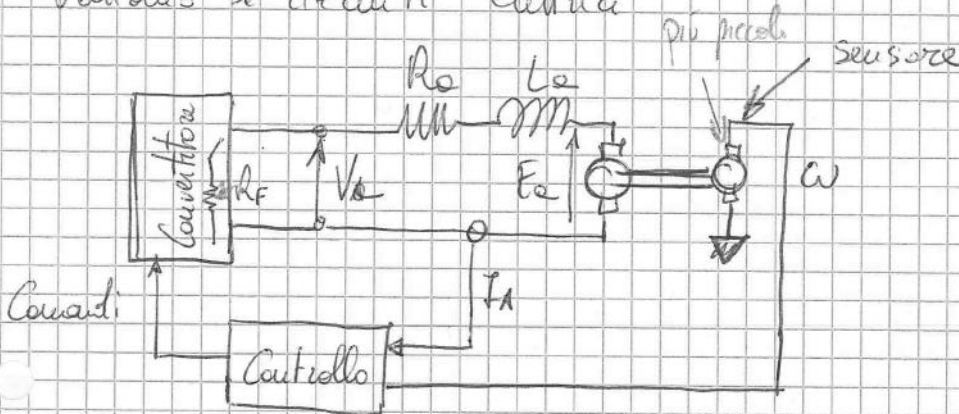
Vediamo cosa succede nella frenatura rigenerativa



Vorrei vedere momento di P e D.  
Ma da D deve trovare il punto di intersezione e delle Cr variando quindi gradualmente le ω.

Supponiamo che esista una coppia resistente del tipo indicato e vorremmo dare quella coppia ad un'altra velocità. In tal caso vediamo la tensione e istantaneamente l'impulso elettrico un fa decelerare o accelerare per merito perché i transitori meccanici sono più lenti di quelli elettrici. (funziona ad una

Vediamo i circuiti elettrici



variazione di potenza elettrica non corrisponde una variazione istantanea della potenza meccanica dovuta al fatto della presenza dell'inerzia)

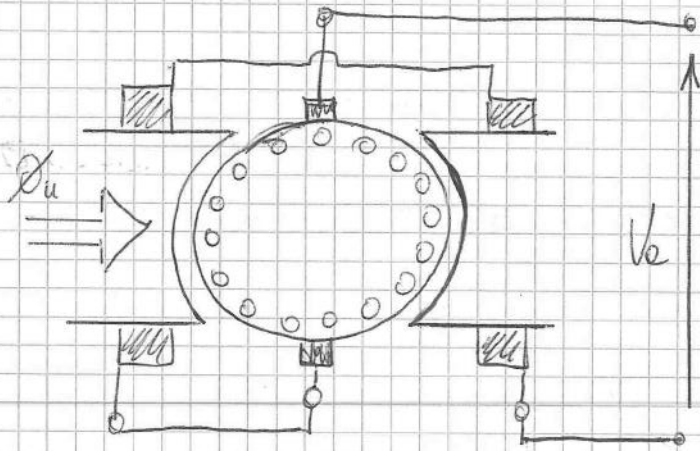
Fino a quando il motore lavora nella corrente motrice, il motore frena elettricamente il carico e questa energia che è forma indichiamo viene recuperata, oppure dissipata in altro modo, con una  $R_F$  resistenza di frenatura ad esempio.

Tale energia molte volte non può essere recuperata sulla linea elettrica di uscite, perché tale linea deve avere corrente invertibile.

Il convertitore quindi deve essere in grado di reinviare energia sulle rete e ciò che capita in alcuni motoribrotore ho una linea o l'altra dei bus.

## Macchine in corrente continua ed eccitazione serie

L'eccitazione serie non può essere a magneti permanenti perché abbiamo bisogno delle spire di eccitazione. Vediamo lo schema.



$$C_M = k \phi_u \cdot I_a$$

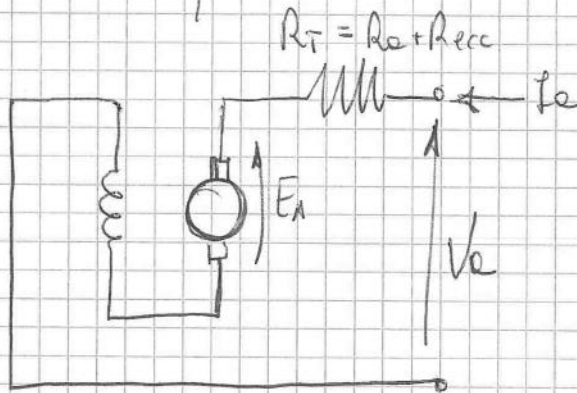
$$E_a = k \phi_u \omega$$

$$k \phi_u = f(I_a)$$

$$I_{ecc} = I_a$$

Attenzione perché se una macchina è nata per lavorare in eccitazione serie non può lavorare in eccitazione separata e viceversa.

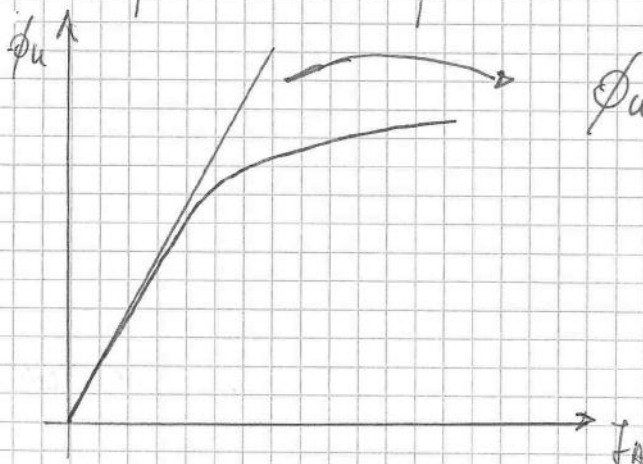
Vediamo il circuito equivalente della macchina c.c. ed eccitazione serie.



$$R_T = R_a + R_{ecc}$$

Possiamo moltiplicare  $R_a$  e  $R_{ecc}$  in un solo resistore purché in serie.

Attenzione che dobbiamo tener conto che  $k \phi_u$  non è una funzione lineare rispetto a  $I_a$  e quindi teniamo conto di una approssimazione:



$$\phi_u = k_{ecc} \cdot I_a \quad C_M = k \phi_u \cdot I_a$$

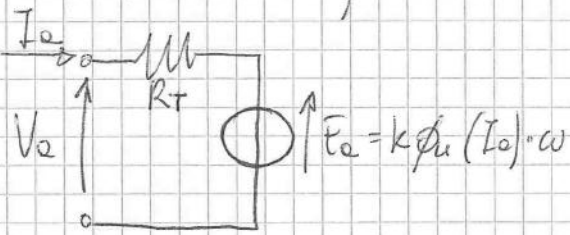
$$C_M = k \cdot k_{ecc} \cdot I_a \cdot I_a$$

$$E_a = \underbrace{k \cdot k_{ecc}}_{k_T} \cdot I_a \cdot \omega$$

$$E_a = k \phi_u \omega$$



Quindi un modo alternativo con cui provvedere alla eccitazione delle macchine a corrente continua consiste nel connettere l'avvolgimento di eccitazione in serie a quello di armatura:



La differenza tra il circuito misto e quello ad eccitazione separata sono contenute nelle espressioni della resistenza  $R_t$  e del flusso.

In effetti, ovvero:

$$R_t = R_a + R_{ecc} \rightarrow \text{Somma delle resistenze}$$

$$\Phi_u = \Phi_u(I_a) \rightarrow \text{flusso utile invece nell'eccitazione separata ovvero } \Phi_{u \text{ al vero}}$$

Per poter valutare l'espressione delle correnti e delle coppie meccaniche in gioco da queste macchine, occorre poter esplicitare la legge che lega il flusso  $\Phi_u$  alla corrente  $I_a$  - questa legge è in realtà non lineare, si possono scrivere infatti le seguenti equazioni approssimate per la coppia e la corrente:

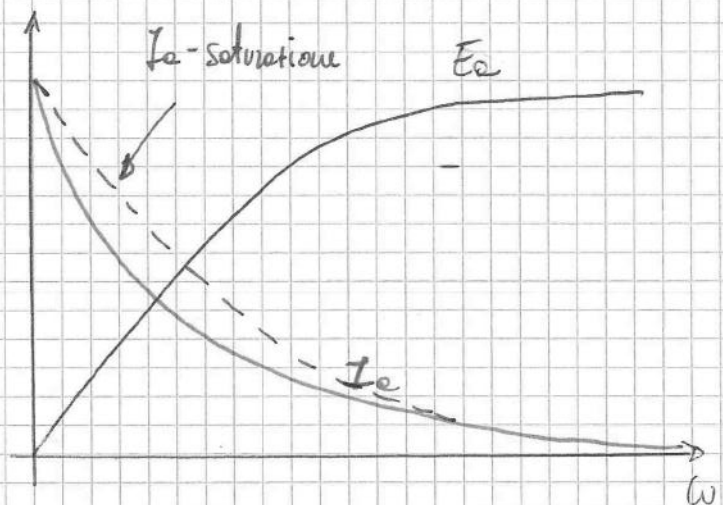
$$\Phi_u(I_a) = M \cdot I_a$$

$$E_a = k \cdot M \cdot I_a \cdot \omega$$

$$V_a = R_t \cdot I_a + E_a$$

$$C = k \cdot M \cdot I_a^2$$

$M$ : coeff. costante



Le caratteristiche elettromagnetiche di corrente,  $\Phi$  e m. coppia in funzione della velocità sono espressi da:

$$I_a = \frac{V_a}{R_t + k \cdot M \cdot \omega}$$

$$E_a = \frac{k \cdot M \cdot \omega}{R_t + k \cdot M \cdot \omega} \cdot V_a$$

$$C = k \cdot M \left( \frac{V_a}{R_t + k \cdot M \cdot \omega} \right)^2$$

In figura è riportato l'andamento delle correnti di armatura osservate da un motore ad eccitazione mista al variare

della velocità di rotazione. In linea tratteggiata è riportato l'andamento della corrente quando si tiene conto della non-linearità magnetica dell'eccitazione

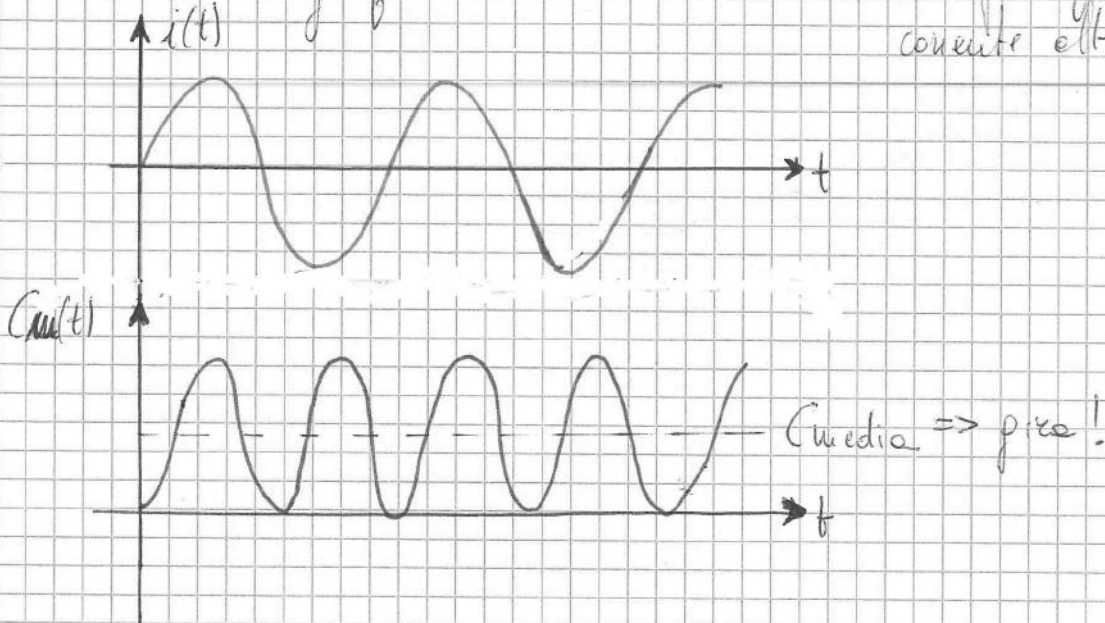
In queste macchine la saturazione si verifica all'incirca, in quanto le curve in tale caso sono elevate e dunque compie tante coppie, ma meno di quella che ne darebbero se adottassimo l'ipotesi di saturazione lineare.

Il pregio di queste macchine è quello di poter essere alimentate anche in corrente alternata, questo lo possiamo vedere dalle curve della coppia che è elevata al prodotto.

$$C_m = k_T \cdot I_A^2$$

Se la macchina è continua non è laminata non può funzionare in corrente alternata

Vediamolo in un grafico:



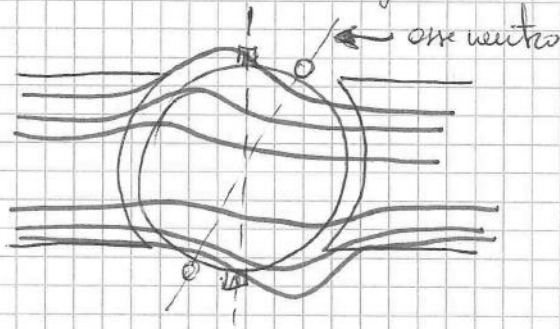
Abbiamo quindi una pulsazione della coppia in base alle curve.

$$C = k_M \cdot I^2 = \frac{k_M \cdot V^2}{(R_e + k_M \cdot \omega)^2 + (\omega L_e)^2}$$

vedere negli appunti  
Corso

L'espressione sopra fornisce il valore medio della coppia prodotto dal motore e collettore, in realtà la coppia istantanea risulta pulsante; essa si annulla ad ogni passaggio per zero delle correnti alternate di entrambe. Ne consegue che l'accelerazione della coppia è ad una frequenza doppia di quella dell'alimentazione.

L'effetto finale sarà dato dal ripartito fenomeno:

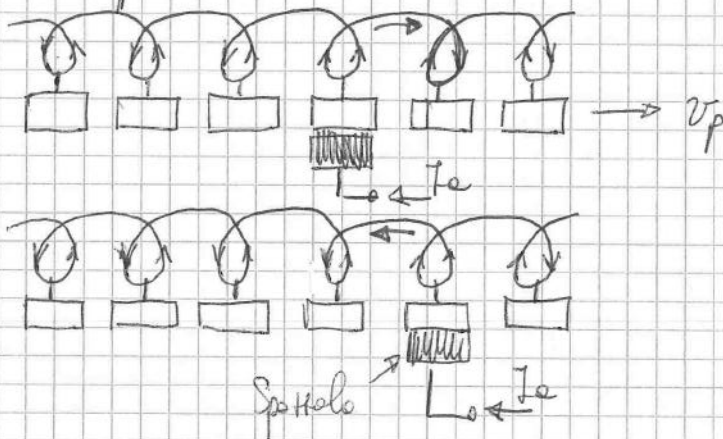


Si hanno quindi degli addensamenti di flusso che un flusso esterne l'asse neutro

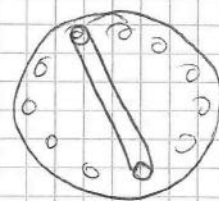
Questo un caso dei fenomeni ripetuti nelle commutazioni delle correnti perché le spazzole sono poste nelle direzioni indicate.

Per limitare questo fenomeno possiamo tener conto di alcuni accorgimenti la cui cura: aumentare il trasferimento in corrispondenza dei corni polari di usata, avvolgimento ausiliario di eccitazione serie (serie stabilizzatrice), poli ausiliari, avvolgimenti di compensazione.

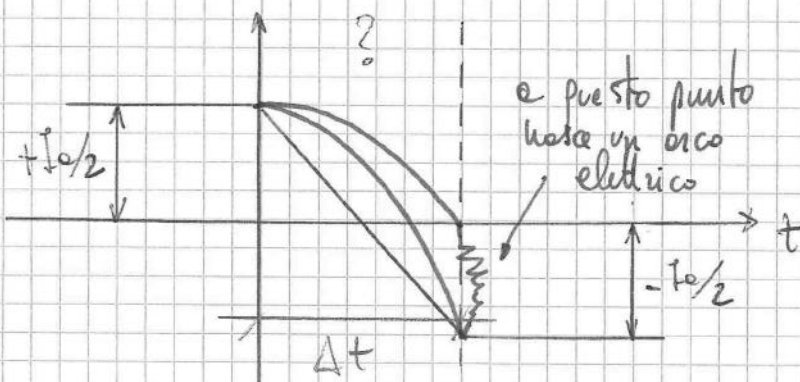
Vediamo ora come funziona il commutatore distribuendo le lamelle su un polo:



Il limite di questa macchina stiamo proprio nella commutazione. Un istante dopo, le spazzole passano nell'altra lamella.



Facciamo un grafico rispetto al tempo di quello che succede alla corrente.



Si riferiscono a questi due contatti che si appaiono l'asse neutro. Cosa succede durante la commutazione?

L'effetto non è buono perché entrano delle molture nei transistori.

Inoltre nascono forze di ipso meccaniche che ritardano le commutazioni.

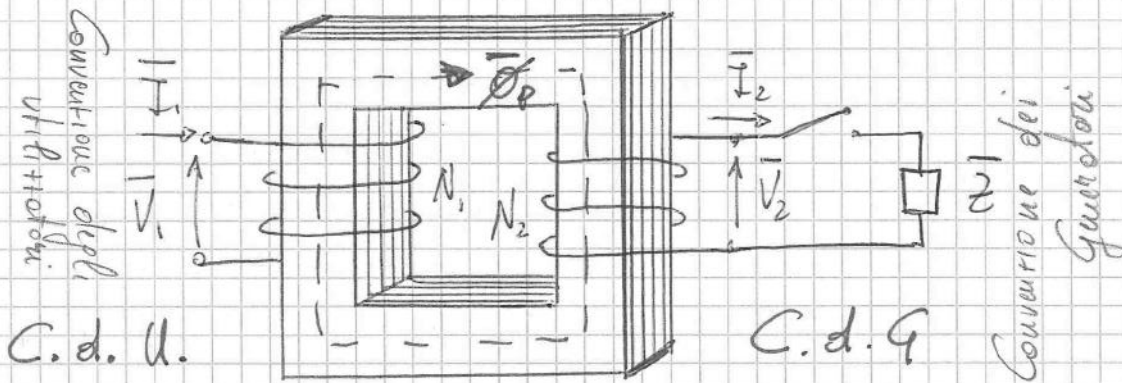
# IL TRASFORMATORE

Ci troviamo nel mondo dell'alternato. E il trasformatore è uno macchina statica (senza parti meccaniche) che si basa sulla legge di Lenz, quindi ci deve essere una variazione di flusso  $\Delta \Phi(t)$ .

$$\mathcal{E} = - \frac{d\lambda(t)}{dt}$$

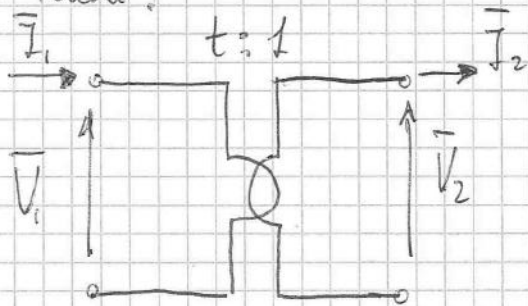
Per la legge di Lenz se si ha una variazione di flusso rispetto al tempo, nasce una f.e.m. indotta che tende ad opporsi a questa variazione.

Vediamo da cosa è costituito il trasformatore:



Attenzione studio il primario con la convenzione degli utilizzatori e il secondario con la convenzione dei generatori.

Vediamo ora come è fatto il circuito equivalente del trasformatore ideale:



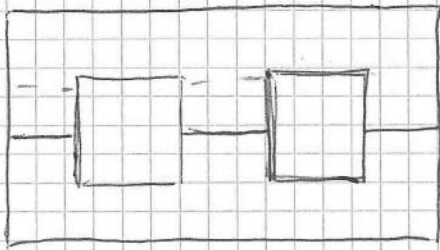
Trasformatore ideale

Il trasformatore è una macchina statica (senza elementi rotanti) che trasforma la potenza elettrica in corrente alternata alternata, ovvero la tensione e corrente con cui viene erogata. Il principio di funzionamento del trasformatore si basa sulla legge dell'induzione elettromagnetica

(Legge di Lenz) tra circuiti mutuamente accoppiati. Ne consegue che il T. non può funzionare con alimentazioni in corrente continua, ma necessita di alimentazioni variabili nel tempo.

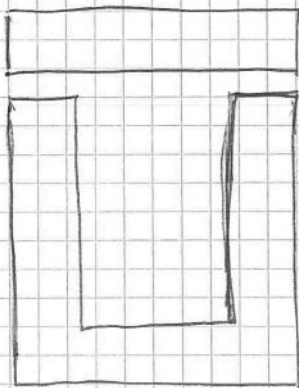
## Principi costruttivi del nucleo del trasformatore monofase.

I nuclei tipici sono realizzati ad esempio a montello o corrotto, vediamo lo schema:



Il nucleo del trasformatore viene realizzato in forme laminare ed il fine di ridurre le perdite per correnti parassite che sono generate dall'alternanza del flusso. Vengono di solito impiegate lamiere

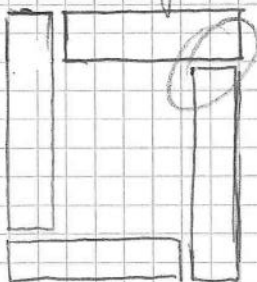
in silicio e con spessori possono variare da 0,28 mm a 0,5 mm. Tipicamente si usano lamiere a cristalli orientati, in questo modo la differenza del flusso nelle varie parti del nucleo è ben determinata. Per la realizzazione di piccoli trasformatori monofase sono generalmente disponibili sul mercato tre tipi separati a  $E$ , ad  $E$  e ad  $U$  ed  $I$  ovvero so, i quali è possibile comporre le forme desiderate del nucleo magnetico. Per piccoli trasformatori si utilizzano nuclei stampati, realizzati in lamina d'acciaio. Nelle macchine più grandi i laminari sono ricavati in forma rettangolare come si vede. Altre forme tipiche sono a  $E$  e ad  $I$



Nelle strutture si distinguono colonne e pioppi. Le colonne sono le parti o sviluppi generalmente verticali attorno alle quali vengono avvolte le bobine. I pioppi costituiscono la chiusura del circuito magnetico tra le colonne.

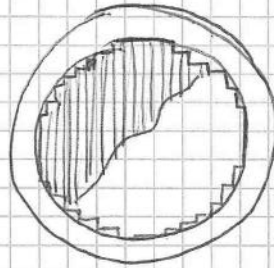
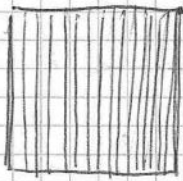
Nelle macchine di un'alta potenza, la sezione delle colonne e dei pioppi è di forma quadrata, e le bobine primarie e secondarie sono avvolte generalmente sovrapposte una all'altra sulle stesse colonne seguendo la forma della sezione.

oppure a rettangoli gruppo

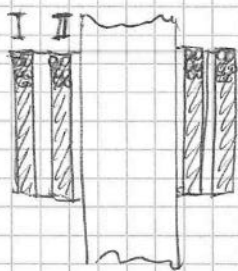


Le giunture sono molto particolari da realizzare

Ore nuove le bobine sono fatte in modo diversi, cioè possono avere diverse forme, come ~~bobine~~ bobine prodotte o avvolte nel modo seguente:

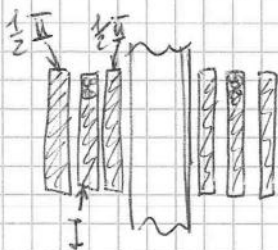


Per quanto riguarda le spire possiamo avere spire concentriche



Nelle macchine di potenza maggiore, le bobine vengono avvolte in forme cilindriche e meno circolari. In tal caso, per ottenere una migliore utilizzazione degli spazi le sezioni delle bobine vengono adattare tipiche forme e prodotte

Attenzione il secondario è in caso di ferro per isolato meglio.  
Può esistere anche la disposizione di spire incrociate

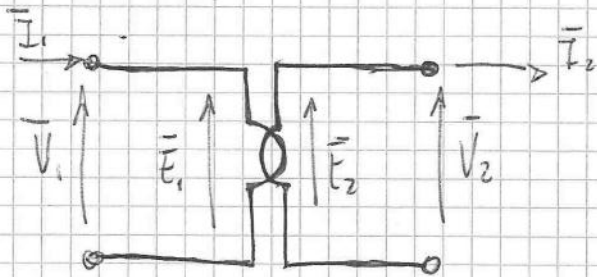


Questo tipo serve per ridurre le dispersioni di flusso concatenando con l'avvolgimento. Negli avvolgimenti a bobine disciolte si ha un fenomeno di dispersione del flusso primario e secondario in più bobine di piccole dimensioni e di avvolgimento prodotte.

Gli avvolgimenti vengono realizzati in bobine, generalmente di forme cilindriche, grande vengono avvolte con una bobina. Gli avvolgimenti primario e secondario di un trasformatore vengono disposti sullo stesso nucleo al fine di ridurre i flussi dispersi. Essi possono essere realizzati in modo diverso. Ad esempio a bobine concentriche o disciolte.

Nelle bobine concentriche, le due bobine (primario e secondario) sono realizzate in forme di due nuclei cilindrici concentrici, separati da uno strato di isolante e da un canale di raffreddamento. Normalmente l'avvolgimento ad alta tensione risulta esterno, per consentire un migliore coordinamento dell'isolamento tra gli avvolgimenti e rispetto al nucleo.

Per diminuire ulteriormente i flussi dispersi tra gli avvolgimenti primario e secondario, le bobine a bassa tensione può essere realizzate in due parti, ed intercalate a questo viene inserite la bobina ad alta tensione.



Convenzioni adottate nel primario e convenzioni uscite del secondario per le convenzioni di segno che adottiamo.

Si applichi una tensione  $v_1(t)$  al primario. Nel nucleo magnetico si crea un flusso principale  $\Phi_p$  e le forze elettromotrici indotte nelle bobine primario e secondario esattamente la tensione imposta. Al secondario la tensione ai morsetti ( $v_2$ ) sarà pari alle f.e.m.  $\vec{E}_2$ . Si può quindi scrivere:

$$v_1 = E_1 = + \frac{d\lambda_1}{dt} = + N_1 \cdot \frac{d\Phi_p}{dt} \quad \text{Convenzione di istantanee}$$

$$E_2 = - \frac{d\lambda_2}{dt} = - N_2 \frac{d\Phi_p}{dt} = V_2 \quad \text{Convenzione generatori}$$

Le relazioni precedenti sono vere anche quando il trasformatore ideale non eroga corrente al secondario, cioè durante il suo funzionamento a vuoto.

Riferendosi al caso comune di alimentazione sinusoidale e frequenza  $f$  è possibile utilizzare i fasori per scrivere le equazioni. Assumendo il flusso principale con fase nulla all'istante  $t=0$ , si può scrivere:

$$\Phi_p = \hat{\Phi}_p \cdot \sin(\omega t) \Rightarrow \vec{\Phi}_p = \hat{\Phi}_p \angle 0$$

dove  $\hat{\Phi}_p$  rappresenta l'ampiezza massima della sinusoidale (ampiezza del fasore) di flusso principale. Ne consegue che le tensioni efficaci indotte nelle bobine diventano:

$$\vec{E}_1 = + j \frac{\omega}{\sqrt{2}} N_1 \hat{\Phi}_p = + j \frac{2\pi f}{\sqrt{2}} N_1 \hat{\Phi}_p = + j 4,44 f N_1 \hat{\Phi}_p$$

$$\vec{E}_2 = - j \frac{\omega}{\sqrt{2}} N_2 \hat{\Phi}_p = - j \frac{2\pi f}{\sqrt{2}} N_2 \hat{\Phi}_p = - j 4,44 f N_2 \hat{\Phi}_p$$

I moduli dei fasori rappresentativi di grandezze elettriche sono i valori efficaci delle stesse, mentre per le grandezze magnetiche si usa il valore massimo. È possibile osservare che il rapporto tra i moduli delle f.e.m. indotte vale:

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{N_1}{N_2} = t = \frac{V_1}{V_2} \quad 89$$

Il trasformatore funziona grazie alle legge di Lenz.

$$e = \frac{d\lambda}{dt} \rightarrow \bar{E} = \frac{j\omega N \bar{\phi}}{\sqrt{2}}$$

$$\bar{\phi} = \hat{\phi} / \sqrt{2}$$

$$\phi(t) = \hat{\phi} \cdot \sin(\omega t + \theta)$$

Scriviamo l'equazione della prima maglia per trovare il trasformatore ideale

$$\bar{V}_1 = \bar{E}_1$$

$$\frac{N_1}{\sqrt{2}} = 4,44$$

Per la seconda maglia ovvero:

$$\bar{E}_1 = +j N_1 \frac{\omega}{\sqrt{2}} \bar{\phi}_p$$

$$\omega = 2\pi f$$

$\bar{\phi}_p$  flusso di principale

$$\text{quindi: } \bar{V}_1 = \bar{E}_1 = +j 4,44 N_1 f \bar{\phi}_p$$

Per la terza maglia ovvero:

$$\bar{V}_2 = \bar{E}_2 = -j N_2 \frac{\omega}{\sqrt{2}} \bar{\phi}_p = -j 4,44 N_2 f \bar{\phi}_p$$

Facciamo il rapporto tra  $\bar{V}_1$  e  $\bar{V}_2$  ovvero:

$$\frac{\bar{V}_1}{\bar{V}_2} = \frac{\bar{E}_1}{\bar{E}_2} = \frac{N_1}{N_2} = M_s = t$$

$M_s$ : rapporto tra le spire

Attenzione perché la condizione di uguaglianza  $M_s = t$  vale solo per il trasformatore monofase

Applicando la circuizione al primario ovvero:

$$N_1 I_1 + \underbrace{N_2 I_2}_{=0} = R_m \phi_p$$

si sono e vuoto

Ritornare a  $R_m = 0$  perché  $M_s \rightarrow \infty$

mentre  $I_2$  fuori e vuoto

Abbiamo studiato fino ad ora il funzionamento a vuoto.

Nel caso ideale  $R_m \bar{\phi} = 0$



Toppono ora le ipotesi di permeabilità del ferro; diciamo cioè che la permeabilità del ferro è:

$$\mu_{Fe} < \infty$$

non cambia niente del punto di vista delle tensioni, ma cambia le legge delle circuitazione.

$$N_1 \bar{I}_1 + N_2 \bar{I}_2 = R_N \bar{\Phi}_p = N_1 \bar{I}_m > 0$$

$\bar{I}_m$  è la corrente di magnetizzazione che è pari a:  $\bar{I}_m = \bar{I}_1 + \frac{N_2}{N_1} \bar{I}_2$   
 Ma la corrente sul primario sarà data da:

$$\bar{I}_1 = \bar{I}_m - \frac{N_2}{N_1} \bar{I}_2 = \bar{I}_m + \left( -\frac{N_2}{N_1} \bar{I}_2 \right)$$

Ricordo ora le tensioni  $\bar{V}_1$   $\bar{I}_2' = -\frac{N_2}{N_1} \bar{I}_2$

$$\bar{V}_1 = \bar{E}_1 = +j \frac{\omega N_1^2}{L_m} \bar{I}_m = +j \omega N_1^2 \left( \frac{1}{R_p} \bar{I}_m \right)$$

→ calcolare il termine  $\sqrt{2}$   
 ci riferisce il valore efficace

$$\bar{V}_1 = +j \omega N_1^2 \cdot L_m \cdot \bar{I}_m = +j X_m \bar{I}_m$$

$X_m$ : reattanza di magnetizzazione

$$X_m = \omega L_m$$

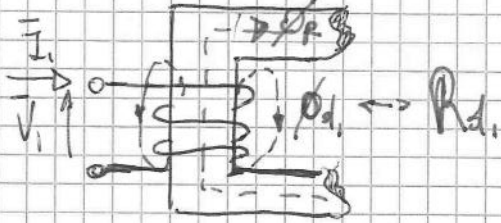
Il nucleo magnetico di un trasformatore presenta una reattanza magnetica non nulla. Ciò significa che per sostenere il flusso magnetico principale nel nucleo si deve superare una forza magnetomotrice. È prassi comune associare le cuspidi necessarie per magnetizzare il nucleo al solo avvolgimento primario grazie alle defezioni delle correnti magnetizzanti primarie, ha il compito di produrre flusso principale di macchina.

$$\bar{E}_1 = +j \omega N_1^2 \cdot \bar{I}_m = +j \omega L_m \bar{I}_m$$

La corrente magnetizzante, fluendo nella reattanza di magnetizzazione  $X_m = \omega L_m$  dà luogo a una caduta di tensione pari a  $\bar{E}_1$ .

Calcoliamo ora l'altro parametro di perdita  $R_{cu}$  e costruiamo il circuito equivalente.

Vediamo un dettaglio sull'ovvolgimento al primario:



$$\bar{\lambda}_1 = N_1 (\bar{\phi}_p + \bar{\phi}_{d1}) = N_1 \left( \frac{N_1 \bar{I}_m}{R_p} + \frac{N_1 \bar{I}_1}{R_{d1}} \right)$$

specie le stesse cose

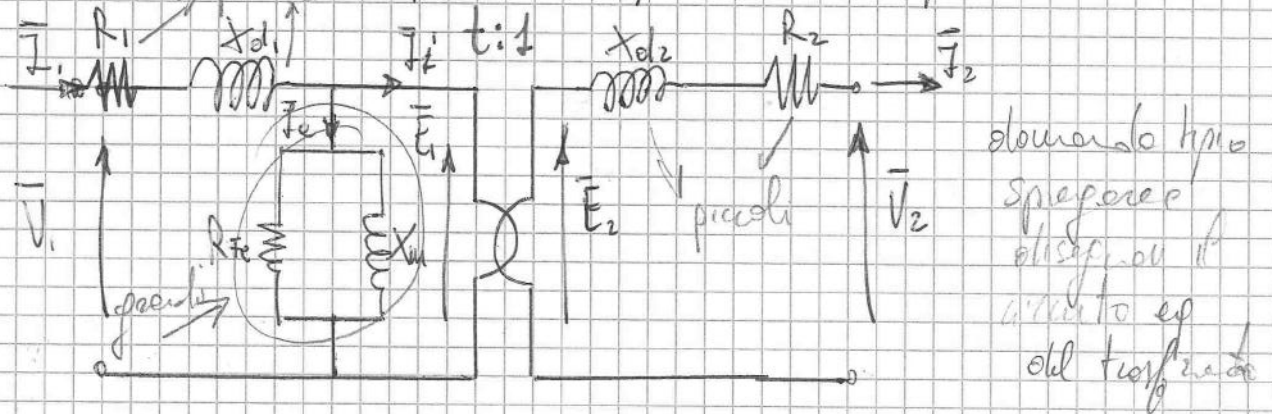
A questo punto le  $\bar{E}_{TOT}$  sono date da:

$$\bar{E}_{TOT} = +j \frac{\omega}{\sqrt{2}} N_1 (\bar{\phi}_p + \bar{\phi}_{d1}) = +j \frac{\omega}{\sqrt{2}} \frac{N_1^2}{R_p} \bar{I}_m + j \frac{\omega N_1^2}{\sqrt{2} R_{d1}} \bar{I}_1$$

$$\bar{E}_{TOT} = \bar{E}_1 + j \omega \underbrace{L_{d1}}_{X_{d1}} \bar{I}_1 = \bar{V}_1$$

$L_{d1}$ : induttanza di dispersione primaria

Disegnando il circuito ~~completo~~ equivalente completo ovvero:



domanda tipo sapere disegnar il circuito eq. del trasformatore

Questo circuito equivalente è quello completo, ma non è quello che otterremo negli esercizi.

Quindi in termini di circuito equivalente, flussi di dispersione primaria vengono modellati tramite una induttanza di dispersione primaria  $X_{d1} = \omega L_{d1}$  percorso della corrente  $I_1$ .